UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MÁRCIO PONCIANO DOS SANTOS

EXPECTATIVAS NEUROCOGNITIVAS DA ATENÇÃO EM UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA A HABILITAÇÃO DO RACIOCÍNIO AXIOMÁTICO DURANTE A APRENDIZAGEM DA DEMONSTRAÇÃO DA LEI DOS SENOS

SÃO CRISTÓVÃO – SE
MARÇO, 2019

MÁRCIO PONCIANO DOS SANTOS

EXPECTATIVAS NEUROCOGNITIVAS DA ATENÇÃO EM UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA A HABILITAÇÃO DO RACIOCÍNIO AXIOMÁTICO DURANTE A APRENDIZAGEM DA DEMONSTRAÇÃO DA LEI DOS SENOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe – PPGECIMA/UFS, linha de pesquisa em Currículo, Didáticas e Métodos de Ensino das Ciências Naturais e Matemática, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca
COORIENTADORA: Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos

SÃO CRISTÓVÃO – SE
MARÇO, 2019

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Santos, Márcio Ponciano

S237e Expectativas neurocognitivas da atenção em uma sequência de ensino para a habilitação do raciocínio axiomático durante a aprendizagem da demonstração da Lei dos Senos / Márcio Ponciano Santos; orientador Laerte Silva da Fonseca. - São Cristóvão, 2019.

144 f.; il.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2019.

1. Ciência – Estudo e ensino. 2. Demonstrações na educação. 3. Atenção. 4. Aprendizagem cognitiva. 5. Trigonometria. I. Fonseca, Laerte Silva da orient. II. Título.

CDU 37:514.11

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIMA

EXPECTATIVAS NEUROCOGNITIVAS DA ATENÇÃO EM UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA A HABILITAÇÃO DO RACIOCÍNIO AXIOMÁTICO DURANTE A APRENDIZAGEM DA DEMONSTRAÇÃO DA LEI DOS SENOS

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
13 DE MARÇO DE 2019

Laerte Silva da Fonseca
PROF. DR. LAERTE SILVA DA FONSECA

PROF. DR. CARLOS ALBERTO DE VASCONCELOS

Marilena Bittar
PROFA. DRA. MARILENA BITTAR

“Através do fenômeno da **atenção** somos capazes de focalizar em cada momento determinados aspectos do ambiente, deixando de lado o que for dispensável” (COSENZA E GUERRA, 2011, p. 41).

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me dado forças para não fraquejar diante dos obstáculos, dificuldades e impedimentos à conclusão desta pesquisa. Obrigado, meu Senhor, por estar sempre a me guiar e indicar os melhores caminhos a serem trilhados.

Agradeço também a minha família, que não poupou esforços para auxiliar-me nessa caminhada e que esteve ao meu lado durante a escrita dessas poucas linhas em forma de agradecimento. José de Jesus Santos (Pai), Raimunda Ponciano dos Santos (Mãe), Marcela Ponciano dos Santos (Irmã), Sávio Victor Ponciano dos Santos (Sobrinho/Afilhado), Maria Eunice Ponciano dos Santos (Tia/Mãe), Maria Ponciano dos Santos (Tia – in memoriam), todo o carinho, amor e dedicação foram fundamentalmente importante para acalmar meu coração e equilibrar-me em meio às frustrações e percalços que tive que enfrentar.

Ao Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca, por ter guiado as orientações, por permitir conhecer essa linha de pesquisa que fascina a cada dia mais e pela parceria firmada. À Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos, por me coorientar, escutar minhas angústias, meu choro, por mostrar que para ser um bom pesquisador é necessário amar, ter paixão e compromisso com o que se propõe a fazer. Sem a ajuda, atenção, preocupação e dedicação de vocês, esse sonho não seria possível.

À Fundação de Apoio à Pesquisa e à Inovação Tecnológica do Estado de Sergipe – FAPITEC/SE, que financiou esses dois anos de pesquisa e que foi de suma importância para custear as produções e recursos que desencadearam a escrita deste trabalho.

À Profa. Dra. Denize da Silva Souza, que além de ser minha madrinha desde a graduação, foi como uma mãe que luta com todas as forças para ver seus afilhados realizando os sonhos. Agradeço também por ter aberto as portas para que eu pudesse realizar o estágio de docência em ensino superior na turma em que era a professora regente. Meu muito obrigado!

À Profa. Dra. Marilena Bittar e ao Prof. Dr. Carlos Alberto de Vasconcelos, pelas contribuições ao examinar o texto de qualificação e defesa, indicando melhoras para que o produto final estivesse a nível do título almejado.

Aos professores que compõem o quadro do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA/UFS), que se dedicaram e lapidaram conhecimentos durante o transcorrer das disciplinas cursadas. À Profa. Dra. Georgiane Amorim Silva, que se tornou uma grande amiga e sempre esteve a incentivar-me no âmbito da pesquisa.

Aos alunos do curso de graduação em licenciatura em matemática da UFS, por terem aceitado participar desta experiência como sujeitos da pesquisa.

Não poderia deixar de agradecer àqueles que estiveram ouvindo minhas lamúrias nos momentos de alegrias e tristezas. A vocês, meus amigos, dedico essa conquista, não ousarei listar os nomes de todos, pois posso me deixar levar pelo esquecimento, mas não poderia deixar de citar os nomes daqueles que estiveram segurando a barra comigo, meus amigos/irmãos: Alanne de Jesus Cruz, Eressiely Batista Oliveira Conceição, José Affonso Tavares Silva, José Elyton Batista dos Santos, José Ricleberson Vieira Alves, José Wesley Ferreira, Lígia Santana Filha. Só posso agradecer a Deus por ter colocado vocês em minha vida! Não poderia deixar de te agradecer, meu eterno amigo, Fernando Cardoso de Menezes (in memoriam), sei que não estás mais neste mundo, porém estarás vivo eternamente

em minhas memórias. Quero deixar registrado o carinho que sinto por todos vocês, sei que sem o apoio e companheirismo de todos, isso não seria possível.

Obrigado por tudo!

RESUMO

SANTOS, Márcio Ponciano dos. **Expectativas neurocognitivas da atenção em uma sequência de ensino para a habilitação do raciocínio axiomático durante a aprendizagem da demonstração da Lei dos Senos**. 2019. 144p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2019.

Os estudos sobre trigonometria impulsionam discussões que fomentam inúmeras pesquisas na área da Educação Matemática e, a partir delas, foi levantada a hipótese da existência de obstáculos no processo de construção da demonstração da lei dos senos. Assim, nesta pesquisa, são apresentados os resultados de uma investigação que teve por objetivo analisar as expectativas neurocognitivas atencionais disponíveis durante o processo de construção do raciocínio axiomático utilizado na demonstração da lei dos senos. A condução metodológica da pesquisa foi organizada por meio de protocolos de aprendizagens embasados nos pilares da engenharia didática clássica (análises preliminares, concepções e análise a *priori*, experimentação, análise a *posteriori* e validação), tendo Artigue (1988) como nome de destaque. Seguindo as fases dessa metodologia, foi desenvolvida uma análise histórica, epistemológica e do ensino habitual para compreender o contexto e os obstáculos referentes ao conhecimento sobre o objeto matemático em análise. O arcabouço teórico apoiou-se nos conhecimentos sobre a história da matemática, especificamente a lei dos senos, através da (re)visitação em Eves (2004), Euclides (2009) e Boyer (2012); em parceria com os conhecimentos da neurociência cognitiva, principalmente, nos estudos de Posner e Petersen (1990, 2012), Kandel *et al.* (1991), Lent (2002), Gazzaniga *et al*. (2006), Sternberg (2010), Cosenza e Guerra (2011) e Posner (2012), com ênfase no processo de captação, condução, codificação e consolidação da informação. Quanto aos níveis de demonstrações no ensino de matemática, teve-se respaldo em Balacheff (1984) e De Villiers (2001, 2002). A investigação foi implementada mediante a aplicação de uma sequência de ensino para alunos do curso de licenciatura em matemática no primeiro semestre de 2018, da Universidade Federal de Sergipe, intermediada pelo uso do ciclo trigonométrico móvel e protocolos de aprendizagens. Em face das investigações, aplicação e análise da sequência didática, foi concluído que ao se trabalhar com a lei dos senos, o uso da contextualização e do ciclo trigonométrico móvel, permite-se identificar o interesse do aluno pelo conteúdo estudado, aguçando seu sistema atencional através do visual-tátil, que desencadeia maior atenção e foco ao se trabalhar com a demonstração da lei dos senos.

Palavras-chave: Demonstrações matemáticas. Expectativas neurocognitivas da atenção. Lei dos senos. Trigonometria.

ABSTRACT

SANTOS, Márcio Ponciano dos. **Neurocognitive expectations of attention in a sequence of teaching for habilitation of axiomatic reasoning during the learning the demonstration of the Law of Sines**. 2019. 144p. Dissertation (Master's degree in Teaching Science and Mathematics) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2019.

The studies on trigonometry stimulate discussions which foment numerous researches in the area of Mathematics Education and, through them, the hypothesis of the existence of obstacles in the process of construction of the demonstration of the law of the sines was raised. Thus, this research presents the results of an investigation that aimed to analyze the attentional neurocognitive expectations available during the process of construction of the axiomatic reasoning used in the demonstration of the law of the sines. The methodological conduction of the research was organized through learning protocols based on the pillars of classical didactic engineering (preliminary analyzes, conceptions and a priori analysis, experimentation, a posteriori analysis and validation), with Artigue (1988) as a prominent name. Following the phases of this methodology, a historical, epistemological and habitual teaching analysis was developed in order to understand the context and obstacles related to knowledge about the mathematical object under analysis. The theoretical framework was based on the knowledge about the history of mathematics, specifically the law of sines, through the (re) visitation in Eves (2004), Euclides (2009) and Boyer (2012); in partnership with the knowledge of cognitive neuroscience, especially in the studies of Posner and Petersen (1990, 2012), Kandel et al. (1991), Lent (2002), Gazzaniga et al. (2006), Sternberg (2010), Cosenza and Guerra (2011) and Posner (2012), with emphasis on the process of capturing, conducting, coding and consolidating information. Regarding the levels of demonstration in mathematics teaching, it was supported in Balacheff (1984) and De Villiers (2001, 2002). The investigation was implemented through the application of a didactic sequence for students of the degree course in mathematics in the first semester of 2018, of the Universidade Federal de Sergipe, which was intermediated by the use of the mobile trigonometric cycle and learning protocols. In the view of the investigations, application and analysis of the didactic sequence, it was concluded that when working on the law of Sines, the use of contextualization and the mobile trigonometric cycle, it is possible to identify the student's interest in the studied content, sharpening their attentional system through visual-tactile, which triggers greater attention and focus when working on the demonstration of the law of the sines.

Keywords: Mathematical demonstrations. Neurocognitive expectations of attention. Law of the Sines. Trigonometry.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AM	Atividade Matemática
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CAR_n	Conclusões da Análise da Resolução Nº 150/2009/CONEPE, com $n \in \mathbb{N}$.
CLM	Cursos de Licenciatura em Matemática
CONEPE	Conselho Nacional de Ensino e Pesquisa
D_n	Dissertação, com $n \in \mathbb{N}$.
DLS	Demonstração da Lei dos Senos
ED	Engenharia Didática
EH_n	Episódio Histórico, com $n \in \mathbb{N}$.
F_n	Filtro, com $n \in \mathbb{N}$.
G_n	Grade de Análise do Ementário, com $n \in \mathbb{N}$.
GLDEM	Guia de Livros Didáticos do Ensino Médio
H_n	Hipótese, com $n \in \mathbb{N}$.
L_n	Livro, com $n \in \mathbb{N}$.
LD	Livro Didático
LS	Lei dos Senos
MEC	Ministério da Educação
NC	Neurociência Cognitiva
neuroMATH	Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática
OB_n	Obstáculo, com $n \in \mathbb{N}$.
PEDC	Princípios da Engenharia Didática Clássica
P_n	Palavras-chave, com $n \in \mathbb{N}$.
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PNLDMEM	Programa Nacional do Livro Didático de Matemática para o Ensino Médio
PPGECIMA	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
PUC	Pontifícia Universidade Católica
SA_n	Sistema Atencional, com $n \in \mathbb{N}$.
SE	Sequência de Ensino
SNC	Sistema Nervoso Central
T_n	Teses, com $n \in \mathbb{N}$.
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais
UFMS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
UFMT	Universidade Federal de Mato Grosso
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UFS	Universidade Federal de Sergipe
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos
UNIAN	Universidade Anhanguera
UNICSUL	Universidade Cruzeiro do Sul
UNIFRA	Universidade Franciscana
UEL	Universidade Estadual de Londrina

UFC	Universidade Federal do Ceará
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UNESP	Universidade Estadual Paulista

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Os desafios que permeiam o cenário educacional, em especial da Educação Matemática, fomentam pesquisas como as desenvolvidas por Pietropaolo (2005; 2006), Fiorentini e Lorenzato (2006), Almouloud (2007), Fonseca (2011, 2012; 2015), dentre outros estudiosos da área, que contribuíram significativamente nessa averiguação, a qual objetiva encontrar alternativas para viabilizar a mediação no processo desse ensino e aprendizagem. Dentro desse panorama, educadores matemáticos investigam teorias que auxiliam na construção do conhecimento e buscam compreender as dificuldades advindas da sala de aula, indicando alternativas que propiciam uma aprendizagem significativa, que, segundo Moreira (2006, p. 14-15), é

> [...] um processo pelo qual uma nova informação se relaciona, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel chama de 'conceito subsunçor' ou, simplesmente 'subsunçor'[1], existente na estrutura cognitiva de quem aprende.

Nessa citação, o autor aponta a importância dos conhecimentos desenvolvidos nas vivências cotidianas, bem como a necessidade de conhecimento dos sistemas relacionados com a estrutura cognitiva, sendo responsáveis pela condução da informação e, consequentemente, pelo seu armazenamento. Esta pesquisa possibilita conhecer os caminhos pelos quais a informação atravessa até se consolidar como aprendizagem.

Desse modo, a pesquisa teve como objetivo analisar as expectativas neurocognitivas atencionais disponíveis durante o processo de construção do raciocínio axiomático utilizado na demonstração da lei dos senos.

Visando alcançar o objetivo citado, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Identificar as funções neurocognitivas atencionais para a construção dos conhecimentos matemáticos;

[1] O "subsunçor" é um conceito, uma ideia, uma proposição já existentes na estrutura cognitiva, capaz de servir de "ancoradouro" a uma nova informação de modo que esta adquira significado para o indivíduo (ou seja, que ele tenha condições de atribuir significados a essa informação (MOREIRA, 2006, p.15)).

- Verificar como as funções neurocognitivas atencionais são manifestas durante a construção da demonstração da lei dos senos;
- Comparar as expectativas atencionais (antecipatórias) com os resultados da construção da demonstração da lei dos senos.

As aspirações para o desenvolvimento da pesquisa partiram de inquietações surgidas desde a época da graduação, licenciatura em matemática. Ao longo do curso, inúmeras abstrações desencadearam dificuldades no processo de aprendizagem, instigando assim, a curiosidade em querer saber mais a respeito de sua construção, dos sistemas envolvidos, além de buscar alternativas que pudessem facilitar esse aprendizado. Também, foi preciso identificar meios que pudessem proporcionar uma aprendizagem mais significativa ao se trabalhar com a demonstração da lei dos senos (DLS), bem como entender como esse tipo de informação é captada, dando destaque ao sistema atencional, que é responsável por assimilar e consolidá-la no cérebro.

Na oportunidade em pleitear uma vaga no mestrado, veio ainda mais forte a inquietação em aprofundar-se nesse campo do conhecimento e investigar o sistema atencional desencadeado ao se trabalhar a DLS, buscando alternativas que pudessem ser eficazes no processo de aprendizagem desse tipo de raciocínio nas aulas de matemática. Pain (1985) apresenta fatores que podem ser de grande importância para a investigação da aprendizagem. Ela os subdivide em quatro: orgânicos, específicos, psicógenos e ambientais, que influem na estrutura lógica do processo de aquisição do conhecimento.

Os fatores orgânicos vinculam-se à integridade anatômica e de funcionamento dos órgãos que são responsáveis pelas manipulações de objetos do entorno. Os específicos são os tipos de transtornos na área da adequação perceptivo-motora, que estão intimamente ligados à indeterminação na lateralidade do sujeito, podendo ser naturais, hereditários ou culturalmente pautados. Os fatores psicógenos restringem-se aos problemas que degeneram do processamento mental, os quais diminuem a função de determinado mecanismo; e os ambientais estão ligados ao meio em que o sujeito está inserido, seu grau de participação e os estímulos que constituem seu campo de aprendizagem habitual.

Fundamentando-se nos entendimentos desses fatores e pautados em conhecimentos a respeito do sistema atencional (campo da neurociência cognitiva – NC) e seus reflexos na educação, observou-se a possibilidade para compreensão do processo de construção da DLS e o caminho pelo qual a informação perpassa até ser consolidada. O estudo da NC, aqui apontado, restringe-se aos princípios da atenção seletiva que possibilitam focar ou ignorar informações advindas do meio (interno ou externo).

O interesse pela temática surgiu devido à leitura do trabalho de Fonseca (2015), que investigou os conhecimentos trigonométricos acerca da transição das funções trigonométricas do ensino médio para o ensino superior no Brasil e na França. Ele foi o primeiro a ousar e unir os conhecimentos matemáticos ao campo neurocognitivo. Graças a leitura desse trabalho e da inserção no Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática – neuroMATH, possibilitou-se o desenvolvimento de investigações que contribuíram consideravelmente na escrita do texto.

O grupo de pesquisa é composto por duas linhas de pesquisa: linha 1 – Processos Neurocognitivos da Aprendizagem, que tem como objetivo analisar anatomo-fisiologicamente os processos neurocognitivos relativos à aprendizagem em ciências e matemática; a linha 2 – Engenharia Neurodidático-cognitiva da Aprendizagem, objetiva desenvolver tipos de tarefas baseados no funcionamento neurocognitivo para mobilizar os três níveis de conhecimentos operacionais (técnico, mobilizável e disponível) dos estudantes, possibilitando-lhes a aprendizagem em ciências e matemática.

Assim, ao longo da participação no grupo neuroMATH, foi possível verificar a relevância da temática, que é abordada em trabalhos publicados por Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, Ensino, Educação, Ensino de Ciências e Matemática, Matemática e Matemática Aplicada. Quanto à investigação, foi possível identificar alguns trabalhos que apresentavam o estudo das demonstrações. Conforme a averiguação, a região sudeste foi a que mais se destacou, mas não foram encontradas pesquisas que abordassem o estudo da DLS no ensino de matemática.

Pode-se dizer que grande parte das produções encontradas abordava pesquisas sobre demonstrações com conteúdos geométricos, sendo que os conteúdos algébricos são abordados, na maioria das vezes, nos cursos de mestrado e doutorado em matemática pura e/ou aplicada; tais produções não apresentavam investigações utilizando-se de princípios de NC, ou seja, a preocupação estava voltada para a construção das estruturas lógico-axiomáticas dos conteúdos matemáticos.

Considerando os resultados deste levantamento, viu-se no pouco quantitativo de produções uma alternativa para alavancar a temática, além de ser uma alternativa de ensino que possa contribuir tanto para os docentes que já atuam quanto para os futuros professores, identificando a importância do papel da demonstração ao se trabalhar com conteúdos matemáticos.

Dessa forma, foi analisado os pontos de convergência imbricados no processo de construção da DLS, associado à valorização do sistema atencional desencadeado ao se trabalhar tais construções.

Para isso, foi feita uma busca no documento oficial (Resolução Nº 150/2009/CONEPE) que rege os cursos de graduação de licenciatura em matemática da UFS, destacando as disciplinas que apresentam a trigonometria como parte integrante de sua organização curricular e aquelas que abordam os conhecimentos das técnicas de demonstrações matemáticas, as quais estruturam o ementário desse curso de graduação e seus componentes curriculares.

Nesse sentido, a preocupação para com a problemática da dificuldade de aprendizagem no processo de construção dos conhecimentos ligados aos conteúdos matemáticos remete a investigações que pudessem minimizá-las. Em conformidade com as pesquisas já citadas e de outras que abordam a demonstração como centro da investigação, como Balacheff (1984), De Viliers (2001; 2002), Domingues (2002), além, da experiência do autor durante a graduação, notou-se a relevância que deve ser dada à temática no que se refere às dificuldades em aprender demonstrações nas aulas de matemática e a não valorização do sistema atencional na aprendizagem.

Dos estudiosos mencionados, destacaram-se as ideias a respeito da conceituação de demonstrações no âmbito do ensino da matemática. De posse desses entendimentos, foram buscados pontos convergentes com pesquisas que investigam o sistema atencional, a exemplos de: Posner e Petersen (1990, 2012), Kandel *et al.* (1991), Lent (2002), Gazzaniga *et al.* (2006), Cosenza e Guerra (2011), Sternberg (2010), Posner (2012), dentre outros, que percebem a importância da evocação das informações que só ocorrem caso estejam consolidadas. Por conseguinte, para saber se tais conteúdos estão ou não disponíveis, foi necessário um estudo no campo da NC, que compreende os estudos fisiobiológicos do cérebro.

Para alicerçar esse estudo, foram investigadas explicações referentes à captação da informação para que o cérebro possa armazená-la, destacando-a quando trabalhada a linguagem axiomática da DLS, tendo em vista que esse conhecimento pode favorecer o desenvolvimento de importantes habilidades intelectuais e cognitivas. Diante disso, levantaram-se conjecturas e problemas de modo a validar estratégias e resultados, que desenvolvem formas de raciocínio e processos como intuição, indução, dedução, analogia, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.

De acordo com as pesquisas realizadas, não foi possível obter registros de trabalhos que tenham investigado o conteúdo das demonstrações matemáticas através da análise do sistema atencional. Inicialmente, foram considerados alguns trabalhos em referência à valorização das demonstrações no ensino básico e na formação de professores; todavia, fazendo uso da NC, apenas a pesquisa de Fonseca (2015), cujo foco voltou-se para a função seno por meio da transposição didática no ensino médio – ensino superior. Além da investigação de Silva (2018), que investigou o conteúdo geometria molecular em aulas de química.

O estudo teve o intuito de buscar respostas relacionadas às dificuldades que os alunos sentem ao se depararem com questões matemáticas que envolvem raciocínio axiomático envolvido na demonstração da lei dos senos. Diante da análise dos estudos sobre a referida temática, surge o seguinte questionamento: **Quais as expectativas neurocognitivas relacionadas ao desenvolvimento da atenção devem estar disponíveis ao se trabalhar com a demonstração da lei dos senos?**

Tal questionamento foi a mola propulsora para alavancar e guiar toda investigação, que mediante o estudo do sistema atencional e instrumentalizado nos princípios da engenharia didática clássica (PEDC) e tendo como nome de destaque, Artigue (1988), visa alcançar os objetivos traçados nesta pesquisa.

Essa metodologia que é composta por quatro fases: análises preliminares ou prévias; análise a *priori* das situações didáticas da engenharia; experimentação; análise a *posteriori* e validação.

As pesquisas que usam a engenharia didática como meio para alcançar seus fins são baseadas em um arcabouço teórico didático geral e conhecimentos didáticos já adquiridos no campo a ser estudado, porém também baseado em certo número de análises preliminares. Dessas destacam-se:

- ✓ análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;
- ✓ análise das concepções, dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução;
- ✓ análise do ensino habitual e seus efeitos;
- ✓ análise do campo de estudo onde ocorreu a realização didática propriamente dita.

Todos os esforços demandados conectam-se com os objetivos da pesquisa, gerais e específicos.

Na segunda fase da engenharia, o pesquisador tomou decisões e delimitou o número de variáveis que foram fixadas e suas restrições: variáveis de controle que supõe serem variáveis relevantes em relação ao problema estudado. Para facilitar a análise de uma engenharia, como descreve Artigue (1990/1991), distinguem-se dois tipos de variáveis de comando:

- ✓ variáveis macrodidácticas ou globais relativas à organização global da engenharia;
- ✓ variáveis microdidáticas ou locais que dizem respeito à organização local da engenharia, ou seja, à organização de uma sessão ou de uma fase, sendo que ambas podem ser variáveis de ordem geral ou variáveis dependentes do conteúdo didático a que se destina à informação.

No nível microdidático, essas variáveis se distinguem do problema das chamadas variáveis de situações relacionadas à organização e gestão do ambiente, sendo as variáveis didáticas, entre elas, aquelas cuja prova do efeito didático foi atestada.

A fase 3, correspondente à experimentação, é o momento de adentrar no campo de estudo e aplicação dos instrumentos para posterior coleta dos dados a serem analisados. Essa fase é seguida de uma chamada de análise a *posteriori* e validação, a qual se baseia em todos os dados recolhidos durante a experiência: observações feitas nas sessões de ensino e também das produções dos alunos em sala de aula ou fora dela. É no confronto das duas análises, análise a priori e a posteriori que se baseia, essencialmente, a validação das hipóteses envolvidas na pesquisa.

Assim, o referido trabalho, após ser enviado ao Comitê de Ética e aprovado (ver Anexos A e B), foi organizado em quatro seções:

Na primeira parte, foram apresentados uma análise histórica, epistemológica e do ensino habitual do objeto matemático em questão, como também os aportes teóricos que alicerçaram o estudo da temática pesquisada e a análise dos livros didáticos usados para mediar os conhecimentos de trigonometria e demonstrações no ensino médio, presentes no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2018.

A segunda seção explicita o desenho metodológico da pesquisa. Nessa etapa, são apresentados os objetivos, elaboração e análise inicial da sequência de ensino (SE) implementada, servindo como instrumento principal de coleta de dados.

Na Seção 3, foram expostos os passos seguidos, tanto para aplicação da SE quanto os da observação até o recolhimento do último protocolo de aprendizagem, que faz parte dos dados analisados posteriormente.

Na última seção, foi feita a análise dos dados coletados na experimentação e validação da pesquisa através do confronto das análises a *priori* e a *posteriori*, concluindo, desse modo, as etapas da engenharia didática, campo de pesquisa da didática da matemática.

SEÇÃO 1

ANÁLISES PRÉVIAS

1 – ANÁLISES PRÉVIAS

Nesta seção, é apresentado o resultado de uma análise histórica e epistemológica no que tange aos conhecimentos da demonstração da lei dos senos (DLS), além de apresentar os fundamentos teóricos que alicerçaram a presente pesquisa e suas hipóteses. Assim, foi preciso também observar como está sendo desenvolvida a DLS no ensino habitual por meio de observações analíticas das pesquisas filtradas no banco de dados do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES.

A composição do levantamento histórico se deu mediante a revisitação das obras de Eves (2004), Euclides (2009) e Boyer (2012) com o intuito de elencar a construção histórica da DLS para auxiliar na compreensão de sua epistemologia. A identificação dos obstáculos epistemológicos no desenvolvimento da DLS foi pautada nos estudos de Bachelard (1996), Artigue (1988), Almouloud (2007), além de pesquisas que depreenderam esforços em análises epistemológicas de tal natureza, como as de Fonseca (2011, 2015).

Este estudo também foi baseado na investigação científica dos trabalhos publicados no Brasil, nos últimos cinco anos no banco de dados da CAPES, a respeito da DLS para um contato inicial das produções desenvolvidas no país. Nessa perspectiva, levantaram-se as seguintes questões: Quais os vestígios históricos que marcaram o desenvolvimento da DLS? Qual era o papel da DLS para as civilizações antigas?

Para responder a essas inquietações, fez-se necessário entender o contexto histórico da trigonometria, buscando destacar sua construção e compreender até que ponto os conhecimentos da DLS possibilitaram uma melhor compreensão dos conteúdos trigonométricos e sua relevância na resolução de problemas.

A revisitação na história da matemática, a identificação dos obstáculos epistemológicos e o levantamento das pesquisas que apresentam aproximações com a temática foram necessários para identificação das possíveis lacunas deixadas na construção desse objeto de conhecimento. No entanto, quais caminhos teóricos poderiam ser trilhados e auxiliariam na investigação?

Já que a pesquisa visa investigar as expectativas atencionais ao se trabalhar com a DLS, possibilitou uma investigação no campo da cognição e da aprendizagem, respaldados pelos trabalhos de Posner e Petersen (1990, 2012), Kandel *et al.* (1991), Lent (2002), Gazzaniga *et al*. (2006), Sternberg (2010), Cosenza e Guerra (2011), Willingham (2011) e Posner (2012), dentre outros, que abordam entendimentos a respeito do estudo da atenção como janela para aquisição do conhecimento.

Nesse percurso, as subseções que seguem explicitam com mais detalhes os passos seguidos para engendrar a garimpagem dessa análise e os resultados encontrados.

1.1. Análise histórica sobre a DLS

Na estruturação dos parágrafos que seguem, foram enfatizadas considerações concernentes à DLS a fim de compreender e familiarizar-se com o desfecho do estudo histórico desse conhecimento, visando a uma construção concisa e coesa de suas abordagens e permitindo demarcar o contexto das civilizações que fizeram parte do desenvolvimento da trigonometria.

Para identificar tais aspectos, foram analisados livros didáticos de matemática do ensino médio, teses e dissertações. Com efeito, a análise histórica permitiu (re)conhecer as características da DLS, justificando sua importância na evolução científica e sua necessidade para sociedade daquela época. O intuito dessa investigação não é reescrever a história desse conhecimento, mas identificar as marcas deixadas ao longo da história no campo trigonométrico[2].

Por meio de estudos da obra de Eves (2004), foi elaborada uma grade de análise (ver Quadro 1), que foi aplicada ao rastreamento histórico, permitindo alcançar os objetivos traçados nesta subseção. O quadro a seguir evidencia as palavras que podem ser identificadas na obra visitada as quais remetem a indícios da temática pesquisada.

[2] Nesta pesquisa, o termo “campo trigonométrico” será usado para designar os achados e interpretações do pesquisador relacionados ao objeto de pesquisa (DLS), resultados da articulação entre os conhecimentos de Trigonometria presentes na demonstração da lei dos senos.

Quadro 1: Palavras-chave visitadas na História da Matemática na obra de Eves (2004).

PALAVRAS-CHAVE (MARCADORES[3])		PÁGINAS E MARCOS DAS OBRAS ANALISADAS	
P1	Trigonometria	Grécia	203-214
		Índia	248, 257-259, 261
		Arábia	264-266
		Europa	296, 312-314
P2	Tábua de Cordas/ Tábuas de Senos/ Tábuas Trigonométricas	Grécia	203 e 204
		Índia	248 e 259
		Arábia	262 e 265
		Europa	313 e 314
P3	Papiro *Rhind* ou Ahmes Tábua de *Plimpton* 322	Egito	83
		Babilônia	63-66
		Grécia	202
P4	Lei dos Senos	Respostas e Sugestões dos Exercícios	749 e 764

Fonte: O autor (2019), investigação na obra de Eves (2004).

A princípio, foi realizada uma investigação no campo da geometria, identificando a trigonometria como um ramo dessa área do conhecimento. Os primeiros vestígios que temos acerca da geometria datam da civilização egípcia, que justificava seus conhecimentos, em grande parte, por meio das conclusões experienciais e eram detidos pelos sacerdotes, intermediários entre a divindade e o povo.

Esses vestígios estão registrados nos problemas geométricos do Papiro de Ahmes ou de *Rhind*, que apresentam várias aplicações e têm como base o uso de técnicas matemáticas para solucioná-las. Esse povo já fazia uso de alguns termos que se remetem atualmente a elementos da trigonometria. Boyer (2012, p. 36) destaca que: “A palavra egípcia *seqt* significa o afastamento horizontal de uma reta oblíqua em relação ao eixo vertical para cada variação de unidade na altura”. A partir dessa citação é possível afirmar que o conhecimento dos egípcios sobre as medições de inclinação por meio de razões (primeiros vestígios de trigonometria) foi recorrente nessa época.

Os babilônicos também deixaram suas marcas no decorrer da história da matemática. Esses povos obtiveram grandes progressos e muito dos escritos dessa época estão preservados até hoje por utilizarem tábuas de argilas que são mais

[3] Esses marcadores foram identificados no decorrer das leituras como palavras que evidenciam alguns indícios de aproximação com a temática da DLS.

resistentes ao tempo do que o papiro que era usado pelos egípcios. Um dos vestígios dessa civilização é a tábua de *Plimpton* 322, que através de análise dos pesquisadores dessa área, mostra que se trata de um tipo de prototrigonometria.

Figura 1: Tábua de *Plimpton* 322.

Fonte: Boyer (2012, p. 48).

Além da Tábua de *Plimpton* 322, destacam-se também rudimentos no Papiro de *Rhind* ou *Ahmes* (1650 a. C. aproximadamente), que abordam vários problemas matemáticos, como o citado na Figura 2.

Figura 2: Problema 56 do Papiro de *Rhind* na escrita Hierática Hieroglífica.

Fonte: Silva e Pereira (2016, p. 8)

Os conhecimentos herdados dos povos egípcios e babilônicos mostram os primeiros passos do surgimento da trigonometria, que foram de grande importância para o desenvolvimento dessas civilizações. No entanto, nos remetem a uma inquietação: Como esses conhecimentos eram justificados para que fossem aceitos como verdadeiros?

Não há indícios que possam afirmar que os conhecimentos desses povos não levavam em consideração a natureza da demonstração[4], pois "[...] os escribas pré-helênicos não raro verificavam ou "demonstravam" suas divisões por

[4] A palavra "demonstração" significa várias coisas em diferentes níveis e épocas; por isso, é arriscado afirmar categoricamente que os povos pré-helênicos não tivessem noção de demonstração, nem sentissem a necessidade de demonstração (BOYER, 2012, p. 50).

multiplicação; ocasionalmente verificavam o método usado em um problema por meio de uma substituição que confirmava a correção da resposta" (BOYER, 2012, p. 50).

De acordo com os estudos de Euclides (2009, p. 83), "[...] não encontramos, seja nos documentos egípcios seja nos babilônicos, [...], qualquer esboço do que se assemelhe a uma 'demonstração', no sentido formal do conceito". Nesse percurso, surgiu a ampla divergência entre ciência e senso comum, ocasionando a valorização das investidas em alicerçar os conhecimentos com fundamentos que não só possam ser justificados por meios empíricos, mas que sejam frutos de uma organização lógica.

Assim, com "[...] os matemáticos da Grécia, a razão suplanta a empiria como critério de verdade e a matemática ganha característica de uma ciência dedutiva" (EUCLIDES, 2009, p. 77). Os conhecimentos foram edificados mediante os estudos gregos, valorizando as justificativas e demonstrações por meio das estruturas lógicas, caracterizadas como "[...] a transformação do primitivo conhecimento matemático empírico de egípcios e babilônicos na ciência matemática grega, dedutiva, sistemática, baseada em definições e axiomas" (EUCLIDES, 2009, p. 83).

A preocupação com uma organização lógica da matemática aparece na Grécia com Tales de Mileto (624-548 a. C., aproximadamente), responsável pela demonstração do teorema que leva seu nome, contribuindo com a organização dedutiva da geometria.

A demonstração é marcada por duas grandes etapas: o **convencer**, que esteve fincado na antiga Grécia, marco também dos povos babilônicos e egípcios; todavia, em meados do século XVII, sua significação passa a ser de **esclarecer**.

Na Grécia, a ciência cresceu de forma livre. Assim, não bastava apenas ter a demonstração como um ato social de convencimento; as pessoas podiam questionar e buscar respostas que pudessem tornar as informações mais compreensíveis. Desta forma, fez-se necessário o uso de teorias que pudessem não só convencer, porém que permitissem esclarecer os conhecimentos analisados.

Com o passar do tempo, o significado de demonstrar ultrapassa o que se considerou como esclarecer; logo, tornar evidente e certo chegou a um formalismo muito diferente de como era pensado na Grécia, uma vez que os objetos matemáticos definidos pelos meios axiomáticos não têm existência objetiva e respaldam-se pelo princípio da não contradição. Tales, além de outros gregos, realizaram feitos que marcaram a história da demonstração na matemática tornando os conhecimentos dessa ciência mais evidentes e válidos.

A palavra trigonometria tem sua origem na Grécia, como uma composição de *trigonus* (triângulo) e *metrum* (medida), cujo principal objetivo é estudar as relações entre os lados e ângulos de um triângulo. Seu surgimento vem da necessidade de se trabalhar conhecimentos como os de Astronomia, Agrimensura, Navegação, além de outros.

É nessa civilização que tal estudo tem um maior desenvolvimento por meio do raciocínio lógico dedutivo com Hiparco de Nicéia (190 a. C. – 126 a. C. aproximadamente) e Claudius Ptolomeu (87 a. C. - 150 a. C. aproximadamente) com o estudo da trigonometria das cordas (PEREIRA, 2010). Com base na história, Hiparco escreveu uma obra com doze livros referentes ao cálculo de comprimento de cordas, lhe rendendo o título de **pai da trigonometria**, porém sua obra não chegou até nossos tempos.

Acredita-se que a obra de Hiparco tenha servido de base para o astrônomo Claudius Ptolomeu, que escreveu *Matematikes Syntaxis*, e por influência dos árabes, é conhecida como Almagesto, obra que apresenta a primeira tabela trigonométrica da qual temos indícios. Esse trabalho foi escrito em treze livros, destacando os estudos das cordas, época na qual o geocentrismo era a teoria predominante.

Na antiguidade, a trigonometria aparece no cenário como ferramenta cuja finalidade era auxiliar à Astronomia. As principais abordagens desse conhecimento desvinculado da Astronomia foram marcadas pelo Tratado dos Quadriláteros de *Nasir al-Din al-Tusi*, no século XIII. Já na Europa, surge por meio de *De triangulis omnimodis libri quinque* de *Regiomontanus*, escrito por volta de 1464, com publicação em 1533.

Uma das primeiras aplicações usadas por intermédio dos conhecimentos de trigonometria plana foi o cálculo da distância da Terra em relação ao Sol e a Lua, sendo estudos realizados por Hiparco de Nicéia, além da elaboração de previsão de eclipses. Ademais, a determinação do nascer e desaparecer de várias estrelas por intermédio da tabela de cordas foi um dos feitos desse grande estudioso na antiguidade.

A realização do cálculo de distâncias muito grandes (astronômicas) sem a utilização de instrumentos de medidas adequados é um marco no desenvolvimento desses povos, pois ao fazerem uso de conhecimentos matemáticos alcançaram tais feitos, chegando a resultados extraordinários. “Desde a antiguidade até hoje, o homem sempre teve a necessidade de avaliar distâncias inacessíveis” (LIMA et al., 2010, p. 68).

Em face dos indícios da trigonometria indiana, percebeu-se a enorme gama destes conhecimentos aplicados à Astronomia. Os Hindus, contudo, apresentavam uma trigonometria voltada à aritmetização, diferente da dos Gregos, que era muito mais geométrica. Passados os anos, o uso das tabelas de cordas foram se configurando e passam a ser chamadas de tabelas de senos.

No Renascimento, a expansão marítima europeia teve uma grande influência da trigonometria no desenvolvimento da cartografia e da topografia. Com a mudança do sistema para o heliocêntrico (o Sol como centro do universo), houve a necessidade de refazerem todos os cálculos da astronomia posicional, mas, com base nas ideias usadas no sistema geocêntrico.

Na trigonometria, o estudo dos ângulos e das cordas eram os pontos fortes, posto que estes estiveram, em sua maioria, interligados a algum contexto de aplicação na sociedade daquela época. Boyer (2012) confirma essa passagem:

> [...] diversos astrônomos da era alexandrina trataram problemas que indicam a necessidade de uma relação sistemática entre ângulos e cordas. Os teoremas sobre os comprimentos de cordas são essencialmente aplicações da lei dos senos moderna (BOYER, 2012, p. 122-123).

Neste sentido, percebe-se que o estudo do comprimento das cordas está intimamente associado ao da lei dos senos (LS), a qual compreende o campo de investigação dessa análise. Dessa maneira, tomando por base as obras visitadas, não foi encontrado um marco inicial do uso da DLS, mas somente a associação da LS ao se estudar o comprimento das cordas. Assim, essa lei é citada na resolução do exercício 4.6 (Aplicações do Princípio da Inserção) e do 10.8 (Curvas Planas Superiores), capítulos 4 e 10, respectivamente, da obra de Eves (2004).

Para uma melhor compreensão dos entendimentos históricos, foi organizado o Quando 2, que evidencia os marcos visitados na história da trigonometria e serviram de base para a organização desse levantamento.

Quadro 2: Principais marcos identificados na história da trigonometria.

MARCADOR	EPISÓDIO HISTÓRICO	CIVILIZAÇÃO	OBRAS ANALISADAS
EH1	Desenvolvimento da Geometria (mensuração).	Egípcios e Babilônios	Eves (2004, p. 57-58, 60-61) Boyer (2012, p. 33-36, 49-51, 57, 65-68, 97)
EH2	Uso do empirismo como justificativa ao conhecimento.		Boyer (2012, p. 51)
EH3	Papiro de *Ahmes* ou Papiro *Rhind* (já fazia uso da palavra "*seqt*" que representava o afastamento horizontal pela elevação vertical) e a Tábua *Plimpton* 322.		Boyer (2012, p. 36, 47-48) Eves (2004, p. 69-70, 72-76, 82-84)
EH4	Divergência entre ciência e senso comum (ciência livre).	Gregos Hindus Árabes	Euclides (2009, p. 77)
EH5	Demonstração, axiomatização		Eves (2004, p. 58, 115) Euclides (2009, p. 81-91) Boyer (2012, p. 50-51, 55, 73-74)
EH6	Hiparco organiza a primeira tábua trigonométrica – Pai da Trigonometria.		Eves (2004, p. 202-204) Boyer (2012, p. 124)
EH7	Ptolomeu organiza o *Matematikes Syntaxis* (Almagesto).		Eves (2004, p. 202-204) Boyer (2012, p. 126-127, 171-172)
EH8	Trigonometria como instrumento auxiliar da Astronomia (Medida do tempo – relógio de Sol, estudo das fases da Lua, estações do ano).	Gregos Hindus Árabes	Boyer (2012, p. 123, 128-129, 156, 171, 205)
EH9	Tratado dos Quadriláteros de *Nasir al-Din al-Tusi* (Trigonometria desvinculada da astronomia).		Eves (2004, p. 264) Boyer (2012, p. 174-175, 214-217)
EH10	*De triangulis omnemodis libri quinque* de *Regiomontanus*.	Europeus	Eves (2004, 296-298, 319) Boyer (2012, p. 194-195)
EH11	Lei dos senos	Hindus	Boyer (2012, p. 158)

Fonte: O autor (2019), pinçados de Eves (2004), Euclides (2009) e Boyer (2012)

Mediante investigação na história da trigonometria e da não identificação de marcadores dos episódios históricos a respeito da DLS, percebeu-se a necessidade de estudos que contemplem a valorização do contexto histórico de surgimento da LS, uma vez que, embora seja indicado na resolução de alguns problemas que envolvem aplicações, desde o período de Tales (por volta de 600 a. C.) e Euclides (por volta de 300 a. C.), seu contexto de surgimento não está especificado.

A subseção seguinte traz considerações acerca do que foi lido até o momento no que tange aos obstáculos epistemológicos na DLS.

1.2. Análise epistemológica da DLS

[...] é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado (BACHELARD, 1996, p. 17).

Partindo da reflexão apresentada nas entrelinhas da citação de Bachelard (1996), que faz a abertura dessa subseção, pretende-se elucidar os fatores que interferem no processo de ensino e aprendizagem da DLS, especificando as condições que possam favorecer a aquisição deste conhecimento, expondo alternativas que possam facilitá-lo.

Antes de destacar esses fatores, é imprescindível deixar claro algumas definições que serão de fundamental importância para a compreensão dessa análise. Ao pensarmos em fatores que interferem no processo de ensino e aprendizagem, não podemos negar a necessidade de desmistificar a confusão entre dificuldades e obstáculos epistemológicos. Nesse sentido,

> [...] é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (BACHELARD, 1996, p. 17).

A citação deixa bem clara a definição que o autor aborda sobre o que vêm a ser obstáculos epistemológicos, os quais devem ser conhecidos e analisados a fim de serem superados para que possam propiciar uma aquisição eficaz do conhecimento. Assim sendo, a identificação desses obstáculos teve como base os filtros destacados no quadro seguinte.

Quadro 3: Filtros para identificação dos obstáculos.

FILTROS	F1	Imperativo funcional	Pode-se entender como inflexibilidade cognitiva (as possíveis interpretações de um mesmo fato).
	F2	Lentidões	Serão identificadas pela duração que uma inflexibilidade perdurou ao longo da história.
	F3	Conflitos	Confronto de visões diferentes sobre o objeto matemático em jogo, que sinaliza sua evolução.

Fonte: O autor (2019).

De acordo com os entendimentos de obstáculos epistemológicos extraídos dos estudos de Bachelard (1996) e, levando em consideração os filtros do Quadro 3, teve-se em vista identificar no decorrer do contexto histórico, indícios das possíveis marcas de estagnação, regressão e inércia no ato de conhecer a DLS. "Nesse sentido, obstáculo é um conhecimento, uma concepção, e não uma dificuldade, ou uma falta de conhecimento" (ALMOULOUD, 2007, p. 133). Os obstáculos, por sua vez, produzem respostas válidas em certo contexto e, às vezes, produzem respostas equivocadas.

Tomando como referência os estudos de Almouloud (2007), destacam-se os seguintes pontos a serem investigados em uma análise dos obstáculos ao conhecimento a partir da história e da epistemologia:

> I. descrever este conhecimento e de entender sua utilidade;
> II. explicar quais as vantagens que esta utilização trazia em relação às anteriores, a quais práticas sociais estavam ligadas, as quais técnicas e, se possível, a quais concepções matemáticas;
> III. reconhecer essas concepções em relação a outras possíveis e, principalmente, àquelas que lhes sucederam, para compreender as limitações, as dificuldades, as causas de fracasso dessa concepção e, ao mesmo tempo, as razões de um equilíbrio que parece ter durado um tempo suficiente longo.
> IV. identificar o momento e os motivos da ruptura desse equilíbrio e examinar os vestígios de uma resistência à sua rejeição. Explicando-a, se possível, por sobrevivências de práticas, de linguagem e de concepções;
> V. procurar possíveis ressurgimentos ou voltas inesperadas, senão sob a forma inicial, ao menos sob formas vizinhas, procurando os motivos (ALMOULOUD, 2007, p. 147).

Para identificação dos obstáculos envoltos ao objeto matemático estudado (DLS), alicerçaremos os estudos nas pesquisas de Bachelard (1996), Almouloud (2007) e na análise histórica da Subseção 1.1.

No que concerne aos filtros listados no Quadro 3, nota-se uma possível articulação com as palavras-chave eleitas no Quadro 1. Desse modo, F1 se adequa ao contexto que a palavra-chave P1 evidencia, marco das interpretações e definições que cada civilização apresentava acerca dos conhecimentos de trigonometria. Como exemplo, temos a trigonometria grega, representada por sua essência, especificamente, geométrica. No que diz respeito aos povos hindus, pautavam-se em uma trigonometria mais aritmetizada. Nesse contexto, os árabes foram responsáveis em preservar os conhecimentos gregos mediante suas traduções.

As observações do contexto histórico das obras analisadas e por meio das informações identificadas nas palavras-chave do Quadro 1, especificamente, em P2, nota-se a evolução no uso do termo que representa a razão entre o cateto oposto ao ângulo de um triângulo e a hipotenusa. Esse era calculado por intermédio dos comprimentos das cordas para construção das tábuas de cordas, posteriormente, chamadas de tábuas de senos, demarcando a inflexibilidade cognitiva (F1).

Esses fatos iniciais na história da trigonometria, em parte registrados no Papiro *Rhind* e nas tábuas babilônicas, especialmente em *Plimpton* 322, aproximam também F1 de P3, que no Quadro 1, marcam os primeiros vestígios do uso de elementos que caracterizam os conhecimentos de trigonometria. Estes eram usados pelos povos hindus, assim como pelos gregos, como instrumentos que auxiliavam na resolução de problemas aplicáveis, especialmente, na astronomia.

Apesar da não identificação de um marco inicial para o uso dos conhecimentos trigonométricos, busca-se nos vestígios, como no *Plimpton* 322 que datam aproximadamente de 1900 e 1600 a. C., registros que essas técnicas foram aperfeiçoando. "Os astrônomos babilônicos dos séculos IV e V a. C. acumularam uma massa considerável de dados de observações [...]" (EVES, 2004, p. 202), que foi de fundamental importância para o desenvolvimento astronômico.

Diante do exposto, percebeu-se a identificação do período no qual perduraram os conhecimentos trigonométricos ao longo da história, demarcando o Filtro F2. O F3 está bem representado em conformidade com a publicação do trabalho de *Nasir al-Din al-Tusi* (c. 1250), que marca o início do estudo da trigonometria não mais dependente da astronomia. Assim, uma nova configuração e novos campos de investigação trigonométricos começam a ser descobertos, sinalizando a evolução desses conceitos.

Em face dos filtros do Quadro 3 e sua articulação com os marcos históricos dos conhecimentos de trigonometria, foram identificados os obstáculos listados a seguir.

Quadro 4: Principais obstáculos identificados para o desenvolvimento da DLS.

MARCADOR	OBSTÁCULO	INDICADORES
OB1	Inexistência de um contexto que retrate a origem da lei dos senos.	P1, P2, P3, P4
OB2	O uso da lei dos senos de forma pronta (generalização).	P4
OB3	Limitação da lei dos senos apenas como técnica na resolução de problemas.	P4, EH8
OB4	A dissociabilidade da lei dos senos com seu contexto histórico.	P4

Fonte: O autor (2019).

A investigação da gênese do objeto matemático em questão (DLS) foi fundamental para o rastreamento dos obstáculos identificados no Quadro 4, uma vez que:

> Um dos pontos importantes de uma análise epistemológica é, ainda, permitir ao pesquisador em educação matemática perceber a diferença entre o saber "científico" e o saber "ensinado", pois esta análise lhe permite compreender a gênese da evolução do conhecimento científico" (ALMOULOUD, 2007, p. 152).

Nesta análise, a ausência de marcos históricos, além do uso da LS apenas como instrumento/recurso na resolução de problemas, possibilita inferir a necessidade de um aprofundamento histórico a respeito dessa lei e do contexto lógico demonstrativo de sua construção axiomática, bem como investigar até que ponto as pesquisas pertencentes a esse campo de conhecimento depreenderam esforços para sanar lacunas na história desse objeto matemático.

1.3. Análise do ensino habitual

Na subseção em análise, são abordados entendimentos sobre pesquisas organizadas no Brasil (2014-2018) apresentando pontos de aproximações e distanciamentos, além da apresentação do documento que norteia os cursos de licenciatura em matemática da universidade, campo de pesquisa e, das abordagens que os livros didáticos do PNLD 2018, usados no ensino básico, apresentam no tocante à demonstração da lei dos senos.

1.3.1. Documento norteador dos cursos de licenciatura em matemática (CLM) da UFS – Resolução nº 150/2009/CONEPE

O objetivo dos parágrafos seguintes é desenvolver uma análise das noções do conteúdo lei dos senos e demonstrações matemáticas indicados na Resolução nº 150/2009/CONEPE que aprova alterações no Projeto Pedagógico dos cursos de graduação em matemática habilitação licenciatura diurno e noturno da UFS.

A investigação visou identificar esse conteúdo através da análise do ementário apresentado pela estrutura curricular dos CLM dessa universidade. Assim, foram usadas como lentes de análise as palavras destacadas no Quadro 5.

Quadro 5: Grade de análise dos ementários dos CLM da UFS.

MARCADOR	GRADE DE ANÁLISE DOS EMENTÁRIOS
G1	Trigonometria
G2	Lei dos senos
G3	Demonstração e/ou provas

Fonte: O autor (2019).

A investigação da Resolução nº 150/2009/CONEPE permitiu identificar algumas das palavras eleitas como lentes de análise no documento, presentes nas disciplinas de Fundamentos de Matemática (G3), estruturada no primeiro período dos cursos e, Matemática para o Ensino Médio I (G1 e G2), presente no terceiro período.

Não foram encontradas no ementário das demais disciplinas algumas das palavras eleitas ou similares. Para uma melhor visualização dessa investigação, o Quadro 6 foi elaborado para apresentar as disciplinas e conteúdos que mostraram as lentes eleitas.

Quadro 6: Disciplinas e conteúdos que apresentam proximidades com o objeto de pesquisa.

<table>
<tr><th>DISCIPLINA</th><th colspan="2">CONTEÚDO DAS DISCIPLINAS</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Matemática para o Ensino Médio I</td><td colspan="2">Funções trigonométricas (G1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Fórmulas de adição (trigonometria) (G1)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Leis dos cossenos e dos senos (G2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Equações e inequações trigonométricas (G1)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Fundamentos de Matemática</td><td rowspan="4">Provas (G3)</td><td>Diretas</td></tr>
<tr><td>Condicionais</td></tr>
<tr><td>Por contradição</td></tr>
<tr><td>Contraexemplos</td></tr>
</table>

Fonte: O autor (2019).

Desse modo, a necessidade de valorização dos conteúdos trigonométricos foi constatada nos ementários dos CLM da UFS, articulados com as estruturas demonstrativas, posto que essa prática compõe a essência da matemática. Para fechar a análise desse documento, temos o Quadro 7 com as conclusões a respeito dessa investigação.

Quadro 7: Conclusões a respeito da análise da Resolução nº 150/2009/CONEPE.

MARCADORES	CONCLUSÕES DA ANÁLISE DA RESOLUÇÃO Nº 150/2009/CONEPE
CAR1	Uma carência de conteúdos trigonométricos e de caráter demonstrativos na ementa das disciplinas dos CLM da UFS.
CAR2	O pouco quantitativo de disciplinas que abordam conteúdos trigonométricos e com caráter demonstrativo.
CAR3	A disciplina que contempla o ensino da organização lógico-demonstrativa só está presente no primeiro semestre do curso de Licenciatura da UFS e, com conteúdos trigonométricos, no terceiro período.

Fonte: O autor (2019).

As conclusões do Quadro 7 apresentam indícios de uma possível necessidade de implementação de novos conteúdos nas disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática da UFS, que possibilitem uma melhor valorização dos conteúdos trigonométricos e daqueles que exigem maior formalismo em sua construção.

1.3.2. Livros didáticos do ensino médio: como é abordada a DLS

Para organização da investigação foram tomados como fontes os livros que mais estiveram presentes no Programa Nacional do Livro Didático de Matemática para o Ensino Médio (PNLDMEM) desde a sua primeira edição, em 2006, até a mais recente, 2018. Dessa forma, foram buscados no site do Ministério da Educação (MEC), os guias do PNLDMEM, referentes às edições investigadas. Destes, foi feita uma análise averiguando quais livros estiveram mais presentes nas cinco edições.

Quadro 8: Frequência dos livros didáticos selecionados no PNLDMEM.

LIVROS PRESENTES NO GUIA/ANO DE PUBLICAÇÃO	2006	2009	2012	2015	2018
Matemática (Adilson Longen) – Base Editora e Gerenciamento Pedagógico					
Matemática (Edwaldo Roque Bianchini e Herval Paccola) – Editora Moderna LTDA					
Matemática (Luiz Roberto Dante) – Editora Ática					
Matemática (Manoel Paiva) – Editora Moderna					
Matemática (Maria José Couto de Vasconcelos Zampirolo, Maria Terezinha Scordamaglio e Suzana Laino Cândido) – Editora do Brasil LTDA					
Matemática (Oscar Augusto e Guelli Neto) – Editora Ática LTDA					
Matemática Ensino Médio (Kátia Cristina Stocco Smole, Maria Ignez de Sousa Vieira e Rokusaburo Kiyukawa) – Editora Saraiva Livreiros Editores S/A					
Matemática Ensino Médio (Kátia Cristina Stocco Smole, Maria Ignez de Sousa Vieira Diniz) – Editora Saraiva Educação					
Matemática Aula por Aula (Cláudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho) Editora FTD					
Matemática Ciência e Aplicações (Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Hygino Hugueros Domingues, Roberto Périgo, David Mauro Degenszajin, Nilce Silveira de Almeida) – Editora Saraiva Educação					
Matemática no Ensino Médio (Márcio Cintra Goulart) – Editora Scipione					
Matemática: Uma Atividade Humana (Adilson Longen) – Editora Nova Didática LTDA					
Matemática Completa (José Roberto Bonjorno e José Ruy Giovanni) – Editora FTD					
Matemática e suas Tecnologias (Angel Pandés Rubió e Luciana Maria Ternuta de Freitas) – Editora IBEP					
Matemática (Antônio Nicolau Yossef, Elizabeth Soares e Vicente Paz Fernandez) – Editora Scipione					
Conexões com a Matemática (Juliana Matsubara Barroso) – Editora Moderna					
Matemática, Ciência, Linguagem e Tecnologia (Jackson Ribeiro) – Editora Scipione					
Novo Olhar – Matemática (Joamir Souza) – Editora FTD					
Conexões com a Matemática (Fabio Martins de Leonardo) – Editora Moderna					
Quadrante – Matemática (Diego Prestes e Eduardo Chavante) – Editora SM					
Matemática: Interação e Tecnologia (Rodrigo Balestri) – Editora Leya					
#Contato Matemática (Joamir Souza e Jacqueline Garcia) – Editora FTD					

Fonte: O autor (2019).

Tendo em vista os resultados colhidos na análise do Quadro 8, foi identificado que as coleções que mais marcaram as edições do PNLDMEM foram as de autoria de Dante, Paiva, Smole e Dinis, e Gelson Iezzi, *et al*. As duas primeiras estiveram em todas as edições e as duas últimas participaram de quatro edições.

O interesse da pesquisa restringe-se à quinta edição do PNLD, porém também foi analisado o Guia de Livros Didáticos do Ensino Médio (GLDEM), instrumento elaborado para ajudar a conhecer o conjunto das coleções aprovadas para essa edição. O quadro apresenta as coleções escolhidas para essa edição.

Quadro 9: Livros Didáticos (LD) presentes no PNLD 2018.

LIVROS	CÓDIGO DO PNLD	COLEÇÃO ANALISADA	AUTOR	EDITORA	EDIÇÃO/ ANO
L1	0008P18023	Matemática – Contexto & Aplicações	Luiz Roberto Dante	Ática	3ª ed. 2016
L2	0070P18023	Quadrante – Matemática	Diego Prestes e Eduardo Chavant	SM	1ª ed. 2016
L3	0082P18023	Matemática: Ciências e Aplicações	David Degenszajn, Gelson Iezzi, Nilze de Almeida, Osvaldo Dolce e Roberto Périgo	Saraiva Educação	9ª ed. 2016
L4	0096P18023	Matemática para Compreender o Mundo	Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz	Saraiva Educação	1ª ed. 2016
L5	0127P18923	Matemática: Interação e Tecnologia	Rodrigo Balestri	Leya	2ª ed. 2016
L6	0155P18023	# Contato Matemática	Joamir Souza e Jacqueline Garcia	FTD	1ª ed. 2016
L7	0180P18023	Matemática – Paiva	Manoel Paiva	Moderna	3ª ed. 2016
L8	0195P18023	Conexões com a Matemática	Fábio Martins de Leonardo	Moderna	3ª ed. 2016

Fonte: O autor (2019).

A análise das coleções citadas no Quadro 9 consistiu em identificar como o conteúdo da DLS está sendo abordado. Para isso, foi organizada uma grade de análise que possibilitou rastrear nos livros os atributos usados pelos autores para despertar interesse no aluno e, consequentemente, atenção ao conteúdo abordado. Segundo Cosenza e Guerra (2011, p. 42) a “[...] atenção compara-se a uma lanterna, cujo foco pode ser dirigido a um dos nossos sentidos para examinar aspectos relevantes do ambiente”. O Quadro 10 apresenta a grade de análise e, para melhor compreensão, será usada a letra S para designar a presença dos atributos e N para a ausência.

Quadro 10: Grade de análise dos LD.

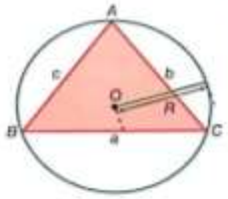
ATRIBUTOS PRESENTES NOS LD	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
Uso de cores nos triângulos	S	S	S	S	S	S	S	S
Situação-Problema introdutória com contextualização	S	S	S	S	S	S	N	S
Uso de figuras inscritas e circunscritas	N	N	S	S	S	N	S	N
Uso de triângulos apenas	S	S	N	N	N	S	N	S
Apresenta a DLS	S	S	S	S	S	S	S	S
Apresenta a DLS de forma detalhada	S	S	S	S	S	S	S	S
Tipo de triângulo usado: A – acutângulo e B – obtusângulo.	A	A	A	A	A	A	A	A
Usa na demonstração o centro da circunferência circunscrita interior ao triângulo	N	N	S	S	S	N	S	N
Apresenta a DLS de forma argumentativa e não apenas usando a simbologia matemática	N	N	S	S	S	N	S	N
Aborda o contexto histórico da DLS	N	N	N	N	N	N	N	N

Fonte: O autor (2018).

O rastreamento dos atributos listados no Quadro 10 possibilitou a verificação de que nos livros analisados a ausência do contexto, que se fez unânime, corroborou com as investigações da Subseção 1.1 e reforça a necessidade de investir em estudos que possam elucidar essa temática. Percebe-se também que a presença de uma situação-problema contextualizada é marcante ao se iniciar as abordagens concernentes à LS; apenas o L7 que não apresentou essa contextualização, mesmo sendo um dos mais frequentes em todas as edições. A Figura 3 mostra, por meio de um recorte do livro didático analisado, como o autor orienta a mediação desse conteúdo.

Figura 3: Abordagem do conteúdo da lei dos senos no L7.

Lei dos senos

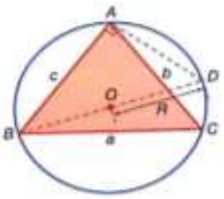


Sendo $AB = c$, $AC = b$ e $BC = a$ as medidas dos lados de um triângulo ABC, temos:

$$\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}} = 2R$$

em que R é o raio da circunferência circunscrita ao triângulo.

Demonstração



Demonstraremos apenas o caso em que o centro O da circunferência circunscrita é interior ao triângulo.

Sendo $\overline{BD}$ um diâmetro dessa circunferência, o ângulo $D\hat{A}B$ é reto, pois está inscrito em uma semicircunferência. Assim, temos: $\text{sen } \hat{D} = \frac{c}{2R}$

Porém, os ângulos $\hat{D}$ e $\hat{C}$ são congruentes, pois estão inscritos na mesma circunferência e determinam o mesmo arco. Logo, temos: $\text{sen } \hat{D} = \text{sen } \hat{C} = \frac{c}{2R} \Rightarrow 2R = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}}$

Traçando por A um diâmetro $\overline{AD'}$, temos, de maneira análoga: $2R = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}}$

Traçando por C um diâmetro $\overline{CD''}$, temos, de maneira análoga: $2R = \frac{a}{\text{sen } \hat{A}}$

Portanto: $\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}} = 2R$

Fonte: Paiva (2016, p. 120)

Todos os livros analisados apresentam a demonstração de forma detalhada, diferindo apenas na organização, uso ou não da circunferência circunscrita ao triângulo, uso de argumentos textuais e/ou simbologias matemáticas. Em alguns livros, a demonstração compreendeu o uso de triângulos apenas; em outros casos, foi usada a circunferência circunscrita. Os triângulos usados apresentavam cores que chamam a atenção de quem for ler o conteúdo.

Com relação à análise dos livros didáticos, foi possível identificar os seguintes pontos: a DLS é um conhecimento que está presente nos LD do ensino médio; quanto à abordagem do uso de atributos que despertem a atenção do aluno são referentes a: cores, situações-problemas, uso do desenho da circunferência circunscrita e triângulos. Nesse sentido, faz-se necessária a implementação de alternativas que possam mobilizar ainda mais o interesse dos discentes em estudar os conhecimentos da DLS, abordando seu contexto de surgimento, por exemplo.

1.3.3. Como as pesquisas brasileiras sobre o ensino de matemática abordam os entendimentos a respeito da DLS

Para continuidade da pesquisa, foram examinados trabalhos que apresentam em sua composição os conhecimentos que possibilitam a construção da DLS.

Assim, fragmentando esse objeto de pesquisa, obtemos duas palavras-chave: “Demonstração” e “Lei dos Senos”; logo, pode-se dizer que elas foram determinantes para a busca, no site da CAPES, por pesquisas brasileiras que abordam a temática estudada. Como o objetivo aqui não é fazer um Estado da Arte, preferivelmente foram destacados os trabalhos que apresentam as palavras-chave eleitas em seus títulos e resumos.

Ao enveredarmos pela investigação, foram identificadas algumas pesquisas com foco no ensino de matemática, das quais foram destacadas aquelas que abordavam a temática das demonstrações. Para essa análise, também, foi inserida no campo de busca da CAPES a palavra-chave “lei dos senos”. Da busca, foi observado que os trabalhos direcionados não estavam dentro do contexto deste ensino, apenas apresentavam técnicas de resolução matemática. Ao unir no campo de busca “demonstração” e “lei dos senos”, não foram apresentados cruzamentos.

A garimpagem no site da CAPES, forneceu 34 trabalhos que apresentavam as palavras-chave inseridas, publicadas entre 2001 a 2018 (os anos de 2005, 2006, 2011, 2017 e 2018 não apresentaram publicações). A investigação limitou-se às pesquisas publicadas no período de 2014 a 2018, correspondentes aos cinco anos mais recentes de investimentos e esforços em estudos nesse campo do conhecimento, priorizando as produções que apresentavam como sujeitos de pesquisa licenciandos em matemática, foco desta análise.

Com o intuito de facilitar a identificação dos trabalhos pesquisados, foram usados marcadores que pudessem identificá-las: pesquisas de doutorado (T) e as de mestrado (D), facilitando a diferenciação. Essa organização objetivou mostrar uma visão panorâmica dos tipos de pesquisas (mestrado ou doutorado) que apresentam entendimentos de conhecimentos de demonstração matemática e/ou de LS.

A referida investigação foi desenvolvida por meio da análise do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, a qual é amparada pela Portaria Nº 13/2006, que institui a divulgação digital das teses e dissertações produzidas pelos programas de doutorado e mestrado reconhecidos. Na qualidade de discente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA/UFS) e, sendo esta pesquisa parte de investimento de verba pública concedida ao programa, sob forma de bolsa de estudo, induz à obrigação de apresentá-la à sociedade, aplicando-se a ela as disposições dessa portaria.

Mediante o acesso à essa plataforma, puderam ser identificadas algumas produções que apresentam a temática das demonstrações matemáticas no contexto do ensino. Assim sendo, foi feita uma varredura nesse site em busca das publicações através da utilização das palavras-chave, atentando também para as pesquisas dentro da cronologia estabelecida.

A palavra-chave inserida foi “demonstração e matemática”, que renderam 679 trabalhos e apresentaram esta expressão no corpo do texto. Devido ao elevado quantitativo, foram usados alguns critérios para refinar a busca. O Quadro 11 dá mais detalhes sobre esse refinamento.

Quadro 11: Marcadores de refinamento usados no campo de busca do site da CAPES.

REFINAMENTO DA PESQUISA NO SITE DA CAPES		
	TESES	DISSERTAÇÕES
Início	Selecionou-se a opção para pesquisa de doutorado	Selecionaram-se pesquisas de mestrado
Grande área do conhecimento	Ciências Exatas e da Terra; Ciências Humanas, e Multidisciplinar.	
Área de conhecimento	Educação; Ensino; Ensino de Ciências e Matemática; Interdisciplinar; Matemática e Matemática Aplicada.	
Área de avaliação	Educação; Ensino; Ensino de Ciências e Matemática; Interdisciplinar; Matemática/Probabilidade e Estatística, e Multidisciplinar.	
Área de concentração	Álgebra; Educação; Educação em Ciências e Matemática; Educação Matemática; Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos e Científicos; Matemática; Matemática Aplicada, e um campo sem identificação.	Campo não apresentado.

Fonte: O autor (2019).

Após esta etapa de refinamento, o quantitativo de teses a respeito da temática foi reduzido para 60, dos quais apenas 12[5] se aproximaram do objeto pesquisado; já no grupo das dissertações, foram encontradas 47, das quais 22 se aproximaram do tema pesquisado; destas, 5 arquivos não foram encontrados nos campos de busca da plataforma pesquisada nem em outros da internet. Dessa investigação, estavam dentro da cronologia apenas 5 teses e 1 dissertação (ver

[5] Das doze teses, dois dos arquivos não foram encontrados, nem no campo de busca do Catálogo da CAPES, nem em outros sites da internet.

Quadro 13). O Quadro 12 apresenta os trabalhos que foram identificados e, em destaque, aqueles que foram analisados com mais afinco.

Para melhor compreensão, os trabalhos que estiverem grafados com um (*) após o ano de publicação, referem-se aos arquivos que não foram encontrados, nem no site da CAPES, nem em outros campos de buscas de navegadores da internet.

A este propósito, a pesquisa delineou-se com um caráter exploratório ou diagnóstico, que segundo Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 69-70), é "[...] quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela." Esse tipo de pesquisa assemelha-se a "[...] uma sondagem e visa verificar se uma determinada ideia de investigação é viável ou não" (FIORENTINI E LORENZATO, 2009, p. 69-70).

Quadro 12: Teses (T) e Dissertações (D) pesquisadas e em destaque aquelas com mais proximidade com o objeto de pesquisa.

AUTOR		TÍTULO DO TRABALHO	ANO
D1	Emerson Rolkouski – UFPR/PR	*Demonstrações em Geometria: uma descrição do seu processo de construção, por alunos de licenciatura em Matemática, em ambiente informatizado*	2002*
D2	José Rogério Santana – UFC/CE	*Do novo ao velho PC - a prova no ensino de matemática a partir do uso de recursos computacionais*	2002
T1	Eduardo Nahum Ochs – PUC/RJ	*O que é o esqueleto de uma demonstração?*	2003*
D3	Salmita Balanhuk – UFPR/PR	*A argumentação como uma etapa das demonstrações matemáticas no ensino fundamental*	2003*
T2	Ana Marcia Fernandes Tucci de Carvalho – UNESP/Rio Claro-SP	*A extimidade da demonstração*	2004*
D4	Cláudia Cristina Soares de Carvalho – PUC/SP	Uma análise praxeológica das tarefas de prova e demonstração em tópicos de álgebra abordados no primeiro ano do ensino médio	2007
D5	Fernando Tavares da Silva – PUC/SP	*Análise do processo de argumentação e prova em relação ao tópico “logaritmos”, numa coleção de livros didáticos numa sequência de ensino*	2007*
D6	Humberto de Assis Clímaco – UFMT/MT	*Prova e explicação em Bernard Bolzano*	2007
D7	Júlio César Porfírio de Almeida – PUC/SP	*Argumentação e prova na matemática escolar do ensino básico: a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo*	2007*
D8	Mirtes Fátima Pasini – PUC/SP	*Argumentação e prova: explorações a partir da análise de uma coleção didática*	2007
D9	Tatiane Dias Serralheiro – PUC/SP	*Formação de professores: conhecimentos, discursos e mudanças na prática de demonstrações*	2007
T3	Regina de Cassia Manso de Almeida – PUC/RJ	*Demonstrações em Geometria Plana em livros-texto no Brasil a partir do século XIX*	2008
D10	Fernanda Aparecida Ferreira – PUC/MG	*Demonstrações em geometria euclidiana: o uso da sequência didática como recurso metodológico em um curso de licenciatura de matemática*	2008
D11	Gilson Bispo de Jesus – PUC/SP	*Construções geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimentos acerca da demonstração em uma formação continuada*	2008
T4	Mônica Souto da Silva Dias – PUC/SP	*Um estudo da demonstração no contexto da Licenciatura em Matemática: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico*	2009
D12	Marcia Cristina dos Santos Amorim – PUC/SP	*Argumentação e prova: uma situação experimental sobre quadriláteros e suas propriedades*	2009

Continuação do Quadro 12.

D13	Maria Estela Conceição de Oliveira de Souza – PUC/SP	*A questão da argumentação e prova na matemática escolar: o caso da medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer*	2009
D14	Thiago Nagafuchi – UEL/PR	*Um Estudo Histórico-filosófico Acerca do Papel das Demonstrações em Cursos de Bacharelado em Matemática*	2009
D15	Enne Karol Venancio de Souza – UFRN/RN	*Um estudo sobre o ensino-aprendizagem das demonstrações matemáticas*	2010
D16	Jacinto Ordem – PUC/SP	*Prova e demonstração em geometria: uma busca da organização matemática e didática em livros didáticos de 6ª a 8ª séries de Moçambique*	2010
D17	Paulo Humberto Piccelli – UFMS	*Processos de validação de conjecturas em geometria plana*	2010
D18	Marcia Varella – PUC/SP	*Prova e demonstração na geometria analítica: uma análise das organizações didática e matemática em materiais didáticos*	2010
D19	Rachel Bloise Martins – UFRJ/RJ	*Argumentação, prova e demonstração em geometria: análise de coleções de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental*	2012*
T5	Francisca Vandilma Costa – UFRN	*Um estudo sobre a apreciação do raciocínio matemático na formação inicial de professores*	2013
T6	Maria Cristina Costa Ferreira – UFMG/MG	*Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica: a álgebra na escola e na formação do professor*	2014
T7	Marta Ellid Amorim Mateus – UNIAN/SP	***Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para a exploração de noções concernentes às demonstrações e provas na educação básica***	2015
T8	Jacinto Ordem – PUC/SP	***Prova e demonstração em geometria plana: concepções de estudantes da licenciatura em ensino de matemática em Moçambique***	2015
D20	Karine Angélica de Deus – UFSCar/São Carlos – SP	*O recurso da demonstração em livros didáticos de diferentes níveis do ensino de matemática*	2015
T9	Eberson Paulo Trevisan – UFMT/MT	*Um estudo sobre a articulação entre validações empíricas e teóricas no ensino de geometria com professores da rede pública*	2016
T10	Fernanda Aparecida Ferreira – UNICSUL/SP	***Provas e demonstrações: compreensões de dez anos da produção em educação matemática expressa em eventos (2003 – 2013)***	2016
T11	Maridete Brito Cunha Ferreira – PUC/SP	***Uma organização didática em quadriláteros que aproxima o aluno de licenciatura das demonstrações geométricas***	2016
T12	Elisabete Teresinha Guerato – UNIAN/SP	***Um estudo sobre a demonstração em geometria plana com alunos do curso de licenciatura em matemática***	2016

Continuação do Quadro 12.

D21	Mario Barbosa da Silva – UNIAN/SP	***O Ensino da Demonstração: um estado da arte das pesquisas realizadas nos programas de pós-graduação em Educação Matemática no período de 2005 a 2015***	2016
D22	Nadia Roberta Quaini Bresolin – UNIFRA/Santa Maria – RS	*Geometria sintética: investigação sobre o uso de um software de geometria dinâmica como meio para demonstrações visuais*	2016
Total			**34 trabalhos**

Fonte: O autor (2019).

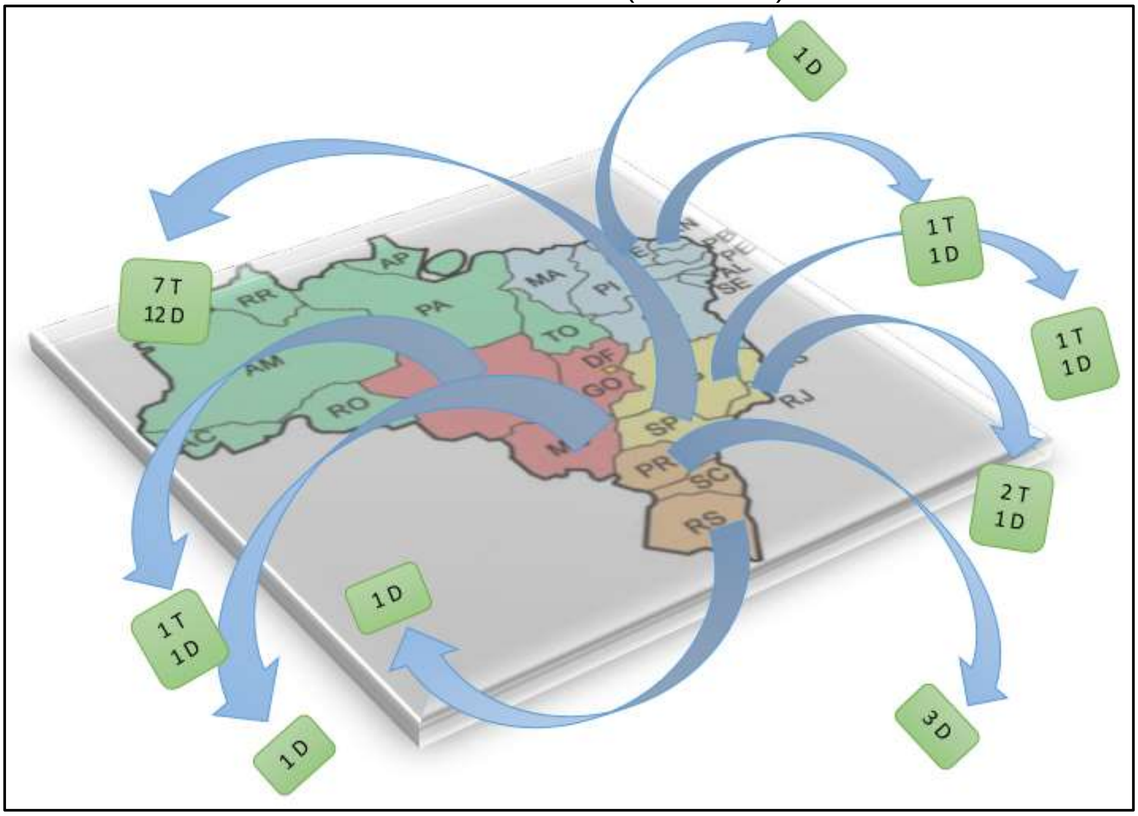
Esta investigação é uma organização que possibilita verificar como o campo de pesquisa estudado se encontra atualmente, o que podemos chamar de umas das etapas das análises prévias.

> Um dos objetivos das análises prévias é identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado a(s) questão(ôes), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa (ALMOULOUD, 2007, p. 172).

Esse autor destaca a importância de conhecermos o cenário em que está se desenvolvendo a pesquisa para que não se invista esforços em pesquisas nas quais a problemática já apresente soluções conclusivas. Seguindo essa linha, a realização de uma investigação nas pesquisas já existentes é assaz importante para guiar os encaminhamentos das novas produções científicas.

Tendo como referência os trabalhos encontrados no site da CAPES, foi organizada a Figura 4, com a visualização dos estados os quais depreenderam mais esforços para a investigação da temática das demonstrações (para facilitar o entendimento, foi utilizada a letra “D” para dissertações e “T” para teses e um número cardinal à frente da letra para identificar o quantitativo de trabalhos encontrados por estado).

Figura 4: Pesquisas que abordam a temática da demonstração no ensino de matemática no Brasil (2002-2016).



Fonte: O autor (2019).

Então, em conformidade com o mapa, nota-se que a região sudeste do Brasil é a que mais investiu em pesquisas com foco em demonstrações, sendo o Estado de São Paulo o pioneiro nesta empreitada. Em seguida, serão expostas as pesquisas que mais se aproximaram do objeto matemático pesquisado e também algumas de suas considerações.

Quadro 13: Objetivos e conclusões das teses e dissertações analisadas.

TESE/ DISSERTAÇÃO	OBJETIVO	CONCLUSÕES
T7	Refletir sobre o tipo de formação inicial que um futuro professor de Matemática deveria vivenciar para a seleção, organização e elaboração de situações que favoreçam a aprendizagem de seus alunos da Educação Básica de ideias fundamentais relativas às demonstrações e provas.	Em face da pesquisa realizada, foi constatado que os licenciandos ampliaram seu repertório quanto ao uso de provas e demonstrações nas aulas de matemática da Educação Básica. Também, pode-se inferir que essa temática deveria ganhar especial atenção no curso de Licenciatura em Matemática, tanto nas disciplinas de ensino, quanto nas de conhecimento específico da matemática.
T8	Analisar as concepções de prova e demonstração em geometria plana de estudantes de Licenciatura em matemática da Universidade Pedagógica de Moçambique.	Verificou-se que os métodos empíricos predominam como concepções de validação de propriedades geométricas e generalizações; além de estarem atrelados a apresentações equivocadas trazidas em livros didáticos.
D21	Investigar qual o estado da arte das pesquisas sobre o ensino da demonstração em Matemática que foram desenvolvidas em Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática no período de 2005 a 2015 e tiveram como foco conteúdos de Álgebra e alunos da Educação Básica.	Dos 12 programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, apenas seis desenvolveram pesquisas sobre demonstração. O uso da teoria de Balacheff (1988) e da metodologia de pesquisa de Artigue (1996) foram predominantes nas pesquisas analisadas. No desenvolvimento de teses e dissertações sobre demonstrações e provas, a preferência está centrada nos conceitos geométricos.

Continuação do Quadro 13.

T10	Apresentar compreensões acerca da produção em Educação Matemática em relação ao tema "Provas e Demonstrações".	Foi possível constatar que a participação de pesquisadores brasileiros no CIAEM[6], ICME[7] e CERME[8], eventos analisados, é predominantemente maior em relação a outros pesquisadores de países do continente americano. Todavia, existe uma dissonância encontrada entre o cenário do continente americano e os outros cenários analisados, revelando que as pesquisas do continente americano e as brasileiras ainda têm muito a avançar no que diz respeito ao tema "Provas e Demonstrações". A dicotomia estabelecida pelas visões da Matemática e da Educação Matemática entre formal/informal; dedutivo/intuitivo; abstrato/empírico abre uma lacuna nas discussões epistemológicas sobre a natureza da prova entre essas duas áreas. Entretanto, as práticas de ensino com a prova, evidenciadas nas pesquisas analisadas, têm pôr fim a compreensão da natureza da demonstração matemática, em que o argumento formal é estritamente necessário, mediado pelo informal.
T11	Elaborar, aplicar e analisar uma organização didática que permitisse minimizar as dificuldades dos alunos de licenciatura em matemática em compreender demonstrações em geometria.	Quanto à organização didática, foi elaborada, aplicada e analisada uma que parece ter minimizado as dificuldades de alunos de um curso de licenciatura em matemática no que se referem à compreensão de demonstrações em geometria.
T12	Investigar se o uso de um *software* de geometria dinâmica pode alavancar a passagem da geometria de observação para a geometria de demonstração e, também, investigar se pode provocar o aprimoramento de aspectos formais lógicos.	Pode-se inferir que a utilização do *software GeoGebra* faz-se necessária para que alunos, que estão começando a demonstrar, percebam caminhos que podem percorrer para conseguir demonstrar teoremas. Além disso, o uso deste software pode incentivar e motivar os alunos já que eles usam a tecnologia na maior parte do tempo em atividades diárias.

Fonte: O autor (2019).

[6] Conferência Interamericana de Educação Matemática.
[7] *International Congress Mathematics Education*.
[8] *Congress of European Research in Mathematics Education*.

Desse modo, tendo em vista os trabalhos analisados, foi possível perceber quanto ao ensino dos conteúdos matemáticos, maior preocupação com a Geometria, pois ela media a respeito da compreensão no nível formal da demonstração, possibilitando ao aluno uma maior aproximação das estruturas que alicerçam o campo matemático.

Ademais, pôde ser verificado que os autores das pesquisas que abordam a temática da demonstração no ensino de matemática colocaram suas hipóteses em grupos que têm grandes chances de serem os responsáveis pelas mudanças no cenário educacional, por isso a escolha por cursos de formação inicial de professores de matemática. Diante dessa análise, o Quadro 14 traz algumas considerações referentes ao ensino habitual da demonstração no Brasil.

Quadro 14: Considerações referentes ao ensino habitual da demonstração no Brasil.

MARCADOR	CONSIDERAÇÕES
C1	Existe uma grande preocupação por parte dos pesquisadores em educação matemática em despertar o interesse pelas demonstrações de certos conteúdos, acarretando, em contrapartida, uma carência no que se refere à DLS.
C2	A falta de associação dos conhecimentos matemáticos que necessitam de uma abordagem formal com elementos da realidade.
C3	O uso do empirismo como forma de possibilitar a validação de determinadas propriedades em conteúdos matemáticos que necessitam ser demonstrados.
C4	A falta de contextualização e a não valorização dos conhecimentos prévios dos alunos, e a abordagem generalizada dos conhecimentos ligados à DLS.
C5	Uso da DLS apenas como recurso na resolução de problemas matemáticos sem uma possível articulação com as organizações cognitivas que os alunos já apresentam.
C6	A carência no uso de recursos didáticos que possam mediar a aprendizagem dos conhecimentos da DLS.

Fonte: O autor (2019).

Nessa perspectiva, foi trilhado um caminho metodológico diferente dos apresentados nos trabalhos examinados. Foi feito uso de atividades experimentais que pudessem mediar o conhecimento sobre a DLS, com base nos pontos levantados nas análises prévias, investigando o sistema atencional que são evidenciados ao ser trabalhado esse conteúdo. Por esta razão, a próxima subseção abordará os pressupostos e fundamentos teóricos que embasaram a estruturação e elaboração da organização didática para uma possível investigação dos conhecimentos envoltos na DLS.

1.4. Fundamentação teórica

Diante da necessidade de alicerçar as análises referentes aos conhecimentos da DLS, dando suporte nessa construção, desde os entendimentos advindos das civilizações antigas até a sua valorização no ambiente educacional, pretende-se elencar os pressupostos teóricos que fundamentaram a pesquisa.

Como o foco dessa pesquisa está nas expectativas acerca da DLS, na valorização das estruturas cognitivas que contribui para evocação desse conhecimento, percebeu-se a necessidade de adentrar no campo da neurociência cognitiva (NC), respaldado pelos trabalhos de Posner e Petersen (1990, 2012), Kandel *et al.* (1991), Lent (2002), Gazzaniga *et al*. (2006), Sternberg (2010), Cosenza e Guerra (2011), Willingham (2011) e Posner (2012) para melhor compreender o processo que é desencadeado ao se trabalhar com objetos matemáticos e os possíveis pré-requisitos fundamentais a esse entendimento no nível fisiobiológico.

De acordo com estudos de Gazzaniga *et al.* (2006), a NC é a ciência que busca entender o processo de aprendizagem através do estudo do sistema nervoso central (SNC), responsável por estabelecer a comunicação entre o mundo que o cerca e também com as partes internas do organismo.

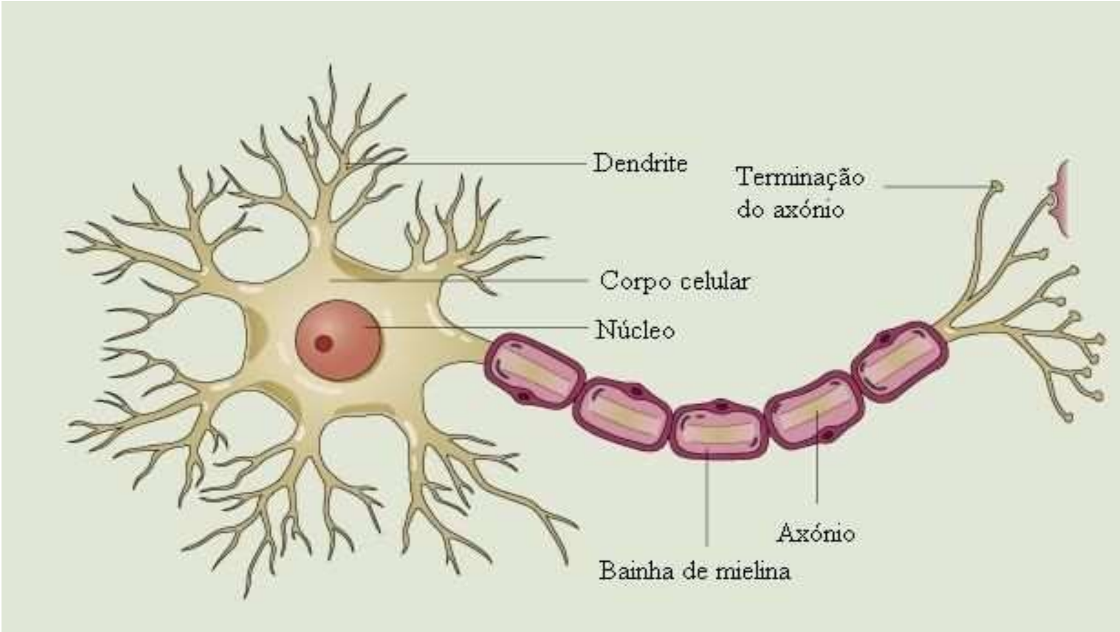
Nessa esfera, o cérebro é a parte mais importante dessa estrutura, "[...] pois é através dele que tomamos consciência das informações que chegam pelos órgãos dos sentidos e processamos essas informações, comparando-as com nossas vivências e expectativas" (COSENZA E GUERRA, 2011, p. 11).

Assim, para a pesquisa, foram utilizados princípios da NC que possibilitam uma investigação aprofundada acerca dos entendimentos da cognição e aprendizagem sob a égide da DLS.

1.4.2. Atenção: sistema que possibilita a entrada de informações

O ser humano apresenta só no cérebro, em média, mais de cem bilhões de células nervosas, os neurônios. Esses possuem os segredos do comportamento e da atividade mental. Apresentando-se de diferentes tamanhos e formas, mas todos especializados em receber e transmitir informações. A Figura 5 mostra a ilustração de uma dessas células.

Figura 5: Ilustração de um neurônio típico mielinizado mostrando o corpo da célula, dendritos, axônio, bainha de mielina e os terminais do axônio.



Fonte: https://ap_mentehumana.blogs.sapo.pt/2338.html. Acesso em 07 de jul. de 2018.

Os neurônios são os responsáveis pela recepção e transmissão da mensagem (informação). Essas células são compostas por partes principais: dendritos, corpo celular, axônio e terminais do axônio. Os dendritos, semelhante as ramificações de uma árvore, recebem as mensagens do meio ou de outro neurônio, conduzindo-a para o axônio que tem a incumbência de transportá-la até uma outra célula. Esses apresentam forma e tamanho variados, podendo chegar a quase um metro de comprimento.

A comunicação dos neurônios ocorre por meio dos terminais do axônio. Essa comunicação ocorre de forma muito rápida. Apesar de já estabelecer uma rápida comunicação, existem neurônios que apresentam uma camada que cobre o axônio permitindo que os sinais possam ser transmitidos ainda com mais velocidade, essa camada recebe o nome de bainha de mielina. Essa comunicação ocorre por meio de impulsos eletroquímicos.

Os neurônios não estão diretamente conectados, estão separados por um pequeno espaço, chamado espaço sináptico ou fenda sináptica. O movimento da informação de um neurônio para outro recebe o nome de sinapse. Na fenda sináptica são liberados os neurotransmissores que se encaixam em seus receptores específicos. Organização chave e fechadura.

Todo esse processo acontece no nível químico da célula e é o responsável pela identificação, condução e decodificação da informação. Assim, o ambiente é fator preponderante na estimulação de uma informação e desperta a percepção dos receptores sensoriais. A sala de aula é um local em que essas células estão em constante ação, principalmente nas aulas de matemática, pois a quantidade de novas informações é muito grande. Estas nem sempre são captadas, passam despercebidas. As percebidas, algumas são descartadas, outras selecionadas pelo nosso cérebro.

Esse processo de seleção da informação só acontece por meio do sistema atencional que focalizam em determinados estímulos e ignoram outros. À medida que um estímulo é prolongado a percepção deste é amenizada, deixando-o despercebido. Um exemplo é a roupa que vestimos o contato direto com o tecido em nossos receptores táteis, provoca uma estimulação, mas que só é percebida em nível consciente.

Ao se trabalhar com o sistema atencional, o equilíbrio é de fundamental importância. Um estado de alerta extremo ou de sonolência prejudicam o funcionamento desse sistema. A regulação dos níveis de vigilância está ligado, principalmente, a um grupo de neurônios chamados *locus ciruleus* (local azul). Nessa região é produzida a noradrenalina, neurotransmissor importante da regulação do estado de alerta do organismo, além de outros neurotransmissores.

Nesse sentido, destacam-se dois tipos de atenção: reflexa e a voluntária. A atenção reflexa é acionada por meio dos estímulos periféricos (de fora para dentro), já a atenção voluntária é acionada por aspectos centrais do processamento cerebral (de dentro para fora). A estrutura desses sistemas apresenta mecanismos que regulam esse processo.

Dois reguladores dessa estrutura são o circuito orientador, que guia o foco atencional podendo direcioná-lo, e o circuito executivo, que permite manter a atenção de forma prolongada, ao mesmo tempo em que inibe outros estímulos distraidores. Essa função está relacionada às estruturas de autorregulação, levando em consideração as ações cognitivas, emocionais e sociais de determinada situação. Assim, essa função está intimamente relacionada à atenção consciente.

Como ocorre o processo de captação e decodificação da informação e qual o melhor manejo para que o conhecimento não venha a ser descartado pelo cérebro?

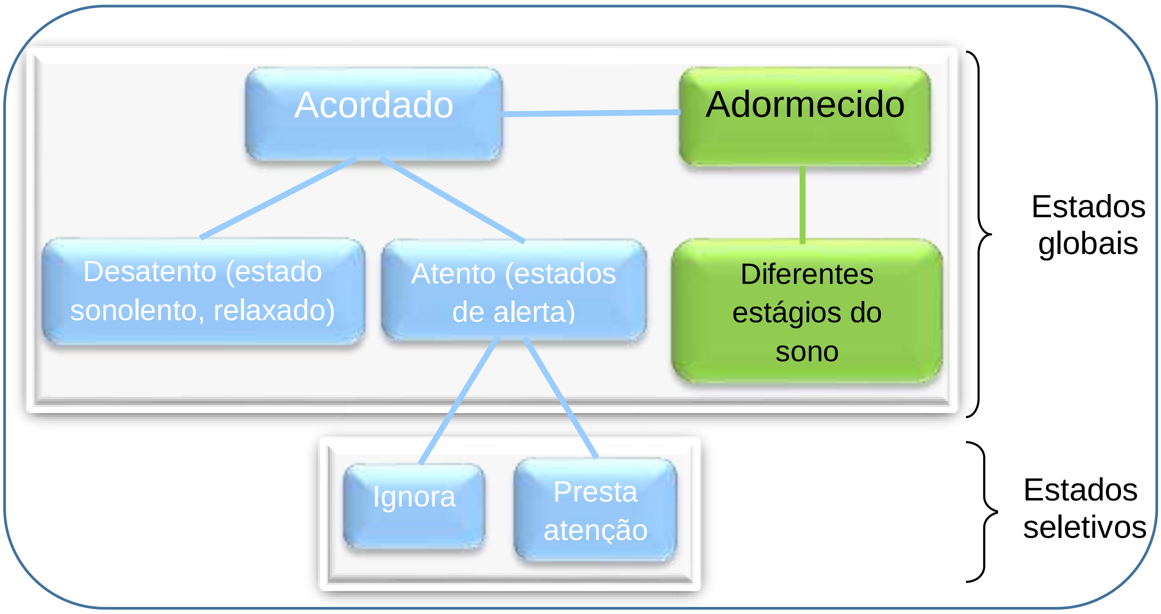
O cérebro, órgão muito misterioso que desperta a curiosidade de muitos cientistas e educadores, fascina por sua estrutura e processos perfeitos no que se refere ao armazenamento de informações. Sobre ele são depositadas as reflexões a respeito do processo de aprendizagem para que se construam conhecimentos duradouros, que possam estar acessíveis no sistema de armazenamento quando forem evocados.

Nessa busca por respostas acerca da aprendizagem, foi observado que vários educadores investigam como está organizada a captação e decodificação da informação. Nessa esfera, pesquisadores como Kandel *et. al.* (1991), Gazzaniza *et al.* (2006), Oliveira (2014) e Fonseca (2015) mostram, por meio de seus estudos, argumentação e respaldo que conduzem o processo de aquisição do conhecimento e dos atributos que envolvem toda essa trama.

Quando se fala nas estruturas para conduzir a informação, remete-se ao conceito de atenção, definido por Gazzaniga *et al.* (2006, p. 265) como: "[...] um mecanismo cerebral cognitivo que possibilita alguém processar informações, pensamentos ou ações relevantes, enquanto ignora outros irrelevantes ou dispersivos [...]". A preocupação com os estudos da atenção alcança uma maior desenvoltura no final da década de 1950 e início da década de 1960, quando cientistas concentraram seus estudos nos estados globais da atenção. Para melhor esclarecimento, ver Figura 6.

Diante dos estudos amparados pela neurociência cognitiva, em especial na função cognitiva da atenção, segundo estudos de Gazzaniga *et al.* (2006), foi desenvolvida uma relação hierárquica entre os estados de alerta, atenção e atenção seletiva.

Figura 6: Relações hierárquicas entre estados de alerta, atenção e atenção seletiva.



Fonte: O autor (2019), adaptado de Gazzaniga *et al.* (2006, p. 264).

Os estudos de Gazzaniga *et al.* (2006) relacionados às relações hierárquicas entre estados de alerta, atenção e atenção seletiva, foram de grande importância no entendimento das estruturas que agem no processamento da atenção. Dessa maneira, aprofundando-se nas pesquisas de Kandel *et al.* (1991, p. 1441), que defendem o aprendizado como "[...] uma mudança no comportamento que resulta da aquisição de conhecimento acerca do mundo, e a memória é o processo pelo qual esse conhecimento é codificado, armazenado e posteriormente evocado." A partir dessa análise, percebeu-se a grande importância de entender as vias de captação, decodificação e armazenamento da informação. Estudos revelam que compreender essas vias neurocognitivas influencia de forma positiva a atuação docente; por conseguinte, propicia uma melhora no processo de ensino e aprendizagem (OLIVEIRA, 2014).

Esse estudo teve em vista encontrar ferramentas para que pudessem potencializar a aprendizagem dos conhecimentos na construção do raciocínio axiomático da DLS, valorizando os aspectos cognitivos desencadeados por meio da relação entre conteúdo-aluno-meio.

Essa potencialização ocorre, conforme Cosenza e Guerra (2011), mediante a **repetição**, **elaboração** e **consolidação**. A elaboração se dá a partir de “[...] sua associação com os registros já existentes, o que fortalece o traço de memória e o torna mais durável” (COSENZA E GUERRA, 2011, p. 62). Esses processos são as bases para que os conhecimentos possam ser armazenados na memória de longo prazo, quanto maior o número de ligações, a informação tem mais chance de ser evocada, quando necessária. O Quadro 15 foi organizado com o objetivo de destacar alguns dos pressupostos dessa teoria e que foram fundamentais para a condução da pesquisa.

Quadro 15: Pressupostos da neurociência cognitiva necessários ao estudo da atenção.

Indicador	Sistema Atencional
SA1	Informação (descarta ou seleciona).
SA2	Receptores sensoriais.
SA3	Níveis de vigilância ou alerta.
SA4	Circuito orientador ⇒ mudança de foco.
SA5	Circuito executivo ⇒ mantém a atenção e inibe os distraidores.
SA6	Atenção reflexa e atenção voluntária.

Fonte: O autor (2019).

Desse modo, ao se trabalhar com a aprendizagem, é necessário levar em consideração os marcadores identificados no Quadro 15, pois ao se estudar determinado conteúdo, alcançar a ativação efetiva do sistema atencional é a ponte para a construção do conhecimento.

1.5. Hipóteses da pesquisa

Depois da investigação (campo histórico, epistemológico, teórico e das pesquisas atuais), foi constatada a necessidade de mudança nas práticas de ensino que possam contemplar a DLS, não apenas como instrumento na resolução de problemas matemáticos, mas a fim de mostrar a importância que este ensino tem diante da construção do conhecimento. Foram levantadas duas hipóteses, $\mathbf{H_1}$ e $\mathbf{H_2}$, com o objetivo de nortear a temática em estudo.

- $\mathbf{H_1}$ **–** Credita-se na investigação do contexto de construção da lei dos senos, alternativa para valorização no uso de problemas matemáticos que possibilitam mediar a aprendizagem em sala de aula.
- $\mathbf{H_2}$ **–** Tem-se na aplicação de uma sequência didática, alternativa para mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos por intermédio da

manipulação de objetos que permitam a evocação de estruturas didáticas mais elaboradas e mediar a construção da aprendizagem.

Considerações finais das análises prévias

Em face do levantamento histórico do desenvolvimento da DLS e do estudo epistemológico guiado pelas pesquisas de Bachelard (1996), foram identificados obstáculos epistemológicos (ver Quadro 4) que podem estar associados às dificuldades de compreensão do conteúdo em tela.

Por meio das análises prévias feitas na Seção 1, foram identificadas as características do objeto pesquisado, evidenciando os marcos e justificativas apresentadas na construção do conhecimento científico.

No desenvolvimento da investigação, foi perceptível a grande necessidade de estudar as estruturas formais dos conteúdos matemáticos e a valorização na construção dos saberes, tanto na educação básica quanto no ensino superior. Com base em leituras de trabalhos correlatos referentes ao ensino e aprendizagem da DLS, incluindo teses, dissertações e os livros didáticos aprovados pelo PNLD 2018, foram destacadas como são apresentadas as abordagens históricas com ênfase na evolução dos conceitos da DLS. Do estudo, foi constatado que tais conceitos não são parte integrante ao se trabalhar com esse objeto de pesquisa.

Outrossim, foi constatado que grande parte das pesquisas investigadas restringe-se a estudar a demonstração apenas em conteúdos geométricos, ficando evidente pequeno foco nos conteúdos com maior ligação à linguagem algébrica e abstrata da matemática, principalmente no que se refere aos conhecimentos trigonométricos.

Em vista disso, justifica-se ainda mais a necessidade de estudar esse campo do conhecimento, que investiga as possibilidades de aprendizagem ao se trabalhar com a demonstração no trabalho com a lei dos senos, valorizando os canais que possibilitam a captação, condução e decodificação da informação através de estudos neurocognitivos.

Nessa esfera, é o cérebro a parte mais importante dessa estrutura, “[...] pois é através dele que tomamos consciência das informações que chegam pelos órgãos dos sentidos e processamos essas informações, comparando-as com nossas vivências e expectativas” (COSENZA E GUERRA, 2011, p. 11).

Sendo assim, foram buscados recursos que favoreceram a potencialização da aprendizagem dos conhecimentos na construção do raciocínio axiomático da DLS.

Desta forma, ao serem analisados os trabalhos alusivos ao ensino e aprendizagem da DLS, incluindo as teses, dissertações e livros didáticos, foi contatado que as abordagens históricas com ênfase na evolução dos conceitos dessa lei trigonométrica não são contemplados. Portanto, entender o cenário histórico do ensino habitual foi um dos objetivos das análises prévias, destacando os pontos de inércia e lentidões (obstáculos epistemológicos) associados à concepção desse conteúdo.

Esboçar um primeiro levantamento sobre esse conhecimento foi bastante relevante para definição dos quadros teóricos que nortearam o desenvolvimento da pesquisa e que serviram de base para novas indagações nesse campo do conhecimento.

SEÇÃO 2

CONCEPÇÃO E ANÁLISE A *PRIORI*

ESBOÇO METODOLÓGICO

2 – CONCEPÇÃO E ANÁLISE A *PRIORI*

Com base no estudo histórico e epistemológico do levantamento bibliográfico de teses e dissertações mediante o ensino e aprendizagem da demonstração da lei dos senos (DLS) e das análises dos livros didáticos de matemática presentes no PNLD 2018 do ensino médio, percebeu-se a necessidade em implementar um instrumento investigativo/avaliativo que pudesse dar subsídio para investigar o objeto matemático estudado.

Nesse contexto, à luz das leituras e releituras de teorias que compreendem o quadro da didática da matemática, foram inspirados nos princípios da engenharia didática clássica (PEDC), conceitos que auxiliaram na concepção de um esquema experimental com base em realizações didáticas em sala de aula, ou seja, “[...] na construção, realização, observação e análise de sessões de ensino” (ALMOULOUD, 2007, p. 171).

Assim, esta seção foi destinada ao esboço dos PEDC destacados na segunda fase desta metodologia, detalhando o campo de pesquisa, proximidades com o público alvo pretendido, elaboração das situações de ensino e uma possível validação com uma turma da licenciatura em matemática de uma universidade pública.

Esboço metodológico

As subseções que seguem partiram dos entendimentos desencadeados nas análises prévias (Seção 1), que serviram de base na construção de uma Sequência de Ensino (SE) para investigação do ensino com o intuito de encontrar alternativas que pudessem superar os obstáculos listados na seção inicial (ver Quadro 4). Assim, serão expostos os objetivos, o campo, público da pesquisa, as fases de elaboração e análises iniciais da SE.

2.1. Objetivos

2.1.1. Geral

Analisar as expectativas neurocognitivas atencionais disponíveis durante o processo de construção do raciocínio axiomático utilizado na demonstração da lei dos senos.

2.1.2. Específicos

- Identificar as funções neurocognitivas atencionais para a construção dos conhecimentos matemáticos;
- Verificar como as funções neurocognitivas são manifestadas durante a construção da demonstração da lei dos senos;
- Comparar as expectativas (antecipações) atencionais com os resultados da construção da demonstração da lei dos senos.

2.2. Análises iniciais

De acordo com as necessidades identificadas nas análises da Seção 1, foi constatada, mediante os PEDC, uma teoria compatível com os objetivos deste trabalho de cunho experimental, baseada na aplicação e intervenções a partir das atividades previamente elaboradas.

Por conseguinte, foi necessário entender as diferentes fases dessa teoria e quais princípios nortearam a análise. A escolha da metodologia da engenharia didática foi compatível por ser uma pesquisa de cunho documental e experimental, tendo as intervenções fundamentadas na aplicação de uma sequência de ensino que foi aplicada em uma turma de licenciatura em matemática[9]. Essa metodologia compreende quatro fases: i) análises preliminares; ii) concepções e análise a *priori*; iii) experimentação; iv) análise a *posteriori* e validação.

De uma forma geral, a primeira fase, **análises preliminares**, consiste, segundo releitura de Almouloud (2007, p. 172), em "[...] identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado a(s) questão(ões), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa." É a fase que consiste na investigação prévia que antecede a elaboração do projeto propriamente dito, assim como foi feito na Seção 1.

A segunda fase, **concepções e análise a *priori***, é o momento de elaboração da sequência didática selecionando as possíveis situações-

[9] Esse curso foi escolhido por ter feito parte do campo de estudo do pesquisador na época da graduação em licenciatura em matemática.

problemas que foram analisadas e implementadas pelo pesquisador. De acordo com releitura de Almouloud (2007, p. 174), os entendimentos por situações-problemas é “[...] a escolha de questões abertas e/ou fechadas numa situação mais ou menos matematizada, envolvendo um campo de problemas colocados em um ou vários domínios de saber e de conhecimentos”..

Nessa etapa, foram analisados os métodos e/ou estratégias de resolução das situações propostas, destacando os conhecimentos e saberes envolvidos. Também foi preciso enfatizar a importância das situações propostas, bem como os conteúdos que serviram como base para seu entendimento.

Dando continuidade às fases que os PEDC perpassam, destacamos a fase de **experimentação**, que é o momento de adentrar no campo de pesquisa e executar o planejamento que foi feito na fase anterior.

Assim sendo, com a definição dos pressupostos metodológicos definidos para guiar a pesquisa que investiga os conhecimentos concernentes à DLS, foi descrito o campo (meio) que serviu de aplicação da SE implementada neste estudo de cunho experimental.

2.3. Descrição do campo de pesquisa

O foco de pesquisa deste estudo está centrado nas expectativas atencionais despertadas ao se trabalhar com uma SE com alunos dos CLM por meio de materiais didáticos manipuláveis os quais auxiliam na percepção da construção da demonstração da lei dos senos.

Sendo assim, foi escolhido como campo de pesquisa a Universidade Federal de Sergipe (UFS), Campus José Aloísio de Campos. As justificativas para esta escolha estão listadas a seguir:

- Universidade pública[10] que oferta o curso de graduação em licenciatura em matemática no estado de Sergipe;
- Ter sido campo de estudo quando o autor cursou a licenciatura em matemática;

[10] Além da UFS, existe também o Instituto Federal de Sergipe (IFS) que oferta o curso de graduação em licenciatura em matemática, além de duas universidades particulares.

- Instituição que apresenta um laboratório de ensino de matemática com um bom quantitativo de materiais didáticos manipuláveis;
- Pela perspectiva de contribuir para o entendimento das futuras gerações de alunos que serão guiados pelos discentes sujeitos da pesquisa;
- Facilidade para coleta de dados por ter sido aluno dessa universidade.

Dessa forma, ao ser escolhido o espaço físico para implementação da SE, foi necessário definir a população representante do público alvo a ser aplicada a experimentação.

2.3.1. Sujeitos do universo da pesquisa

Os sujeitos da pesquisa foram alunos dos cursos de licenciatura em matemática diurno e noturno da Universidade Federal de Sergipe – Campus José Aloísio de Campos, no município de São Cristóvão/Sergipe. Ao serem estudados os documentos que regem do curso, através da investigação da Resolução Nº 150/2009/CONEPE, foi observado, nas ementas das disciplinas que compõem a estrutura curricular deste, que apenas em uma disciplina (Matemática para o Ensino Médio I) aparece a utilização de conteúdos trigonométricos, mesmo eles sendo relevantes na resolução de problemas matemáticos, físicos, químicos, dentre outras áreas.

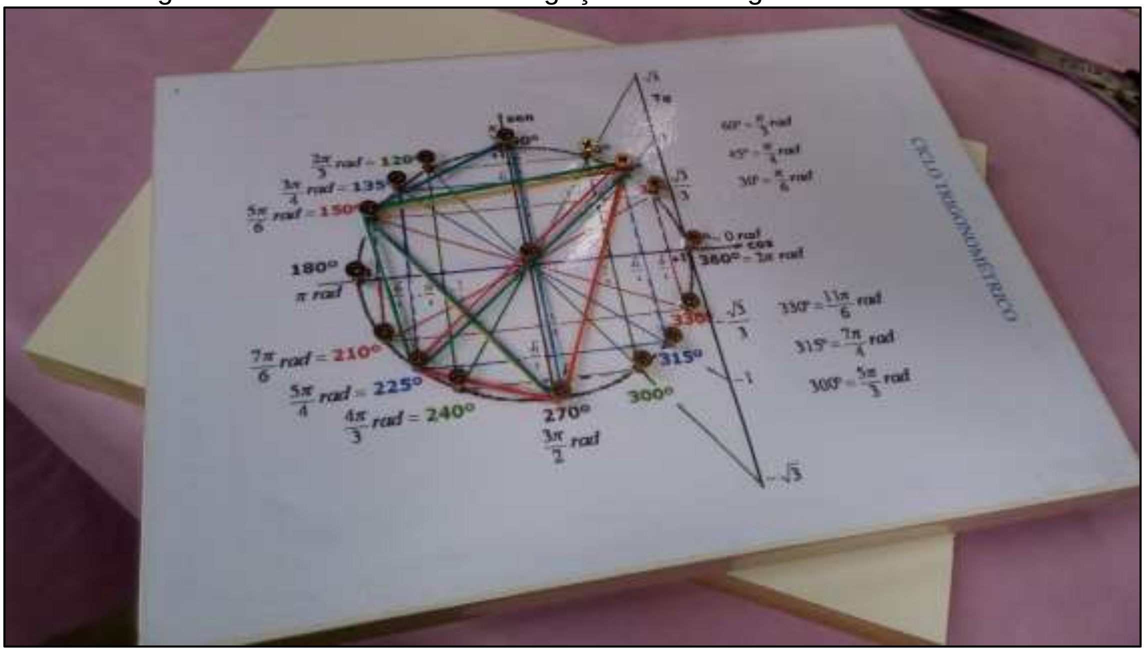
Pode-se dizer que a disciplina de História da Matemática (presente no quinto período do curso diurno e noturno da UFS), mesmo sem constarem em sua ementa os conteúdos trigonométricos, foi identificada a presença de indícios que fazem parte dessa construção, uma vez que mediante o estudo da Subseção 1.1., esses conhecimentos foram importantes para os povos das civilizações antigas, presentes em vários momentos dessas civilizações. Então, a disciplina História da Matemática foi vista como uma oportunidade de mediação do conhecimento através de uma SE a fim de enriquecer os entendimentos dos discentes no que se referem à DLS, além de enriquecer a prática com alternativas didáticas por intermédio de recursos didáticos manipuláveis.

Dentro desse campo, a investigação girou em torno dos entendimentos a respeito da DLS em duas turmas do curso de graduação em licenciatura em matemática da UFS, sendo uma no período da tarde, com 35 alunos matriculados, e a outra à noite, com 37 alunos matriculados. A princípio, foi feita uma observação das condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorreu a pesquisa, a qual segundo Artigue (1996, p. 202) “[...] reside na fina análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes, e a engenharia é concebida para provocar, de forma controlada, a evolução das concepções”.

2.3.2. Descrição e validação dos instrumentos de investigação

Antes de investigar os sujeitos da pesquisa especificados no Item 2.3.1., sentiu-se a necessidade de elaborar um instrumento de investigação que pudesse auxiliar na coleta de dados, porque era preciso mobilizar o sistema atencional dos alunos participantes. Por isso, foi necessário testar esse instrumento em uma turma piloto da licenciatura em matemática da UFS para uma possível validação. Essa aplicação ocorreu no período das ações desenvolvidas no estágio de docência em ensino superior, na turma 01, da disciplina Laboratório de Ensino de Matemática (MAT0052), no período de novembro/2017 a março/2018, com a finalidade de mediar os conhecimentos referentes à DLS. A Figura 7 expõe o instrumento confeccionado.

Figura 7: Instrumento de investigação – ciclo trigonométrico móvel.



Fonte: Acervo do autor (2019).

Este instrumento foi construído com o objetivo de trabalhar conteúdos trigonométricos, especificamente, para auxiliar na demonstração da lei dos senos de modo que o aluno pudesse visualizar as passagens disponibilizadas nas etapas da DLS, justificando cada passagem com explicações lógicas, baseando-se em conhecimentos prévios exigidos para o trabalho com essa lei.

A construção do instrumento foi feita mediante o uso de madeira, parafusos, impressão do ciclo trigonométrico, plástico adesivo, durex e elásticos coloridos. São recursos que compõem a matéria-prima na construção desse recurso manipulável.

A turma de estágio de docência em ensino superior constava de 34 alunos matriculados, dos quais frequentavam em média 28 alunos, não apresentando uma homogeneidade com relação aos períodos cursados[11]. Eles se disponibilizaram e participarem da implementação da atividade a qual foi supervisionada pela professora regente da turma.

2.4. Elaboração da sequência de ensino e análise a *priori*

A organização da sequência de ensino foi estruturada na elaboração de protocolos iniciais para sondagem dos conhecimentos prévios e de uma atividade que pudesse ser mediadora na construção da demonstração da lei dos senos. O teste diagnóstico consistiu em perguntas abertas relacionadas à trajetória acadêmica do discente e aos momentos em que eles tiveram contato com os conteúdos que exigiam entendimentos trigonométricos (ver Apêndices A e B).

O teor das perguntas baseou-se na investigação da inserção desses conteúdos na vida do aluno tanto no ensino básico, quanto no ensino superior (Apêndice A), complementando-se com a aplicação de uma atividade voltada para a resolução de questões que demandavam entendimentos dos pressupostos da lei dos senos (Apêndice B).

[11] Havia alunos em períodos diversos devido a irregularidades decorrentes de reprovações em disciplinas e, também, por serem alunos dos turnos vespertino e noturno (nessa universidade, os cursos vespertinos apresentam uma carga horária maior por período em relação ao noturno, porém abordam as mesmas disciplinas ao longo de todo o curso).

2.4.1. Análise a *priori* da sequência de ensino

O Quadro 16 apresenta a SE construída com o intuito de desenvolver os conhecimentos da DLS, além de identificar os possíveis comportamentos do pesquisador e dos sujeitos da pesquisa. O objetivo da SE foi: verificar se os materiais didáticos manipuláveis usados são estímulos apropriados para o trabalho na construção e demonstração da lei dos senos e, se a partir da manipulação, estes materiais possibilitam despertar e identificar atributos do sistema atencional.

Nessa perspectiva, foi construída uma SE que permitiu a manipulação (ciclo trigonométrico móvel, ver Figura 7), e visualização dos caminhos usados na DLS, destacando os atributos do sistema atencional que foram disponibilizados para favorecer uma melhor compreensão desse conteúdo.

2.4.1.1. Sessão I e II: Observação e protocolos iniciais

O primeiro contato com a turma objetivou identificar os conhecimentos prévios que os sujeitos apresentavam sobre o campo trigonométrico, especificamente, o conteúdo lei dos senos. Para essa etapa, organizou-se protocolos de aprendizagem com perguntas referente aos entendimentos oriundos do ensino básico e do ensino superior (ver Apêndices A) sobre trigonometria.

Nessa perspectiva, os protocolos iniciais apresentaram perguntas subjetivas a serem respondidas conforme os entendimentos trabalhados na vida escolar deles. Caso existam dúvidas referente a interpretação das questões, o pesquisador mediará no que for preciso.

Através das respostas dos participantes da pesquisa será possível obter evidências sobre os entendimentos prévios que eles já possuem a respeito da temática investigada. Posteriormente, será entregue duas situações-problemas (ver Apêndice B) com o intuito de verificar se as respostas dos protocolos iniciais condiz com as estratégias usadas na resolução das situações propostas.

Espera-se que os participantes respondam as duas situações-problemas confirmando as respostas iniciais. Nessa etapa, eles podem não querer responder a atividade proposta, podem, também, não conseguir responder o que está sendo solicitado, dessa forma, o pesquisador poderá indicar caminhos que auxiliam na resolução. Caso eles consigam responder, espera-se que usem os conhecimentos sobre a lei dos senos (se este estiver disponível na memória). O professor deverá deixar os participantes responderem sem ajudá-los.

2.4.1.2. Sessão III e IV: Sequência de ensino e reflexões

Após, a implementação dos protocolos iniciais, foi organizada uma SE com o objetivo de construir a DLS e verificar se o ciclo trigonométrico móvel é um recurso apropriado para o trabalho com o objeto em estudo. O Quadro 16 apresenta as etapas destinadas ao pesquisador e aos sujeitos da pesquisa, e os possíveis comportamentos.

Os participantes em posse do ciclo trigonométrico, régua e folha A4, devem seguir as orientações do pesquisado (ver Quadro 16) para esboçar o triângulo solicitado no ciclo trigonométrico móvel por meio das borrachinhas coloridas para poder encontrar as expressões que representam o seno de cada ângulo do triângulo construído. Caso sujam dúvidas para determinar as expressões, serão explicados possíveis caminhos para a solução.

Depois de seguir os passos do quadro citado, espera-se que construam a lei dos senos por meio do ciclo trigonométrico móvel para poder usá-la na resolução das duas situações-problemas (ver Apêndice C). As situações-problemas solicitam os conhecimentos da lei dos senos em sua resolução. Os participantes podem não conseguir interpretar as situações propostas. Caso aconteça, o pesquisador deverá tirar as dúvidas para que consigam solucioná-las.

Para sanar as dúvidas, poderá ser feitas revisões de conteúdos que são pré-requisitos para alcançar êxito na resolução das situações-problemas. Após, a realização das atividades programadas para essa etapa das análises a *priori* deverá ser solicitado que os participantes descrevam os pontos fortes e fracos referente a implementação da sequência de ensino (ver Apêndice D). Espera-se que eles percebam a importância do uso do ciclo trigonométrico como recurso manipulável, elo entre o processo de ensino e aprendizagem.

Quadro 16: Sequência de ensino.

CONTEÚDO:	Lei dos Senos.
DURAÇÃO:	2 aulas de 50 minutos.
ORGANIZAÇÃO DOS ALUNOS:	Grupos com três componentes cada.
OBJETIVO(S) DO CONTEÚDO:	Verificar se os materiais didáticos usados serão estímulos apropriados para o trabalho da demonstração da lei dos senos e se a partir do manuseio os atributos do sistema atencional são identificados.
RECURSOS:	Ciclo trigonométrico móvel, elásticos coloridos, folha A4, lápis e régua.
METODOLOGIA:	**Etapas destinadas ao pesquisador:** 1 – Mediar um debate por meio dos entendimentos acerca da História da Trigonometria, destacando a inserção da demonstração (rigor matemático) no processo de produção do conhecimento científico; 2 – Entregar aos alunos o ciclo trigonométrico móvel e os elásticos coloridos, dando-lhes um tempo hábil para que possam se familiarizar com o material entregue; 3 – Distribuir as folhas A4 e as réguas; solicitar que os alunos esbocem o desenho de um triângulo qualquer no ciclo trigonométrico móvel com um dos elásticos coloridos. Com os outros elásticos deve-se construir triângulos inscritos partindo de um dos lados do primeiro triângulo construído, contendo o centro da circunferência como ponto em um dos lados. Cada etapa dessa construção deve ser anotada na folha A4 e também seus respectivos esboços (registros algébricos e geométricos); 4 – Utilizando os conhecimentos referentes às noções de trigonometria (seno e cosseno), deve-se mostrar que os ângulos dos triângulos construídos são iguais, ou seja, equivale a dizer que eles são semelhantes. Mediar uma discussão a respeito dos resultados encontrados; 5 – Entregar um problema de aplicação que para ser resolvido, será necessário usar os conhecimentos da LS; 6 – Fazer uma explanação sobre o contexto de surgimento da LS, sistematizando esse entendimento. **Etapas destinadas ao sujeito da pesquisa.** 1 – Debater sobre a História da Trigonometria; 2 – Familiarizar-se com os materiais entregues; 3 – Construir a demonstração da lei dos senos de forma algébrica por intermédio dos materiais entregues (ciclo trigonométrico móvel) e registrar os passos da construção na folha A4; 4 – Discutir a demonstração e os resultados encontrados; 5 – Por meio do exposto, resolver alguns problemas de aplicações; 6 – Confrontar os resultados da aula prática e teórica através de discussões com os pares.
PRÉ-REQUISITOS:	Teorema de Pitágoras, Semelhança de Triângulos, Arcos e Relações Métricas, Noções Básicas de Trigonometria (Seno e Cosseno).

Fonte: O autor (2019).

Considerações finais da concepção e da análise a *priori*

Mediante o conhecimento do campo de aplicação da pesquisa, foi possível elaborar uma sequência de ensino (SE) que teve como objetivo alcançar a proposta dessa seção. Portanto, essas considerações evidenciam os passos trilhados para elaboração da SE, destacando o campo e os sujeitos da pesquisa.

Ao iniciar a escrita dessa seção, percebeu-se a necessidade de destacar os estudos que serviram de suporte na elaboração da SE, complementando a segunda fase dos princípios da engenharia didática clássica (PEDC) de Artigue (1988).

Foi apresentada a validação do recurso didático manipulável (ciclo trigonométrico móvel), que será utilizado na próxima seção a fim de auxiliar na coleta dos dados, junto aos protocolos iniciais e final. Neste sentido, foram analisados os possíveis comportamentos e soluções realizados em face da SE e possíveis antecipações.

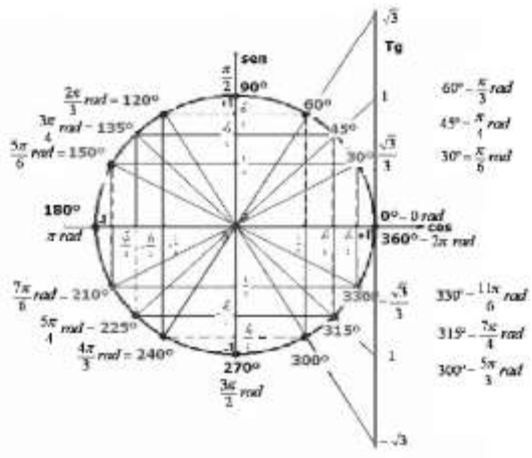
Desse modo, pergunta-se: Investigar o sistema atencional mediado pelo ciclo trigonométrico móvel seria capaz de levar os alunos do curso de graduação em licenciatura em matemática de uma universidade pública do estado de Sergipe a perceberem significado, superando as dificuldades ao se trabalhar com a DLS?

Objetivando responder a esse questionamento, primeiramente foi verificada nas análises prévias, a necessidade de investigar os conhecimentos ligados à formação histórica da lei dos senos, buscando evidenciar os primeiros passos de seu surgimento e como estes saberes eram utilizados. Dessa forma, foram levantadas 02 hipóteses, a saber:

- O uso da demonstração é um meio para viabilizar o entendimento e auxiliar na aprendizagem da lei dos senos;
- Articular o uso do ciclo trigonométrico móvel possibilita a manipulação e melhor entendimento na construção da demonstração da lei dos senos.

SEÇÃO 3

EXPERIMENTAÇÃO



3 – EXPERIMENTAÇÃO

A experimentação na engenharia didática consiste no contato com o campo de aplicação da pesquisa (momento de interagir com os sujeitos voluntários da investigação); fase de implementação da SE (observação, controle das variáveis definidas na Seção 2); e coleta dos dados examinados na análise a *posteriori* e validação.

De acordo com estudos, nesta etapa da pesquisa “[...] geralmente é desenvolvida uma análise ‘in vivo’, ao se interpretar em tempo real (ou logo após) o que está ocorrendo na sala de aula” (BARQUERO E BOSCH, 2018, p. 268). Nesta fase, o pesquisador faz todos os registros possíveis: fotográficos, escritos e audiovisuais referente às atividades desenvolvidas.

Para facilitar, a implementação foi organizada em algumas sessões: observações, durante os dias 10 e 12 de julho de 2018. No dia 17 do corrente mês, foi aplicado o protocolo inicial (Ver Apêndices A e B). Os dias 24 e 26 de julho de 2018 foram destinados à terceira e quarta parte da SE: uso do material manipulável – ciclo trigonométrico móvel. As subseções a seguir mostram como ocorreu a experimentação com os devidos detalhes.

3.1. SESSÃO I: Primeiro contato

O início da terceira fase da engenharia didática se deu no momento em que adentramos no campo, local de aplicação da sequência didática. Antes da implementação da sequência, foram observadas as aulas das turmas que fizeram parte da amostra para investigação da pesquisa em foco.

As atividades aplicadas nas turmas de graduação em licenciatura em matemática da UFS foram desenvolvidas com base na turma do estágio docente em ensino superior realizado pelo autor da pesquisa, descrita na Seção 2. Foi necessário elaborar essas atividades antes de conhecer os sujeitos da pesquisa, com o intuito de nortear os direcionamentos e encaminhamentos em uma turma piloto a qual daria subsídios para adequações indispensáveis antes da implementação. Desse teste piloto, foram constatados alguns detalhes, os quais foram aprimorados no decorrer da aplicação da SE.

Por meio da experiência com a turma piloto, foram ajustados os instrumentos usados para a coleta de dados a serem analisados na Seção 4 desta investigação. Neste sentido, com os instrumentos elaborados e testados, foram direcionados os esforços para observação das turmas partícipes da pesquisa.

O primeiro contato com os sujeitos da pesquisa teve como objetivo conhecer a rotina desse público nas atividades desenvolvidas em sala de aula. Foram destinados dois dias para essa etapa (10/07 e 12/07/2018). A observação consistiu em acompanhar a professora regente da disciplina de História da Matemática, semestre de 2018.1, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe Campus Professor José Aloísio de Campos, componente curricular obrigatório deste curso de graduação, havendo duas turmas ofertadas no período vigente (disciplina obrigatória para o 5° período do CLM).

As turmas estavam organizadas em dois períodos: um à noite com 37 alunos matriculados (código: MAT0055, turma 1); outro à tarde, com 32 matrículas (código: MAT0055, turma 2). As aulas da turma 2 tinham início às 17 horas e perduravam até às 18 horas e 50 minutos, às terças e quintas-feiras. A turma 1 apresentava dois horários; no primeiro dia (às terças-feiras), iniciava às 18 horas e 50 minutos até às 20 horas e 30 minutos e, nas quintas-feiras, a aula iniciava às 20 horas e 40 minutos e finalizava às 22 horas e 20 minutos.

Os dias de observações das duas turmas corresponderam a apresentações de seminários que os alunos apresentaram, usando alguns conteúdos matemáticos previamente selecionados junto à professora regente, articulando o contexto histórico, linha do tempo do conteúdo designado (cronologia), aspectos relevantes e a etimologia do assunto a ser abordado. As apresentações ocorreram através da exposição mediada por recursos visuais (reprodução em PowerPoint, por exemplo), uso do quadro de giz e a oralidade.

Das aulas observadas, foi possível reorganizar a sequência didática a ser aplicada e os tipos de questões a serem usadas como instrumento da coleta de dados. A subseção que segue aborda o caminho percorrido referente à aplicação dos protocolos iniciais para essas turmas.

3.2. SESSÃO II: Aplicando os protocolos iniciais

Finalizando a observação, o foco foi direcionado a organizar as atividades que foram aplicadas nos dias 24 e 26 de julho de 2018, estabelecendo o primeiro contato dos sujeitos da pesquisa com o instrumento inicial de coleta de dados.

Antes da aplicação das atividades da SE, destinou-se o dia 17 de julho de 2018 para sondagem, mediante os protocolos iniciais de aprendizagem, visando identificar se os sujeitos da pesquisa apresentavam os conhecimentos necessários sobre os conteúdos trigonométricos, para a abordagem do conteúdo a ser trabalhado com o recurso didático manipulável desta investigação.

O teor das perguntas iniciais pautava-se na identificação de entendimentos dos conhecimentos de trigonometria que os alunos possuíam (aprendidos no ensino básico) e, se esses conteúdos foram abordados em alguma disciplina da graduação; em caso afirmativo, como os conteúdos foram ensinados pelos professores. Foi solicitada, também, uma breve descrição dos procedimentos usados na condução das aulas com os conteúdos indicados. Para encerrar com as questões voltadas ao diagnóstico sobre entendimentos do campo trigonométrico, foi pedido que apontassem, caso existissem, possíveis dificuldades vivenciadas durante o aprendizado desses conteúdos.

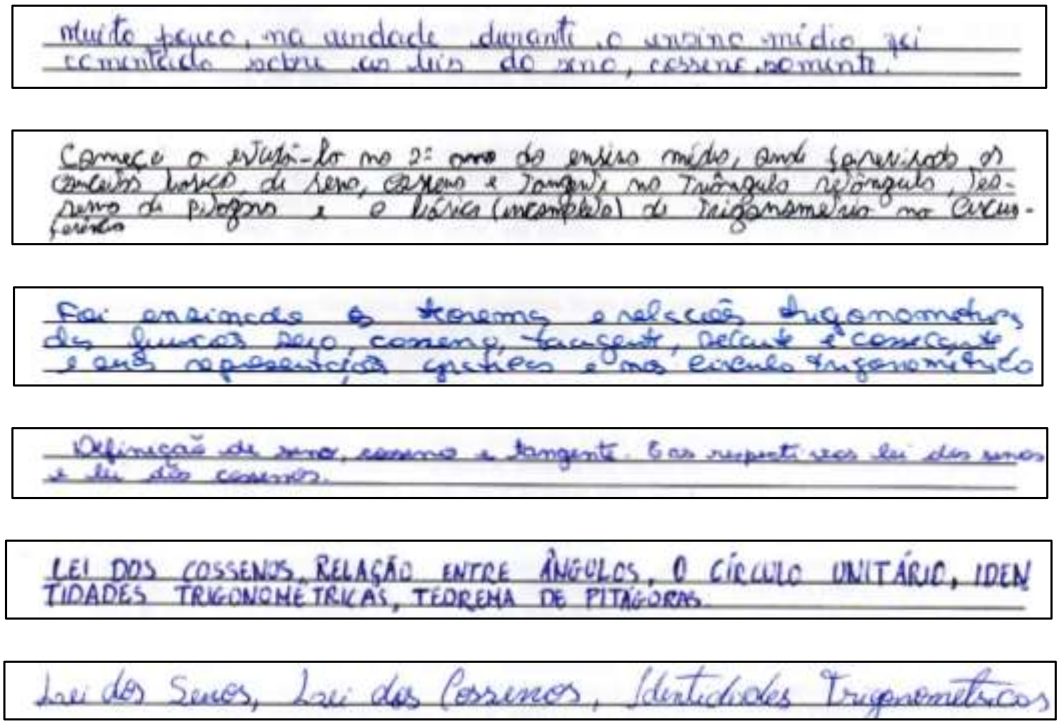
Finalizando a primeira etapa dos protocolos iniciais, foram destinadas duas situações-problemas baseadas em entendimentos do campo trigonométrico, com abordagens contextualizadas (ver Apêndice B). Esses protocolos iniciais foram estruturados em duas laudas.

A princípio foi entregue a primeira página, consistindo em perguntas a respeito de como os conteúdos trigonométricos haviam sido trabalhados ao longo da vida escolar e acadêmica dos sujeitos da pesquisa. A escolha por entregar cada parte do protocolo teve como propósito não promover influência das questões que estavam na segunda página nas respostas iniciais já que elas abordavam conceitos de trigonometria, mais especificamente, sobre a lei dos senos. Assim, a segunda parte foi entregue apenas no momento em que os discentes já haviam respondido à primeira parte.

As questões abordadas nos protocolos iniciais encontram-se no apêndice citado. A seguir, são apresentadas algumas das respostas coletadas por intermédio desses instrumentos de aprendizagem.

Figura 8: Respostas dos protocolos iniciais, parte 1.

Você estudou as leis trigonométricas no ensino médio? O que foi ensinado sobre essas leis?



Muito pouco, na verdade durante o ensino médio foi comentado sobre as leis do seno, cosseno somente.

Comecei a estudá-lo no 2º ano do ensino médio, onde foram vistos os conceitos básicos de seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras e o básico (incompleto) de trigonometria na circunferência

Foi ensinado os teoremas e relações trigonométricas das funções seno, cosseno, tangente, secante e cossecante e suas representações gráficas e no círculo trigonométrico

Definição de seno, cosseno e tangente. E as respectivas lei dos senos e lei dos cossenos.

LEI DOS COSSENOS, RELAÇÃO ENTRE ÂNGULOS, O CÍRCULO UNITÁRIO, IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS, TEOREMA DE PITÁGORAS

Lei dos Senos, Lei dos Cossenos, Identidades Trigonométricas

Fonte: A pesquisa (2019).

Dos alunos 45 alunos (referente as duas turmas participantes da pesquisa) que entregaram a parte 1 dos protocolos iniciais respondidos, foi constatado que 30 estudaram os conhecimentos de trigonometria no ensino médio, 14 não estudaram e um absteve-se da resposta. Os conhecimentos que os alunos disseram ter estudado foram voltados a conceitos de seno, cosseno, tangente, aplicação dos conceitos trigonométricos no triângulo retângulo e na circunferência.

A parte 2 dos protocolos iniciais foi subdividida em duas subpartes, a primeira consistiu em investigar se os alunos já haviam estudado os conhecimentos de trigonometria na graduação. Na Figura 9, foram apresentadas algumas das respostas dos sujeitos da pesquisa.

Figura 9: Respostas dos protocolos iniciais, parte 2.1.

Você estudou as leis trigonométricas na graduação? Em qual(is) disciplina(as)? Já cursou a disciplina de Matemática para o Ensino Médio?

E na Graduação? (X) Sim ( ) Não

Em qual(is) disciplina(s)? Já cursou a disciplina de Matemática para o Ensino Médio I?

Cálculo I, Cálculo II, Cálculo III, Cálculo IV, Física I, e na disciplina Matemática para o Ensino Médio I

E na Graduação? (X) Sim ( ) Não

Em qual(is) disciplina(s)? Já cursou a disciplina de Matemática para o Ensino Médio I?

Matemática pra ensino médio I e na participação como voluntaria no PIBID

Sim cursei.

E na Graduação? (X) Sim ( ) Não

Em qual(is) disciplina(s)? Já cursou a disciplina de Matemática para o Ensino Médio I?

Nos cálculos, nas equações diferenciais. Estou cursando.

E na Graduação? (X) Sim ( ) Não

Em qual(is) disciplina(s)? Já cursou a disciplina de Matemática para o Ensino Médio I?

VETORES E GEOMETRIA ANALÍTICA, CÁLCULO I. A DISCIPLINA MÉDIO I ESTÁ EM ANDAMENTO

E na Graduação? (X) Sim ( ) Não

Em qual(is) disciplina(s)? Já cursou a disciplina de Matemática para o Ensino Médio I?

Já cursei a disciplina de Matemática para o Ensino Médio I e foi nesta em que vi as leis trigonométricas, além de utilizar algumas vezes em outras disciplinas.

Fonte: A pesquisa (2019).

Os dados coletados na parte 2.1, dos protocolos iniciais, indicaram que os alunos participantes da pesquisa estudaram os conhecimentos de trigonometria em algumas disciplinas da graduação como: Vetores e Geometria Analítica; Cálculos: I, II, III e IV; Matemática para o Ensino Médio e em Física I (antigamente nominada de Física A, componente curricular do curso de graduação em física, mas que é disciplina obrigatória no curso na graduação em matemática).

Ainda na parte 2 dos protocolos, foi solicitado que fizessem uma breve descrição da mediação dos conhecimentos trigonométricos abordados na graduação e como eles foram conduzidos. O resultado dessa coleta está exposto na Figura 10.

Figura 10: Respostas dos protocolos iniciais, parte 2.2.

Faça um breve resumo do que foi ensinado e como foi ensinado.

Em calculo I, o professor deu aulas extras para explicar
funções, dentre elas, as trigonométricas e algumas definições.
Em calculo 2, o professor usou uma aula para [illegible], passando
exercícios
Em médio I não lembro como foi, mas tinha listas de exercícios
sobre o assunto.

Como chegar nas formulas do seno, cosseno e tangente, após isso
suas devidas aplicações. E então todo o estudo do circulo trigo-
nométrico. O professor demonstrava como deveria ser feito, logo
depois aplicava uma atividade

Foi ensinado através do calculo de integrais
e derivadas, na forma de questões a serem resolvi-
das, por meio de consulta (a tabua de integrais)

Em cálculo I, os conceitos de ~~[illegible]~~ seno e cosseno e, as for-
mas deles, o desenvolvimento das funções trigonométricas,
depois algumas funções que não são abordados no ensino médio,
como as funções hiperbólicas, tudo com demonstrações

Foram explicados as construções das formulas como por exemplo
as leis do seno e leis do cosseno, utilizando a geometria
para uma melhor visualização dos angulos, foi expli-
cado também o ciclo trigonométrico entre outros

Em cálculo 2 o professor apenas [illegible] para que [illegible] no decorrer do
curso. Em Matemática para o ensino Médio I, o professor fez [illegible]
explicando [illegible] essas leis foram [illegible] e aplicadas.

Foi ensinado algumas leis de formação da função trigonométricas
principais, a relação trigonométricas no triangulo, as leis do
seno e cosseno, a identidade trigonométrica, e a relação entre
[illegible] e triângulo. As aulas foram [illegible] e com uma
didática simplificada

Foi ensinado sobre identidades trigonométricas para estudar
funções onde estão contidos seno, cosseno, tangente e mais alguns.
Tambem foi abordado o circulo ~~trigo~~ unitário, para saber o seno de
π, $\frac{\pi}{2}$, 2π, etc.

O professor abordou de forma didática as demons-
trações, como exemplo para uma futura abordagem
nossa na sala de aula como professores

As leis trigonométricas foram ensinadas para descobrir
algum ângulo no triângulo retângulo que não é dado
o valor de quando certo cosseno ou seno não é também
dado o valor, assim, utilizamos essas leis para
conseguir esse valor.

Fonte: A pesquisa (2019).

As respostas expostas na Figura 10 permitem observar que os professores das disciplinas que necessitam de conceitos ligados à trigonometria revisam tais entendimentos para poder dar prosseguimento ao assunto correspondente à ementa proposta para o curso, ou seja, faz-se necessário evocar os conhecimentos armazenados na memória dos alunos para poder prosseguir com os conteúdos do curso. As abordagens das aulas, de acordo com os relatos, eram voltadas a explicações orais e visualizações por intermédio do quadro de giz/lousa.

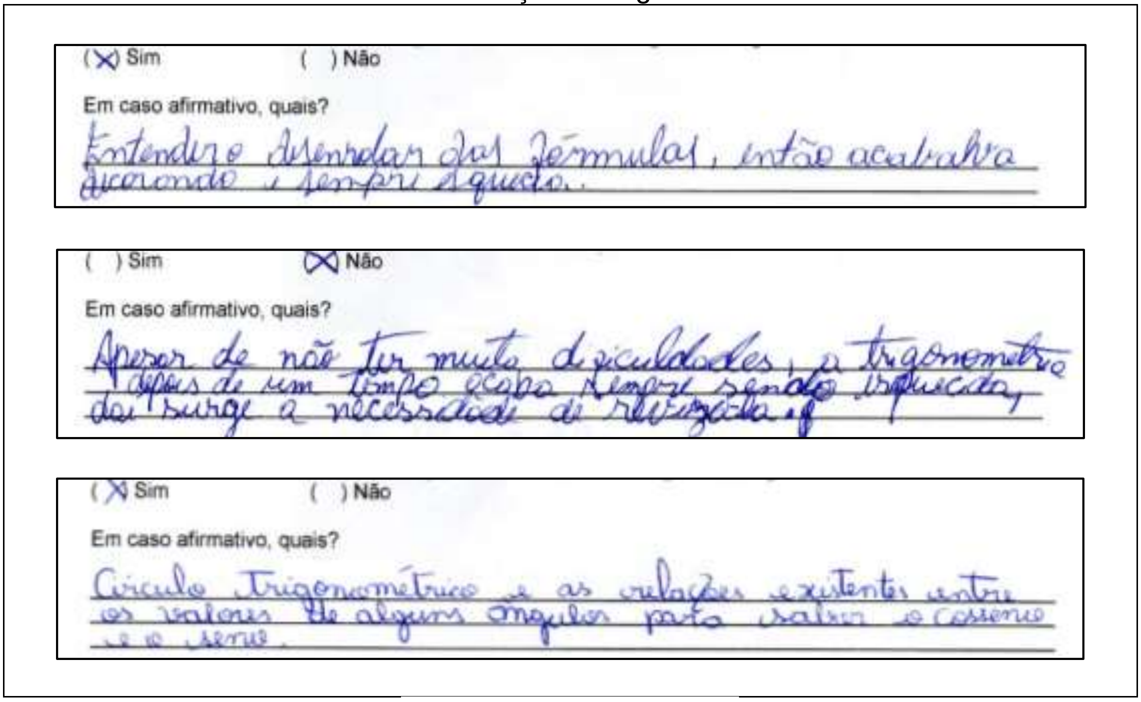
As descrições feitas enfatizam o uso de demonstrações e a resolução de atividades/exercícios. Dos dados recolhidos, apenas um fez referência à preocupação com o futuro campo de atuação dos futuros docentes, os demais versaram sobre técnicas de resolução de atividades que as requeriam.

A parte 3 apresentou a descrição dos conhecimentos e entendimentos concernentes aos conteúdos trigonométricos, elencando possíveis dificuldades no processo de aprendizagem ligado a esses conhecimentos. Ver Figura 11.

Figura 11: Respostas dos protocolos iniciais, parte 3.

Você teve dificuldade na aprendizagem dos conhecimentos ligados à trigonometria? Em caso afirmativo, quais?
(X) Sim ( ) Não Em caso afirmativo, quais? O que era seno, cosseno, as relações trigonométricas, a tangente, cotangente, entre outros não visto na escola, na verdade a geometria em si, sempre muito excluída por professor (pelo menos de rede pública).
(X) Sim ( ) Não Em caso afirmativo, quais? No círculo trigonométrico, em relacionar seno e cosseno, entender o que eles significam e como utilizá-los.
(X) Sim ( ) Não Em caso afirmativo, quais? Principalmente para memorizar o círculo unitário, e a lei dos cos-senos (até hoje).

Continuação da Figura 11.


(X) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, quais?

Entender e diferenciar das fórmulas, então acabava ficando e sempre duvida.

( ) Sim (X) Não

Em caso afirmativo, quais?

Apesar de não ter muita dificuldades, a trigonometria depois de um tempo acaba sempre sendo esquecida, daí surge a necessidade de revisá-la.

(X) Sim ( ) Não

Em caso afirmativo, quais?

Círculo Trigonométrico e as relações existentes entre os valores de alguns ângulos para saber o cosseno e o seno.

Fonte: A pesquisa (2019).

Depois de respondidas as questões dos protocolos iniciais, os sujeitos da pesquisa receberam duas situações-problemas, as quais exigiam conhecimentos de trigonometria para serem resolvidas, mais especificamente, conhecimentos sobre lei dos senos. A seguir serão expostas as respostas apresentadas pelos alunos à primeira situação-problema.

Figura 12: Situação-Problema 1 dos protocolos iniciais.

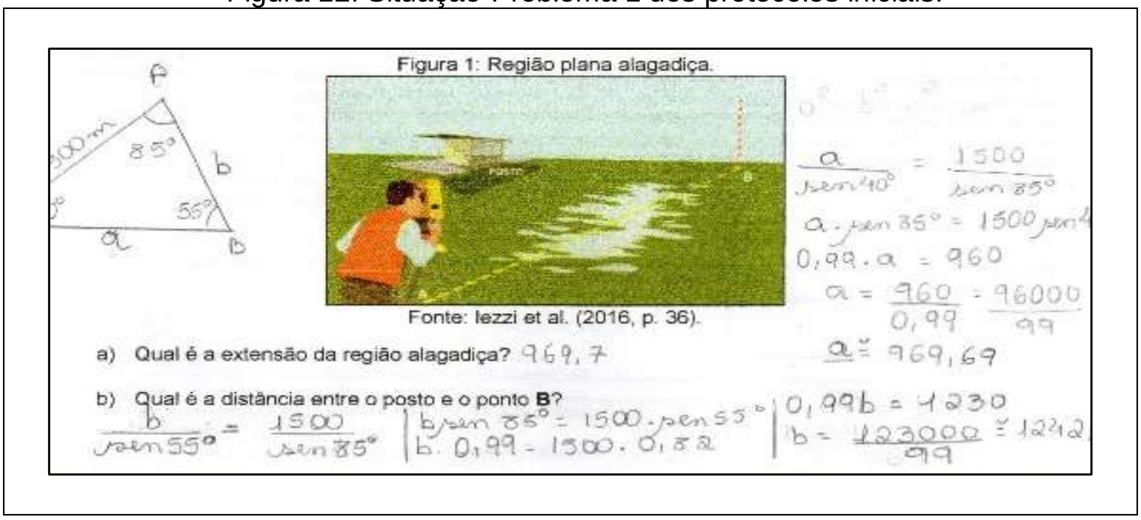


Figura 1: Região plana alagadiça.

Fonte: Iezzi et al. (2016, p. 36).

$\frac{a}{sen\,40°} = \frac{1500}{sen\,85°}$

$a \cdot sen\,85° = 1500\,sen\,4$

$0{,}99 \cdot a = 960$

$a = \frac{960}{0{,}99} = \frac{96000}{99}$

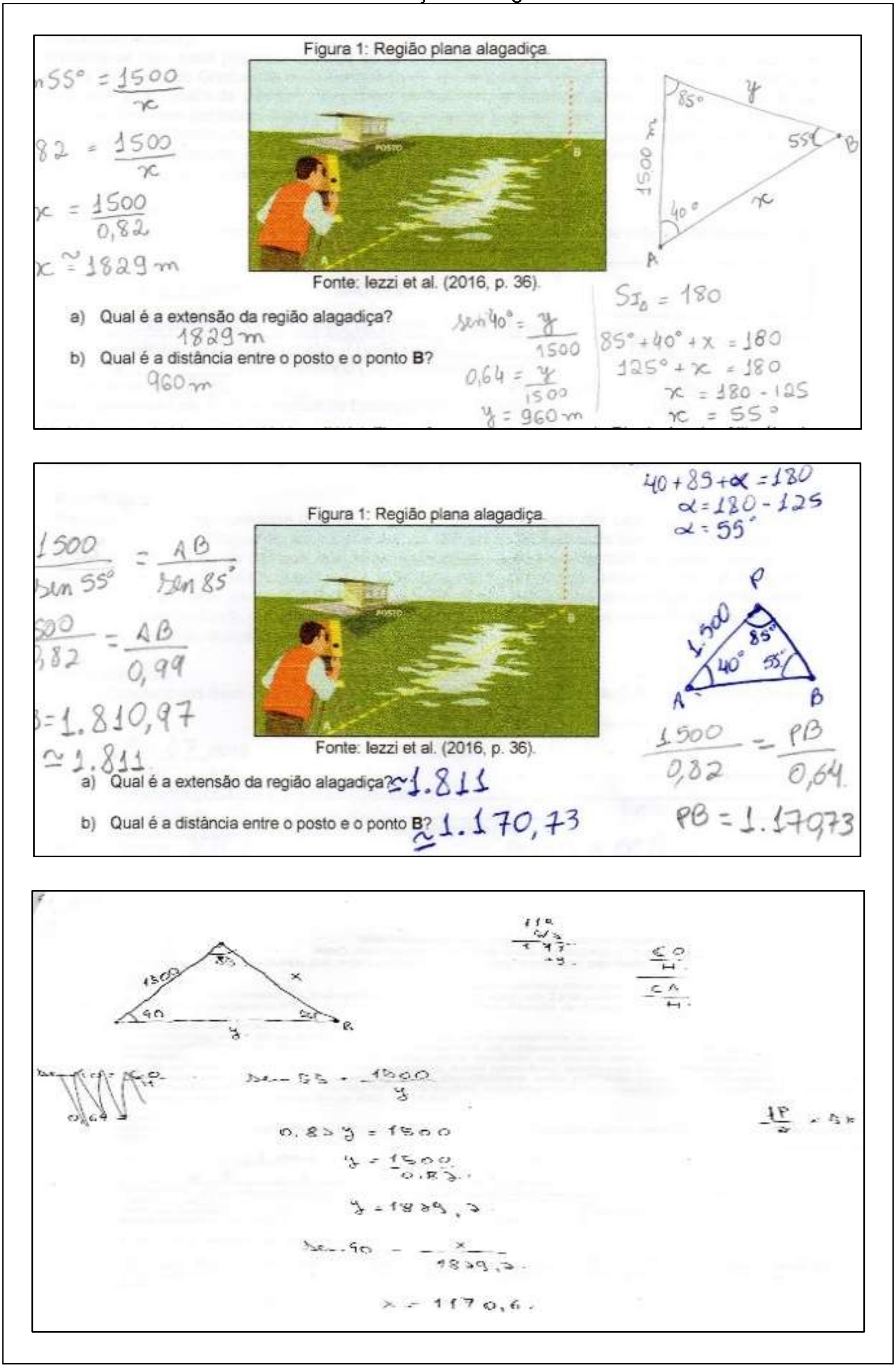
$a \cong 969{,}69$

a) Qual é a extensão da região alagadiça? 969,7

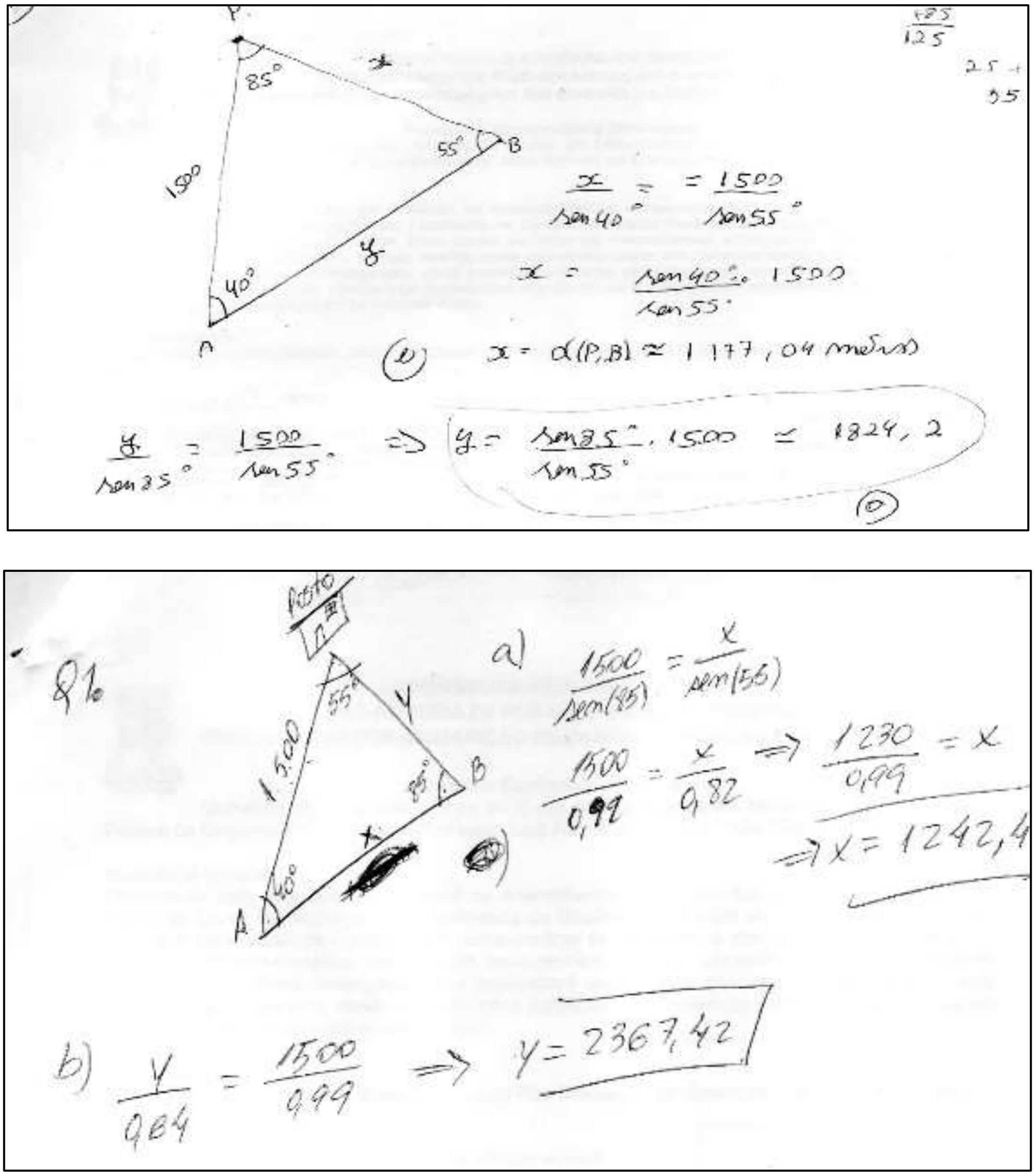
b) Qual é a distância entre o posto e o ponto **B**?

$\frac{b}{sen\,55°} = \frac{1500}{sen\,85°}$ | $b\,sen\,85° = 1500 \cdot sen\,55°$ | $b \cdot 0{,}99 = 1500 \cdot 0{,}82$ | $0{,}99b = 1230$ | $b = \frac{123000}{99} \cong 1242$

Continuação da Figura 12.



Continuação da Figura 12.

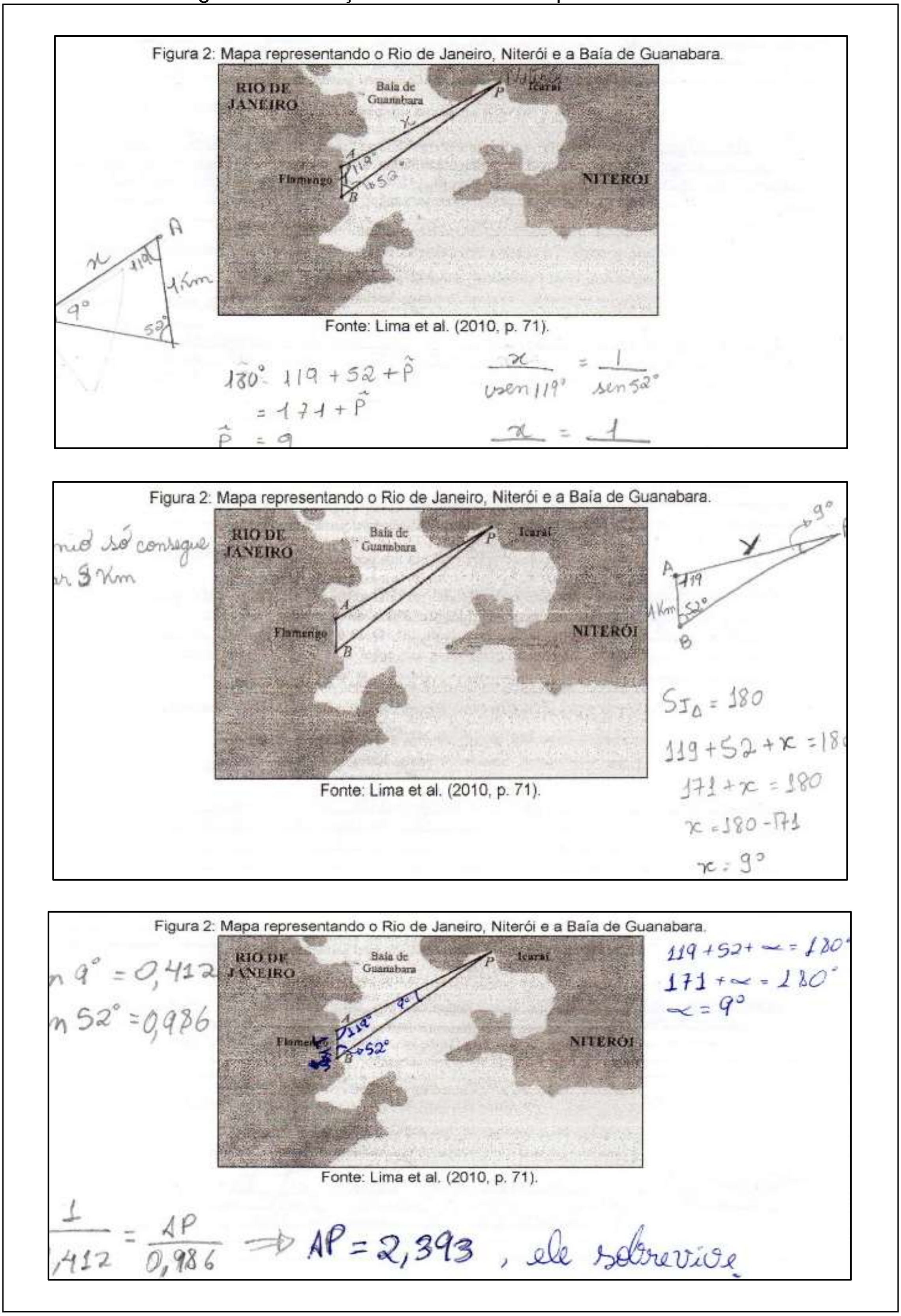


Fonte: A pesquisa (2019).

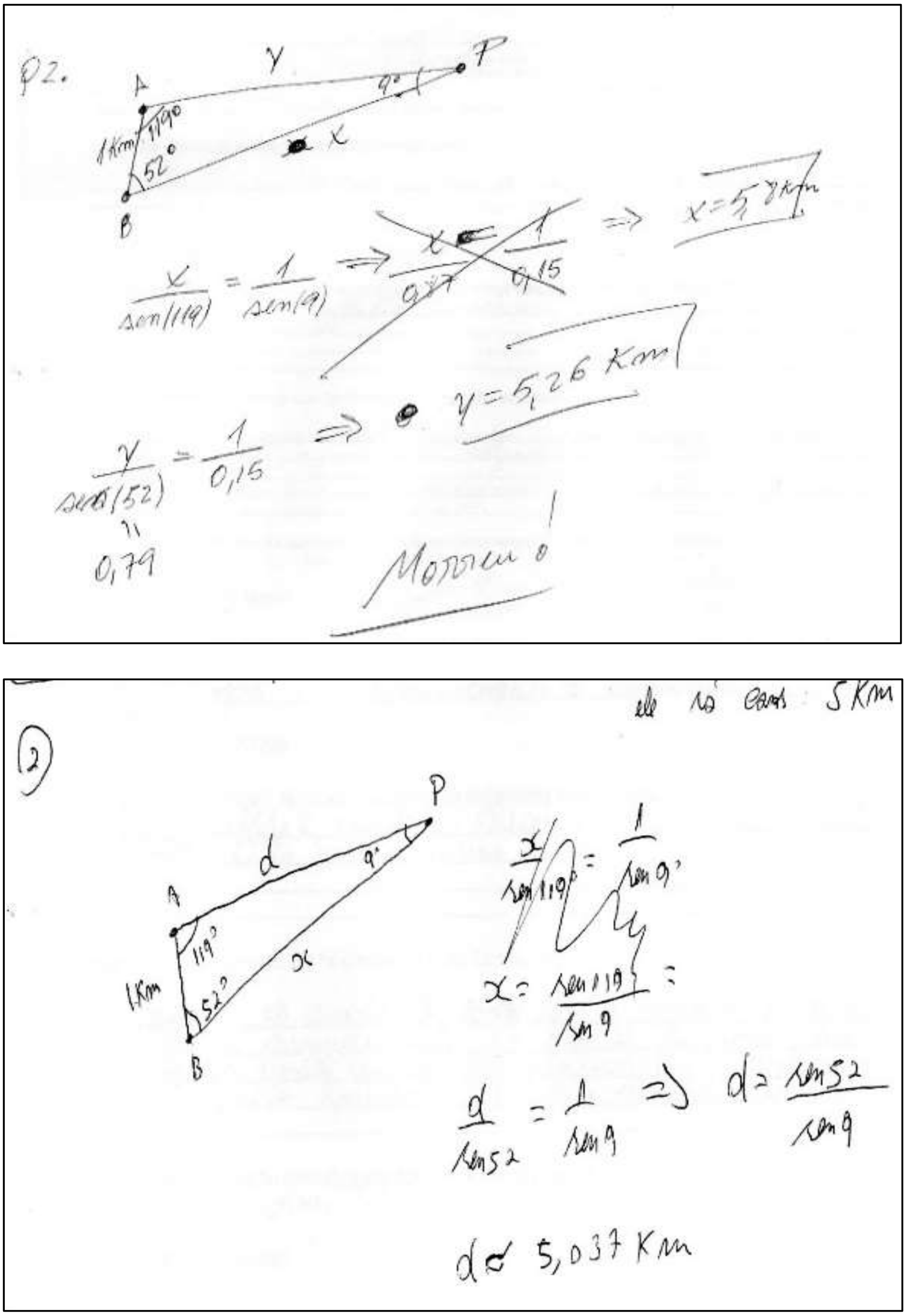
Das respostas referentes à situação-problema 1, foi registrado que os alunos apresentam entendimentos sobre alguns conceitos de trigonometria, no entanto, não souberam organizá-los no momento da resolução da atividade proposta. Alguns conseguiram utilizar a lei dos senos como conhecimento que propiciou chegar a resultados corretos do que lhes foi solicitado, já outros não.

Os dados coletados, referentes à situação-problema 2, mostram que alguns alunos não recordavam (ou não haviam estudado) os conhecimentos sobre a lei dos senos, posto que muitos deixaram-na sem resposta, ou com respostas equivocadas.

Figura 13: Situação-Problema 2 dos protocolos iniciais.



Continuação da Figura 13.



Fonte: A pesquisa (2019).

Após aplicação dos protocolos iniciais, voltou-se à reorganização das situações-problemas a serem usadas no dia da aplicação da SE, que será descrita na Subseção 3.3.

3.3. SESSÃO III: Sequência de ensino (SE)

Após coletadas as informações das observações e da aplicação dos protocolos iniciais, foram desenvolvidas situações-problemas para que pudessem ser aplicadas nas duas turmas que fizeram parte do campo de investigação deste trabalho.

Nos dias 24 e 26 de julho de 2018, foi implementada a SE nas duas turmas, campos da investigação. Primeiramente, foram apresentados os objetivos da sequência e os passos a serem seguidos para a realização dessa etapa da pesquisa. Os alunos foram organizados em trios e/ou duplas e para cada grupo foram distribuídos uma régua, um ciclo trigonométrico móvel (ver Figura 7), folha A4 e quatro borrachinhas coloridas (materiais que serviram como recursos atencionais). A Figura 14 representa a turma 1, organizada com os materiais utilizados ao longo da atividade.

De posse dos materiais entregues, os alunos foram convidados a representar no ciclo trigonométrico móvel um triângulo não retângulo com uma das borrachinhas coloridas, o qual deveria ser inscrito, apresentando o centro da circunferência como ponto interior ao triângulo construído.

Figura 14: Alunos organizados em trios para manipulação do ciclo trigonométrico móvel.

Fonte: Acervo do autor (2019).

Os alunos começaram a manipular o material. Como já conheciam os conceitos de grande parte dos conteúdos trigonométricos, foi solicitado que encontrassem a representação para o seno dos ângulos do triângulo representado no ciclo trigonométrico móvel. Os mesmos perceberam que seria um tanto complicado encontrar os valores para esses ângulos, posto que se tratava de um triângulo que não era retângulo.

Em vista disso, foi instruído que com outra borrachinha formassem outro triângulo inscrito, tendo um dos lados coincidentes ao do primeiro triângulo construído, sendo que este segundo deveria conter o centro da circunferência como ponto, tangenciando um dos seus lados. Quanto ao segundo triângulo representado, foi orientado que representassem o seno do ângulo que era comum aos dois triângulos, tomando como base para o segundo triângulo construído. Como todo triângulo que é inscrito à circunferência, cujo centro pertence a um dos lados é um triângulo retângulo, tornou-se fácil esboçar a expressão que representaria o seno do ângulo solicitado.

Essa etapa demandou um determinado tempo para que todos compreendessem as justificativas utilizadas na descrição da expressão para o seno do ângulo solicitado, com intermédio de outro triângulo mais simples, contendo ângulos congruentes ao que foi construído primeiro.

Figura 15: Alunos representando o primeiro e o segundo triângulo no ciclo trigonométrico.

Fonte: Acervo do autor (2019).

Após a exposição da representação do seno para o ângulo côngruo, usaram a mesma lógica para esboçar a expressão para os demais ângulos do triangulo inicial. Para cada passo seguido pelos alunos na construção, por intermédio do ciclo trigonométrico móvel, foi solicitado que registrassem os desenhos e raciocínio usado, para que pudessem sistematizar os entendimentos ao final da experimentação.

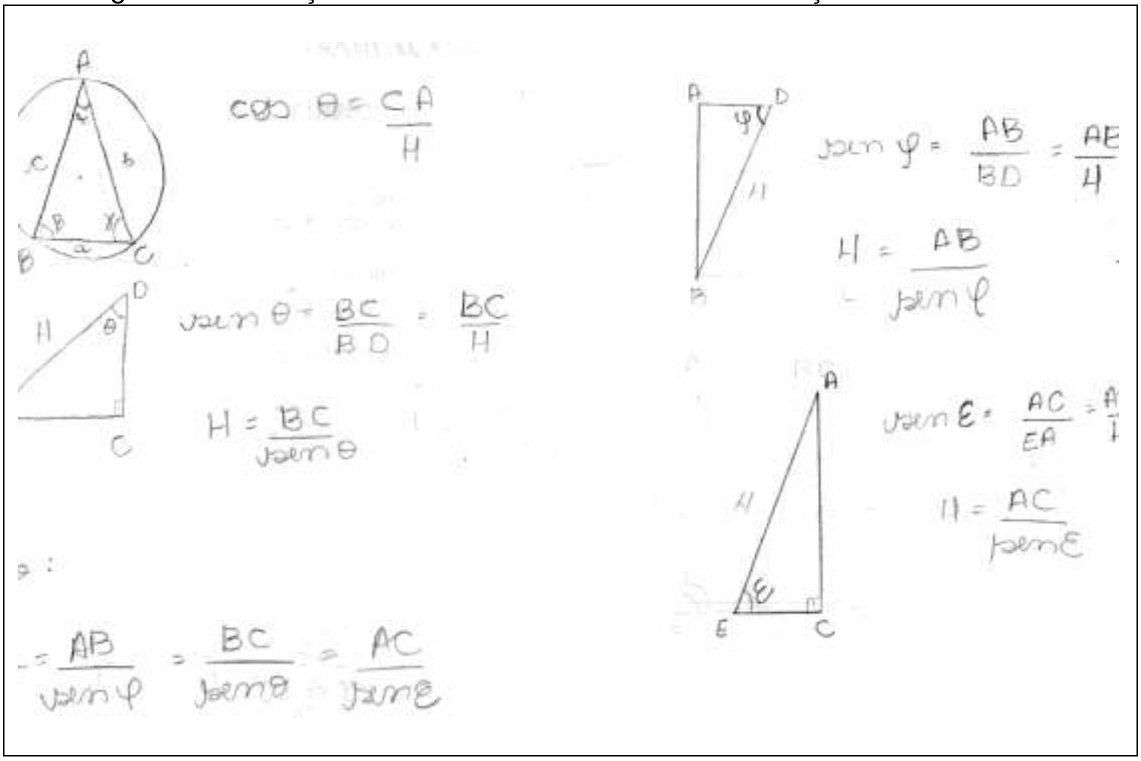
Figura 16: Alunos representando os demais triângulos para o cálculo dos senos dos ângulos.

Fonte: Acervo do autor (2019).

Após encontrarem os resultados correspondentes aos ângulos do triângulo que foi construído inicialmente, foi solicitado que usassem todos os resultados para modelar uma expressão matemática satisfatória envolvendo-os. Diante dessa solicitação, foi possível perceber que os alunos não estavam compreendendo como poderiam modelar a expressão com os resultados; então, fez-se necessário explicar que os triângulos usados como suportes apresentavam um dos lados, cujo centro da circunferência tangenciava-o, sendo que ele não era um vértice. Nesse caminho, concluiu-se que a hipotenusa, em cada triângulo usado como suporte, continha o diâmetro da circunferência; logo, todos apresentavam a mesma medida.

Diante desse esclarecimento, cada grupo começou a organizar a expressão com os resultados encontrados, de modo que aqueles utilizaram uma igualdade, que apresentava como fator comum o diâmetro da circunferência, equivalente à hipotenusa dos triângulos retângulos usados. A Figura 17 apresenta a visualização das anotações de um dos grupos.

Figura 17: Anotações 1 – Passos usados na demonstração da lei dos senos.

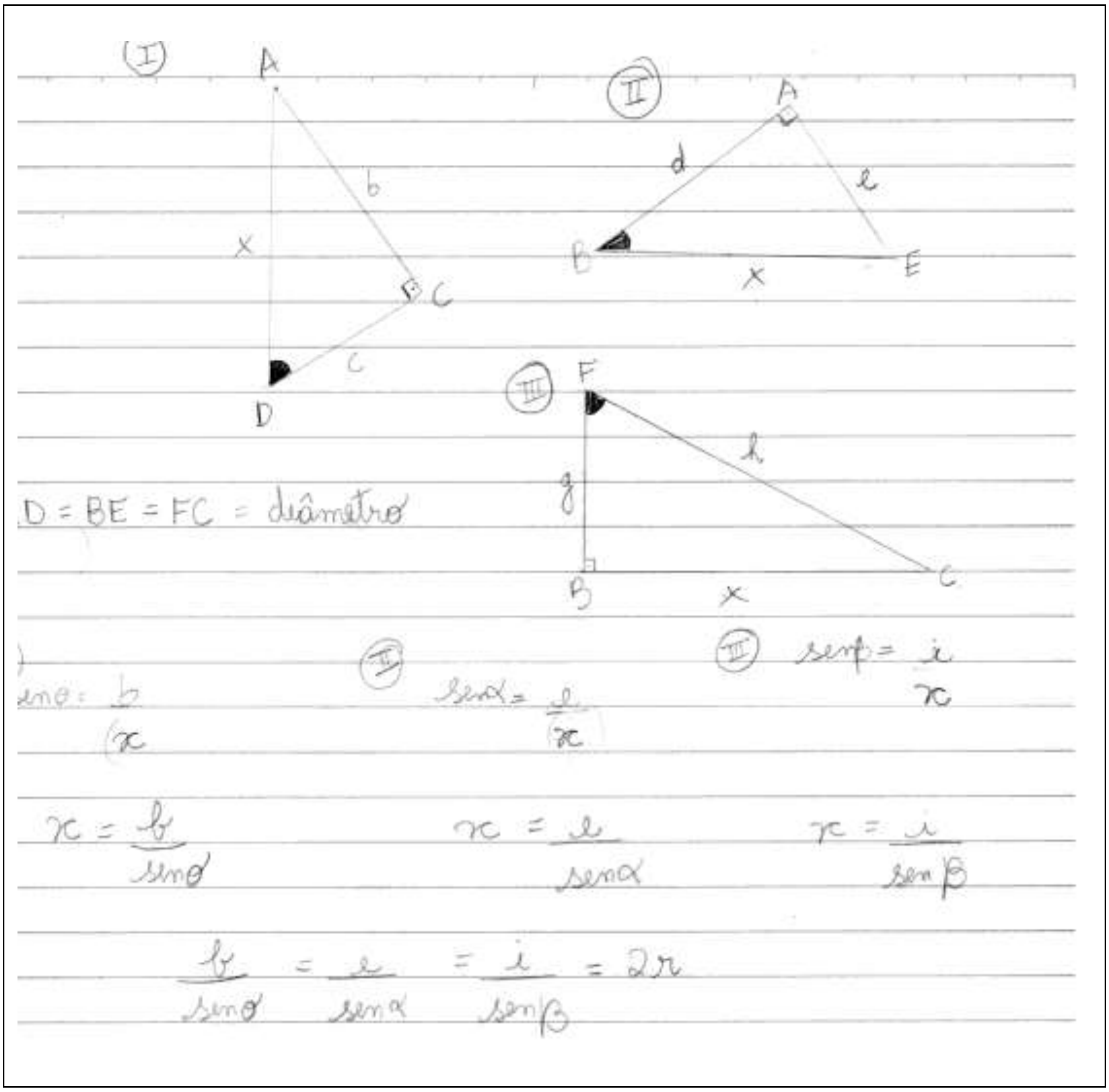


Fonte: A pesquisa (2019).

A cada passo, eram anotados e esboçados os desenhos dos respectivos triângulos a fim de que fossem visualizados os caminhos seguidos para encontrar os ângulos e posterior associação das expressões modeladas ao final da organização da solução do problema proposto para os alunos.

As Figuras 17 e 18 apresentam os registros feitos pelos participantes da investigação. Acerca deles, constatou-se o uso do desenho que teve maior importância para a organização das ideias que lhes permitiram chegar à modelização da expressão que representa a lei dos senos.

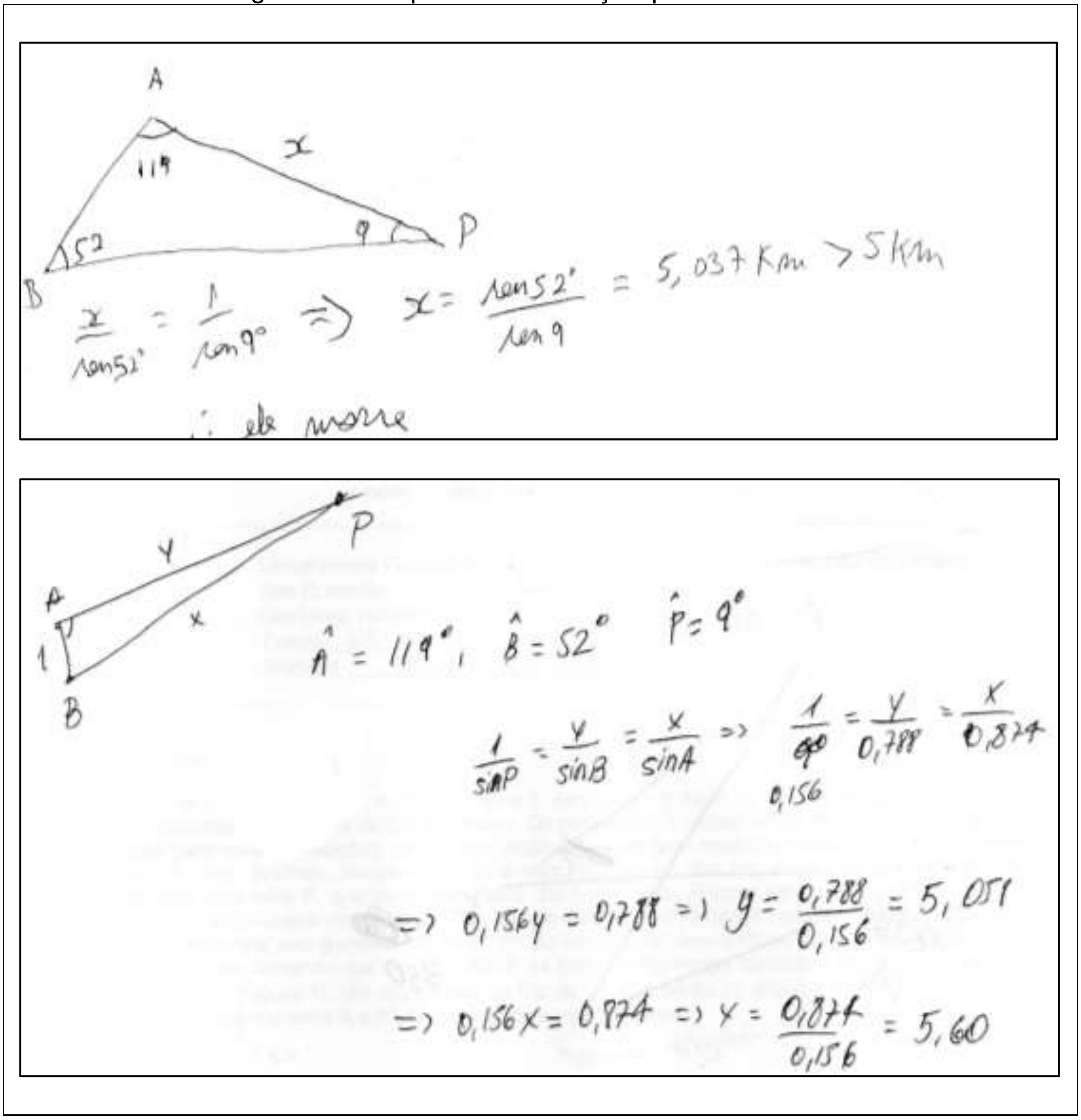
Figura 18: Anotações 2 – Dados e desenhos usados para chegar à expressão da lei dos senos.



Fonte: A pesquisa (2019).

Com a expressão organizada por todos os grupos, sistematizaram-se os entendimentos a respeito do conteúdo e foi solicitado que os grupos respondessem duas situações-problemas, uma já feita na sessão dos protocolos iniciais e outra diferente (ver Apêndice C). Na Figura 19, são exibidas as respostas que os alunos registraram depois de modelada a expressão da lei dos senos por meio do recurso didático manipulável “ciclo trigonométrico móvel”.

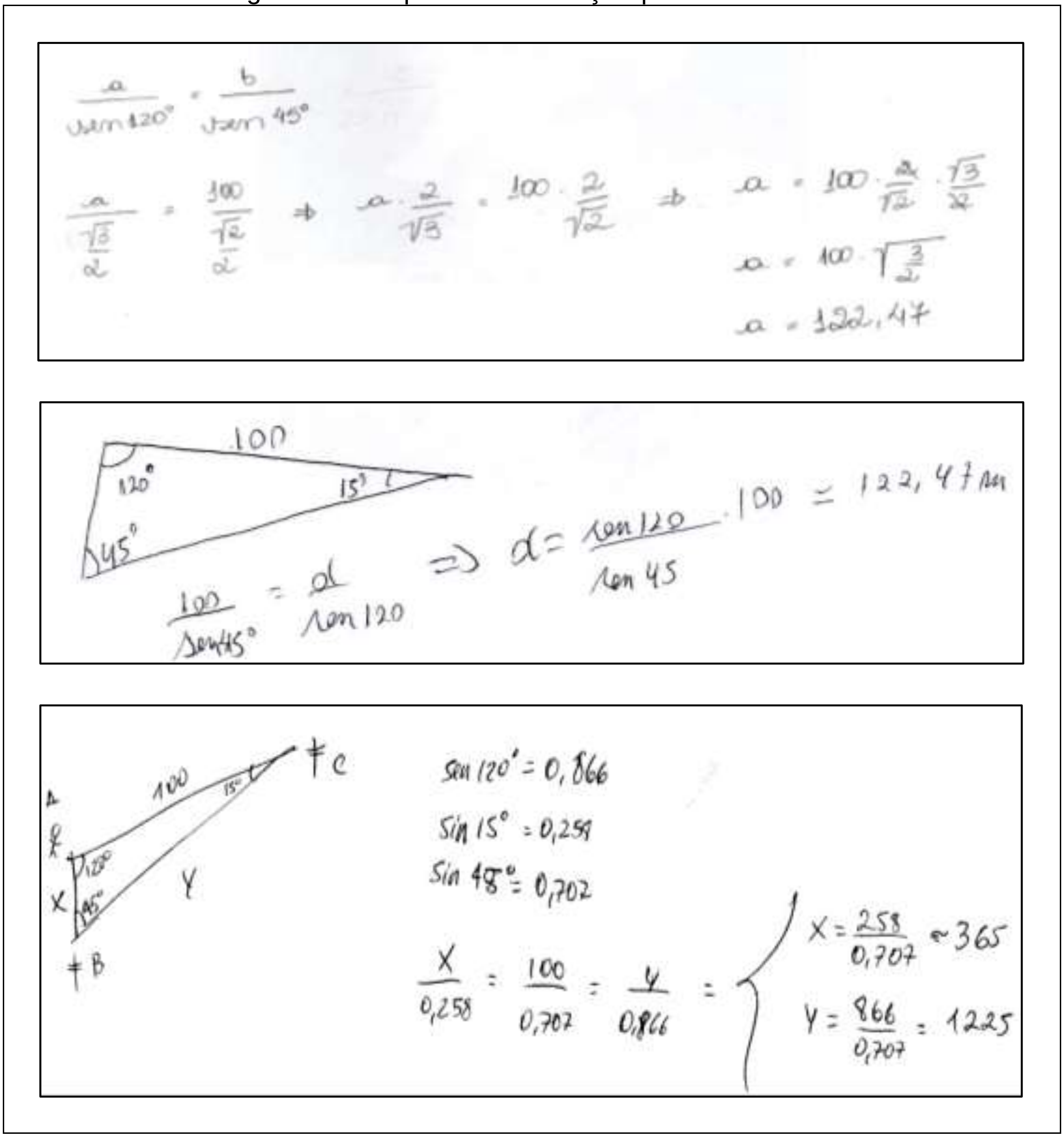
Figura 19: Respostas da situação-problema 1 da SE.



Fonte: A pesquisa (2019).

Ao analisar as respostas apresentadas na Figura 19, foi possível identificar que os resultados da construção da lei dos senos se aproximaram das expectativas antecipacionais detalhadas na Seção 2. Apesar de poucos alunos terem apresentado dificuldades no momento da construção, observou-se que o ciclo trigonométrico móvel foi indispensável para sanar dúvidas. A Figura 20 exibe as respostas da segunda situação-problema proposta nesse dia da SE.

Figura 20: Respostas da situação-problema 2 da SE.



Fonte: A pesquisa (2019).

Os resultados da segunda situação-problema apontam que os entendimentos relativos ao conteúdo lei dos senos já estão mais fixados do que quando foram usados nas situações anteriores à SE. Em face dessas resoluções, foi possível tirar as conclusões que serão expostas na Seção 4.

3.4. SESSÃO IV: Destaques e reflexões sobre a sequência de ensino

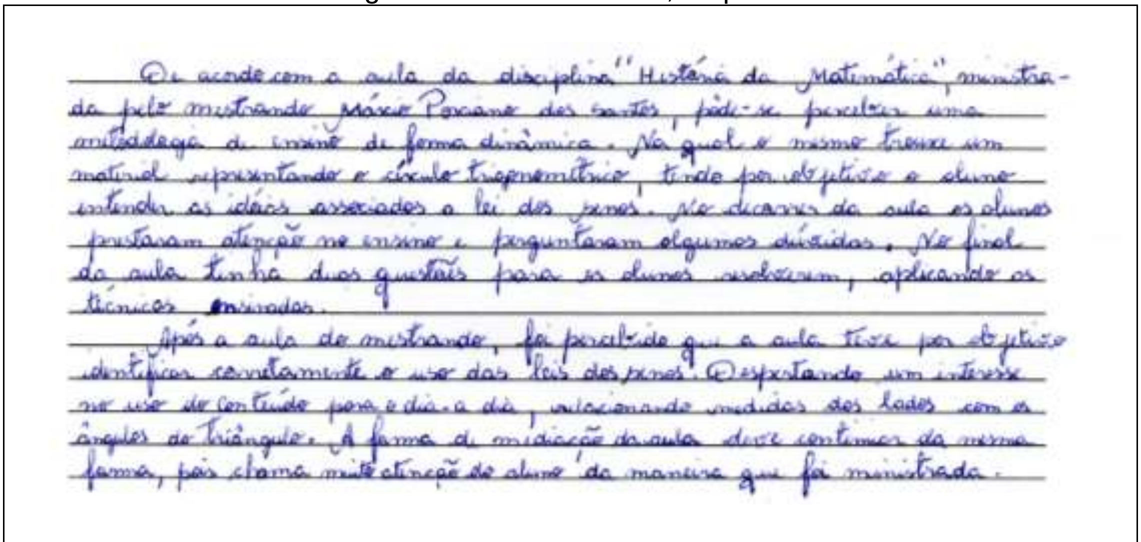
As sessões de aplicações da experimentação foram finalizadas com os alunos participantes da pesquisa, expondo seus comentários a respeito das atividades desenvolvidas. Para evitar constrangimento durante a exposição das ideias, foi entregue um protocolo (ver Apêndice D) que apresentava o seguinte enunciado:

“Prezado aluno(a): Ao final da ATIVIDADE, procure descrever e justificar, nas linhas que seguem, quais aspectos matemáticos você percebeu e gostaria de destacar, enfatizando/acrescentando possíveis mudanças na forma de mediação da aula”.

Mesmo se tratando de uma turma de licenciatura, ou seja, de futuros docentes, se lhes fosse solicitado que falassem ao invés de escrever, poderia ser gerado qualquer tido de constrangimento e inibido possíveis exposições relacionadas à aplicação da SE. Foi nessa perspectiva que se optou por usar a comunicação escrita, além de possibilitar a redação das conclusões para a análise posterior.

Seguem as respostas de alguns dos protocolos representando as ideias dos alunos sobre a atividade proposta.

Figura 21: Protocolo final, resposta A.



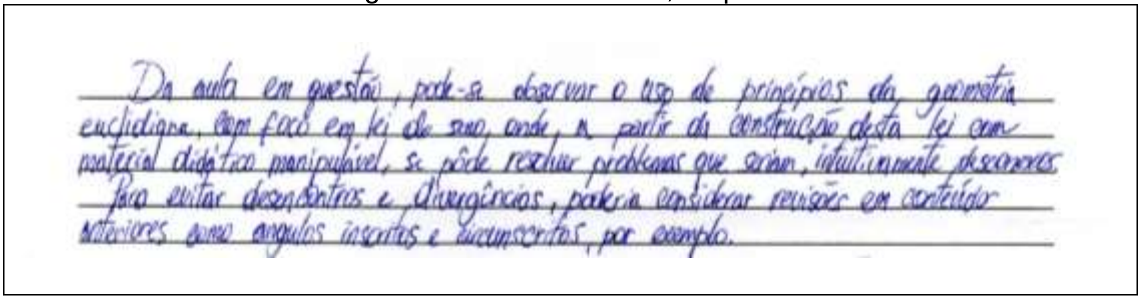
De acordo com a aula da disciplina "História da Matemática", ministrada pelo mestrando Márcio [illegible] dos Santos, pôde-se perceber uma metodologia de ensino de forma dinâmica. Na qual o mesmo trouxe um material representando o círculo trigonométrico, tendo por objetivo o aluno entender as ideias associadas a lei dos senos. No decorrer da aula os alunos prestaram atenção no ensino e perguntaram algumas dúvidas. No final da aula tinha duas questões para os alunos resolverem, aplicando as técnicas ensinadas.

Após a aula do mestrando, foi percebido que a aula teve por objetivo identificar corretamente o uso das leis dos senos. Despertando um interesse no uso do conteúdo para o dia-a-dia, relacionando medidas dos lados com os ângulos do triângulo. A forma de mediação da aula deve continuar da mesma forma, pois chama muita atenção do aluno da maneira que foi ministrada.

Fonte: A pesquisa (2019).

Diante do exposto, constatou-se que os alunos perceberam que o uso do ciclo trigonométrico móvel mediou uma maior participação na construção da demonstração da lei dos senos, levando-os a refletir a respeito de sua futura atuação no campo profissional da docência.

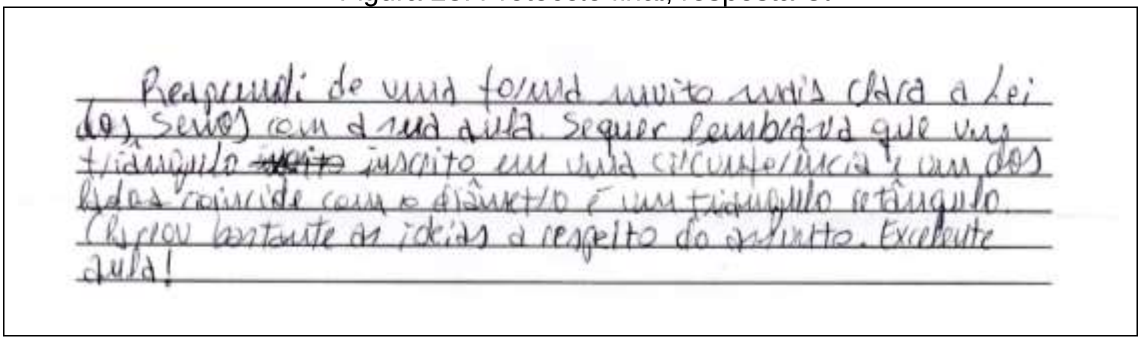
Figura 22: Protocolo final, resposta B.


Da aula em questão, pode-se observar o uso de princípios da geometria euclidiana, com foco em lei do seno, onde, a partir da construção desta lei com material didático manipulável, se pôde resolver problemas que seriam, intuitivamente descobertos. Para evitar desencontros e divergências, poderia considerar revisões em conteúdos anteriores como ângulos inscritos e circunscritos, por exemplo.

Fonte: A pesquisa (2019).

A Figura 22 diz respeito às sugestões dos discentes sobre necessidade dos conhecimentos que são pré-requisitos para o entendimento de determinado conteúdo para poder fazer uso do material didático manipulável utilizado nessa experimentação. Com relação a esse questionamento, as respostas descritas na Subseção 3.2 esclarecem que os sujeitos da pesquisa já possuíam os conhecimentos prévios que lhes permitiam fazer uso correto dos materiais disponibilizados.

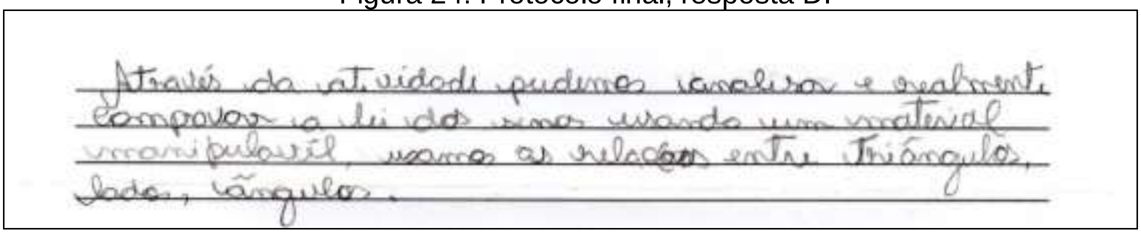
Figura 23: Protocolo final, resposta C.


Reaprendi de uma forma muito mais clara a lei dos senos com a aula. Sequer lembrava que um triângulo inscrito em uma circunferência e um dos lados coincide com o diâmetro é um triângulo retângulo. Clareou bastante as ideias a respeito do assunto. Excelente aula!

Fonte: A pesquisa (2019).

A Figura 23 apresenta a opinião de um discente sobre o fato de ter reaprendido (relembrado) conceitos que estavam na zona de esquecimento do cérebro, através de uma abordagem mais simples que propiciou a atenção diante dos recursos utilizados, bem como da compreensão do conteúdo abordado.

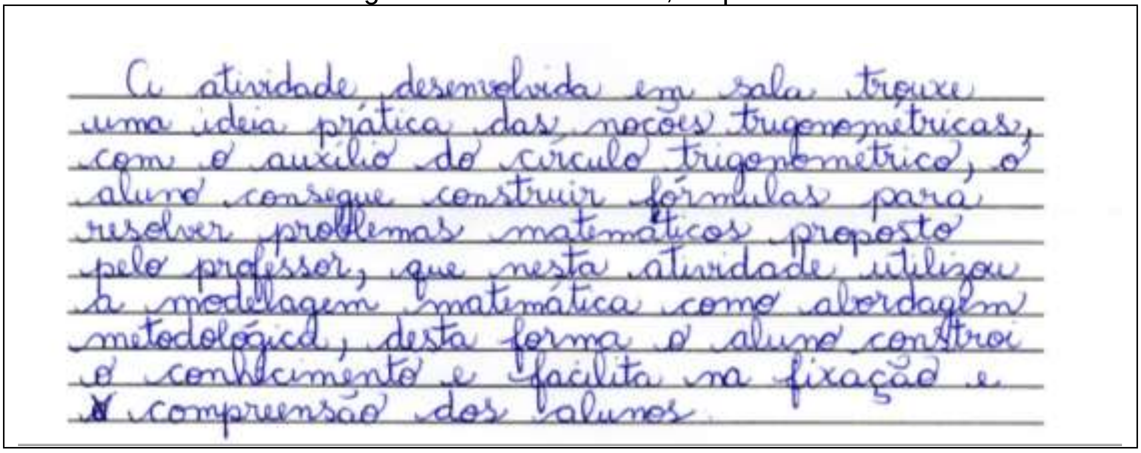
Figura 24: Protocolo final, resposta D.


Através da atividade pudemos analisar e realmente comprovar a lei dos senos usando um material manipulável, vimos as relações entre triângulos, lados, ângulos.

Fonte: A pesquisa (2019).

Diante da resposta exibida na Figura 24, observa-se que os alunos perceberam a importância de abordar o conteúdo trabalhado não só por meio de quadro e giz, mas valorizando também o uso do recurso didático manipulável (ciclo trigonométrico móvel), o qual foi considerado uma alternativa para facilitar a demonstração da lei dos senos.

Figura 25: Protocolo final, resposta E.



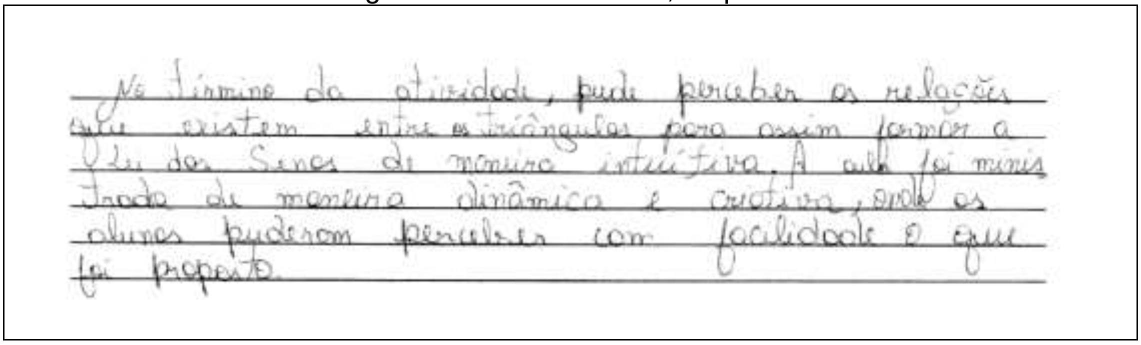
A atividade desenvolvida em sala trouxe uma ideia prática das noções trigonométricas, com o auxílio do círculo trigonométrico, o aluno consegue construir fórmulas para resolver problemas matemáticos proposto pelo professor, que nesta atividade utilizou a modelagem matemática como abordagem metodológica, desta forma o aluno constroi o conhecimento e facilita na fixação e compreensão dos alunos.

Fonte: A pesquisa (2019).

Na Figura 25 são expostas as conclusões de um dos sujeitos da pesquisa no que tange à experimentação da SE, enfatizando a importância da aplicabilidade ao se trabalhar o conteúdo lei dos senos. Com base no texto, observa-se que a aplicação e mediação na aula foi associada à metodologia da modelagem matemática, uma vez que apresenta orientações que indicavam possibilidades de caminhos a serem seguidos para modelar a expressão desejada, que é a lei dos senos. Além disso, salienta a importância da fixação para compreensão do assunto em questão.

Observa-se, nesse protocolo, que o sujeito da pesquisa tem uma atenção às questões da didática, destacando que a situação envolve uma das abordagens metodológicas que permeiam o ensino da matemática e apresentando sua visão de como o recurso manipulável pode auxiliar o aluno quanto ao uso de técnicas para resolução de uma tarefa.

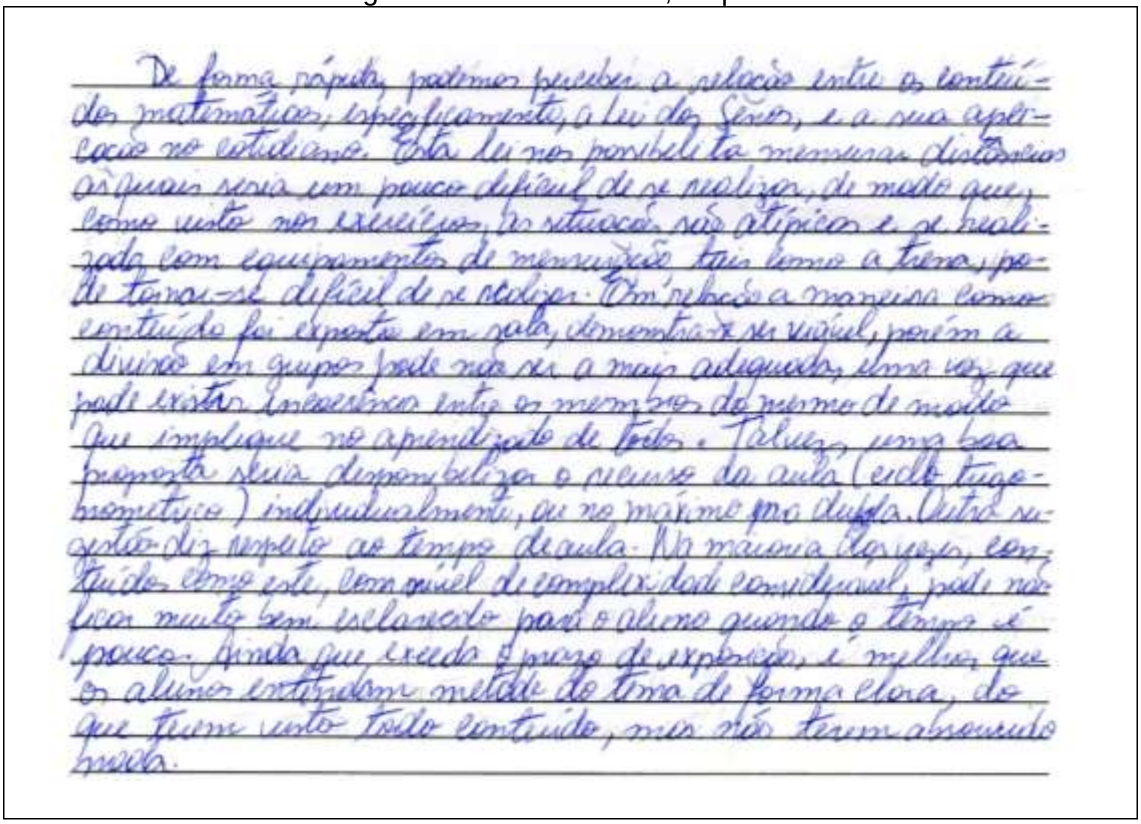
Figura 26: Protocolo final, resposta F.


No término da atividade, pude perceber as relações que existem entre os triângulos para assim formar a Lei dos Senos de maneira intuitiva. A aula foi ministrada de maneira dinâmica e criativa, onde os alunos puderam perceber com facilidade o que foi proposto.

Fonte: A pesquisa (2019).

Na citação acima, nota-se que o uso dos recursos didáticos manipuláveis auxiliou na construção intuitiva da demonstração da lei dos senos, propiciando uma significação maior para os envolvidos na atividade, visto que a condução da aula ofereceu uma abordagem mais dinâmica ao trabalhar esse conteúdo.

Figura 27: Protocolo final, resposta G.


De forma rápida, podemos perceber a relação entre os conteúdos matemáticos, especificamente, a lei dos Senos, e a sua aplicação no cotidiano. Esta lei nos possibilita mensurar distâncias as quais seria um pouco difícil de se realizar, de modo que, como visto nos exercícios, as situações são atípicas e se realizado com equipamentos de mensuração tais como a trena, pode tornar-se difícil de se realizar. Em relação a maneira como conteúdo foi exposto em sala, demonstrou-se ser viável, porém a divisão em grupos pode não ser a mais adequada, uma vez que pode existir incoerências entre os membros do mesmo de modo que implique no aprendizado de todos. Talvez, uma boa proposta seria disponibilizar o recurso da aula (ciclo trigonométrico) individualmente, ou no máximo em dupla. Outra sugestão diz respeito ao tempo de aula. Na maioria das vezes, conteúdos como este, com nível de complexidade considerável, pode não ficar muito bem esclarecido para o aluno quando o tempo é pouco. Ainda que exceda o prazo de exposição, é melhor que os alunos entendam metade do tema de forma clara, do que tenham visto todo conteúdo, mas não tenham absorvido nada.

Fonte: A pesquisa (2019).

A descrição na Figura 27 demonstrou a necessidade e importância do conteúdo trabalhado para resolver problemas que não podem ser solucionados por meio de instrumentos de medidas usuais, como a trena por exemplo.

Também, traz a sugestão do uso individual do ciclo trigonométrico para que não ocorra divergência na resolução, nem discordância entre os pares.

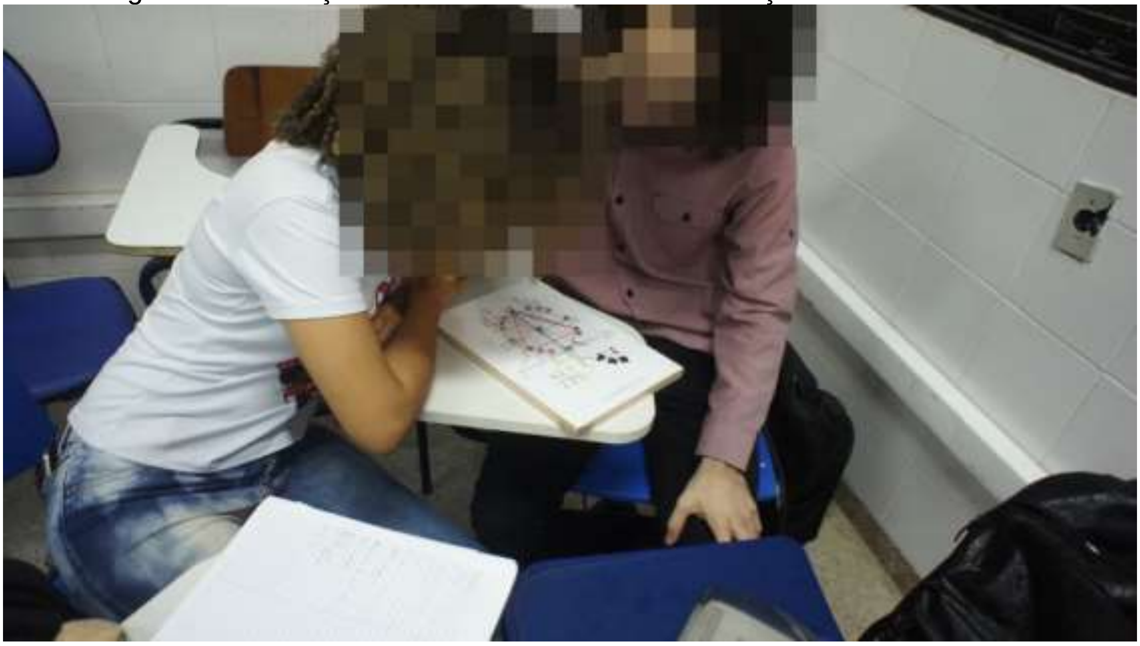
Foi observado, na resposta G do protocolo final, a preocupação com a interação entre os participantes da atividade. Todavia, tendo por base a Figura 28, verificou-se que o trabalho em equipe propicia maior interação com o conteúdo e geram reflexões importantes para o processo de ensino e aprendizagem.

Figura 28: Alunos debatendo os entendimentos ao usarem o recurso didático manipulável.

Fonte: Acervo do autor (2019).

Como as turmas eram de alunos que já tinham um bom conhecimento e haviam cursado disciplinas juntos em períodos anteriores, a interação entre eles propiciou um significativo avanço no desenvolvimento da atividade, permitindo que um ajudasse ao outro sem receio ou constrangimento.

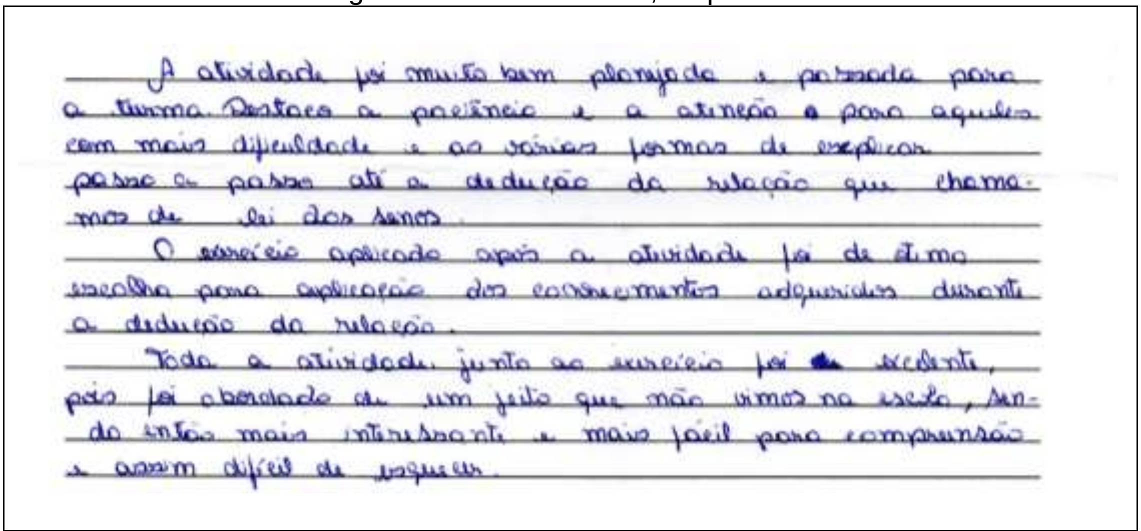
Figura 29: Interação entre os alunos na demonstração da lei dos senos.



Fonte: Acervo do autor (2019).

A Figura 30 apresenta as considerações referentes à aplicação da atividade com auxílio do ciclo trigonométrico móvel para a construção da demonstração da lei dos senos e a ênfase ao uso de situações-problemas que despertaram o interesse dos alunos para solucioná-las.

Figura 30: Protocolo final, resposta H.



A atividade foi muito bem planejada e passada para a turma. Destaco a paciência e a atenção para aqueles com mais dificuldade e as várias formas de explicar passo a passo até a dedução da relação que chamamos de lei dos senos.

O exercício aplicado após a atividade foi de ótima escolha para aplicação dos conhecimentos adquiridos durante a dedução da relação.

Toda a atividade junto ao exercício foi excelente, pois foi abordado de um jeito que não vimos na escola, sendo então mais interessante e mais fácil para compreensão e assim difícil de esquecer.

Fonte: A pesquisa (2019).

Apesar das abordagens dos protocolos finais se apresentarem através de relatos distintos, foi evidente perceber o uso do ciclo trigonométrico móvel na mediação do conteúdo lei dos senos. Assim, conforme pontuaram os alunos, eles não tinham visto essa abordagem no ensino básico, nem nas disciplinas da graduação. Desta forma, o ciclo trigonométrico móvel apresenta grande chance de ser um estimulo eficiente na condução da aprendizagem desse conteúdo. Esta análise será engendrada na próxima seção, mediante o confronto dos dados coletados (na experimentação e nas análises preliminares) desta investigação.

Considerações finais da experimentação

A realização didática foi o momento de testar as construções teóricas elaboradas na pesquisa pelo comprometimento dessas construções em um mecanismo de produção. Essa fase também foi caracterizada pelo registro e organização dos modos de validação associados a essa metodologia, que é baseada no confronto entre análise a *priori* e análise a *posteriori*.

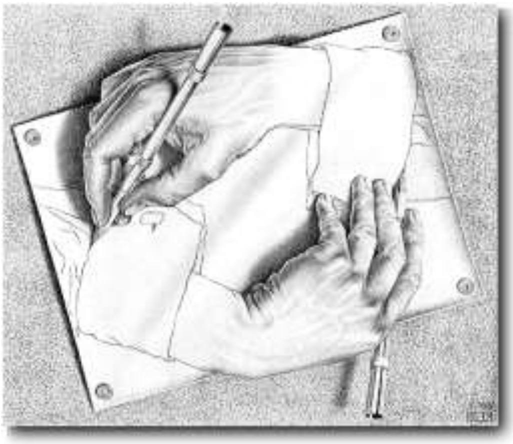
A fase da experimentação é clássica: é o momento de se colocar em funcionamento todo o dispositivo construído, corrigindo-o se necessário, quando as análises locais do desenvolvimento experimental identificam essa necessidade, o que implica retornar à análise em um processo de complementação.

Como a maioria dos alunos já tinha conhecimento a respeito do conteúdo abordado, o uso do ciclo trigonométrico móvel facilitou a mediação da demonstração da lei dos senos.

A princípio, percebeu-se que os alunos ficaram inquietos, visto que as situações-problemas apresentadas exigiam maior grau de reflexão para a resolução. Em face das respostas dos protocolos iniciais, foi observado que os alunos já haviam tido um primeiro contato com o conteúdo trabalhado; assim, optamos por usar o recurso didático manipulável em grupo, uma vez que os alunos poderiam se ajudar mutuamente na resolução das questões propostas.

SEÇÃO 4

ANÁLISE A *POSTERIORI* E VALIDAÇÃO



4 – ANÁLISE A *POSTERIORI* E VALIDAÇÃO

Esta seção trata-se das investigações após a aplicação da SE. Inspirado nas etapas da engenharia didática, foram confrontados os dados e concepções das análises a *priori* (Seção 2) e da experimentação (Seção 3), levando em consideração as hipóteses e objetivos traçados.

De acordo com Artigue (1990/1991), esta fase da pesquisa caracteriza-se por uma chamada fase de análise a posteriori, que se baseia em todos os dados recolhidos ao longo da experimentação: observações feitas nas sessões de ensino e, também, nas produções dos alunos em sala de aula. Às vezes, os dados são complementados por outros obtidos mediante o uso de metodologias externas: questionários, entrevistas individuais e/ou em grupos, as quais são realizadas em vários momentos ou no final da aula.

Em posse desses entendimentos e resultados das seções que compõem este estudo, foram organizados os parágrafos que seguem no intuito de apresentar os resultados dessa etapa da engenharia didática.

4.1. Análise a *posteriori*

Esta subseção foi organizada com base na análise dos dados coletados na experimentação. Em posse deles, foram explicitados os resultados alcançados e os pontos a serem destacados, sendo que a análise foi construída seguindo as Subseções 2, 3 e 4, componentes da estruturação da Seção 3.

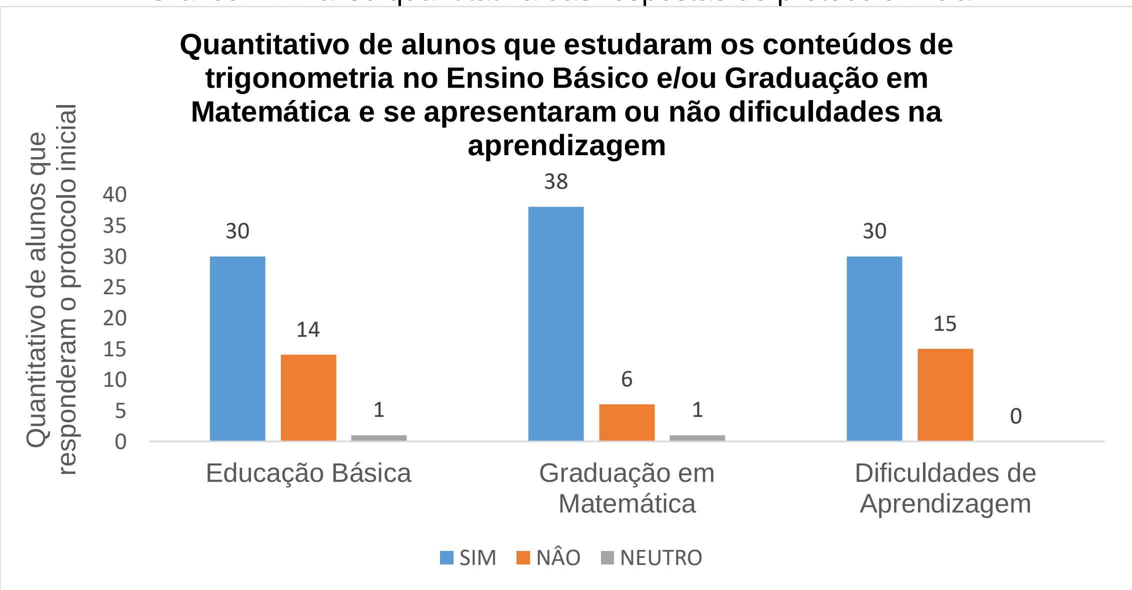
Primeiramente, foram analisados os dados apresentados na Subseção 2, que corresponde às respostas dos protocolos iniciais referentes à identificação dos conhecimentos prévios dos discentes e que foram pertinentes à reestruturação e reelaboração da SE. Vale ressaltar que esses conhecimentos prévios, de acordo com a NC, são de fundamental importância para eficácia das ligações sinápticas, propiciando conduzir as novas informações ao SNC.

Em conformidade com a Figura 8, foi verificado que os conteúdos de trigonometria são abordados no ensino básico, todavia, são restringidos, na maior parte das vezes, aos conceitos iniciais de seno, cosseno, tangente e aplicações destes no triângulo retângulo. Dos 45 alunos participantes da pesquisa, 30 responderam que tinham estudado esses conteúdos, sendo que 18 enfatizaram que um dos conteúdos abordados foi a lei dos senos; 14 afirmaram não ter estudado o conteúdo no ensino básico e 01 deixou essa resposta em branco. Analisando a questão sobre ter estudado esses conteúdos na graduação, 38 alunos responderam que estudaram, 06 não viram até o momento e 01 não respondeu à pergunta. A respeito das dificuldades de aprendizagem em aprender os conteúdos do campo trigonométrico, 30 responderam que sentem dificuldades e 15 não apresentaram dificuldades ao estudar esse campo.

Diante das respostas presentes nos protocolos iniciais, foram verificados que os sujeitos da pesquisa apresentaram registros na memória relacionados aos conhecimentos necessários que podem facilitar a construção dos entendimentos sobre a lei dos senos.

O Gráfico 1 apresenta o quantitativo de alunos que responderam aos protocolos iniciais bem como seus posicionamentos a respeito de terem estudado os conteúdos trigonométricos nas etapas da educação básica e nível superior, destacando se existiram dificuldades nesse processo de aprendizagem e/ou se a mediação desse campo do conhecimento foi realizada de forma a facilitar os entendimentos.

Gráfico 1: Análise quantitativa das respostas do protocolo inicial.

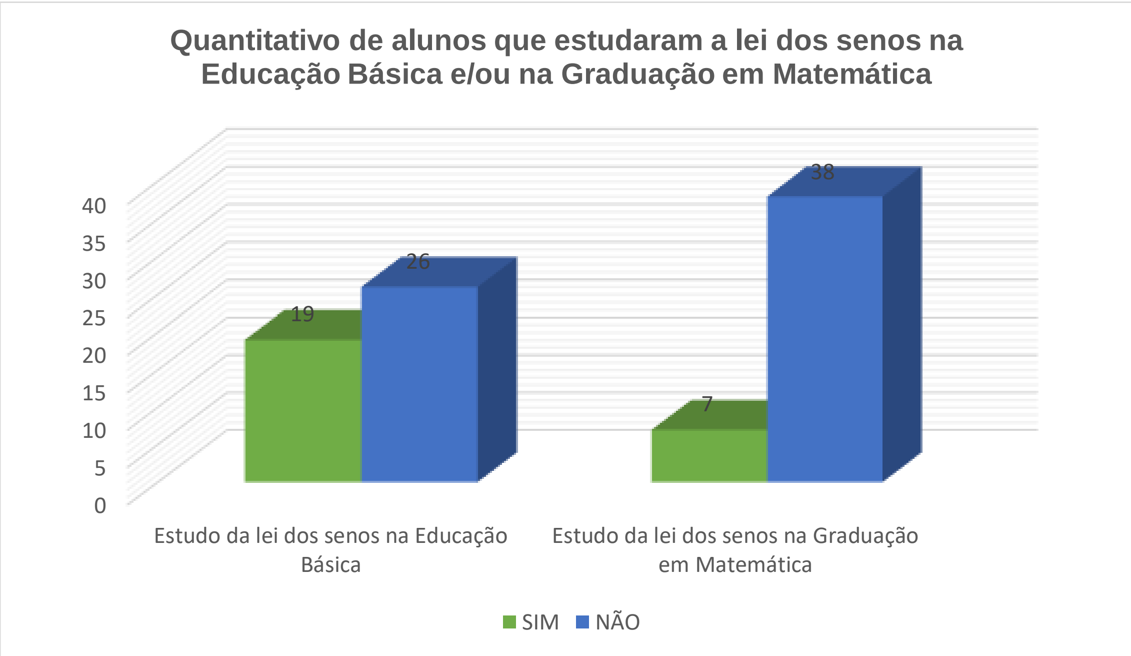


Fonte: A pesquisa (2019).

As respostas da primeira parte dos protocolos iniciais possibilitaram verificar que os conteúdos do campo trigonométrico são abordados no ensino básico e também na graduação em matemática, porém com foco nos conceitos de ângulos, senos, cossenos, tangente, aplicações no triângulo retângulo envolvendo os entendimentos de trigonometria, identidades trigonométricas e conceitos iniciais da circunferência trigonométrica. Também foi possível verificar (ver Figura 8) que os conteúdos referentes à lei dos senos estiveram presentes nessa etapa de ensino. O Gráfico 2 retrata o quantitativo de alunos que estudaram o referido conteúdo ao longo das etapas da educação básica.

Analisando os resultados expostos no referido gráfico, foi averiguado que o conteúdo lei dos senos está presente no ensino básico, representado na maioria das respostas dos alunos que responderam aos protocolos iniciais, e que na graduação em matemática este não apresenta grande destaque. Apesar das respostas da segunda parte do protocolo inicial mostrar que os alunos necessitam desses conhecimentos para a resolução de situações-problemas que envolvem aplicações, tanto em disciplinas do curso de matemática quanto em outras que se façam necessárias.

Gráfico 2: Análise das partes 1 e 2 do protocolo inicial a respeito do estudo da lei dos senos.



Fonte: A pesquisa (2019).

As respostas dos alunos, relativas ao estudo do campo trigonométrico, permitiram inferir que esses conteúdos, em sua maioria, são revisados pelos professores das disciplinas do curso de graduação em matemática em horários opostos, uma vez que é perceptível a necessidade dos entendimentos prévios quando os alunos precisam responder as atividades solicitadas.

Os expostos na Figura 10 apresentam o uso desses conhecimentos ligados à resolução de atividades e exercícios propostos durante as aulas das disciplinas e que são necessários para chegar às respostas esperadas. Do mesmo modo, foi identificado que os conteúdos são trabalhados de forma técnica, de modo que a exposição e, posterior resolução de questões, é o ponto principal dessa mediação. Nessa perspectiva, o uso de recursos pode despertar os canais de entrada da informação permitindo que o foco atencional seja prolongado ao se trabalhar com a lei dos senos.

Considerando-se a análise das duas partes dos protocolos iniciais, foi possível perceber que os conteúdos que envolvem a trigonometria são importantes na continuação dos estudos de quem ingressa no curso de graduação em matemática, por isso necessitam de maior visibilidade no processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com as conclusões iniciais, foi constatado que na graduação a temática em estudo tem grande importância para que os alunos possam prosseguir os estudos; é tanto que alguns professores reservam determinado tempo para revisar esse conteúdo. Assim sendo, levando-se em conta os resultados traçados como hipóteses na Seção 1 da pesquisa, sentiu-se a necessidade de investigar sobre possíveis dificuldades quanto à aprendizagem no campo trigonométrico, especificamente da lei dos senos.

Desse modo, na Figura 11 foram apresentadas algumas das respostas acerca das dificuldades que estes alunos tiveram ao serem expostos ao conteúdo em questão, ressaltando as dificuldades e facilidades encontradas no processo de construção do conhecimento. Um dos pontos destacados foi a memorização já que os conteúdos desse campo do conhecimento já haviam sido trabalhados, mas depois de certo tempo acabavam sendo esquecidos.

O uso de recursos manipuláveis que possam estabelecer significado ao estudo da LS facilita o processo de construção do conhecimento. A atenção funciona como meio de concentrar recursos concretos mentais limitados na informação e nos processos cognitivos que estão mais destacados em um dado momento.

Nesse quesito, a neurociência cognitiva apresenta explicações que podem justificar tais argumentos apresentados na parte três desse protocolo. Em conformidade com estudos dessa área do conhecimento, os conteúdos trabalhados em sala de aula só são armazenados por mais tempo, na memória de longo prazo, caso sejam apresentados de forma significativa, permitindo que nosso cérebro perceba significado e utilidade para o que está sendo apresentado, do contrário, as informações serão descartadas e não armazenadas.

O posicionamento do eixo visual é de fundamental importância para concentração no foco atencional. “Prestamos mais atenção, geralmente, aos objetos que fixamos com os olhos” (LENT, 2002, p. 636-637).

Por isso, com base em lentes da NC, foram constatados, no uso do ciclo trigonométrico móvel, atributos que podem despertar no aluno maior interesse e significação para o trabalho com a lei dos senos, que é fundamental na mediação desse conteúdo, além de ser uma alternativa para permitir o armazenamento/registro por mais tempo na memória dos estudantes.

A análise do protocolo inicial confirmou as hipóteses levantadas ao iniciar a pesquisa: o uso de atributos que possam mobilizar a atenção e dar significado ao se trabalhar com a lei dos senos contribui significativamente para que possam ser armazenados por mais tempo na memória, podendo ser evocados quando solicitados.

Abordar os conteúdos por intermédio de uma intervenção didática preocupada com a aprendizagem não só para aquele momento, mas para futuras ações, permite rever a atuação pedagógica e reavaliar as abordagens metodológicas usadas em sala de aula responsáveis pela mediação do processo de ensino e aprendizagem.

Tendo em vista a análise das situações-problemas usadas nos protocolos iniciais (ver Apêndice B), concluiu-se que mesmo a maioria dos alunos afirmando ter visto os conteúdos do campo trigonométrico no ensino básico e na graduação em matemática, as respostas apresentadas na Figura 12 permitiram aferir que os entendimentos sobre esse campo ainda apresentam fragilidades, posto que os passos na resolução mostram alguns equívocos.

De acordo com o Gráfico 1, os conteúdos trigonométricos estão presentes nos dois níveis de ensino (básico e superior), sendo que de acordo com as respostas apresentadas na Seção 3, expõem que desses são contemplados alguns tópicos, dos quais lei dos senos apresenta mínima representatividade.

Os resultados obtidos na resolução da situação-problema 1 corroboram com os dados coletados na primeira etapa dos protocolos iniciais, mas foi observado que mesmo sendo conteúdos que alguns dos alunos já haviam estudados, ainda era perceptível a necessidade de aprofundamento para uma resolução mais plausível com os dados apresentados no problema. O fato de não terem obtido êxito na resolução pode estar ligado aos mecanismos que aguçam o sistema atencional que não é unitário; as redes neurais coordenam-se para realizar importantes funções, dentre elas, selecionar objetos e/ou locais de acordo com as exigências da tarefa estipulada.

O Gráfico 3 apresenta o quantitativo dos resultados dessa resolução. Dos 45 participantes da pesquisa, 10 responderam o item ***a*** da situação-problema 1 de forma a manter certa proximidade com o resultado desejado; quanto ao item ***b***, 4 se aproximaram da resposta desejada. Conforme esses resultados, notou-se que mesmo os sujeitos da pesquisa tendo determinado conhecimento do conteúdo abordado nas questões, fez-se necessário ainda maior aprofundamento da temática em estudo, uma vez que o quantitativo de respostas que se aproximaram do esperado foi mínimo com base nas respostas apresentadas na primeira etapa do protocolo inicial.

Esse resultado pode ser explicado com base na ausência de uma rede orientadora no SNC, que envolve a localização de objetos relevantes no espaço, orientando os órgãos sensoriais e filtrando informações irrelevantes que possam competir por atenção. Um exemplo é a orientação viso-espacial que é uma sugestão de sinalização cuja natureza desperta maior interesse na execução de tarefas.

Gráfico 3: Visualização das análises das respostas da situação-problema 1.

Fonte: A pesquisa (2019).

A análise das respostas da situação-problema 1 apresentou que a resolução permeou no uso do Teorema de Pitágoras, conceitos iniciais de trigonometria (seno, cosseno, tangente). Em 15 dos protocolos de resoluções, foi constatado o uso da fórmula generalizada da lei dos senos, contudo nem todos fizeram uso dela como deveria, pois os resultados finais apresentavam grande diferença do esperado.

A situação-problema 2 apresentou 02 resultados com aproximações do esperado. Da análise dessa questão, foi identificado que a maior parte dos alunos não resolveu a situação-problema; assim, inferiu-se a falta de conhecimentos prévios necessários para a execução da tarefa.

Da aplicação da sequência didática, foi observado que a turma estava interessada em saber como usaria o material entregue para mediação da SE. Esse quesito foi positivo, pois eles prestaram mais atenção ao que estava sendo solicitado, pois existia certa curiosidade por trás do que estavam fazendo, nosso cérebro é interesseiro por natureza. Assim, o uso do material manipulável propiciou uma maior atenção e foco na construção proposta em sala de aula.

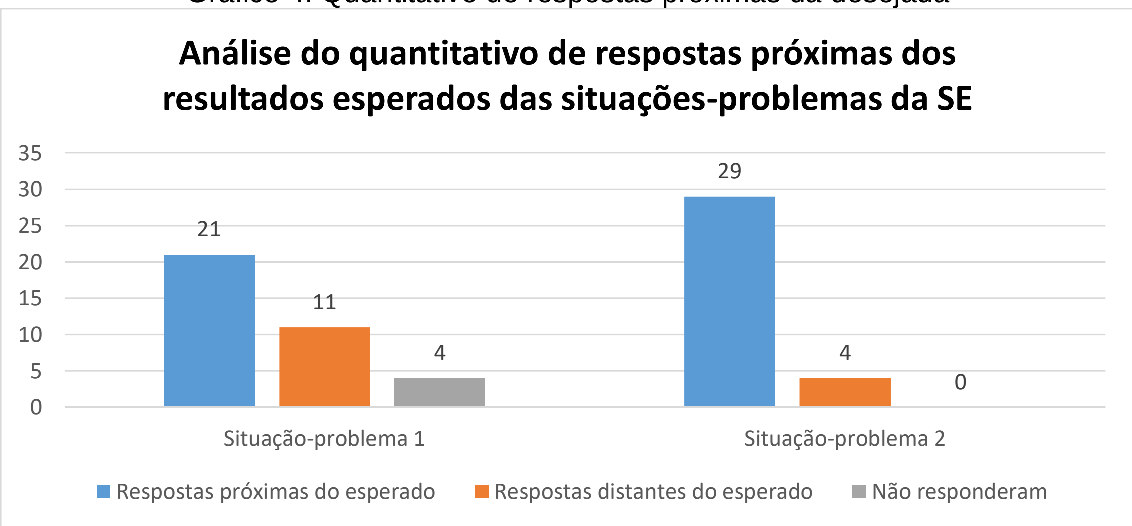
A curiosidade desperta a vigilância, que segundo Sternberg (2010, p. 86) “[...] é a capacidade de uma pessoa prestar atenção a um campo de estimulação por um período prolongado, durante o qual busca detectar o surgimento de um determinado estímulo-alvo de interesse". Muitos estudos sugerem que a atenção visual seja equiparada (de forma muito geral) a uma luz dirigida ou holofote.

A Figura 14 expõe uma das turmas organizada em grupos, centrada nas orientações para auxilio no uso do material manipulável. O manipular e o visualizar foram os pontos principais que propiciaram despertar o sistema atencional no processo de construção do conteúdo proposto.

As respostas apresentadas nas Figuras 17, 18, 19 e 20 destacam maior coerência com os resultados esperados e homogeneidade, constatando que as respostas obtidas nos protocolos iniciais foram reestruturadas e, de acordo com a expressão da lei dos senos, construída(s) por intermédio do recurso manipulável – ciclo trigonométrico móvel, permitindo essa aproximação entre os resultados (antes e depois do uso do recurso). Nesse processo, para que exista o prolongamento da atenção, faz-se necessária a ativação do sistema executivo, que tem o papel de autorregulação e inibição de distraidores presentes no ambiente.

Dos alunos presentes no dia da aplicação da SE, foram entregues 36 protocolos referentes às situações-problemas que estavam sendo trabalhadas. O Gráfico 4 esboça o quantitativo das aproximações e não aproximações com as respostas esperadas das questões trabalhadas.

Gráfico 4: Quantitativo de respostas próximas da desejada



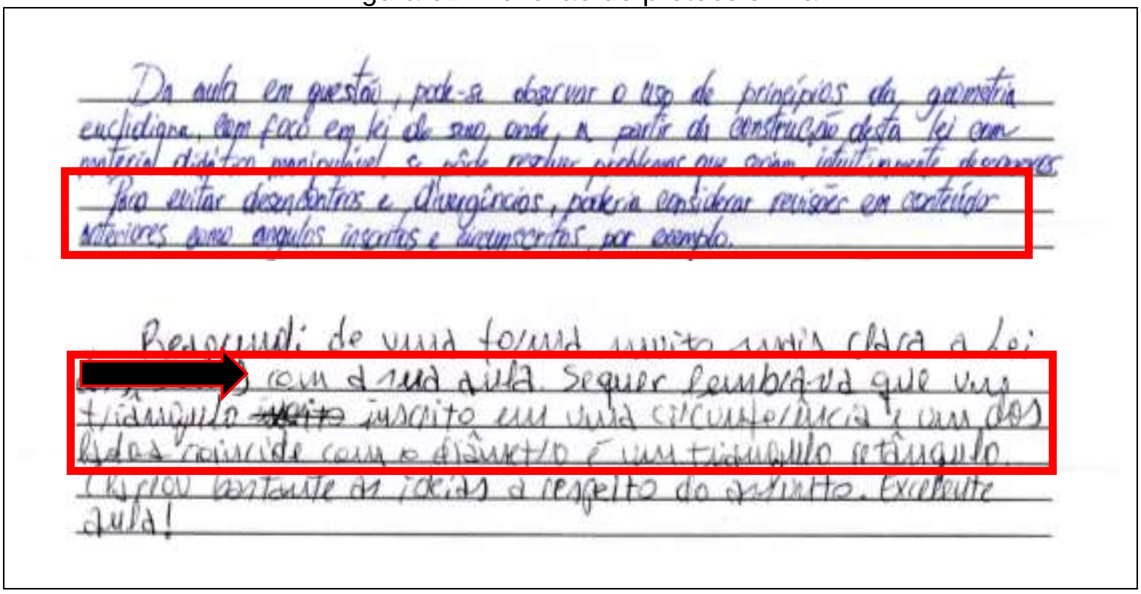
Fonte: A pesquisa (2019).

O resultado que consta no Gráfico 4 apresenta significativo aumento da quantidade de respostas aproximadas do esperado. Comparando os Gráficos 3 e 4, foi observado um bom desempenho na resolução das situações-problemas, sendo que uma delas era igual à que foi aplicada no protocolo inicial da investigação.

No campo da NC, o processo de repetição é de fundamental importância para que a informação seja consolidada; desta forma, o eventual aumento no quantitativo de respostas próximas do esperado pode estar ligado à questão já conhecida. “A atenção também envolve a atividade neural nas áreas visuais, auditivas, motoras e associação relevantes do córtex envolvido em determinadas tarefas visuais, auditivas, motoras ou de ordem superior” (Sternberg, 2010, p. 109).

Após a aplicação desses protocolos (iniciais e da SE), foi solicitado que os alunos relatassem por escrito os possíveis entendimentos, dificuldades e/ou sugestões para novas abordagens ao se trabalhar com o conteúdo em estudo. Desses protocolos, foram expostas algumas das respostas nas Figuras 21 a 27 e 30. As observações, reflexões e novas ideias concertes à aplicação da SE possibilitaram criar novas conjecturas a respeito do uso do recurso didático manipulável (ciclo trigonométrico móvel) e indicações que foram fundamentais para as conclusões desta investigação.

Figura 31: Reflexão do protocolo final.

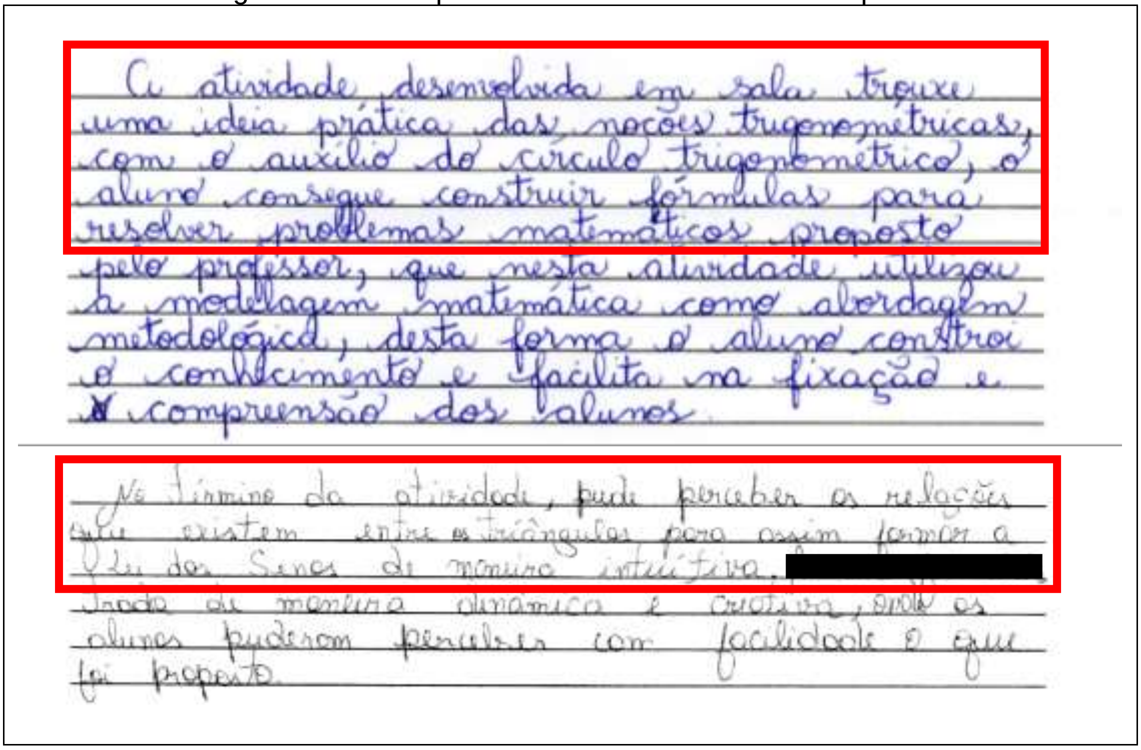

Da aula em questão, pode-se observar o uso de princípios da geometria euclidiana, com foco em lei do seno, onde, a partir da construção desta lei com material didático manipulável, se pôde resolver problemas que seriam intuitivamente desconexos. Para evitar desencontros e divergências, poderia considerar revisões em conteúdos anteriores como ângulos inscritos e circunscritos, por exemplo.

Reconheci de uma forma muito mais clara a lei [illegible] com a sua aula. Sequer lembrava que um triângulo inscrito em uma circunferência e um dos lados coincide com o diâmetro é um triângulo retângulo. Clareou bastante as ideias a respeito do assunto. Excelente aula!

Fonte: A pesquisa (2019).

Da parte em destaque na Figura 31, percebe-se a necessidade de uma retomada no conteúdo de ângulos inscritos e circunscritos para que o manuseio do material fosse articulado a visualizações e justificativas fundadas em dados que não sejam apenas empíricos, proporcionando um melhor entendimento do conteúdo trabalhado.

Figura 32: Destaque sobre o uso do material manipulável.



A atividade desenvolvida em sala trouxe uma ideia prática das noções trigonométricas, com o auxílio do círculo trigonométrico, o aluno consegue construir fórmulas para resolver problemas matemáticos proposto pelo professor, que nesta atividade utilizou a modelagem matemática como abordagem metodológica, desta forma o aluno constrói o conhecimento e facilita na fixação e compreensão dos alunos.

No término da atividade, pude perceber as relações que existem entre os triângulos para assim formar a lei dos Senos de maneira intuitiva. [redacted] Todo de maneira dinâmica e criativa, onde os alunos puderam perceber com facilidade o que foi proposto.

Fonte: A pesquisa (2019).

Conforme as descrições, o uso do ciclo trigonométrico propiciou uma boa reflexão ao se trabalhar com o conteúdo lei dos senos, dado que os alunos compreenderam os objetivos da aplicação, fato confirmado na descrição dos protocolos finais e refletiram acerca de seu uso em sala de aula, destacando os pontos positivos, negativos e possíveis reorganizações em futuras aplicações com esse material.

Diante disso, o uso desse recurso didático manipulável ao se trabalhar com a DLS possibilitou um novo olhar diante do processo de ensino e aprendizagem. Ao analisar os protocolos, as observações feitas nas duas turmas que compõem os sujeitos da pesquisa, concluiu-se que:

- O uso do recurso didático manipulável (ciclo trigonométrico móvel) despertou uma atenção considerável nos sujeitos da pesquisa ao se trabalhar com a demonstração da lei dos senos, possibilitando uma visualização e manuseio de recursos que auxiliaram na construção do conteúdo em estudo;

- As situações-problemas despertaram o interesse do aluno por contemplarem a contextualização e junção de situações da realidade;
- A percepção da necessidade de apresentar formas metodológicas que possam viabilizar a construção de conteúdos que, em sua maioria, são apresentados na forma generalizada e, em alguns casos, sem um contexto de utilidade;
- A importância do uso da contextualização como forma de despertar o interesse e atenção do aluno ao resolver o que é solicitado.

A subseção subsequente apresentará a validação por meio do confronto das conclusões apresentadas nas análises a *priori* e a *posteriori*.

4.2. Validação

O processo interno de validação que está envolvido aqui não se enquadra na armadilha usual de validações estatísticas associadas a experimentos em sala de aula que implicitamente dependem do princípio de que as diferenças mensuráveis encontradas estão relacionadas às variáveis de controle, as quais usamos para diferenciar classes experimentais de classes de controle (ARTIGUE, 1990/1991).

Esta validação consiste no confronto das duas análises: a *priori* e a *posteriori*, que se baseiam essencialmente na validação das hipóteses e na verificação dos objetivos envolvidos na pesquisa.

1. Na análise a priori, desenharam-se as questões usadas para diagnosticar os conhecimentos prévios a respeito do campo trigonométrico ensinado na educação básica. Na análise a posteriori foi verificado que esses conteúdos são trabalhados nessa etapa da educação.
2. Seguindo o que foi exposto na primeira comparação, organizou-se uma questão com o intuito de saber se os conteúdos trigonométricos eram ou não abordados nas disciplinas da graduação em matemática. Dessa investigação, concluiu-se que dentre os alunos participantes da

pesquisa, aproximadamente 84,4% responderam positivamente ao que foi solicitado.

3. Foi conjecturado que os alunos que saem do ensino básico não estudaram os conhecimentos de trigonometria como deveriam; isso leva-os a sentirem dificuldades quando trabalhada essa temática. Da análise a posteriori, foi comprovado que 66,6%, aproximadamente, sentem/sentiram dificuldades ao estudarem os conhecimentos sobre trigonometria.
4. Continuando a sondagem, foi elaborada uma questão que pudesse obter como resposta que indicassem se os alunos estudaram a lei dos senos e as abordagens usadas para mediá-la. Assim, concluiu-se que apesar de ser um conteúdo que faz parte do currículo na disciplina de matemática na educação básica, não é tão frequente no ensino.
5. Levantou-se o seguinte questionamento: apesar de estarmos em um curso de graduação em licenciatura em matemática, percebeu-se a necessidade em reforçar os conhecimentos trigonométricos, em especial, o uso da lei dos senos quando são solicitados. De acordo com a análise a posteriori, foi verificado que, na graduação, o conteúdo em estudo é de grande importância na resolução de questões em disciplinas, tanto da área de matemática quanto da física.
6. Credita-se no uso de situações-problemas contextualizadas alternativa para verificar os conhecimentos do campo trigonométrico de alunos que ingressaram em um curso de graduação em licenciatura em matemática. Com base nas respostas protocoladas, foi observado, a princípio, que o campo trigonométrico, apesar de ser componente curricular obrigatório na educação básica, apresenta carência nas abordagens metodológicas, pois poucos foram os participantes que responderam o solicitado de forma coerente.
7. Iniciar uma abordagem através de uma conversa informal pode possibilitar uma melhor compreensão ao se trabalhar o conteúdo lei dos senos, que demanda grande grau de abstração. Diante das conclusões dos protocolos iniciais, podemos afirmar que a sondagem dos conhecimentos referentes ao assunto a ser trabalhado facilitou o caminhar pedagógico da atividade em sala de aula.

8. O uso de materiais didáticos manipuláveis como auxílio para a construção da demonstração da lei dos senos pode propiciar um melhor entendimento para apreensão/aquisição conteúdos que o requisite. Conforme as observações e anotações relativas à aplicação do material manipulável (ciclo trigonométrico móvel) nas turmas campo de investigação da pesquisa, foi constatado que o uso deste na mediação ofereceu maior atenção e foco no que se refere à construção do que foi proposto.
9. Mediante a fórmula da lei dos senos, construída com o auxílio do ciclo trigonométrico móvel, foram resolvidas algumas situações-problemas que solicitam esses entendimentos. Da situação-problema 1, a mesma aplicada no protocolo inicial, foi observado um aumento significativo na proximidade das respostas apresentadas. A repetição é uma alternativa de aprendizagem de acordo com estudos neurocognitivos.
10. Resolver o problema 2 da SE, o qual difere das já trabalhadas, que exige o uso da lei construída. Os resultados analisados evidenciaram que 80,5%, aproximadamente, responderam coerentemente à tarefa designada. Nessa perspectiva, foi observado que mesmo a questão sendo diferente das já trabalhadas, o uso do ciclo trigonométrico móvel propiciou o entendimento devido, servindo de base nessa resolução.
11. Descrever e justificar os aspectos matemáticos na implementação da sequência didática que necessitam serem destacados, bem como possíveis sugestões para aplicações futuras. Conforme as descrições, o uso dos recursos didáticos manipuláveis propiciou uma boa reflexão ao se trabalhar com a lei dos senos, despertando um novo olhar para o processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Em face desse confronto, ficou confirmado que o uso do ciclo trigonométrico móvel no trabalho com a lei dos senos possibilitou a valorização do sistema atencional despertado mediante do aguçamento dos sentidos e valorização dos canais de entradas da informação.

Considerações finais da análise a *posteriori* e validação

Por meio da análise a *posteriori* e validação das investigações realizadas nesta seção, constatou-se que o uso do ciclo trigonométrico, ao se trabalhar a lei dos senos, facilita o processo de aprendizagem, tendo como um dos fatores principais o uso de mais de um sentido (canal de entrada da informação), uma vez que as visualizações dos processos que estariam sendo construídos intuitivamente passam a ser aproximados aos recursos que estão sendo usados de forma manipulativa (visual-tátil).

A manipulação permite ao aluno estabelecer ligações que fortalecem os entendimentos construídos ao aproximar a visualização com a abordagem abstrata do conteúdo trabalhado.

Desta forma, o uso do ciclo trigonométrico móvel favoreceu a (re)construção, (re)significação do trabalho com a demonstração da lei dos senos, pois quanto mais ligações o nosso cérebro capta a respeito de determinada informação, as chances de serem consolidadas aumentam, permitindo ser evocadas quando requisitadas.

Para tanto, foi verificado que o uso do ciclo trigonométrico móvel é um estímulo positivo que desperta os canais de entrada da informação, propiciando maior durabilidade do foco atencional e inibindo distraidores ambientais; o que fortalecem os traços de aprendizagem, possibilitando maiores chances de serem integrantes das informações consolidadas, que podem ser evocadas posteriormente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS DA PESQUISA

A investigação desenvolvida na pesquisa objetivou analisar as expectativas neurocognitivas atencionais disponíveis durante o processo de construção do raciocínio axiomático utilizado na demonstração da lei dos senos. Para alcançar o objetivo geral, foram traçadas as seguintes objetivos específicos:

- Identificar as funções neurocognitivas atencionais para a construção de conhecimentos matemáticos;
- Verificar como as funções neurocognitivas são manifestadas durante a construção da demonstração da lei dos senos;
- Comparar as expectativas (antecipações) atencionais com os resultados da construção da demonstração da lei dos senos.

Guiar os estudos e análises dessa pesquisa gerou uma discussão sobre a gênese da demonstração da lei dos senos (DLS). Nesse trajeto, as investidas voltadas ao ensino e aprendizagem desse conteúdo enfrentaram os desafios ligados ao levantamento histórico e ao ensino habitual do objeto matemático estudado.

Os caminhos trilhados para descrever a (re)construção histórica da DLS e a identificação dos obstáculos diante desse conhecimento guiaram a investigação em direção à fundamentação com os estudos do campo da neurociência cognitiva (NC), especificamente, a atenção seletiva.

Este trabalho foi intitulado **"Expectativas neurocognitivas da atenção em uma sequência de ensino para a habilitação do raciocínio axiomático durante a aprendizagem da demonstração da lei dos senos".** Inspirado nos PEDC como alternativa para nortear a concepção dos instrumentos e atividades que serviram para mediar o estudo da demonstração da lei dos senos e para a coleta dos dados durante a experimentação dessa investigação e posterior análise e validação. Assim sendo, o texto foi organizado em quatro seções.

Na Seção 1, foram destacados os entraves, estágios de inércia no percurso histórico da DLS, permitindo uma reflexão e análise de alternativas para superar (transpor) tais inflexibilidades cognitivas. Dessa investigação foram identificados quatro obstáculos: inexistência de um contexto que retrate a origem da lei dos senos, uso da lei dos senos de forma generalizada, limitação da lei dos senos apenas como técnica para resolução de problemas e dissociabilidade da lei dos senos com o contexto histórico/origem.

Com o intuito de transpor esses obstáculos, foi organizada, na Seção 2, inspirado na segunda fase da engenharia didática, que é a concepção e análise a *priori*, a elaboração de uma SE para a construção da demonstração da lei dos senos, por intermédio do ciclo trigonométrico móvel, recurso didático que possibilitou a construção desse conteúdo, com maior significação e visualização das passagens algébricas até a formalização geral da lei em estudo.

A Seção 3, experimentação, corresponde à aplicação da SE, fase de adentramento no campo de pesquisa e de coleta dos dados que foram analisados na última fase desta investigação mediante todas as observações, anotações e registros fotográficos.

A última seção, análise a *posteriori* e validação, momento de confronto entre os resultados das fases dois e três da ED e de verificar se os objetivos traçados foram alcançados, identificando as possíveis superações dos obstáculos.

Das análises iniciais foram observados que os únicos trabalhos que abordam esse viés da NC para o campo das ciências exatas são os de Fonseca (2011, 2015), que foi o primeiro a ousar uma articulação entre os conhecimentos trigonométricos e os pressupostos da NC, pesquisa pioneira no Brasil, e Silva (2018), que se deteve ao campo do ensino de química.

A fim de alcançar o objetivo dessa pesquisa, verificou-se, primeiramente, nas análises prévias, a necessidade de investigação dos conhecimentos ligados à formação histórica da lei dos senos, buscando evidenciar os primeiros passos de seu surgimento e como este era utilizado. Levando em consideração os estudos iniciais desta pesquisa, levantaram-se duas hipóteses, H_1 e H_2:

- **H_1 –** Credita-se na investigação do contexto de construção da lei dos senos alternativa para valorização no uso de problemas matemáticos que possibilitam mediar a aprendizagem em sala de aula;
- **H_2 –** Tem-se na aplicação de uma sequência de ensino alternativa para mobilizar os conhecimentos prévios dos alunos a partir da manipulação

de objetos que permitam a evocação de estruturas didáticas mais elaboradas e mediar a construção da aprendizagem.

Nesse contexto, o uso do ciclo trigonométrico móvel foi um meio para viabilizar o entendimento e auxiliar na aprendizagem da lei dos senos, possibilitando a manipulação e visualização das etapas da demonstração da LS.

A engenharia didática tem basicamente a mesma função de abrir o campo das possibilidades de ensino, construindo um nicho experimental em que um objeto diretamente inobservável pode viver e no qual certas características de seu funcionamento podem ser analisadas.

A condução da pesquisa foi organizada através de protocolos de aprendizagem fundamentados nos pilares da engenharia didática clássica, tendo como nome de destaque Michèle Artigue, que em 1988 publicou na Richerches en Didactique des Mathématiques, um texto sobre esta metodologia, abordando as análises preliminares, concepções e análise a *priori*, experimentação, análise a *posteriori* e validação.

Para compreender o contexto onde o objeto matemático está inserido, foi desenvolvida uma análise histórica, epistemológica e do ensino habitual, além de uma revisitação do documento norteador do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Sergipe Campus Professor José Aloísio de Campos, destacando as disciplinas cujos ementários apresentam os conceitos de trigonometria e pressupostos de demonstrações matemáticas.

Para alicerçar essa etapa da investigação, teve-se como inspiração os trabalhos de Bachelard (1996), Eves (2004), Euclides (2009) e Boyer (2012), dos quais foram selecionados entendimentos do contexto e surgimento da DLS. Dessa maneira, foram investigadas as abordagens relacionadas à temática em análise nos livros didáticos de matemática da educação básica, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático, edição de 2018 bem como a articulação da NC ao se trabalhar o ciclo trigonométrico móvel na construção da DLS.

O arcabouço teórico-metodológico guia da fundamentação da pesquisa, respaldou-se em Posner e Petersen (1990, 2012), Kandel *et al.* (1991), Lent (2002), Gazzaniga *et al*. (2006), Sternberg (2010), Cosenza e Guerra (2011) e Posner (2012); destes, priorizaram-se as concepções acerca do processo de captação, condução, codificação e consolidação da informação, destacando as principais influências no sistema atencional no trabalho com a DLS. No campo das demonstrações no ensino de matemática, buscou-se respaldo em Balacheff (1984) e De Villiers (2001, 2002), priorizando os níveis de demonstrações e as definições apresentadas para essa temática.

A referida investigação se deu mediante a aplicação de uma sequência de ensino com alunos do curso de licenciatura em matemática no primeiro semestre de 2018, da Universidade Federal de Sergipe Campus Professor José Aloísio de Campos, intermediada pelo uso do ciclo trigonométrico móvel e protocolos de aprendizagens. Das investigações, aplicação e análise da sequência de ensino foi concluído que, ao se trabalhar com LS, o uso da contextualização e do ciclo trigonométrico móvel, desperta-se o interesse do aluno pelo conteúdo estudado (conclusão apresentada nos protocolos finais da SE), aguçando o sistema atencional do discente, despertando, consequentemente, maior atenção e foco no conteúdo trabalhado.

Diante do exposto, deixo ao leitor alguns questionamentos que podem servir de norte para futuras pesquisas a fim de poder complementar/finalizar os entendimentos que aqui foram iniciados.

- Como os futuros professores, participantes desta pesquisa, usarão os conhecimentos da aplicação da SE nas futuras salas de aula?
- Quais as possibilidades de trazer os conhecimentos neurocognitivos como auxílio nos cursos de graduação em licenciatura em matemática?
- Como abordar os entendimentos da demonstração da lei dos cossenos usando recursos didáticos manipuláveis como meio para propiciar o entendimento desse conteúdo?

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. C. P. **Argumentação e prova na matemática escolar do ensino básico: a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo**. 2007. 220 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

ALMEIDA, R. C. M. **Demonstrações em geometria plana em livros-texto no Brasil a partir do século XIX**. 2008, 273 f. Tese (Doutorado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

AMORIM, M. C. S. **Argumentação e prova:** uma situação experimental sobre quadriláteros e suas propriedades. 2009. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. (org.). **Didáticas das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. cap. 4, p. 193-217. (Coleção Horizontes Pedagógicos)

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-308, 1988.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique: quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui?. In: **Les dossiers des sciences de l'éducation**, n° 8, 2002. Didactique des disciplines scientifiques et technologiques: concepts et méthodes. p. 59-72.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico:** contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BALACHEFF, N., **The Researcher Epistemology:** a Deadlock for Educational Research on Proof, disponível em BOUVIER, A., GEORGE, M., Dicionario de Matematicas, trad. por Mauro Armiñi e Vicente Bordoy, Akal editor: Madrid, 1984.

BALANHUK, S. **A argumentação como uma etapa das demonstrações matemáticas no ensino fundamental**. 2003. 214 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR, 2003.

BALESTRI, R. **Matemática:** interação e tecnologia – Ensino Médio volume 1. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016. p. 261-262.

BARQUERO, B; BOSCH, M. Engenharia didática como metodologia de pesquisa: de situações fundamentais a percursos de estudos e pesquisas. In:

ALMOULOUD, S.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. **A teoria antropológica do didático:** princípios e fundamentos. Curitiba/PR: CRV, 2018 572p.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

BRASIL, MEC. **Guia de livros didáticos: PNLEM 2006: Matemática.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2005.

BRASIL, MEC. **Guia de livros didáticos: PNLEM 2009: Matemática.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

BRASIL, MEC. **Guia de livros didáticos: PNLEM 2012: Matemática.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.

BRASIL, MEC. **Guia de livros didáticos: PNLEM 2015: Matemática.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

BRASIL, MEC. **Guia de livros didáticos: PNLEM 2018: Matemática.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. MEC**. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) -** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL, MEC. **Aprova alteração no Projeto Pedagógico dos Cursos de Graduação em Matemática habilitação Licenciatura Diurno (curso 150) e Noturno (curso 152) e dá outras providências**. Resolução n. 150, de 18 de dezembro de 2009. Conselho do Ensino, da Pesquisa e da Extensão da Universidade Federal de Sergipe. São Cristóvão/SE, 2009.

CARVALHO, A. M. F. T. **A extimidade da demonstração**. 2004. 219 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/Rio Claro, Rio Claro/SP, 2004.

CARVALHO, C. C. S. **Uma análise praxeológica das tarefas de prova e demonstração em tópicos de álgebra abordados no primeiro ano do ensino médio**. 2007. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

CHAVANT, E.; PRESTES, D. **Quadrante matemática** – 1º ano do Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: SM, 2016, p. 237-238.

CLÍMACO, H. A. **Prova e explicação em Bernard Bolzano**. 2007. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá/MT, 2007.

COSENZA, R. M.; GUERRA, L. B. **Neurociência e educação:** como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.

COSTA, F. V. **Um estudo sobre a apreciação do raciocínio matemático na formação inicial de professores**. 2013. 198 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013.

DANTE, L. R. **Matemática:** contexto & aplicações – Ensino Médio volume 2. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016. p. 13-16.

DEUS, K. A. **O recurso da demonstração em livros didáticos de diferentes níveis do ensino de matemática**. 2015. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos/SP, 2015.

DE VILIERS, M. D. **Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad**. Tradução de Eduardo Veloso. Educação e Matemática, n. 62, p. 31-36, 2001. Disponível em: http://www.apm.pt/apm/revista/educ63/Para-este-numero.pdf. Data de acesso: 05 de junho de 2018.

DE VILLIERS, M. D. **Por uma compreensão dos diferentes papéis da demonstração em Geometria Dinâmica**. Tradução de Rita Bastos, 2002. Disponível em: http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/profmat2.pdf. Data de aceso: 05 de junho de 2018.

DIAS, M. S. S. **Um estudo da demonstração no contexto da licenciatura em matemática:** uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico. 2009. 213 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

DOMINGUES, H. H. **A Demonstração ao Longo dos Séculos**. Bolema, Ano 15, n° 18: 55-67, 2002.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. Campinas – SP: Papirus, 1996.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: ed. UNICAMP, 2004.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

FERREIRA, F. A. **Demonstrações em geometria euclidiana:** o uso da sequência didática como recurso metodológico em um curso de licenciatura de matemática. 2008. 186 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte/MG, 2008.

FERREIRA, F. A. **Provas e demonstrações:** compreensões de dez anos da produção em educação matemática expressa em eventos (2003-2013). 2016. 417 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2016a.

FERREIRA, M. C. C. **Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica:** a álgebra na escola e na formação do professor. 2014.

184 f. Tese (Doutorado em Educação; Conhecimento e Inclusão Social). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

FERREIRA, M. B. C. **Uma organização didática em quadrilátero que aproxima o aluno de licenciatura das demonstrações geométricas**. 2016. 342f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016b.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas – SP: Autores Associados, 2009.

FONSECA, L. S.. **Aprendizagem em Trigonometria:** obstáculos, sentidos e mobilizações. São Cristóvão: UFS, 2011.

FONSECA, L. S.. **Funções Trigonométricas:** elementos "de" & "para" uma Engenharia Didática. São Paulo: Livraria da Física, 2012. 184 p.

FONSECA, L. S. **Um estudo sobre o Ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio e no Ensino Superior no Brasil e França**. 2015, 1v. 495p. Tese de Doutorado. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo (SP).

GAZZANIGA, M. S. et al. **Neurociência Cognitiva:** a biologia da mente. Porto Alegre: Artmed, 2006.

GIL, A. C. **Como elaborar um projeto de pesquisa**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GUERATO, E. T. **Um estudo sobre a demonstração em Geometria Plana com alunos do curso Licenciatura em Matemática**. 2016. 276 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

GUISANDE, M. A.; ALMEIDA, L. S.; PONTE, F. E.; TINAJERO, C.; PÁRAMO, M. F. **Processos Atencionais e Dependência-Independência de Campo: Estudo com Crianças e Adolescentes Portugueses.** *Psicologia: Teoria e Pesquisa Out-Dez 2009, Vol. 25 n. 4, pp. 561-567. Disponível em:* http://www.scielo.br/pdf/ptp/v25n4/a11v25n4.pdf. Acesso em 15 de nov. de 2018.

IEZZI, G. *et al*. **Matemática:** ciência e aplicações – Ensino Médio volume 2. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. p. 34-37.

IEZZI, G. **Fundamento de Matemática Elementar 3:** trigonometria. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004.

ILLERIS, K. **Teorias Contemporâneas da Aprendizagem**. Porto Alegre: Penso, 2013, p. 15-30.

JESUS, G. B. **Construções geométricas:** uma alternativa para desenvolver conhecimento acerca da demonstração em uma formação continuada. 2008. 233 f. Dissertação (Mestrado em Educação matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

KANDEL, et al. **Principles of Neural Science**. Nova York: McGraw-Hill, 1991.

LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da Aprendizagem**. São Paulo: Cengage Learning, 2008, p. 1-23.

LENT, R. **Cem bilhões de neurônios**. Rio de Janeiro: Atheneu, 2002.

LIMA, E. L. et. al. **A matemática para o ensino médio:** volume 1. 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LEONARDO, F. M. **Conexões com a Matemática** – Ensino Médio volume 2. Org. Editora Moderna. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016. p. 49-51.

LIMA, E. L. et. al. **Temas e Problemas**. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

MATEUS, M. E. A. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para a exploração de noções concernentes às demonstrações e provas na educação básica**. 2015. 267 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implicação em sala de aula**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006, 186p.
MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 2011. (p. 137-148)

NAGAFUCHI, T. **Um estudo Histórico-filosófico acerca do papel das demonstrações em cursos de bacharelado em matemática**. 2009. 161 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina/PR, 2009.

OCHS, E. N. **O que é o esqueleto de uma demonstração?**. 2003. 68 f. Tese (Doutorado em Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

OLIVEIRA, G. G. **Neurociência e os processos educativos:** um saber necessário na formação de professores. Uberaba – MG. V. 18. n. 1. p. 13-24. Jan/abr. 2014. Disponivel em: http://revistas.unisinos.br/index.php/educacao/article/view/edu.2014.181.02. Acesso em: 22 jan. 2017.

ORDEM, J. **Prova e demonstração em geometria plana:** concepções de estudantes de licenciatura em ensino de matemática em Moçambique. 2015. 341 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

ORDEM, J. **Prova e demonstração em geometria: uma busca da organização matemática e didática em livros didáticos de 6ª a 8ª séries de Moçambique**. 2010. 143 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

PAIN, S. **Diagnóstico e tratamento dos problemas de aprendizagem**. Porto alegre: Artes Médicas, 1985.86p.

PAIVA, M. **Matemática:** Paiva – Ensino Médio volume 2. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2016. p. 120-122.

PASINI, M. F. **Argumentação e prova:** explicações a partir da análise de uma coleção didática. 2017. 225 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

PEREIRA, A. C. C**. A obra "de Triangulis omnimodis libri quinque" de Johann Müller Regiomontanus (1436–1476):** uma contribuição para o desenvolvimento da trigonometria. Tese (doutorado em Educação) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010. 329 f.

PICCELLI, P. H. **Processos de validação de conjecturas em geometria plana**. 2010. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande/MS, 2010.

PIETROPAOLO, R. C. **(Re)significar a Demonstração nos Currículos da Educação Básica e da Formação de Professores de Matemática**. Tese de Doutorado, São Paulo: PUC-SP, 2005.

PIETROPAOLO, R. C. **Demonstrações e Educação Matemática - uma análise de pesquisas existentes**. III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006.

RELVAS, M. P. **Neurociência e transtornos de Aprendizagem:** as múltiplas eficiências para uma educação inclusiva. 2. ed. Rio de Janeiro: Wak, 2008.

POSNER, M. L.; PETERSEN, S. E. The attention system of the human brain. Annu. **Rev. Neurosci**. 1990.13:25-42. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/20971732_The_Attention_System_of_the_Human_Brain. Acesso em 12 de nov. de 2018.

POSNER, M. L.; PETERSEN, S. E. The Attention System of the Human Brain: 20 Years After. **Annu Rev Neurosci.** 2012 July 21; 35: 73–89. Disponível: Disponível em: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3413263/. Acesso em 5 de nov. de 2018.

ROLKOUSKI, E. **Demonstrações em Geometria:** uma descrição do seu processo de construção, por alunos de licenciatura em Matemática, em ambiente informatizado. 2002. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR, 2002.

SANTANA, J. R. **Do novo ao velho PC – a prova no ensino de matemática a partir do uso de recursos computacionais**. 2002. 190 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza/CE, 2002.

SERRALHEIRO, T. D. **Formação de professores:** conhecimento, discursos e mudanças na prática de demonstrações. 2007. 147 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, F. T. **Análise do processo de argumentação e prova em relação ao tópico "logaritmos", numa coleção de livros didáticos e numa sequência de ensino**. 2007. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, I. C.; PEREIRA, A. C. C. **O estudo de fontes históricas:** o caso do problema 56 do papiro de Rhind para o estudo de pirâmides. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016. Comunicação Científica. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7046_3948_ID.pdf. Acessado em: jun. 2018.

SILVA, K. S. **A neurociência cognitiva como base da aprendizagem de geometria molecular:** um estudo sobre atributos do funcionamento cerebral relacionados à memória de longo prazo. 2018. 200p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2018.

SILVA, M. B. **O ensino da demonstração:** um estudo da arte das pesquisas realizadas nos programas de pós-graduação em educação matemática no período de 2005 a 2015. 2016. 108 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SIMÕES, P. M. U. **Análise de Estudos sobre Atenção Publicados em Periódicos Brasileiros.** *Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional*, SP. Volume 18, Número 2, *Maio/Agosto de 2014*: 321-330. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/pee/v18n2/1413-8557-pee-18-02-0321.pdf. Acesso em 26 de out. de 2018.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo** – vol. 1 Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. p. 255-259.

SOUZA, E. K. V. **Um estudo sobre o ensino-aprendizagem das demonstrações matemáticas**. 2010. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal/RN, 2010.

SOUZA, J.; GARCIA, J. # **Contato matemática** – Ensino Médio Volume 1. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016. p. 257-260.

SOUZA, M. E. C. O. **A questão da argumentação e prova na matemática escolar:** o caso da medida da soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer. 2009. 115 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. São Paulo: Cengage Learing, 2010.

TREVISAN, E. P. **Um estudo sobre a articulação entre validações empíricas e teóricas no ensino de geometria com professores da rede pública.** 2016. 257 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática – PPGECEM/REAMEC) Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2016.

VARELLA, M. **Prova e demonstração na geometria analítica: uma análise das organizações didáticas e matemática em materiais didáticos**. 2010. 2014 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

WILLINGHAM, D. T. **Por que os alunos não gostam da escola?** Reposta da ciência cognitiva para tornar a sala de aula atrativa e efetiva. Porto Alegre: Artmed, 2011.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Protocolos iniciais

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Pesquisa Exploratória (Protocolos iniciais)

Universo da Pesquisa: Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS)/ Campus Professor José Aloísio de Campos – São Cristóvão.

Prezado(a) aluno(a),
Pretende-se com essa pesquisa compreender o ensino dos conhecimentos das Leis Trigonométricas na UFS/Campus São Cristóvão, bem como verificar o entendimento dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe a respeito dos conhecimentos deste conteúdo. Sendo assim, esse momento pode ser caracterizado muito importante no desenvolvimento desta investigação, pois possibilitará uma reflexão mais aprofundada de como está sendo aprendido este conteúdo, dando-nos indicações significativas a respeito do andamento dos mesmos em seu futuro campo de atuação (a sala de aula).

Atenciosamente,
Márcio Ponciano dos Santos, aluno do Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da UFS.

Data: ______/______/2018. NÃO PREENCHER

Curso:
____
Disciplina: ________________________________, Turma:______________
Idade: _______________, Sexo: Feminino (   ) ou Masculino (   )
Ano de ingresso: _______________ Período atual: ___________________
Você estudou as Leis Trigonométricas no Ensino Médio? (   ) Sim (   ) Não

O que foi ensinado sobre as Leis Trigonométricas?

____
____
____
____
____
____
____

E na Graduação? (   ) Sim   (   ) Não

Em qual(is) disciplina(s)? Já cursou a disciplina de Matemática para o Ensino Médio I?

____
____
____
____
____

Faça um breve resumo do que foi ensinado e como foi ensinado.

____
____
____
____
____

Você teve dificuldades na aprendizagem dos conhecimentos ligados à Trigonometria?
(   ) Sim   (   ) Não

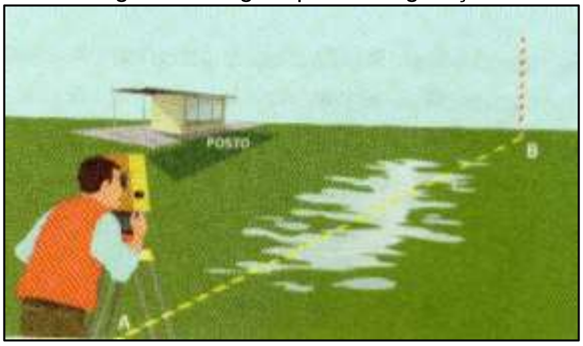
Em caso afirmativo, quais?

____
____
____
____
____

APÊNDICE B: Questões para verificação de aprendizagem

1ª) [Iezzi, *et al.* (2016, p. 36)] Entre os pontos **A** e **B**, extremidade do lado de um terreno (Figura 1), existe uma região plana alagadiça, cuja extensão deseja-se estimar. Um topógrafo, situado em **A**, avistou um posto rodoviário situado na estrada sob um ângulo de 40° em relação a $\overline{\boldsymbol{AB}}$. Dirigiu-se, então, ao posto, situado a 1.500 metros de **A**, e avistou as extremidades do terreno sob um ângulo de 85°. Considere: $\operatorname{sen} 55° \simeq 0{,}82$; $\operatorname{sen} 85° \simeq 0{,}99$ e $\operatorname{sen} 40° \simeq 0{,}64$.

Figura 1: Região plana alagadiça.



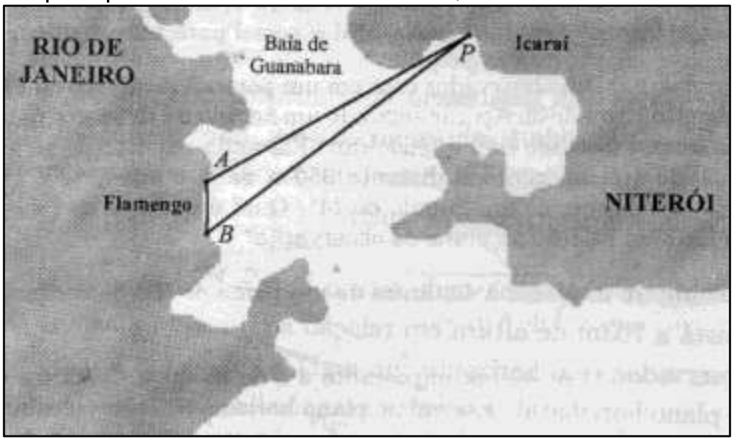
Fonte: Iezzi *et al.* (2016, p. 36).

a) Qual é a extensão da região alagadiça?

b) Qual é a distância entre o posto e o ponto **B**?

2ª) [Lima *et al.* (2010, p. 70)] De um ponto A na praia do Flamengo no Rio de Janeiro, avista-se um ponto P na praia de Icaraí em Niterói (estes dois pontos estão em lados opostos do canal de entrada da baía de Guanabara). De um ponto B na praia do Flamengo, distante 1 km de A também se avista o ponto P (Ver Figura 2). Um observador no Rio de Janeiro mediu os ângulos $B\hat{A}P = 119°$ e $A\hat{B}P = 52°$. Qual é a distância entre **A** e **P**?

Figura 2: Mapa representando o Rio de Janeiro, Niterói e a Baía de Guanabara.



Fonte: Lima *et al.* (2010, p. 71).

APÊNDICE C: Situações-Problemas da SE

ATIVIDADE:

Universidade Federal de Sergipe – Campus Professor José Aloísio de Campos – São Cristóvão

Disciplina: História da Matemática

Turma: _____ DATA: ____/ _____/ ________

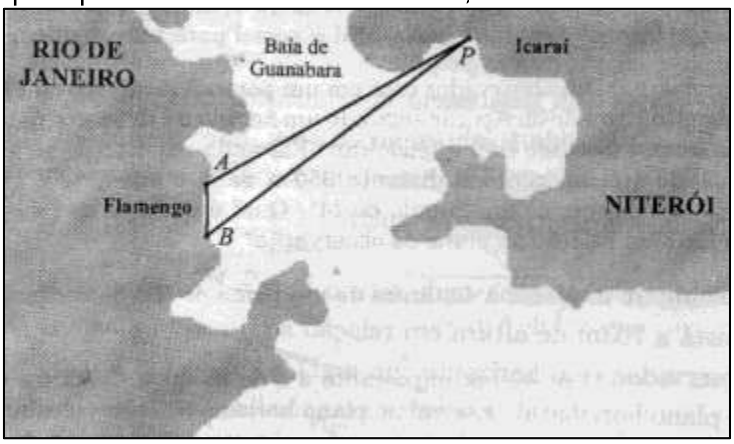
Aluno(a):

____

SITUAÇÃO-PROBLEMA 1

[Adaptado de Lima *et al.* (2010, p. 70)] A Figura 1, representa o mapa do Rio de Janeiro, Niterói e da Baía de Guanabara no Estado do Rio de Janeiro. Os pontos A e B encontram-se no Aterro do Flamengo, local ideal para realizar medições, pois possui distâncias livres para medidas, ficando a um metro acima do nível do mar. Antônio, representado pela letra A, está no Rio de Janeiro e namora Patrícia, representada pela letra P, que mora em Niterói. Do ponto onde Antônio está, consegue-se avistar o prédio onde sua namorada mora. Assim, num ataque de amor, ele resolve ir nadando através da Baía de Guanabara encontrar seu grande amor. No meio do caminho Antônio lembrou que só consegue nadar, exatamente, 5 km. Sabendo que de um ponto B na praia do Flamengo, distante 1 km de A também se avista o ponto P (Figura 1). Um observador no Rio de Janeiro mediu os ângulos $B\hat{A}P = 119°$ e $A\hat{B}P = 52°$. Qual é a distância entre A e P? O que aconteceu com Antônio?

Figura 1: Mapa representando o Rio de Janeiro, Niterói e a Baía de Guanabara.



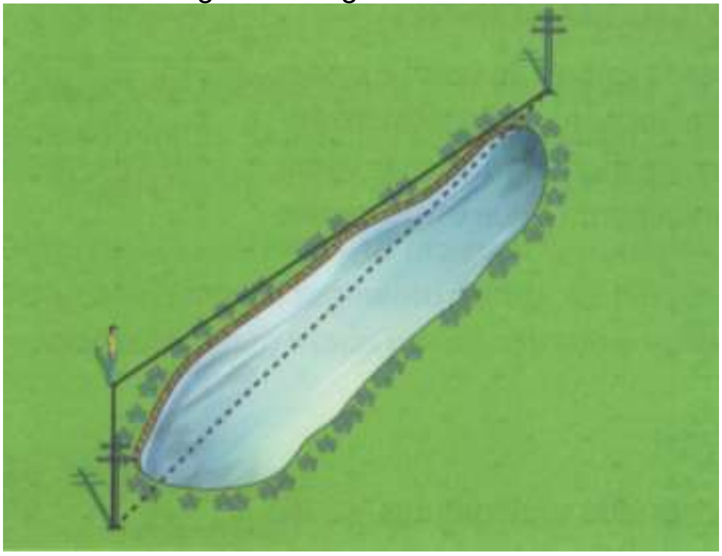
Fonte: Lima *et al.* (2010, p. 71).

SITUAÇÃO-PROBLEMA 2

[Adaptado de Dante (2016, p. 13-14)] Uma empresa de fornecimento de energia, ao instalar a rede elétrica em uma fazenda, precisou colocar dois postes em lados opostos de um lago para permitir a passagem da fiação. Com isso surgiu um pequeno problema: para fazer o projeto da rede, seria necessário saber a distância entre os postes, e a presença do lago impedia a medição direta dessa distância.

Um dos engenheiros posicionou-se em um local onde era possível visualizar os dois postes e medir a distância entre eles. Com um aparelho apropriado, o teodolito, ele mediu o ângulo entre a linha de visão dele e os postes, obtendo 120°. Um auxiliar mediu a distância entre o engenheiro e o poste mais afastado e obteve 100 m; outro auxiliar mediu o ângulo entre a linha do poste mais próximo do engenheiro e a linha entre os postes, obtendo 45° Com essas informações, o engenheiro ficou satisfeito, pois ele já conseguiria calcular a distância entre os postes. Assim como o engenheiro, calcule a distância entre os postes.

Figura 2: Lago da fazenda.



Fonte: Dante (2016, p. 14).

APÊNCICE D: Protocolo final (registro das impressões da atividade aplicada)

LINHA DE PESQUISA: CURRÍCULO, DIDÁTICAS E MÉTODOS DE ENSINO DAS CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

Projeto de Pesquisa: "**Expectativas neurocognitivas da atenção em uma sequência de ensino para a habilitação do raciocínio axiomático durante a aprendizagem da demonstração da Lei dos Senos**"

Mestrando: Márcio Ponciano dos Santos – Ano: 2017

Orientador: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca

Coorientadora: Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos

PROTOCOLO:
Universidade Federal de Sergipe – Campus Professor José Aloísio de Campos – São Cristóvão
Disciplina: História da Matemática
Turma: _____ DATA: ____/ _____/ ________
Aluno(a): ____

Prezado aluno(a): Ao final da **ATIVIDADE**, procure descrever e justificar, em até 20 linhas, quais aspectos matemáticos você percebeu e gostaria de destacar, enfatizando/acrescentando possíveis mudanças na forma de mediação da aula.

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

ANEXOS

ANEXO A: Comprovante de envio do projeto de pesquisa para o Comitê de Ética

UFS - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

COMPROVANTE DE ENVIO DO PROJETO

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: EXPECTATIVAS NEUROCOGNITIVAS DA ATENÇÃO: um estudo sobre a habilitação do raciocínio axiomático para aprendizagem da Demonstração da Lei dos Senos

Pesquisador: MARCIO PONCIANO DOS SANTOS

Versão: 1

CAAE: 99313118.5.0000.5546

Instituição Proponente: FUNDACAO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

DADOS DO COMPROVANTE

Número do Comprovante: 114073/2018

Patrocionador Principal: Financiamento Próprio

Informamos que o projeto EXPECTATIVAS NEUROCOGNITIVAS DA ATENÇÃO: um estudo sobre a habilitação do raciocínio axiomático para aprendizagem da Demonstração da Lei dos Senos que tem como pesquisador responsável MARCIO PONCIANO DOS SANTOS, foi recebido para análise ética no CEP UFS - Universidade Federal de Sergipe em 25/09/2018 às 10:14.

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº
Bairro: Sanatório **CEP:** 49.060-110
UF: SE **Município:** ARACAJU
Telefone: (79)3194-7208 **E-mail:** cephu@ufs.br

ANEXO B: Parecer do Comitê de Ética.

UFS - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: EXPECTATIVAS NEUROCOGNITIVAS DA ATENÇÃO: um estudo sobre a habilitação do raciocínio axiomático para aprendizagem da Demonstração da Lei dos Senos

Pesquisador: MARCIO PONCIANO DOS SANTOS
Área Temática:
Versão: 1
CAAE: 99313118.5.0000.5546
Instituição Proponente: FUNDACAO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 2.947.151

Apresentação do Projeto:
Esta pesquisa objetiva analisar as expectativas neurocognitivas relacionadas à habilitação dos mecanismos atencionais que devem estar disponíveis durante o processo de construção do raciocínio axiomático utilizado na demonstração da Lei dos Senos. Tal investigação, dar-se-á, mediante à aplicação de uma organização didática, que consiste em protocolos para verificação e investigação destes mecanismos, em discentes do curso de graduação em matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS), Campus Professor José Aloísio de Campos – São Cristóvão. Os protocolos estarão firmados nos pilares da Engenharia Didática Clássica idealizada por Michèle Artigue (1996), que perpassam as análises preliminares, concepções e análise a priori, experimentação, análise a posteriori e validação. Ancorou-se o estudo na hipótese de que existem obstáculos, os quais dificultam as formas de abordagens dos conteúdos ligados a trigonometria, que necessitam dos mecanismos atencionais em sua construção. Para entender esse cenário, desenvolveu-se uma análise nos documentos norteadores do curso de graduação em matemática da UFS, destacando as disciplinas cujo em seu ementário apresentam os conteúdos de trigonometria e aquelas que apresentam instrumentos de demonstrações. Amparado, também, em Bosch e Chevallard (1999) no uso dos objetos ostensivos e não ostensivos como instrumentos mobilizadores dos mecanismos que conduzem à aprendizagem, será investigada as abordagens que os livros didáticos de Matemática da Educação Básica e do Ensino Superior do curso de

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº
Bairro: Sanatório **CEP:** 49.060-110
UF: SE **Município:** ARACAJU
Telefone: (79)3194-7208 **E-mail:** cephu@ufs.br

Graduação em Matemática da referida instituição. As principais bases teóricas desta investigação estarão estruturadas na institucionalização conceitual de três áreas do conhecimento: Neurociência Cognitiva, respaldados nos estudos de Kandel (1991); Lent (2002); Gazzaniga (2006); Sternberg (2010); Cosenza e Guerra (2011); Willingham (2011), Demonstrações Matemáticas Balacheff (1984); Domingues (2002); Pietropaolo (2005) e Trigonometria Fonseca (2002, 2011, 2012, 2015); Eves (2004); Lima et al. (2010) e Boyer (2012)

Objetivo da Pesquisa:

Analisar as expectativas neurocognitivas relacionadas à habilitação dos mecanismos atencionais que devem estar disponíveis durante o processo de construção do raciocínio axiomático utilizado na demonstração da lei dos senos.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

O proponente afirma que "Os riscos durante a coleta das informações nesta pesquisa, por meio da aplicação da sequência didática são mínimos, podendo se caracterizar por
alguns aspectos desconfortáveis e ansiedade nos alunos devido ao fato de estarem sendo observados e avaliados."

Como benefícios, destaca-se: "Investigação de lacunas, ociosas, referente aos conhecimentos sobre demonstrações matemáticas;
Alternativa de ensino que possa contribuir aos docentes que já atuam e futuros docentes;
Importância do papel da demonstração ao se trabalhar com conteúdos matemáticos;
Desenvolvimento de uma Sequência Didática que sirva como guia no processo de aprendizagem da demonstração da lei dos senos.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Será uma pesquisa de cunho documental e experimental, as intervenções fundamentam-se na aplicação de uma sequência didática, a ser aplicada em uma turma do curso de licenciatura da UFS. Essa metodologia compreende quatro fases: i) análises preliminares; ii) concepções e análise a priori; iii) experimentação, iv) análise a posteriori e validação. A primeira fase, análises preliminares, consiste, segundo releitura de Almouloud (2007, p. 172), em "[...] identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e delinear de modo fundamentado a(s) questão(ões), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa." É a fase que consiste na investigação prévia que antecede a elaboração do projeto propriamente dito. De início, será feita uma revisão de literatura envolvendo as condições e contextos presentes nos vários níveis de produção didática e no ambiente onde ocorrerá a pesquisa, que segundo Artigue (1996,

p. 202) "[...] reside na fina análise prévia das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros tenazes, e a engenharia é concebida para provocar, de forma controlada, a evolução das concepções". Assim, também, será feita uma descrição do contexto histórico que permeia o surgimento e desenvolvimento dos conceitos de trigonometria, destacando os entraves envolvidos em sua disseminação. A segunda fase, concepções e análise a priori, é o momento de elaboração da sequência didática que estará elencada em situações-problemas as quais serão analisadas pelo pesquisador. Nessa etapa, faz-se uso dos entendimentos da teoria das situações didáticas que tem como nome de destaque, Brousseau. De acordo com Almouloud (2007, p. 174), os entendimentos por situações-problemas é "[...] a escolha de questões abertas e/ou fechadas numa situação mais ou menos matematizada, envolvendo um campo de problemas colocados em um ou vários domínios de saber e de conhecimentos." Nessa etapa, também, analisa-se os métodos e/ou estratégias de resolução das situações propostas, destacando os conhecimentos e saberes envolvidos. Também faz-se necessário enfatizar a importância dessas situações e os conteúdos que servirão como base para seu entendimento. A terceira fase, experimentação, consiste no momento de adentrar no campo de pesquisa e executar o planejamento que foi feito na fase anterior. É o momento de explicar os objetivos e condições de realização da pesquisa, estabelecimento do contrato didático e registrar as observações feitas durante a aplicação. A quarta e última fase, análise a posteriori e validação, é o momento de confrontar os resultados e ver se as hipótese levantadas foram satisfeitas. Para tal empreitada, deve-se utilizar todos os registros feitos na experimentação (terceira fase). Por meio desta metodologia evidencia-se mostrar a contribuição do estudo de mecanismos da atenção na formação do raciocínio axiomático em demonstrações matemáticas quando se trabalha com a Lei dos Senos.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:
Os termos estão adequados.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:
Não se aplica.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1222602.pdf	21/09/2018 13:29:23		Aceito

Folha de Rosto	FolhadeRosto1.pdf	21/09/2018 13:28:37	MARCIO PONCIANO DOS SANTOS	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA.pdf	21/09/2018 13:23:30	MARCIO PONCIANO DOS SANTOS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	21/09/2018 13:23:09	MARCIO PONCIANO DOS SANTOS	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto.pdf	18/09/2018 01:43:42	MARCIO PONCIANO DOS SANTOS	Aceito

Situação do Parecer:
Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:
Não

ARACAJU, 08 de Outubro de 2018

Assinado por:
Anita Hermínia Oliveira Souza
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº
Bairro: Sanatório **CEP:** 49.060-110
UF: SE **Município:** ARACAJU
Telefone: (79)3194-7208 **E-mail:** cephu@ufs.br

ANEXO C: Ementário dos cursos de licenciatura em matemática da UFS

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
CONSELHO DO ENSINO, DA PESQUISA E DA EXTENSÃO

RESOLUÇÃO Nº 150/2009/CONEPE

ANEXO V

EMENTÁRIO DAS DISCIPLINAS DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA LICENCIATURA

DISCIPLINAS OBRIGATÓRIAS

105115 - Laboratório de Ensino de Matemática
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 2.00.4** **Pré-requisito: 105116**
Ementa: Laboratório de ensino. Propostas Metodológicas para o Ensino Fundamental e o Ensino Médio. Recursos didáticos: construção e aplicação para o ensino da Matemática no Ensino Fundamental e Médio. Metodologia de projetos.

105116 - Metodologia do Ensino da Matemática
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 3.00.3** **Pré-requisito: 406256**
Ementa: Educação Matemática. Linhas de pesquisa da Educação Matemáticas. Tendências metodológicas para o ensino de Matemática. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Livros Didáticos e Paradidáticos para o Ensino Fundamental e Médio. Avaliação do ensino aprendizagem da Matemática: processos, instrumentos.

105117 - Novas Tecnologias e o Ensino de Matemática
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 2.00.2** **Pré-requisito: –**
Ementa: A importância da mídia na Educação. Utilização da Mídia no ensino de Matemática. Introdução à Informática. *Internet* e ensino de matemática. Editor de texto *Latex*. *Softwares* matemáticos. Programas educacionais.

105118 - História da Matemática
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 2.00.2** **Pré-requisito: 105132**
Ementa: Matemática na antiguidade e na idade média. Matemática nos séculos XIV - XIX. A matemática no século XX.

105122 - Prática de Pesquisa I
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 0.00.4** **Pré-requisito: 120 créditos**
Ementa: Ciência e conhecimento científico. Métodos científicos. Processos e técnicas de elaboração do trabalho científico. Pesquisa em Educação Matemática. Pesquisa em Matemática. Análise da produção acadêmica em Educação Matemática e Matemática. Elaboração e apresentação de um projeto de pesquisa em Educação Matemática ou em Matemática.

105123 - Prática de Pesquisa II
Cr: 08 **CH: 120** **PEL: 0.00.8** **Pré-requisito: 105122**
Ementa: Desenvolver, executar e apresentar um trabalho na forma de um artigo ou de uma monografia, tomando como base a proposta elaborada na disciplina Prática de Pesquisa.

105124 - Matemática para o Ensino Fundamental
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 3.00.1** **Pré-requisito: 105151**
Ementa: Números naturais. Números inteiros. Divisibilidade. Sistemas de numeração. Os números racionais. Números reais. Equações e inequações de graus um e dois. Aplicações.

105125 - Matemática para o Ensino Médio I
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 3.00.1** **Pré-requisito: 105151**
Ementa: Funções. Funções afins. Funções quadráticas. Funções polinomiais reais. Funções exponenciais e logarítmicas. Medidas de arco e o radiano. Funções trigonométricas. Fórmulas de adição, leis dos co-senos e dos senos. Equações e inequações trigonométricas.

105126 - Matemática para o Ensino Médio II
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 3.00.1** **Pré-requisito: 105151**
Ementa: Progressões. Introdução à Matemática financeira. Introdução à combinatória e as probabilidades. Tópicos de geometria euclidiana.

105127 - Matemática para o Ensino Médio III
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 3.00.1** **Pré-requisito: 105151**
Ementa: Introdução à geometria analítica no plano. Sistemas de equações lineares e matrizes. Números complexos e noções sobre equações algébricas.

105131 - Cálculo I
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 5.01.0** **Pré-requisito: –**
Ementa: Funções reais de uma variável real, limite e continuidade. Derivada. Aplicações da derivada. Integral definida, antiderivadas, Teorema Fundamental do Cálculo. Mudança de variável. Algumas técnicas de integração. Aplicações da integral. Integrais Impróprias.

105132 - Cálculo II
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 5.01.0** **Pré - requisitos: 105131 - 105134**
Ementa: Seqüências e séries de números reais. Séries de potências e séries de Taylor. Curvas parametrizadas no plano e aplicações. Coordenadas polares. Funções vetoriais de uma variável real, limite, continuidade, derivada e integral. Limite, continuidade e cálculo diferencial de funções reais de várias variáveis reais.

105133 - Cálculo III
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 3.01.0** **Pré-requisito: 105132**
Ementa: Integrais duplas e triplas. Integrais sobre curvas e superfícies. Operadores diferenciais clássicos. Teoremas de Green, Gauss e Stokes.

105134 - Vetores e Geometria Analítica
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 3.01.0** **Pré-requisito: –**
Ementa: A álgebra vetorial de R^2 e R^3. Curvas cônicas. Operadores lineares em R^2 e R^3. Mudança de coordenadas. Retas, planos, distâncias, ângulos, áreas e volumes. Superfícies quádricas.

105139 - Variáveis Complexas
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 5.01.0** **Pré-requisito: 105133**
Ementa: O corpo dos números complexos. O cálculo diferencial complexo. Funções elementares do cálculo complexo. Integração complexa. Séries de Taylor e de Laurent. Singularidades e resíduos. Transformações conformes.

105143 - Cálculo IV
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 5.01.0** **Pré-requisito: 105132**
Ementa: Equações diferenciais ordinárias de primeira ordem com aplicações. Equações diferenciais lineares de segunda ordem com aplicações. Transformada de Laplace. Séries de Fourier. Transformada de Fourier. Aplicações às equações diferenciais parciais.

105150 - Estruturas Algébricas I
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 6.00.0** **Pré-requisito: 105151**
Ementa: Números inteiros. Anéis. Ideais e anéis quocientes. Polinômios em uma variável. Grupos.

105151 - Fundamentos de Matemática
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: –**
Ementa: Noções de lógica. Provas diretas, condicionais, por contradição e contra-exemplos. Noções de conjuntos. Relações de equivalência. Relação de ordem. Lema de Zorn. Funções. Noções sobre cardinalidade.

105152 - Álgebra Linear I
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: 105134**
Ementa: Sistemas lineares e noções sobre determinantes. Espaços vetoriais. Aplicações lineares. Matrizes e aplicações lineares. Autovalores e autovetores. Operadores diagonalizáveis.

105153 - Álgebra Linear II
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: 105152**
Ementa: Forma de Jordan. Espaços com produto interno. Teoria espectral. Formas bilineares.

105159 - Análise na Reta
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 6.00.0** **Pré-requisito: 105132**
Ementa: Os números reais. Topologia da reta. Continuidade e continuidade uniforme. Derivada. Integral de Riemann e o Teorema Fundamental do Cálculo.

105165 - Geometria Euclidiana Plana
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: 105151**
Ementa: Incidência, ordem e medida. Semelhança. Comprimento e área. Construções geométricas.

105171 - Cálculo Numérico I
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 3.01.0** **Pré-requisito: 103414**
Ementa: Teoria dos Erros. Zeros de funções. Sistemas lineares. Interpolação. Aproximação. Integração e diferenciação numérica.

105195 - Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I
Cr: 07 **CH: 105** **PEL: 0.00.7** **Pré-requisitos: 105115**
Ementa: Planejamento. Projeto Político Pedagógico. Diretrizes curriculares nacionais para os Ensinos Fundamental e Médio e para a Formação de Professores da Educação Básica em Nível Superior, em Curso de Licenciatura. Tópicos sobre formação de professores.

105196 - Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática II
Cr: 10 **CH: 150** **PEL: 0.00.10** **Pré-requisitos: 105195 - 105124**
Ementa: Observação em classe de Ensino Fundamental. Elaboração e desenvolvimento de projeto de ensino de matemática na classe observada. Relatório das atividades desenvolvidas.

105197 - Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática III
Cr: 10 **CH: 150** **PEL: 0.00.10** **Pré-requisitos: 105195-105125-105126-105127**
Ementa: Observação em classe de Ensino Médio. Elaboração e desenvolvimento de projeto de ensino de matemática na classe observada. Relatório das atividades desenvolvidas.

103414 - Introdução à Ciência da Computação
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: -**
Ementa: Conceitos gerais. Algoritmos e fluxogramas. Programação científica. Funções e procedimentos.

104065 - Física A
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisitos: 105031 - 105034**
Ementa: Equações fundamentais do movimento. Dinâmica de uma partícula, de um sistema de partículas e do corpo rígido. Dinâmica de sistemas não interagentes de muitas partículas. Elementos de termodinâmica.

104066 - Física B
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisitos: 105032 - 104065
Ementa: Introdução à mecânica relativista. Interação gravitacional: movimento geral sob a interação gravitacional, campo gravitacional. Interação elétrica: campo elétrico, lei de Gauss, corrente elétrica, propriedades elétricas da matéria. Interação magnética: campo magnético, lei de Ampère, propriedades magnéticas da matéria. Eletrodinâmica: lei de Faraday e equações de Maxwell.

104068 - Laboratório de Física A
Cr: 02 CH: 30 PEL: 0.00.2 Pré-requisitos: 105031 - 105034
Ementa: Experiências de laboratório e/ou experiências computacionais sobre mecânica de uma partícula, de um sistema de partículas e do corpo rígido e sobre termodinâmica básica.

108011 - Introdução à Estatística
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: –
Ementa: A natureza da Estatística. Coleta, Apuração e Apresentação Tabular e Gráfico de Dados. Medidas de Tendência Central. Noções Básicas sobre Cálculo das Probabilidades. Distribuição, Amostragem, Correlação e Regressão. Números Índices. Testes de Hipóteses e Séries Temporais. Histogramas.

401355 - Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS
Cr: 04 CH: 60 PEL: 3.01.0 Pré-requisito: –
Ementa: Políticas de educação para surdos. Conhecimentos introdutórios sobre a LIBRAS. Aspectos diferenciais entre a LIBRAS e a língua oral - de LIBRAS.

401363 - Estrutura e Funcionamento da Educação Básica
Cr: 04 CH: 60 PEL: 3.01.0 Pré-requisito: –
Ementa: A Política Educacional Brasileira. Principais reformas educacionais do século XX. Organização e Funcionamento do Ensino da educação básica. A Lei de Diretrizes e Bases - Lei nº 9.394/96. Plano Nacional de Educação. Educação Básica em Sergipe.

406251 - Introdução à Psicologia do Desenvolvimento
Cr: 04 CH: 60 PEL: 3.01.0 Pré-requisito: –
Ementa: Conceituação e metodologia científica aplicada à Psicologia do Desenvolvimento. Princípios e teorias gerais do desenvolvimento físico, motor, emocional, intelectual e social. Principais áreas de pesquisa em psicologia do desenvolvimento.

406256 - Introdução à Psicologia da Aprendizagem
Cr: 04 CH: 60 PEL: 3.01.0 Pré-requisito: –
Ementa: Aprendizagem: conceitos básicos. Teorias da aprendizagem. Os contextos culturais da aprendizagem e a escolarização formal. A psicologia da aprendizagem e a prática pedagógica.

DISCIPLINAS OPTATIVAS

105119 - Introdução à Filosofia da Matemática
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: 105151
Ementa: A concepção de Matemática na antiguidade. Empirismo e Racionalismo na Matemática. As correntes filosóficas do século XIX. Concepção filosófica de número.

105121 - Tópicos de Ensino de Matemática
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: a fixar
Ementa: Tópicos em ensino de matemática definidos pelo Professor.

105137 - Equações Diferenciais Parciais
Cr: 06 CH: 90 PEL: 5.01.0 Pré-requisito: 105143
Ementa: Modelos matemáticos. Elementos da análise de Fourier. Séries de Fourier. Transformada de Fourier. Problemas de Sturm - Liouville. Autovalores e autofunções. Polinômios ortogonais. Funções de Bessel. Equações diferenciais parciais. Métodos da separação de variáveis, da função de Green e da expansão em autofunções.

105138 - Cálculo Avançado
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 6.00.0** **Pré-requisitos: 105133 - 105152**
Ementa: Topologia do R^n. Aplicações diferenciáveis, Teorema da Função Inversa e Teorema da Função Implícita. Integração sobre caminhos. Integração em R^2 e R^3. Cálculo vetorial. Teoremas de Green, Gauss e Stokes.

105141 - Tópicos de Cálculo
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: a fixar**
Ementa: Tópicos em cálculo selecionados pelo Professor.

105142 - Tópicos de Equações Diferenciais
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: a fixar**
Ementa: Tópicos de equações diferenciais selecionados pelo Professor.

105156 - Introdução à Teoria dos Números
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisitos: 105150 - 105132**
Ementa: Os domínios fatoriais Z, Z[i] e Z[□], congruências, reciprocidade quadrática e introdução às equações diofantinas.

105157 - Introdução às Curvas Algébricas
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: 105160**
Ementa: Curvas algébricas planas. Curvas algébricas no plano projetivo. O teorema de Bezout. Curvas racionais.

105158 - Álgebra de Tensores
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: 105153**
Ementa: Espaços vetoriais. O produto tensorial. Simetria de tensores. Aplicações.

105160 - Estruturas Algébricas II
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 6.00.0** **Pré-requisito: 105150**
Ementa: Domínios Euclidianos. Extensões de corpos. Teoria elementar de Galois e solubilidade por radicais em corpos de característica zero.

105161 - Introdução à Teoria da Medida
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré-requisito: 105159**
Ementa: Seqüências e séries de funções. Medida de Lebesgue. A integral de Lebesgue. Teoremas de convergência. O espaço L^2.

105162 - Introdução à Teoria das Distribuições
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré - requisitos: 105152 - 105137**
Ementa: O conceito de distribuição. O delta de Dirac. O cálculo com distribuições. Solução fundamental para operadores diferenciais com coeficientes constantes. Aplicações.

105163 - Teoria Qualitativa das Equações Diferenciais Ordinárias
Cr: 04 **CH: 60** **PEL: 4.00.0** **Pré - requisitos: 105152 - 105159**
Ementa: Campo de vetores no plano. Estabilidade de equilíbrios. Soluções periódicas. Teorema de Poincaré - Bendixon.

105164 - Curvas e Superfícies Parametrizadas
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 6.00.0** **Pré-requisito: 105133**
Ementa: Teoria Fundamental de Curvas Parametrizadas. Superfícies parametrizadas regulares, o Teorema Egrégio de Gauss. Noções sobre geodésicas.

105166 - Introdução à Topologia
Cr: 06 **CH: 90** **PEL: 6.00.0** **Pré-requisito: 105159**
Ementa: Noções de topologia: conceitos básicos, funções contínuas e homeomorfismos. Conexidade e compacidade. Métricas. Topologia dos espaços métricos. Espaços métricos completos. Teorema de Weierstrass.

105167 - Tópicos de Álgebra
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: a fixar
Ementa: Tópicos em álgebra selecionados pelo Professor.

105168 - Tópicos de Geometria e Topologia
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: a fixar
Ementa: Tópicos em geometria euclidiana, geometria não-euclidiana e/ou topologia definidos pelo Professor.

105169 - Tópicos de Análise
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: a fixar
Ementa: Tópicos em análise real, análise complexa e análise funcional selecionados pelo Professor.

105172 - Cálculo Numérico II
Cr: 04 CH: 60 PEL: 3.01.0 Pré-requisitos: 105171 - 105137
Ementa: Cálculo numérico-computacional da solução aproximada de equações diferenciais ordinárias e equações diferenciais parciais.

105174 - Matemática Financeira
Cr: 04 CH: 60 PEL: 3.01.0 Pré-requisito: –
Ementa: Capitalização simples. Capitalização composta. Rendas ou anuidades certas e aleatórias, constantes e variáveis. Amortização de empréstimo. Inflação e correção monetária. Análise de investimentos. Critérios de análise.

105175 - Cálculo das Variações
Cr: 04 CH: 60 PEL: 3.01.0 Pré-requisitos: 105137 - 105152
Ementa: Funcionais e espaços de funções. Variação de um funcional. Extremos de um funcional. Equação de Euler. Invariância da equação de Euler. Princípios variacionais da mecânica. Métodos diretos de Ritz e de Galerkin. Problema de Sturm - Liouville e outras aplicações.

105176 - Método de Elementos Finitos
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisitos: 105143 - 105152 - 105171
Ementa: História do método de elementos finitos. Definição de elemento finito. Funções de forma de Lagrange. Espaços de elementos finitos. Método de Galerkin e Formulação variacional, Análise numérica de métodos elementos finitos, Estimativa de erro.

105178 - Tópicos de Matemática Aplicada
Cr: 04 CH: 60 PEL: a fixar Pré-requisito: a fixar
Ementa: Tópicos em matemática aplicada selecionados pelo Professor.

101062 - Desenho Técnico I
Cr: 06 CH: 90 PEL: 6.00.0 Pré-requisito: –
Ementa: Representação no espaço e em épura de pontos, retas e planos. Posições relativas entre: ponto e reta, ponto e plano, reta e reta, reta e plano, plano e plano. Paralelismo, perpendicularismo e interseção. Métodos descritivos. Sólidos sobre planos, seccionamento de sólidos por planos. Interseção de sólidos entre si.

104069 - Laboratório de Física B
Cr: 02 CH: 30 PEL: 0.00.2 Pré-requisitos: 104065 - 104068
Ementa: Experiências de laboratórios e/ou simulações computacionais sobre a interação gravitacional, a interação elétrica, interação magnética, propriedades elétrica da matéria, propriedades magnéticas da matéria e sobre eletrodinâmica.

108013 - Inferência
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: 108011
Ementa: Introdução à inferência estatística. Estimação. Testes de hipóteses. Análise de variância com um e dois critérios de classificação.

108033 - Pesquisa Operacional
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: 105152
Ementa: Técnicas matemáticas na construção de modelos econômicos. Programação linear. Métodos simples. Teoria das filas. PERT. Estudo de modelos.

108115 - Probabilidade
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: 105132
Ementa: Probabilidade. Variáveis aleatórias discretas. Variáveis aleatórias contínuas. Variáveis aleatórias bidimensionais. Análise exploratória de dados, algumas medidas associadas a variáveis quantitativas e análise bidimensional.

401342 - Didática I
Cr: 05 CH: 75 PEL: 3.02.0 Pré-requisito: -
Ementa: Tendências didático-pedagógicas: contexto histórico, fundamentos, pressupostos. Os conceitos fundamentais da Didática contemporânea. Formação do educador e relação professor-aluno. Processos de ensino e a organização das experiências de aprendizagem. Planejamento didático e organização do ensino.

401361 - Política e Gestão Educacional I
Cr: 03 CH: 45 PEL: 1.02.0 Pré-requisito: 401363
Ementa: Fundamentos da política e da gestão educacional numa perspectiva histórica. Contexto internacional e políticas públicas em educação. Política e financiamento da educação no Brasil. Planejamento Educacional: Planos, programas e projetos.

404102 - Inglês Instrumental I
Cr: 04 CH: 60 PEL: 2.02.0 Pré-requisito: –
Ementa: Estratégias de leitura de textos autênticos escritos em língua inglesa, visando os níveis de compreensão geral, de pontos principais e detalhados e o estudo das estruturas básicas da língua alvo.

405011 - Antropologia I
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: –
Ementa: Visão panorâmica da Antropologia em termos de fundamentos. O processo de formação e os principais conceitos, sobretudo o conceito de cultura: a importância do trabalho de campo na definição dos rumos da antropologia.

405041 - Sociologia I
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: –
Ementa: Abordagem da Sociologia em suas bases históricas, objeto de estudo e conceitos fundamentais a partir das concepções de Durkhein, Weber e Marx.

405049 - Sociologia da Educação I
Cr: 04 CH: 60 PEL: 4.00.0 Pré-requisito: 405041
Ementa: Abordagem da natureza da Sociologia da Educação. Diversidades teóricas da Sociologia da Educação. Educação como processo social. Educação e estrutura social. Educação e Estado. Educação e desenvolvimento. Educação, inovação e mudança social.

Sala das Sessões, 18 de dezembro de 2009