



Anais do XIV Colóquio Internacional "Educação e Contemporaneidade"

24 a 25 de setembro de 2020



Volume XIV, n. 14, set. 2020
ISSN: 1982-3657 | Prefixo DOI: 10.29380

EIXO 14 - EDUCAÇÃO E ENSINO DE MATEMÁTICA, CIÊNCIAS EXATAS E CIÊNCIAS DA NATUREZA

Editores responsáveis: Veleida Anani da Silva - Bernard Chariot

DOI: <http://dx.doi.org/10.29380/2020.14.14.40>

Recebido em: 05/08/2020

Aprovado em: 07/08/2020

MODELOS EPISTEMOLÓGICOS DE REFERÊNCIA DESENVOLVIDOS NA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO: UM CENÁRIO DAS PESQUISAS BRASILEIRAS; EPISTEMOLOGICAL MODELS OF REFERENCE DEVELOPED IN THE ANTHROPOLOGICAL THEORY OF TEACHING: A SCENARIO OF BRAZILIAN RESEARCH; MODÈLES ÉPISTEMOLOGIQUES DE RÉFÉRENCE DÉVELOPPÉS DANS LA THÉORIE ANTHROPOLOGIQUE DE L'ENSEIGNEMENT: UN SCÉNARIO DE RECHERCHE BRÉSILIENNE.

NAILYS MELO SENA SANTOS

<https://orcid.org/0000-0002-5143-5050>

MARIA CRISTINA ROSA

[HTTPS://ORCID.ORG/0000-0001-5986-7846](https://orcid.org/0000-0001-5986-7846)

DENIZE DA SILVA SOUZA

<https://orcid.org/0000-0002-4976-893X>

Resumo: O presente artigo é resultante de um primeiro mapeamento realizado em uma pesquisa de mestrado do PPGEICIMA/UFS, em andamento. Este trabalho objetiva apresentar um retrato das pesquisas brasileiras de mestrado e de doutorado realizadas com enfoque na construção e/ou utilização de um modelo epistemológico de referência (MER) com fundamentação na Teoria Antropológica do Didático (TAD). Para tanto, buscamos trabalhos no site da BDTD e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, dos quais foram selecionados vinte, por atenderem ao objetivo proposto. Com a análise dos trabalhos, foi possível compreendermos a maneira como esses modelos podem ser construídos e utilizados, bem como visualizarmos o desenvolvimento e evolução do uso dos MER's nas pesquisas brasileiras, fundamentada pela TAD.

Palavras-chave: Modelo epistemológico de referência. Teoria Antropológica do Didático. Didática da matemática.

Abstract: This article is the result of a first mapping carried out in a PPGEICIMA/UFS master's research, in progress. This work aims to present a portrait of Brazilian master's and doctoral research carried out with a focus on the construction and/or use of an epistemological reference model (MER) based on the Anthropological Theory of Didactics (TAD). For that, we searched for works on the BDTD website and in the CAPES Thesis and Dissertations Catalog, of which twenty were selected, as they meet the proposed objective. With the analysis of the works, it was possible to understand the way in which these models can be built and used, as well as to visualize the development and evolution of the use of MER's in Brazilian research, grounded in TAD.

Keywords: Epistemological reference model. Anthropological Theory of Didactics. Didactics of mathematics.

Resumé: Cet article est le résultat d'une première cartographie réalisée dans un master PPGEICIMA/UFS, en cours. Ce travail vise à présenter un portrait de la recherche brésilienne de maîtrise et de doctorat menée avec un focus sur la construction et/ou l'utilisation d'un modèle de référence épistémologique (MER) basé sur la théorie anthropologique de la didactique (TAD). Pour cela, nous avons recherché des travaux sur le site du BDTD et dans le Catalogue des Thèses et Dissertations CAPES, dont vingt ont été sélectionnés, car ils répondent à l'objectif proposé. L'analyse des travaux a permis de comprendre la manière dont ces modèles peuvent être construits et utilisés, ainsi que de visualiser le développement et l'évolution de l'utilisation des MER dans la recherche brésilienne, sur la base de TAD.

Mots-clés: Modèle de référence épistémologique. Théorie anthropologique de la didactique. Didactique des mathématiques.

Introdução

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) é uma evolução da Teoria da Transposição Didática (TTD), ambas desenvolvidas por Yves Chevallard. A TAD tem se tornado relevante entre as teorias da Didática da Matemática, por inserir as investigações sobre o ensino e aprendizagem dos objetos matemáticos no campo da Antropologia (ALMOULOU; FARIAS; HENRIQUES, 2018). Nesse sentido, Chevallard (1998) situa a atividade matemática, e, portanto, a atividade do estudo de matemática, no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais.

A TAD faz parte da fundamentação teórica da nossa pesquisa de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA), em andamento na Universidade Federal de Sergipe (UFS). Nesta pesquisa, temos como objetivo principal analisar as organizações didático-matemáticas concebidas e adotadas por bolsistas do Programa de Residência Pedagógica (RP-Matemática/SC/UFS[i]) para ensinar Sólidos Geométricos.

Ao utilizarmos o termo organizações didático-matemáticas estamos, nos referindo a união de duas noções apresentadas por Chevallard na TAD, a organização (ou praxeologia) matemática e a organização (ou praxeologia) didática. A primeira diz respeito à maneira como é possível instituir um conceito matemático. Enquanto que a segunda refere-se à forma como é possível estudar uma organização matemática.

A noção de praxeologia é considerada pelo próprio Chevallard (2018, p. 24) como “o coração” da teoria. Com base nesse termo, o autor define o postulado básico da sua teoria: “qualquer atividade humana realizada regularmente pode ser descrita como um modelo único, que se resume aqui com a palavra praxeologia” (CHEVALLARD, 1998, p. 1, tradução nossa).

Ao realizarmos estudos sobre a teoria que norteia nosso trabalho, verificamos que desde o desenvolvimento da TAD como ampliação da TTD, na década de 1990, Chevallard e seus colaboradores têm proposto e incluído novos conceitos e abordagens expandindo ainda mais sua teorização. Um dos avanços que ocorreu foi a inclusão dos modelos epistemológicos construídos no âmbito da didática da matemática, tomados como hipóteses de trabalho.

Esses modelos epistemológicos, que foram chamados de Modelo Epistemológico de Referência (MER), a partir do ano 2000, são utilizados como parâmetro para analisar as praxeologias predominantes de uma determinada instituição. (GASCÓN, 2018). Deve-se considerar que uma organização (praxeologia) existente em uma instituição passou pelo processo de transposição de outras instituições. Ou seja, um pesquisador ao questionar a matemática como geralmente é concebida e apresentada pelas instituições escolares, necessita elaborar suas próprias reconstruções alternativas do conhecimento e das atividades matemáticas, para utilizar como “sistema de referência” na sua investigação (GASCÓN, 2018, p. 51).

Dessa forma, ao se pesquisar um objeto matemático à luz da didática, é necessário levar em consideração o resultado das transposições que esse objeto passou no decorrer da sua história. E, portanto, para que seja analisado criticamente as praxeologias adotadas por professores para lecionar determinado objeto, por exemplo, o pesquisador necessita se libertar da sua visão limitada a respeito desse objeto.

Diante do exposto, o presente artigo tem como objetivo apresentar um mapeamento sobre trabalhos realizados no Brasil que se fundamentam na TAD e apresentam em suas metodologias de pesquisa a construção e/ou utilização de um MER. Nosso intuito com este mapeamento é obter uma melhor compreensão a respeito desse modelo e da maneira como foram elaborados e utilizados nas pesquisas.

Aspectos metodológicos

Para a realização do mapeamento das pesquisas brasileiras que se fundamentaram na TAD para a elaboração do MER, buscamos inicialmente trabalhos na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A busca foi realizada primeiramente por meio das palavras-chave ‘Teoria Antropológica do Didático’ e ‘Modelo Epistemológico de Referência’, para a qual, encontramos 10 trabalhos no catálogo da CAPES e 7 trabalhos na BDTD, publicados no período de 2013 a 2019.

Realizamos uma nova busca, dessa vez por meio apenas da palavra-chave ‘Modelo Epistemológico de Referência’ e encontramos 18 trabalhos no catálogo da CAPES e 8 trabalhos na BDTD. Ao reunirmos todos os trabalhos encontrados na primeira e segunda busca, filtramos com o intuito de verificarmos quais trabalhos se fundamentaram na TAD. Como resultado, obtivemos 20 estudos realizados (Quadro 1), sendo sete dissertações de mestrado e treze teses de doutorado, no período compreendido entre 2013 e 2019[ii].

Quadro 1. Teses e dissertações mapeadas (2013 – 2019)

Autor (ano)	Título	Instituição/Curso
Edilene da Silva e Silva (2013)	A transposição didática no ensino de física: o aquecimento global como objeto de estudo	UFPA/Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas
Raquel Soares do Rego Ferreira (2014)	Tarefas intermediárias: um modelo epistemológico de referência para o ensino das frações	UFPA/Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas
Alex Bruno Carvalho dos Santos (2014)	Investigando epistemologias espontâneas de professores de matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau	UFPA/Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas
Talita Carvalho Silva de Almeida (2015)	A base de conhecimento para o ensino de sólidos arquimedianos	PUC-SP/Doutorado em Educação Matemática
Eliane Santana de Souza (2015)	Uma proposta de utilização efetiva da calculadora padrão no ensino de potência	UFBA/Mestrado em Ensino, Filosofia e História Das Ciências
José Valério Gomes da Silva (2016)	Grandezas e Medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional	Universidade Anhanguera-SP/Doutorado em Educação Matemática
Lucia de Fatima Carneiro Ferreira Lessa (2017)	Construção de um modelo epistemológico de referência considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático área	UFBA/Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências
Maysa da Silva Leite Almeida (2017)	Resolução de equações do 1º grau: um modelo epistemológico de referência	UFPA/Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas
Fernando Cardoso de Matos (2017)	Praxeologias e modelos praxeológicos institucionais: o caso da álgebra linear	UFPA/Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas
Valdir Bezerra dos Santos Junior (2017)	Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um Percurso de Estudo e Pesquisa	Universidade Anhanguera-SP/Doutorado em Educação Matemática

Edson Rodrigues da Silva (2017)	Uma base de conhecimentos para o ensino de taxa de variação na Educação Básica	PUC-SP/Doutorado em Educação Matemática
Jose Luiz Cavalcante (2018)	A dimensão cognitiva na teoria antropológica do didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática	UFRPE/Doutorado em Ensino das Ciências
Miriam do Rocio Guadagnini (2018)	Fatoração: por que estudá-la desde o ensino fundamental?	Universidade Anhanguera-SP/Doutorado em Educação Matemática
Terrimar Ignacio Pasqualetto (2018)	O Ensino de Física via Aprendizagem Baseada em Projetos: um estudo à luz da Teoria Antropológica do Didático	UFRGS/Doutorado em Ensino de Física
Cecilia Manoella Carvalho Almeida (2018)	Um Modelo Didático de Referência para o ensino de probabilidade	UFBA/Mestrado em Ensino, Filosofia e História Das Ciências
Ana Maria Paias (2019)	Obstáculos no ensino e na aprendizagem do objeto matemático potência	PUC-SP/Doutorado em Educação Matemática
Kayla Rocha Braga (2019)	Realidade aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um software	UFPA/Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas
Renato Mendes Mineiro (2019)	Estudo das três dimensões do problema didático de inequações	PUC-SP /Doutorado em Educação Matemática
Ricardo Nicasso Benito (2019)	Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: o ensino de cônicas	PUC-SP /Doutorado em Educação Matemática
Vagner Donezeti Tavares Ferreira (2019)	As contribuições de uma sequência didática à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira	PUC-SP /Doutorado em Educação Matemática

Fonte: Elaboração da autora (março, 2020)

De acordo com o Quadro 1, foi possível identificarmos que os trabalhos estão distribuídos em seis universidades diferentes e que duas delas se destacam em relação à quantidade de pesquisas. Para ficar mais clara a visualização das instituições, construímos a Tabela 1, na qual apresentamos o quantitativo de trabalhos de mestrado e doutorado para cada instituição, informando suas respectivas regiões e o percentual dos trabalhos por instituição.

Tabela 1. Distribuição das pesquisas por Universidades e Regiões

Região	Instituição	Mestrado	Doutorado	Percentual de trabalhos por instituição
Norte	Universidade Federal do Pará (UFPA)	4	2	30%
Sudeste	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUCSP)	0	6	30%
	Universidade Anhanguera de São Paulo	0	3	15%
Nordeste	Universidade Federal da Bahia (UFBA)	3	0	15%
	Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)	0	1	5%

Sul	Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)	0	1	5%
Total		7	13	100%

Fonte: Elaboração da autora (março, 2020)

Com base nos dados da Tabela 1, identificamos que a UFPA e PUC-SP possuem o mesmo quantitativo de trabalhos, sendo também as instituições com maior número de trabalhos publicados. Das pesquisas realizadas na UFPA, quatro são dissertações de mestrado e duas teses de doutorado, enquanto que na PUC-SP, todas as pesquisas são em nível de doutorado. Apesar dessas especificidades, observamos que a região Sudeste lidera as pesquisas com 45% dos trabalhos mapeados.

Após essa fase inicial listando os trabalhos encontrados, realizamos a leitura de todos eles, a partir dos resumos e palavras-chave. Posteriormente, realizamos a leitura da metodologia dos trabalhos. Ao realizarmos essas leituras conseguimos elencar os principais autores que fundamentam esses trabalhos e são apresentados no Quadro 3.

Quadro 3. Principais autores aplicados nas pesquisas mapeadas

TEMÁTICAS	AUTORES
Teoria Antropológica do Didático (TAD)	Yves Chevallard
	Saddo Ag Almouloud
Modelo Epistemológico de Referência (MER)	Josep Gascón
	Marianna Bosch

Fonte: Elaborada pela autora (março, 2020)

Yves Chevallard, autor da TAD, é referência em todos os trabalhos. São utilizados seus trabalhos e textos publicados desde 1989 até 2014. Chevallard é doutor em Matemática, professor do *Institut Universitaire de Formation des Maîtres de l'Académie d'Aix-Marseille* na França e pesquisador em Didática da Matemática.

Ainda em relação a esta teoria um segundo nome expressivo, aparecendo em mais da metade dos trabalhos é o professor Saddo Ag Almouloud, doutor em *Mathematiques et applications*, pela *Université de Rennes* (França)[iii]. O professor Almouloud possui publicações de artigos e livros sobre a Didática da Matemática. Em 2018, organizou e publicou, juntamente com Afonso Henriques e Luiz Marcio Santos Farias, um livro sobre a TAD, constituído por uma coletânea de artigos, cada um dos quais escritos por autor (es) diferentes.

Referente à temática MER, dois nomes importantes são citados nos trabalhos analisados, Josep Gascón e Marianna Bosch, que possuem alguns trabalhos em parceria, como também com Yves Chevallard. Josep Gascón é doutor em Matemática pela *Universidad Autónoma* de Barcelona. Desde 1990, trabalha com a TAD com estreita cooperação da Marianna Bosch. Esta por sua vez, é doutora em Matemática pela *Universidad Autónoma* de Barcelona, tendo o Yves Chevallard (*Aix-Marseille University*) como orientador. Passou, então, a trabalhar com a TAD, a partir de 1994. Ambos participam do Grupo de *Investigación en Teoría Antropológica de lo Didáctico* que possui um site[iv], do qual foram retiradas essas informações sobre os autores.

Para alcançamos o objetivo deste artigo, apresentaremos os trabalhos mapeados a partir da relação

entre duas unidades de análise: objetivo principal somada a questão norteadora e a metodologia de pesquisa, visando conhecer todas as possibilidades de constituição e utilização do MER fundamentado pela TAD.

Resultados e discussões

As unidades de análise para esse mapeamento se constituem a partir das aproximações e distanciamentos existentes entre esses trabalhos, dispostas em eixos norteadores, nos quais as pesquisas mapeadas foram distribuídas. É válido lembrarmos que todas as pesquisas mapeadas possuem como fundamentação teórica principal a TAD e, portanto, alguns termos desta teoria fizeram parte dos objetivos dos trabalhos, por conseguinte, também foram utilizados nos eixos norteadores.

Desse modo, ao sistematizarmos essa distribuição, concebemos 8 eixos norteadores, sendo representados pelas letras EN, seguidas do número de ordem, conforme a organização que elencamos pelo quantitativo apresentado em cada um deles. Ressaltamos que foram constituídos a partir dos objetivos e/ou questões de pesquisa dos trabalhos mapeados (Quadro 02).

Quadro 2. Eixos norteadores a partir das questões e/ou objetivos das pesquisas

Código	Eixos norteadores	Dissertações	Teses
EN1a	Elaboração e/ou implementação de uma engenharia didática que visa interferir no MED[v] de professores.	Santos (2014) Souza (2015) Lessa (2017) C. Almeida (2018)	Matos (2017) Benito (2019) Mineiro (2019) V. Ferreira (2019)
EN1b	Elaboração e/ou implementação de uma engenharia didática com o intuito de desenvolver uma organização (praxeologia) didático-matemática com estudantes.	0	Silva (2016) Santos Junior (2017) Guadagnini (2018) Braga (2019)
EN2	Elaboração de praxeologias alternativas como proposta para o ensino de um objeto.	Ferreira (2014) M. Almeida (2017)	0
EN3	Construção ou identificação de uma base de conhecimento para o ensino de um objeto na educação básica.	0	T. Almeida (2015) E. Silva (2017)
EN4	Investigação dos obstáculos didáticos e epistemológicos no ensino e aprendizagem de um objeto	0	Paías (2019)
EN5	Caracterização do lugar do sujeito cognitivo na TAD através da análise do funcionamento de um sistema didático em torno do ensino de um objeto	0	Cavalcante (2018)
EN6	Investigação de modelos epistemológicos de professores para	Silva e Silva	0

	transpor determinado objeto de ensino	(2013)	
EN7	Identificação das contribuições do uso de uma metodologia utilizada no processo de transposição de um objeto	0	Pasqualetto (2018)

Fonte: Elaborada pela autora (março, 2020)

Se observamos o EN1a e o EN1b, podemos constatar que ambos os eixos se referem à implementação de uma engenharia didática (ED), motivo pelo qual codificamos com o número 1, distinguindo-os pelas letras a e b. Segundo Barqueiro e Bosch (2018), a noção ED surgiu com Guy Brousseau por volta dos anos 1970, juntamente com a Teoria das Situações Didáticas (TSD). Para esses autores, a ED se apresenta como uma metodologia de pesquisa, dentro da Didática da Matemática francesa com o intuito de investigar fenômenos didáticos. Caracteriza-se como pesquisa experimental e pode ser utilizada em pesquisas que investigam os processos de ensino e aprendizagem de um objeto matemático (ALMOULOU, 2007).

A diferença entre os dois primeiros eixos se refere ao público para o qual os pesquisadores utilizaram essa metodologia. Nos trabalhos categorizados no EN1a, foi realizada a metodologia ED com professores (formados, já atuantes em sala de aula ou em formação inicial e continuada). Em contraponto, os pesquisadores dos trabalhos situados no EN1b aplicaram a ED com estudantes.

Em todas as pesquisas localizadas no EN1b, foram implementadas uma ED do tipo Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). Enquanto que dentre os trabalhos situados no EN1a, seis deles implementaram uma ED do tipo PEP, outros dois realizaram a ED clássica de Brousseau. Como comentando anteriormente, a ED foi desenvolvida primeiramente no contexto teórico da TSD. Segundo Barqueiro e Bosch (2018), a TAD compartilha com TSD os mesmos princípios epistemológicos e, por conseguinte, essas teorias compartilham a ED como metodologia de pesquisa.

Na pesquisa realizada por Santos (2014), foi realizado um PEP com o intuito de verificar quais características do MED no ensino de Álgebra são reveladas nas concepções dos professores investigados. No âmbito da TAD, o PEP, “foi proposto por Chevallard (2004, 2009a) no intuito de encontrar uma resposta R adequada para a questão Q_0 , denominada questão geratriz, com capacidade de gerar outras questões problemáticas Q_1 , Q_2 , Q_3 etc.” (SANTOS, 2014, p. 50). Em seu trabalho, Santos (2014) buscou encontrar respostas para a questão: como ensinar equação do primeiro grau?

O pesquisador justifica que, para poder questionar o MED, se faz necessário a criação ou adoção de um MER. Portanto, optou pela adoção do MER proposto por Bolea Catalán (2003), o qual trata a Álgebra como instrumento de modelização algébrica. Por meio desse modelo, Santos (2014) analisou o MED revelado pelos professores.

Souza (2015) e Lessa (2017), por sua vez, optaram por elaborar seu MER, a partir das respostas que obteve aos seus questionamentos a respeito do MED, evidenciado em documentos curriculares e livros didáticos. Os MER's construídos pelas pesquisadoras, serviram para construção do PEP. A partir do PEP, Souza (2015) analisou como os professores integram a calculadora em sala de aula a partir de uma proposta do seu uso efetivo para a construção do saber potenciação por meio de situações didáticas. Lessa (2017) procurou integrar elementos de um modelo didático de referência[vi] (MDR) na bagagem praxeológica dos professores de Matemática do 6º ano do ensino fundamental.

Matos (2017), também elaborou um MER que serviu para a implementação de um PEP. O MER foi constituído, voltado para o ensino básico, com base em um estudo histórico epistemológico em obras originais sobre a Álgebra Linear. O MER elaborado no trabalho, teve impacto direto na formação de professores, sendo reescrito e legitimado como um modelo alternativo para o curso de Licenciatura

em Matemática do IFPA.

Na sua tese, Mineiro (2019) estudou às dimensões epistemológica, econômico-institucional e ecológica do problema didático associado às inequações. Essas dimensões embora já tenham sido estudadas nos trabalhos anteriores, começam a serem apresentadas de forma sistemática e explícita, principalmente, no que se refere a função desses estudos para realização das pesquisas fundamentadas pela TAD. A elaboração do MER é resultante do estudo da primeira dimensão, na qual o pesquisador precisa

debruçar-se sobre as questões que demandaram a criação e o desenvolvimento de um saber matemático, implica investigar qual é, ou quais são, as razões de ser intrínsecas à gênese desse saber e implica por fim, compreender em distintas épocas históricas, a descrição e a interpretação que se faz desse um saber. (GASCÓN, 2011 apud MINEIRO, 2019, p. 23).

Por meio do estudo econômico-institucional, o pesquisador identificou características do MED e do modelo didático dominante (MDD). De acordo, com Mineiro (2019) esse estudo pode ser realizado por meio da análise de propostas curriculares, livros didáticos e manuais utilizados em uma determinada instituição. Deve-se investigar como são as organizações matemáticas e didáticas em uma dada instituição e buscar as razões oficiais pelas quais justifica-se o ensino de um determinado conteúdo na instituição.

Por fim, o estudo ecológico permitiu verificar quais condições e restrições que afetam o acesso dos alunos às inequações. Este estudo, “abarca as discussões sobre os motivos pelos quais as organizações matemáticas e as organizações didáticas associadas são como são na contingência institucional e sobre as condições necessárias para que essas organizações sejam modificadas” (MINEIRO, 2019, p. 24). O resultado desses estudos contribuiu para a elaboração de um MDR, que fundamentou a elaboração de propostas de PEP para o ensino de inequações para o 7º e 9º anos do ensino fundamental e 1º e 2º anos do ensino médio.

O trabalho de Benito (2019), apresenta uma variação na implementação do PEP, exclusivo para a formação docente, desenvolvido por Ruiz-Olarria (2015). O PEP para Formação de Professores (FP) é elaborado da mesma maneira que o PEP, entretanto, a questão geratriz deve ser formulada visando contextos ligados à formação docente. Ou seja, é necessário focar um objeto de ensino e explorar problemas de professores em formação, tanto inicial quanto continuada, considerando o nível escolar (fundamental, médio ou superior) em que estes professores estão inseridos.

Benito (2019) buscou investigar de que maneira o dispositivo dos PEP-FP, pode ajudar um grupo de futuros professores (estudantes de licenciatura em Matemática da UFS) a questionar, analisar, desenhar e experimentar processos de ensino a respeito de cônicas. Para tanto, o pesquisador utilizou os princípios da Engenharia Didática constituídos em quatro fases.

Na primeira fase, Benito (2019) estudou as dimensões epistemológica, econômica e ecológica do problema didático que resultou na constituição do MER e do MED. Na segunda fase, foi realizada a análise *a priori* e o planejamento da proposta de intervenção. Na terceira fase, o pesquisador aplicou o PEP-FP, caracterizado na Engenharia Didática como fase da experimentação e da análise “in vivo” (BENITO, 2019, p. 22). A última fase corresponde à análise *a posteriori*, na qual se comparou os dados recolhidos e se fez a validação das hipóteses levantadas na primeira fase.

C. Almeida (2018) e V. Ferreira (2019) se basearam na ED para realizarem suas pesquisas, nas quais elaboraram uma sequência didática à luz de um MER. V. Ferreira (2019) aplicou uma sequência de três atividades sob a metodologia proposta pela ED e C. Almeida (2018) utilizou a Engenharia de Formação nos moldes da ED clássica, na qual os participantes da pesquisa desenvolveram uma sequência didática. Segundo Bailleul (2015) apud C. Almeida (2018, p. 38) a engenharia de formação pode ser entendida como

um conjunto organizado de ferramentas de desenvolvimento pessoal que tem o propósito de analisar, através de medidas apropriadas, respostas a determinados tipos de problemas, trazendo correções, inflexões e até mesmo mudanças em comparação com o cenário original (BAILLEUL, 2015 apud C. ALMEIDA, 2018, p. 38).

A partir desses trabalhos do EN1a, evidenciamos que nas pesquisas, as quais desenvolvem uma engenharia do tipo PEP, utiliza-se o MER como ferramenta para a constituição dessa metodologia. Nos trabalhos de Matos (2017), C. Almeida (2018) e V. Ferreira (2019), o MER ganhou maior visibilidade, pois, após sua constituição, o modelo foi testado em uma ED. Ao contrário dos trabalhos de Mineiro (2019) e Benito (2019), nos quais a implementação do PEP foi o foco principal e o MER serviu de ferramenta para a constituição dessa engenharia. O mesmo aconteceu nas pesquisas do EN1b, como veremos a seguir, tendo o MER como parte das etapas na elaboração do PEP.

J. Silva (2016) desenvolveu um PEP com um grupo de 12 estudantes do curso de Edificações, com o intuito de identificar as relações institucionais esperadas e existentes para o ensino e a aprendizagem das noções de área, de perímetro e suas relações. Para a elaboração do PEP, o autor se apoiou no MER sobre as grandezas área e perímetro, com adaptação para o campo da construção civil, inspirado no MER das grandezas de um modo geral, elaborado por Sierra (2006).

Semelhantemente, Santos Junior (2017), Guadagnini (2018) e Braga (2019) desenvolveram um PEP, tendo como base um MER construído por cada pesquisador. Para elaboração do modelo de referência, Santos Junior (2017), realizou um estudo da ecologia dos setores juros simples e compostos. Guadagnini (2018), estudou as relações institucionais da fatoração nos PCN e em livros didáticos, seguido de um estudo sobre a relação pessoal de professores de Matemática com o objeto de pesquisa. Braga (2019), optou por estudos em documentos curriculares e livros didáticos da educação básica sobre a noção de área.

Os trabalhos de Ferreira (2014) e M. Almeida (2017), situados no EN2, visaram, principalmente, a elaboração de uma nova proposta para o ensino de um objeto matemático. Nesse sentido, essas pesquisas buscaram reconstruir organizações praxeológicas para a elaboração das suas propostas. Ambos pesquisadores desenvolveram uma pesquisa de caráter bibliográfico. Ferreira (2014), realizou um estudo teórico-metodológico, no qual o MER subsidiou a análise dos livros didáticos de Matemática do 4º e 5º anos do ensino fundamental, em relação as noções e operações de adição e subtração com números fracionários.

M. Almeida (2017) desenvolveu um Percorso de Estudo e Investigação (PEI), metodologia proposta pela TAD, que visa a construção de respostas para um problema primordial, nesse caso o problema era referente ao ensino de resolução das equações do primeiro grau.

Assim, segundo Chevallard (2009), o PEI se desenvolve por meio de questionamentos cujas respostas em praxeologias a serem encontradas surgirão gradualmente e, mesmo que possamos dizer que de algum modo que elas eram óbvias, elas se articulam segundo o fato antropológico de que toda atividade humana envolve uma infra-estrutura praxeológica. O PEI assim nos leva aos encontros com fragmentos infraestruturais indispensáveis para a construção de nossas respostas (M. ALMEIDA, 2017, p. 27).

Essas questões levaram o pesquisador ao encontro de um MER, levando em consideração as práticas escolares históricas e o equilíbrio entre as práticas empíricas e as práticas matemáticas. Tanto na pesquisa de M. Almeida (2017) como na pesquisa de Ferreira (2014), a construção do MER fez parte da etapa inicial do trabalho e foi utilizado como ferramenta para os pesquisadores elaborarem novas organizações praxeológicas.

As pesquisas de T. Almeida (2015) e E. Silva (2017) do EN3 articularam a TAD à noção de Base de Conhecimento para o Ensino, obtidos com avanços das ideias de Shulman. Ambas são teses

defendidas na PUC-SP sob orientação da Professora Doutora Maria José Ferreira da Silva, o que justifica a mesma abordagem teórica.

Os pesquisadores se basearam no Conhecimento Matemático para o Ensino no sentido de Ball, Thames e Phelps, no Conhecimento Tecnológico para o Ensino, no de Mishra e Koehler. O trabalho de E. Silva (2017) ainda avança apresentando, além desses conhecimentos, o Conhecimento Didático para o Ensino, por Lima e Silva. Não adentraremos nesses conceitos, pois nosso intuito é investigar a TAD e o MER nos trabalhos mapeados[vii].

T. Almeida (2015) e E. Silva (2017), utilizaram o MER como ferramenta para a investigação proposta por cada um desses pesquisadores. O objetivo principal da tese de T. Almeida (2015) foi identificar os saberes docentes mobilizados para que sólidos arquimedianos sejam ensinados. A pesquisadora optou por adotar o modelo renascentista de obtenção de sólidos arquimedianos como MER para realizar a investigação pretendida.

E. Silva (2017) elaborou seu próprio MER, como uma tentativa para responder ao problema de investigação levantado na pesquisa, referente ao ensino de taxa de variação na Educação Básica. Para a constituição do MER, o pesquisador realizou um estudo bibliográfico por meio das seguintes fontes de investigação: documentos oficiais, materiais didáticos, artigos científicos e pesquisas que abordam sobre processos de ensino e de aprendizagem sobre taxa de variação na Educação Básica.

No EN4, situamos o trabalho de Paias (2019), que articulou a TAD, a Teoria de Representação Semiótica de Duval (2003) e a noção de obstáculos apresentada na Didática da Matemática por Brousseau (1983). A pesquisadora buscou identificar os obstáculos epistemológicos e/ou didáticos que podiam emergir nos processos de ensino e aprendizagem do objeto matemático Potência.

Para tanto, Paias (2019) realizou um estudo cognitivo e epistemológico acerca do objeto matemático potência. O enfoque cognitivo foi baseado na Teoria de Representação Semiótica. Em relação à dimensão epistemológica, a pesquisadora se apoiou na TAD, na qual desenvolveu um estudo histórico, a partir do qual foi possível elaborar um MER. A análise do MER elaborado, do estudo cognitivo e do estudo realizado em documentos curriculares subsidiaram a identificação dos obstáculos.

No EN5, Cavalcante (2018) se propõe a articular a TAD com a concepção de cognição na perspectiva da Antropologia Social, levando em consideração elementos da Cognição Situada, conforme Lave (1988). O objetivo central da tese foi caracterizar o lugar do sujeito cognitivo na TAD, a partir da perspectiva da cognição como um fenômeno situado no contexto institucional, quando se estabelece um sistema didático em torno do ensino de probabilidade na licenciatura em Matemática.

Foi realizada a construção de um processo empírico de observação participante para analisar o funcionamento do sistema didático em torno do ensino de probabilidade em curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado da Paraíba. Após o autor delinear a ecologia em torno da probabilidade na formação de professores, esboça um MER para atender as demandas formativas dos futuros professores de Matemática em relação à probabilidade.

Nos trabalhos analisados até agora, verificamos que o MER se apresenta como uma das etapas realizadas na pesquisa, sendo utilizado posteriormente, como ferramenta para alcançar o objetivo proposto nas pesquisas. A partir desses trabalhos, podemos observar as possibilidades do uso desses modelos favorecendo ao pesquisador passear entre teorias que se somam com a TAD, além de ajudar a responder uma gama de questionamentos que envolve o ensino e aprendizagem.

No EN6, encontra-se o trabalho de Silva e Silva (2013), o primeiro publicado no Brasil, fundamentado na TAD que utiliza como etapa da pesquisa os modelos epistemológicos que posteriormente serviram de referência para a análise da prática docente. Com o intuito de entender

como os professores de Física concebem os modelos epistemológicos para tratar praxeologicamente o tema Aquecimento Global no ensino médio, a pesquisadora elaborou dois modelos epistemológicos (natural e antropogênico). Para complementar a análise, foram utilizados livros didáticos adotados na escola e por materiais paradidáticos utilizados pelos professores.

Na pesquisa do EN7, identificamos um trabalho bem específico que difere dos demais analisados neste artigo. Pasqualetto (2018) buscou testar o uso da metodologia de ensino Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) para as aulas de Física de um campus de um Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul. Para tanto, Pasqualetto (2018), desenvolveu uma proposta de ABP a partir de um MER desenvolvido por ele com base na análise praxeológica da ABP de Bender. Essa proposta foi implementada por uma professora de Física.

Considerações finais

Objetivamos, neste artigo, apresentar um cenário revelando dissertações e teses brasileiras fundamentadas pela TAD que apresentam em suas pesquisas a elaboração e/ou utilização de um MER, com o intuito de compreendermos sua construção e uso nessas pesquisas. Para tanto, determinamos duas unidades de análise: objetivo principal somada a questão norteadora e a metodologia de pesquisa. Essas unidades nos ajudaram a compreendermos esse cenário investigativo e as possibilidades no que tange à utilização do MER.

Em síntese, este trabalho nos permitiu visualizar o desenvolvimento e evolução da inclusão dos modelos epistemológicos nas pesquisas realizadas, no âmbito da Didática da Matemática. Do mesmo modo, as possibilidades existentes para a aplicação dessa ferramenta metodológica no contexto da TAD.

Em relação à construção dos MER's, identificamos que alguns pesquisadores optaram por utilizar MER's já existentes, adaptando-os à sua pesquisa, enquanto, outros elaboraram seus próprios modelos. Para construir esses modelos, foram realizados estudos históricos, epistemológicos e, em outros momentos bibliográficos, a partir de análise em livros didáticos e documentos curriculares.

Sobre a aplicabilidade, evidenciamos o uso dos MER como ferramenta metodológica que subsidiou a análise de práticas docentes, livros didáticos e o ensino de objetos matemáticos. Em metade das pesquisas mapeadas, esses modelos foram utilizados como guia para a constituição de PEP, implementado como metodologia de pesquisa. Por fim, a partir dos trabalhos publicados em 2019, a elaboração do MER é resultante da primeira dimensão fundamental de um problema didático, que é constituído a partir das seguintes dimensões: epistemológica, econômica e ecológica. Sendo essa uma nova abordagem para a investigação de um problema didático construído pelo viés da TAD.

[i] Subprojeto do Programa Residência Pedagógica do curso de Licenciatura em Matemática da UFS no Campus São Cristóvão.

[ii] Na busca não especificamos o recorte temporal, ou seja, o recorte apresentado é referente ao primeiro trabalho encontrado para o tema.

[iii] Informações retiradas da plataforma Currículo Lattes, disponível em . Acessado em 30 de maio de 2020.

[iv] O site do grupo de *Investigación en Teoría Antropológica de lo Didáctico* está disponível em .

[v] Lê-se modelo epistemológico dominante.

[vi] Considerado uma extensão do MER (BOSCH; GASCÓN, 2010 apud LESSA, 2017).

[vii] No entanto, para conhecimento do leitor, destacamos apenas que o conhecimento matemático para o ensino refere-se aquele necessário para realizar o trabalho de ensinar Matemática; o conhecimento Tecnológico para o Ensino é aquele referente às tecnologias padrões utilizadas em sala de aula em consonância com as tecnologias digitais disponíveis para o ensino ou que podem ser

adaptadas para essa finalidade e o Conhecimento Didático para o Ensino diz respeito às teorias, métodos, processos, práticas, competências e habilidades que dizem respeito ao ensino e aprendizagem (E. SILVA, 2017).

Referências

ALMOULOUD, S. FARIAS, L. M. S. HENRIQUES, A. **A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos**. 1 ed. Curitiba, PR: CRV, 2018.

ALMEIDA, Cecília Manoella Carvalho. **Um modelo didático de referência para o ensino de probabilidade**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. Universidade Federal da Bahia. Salvador: UFBA, 2018.

ALMEIDA, Maysa da Silva Leite. **Resolução de equações do 1º grau: um modelo epistemológico de referência**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará. Belém: IEMCI/UFPA, 2017.

ALMEIDA, Talita Carvalho Silva de. **A base de conhecimento para o ensino de sólidos arquimedianos**. Tese (Doutorado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: PUCSP, 2015.

BENITO, Ricardo Nicasso. **Construção de um percurso de estudo e pesquisa para formação de professores: o ensino de cônicas**. Tese (Doutorado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: PUCSP, 2019.

BRAGA, Kayla Rocha. **Realidade aumentada: organizações didático-matemáticas para o ensino de cálculo de área no nível superior com a utilização de um software**. Tese (Doutorado) Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica - REAMEC. Universidade Federal do Pará. Belém: UFPA, 2019.

CAVALCANTE, José Luiz. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática**. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife: UFRPE, 2018.

FERREIRA, Raquel Soares do Rego. **Tarefas intermediárias: um modelo epistemológico de referência para o ensino das frações**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará. Belém: IEMCI/UFPA, 2014.

FERREIRA, Vagner Donezeti Tavares. **As contribuições de uma sequência didática à luz do Modelo Epistemológico de Referência (MER), na construção dos conhecimentos relativos à educação financeira**. Tese (Doutorado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: PUCSP, 2019.

GUADAGNINI, Miriam do Rocio. **Fatoração: por que estudá-la desde o ensino fundamental?** Tese (Doutorado). Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Universidade Anhangüera de São Paulo, 2018.

LESSA, Lucia de Fatima Carneiro Ferreira. **Construção de um modelo epistemológico de referência considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático área**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino Filosofia e História das Ciências. Universidade Federal da Bahia. Salvador: UFBA, 2017.

MATOS, Fernando Cardoso de. **Praxeologias e modelos praxeológicos institucionais: o caso da álgebra linear**. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará. Belém:

IEMCI/UFPA, 2017.

MINEIRO, Renato Mendes. **Estudo das três dimensões do problema didático de inequações.** Tese (Doutorado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: PUCSP, 2019.

PAIAS, Ana Maria. **Obstáculos no ensino e na aprendizagem do objeto matemático potência.** Tese (Doutorado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: PUCSP, 2019.

PASQUALETTO, Terrimar Ignacio. **O Ensino de Física via Aprendizagem Baseada em Projetos: um estudo à luz da Teoria Antropológica do Didático.** Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul: UFRGS, 2018.

SANTOS JÚNIOR, Valdir Bezerra dos. **Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa.** Tese (Doutorado). Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2017.

SANTOS, Alex Bruno Carvalho dos. **Investigando epistemologias espontâneas de professores de matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará. Belém: IEMCI/UFPA, 2014.

SILVA, Edson Rodrigues da. **Uma base de conhecimentos para o ensino de taxa de variação na Educação Básica.** Tese (Doutorado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: PUCSP, 2017.

SILVA, José Valério Gomes da. **Grandeza e medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional.** Tese (Doutorado). Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo, 2016.

SILVA e SILVA, Edilene da. **A transposição didática no ensino de física: o aquecimento global como objeto de estudo.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará. Belém: IEMCI/UFPA, 2013.

SOUZA, Eliane Santana de. **Uma proposta de utilização efetiva da calculadora padrão no ensino de potência.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. Universidade Federal da Bahia. Salvador: UFBA, 2015.

[1] Subprojeto do Programa Residência Pedagógica do curso de Licenciatura em Matemática da UFS no Campus São Cristóvão.

[1] Na busca não especificamos o recorte temporal, ou seja, o recorte apresentado é referente ao primeiro trabalho encontrado para o tema.

[1] Informações retiradas da plataforma Currículo Lattes, disponível em . Acessado em 30 de maio de 2020.

[1] O site do grupo de *Investigación en Teoría Antropológica de lo Didáctico* está disponível em .

[1] Lê-se modelo epistemológico dominante.

[1] Considerado uma extensão do MER (BOSCH; GASCÓN, 2010 apud LESSA, 2017).

[1] No entanto, para conhecimento do leitor, destacamos apenas que o conhecimento matemático para o ensino refere-se aquele necessário para realizar o trabalho de ensinar Matemática; o conhecimento Tecnológico para o Ensino é aquele referente às tecnologias padrões utilizadas em sala de aula em consonância com as tecnologias digitais disponíveis para o ensino ou que podem ser adaptadas para essa finalidade e o Conhecimento Didático para o Ensino diz respeito às teorias, métodos, processos, práticas, competências e habilidades que dizem respeito ao ensino e aprendizagem (E. SILVA, 2017).

* Mestranda do Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA/UFS). Membro do grupo de pesquisa Núcleo Colaborativo de Prática e Pesquisas em Educação Matemática (NCPPEM). E-mail: nailys_sena@hotmail.com.

** Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA/UFS). Membro do grupo de pesquisa Núcleo Colaborativo de Prática e Pesquisas em Educação Matemática (NCPPEM). E-mail: mariacristina.rs@hotmail.com.

*** Doutora em Educação Matemática. Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Sergipe. Coordenadora do grupo de pesquisa Núcleo Colaborativo de Prática e Pesquisas em Educação Matemática (NCPPEM), vice-coordenadora do Núcleo de Estudo, Extensão e Pesquisa em Inclusão Educacional e Tecnologia Assistiva (NUPITA) e membro do grupo de pesquisa Educon. E-mail: denize.souza@hotmail.com.