EXPERIÊNCIAS DA MONITORIA QUE CONDUZEM A REFLEXÕES SOBRE O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NA UFS – SE

José Arnaldo Santana Costa[1]
Universidade Federal de Sergipe, josearnaldo23@yahoo.com.br

Karly Barbosa Alvarenga[2]
Universidade Federal de Sergipe, karlyba@yahoo.com.br

Resumo

Sob a visão da monitoria de Cálculo Diferencial e Integral apresentamos os resultados de uma pesquisa realizada na Universidade Federal de Sergipe – Campus Professor Alberto Carvalho em Itabaiana. O objetivo principal aqui é apresentar os erros e algumas dificuldades apresentadas pelos alunos dos cursos de ciências exatas ao estudarem Cálculo Diferencial e Integral I, bem como apresentar o índice médio de aprovação destes alunos nos períodos de 2008/2 e 2009/1 nesta disciplina. Os resultados apontam que os alunos apresentam grandes dificuldades em trabalhar com funções e no esboço e leituras de gráficos, onde estas dificuldades refletem diretamente no estudo de limites e derivadas. Os dados apontam também o baixo índice de aprovação nos dois períodos analisados.

Palavras–chave: Ensino-aprendizagem, Matemática, Índice de aprovação.

Abstract

Under vision of Calculus Differential and Integral monitorship we present the results of a research accomplished at University Federal of Sergipe - Itabaiana. The main goal here is to present the mistakes and some difficulties presented by the courses students of exact sciences, as well as to present indicate the average rate of approval of these students in the periods of 2008/2 and 2009/1 in this courses. The results point that the students present great to difficulties working with functions and in the graphs readings sketch, where these difficulties reflect directly in the limits and derivatives study. The data also point the approval low index in the two analyzed periods

Key words: Teaching-learning, Mathematical, Approval index.

[1]Graduando em Licenciatura em Química, Campus Prof. Alberto Carvalho - Itabaiana.

[2]Doutora em Educação Matemática, GREECIM, GEPEMEC, Departamento de Matemática- Itabaiana

INTRODUÇÃO

A avaliação da aprendizagem é uma das ações mais difíceis do processo de ensino-aprendizagem, em qualquer disciplina. Na área de Ciências Exatas, especialmente na Matemática, a correção de trabalhos e provas é o momento em que o professor se vê frente ao resultado de seu trabalho e muitas vezes essa experiência não é agradável, pela visão do suposto fracasso do seu ensino.

Para Cury

> Em disciplinas matemáticas, especialmente em cursos superiores, as atividades, em geral, são avaliadas de forma estanque, como se o conhecimento em determinado conteúdo não dependesse do outro que foi aprendido anteriormente (Cury, 2006).

Em qualquer área, em geral são utilizados três tipos de avaliação: diagnóstica, somativa e formativa. No primeiro caso, são empregadas ações para verificar as habilidades e dificuldades dos alunos face a um novo conteúdo abordado. Na avaliação somativa, pretende-se avaliar o desempenho ao final de uma unidade de ensino ou do semestre e seu objetivo é classificar os alunos ou fornecer um certificado. Pode ser feita de forma cumulativa, aproveitando resultados parciais e empregando critérios para obter uma nota ou conceito final. Na avaliação formativa, procuram-se informações sobre o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem, para adequá-lo às necessidades dos alunos. Nesse caso, não há a finalidade de aprovar ou reprovar, pois se busca inventariar os conhecimentos dos alunos e orientá-los na busca de soluções para os problemas detectados. "O professor pode, assim, regular o ritmo das atividades propostas ou o tipo de estratégias empregadas para o ensino" (Cury, 2006).

Nas últimas décadas, muito tem se debatido a respeito de temas relacionados à Educação Matemática, a diversidade de tópicos que abrange todos os níveis de ensino (fundamental, médio e superior) nos aspectos relacionados ao processo de ensino e aprendizagem dos conhecimentos matemáticos. No ensino superior as preocupações convergem para as disciplinas iniciais dos cursos da área das ciências exatas, principalmente devido ao número crescente de reprovações (Malta, 2004).

Geralmente quando os alunos apresentam dúvidas em relação a determinados conteúdos, ou na resolução de exercícios, procuram ajuda nas monitorias das disciplinas. Assim, no início da graduação, na Universidade Federal de Sergipe (UFS – Campus Professor Alberto carvalho em Itabaiana), tive a oportunidade de ser monitor da disciplina de Cálculo por um período de dois semestres. Dentre as disciplinas monitoradas estavam as de Cálculo I (Cálculo Diferencial e Integral I) e a de Fundamentos da Matemática para Química, a qual envolvia conteúdos similares. Enquanto monitor, trabalhando com os alunos que buscavam esclarecer dúvidas em relação aos conteúdos de Cálculo, percebi que os obstáculos de aprendizagem que eles não conseguiam ultrapassar estavam relacionados à Matemática estudada no Ensino Médio, principalmente funções e manipulações algébricas.

Em leituras preliminares, analisando alguns trabalhos cujo foco era o ensino de Cálculo, constatei que embora várias apresentam a preocupação com os altos índices de reprovação na disciplina e propõem alternativas metodológicas de ensino, ficou uma lacuna no sentido de tentar compreender que tipos de dúvidas que os alunos apresentam. De um modo geral, os discursos remetem a críticas em relação à qualidade de ensino nos níveis Fundamental e Médio, no entanto, o próprio discurso já demonstra que isso não tem ajudado a mudar este quadro.

A Análise de Erros, enquanto linha de pesquisa, tem caráter diagnóstico e formativo, uma vez que é possível entender como se dá o processo de construção do conhecimento por parte dos alunos através de suas produções escritas. Assim, a partir dessas produções, é possível compreender as dificuldades apresentadas por eles com relação aos conteúdos. Com essa compreensão torna-se viável a elaboração de estratégias efetivas para a superação de tais dificuldades (Cavasotto, 2008 & Cury 2004 e 2007).

Dessa forma, este trabalho teve por objetivo identificar os erros cometidos pelos alunos, bem como, suas dificuldades aos estudarem Cálculo Diferencial e Integral I nos diversos cursos na Universidade Federal de Sergipe (UFS – Itabaiana). Contudo, as observações feitas aconteceram nos momentos de monitoria, onde foram analisados os erros e dificuldades apresentados por aqueles durante "as aulas de monitoria".

ERROS E DIFICULDADES

A metodologia de ensino desenvolvida nas salas de aula por alguns professores e os conteúdos dos livros didáticos não propiciam, em geral, o desenvolvimento, nos alunos de nível fundamental, médio e superior, a capacidade de expressar e comunicar ideias ou justificar procedimentos e estratégias usadas na resolução de tarefas. Consequentemente, eles não se familiarizam com o raciocínio lógico-dedutivo e, em particular, com as demonstrações. Ou seja, muitas das atividades apresentadas pelos professores são trabalhadas de forma descontextualizada, onde os alunos são acostumados a resolver mecanicamente os exercícios, decorando regras e macetes, não sendo estimulados a raciocinar. Assim, no início do curso superior, se deparam com exigências que não estão prontos para enfrentar, pois não tiveram oportunidade de desenvolver habilidades de argumentação.

Dificuldades em Trabalhar com Funções

A maioria dos alunos, dos diversos cursos, apresentam dificuldades em trabalhar com funções do tipo: *modular, logarítmica, e trigonométrica,* isto a partir de observações realizadas durante as aulas de monitoria. Dificuldades estas, apresentadas em algumas atividades nas quais são exigidas manipulações algébricas com estas funções. Tais dificuldades apresentadas pelos alunos podem estar relacionadas ao fato de alguns destes não terem estudado tais funções no decorrer do seu ensino médio. Segundo os próprios alunos, "tais conteúdos não foram visto no ensino médio devido à falta de tempo disponível para que o professor pudesse ministrar satisfatoriamente tais conteúdos".

Em relação à função modular, um dos principais erros cometidos pelos alunos está relacionado com sua própria definição, ou seja, eles não conseguem assimilar que a imagem desta função está definida para o conjunto dos números reais não-negativos $(\mathbb{R}_+)$. E geometricamente, isso significa que os pontos do gráfico de $f(x) = |x|$ no plano cartesiano estão na origem O ou "acima" do eixo x (Figura 1). Assim, de acordo com a Figura 1, o domínio da função modular é:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$$

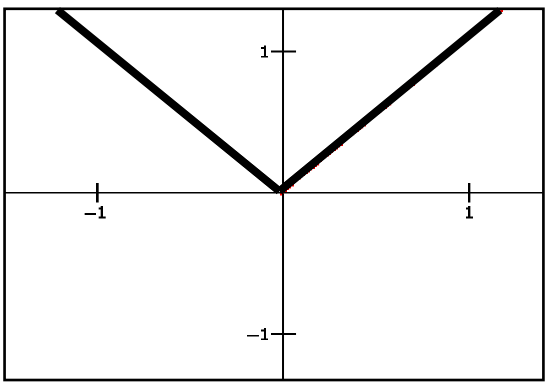


Figura 1: Gráfico da função modular, $f(x) = |x|$, representando o domínio da função

As mesmas dificuldades puderam ser observadas com a função logarítmica, ou seja, os alunos não estão familiarizados com algumas condições de existência dos logaritmos. Por exemplo, que $log_a\ 1 = 0$ *(pois* $a^0 = 1$*)*, pois, o logaritmo de 1 em qualquer base é igual a 0; nem também que o logaritmo da própria base é igual a 1, $log_a\ a = 1$ *(pois* $a^1 = a$*)*. Além disso, não dominam algumas de suas propriedades:

$log_b\ (a\ .\ c) = log_b\ a + log_b\ c$, com $a > 0$, $c > 0$ e $1 \neq b > 0$ (logaritmo de um produto);

$log_b\ a^n = n\ .\ log_b\ a$, com $a > 0$; $1 \neq b$ e $n \in R$ (logaritmo de uma potência).

Já em relação à função trigonométrica, o caso é ainda mais sério, visto que a grande maioria dos alunos não domina as razões trigonométricas no triângulo retângulo (Figura 2), ou seja:

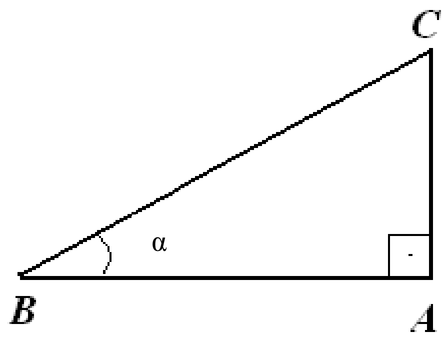
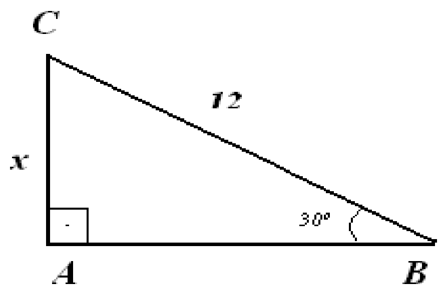


Figura 2: Representação do triângulo retângulo, *Onde, sen* α *= AC/BC ; cos* α *= BA/BC e tg* α *= AC/BA.*

Dificuldades as quais puderam ser evidenciadas a partir de exemplos simples como o mostrado na Figura 3: no triângulo retângulo abaixo, calcule a medida de x indicada.



Logo, esta questão poderia ser resolvida sem a necessidade de realização de cálculos matemáticos, pois, em *triângulo retângulo* com ângulos de *90º*, *60º* e *30°*; o *cateto* menor *(AC)*, oposto ao ângulo de *30º*, é a metade do valor da *hipotenusa (BC)*, ou seja, $x = 6$.

Figura 3: Triângulo retângulo com ângulos de *90º, 60º e 30°.*

No entanto, nenhum dos alunos presente na aula de monitoria consegui chegar a tal raciocínio, visto que buscavam a resolução do exercício através de cálculos matemáticos. Já outros, nem se quer tentaram esboçar tal resolução do mesmo.

b) Esboço e Leitura de Gráficos

Pude observar que a leitura e o esboço de gráficos constituíam um obstáculo para o progresso desses alunos na aprendizagem de cálculo. No qual, esse obstáculo é de natureza didática, consequência da ausência de um trabalho prévio com o traçado e a análise de gráficos no ensino médio, gerando uma insegurança nos primeiros períodos do curso superior. Também foi possível observar que os alunos não conseguiam raciocinar sobre gráficos básicos do mesmo tipo. Por exemplo, se a função é do 1º grau, seu gráfico deve ser uma reta e se uma variável qualquer aparece elevada ao quadrado, o gráfico deve ser uma parábola.

Assim, partido de uma abordagem em que os alunos possam chegar ao gráfico pretendido por meio de transformações nos gráficos básicos, ou seja, para o traçado de retas e parábolas, o ponto de partida é o gráfico da reta $y = x$ (Figura 4). A partir desse gráfico, os alunos podem ser incentivados a aplicar transformações para obter outras retas.

Visto que, para o caso das retas, podemos usar translação ou a composição de transformações, como, por exemplo, no traçado da reta $y = 2x + 3$. A Figura 4 exibe as transformações aplicadas à reta $y = x$ (••••) para obter a reta $y = 2x + 3$ (▪▪▪▪▪▪): uma homotetia, obtendo a reta $y = 2x$ (▬), seguida de uma translação.

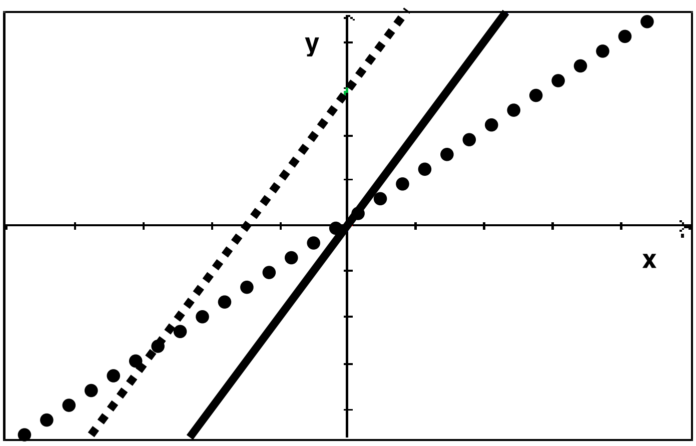


Figura 4: Transformações aplicadas à reta $y = x$ (•••••) para obter as retas $2x + 3$ (▪▪▪▪▪▪) e $y = 2x$ (▬).

As deficiências em geometria e na visualização espacial também estão presentes, mas o que mais impressiona é a dificuldade de raciocínio e a ausência de justificativas para as respostas apresentadas a certos exercícios. Parece que os alunos chegam à universidade com preguiça de raciocinar e que foram acostumados apenas a aplicar algoritmos, procedimentos e fórmulas decoradas, sem saber bem o que estão fazendo e porque adotam determinado procedimento.

Um exemplo que mostra essa dificuldade aconteceu numa das aulas de monitoria, a cerca da resolução de um determinado exercício proposto por um dos professores de Cálculo I. A atividade era a seguinte: Identifique e represente graficamente o conjunto definido por: $D = \{(x, y) \in R^2; x.y \leq 0)\}$ Nenhum aluno foi capaz sequer de esboçar uma tentativa de identificar os pontos do plano cujo produto das coordenadas é negativo. Não pensaram em associar essa propriedade aos quadrantes do plano. Se o produto das coordenadas de um ponto é negativo, estas têm sinais contrários e, portanto, esse ponto deve pertencer ao 2º ou ao 4º quadrantes.

Assim, como o produto das coordenadas também pode ser nulo, o conjunto *D* contém também os eixos cartesianos, onde podemos observar isto a partir da Figura 5 abaixo.

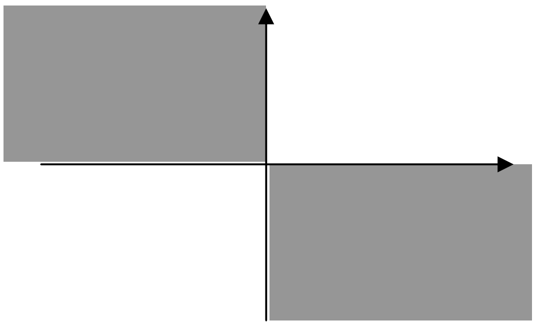


Figura 5: Representação gráfica do domínio D, $D = \{(x, y) \in R^2; x.y \leq 0)\}$.

Assim, diante do que foi exposto acima, pode-se constatar que a leitura e, principalmente, o esboço de gráficos são competências e habilidades que cada vez mais são necessárias para que o aluno possa ter um bom desempenho ao estudar cálculo diferencial e integral. Alguns dos conceitos estão intimamente ligados a representações gráficas.

Limite e Derivada de uma Função

- Limite de uma função

Os alunos, de uma forma geral, apresentam dificuldades na realização de cálculos algébricos necessários para calcular limites de uma função. Talvez seja porque eles não compreendem a ideia intuitiva do limite de uma função, nem também, dominam suas propriedades e sua representação gráfica.

É perceptível entre os alunos que eles não dominam operações com limites onde é necessária a aplicação de suas propriedades, como por exemplo:

$$\lim_{x \to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x) = f + g$$

onde, o limite da soma de duas funções é igual, a soma dos limites das mesmas em $x \to a$.

Outra dificuldade apresentada diz respeito à representação simbólica da ideia intuitiva de limite de uma função, ou seja, é comum entre eles representar o limite sem especificar sua devida relação com uma determinada função. Escrevem $\lim_{x \to 2} = 5$, *ao invés de* $\lim_{x \to 2} (2x + 1) = 5$

Muitos alunos também não sabem calcular o limite de uma função, a partir de sua representação gráfica. Por exemplo, se $f(x) = \begin{cases} x + 2 \text{ se } x \leq 3 \\ 2x + 2 \text{ se } x > 3 \end{cases}$ o gráfico desta função é representado na Figura 6 abaixo:

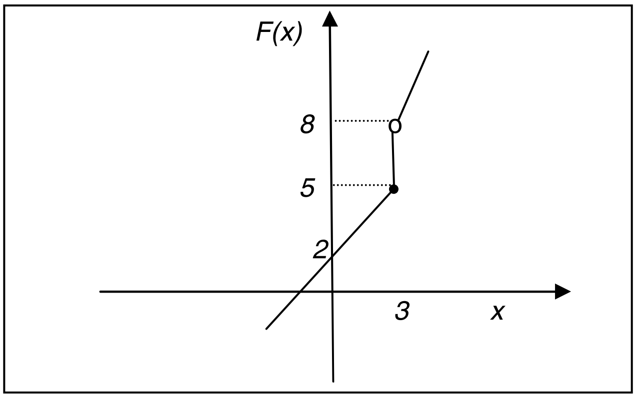


Figura 6: Gráfico da função f(x), onde, $f(x) = \begin{cases} x + 2 \text{ se } x \leq 3 \\ 2x + 2 \text{ se } x > 3 \end{cases}$

Os alunos apresentam dificuldades em usar a função correta para $x \leq 3$ *e* $x > 3$ no cálculo dos limites laterais, os quais seriam os corretos para o caso:

$$\lim_{x \to 3-} f(x) = 5 \text{ e } \lim_{x \to 3+} f(x) = 8$$

- Derivada de uma funçi

Os alunos, em sua grande maioria, apresentam dificuldades na definição de derivada de uma determinada função, pois não associam como sendo o coeficiente angular da reta tangente da mesma, nem também, ao limite de sua função (Figura 7). Ou seja, que *df(a)/dx* é a derivada da função f no ponto, que equivale a $\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$.

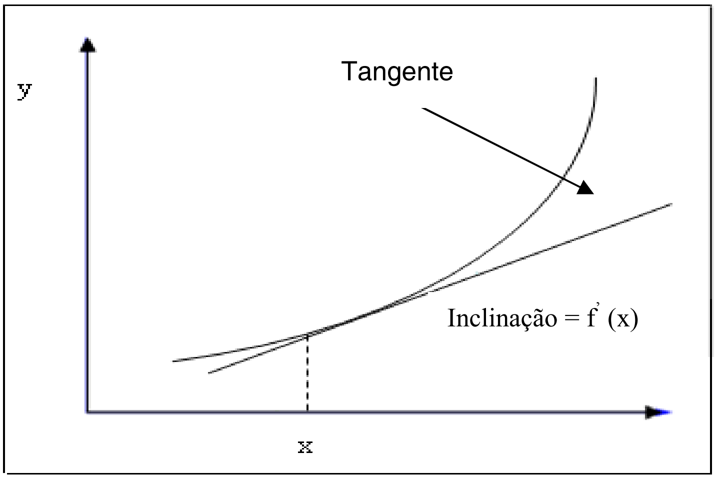


Figura 7: Inclinação da tangente à curva como a derivada de $f(x)$.

Erros relativos à linguagem escrita também são comuns, visto que utilizam o símbolo *d/dx* isoladamente, sem informar a função a qual estar sendo derivada (*df(x)/dx, por exemplo)*, ou mesmo não utilizam esse símbolo quando a situação requer, trocam as variáveis para x e y quando estas estão expressas por outras letras (*df(a)/da*). Bem como, não conseguem associar algumas das propriedades da derivada de uma função, por exemplo, que $d(x^2 + x + 2)/dx = dx^2/dx + dx/dx + d2/dx$.

UMA ANÁLISE DAS REPROVAÇÕES

Diante da preocupação enquanto monitor da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I para alunos de diversos cursos de graduação da UFS, deparei-me com problemas de alto índice de reprovação, alta taxa de desistência (Tabela 1 e 2) e pouca motivação para a aprendizagem.

Tabela 1: Índice de aprovação e reprovação no período de 2008/2 na Universidade Federal de Sergipe, Campus de Itabaiana, nos diversos cursos.

PERÍODO 2008/2					
TURMA	**TOTAL***	**AP (%)**	**TR (%)**	**RM (%)**	**RF (%)**
T1	49	53,06	6,12	26,53	14,29
T2	50	14,00	62,00	22,00	2,00
T3	27	37,04	25,93	37,04	0,00
M1	48	22,92	50,00	14,58	12,50
N1	52	63,46	3,85	25,00	7,69
Média		38,10	29,58	25,03	7,30

AP: aprovado, TR: trancado, RM: reprovado por média e RF: reprovado por falta.
**Total de alunos matriculados em cada turma.*

Tabela 2. Índice de aprovação e reprovação no período de 2009/1 na Universidade Federal de Sergipe, Campus de Itabaiana, nos diversos cursos.

PERÍODO 2009/1					
TURMA	**TOTAL***	**AP (%)**	**TR (%)**	**RM (%)**	**RF (%)**
T1	50	18,00	20,00	30,00	32,00
N1	49	38,78	4,08	32,65	24,49
Média		28,39	12,04	31,33	28,24

AP: aprovado, TR: trancado, RM: reprovado por média e RF: reprovado por falta.
**Total de alunos matriculados em cada turma.*

Dados fornecidos pela Secretaria dos Núcleos da Universidade Federal de Sergipe (UFS) indicam que, nos períodos de 2008/2 e 2009/1, os índices de desistências (reprovados por falta mais os trancamentos de matrículas) e de reprovações estão elevados para os padrões do ensino superior. Assim, de acordo com a Tabela 1, de um total de 226 alunos matriculados na disciplina de cálculo I no período de 2008/2, em média, apenas 38,10**%** conseguiram concluí-la, ou seja, foram aprovados (AP). Já 29,58% destes trancaram a disciplina (TR), 25,03% reprovaram por média (RM) e 7,30% reprovaram por falta (RF). Já para o período 2009/1, Tabela 2, os resultados são ainda mais preocupantes, pois se tratam de alunos que já fizeram a disciplina por pelo menos uma vez. Logo, o índice médio de aprovação (AP) para este período caiu para 28,38%, de um total de 99 alunos matriculados na disciplina. Já 12,04% desses alunos trancaram a disciplina (TR), 31,33% reprovaram por média (RM) e 28,24% reprovaram por falta (RF). Assim, pode-se observar que o índice médio de aprovação para os dois períodos analisados para a disciplina de cálculo I foi de apenas 33,25%.

Esses dados indicam falhas no processo de ensino-aprendizagem, por parte do aluno, do professor, ou mesmo da instituição ou ainda de todos simultaneamente. Várias são as causas que originam resultados tão adversos neste processo de ensino. Entre outras, podemos arrolar: falta de conhecimentos básicos de Matemática por parte do aluno; pouca motivação para o estudo; falhas no processo de ensino-aprendizagem aos estudarem os conteúdos do Cálculo. Certamente algumas das causas indicadas se incluem entre aqueles fatores que contribuem para o insucesso e o fraco desempenho dos alunos que cursam esta disciplina. Entretanto, estudos sobre desempenho acadêmico demonstram que a sua origem é bem mais abrangente e aí estão incluídos fatores de ordem sócio-econômica; ordem pedagógica (metodologia adotada pelo professor) e fatores relativos às condições institucionais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Algumas alternativas estão sendo propostas por professores e alunos da Universidade Federal de Sergipe, com o intuito de tentar minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos no processo de ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral I. Assim, iniciativas como o "Pré-Cálculo" vem sendo implementado, há dois anos, em nosso campus como uma alternativa para diminuir o alto índice de repetência dos alunos ingressados nos cursos de ciências exatas.

O "Pré-Cálculo" é uma espécie de disciplina que visa fazer uma revisão dos conteúdos matemáticos que foram ensinados no ensino médio aos alunos aprovados no vestibular, bem como, fazer um paralelo aos conteúdos a serem ensinados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I. Esta disciplina é apenas direcionada aos alunos recém ingressados nos cursos de ciências exatas.

Outra alternativa buscada pelos coordenadores acadêmicos é o projeto de monitoria, o qual visa estimular a participação do aluno nas atividades de sala de aula, atuar como um multiplicador de princípios e bons costumes (ética) despertando, através do próprio exemplo a noção e a prática de cidadania e assessorar os alunos que apresentam dificuldades tanto no desenvolvimento do aprendizado como na sua socialização. A monitoria é um tipo de estágio no qual tanto os alunos monitores quanto os professores orientadores aprendem e também ensinam, uma vez que se traduz num processo mútuo de trocas de experiência e conhecimento em um espaço diferenciado da sala de aula, e assim oportuno para os envolvidos se expressarem mais livremente.

É preciso mudar as metodologias de ensino de Cálculo Diferencial e Integral, validando mais a contextualização, tanto histórica como social. É necessário apresentar modelos e trabalhar com fenômenos os quais dão significados aos conteúdos envolvidos. Uma ideia interessante pode ser não ministrar o conteúdo de limite e se ater mais em derivadas e integração, não necessariamente nessa ordem. A excessiva sistematização e formalização deveriam ter espaço somente nos cursos de análise na reta.

É necessário dar sentido aos conteúdos estudados nos cursos de Cálculo e apresentá-los como parte de um processo de desenvolvimento da ciência onde muitos investigadores contribuíram para isso e que demorou muito tempo para ser sistematizado como é apresentado nos livros textos.

BIBLIOGRAFIA

CAVASOTTO, M. “Reflexões sobre as dificuldades na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral”, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Faculdade de Física, PUCRS, 2008.

CURY, H. N.; CASSOL, M. Análise de erros em Cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. Acta Scientiae, v.6, n.1, p. 27-36, jan./jun. 2004.

CURY, H. N. “Aprendizagem em Cálculo: uma experiência com avaliação formativa”, Faculdade de Matemática, PUCRS, Porto Alegre – RS, 2006.

CURY, H. N. Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Porto Alegre: Autêntica, 2007.

MALTA, I. Linguagem, leitura e matemática in CURY, H. N. Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2004. p.41-62.