



Anais do XIV Colóquio Internacional "Educação e Contemporaneidade"

24 a 25 de setembro de 2020



Volume XIV, n. 14, set. 2020
ISSN: 1982-3657 | Prefixo DOI: 10.29380

EIXO 14 - EDUCAÇÃO E ENSINO DE MATEMÁTICA, CIÊNCIAS EXATAS E CIÊNCIAS DA NATUREZA

Editores responsáveis: Veleida Anani da Silva - Bernard Charlot
DOI: <http://dx.doi.org/10.29380/2020.14.14.41>
Recebido em: 07/08/2020
Aprovado em: 08/08/2020

UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DOS ELEMENTOS INTUITIVOS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO; A PRAXEOLOGICAL ANALYSIS OF INTUITIVE ELEMENTS IN 6TH YEAR MATHEMATICS TEACHING BOOKS; UN ANÁLISIS PRAXEOLÓGICO DE ELEMENTOS INTUITIVOS EN LOS LIBROS DIDÁCTICOS DE MATEMÁTICAS DEL 6o AÑO.

RENATA SA DE JESUS BARBOSA
<https://orcid.org/0000-0002-5543-4637>

MATEUS SANTOS ANGELO
<https://orcid.org/0000-0002-4163-3758>

MARIA FLAVIA MELO DOS SANTOS
<https://orcid.org/0000-0003-0797-5663>

RESUMO: Este trabalho é um recorte de uma pesquisa bibliográfica que apresenta, uma análise em livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, com o intuito de verificar nas atividades propostas sobre elementos intuitivos da geometria, as praxeologias presentes nessas atividades. Neste trabalho, a questão central tem foco na análise das atividades apresentadas nos livros didáticos “Matemática Bianchini” aprovado pelo PNLD 2017 e PNLD 2020. Para fundamentar este trabalho, utilizamos Nasser e Sant’Anna (2010), Villiers (2010) sobre os níveis de van Hiele e Almouloud (2007), Santos e Menezes (2015) sobre a TAD. Por meio da análise verifica-se que os livros selecionados para a pesquisa atendem às recomendações dos documentos oficiais, conforme a vigência de cada um e embora, sejam de PNLD diferentes poucas alterações quantos as praxeologias adotadas são apresentadas.

Palavras-chave: Conteúdos geométricos. Livros didáticos de matemática. Níveis de van Hiele. Teoria Antropológica do Didático.

ABSTRACT: This work is an excerpt from a bibliographic research that presents, an analysis in mathematics textbooks of the 6th year of Elementary School, with the aim of verifying in the proposed activities on intuitive elements of geometry, the praxeologies present in these activities. In this paper, the central question focuses on the analysis of the activities presented in the “Bianchini Mathematics” textbooks approved by PNLD 2017 and PNLD 2020. To support this work, we used Nasser and Sant’Anna (2010), Villiers (2010) on the levels of van Hiele and Almouloud (2007), Santos and Menezes (2015) on TAD. Through the analysis it is verified that the books selected for the research meet the recommendations of the official documents, according to the validity of each one, and although there are different PNLD changes, as far as the adopted praxeologies are presented.

Keywords: Geometric contents. Mathematics textbooks. Van Hiele levels. Anthropological Theory of Didactics.

RESUMEN: Este trabajo es un extracto de una investigación bibliográfica que presenta, un análisis en los libros de texto de matemáticas del 6º curso de Educación Primaria, con el objetivo de comprobar en las actividades propuestas sobre elementos intuitivos de la geometría, las praxeologías presentes en estas actividades. En este trabajo, la pregunta central se centra en el análisis de las actividades presentadas en los libros de texto “Bianchini Mathematics” aprobados por PNLD 2017 y PNLD 2020. Para sustentar este trabajo, utilizamos Nasser y Sant’Anna (2010), Villiers (2010) en los niveles van Hiele y Almouloud (2007), Santos y Menezes (2015) en TAD. Mediante el análisis se verifica que los libros seleccionados para la investigación cumplen con las recomendaciones de los documentos oficiales, de acuerdo a la vigencia de cada uno y aunque existen diferentes cambios en el PNLD en cuanto a que se presentan las praxeologías adoptadas.

Palabras clave: Contenidos geométricos. Libros de texto de matemáticas. Niveles de Van Hiele. Teoría Antropológica de la Didáctica.

INTRODUÇÃO

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa bibliográfica realizada em um trabalho de conclusão de curso, cujo objetivo foi analisar atividades propostas em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental. O interesse por esta pesquisa surgiu com o intuito de realizar uma possível articulação entre duas teorias sobre o ensino e aprendizagem dos elementos intuitivos de geometria presentes em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental.

Um dos conceitos geométricos considerados como a base da geometria são os elementos intuitivos, sendo assim é importante que o professor busque, atividades que possibilitem desafiar o aluno a criar relações entre a geometria, relacionando formas planas com as formas espaciais, analisando e interpretando as formas no mundo que o rodeia. Os livros didáticos analisados na pesquisa foram aprovados pelo Plano Nacional de Livro didático – PNLD-Matemática 2017 e 2020. Para esta pesquisa intitulada “Uma análise praxeológica dos elementos intuitivos em livros didáticos do 6º ano, sob duas perspectivas teóricas: a Tad e Nvh”, foi analisado quatro livros didáticos de dois autores distintos. Para este artigo, o recorte da pesquisa corresponde apenas a apresentar a análise do livro “Matemática Bianchini” (edições 2015 e 2018).

Os estudos foram norteados por duas teorias – modelo de van Hiele[i] e a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Uma das razões por utilizar essas teorias para nortear esta pesquisa, foi porque estas teorias foram estudadas no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) e foram a partir das mesmas que surgiu o interesse em desenvolver o projeto de pesquisa.

O modelo de van Hiele corresponde a uma estrutura com cinco níveis distintos de pensamento no que se refere ao desenvolvimento e compreensão dos conceitos geométricos dos alunos e com cinco fases de aprendizado, também, com o objetivo de identificar em quais níveis os alunos estão (WALLE, 2009; VILLIERS, 2010). A TAD é uma teoria da didática da matemática francesa defendida por Chevallard, na qual a atividade matemática é o centro da teoria. Com isso, os estudos nessa segunda teoria têm foco nos estudos das organizações praxeológicas (ALMOULOU, 2007).

A Teoria Antropológica do Didático apresenta a organização praxeológica sobre os objetos matemáticos e do seu desempenho na atividade matemática que levaram Bosch e Chevallard (1999) a dividirem em outros dois tipos de objetos: os objetos ostensivos e não ostensivos. Os objetos ostensivos que têm origem da palavra latina “*ostendere*” significa mostrar, sendo assim, são objetos manipuláveis das atividades matemáticas (sinais, enunciados, fórmula etc.). Os objetos não ostensivos são os conceitos ou ideias dependendo da manipulação dos objetos ostensivos, tais como uma palavra, um gesto ou até mesmo um discurso (ALMOULOU, 2007).

Entretanto no Guia do PNLD 2017, sugere-se uma aprendizagem da geometria por meio de atividades de visualização e de construções geométricas com instrumentos de desenho ou com materiais manipuláveis, para estimular um ensino não muito teórico e que o aluno aprenda com mais autonomia. No entanto, também informa ser necessário haver um equilíbrio entre essas atividades, tão importantes, e uma formação do raciocínio dedutivo no campo de geometria (BRASIL, 2016).

De acordo com o PNLD 2020, no que diz respeito a geometria, é importante que se desenvolva o pensamento geométrico através do estudo de posição e deslocamento no espaço, as relações e formas entre as figuras espaciais e planas, produzir argumentos geométricos persuasivos, fazer conjecturas e investigar propriedades (BRASIL, 2019).

Desse modo, tanto no PNLD 2017 quanto no PNLD 2020, são sugeridos que nas coleções aprovadas sejam apresentadas atividades que possibilitem o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno. O PNLD 2020, cujos livros foram selecionados em 2019, está redigido sob a nova orientação curricular nacional – BNCC, o que não muda essa orientação.

1. DESENVOLVIMENTO METODOLÓGICO DA PESQUISA

A pesquisa teve caráter bibliográfico, iniciando-se pelo estudo do ensino de geometria e das duas noções teóricas que fundamentaram a análise do livro didático de matemática selecionado para a pesquisa. Desse modo, o estudo contemplou a analisar quatro exemplares de livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental, sendo eles de dois autores distintos, aprovados em dois PNLD (2017 e 2020). Para o PNLD 2017, foram escolhidos exemplares do 6º ano, entre os mais adotados na rede estadual de Aracaju-SE. Para o PNLD 2020, foram escolhidos os exemplares dos mesmos autores, considerando que, no momento de análise, os livros do novo PNLD estavam sendo escolhidos pelos professores. Por não saber quais desses livros seriam os mais adotados para as escolas da rede estadual em Aracaju-SE, buscamos também nesta pesquisa verificar se houve ou não mudanças nos livros de uma edição para outra, sendo eles: Matemática Bianchini (edições 2015 e 2018) e Matemática Compreensão e Prática (edições 2015 e 2018).

Para esta pesquisa inicialmente foram realizadas leituras em livros, artigos, Trabalho de conclusão de Curso (TCC), capítulos de livros e em seguida uma coleta de dados acerca de verificar quais os livros mais adotados nas escolas da rede de ensino no município de Aracaju. Dessa forma, pesquisamos no site do Ministério da Educação e Cultura (MEC) sobre esses livros, e seguimos estes passos para obter as informações desejadas:

1. FNDE (Portal do livro didático)
2. Sistema
3. Sistemas de Distribuição de Livros
4. Acessar o sistema
5. Selecionar ano: 2017, programa: PNLD
6. Esfera: estadual, Tipos de entidades: todas
7. Localização: todas, UF: SE,
8. Município: Aracaju. Depois clica em confirmar.
9. Aparecerá o nome de todas as escolas.
10. Clicar na lupa de cada escola, aparecerá uma janela com os nomes dos livros adotados
11. Aparecerá o nome de todas as escolas.

A partir desses passos seguidos, obtivemos as informações acerca das coleções aprovadas e adotadas nas escolas da rede de ensino em Aracaju-SE. A seguir faremos uma síntese acerca das teorias apresentadas nessa pesquisa.

1. UMA SÍNTESE SOBRE A TAD E OS NÍVEIS DE VN HIELE.

Para iniciar a pesquisa, foi necessário entender a importância sobre o ensino de geometria e conhecer um pouco mais sobre as questões que envolvem este ensino no Brasil. Além da forma como o conhecimento geométrico é construído, segundo a teoria de van Hiele (NvH), baseando-se em Oliveira e Gazire (2012) e outros autores, buscou-se também entender sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD), apresentada por Yves Chevallard a partir dos estudos de Souza e Silva (2015); Santos e Menezes (2015) e outros autores .

O texto de Almouloud (2007) faz parte de um dos seus livros, cujo fizemos a leitura do capítulo VII

intitulado como “A teoria antropológica do didático”. Neste capítulo, o autor tem o objetivo de construir um panorama sobre os “fundamentos da didática de matemática, a partir da análise de seus campos de investigação, de sua articulação com outras ciências e das principais referências de pesquisa da escola francesa” (ALMOULOU, 2007, p.17). Este capítulo apresenta o conceito da TAD desenvolvida por Chevallard (1992). O autor ainda estrutura o capítulo com discussão sobre os conceitos de modelagem antropológica da matemática e a diferença entre os objetos ostensivos e não ostensivos, além da explicação sobre a organização matemática. Porém, cabe ressaltar que nesse texto, o autor não apresenta análise de livros didáticos, como os demais textos selecionados para esta pesquisa.

Em sequência ao estudo, estudamos a TAD que foi elaborada, inicialmente, na esfera da didática da Matemática desenvolvida por Chevallard na década 1980. Entretanto, o teórico ao admitir esta teoria, assume alguns elementos como conceitos primitivos para a teorização. São eles: os objetos “O”, as pessoas “X” e as instituições “I”. Entre eles, existem também as relações entre esses conceitos, com as quais, ele afirma que todo objeto matemático para existir precisa ser reconhecido por uma instituição ou pessoa. A pessoa para pertencer à instituição precisa tornar-se sujeito reconhecendo o objeto e seguindo as regras e normas da instituição.

Além desses elementos, há a existência de um modelo de praxeologia ou organização praxeológica, o qual também se estrutura de quatro elementos (tarefa, técnica, tecnologia e teoria) que podem descrever toda atividade matemática que seja regularmente realizada no cenário didático. Para observação desse modelo, também se conta com os objetos ostensivos e os objetos não ostensivos, os quais contribuem para que a praxeologia seja do tipo: pontual, local, regional ou global.

Posteriormente estudamos o artigo Silva e Candido (2007) que tem por objetivo estabelecer uma ligação entre os N.v. H. com o PNLQ quanto ao ensino da geometria. O texto foi estruturado abordando detalhadamente cada nível de van Hiele e as cinco fases de aprendizagem que permitem o desenvolvimento pensamento geométrico na passagem de um nível para outro. As autoras fazem uma referência do guia do livro didático aos níveis de van Hiele, assim como, ao Projeto Fundação que desenvolve pesquisa sobre a teoria no Brasil.

O livro “Geometria Segundo a Teoria de van Hiele, das autoras Lilian Nasser e Neide da Fonseca Parracho Sant’Anna (2010) apresenta algumas problemáticas na aprendizagem da geometria. Este livro é resultado do projeto de pesquisa chamado Fundação desenvolvido nas turmas do 8º ano, nas escolas da rede pública no estado do Rio de Janeiro. Está dividido em duas partes: a primeira aborda sobre a teoria de van Hiele ilustrando os cinco níveis do pensamento geométrico e a segunda parte destacam-se um caderno com sugestões de atividades para o ensino da geometria. Objetivo dessa obra foi introduzir o estudo da geometria por meio de uma metodologia que leve o aluno a desenvolver o seu pensamento geométrico.

Segundo Nasser e Sant’anna (2010), alguns fatores contribuem para melhorar o desempenho dos alunos nos níveis, um deles é utilizar atividades sugeridas para o estudo dos conteúdos geométricos (congruência de triângulos), por exemplo, com utilização de materiais manipuláveis. Nesse sentido, as autoras produziram uma coleção de livros didáticos com sugestões de atividades, com matérias manipuláveis do próprio cotidiano do aluno para auxiliar no desenvolvimento do seu pensamento geométrico. E no manual do professor, seção presentes nestes livros são apresentadas orientações e sugestões de metodologias de ensino sobre cada conteúdo, que se desenvolva a compreensão do pensamento geométrico do aluno.

Villiers (2010) apresenta em seu texto uma abordagem sobre pesquisas da teoria. Destaca e ilustra alguns aspectos importantes sobre as implicações teóricas para a concepção de atividades de aprendizagem em contextos de geometria dinâmica. Ainda, Michael de Villiers (2010) comenta sobre o currículo de geometria e pesquisas sobre os níveis de van Hiele em alguns países como África do Sul, Japão e Estados Unidos, reforçando de certa maneira a importância de desenvolver o

pensamento geométrico.

Assim, é possível perceber que as pesquisas citadas apontam acerca da importância de o professor saber qual o nível do raciocínio de seus alunos quanto aos conhecimentos básicos da geometria, de modo que os professores saibam sanar os problemas e conhecer os recursos existentes que venham a contribuir para o avanço ensino de geometria. Todas as pesquisas utilizam como referencial teórico o pensamento geométrico de Pierre van Hiele, para o ensino da geometria, mas cada uma das pesquisas foi realizada em locais diferentes e com focos também diferente. A teoria possui cinco níveis de pensamento geométrico, a visualização, a análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Além das quatro características importantes que são resumidas em quatro ordens: fixa, adjacência, distinção e separação.

Para “o casal van Hiele afirma que o aprendizado em geometria segue níveis de raciocínio ou níveis de desenvolvimento mental em geometria” (SILVA e CANDIDO, 2007, p.2). Estes níveis são apresentados da seguinte forma.

- Nível (0 reconhecimento ou visualização): a criança tem uma percepção global das figuras geométricas, comparando com objetos, iniciando um vocabulário básico para explicação das figuras.
- Nível (1 – análise): começa o reconhecimento dos conceitos geométricos, com capacidade de analisar propriedades das figuras, separando-as por partes.
- Nível (2 – dedução informal) já começa a entender demonstrações, mas não consegue fazer uma demonstração formal. Compreendem o que é uma definição matemática e suas condições. Possui o raciocínio dedutivo informal. Por exemplo, os axiomas e propriedades de retas paralelas perpendiculares.
- Nível (3 – dedução formal) consegue realizar demonstrações com raciocínio dedutivo formal. Tem a compreensão da distinção entre teoremas, axiomas e postulados e suas estruturas. Tem a capacidade de elaborar enunciados de problemas. Utilizam a linguagem matemática formal nas elaborações de demonstrações sem decorá-las.
- Nível (4 – rigor) os estudantes já têm capacidade para estudar sistemas axiomáticos diferentes do usual como a geometria euclidiana. Com capacidade para deduções abstratas baseado em sistema de axiomas. Consegue fazer comparações entre os sistemas axiomáticos estabelecendo a sua consistência.

Segundo Lima (2006), há um grande desafio ao ensinar geometria para que os alunos consigam fazer a transição do plano para o espaço. Pois, esta dificuldade ocorre no estudo sistemático de geometria plana que, em geral, acontece nos anos finais do ensino fundamental, mais especificamente no 7º e 8º ano. Para esse autor, os alunos não observam simplesmente o mundo real, estão constantemente desenhando figuras que contribuem para a criação de modelos mentais para eles.

Assim, o aluno ao desenhar ou observar imagens gráficas, o faz vivenciar no mundo físico a visualização e a representação gráfica. Tudo isso envolve percepção sensorial que contribui para aprendizagem da geometria. Esta vivência de visualizar e representar, por meio do desenho ou manipulação de determinados modelos geométricos, ajuda o aluno a ter uma abstração. Por sua vez, é o modelo mental a ser criado. Além disso, é fundamental que seja apresentado aos alunos, atividades que propiciem a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Diante de um objeto a ser ensinado em uma determinada instituição tem-se documentos que são instrumentos reguladores do ensino, os quais indicam o que se deve ser ensinado na instituição (escola) pelo professor. O trabalho do professor em sala de aula, associando sua relação com os alunos e os objetos matemáticos a ensinar, é o que pode ser chamado de sistema didático. No entanto, o que será ensinado pode ser modificado pela necessidade de adaptação do ensino para compreensão dos alunos, ou pelo fato da instituição fazer parte da noosfera, tem o direito de influenciar nos objetos a ser estudado. Assim, torna-se diferente o saber científico do saber ensinado. Pois, durante o processo de ensino, esse objeto a ser ensinado passa por várias transformações que

são impostas pelos documentos normativos até mesmo com os manuais dos livros didáticos. Dessa forma, até esse objeto chegar em sala de aula para que o aluno possa aprender, muitas adaptações e transformações acontecem, por considerarem qual a melhor forma dele aprender.

A noção de noosfera de um sistema de ensino foi idealizada para designar a esfera onde se acredita que ocorre o funcionamento do sistema didático. A noosfera relaciona as instituições produtoras do saber (programas oficiais, livros didáticos, recomendações para professores, materiais didáticos etc.) com a Escola (CHEVALLARD, 1991 apud LESSA, 2017, p. 144).

A geometria é uma parte integrante da Matemática que se analisa a forma plana e espacial, estando assim presente por toda parte, podendo ser um simplificador ao desenvolvimento do raciocínio e ao processo de construção da aprendizagem do conhecimento (LORENZATO, 1995). Segundo esse autor, o ensino de geometria nas salas de aula não tem sido abordado com ênfase e quando exposto, são apresentados superficialmente. Isto ocorre pelo fato de os professores não ter conhecimento necessário para ensinar os conteúdos geométricos.

Contudo é possível confirmar pelas pesquisas atuais, que essa problemática continua. Ao observar algumas aulas de matemática pelo PIBID[ii] e pelas disciplinas do Estágio Supervisionado II e III[iii], constata-se o que a pesquisa de Lorenzato (1995) revelou. Mesmo sendo duas décadas depois, ainda persiste a forma de lidar com esses conteúdos, embora haja mudanças nos livros didáticos atuais.

Outro fator relevante para a omissão no ensino da geometria é a forma como aconteceu o Movimento da Matemática Moderna (M.M.M) entre as décadas de 1950 a 1970, na tentativa de estabelecer uma relação da matemática fundamental com a matemática dos pesquisadores, priorizando a algebrização. Conforme Pavanello (1993, apud HARTWIG et al, 2016), o ensino de geometria:

[...] deveria ser trabalhada sob o enfoque das transformações algébricas, tornando-a distante do mundo real, contribuiu para que os professores deixassem de incluí-la nos ensinamentos em sala de aula, uma vez que não dominavam essa abordagem. O autor ainda considera que este fato tornou-se mais grave com a Lei 5692/71, que permitiu aos professores autonomia na elaboração das ementas das disciplinas (PAVANELLO 1993 apud HARTWIG et al, 2016, p. 248).

Além disso, outro aspecto observado é a indicação do guia do PNL D para haver uma articulação do ensino de geometria com os demais campos da matemática, embora não seja evidente esta articulação, os livros fazem alterações nos capítulos.

O Programa Nacional dos Livros Didáticos (PNLD) é um programa para distribuição de livros didáticos às redes públicas de ensino, mantido pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). É um programa com a finalidade de distribuir gratuitamente livros didáticos de boa qualidade para escolas das redes municipais e estaduais aos estudantes da educação básica. O professor começou a fazer parte da escolha do livro, a partir de 1983, quando o livro didático passou a ser utilizado pelos alunos durante três anos, cada aluno tendo o direito a um exemplar.

No PNL D 2017, ressalta-se como ensinar ou o que é importante trabalhar, assim com o explorar conteúdos como simetrias, o estudo das grandezas geométricas: áreas e perímetros, volume e capacidade, além da proporcionalidade entre grandezas. Além disso, geometria é um campo que se articula bem com a álgebra, contribuindo para estabelecer ligações entre a matemática e outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2016).

O estudo dos elementos intuitivos é realizado nos anos iniciais do ensino fundamental, sendo revisitados no 6º ano. Com o intuito de alcançar o objetivo desta pesquisa ao analisar sobre elementos intuitivos da geometria (ponto, reta e plano) que são apresentados nos livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental, buscou-se também identificar no PNL D 2017 como é apresentado o ensino sobre este objeto de análise.

Esse PNLD apresenta a importância quanto ao ensino dos elementos intuitivos para a familiarização dos alunos com figuras planas e suas propriedades, como também, a utilização dos teoremas básicos da geometria euclidiana englobando os conceitos de semirreta, segmento de reta e as posições relativas de duas retas em um plano, para o nível de ensino correspondente (BRASIL, 2016).

Observa-se que o Guia do livro didático aponta sugestões ao professor sobre o ensino de geometria, cujas obras aprovadas pelo PNLD possam contribuir no aprendizado dos estudantes quanto aos conceitos geométricos. Para o desenvolvimento do pensamento geométrico, o modelo de van Hiele contribui com sugestões que favorecem o aprendizado do aluno, entre os níveis 0 e 1, por serem alunos do 6º do ensino fundamental. Nesse sentido Silva e Candido (2007) apontam que:

A capacidade de visualizar é fundamental na geometria, tanto no sentido de captar e interpretar as informações visuais, como no de expressar as imagens mentais por meio de representações, gráficas ou não. [...]. As atividades de desenho apoiados em instrumentos ou de construção de modelos concretos de objetos geométricos – planificações, maquetes, recortes, dobraduras, etc. – estão muito presentes na maioria das coleções. Por meio dela espera-se que o aluno seja levado a observar os objetos geométricos no mundo físico e, de forma progressiva e adequada, possa evoluir de noções mais intuitivas para compreender os modelos matemáticos – as figuras geométricas - com suas propriedades e classificações (J. SILVA e CANDIDO, 2007, p. 03).

O Guia deste PNLD 2017 tem por objetivo colaborar e preservar as análises e troca de ideias na escolha do livro didático de matemática que apoiará os professores no cotidiano da sala de aula. Nesse Guia, há resenhas das coleções de livros de 6º ao 9º ano, aprovadas no programa. Esse Guia sugere algumas competências relevantes para a Educação Matemática em estudantes na Educação Básica. Essas competências são organizadas em cinco grandes campos: números e operações; álgebra; geometria; grandezas e medidas; estatística e probabilidade, e que por exemplo, quanto ao ensino da geometria no Guia contém recomendações sobre articulações com o contexto do aluno.

O pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e com os movimentos no mundo natural e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas. A geometria é importante para a leitura do mundo, em especial, para a compreensão do espaço que nos circunda (BRASIL, 2016, p. 11).

O aluno para compreender a leitura desse mundo, ele precisa desenvolver competências de localizar-se, visualizar e representar objetos com os quais ele faz essa leitura. Nessa compreensão, há uma dialética entre os objetos ostensivos e não ostensivos. Tendo em vista que os objetos ostensivos desempenham um papel de percepção, mostrar, apresentar, ou seja, são objetos percebidos por gráficos, imagens. Já os não ostensivos, podemos considerá-los responsáveis pela manipulação dos ostensivos, ou seja, como frases ou um discurso.

Neste contexto, existe uma relação com os dois objetivos proposto no PNLD 2017 para o ensino de geometria. Por exemplo, o primeiro deles (ampliar e aprofundar a compreensão dos alunos em relação aos modelos geométricos no espaço em que vivem) pode ser associado aos dois primeiros níveis do modelo de van Hiele, como explicado anteriormente. O aluno reconhece as figuras geométricas ao visualizar certos objetos (nível 0) e quando apresenta uma argumentação lógica das propriedades conseguindo articulá-las, estará fazendo uma análise (nível 1).

Na próxima seção, destaca-se a análise do livro didático da pesquisa, a qual refere-se ao recorte anunciado como objetivo principal deste artigo.

1. Descrição e análise do livro didático

O Livro “Matemática Bianchini”, de autoria Edwaldo Bianchini (2015) inicialmente expõe a estrutura de cada capítulo, organizado em páginas de abertura com introdução do conteúdo por meio de textos com situação do cotidiano, imagens e história da Matemática, logo após, é apresentado o

discurso teórico-tecnológico, de forma objetiva com exemplos e ilustrações.

O livro apresenta a seção de atividades denominada “Exercícios”, que são dos tipos aplicação e sistematização. Tem também, uma seção chamada “Para saber mais” que expõe textos sobre a geometria e a história da matemática. Ainda apresenta algumas atividades especiais chamadas de “Pense mais um pouco” para desafiar o aluno e “Diversificando” envolvendo vários temas. Uma forma de atender as recomendações do PNLD 2017, apresentando relações dos conteúdos matemáticos com outras áreas do conhecimento e com a própria matemática.

Como o objetivo desta pesquisa tem foco nos elementos intuitivos da geometria, a análise está voltada ao sexto tópico do capítulo três com título “Estudando figuras geométricas”.

No sexto tópico (Ponto, reta e plano), os conceitos de ponto, reta e plano são apresentados como noções intuitivas da geometria, ou seja, noções que são aceitas sem definição, podendo apenas imaginá-los: o ponto, a reta e o plano. O autor apresenta exemplos do mundo físico e também da própria geometria para dar ideias sobre esses elementos.

As estrelas são ilustradas para dar a ideia de ponto, um raio de luz são exemplos de reta. Enquanto um espelho de água do lago sugere a ideia de plano. É pertinente lembrar que nesses exemplos de reta e de plano no mundo físico são representações de parte da reta e do plano, uma vez que esses elementos são infinitos, ou seja, não possuem nem começo nem fim.

As atividades selecionadas para análise deste tópico, foram questões retiradas dos “Exercícios propostos”. Foram apenas duas questões (13 e 15), por serem apenas atividades de identificação, o que exige do aluno apenas observar e reconhecer os elementos intuitivos, ou seja, atividades que contemplam apenas o nível 0 do modelo dos níveis de van Hiele

Na questão 13 do capítulo 03, Matemática Bianchini (2015, p 89), é apresentada a seguinte atividade: Considere as retas e os pontos assinalados na figura. Quais são os pontos colineares com: A e B? M e N?

Nesta questão, o autor apresenta um plano com retas e pontos, os quais exigem do aluno, conceitos explorados no tópico de ponto, reta e plano, sob o nível 0 do pensamento geométrico, pois só exige visualização e reconhecimento. Para resolver esta atividade, o objeto ostensivo é essencial, pois será a partir da imagem que os tipos de tarefas (itens: a e b) serão solucionados com o auxílio do objeto não ostensivo, que são os próprios dos elementos intuitivos, pontos colineares. Dessa forma, logo abaixo apresentaremos a análise praxeológica das questões selecionadas para análise neste trabalho 13 e 15.

Tarefa: identificar os pontos colineares nos pontos A e B, M e N

Técnica: observar e utilizar o conhecimento dos elementos intuitivos para identificar quais pontos são colineares ou não.

Discurso teórico-tecnológico: ponto, pontos colineares, reta e plano.

A tarefa analisada possui praxeologia completa, ou seja, apresentam o bloco técnico-prático e o bloco teórico-tecnológico e é pontual, uma vez que para resolver ambas as tarefas existem apenas uma única técnica. Contudo, a análise aponta para a presença de vários outros objetos não ostensivos como ângulos, retas concorrentes, segmentos de reta, segmentos consecutivos, semirreta e semirretas opostas. São conceitos que o autor deixou para explorar em outros contextos, capítulos.

Outra atividade analisada foi a questão 04 da seção “Exercícios Propostos”, capítulo 05 Matemática Bianchini (2015, p. 121). Nesta questão pede-se que: Discuta com um colega e registrem no caderno

suas conclusões sobre as questões a seguir. Se as cordas de um piano se cruzassem, o instrumento funcionaria? Se os fios de uma rede de tênis não se cruzassem, a rede funcionaria?

Tarefa: relacionar representações de retas concorrentes e de retas paralelas.

T₁: identificar se o piano funciona se as cordas se cruzassem.

T₂: identificar se a rede de tênis funcionaria se os fios não cruzassem.

Técnica: aplicar representação de retas em situações do cotidiano.

Discurso teórico-tecnológico: posições relativas de uma reta no plano.

A atividade apresenta uma sugestão para que haja um debate entre os alunos sobre as situações propostas. Esse discurso como se apresenta por escrito refere-se ao objeto ostensivo, no qual, os alunos devem reconhecer o que cada discurso representa, enquanto objetos não ostensivos. As cordas do piano têm como objeto não ostensivo as retas paralelas que formam as cordas, contudo, a rede de tênis possui como objeto não ostensivo a representação das retas concorrentes. Assim, são necessários os conhecimentos prévios de ponto reta e plano para análise da tarefa, estando no nível 1 (análise) do pensamento geométrico de van Hiele.

O Livro de “Matemática Bianchini”, de autoria Edwaldo Bianchini (2018) inicialmente expõe a organização do manual, apresentando as orientações gerais que corresponde à visão da proposta desenvolvida e os fundamentos teóricos-metodológicos da coleção.

As orientações específicas correspondem às seções especiais, comentários sobre cada um dos capítulos e um quadro com a relação entre conteúdos desenvolvidos, objetos de conhecimento e habilidades da BNCC. Ao final, algumas sugestões de atividades e textos complementares.

Neste livro didático, encontramos orientações página a página com sugestões didáticas, comentários nas laterais sobre o desenvolvimento do conteúdo. Ao final de cada página estão habilidades da BNCC e sugestões de site e livros para aprofundar os conhecimentos do professor. Além disso, ainda é disponibilizada uma sugestão para utilização das sequências didáticas e das propostas de acompanhamento da aprendizagem, oferecida no manual do professor digital.

Este livro didático tem 12 capítulos, dos quais, a análise nesta pesquisa refere-se ao capítulo seis nomeado “Um Pouco de Geometria Plana”. O capítulo apresenta, na abertura, uma obra de arte que surge de pregos e de linhas fazendo referência aos pontos e segmentos de reta; sobre a madeira faz relação ao plano. No tópico 1, é exposta uma imagem do céu estrelado como ideias de ponto e raios de luz que dá ideia de retas, em relação a ideia de plano é apresentado a imagem de um lago. Neste tópico, os conceitos de ponto, reta e plano são apresentados como conceitos primitivos da geometria, ou seja, aceitas sem definição. Além disso, deixa-se claro que é possível associar os elementos intuitivos a diferentes objetos do mundo físico e assim, utilizá-los para entender melhor as formas geométricas, presentes ao nosso redor. Sendo assim, neste tópico, é exigido apenas no nível 0 de van Hiele, a visualização e reconhecimento das figuras baseada em suas características visuais. Seguidamente, o autor exhibe a representação gráfica do ponto, da reta e do plano e suas respectivas relações. Abaixo estaremos apresentando a análise praxeológica destas questões; A primeira questão analisada é a questão 05 do capítulo 06,

Matemática Bianchini (2018, p. 127), que apresenta a seguinte situação: Observe a pirâmide abaixo e responda: o ponto E está no mesmo plano de A, B e C? E o ponto A está no mesmo plano de D, C e E?

Tarefa: identificar se os pontos são coplanares

T₁: identificar se o ponto E está no mesmo plano de A, B e C

T₂: identificar se o ponto A está no mesmo plano de D, C e E

Técnica: analisar a figura e identificar o plano ao qual o ponto pertence

Discurso teórico-tecnológico: pontos coplanares

A atividade apresenta um sólido geométrico como objetos ostensivos associados aos objetos não ostensivos: faces, segmento de reta, altura, vértices, aresta, planificações. É uma atividade que exige dos alunos apenas a visualização do plano, estando assim, no nível 0 do pensamento geométrico de van Hiele. Como esta atividade apenas apresenta a visualização e para sua solução corresponde a explicar se faz parte do plano ou não. Sendo assim não foi identificada na BNCC habilidades específicas para esta tarefa. Também, por ser conceitos que se espera do aluno de 6º ano ter apropriação. Essa praxeologia é completa pontual.

Outra atividade selecionada para análise encontra-se no capítulo 06, na seção exercícios propostos, questão 19, do livro está Matemática Bianchini (2018, p. 132). A questão pede o seguinte: Reúna-se com um colega e façam o que se pede. Desenhem no caderno o contorno de uma moeda e marquem nesse contorno cinco pontos A, B, C, D e E. Quantos segmentos com extremos nesses pontos vocês podem traçar? Quais são esses segmentos? Desses segmentos indiquem cinco pares que sejam consecutivos? Quais pares desses segmentos são colineares.

Para resolver a atividade 19, percebe-se que diversos tipos de tarefas constituem essa questão e para resolvê-la o aluno precisará fazer uma análise após resolver a primeira tarefa.

Tarefa 1: identificar quantos segmentos com extremos podem ser traçados. E quais são esses segmentos

Tarefa 2: indicar cinco pares que sejam consecutivos

Tarefa 3: identificar segmentos colineares

Técnica_{1,1}: desenhar por meio da manipulação o contorno de uma moeda

Técnica_{1,2}: marcar os pontos

Técnica_{1,3}: traçar os segmentos de reta

Técnica 2: identificar os pares de segmentos que sejam consecutivos

Técnica 3: verificar que não há pares de segmentos colineares

Discurso teórico-tecnológico: segmentos consecutivos e segmentos colineares

Na Tarefa 01 foram necessárias diferentes técnicas, mas todas amparadas pela mesma tecnologia, o que também se percebe nas outras duas tarefas. Assim, a praxeologia é local, estando no nível 1, porque o aluno fará uma análise após traçar os segmentos de reta. É uma praxeologia que se aproxima do que está sendo recomendado tanto nos PCN como na BNCC, pois envolve a construção geométrica com uso de régua.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Ao analisar os dois livros de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, de autoria Edwaldo Bianchini (edições 2015 e 2018) de modo geral, observou-se que os tipos de tarefas e os discursos seguiram quase o mesmo processo utilizando-se dos objetos ostensivos e não ostensivos.

Da mesma forma, foi observado que as atividades analisadas possuem praxeologia completa, ou seja, apresentam o bloco técnico-prático e o bloco teórico-tecnológico. Na maioria delas, o tipo é praxeologia pontual visto que só exige um tipo de tarefa. Mas, também existem as praxeologias locais, pois para resolver as diferentes tarefas, são necessárias várias técnicas justificadas pela mesma tecnologia. Além do que, a partir dos objetos ostensivos foi observada a presença significativa e expressiva de objetos ostensivos que ajudam a explorar e tornar explícitos os objetos não ostensivos. Nessa dialética, é possível que o aluno realize as tarefas de forma mais fácil em relação ao conteúdo em questão. Foi notório como as tarefas possibilitam tipos técnicas que são necessárias para o desenvolvimento das atividades.

Para tanto, infere-se que cada livro didático analisado nesta pesquisa apresenta os elementos intuitivos de geometria, possuindo em algumas atividades uma abordagem contextualizada e explorando gradativamente, os dois primeiros níveis do pensamento geométrico (0 e 1), o que é esperado para os anos finais do Ensino Fundamental.

Contudo, no livro de Bianchini (2018) há sugestões de atividades com utilização de materiais concretos ao longo dos capítulos. Mas não são comentadas o uso desse tipo de material no manual do professor no livro da edição 2015. Além disso, é importante destacar que no livro analisado (BIANCHINI 2015) não são mencionados sugestões para o trabalho com projetos interdisciplinares

Por fim, em relação a verificar se houve mudanças ou não de uma edição para a outra, foi possível verificar tal mudança entre as praxeologias analisadas. Em ambos os livros, pudemos perceber que as atividades são iguais, o diferencial está na edição 2018, com relação a exposição das habilidades contidas na BNCC, estas voltadas para o conteúdo de cada capítulo.

REFERÊNCIAS

- AMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba. Ed. UFPR, 2007.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, 6 ° ano. Editora Moderna. 2015.
- BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, 6 ° ano. Editora Moderna. 2018
- BRASIL, Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático 2017**. Matemática- anos finais do ensino fundamental. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2017.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático 2020**. Matemática- anos finais do ensino fundamental. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2019.
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional comum curricular**. Matemática. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2017.
- CHEVALLARD, Yves. A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática. In AMOULOUD, Saddo Ag. FARIAS, Luiz Marcio Santos. HENRIQUES, Afonso. **A Teoria Antropológica do Didático: princípios e fundamentos**. 1ed. Curitiba, PR: CRV, 2018, p. 21-40.
- LIMA, Elon Lages. A matemática do ensino médio – volume 2/ Elon Lages Lima, Paulo Cesar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto Cesar Morgado-6ed. RJ: SBM 2006.
- NASSER, Lilian. SANT’ANNA, Neide da Fonseca Parracho. **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. 2 ed. ver. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.
- SANTOS, Marcelo Câmara dos. MENEZES, Marcus Bessa de. A teoria antropológica do didático: uma releitura sobre a teoria. **Perspectiva da Educação Matemática** – UFMS, volume 8, número temático, 2015, ISSN: 2359-2842.
- SILVA, L. CANDIDO, C. C. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal van Hiele**. Universidade de São Paulo, Brasil, 2007.
- SOUZA, D. da S.; SILVA, V. A. da. Praxeologias do objeto circunferência e círculo apresentados no livro didático a conquista da matemática. **Revista Fórum Identidades**, Itabaiana: GEPIADDE, ano 9, volume 18, 2015,ISSN:1982-3916
- WALLE, Jhon. A. Van de. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução: Paulo Henrique Colonesse. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- VILLIERS, Michael de. **Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele**. Educação matemática, pesquisa, v.12, n3, pp.400-431,2010.

[1] Convém destacar que será adotada a nomenclatura correta van Hiele, seguindo o nome original

[1] Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, coordenado pela Profª. Drª Denize da Silva Souza..

[1] Estágio obrigatório na grade do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe

* Graduanda em Matemática Licenciatura, pela Universidade Federal de Sergipe. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisa CNPq EDUCON/UFS. E-mail: rssajesus@hotmail.com.

* *Graduando em Matemática Licenciatura, pela Universidade Federal de Sergipe. E-mail: sangelomateus@gmail.com

* **Graduanda em Matemática Licenciatura, pela Universidade Federal de Sergipe. E-mail:flaviam.sanatana14@gmail.com