



**SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**

PROGRAMA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA VOLUNTÁRIA – PICVOL

**ANÁLISE DE RISCO DE RUPTURA EM SEÇÕES DE VIGAS E PILARES DE
CONCRETO ARMADO ATRAVÉS DE MODELOS PROBABILÍSTICOS**

Área do conhecimento: Engenharia Civil
Subárea do conhecimento: Estruturas
Especialidade do conhecimento: Concreto Armado

Relatório Final
Período da bolsa: de 08/2019 a 07/2020

Este projeto é desenvolvido com bolsa de iniciação científica
PICVOL

Orientador: Nilma Fontes de Araujo Andrade
Autor: Leonardo Aquiles Borges Sousa

Sumário

1. Introdução	3
1.1. Revisão bibliográfica	4
2. Objetivos	5
3. Metodologia	5
3.1. Vigas e pilares	6
3.2. Ações e resistência	6
3.3. Vigas	6
3.4. Pilares	9
3.5. Métodos de dimensionamento semi-probabilístico e probabilístico	16
3.6. Método semi-probabilístico	16
3.7. Método probabilístico	17
3.8. Estrutura analisada e rotinas de dimensionamento	21
4. Resultados e discussões	31
4.1. Vigas	31
4.2. Pilares	33
5. Conclusões	37
6. Perspectivas	38
7. Referências bibliográficas	39
8. Outras atividades	40

1. Introdução

No âmbito da engenharia de estruturas, na concepção de qualquer projeto, existe a preocupação em garantir que determinada estrutura seja segura e confortável para os usuários, não apresentando ruína, vibrações e deformações excessivas durante toda a sua vida útil. Aliado a isso, o fator econômico também exerce influência sobre a solução estrutural concebida, visto que, ao final, o alto custo pode inviabilizar a execução do que foi projetado.

Tradicionalmente, análises e projetos na área de engenharia estrutural empregam modelos determinísticos, não levando em consideração as incertezas envolvidas, ou, quando muito, utilizam modelos semi-probabilísticos, como é o caso da NBR 6118/2014. Porém, na análise e dimensionamento das estruturas, de forma semelhante a outras especialidades, é inerente a presença de incertezas nas variáveis envolvidas. Mesmo considerando-se as mesmas características e propriedades do fenômeno em questão, a resposta do sistema seria diferente para cada grupo de informações aplicadas.

Oberguggenberger (2016) divide as incertezas presentes na engenharia civil em dois grupos: Incertezas do modelo e Incertezas dos Parâmetros. No primeiro grupo, a fonte de incerteza é o modelo adotado para a representação do fenômeno analisado. As hipóteses de cálculo adotadas, ou seja, a modelagem matemática induz, na maioria das vezes, a simplificações, que resultam em divergências entre o modelo e a realidade. A transformação de modelos que acontecem no espaço tridimensional para um espaço bidimensional também incorpora esse tipo de incerteza. O segundo grupo engloba principalmente as incertezas decorrentes de flutuações em medidas efetuadas e heterogeneidade espacial de propriedades de materiais.

Reconhecendo a presença de incertezas e considerando que “a análise probabilística é reconhecida internacionalmente como a maneira mais racional de avaliar a segurança de uma estrutura” (Scherer, 2018), este trabalho tem como objetivo analisar a influência da abordagem probabilística dos esforços e das taxas de armaduras de estruturas de concreto armado.

Foram analisados e projetados elementos de barra de concreto armado, mais especificamente, vigas e pilares, considerando, primeiramente, variáveis determinísticas e especificações da NBR6118:2014 no que se refere a combinações de ações e aplicação dos coeficientes de ponderação e, posteriormente, os mesmos elementos também foram analisados e projetados considerando-se as variáveis como aleatórias, sem a aplicação destes coeficientes.

As variáveis de projeto são descritas por funções de densidade de probabilidade apropriadas, cujas propagações são feitas através do método de simulação de Monte Carlo. Pretendeu-se com isso verificar o erro ocorrido entre as taxas de armaduras calculadas com os dois procedimentos. Para tanto, considerou-se, como variáveis aleatórias, e tratadas a partir de suas respectivas distribuições de probabilidades, aqueles referentes às ações e às propriedades dos materiais.

A comparação dos resultados obtidos pelas duas metodologias de dimensionamento permitiu calcular a probabilidade de ruína associada a cada uma e, dessa forma, obteve-se uma medida da segurança da estrutura.

1.1. Revisão bibliográfica

A incorporação da probabilidade para melhor representar as incertezas e variações que ocorrem na realidade data da primeira metade do século XX. Freudenthal (1961) propôs o cálculo da “segurança da estrutura” (confiabilidade estrutural) quando submetida à máxima carga de projeto baseado em parâmetros estatísticos, utilizando funções de distribuição de probabilidade para descrever a ação de cargas acidentais e propriedades dos materiais.

A partir daí, vários estudos passaram a ser desenvolvidos na área, buscando conhecer e lidar com a natureza aleatória das variáveis de projeto do cálculo estrutural.

O Joint Committee on Structural Safety (JCSS) (2001) definiu e desenvolveu o embasamento para normas de dimensionamento utilizando modelos probabilísticos. São propostas funções de distribuições de probabilidade para representar as características geométricas, visto que as imperfeições decorrentes da execução alteram os valores de projeto. Além disso, são propostos modelos para as ações e para a resistência mecânica dos materiais, contemplando as variações das mesmas no tempo e no espaço.

Em seu trabalho, Neves e Cruz (2001) analisaram o índice de confiabilidade de uma viga contemplando um campo estocástico formado pelas propriedades dos materiais, propriedades geométricas, recobrimento da armadura, variações na intensidade e no tempo da sobrecarga de projeto. A probabilidade de ruptura da estrutura em um intervalo de cinquenta anos (horizonte de projeto) é calculada, levando também em conta as variáveis aleatórias citadas.

A tese de Real (2000) apresenta um modelo para análise probabilística de estruturas de concreto armado, através do método dos elementos finitos. A simulação de Monte Carlo é realizada para vigas e pilares, variando as propriedades do concreto e do aço, e as características da seção transversal e das cargas, visando identificar quais desses fatores mais influenciam nos valores de flecha e carga de ruptura das estruturas.

Wolenski et al (2019) calcularam os valores da resistência característica à tração paralela às fibras em corpos de prova de madeira pelo procedimento descrito em norma (NBR 7190/1997), que usa como base a distribuição normal para os valores de resistência, e também assumindo funções de distribuição de probabilidade Weibull, Exponencial e Log-Normal e comparando, em seguida, os valores obtidos pelos dois procedimentos.

Em seu livro, Aljaroudi (2019) descreve modelos probabilísticos de cálculo para a obtenção do grau de confiabilidade de um sistema. Inicialmente, a confiabilidade é calculada assumindo que todas as variáveis aleatórias seguem uma distribuição normal, sendo também possível obter o chamado *Most probable point of failure* (ponto de maior probabilidade de falha), ou seja, o ponto de otimização em que o sistema pode trabalhar sem falhas. Em

seguida, a simulação de Monte Carlo é utilizada para o cálculo da confiabilidade, dessa vez com diferentes distribuições de probabilidade para as variáveis componentes.

Wilde e Johansson (2016), por meio de diretrizes publicadas pela companhia de energia alemã Energiforsk, abordam o uso de modelos probabilísticos para o dimensionamento de barragens de concreto. São propostos modelos para a resistência mecânica dos materiais e para a análise das ações atuantes, enfatizando principalmente as cargas hidrostáticas e a poropressão atuante na base dessas estruturas.

O desenvolvimento de estudos que incorporam as incertezas aos modelos de cálculo de sistemas físicos reais mostra-se importante tanto do ponto de vista de segurança, pois há uma abordagem mais aprofundada das fontes de erro e, do ponto de vista econômico, pois possibilita a construção de sistemas que sejam seguros e que, por não serem superdimensionados, sua implementação mostra-se viável.

2. Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal verificar o risco de ruptura de seções de concreto armado calculando, para tanto, as taxas de armadura de seções de vigas e pilares através do método semi-probabilístico adotado pela NBR6118:2014 e comparando-as às taxas de armadura calculadas com o procedimento proposto neste trabalho, onde as variáveis são aleatórias.

Como objetivos secundários, tem-se:

- Pesquisar as distribuições de probabilidade, juntamente com seus parâmetros, para as variáveis presentes em problemas na área de Estruturas.
- Gerar distribuições de probabilidade das taxas de armadura das seções mais solicitadas.
- Verificar a influência das ações variáveis diretas no risco de ruptura de elementos de concreto armado, tanto para as cargas acidentais, previstas para o uso da construção, como para a ação do vento.
- Investigar se há distinção do risco de ruptura entre diferentes elementos estruturais (viga e pilar), analisando-os e dimensionando-os através do método prescrito pela NBR6118:2014, chamado de semi-probabilístico e através do procedimento proposto neste trabalho, designado de probabilístico, considerando a aleatoriedade das variáveis.

3. Metodologia

A fim de possibilitar um melhor entendimento das rotinas de análise e dimensionamento, serão apresentadas, primeiramente, as características dos elementos estruturais estudados e dos métodos de dimensionamento, além da estrutura analisada.

3.1. Vigas e pilares

O concreto armado é um material compósito resultante da união entre o concreto simples, formado por água, cimento, agregado miúdo e agregado graúdo, juntamente com barras de aço. A aderência promovida pela pasta de cimento envolve o aço e faz com que os dois materiais trabalhem de forma solidária para absorver os esforços aos quais a estrutura é submetida.

Apesar de atualmente existirem novos sistemas construtivos como as estruturas metálicas, alvenaria estrutural, *woodframe* entre outros, o concreto ainda é o material mais utilizado nas construções ao redor do mundo, com mais de 25 bilhões de toneladas sendo produzidas anualmente (CSI,2009).

O sistema construtivo de concreto armado tradicionalmente empregado consiste na associação de elementos de barra (vigas e pilares), formando pórticos, que distribuem as cargas repassadas pelas lajes à fundação.

3.2. Ações e resistência

A norma NBR 6120/2019, no subitem 3.1, dispõe de valores médios de pesos específicos de materiais, pesos de revestimentos e alvenarias e valores de sobrecarga, servindo de referência para o cálculo das cargas atuantes na estrutura, no caso de edificações em geral. Os requisitos para propriedades do concreto são estabelecidos na NBR 12655/2015 e as especificações das resistências podem ser vistas na NBR6118/2014. Já as condições para fabricação de barras de aço destinados a armaduras para concreto armado encontram-se na NBR 7480/2007.

3.3. Vigas

Segundo a definição da NBR 6118/2014, as vigas são elementos lineares (elementos cuja razão entre o comprimento longitudinal e a maior dimensão da seção transversal é maior ou igual a três) onde o esforço preponderante é a flexão. A análise dessa peça estrutural consiste, inicialmente, na determinação das condições de apoio, que por sua vez está ligada à etapa de concepção estrutural geral da edificação. Assim, são determinadas as cargas atuantes, como por exemplo o peso próprio, reação de lajes, pesos de paredes e cargas acidentais, entre outras e, ao fim, são obtidos os esforços solicitantes. Com isso, inicia-se a etapa de dimensionamento, que vai determinar as características dos materiais a serem usados, a geometria da seção transversal e a quantidade e disposição de armaduras de aço que irão resistir aos esforços solicitantes de flexão e de cisalhamento.

O processo de dimensionamento da armadura longitudinal de vigas sujeitas à flexão simples segue a metodologia descrita a seguir.

1. Determinação dos esforços solicitantes

Como definido em norma, o esforço preponderante nas vigas é a flexão. Nesse sentido, o primeiro passo consiste em obter o diagrama de momento fletor atuante na peça. As seções transversais com os maiores valores de momento fletor são denominadas de seções críticas. Para o dimensionamento da armadura longitudinal, fica a critério do projetista a decisão de dimensionar toda a viga para resistir aos momentos que atuam apenas nas seções críticas ou, visando o menor consumo de aço, seccionar a viga ao longo do comprimento e dimensionar o trecho para o maior momento atuante no mesmo. O momento de cálculo utilizado no dimensionamento é denotado por M_{sd}

2. Definição dos domínios de deformação

De acordo com a figura 17.2 do item 17.2.2 da NBR 6118/2014, existem 5 domínios no ELU nos quais a seção pode estar submetida e o item 14.6.4.3 da referida norma fixa, para concretos de classe até C50, o limite para a posição da linha neutra como sendo $x/d \leq 0,45$. A variável x é a posição da linha neutra e d corresponde à altura útil. Dessa forma, no dimensionamento que se segue, foi estabelecido o valor máximo de norma para a relação x/d , resultando em situações de cálculo que variam entre o domínio 2 e o domínio 3.

3. Determinação da profundidade da Linha Neutra (LN)

A linha neutra corresponde a um eixo no qual a peça não está sendo comprimida ou tracionada, separando assim a zona de tração da zona de compressão. Numa seção de concreto armado submetida à flexão simples, tem-se como forças atuantes a compressão no concreto e a tração no aço, conforme ilustrado na Figura 1.

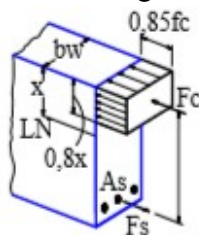


Figura 1:Forças atuantes em uma seção de concreto armado

Fonte: Bastos *apud* Andrade(2013)

A situação mostrada na Figura 1 remete a um diagrama retangular, advindo da simplificação do diagrama parábola-retângulo, conforme item 17.2.2 da NBR 6118/2014. A fim de calcular x , que é a posição da linha neutra, faz-se o equilíbrio de momentos na seção, considerando o momento causado pelas forças resultantes do concreto (F_c) e do aço (F_s) e o momento solicitante calculado anteriormente, multiplicado pelo coeficiente de ponderação. Ainda pela análise a figura anterior, pode-se notar que F_s e F_c formam um binário de forças cujo momento tem o sentido contrário ao momento fletor negativo ao qual a seção está submetida. Assim, tem-se:

$$F_c = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot 0,8 \cdot x$$

$$M_{sd} = F_c \cdot (d - 0,4 \cdot x)$$

$$M_{sd} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot 0,8 \cdot x \cdot (d - 0,4 \cdot x)$$

$$-0,4x^2 + d \cdot x - \frac{M_{sd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot 0,8} = 0$$

em que f_{cd} é a resistência à compressão de cálculo do concreto e bw a largura da base da viga.

A posição da linha neutra será a raiz da equação quadrática anterior sendo que $x \geq 0$ e $x \leq h$.

4. Escolha entre armadura simples e armadura dupla

Segundo o item 14.6.4.3 da NBR 6118/2014, a profundidade máxima da linha neutra para concretos até a classe C50 ($f_{ck} \leq 50MPa$) é $x = 0,45 \cdot d$. Dessa forma, caso $x \leq 0,45 \cdot d$, usa-se armadura simples e, caso contrário, usa-se armadura dupla.

5. Área de aço necessária

a. Armadura simples

Equilibrando as forças longitudinais da figura xx, tem-se que:

$$F_c - F_s = 0$$

$$F_c = F_s$$

Como a resultante F_s pode ser calculada como o produto da tensão vezes a área, pode-se escrever:

$$f_{yk} \cdot A_s = F_c$$

$$f_{yd} \cdot A_s = F_c$$

$$A_s = \frac{F_c}{f_{yd}}$$

sendo f_{yd} a tensão de escoamento de cálculo do aço.

b. Armadura dupla

Sabendo-se que a máxima profundidade da linha neutra é de $0,45 \cdot d$, pode-se calcular qual o maior momento solicitante que a seção é capaz de resistir sem armadura de compressão, fazendo:

$$M_{sd,máx} = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot 0,8 \cdot 0,45 \cdot d \cdot (d - 0,4 \cdot 0,45 \cdot d)$$

Calcula-se então a área de aço necessária para resistir a esse valor de momento fletor (A_{s1}).

O momento a ser resistido pela armadura de compressão é a diferença entre o momento solicitante (M_{sd}) e o momento máximo ($M_{sd,máx}$). Assim:

$$\Delta M_{sd} = M_{sd} - M_{sd,máx}$$

Da mesma forma que no caso de armadura simples, as resultantes da tensão na armadura de tração (F_s) e na armadura de compressão (F_{s1}) formam um binário de forças cujo sentido de rotação é contrário ao de ΔM_{sd} . Considerando d' como sendo a distância entre o

centro de gravidade da armadura e o bordo mais tracionado, o equilíbrio de momentos na seção resulta em:

$$\Delta M_{sd} = F_{s1} \cdot (d - d')$$

Antes de determinar a área de aço, é necessário verificar se a armadura de compressão está escoando. Para tanto, faz-se a compatibilização de deformações na situação limite entre os domínios 3 e 4, conforme a Figura 2:

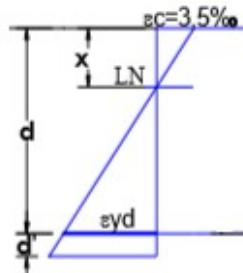


Figura 2: Deformação no ELU entre os domínios 3 e 4

Fonte: Andrade (2013)

A partir da semelhança de triângulos, pode-se calcular a deformação ε' na armadura superior e, caso seja maior que ε_{yd} ($\varepsilon_{yd} = 0,207\%$, para aço CA-50), a armadura está escoando. Caso contrário, a partir da deformação e do módulo de elasticidade do aço (E_s) calcula-se a tensão pela Lei de Hooke ($f_s = \varepsilon_s \cdot E_s$). Assim, a área de aço para a armadura de compressão é dada por:

$$A_{s2} = \frac{\Delta M_{sd}}{f_s \cdot (d - d')}$$

Com $f_s = f_{yd}$ caso $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$.

A área de aço final na armadura tracionada é a soma de A_{s1} com a área calculada em A_{s2} .

6. Determinação da taxa de armadura

A tabela 17.3 da NBR 6118/2014 traz os valores mínimos de taxa de armadura para uma viga ou laje de concreto armado em função da classe do concreto utilizado. A taxa de armadura ρ é definida como a razão entre a área de aço e a área de concreto da seção transversal. Dessa forma, caso ρ seja menor que ρ_{min} , adota-se o valor mínimo de norma.

O valor de ρ também deve ser menor que o valor máximo de norma, que corresponde a 4% da área de concreto da seção transversal.

3.4. Pilares

A NBR 6118/2014 define os pilares como elementos lineares de eixo reto, normalmente orientados na vertical, nos quais o esforço preponderante é a compressão.

Diferentemente das vigas, a análise estrutural de um pilar varia de acordo com a sua posição em planta e com sua esbeltez. Dessa forma, para cada tipologia de pilar e a partir de suas condições de vinculação, são obtidos os esforços solicitantes por meio de processos de cálculo gerais, simplificados ou computacionais (exatos). Essa análise é feita para os dois eixos da seção transversal, visando obter a pior situação de cálculo em cada uma das direções. Por fim, na etapa de dimensionamento, são definidas as características dos materiais a serem empregados, a geometria e a armadura necessária para combater os esforços de flexão e cisalhamento.

A esbeltez é fator determinante para o cálculo dos pilares, sendo inclusive um dos aspectos de classificação dos mesmos. Esse parâmetro é obtido com base no índice de esbeltez (λ) e diz respeito à susceptibilidade da peça ao fenômeno da flambagem, que causa deslocamentos no pilar. Com isso, o processo de cálculo a ser empregado deve levar em conta os esforços em uma situação indeformada (efeitos de primeira ordem) e as solicitações advindas da posição deformada (efeitos de segunda ordem). A NBR 6118/2014, no item 15.8.2, define um valor de referência limite para a esbeltez (λ_1) a partir do qual os efeitos de segunda ordem devem ser analisados. Assim, de acordo com a esbeltez, os pilares podem ser classificados em:

- Pilar curto ($\lambda \leq \lambda_1$): apresenta pequenos deslocamentos quando deformado, sendo dispensada a análise dos efeitos de segunda ordem em seu processo de cálculo.
- Pilar medianamente esbelto ($\lambda_1 < \lambda \leq 90$): os efeitos de segunda ordem devem ser considerados através de processos de cálculo aproximados.
- Pilar esbelto ($90 < \lambda \leq 140$): além da consideração dos efeitos de segunda ordem, os efeitos da fluência do concreto também devem ser considerados.
- Pilares muito esbeltos ($140 < \lambda \leq 200$): os efeitos de segunda ordem e de fluência devem ser considerados, mas, devido à alta instabilidade da peça, não é possível empregar métodos de cálculo aproximados, devendo ser realizados processos de cálculo exatos. Os esforços finais devem ser ainda majorados por um coeficiente γ_{n1} adicional.

A NBR 6118/2014 não permite o dimensionamento de pilares com índice de esbeltez maior que 200, salvo o caso de postes que atendam aos requisitos de esforços dispostos na referida norma.

De acordo com a posição em planta, os pilares podem ser classificados em três tipos distintos. Os pilares situados no interior dos pavimentos são denominados intermediários ou centrais. Quando situados nas extremidades dos pavimentos, recebem a denominação de pilares laterais ou de extremidade e, por fim, os pilares localizados nas interseções das arestas do pavimento são chamados de pilares de canto.

As classificações anteriores determinam a quais esforços cada categoria de pilar estará submetida. Todos os pilares estão submetidos a esforços axiais, porém, devido aos momentos transmitidos pelas vigas, diferentes situações de flexão ocorrem. Os pilares de canto são solicitados por esforços de flexão em dois eixos, além do esforço normal, o que

caracteriza a flexão composta oblíqua. Já nos pilares de extremidade, ocorre a flexão composta normal devido à ação da força axial e de momento transmitido pela viga cujo eixo é perpendicular à borda do pavimento, sendo desconsiderada a flexão causada pelas vigas transversais ao eixo da viga interrompida, desde que seus vãos não sejam consideravelmente diferentes. Por fim, nos pilares centrais há a situação de compressão centrada, pois os momentos transmitidos pelas vigas são desconsiderados no cálculo, com a mesma ressalva de similaridade de vãos válida para os pilares de extremidade. Entretanto, a NBR 6118/2014 prevê a adoção de uma excentricidade acidental para levar em conta uma possível falta de retilinearidade do eixo do pilar ou o desaprumo e, por conta disso, a situação de cálculo do pilar central passa a ser uma flexão composta centrada.

Para cada classificação de pilar e a partir da esbeltez haverá, além da excentricidade acidental, outros tipos de excentricidades que precisam ser consideradas no processo de dimensionamento. São apresentadas alguns dos tipos

- Excentricidade inicial e_i (primeira ordem)

Surge a partir da análise estrutural da peça indeformada, devido à transmissão de esforços de compressão e flexão pelas vigas. É obtida pela divisão do momento fletor pelo esforço normal atuante. São obtidos valores de e_i para cada um dos dois eixos da seção transversal da peça (x e y). Os pilares centrais não estão sujeitos a esse tipo de excentricidade.

- Excentricidade de forma

Acontece devido à adequação da posição dos elementos estruturais em função do projeto arquitetônico em que, muitas vezes, há a necessidade de coincidir as faces externas ou internas das vigas com as faces dos pilares de apoio. Com isso, surge uma excentricidade entre o eixo da viga e o centro de gravidade do pilar. Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), em alguns casos essa excentricidade pode ser considerada como absorvida por outra viga do pavimento.

- Excentricidade acidental (e_a)

Como citado anteriormente, a fim de englobar imperfeições locais e globais como a falta de retilinearidade e de prumo dos pilares, é necessária a consideração de uma excentricidade acidental pois a mesma exerce influência significativa sobre a estabilidade da construção (Carvalho e Pinheiro, 2009). Segundo o item 11.3.3.4.3 da NBR 6118/2014, a adoção de um valor mínimo de excentricidade de primeira ordem ($e_{mín}$), pode substituir o efeito causado pelas imperfeições locais e globais contemplados no valor de e_a .

- Excentricidade de segunda ordem (e_2)

A depender da esbeltez, a flambagem do pilar pode causar esforços adicionais não contemplados na análise indeformada. Para pilares medianamente esbeltos, pode-se utilizar o método do pilar padrão com curvatura aproximada, que aproxima a deformação na seção intermediária do pilar. Já para pilares esbeltos, os esforços de segunda ordem podem ser calculados segundo o método do pilar padrão acoplados a diagramas de $M - N - 1/r$. Por fim, nos pilares muito esbeltos, os esforços ocasionados pela configuração deformada devem ser calculados por processos computacionais exatos.

- Excentricidade suplementar (e_{cc})

Diz respeito à excentricidade causada pela fluência do concreto armado e deve ser obrigatoriamente considerada em pilares esbeltos e muito esbeltos.

As excentricidades anteriormente explanadas devem ser analisadas para cada um dos eixos da seção transversal, verificando a seção de extremidade e intermediária, visando identificar a situação crítica e dimensionando toda a peça para resistir ao esforço solicitante.

Com os esforços calculados na análise da estrutura, o dimensionamento de pilares segue o roteiro a seguir.

1. Excentricidades iniciais

Considerando uma seção retangular como mostrada na Figura 3, com os valores de cálculo de momento fletor (M_{sd}) e esforço normal (N_d) a excentricidade inicial em cada direção é dada por:

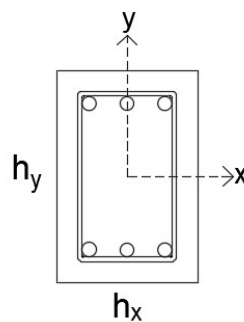


Figura 3: Seção transversal típica de pilar retangular

Fonte: Autor

$$e_{ix} = \frac{M_{sd,x}}{N_d}$$

$$e_{iy} = \frac{M_{sd,y}}{N_d}$$

Para pilares centrais, $e_{ix} = e_{iy} = 0$.

Como a extremidade do pilar normalmente fica sujeita a diferentes valores de momento fletor, considerando duas direções, uma ortogonal à outra, o cálculo das excentricidades é realizado para dois valores de momento.

A partir dos valores de e_{ix} e e_{iy} nas seções de extremidade (topo e base), pode-se calcular a excentricidade inicial na seção intermediária a partir da expressão:

$$e_{ix,int} = 0,6 \cdot e_{ix,topo} + 0,4e_{ix,base}$$

$$e_{iy,int} = 0,6 \cdot e_{iy,topo} + 0,4e_{iy,base}$$

Os valores anteriores devem ser maiores que $0,4 \cdot e_{i,topo}$, para cada um dos eixos.

2. Cálculo do índice de esbeltez (λ)

O cálculo do índice de esbeltez é realizado para os dois eixos da seção transversal, considerando os comprimentos efetivos (l_e) em cada uma das direções.

$$\lambda_x = \frac{l_{e_x}}{i_x}$$

$$\lambda_y = \frac{l_{e_y}}{i_y}$$

onde i é o raio de giração.

O índice de esbeltez é então comparado com o índice de esbeltez limite de referência λ_1 , dado por:

$$\lambda_{1_x} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{i_x}}{h_x}}{\alpha_b}$$

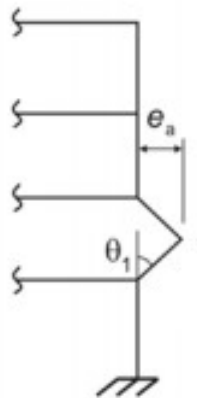
$$\lambda_{1_y} = \frac{25 + 12,5 \cdot \frac{e_{i_y}}{h_y}}{\alpha_b}$$

O valor de λ_1 deve estar situado entre 35 e 90, ou seja, $35 \leq \lambda_1 \leq 90$

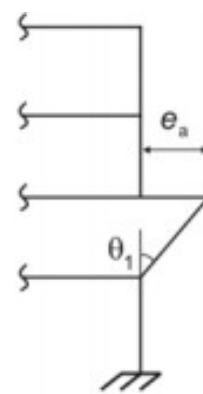
O item 15.8.2 da NBR 6118/2014 dispõe acerca dos valores para o coeficiente α_b , que varia em função da presença de cargas horizontais, vinculação dos pilares e forma do diagrama de momento fletor.

3. Excentricidade acidental

A excentricidade acidental causada pelas imperfeições geométricas locais como a falta de retilineidade (Figura 4-a) e o desaprumo do pilar (Figura 4-b) são calculadas a partir do ângulo θ_1 , dado por:



a) Falta de retilineidade do pilar



b) Desaprumo do pilar

Figura 4: Imperfeições geométricas locais
 Fonte: Adaptado de NBR 6118/2014

$$\theta_1 = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{l_e}}$$

onde l_e é o comprimento efetivo do pilar, em metros.

O ângulo θ_1 deve ser maior ou igual a 1/300 e menor ou igual a 1/200.

A excentricidade accidental é o produto do ângulo θ_1 pelo comprimento efetivo l_e do pilar e pode ser calculada na seção intermediária multiplicando θ_1 por metade do comprimento efetivo.

A soma da excentricidade inicial com a accidental deve ser maior ou igual a excentricidade mínima (e_{min}) prevista em norma, dada por:

$$e_{min_x} = 0,015 + 0,03 \cdot h_y$$

$$e_{min_y} = 0,015 + 0,03 \cdot h_x$$

4. Excentricidade de segunda ordem

Caso a esbeltez do pilar seja maior que o valor limite, deve-se calcular a excentricidade de segunda ordem. Para o caso de pilares medianamente esbeltos, a excentricidade de segunda ordem (e_2) na seção intermediária pode ser calculada a partir do Método do pilar padrão com curvatura aproximada. Inicialmente calcula-se a curvatura, dada por:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h_a \cdot (\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h_a}$$

O índice a refere-se à dimensão paralela à qual a peça tem esbeltez maior que o limite, já que, devido a diferentes condições de vinculação o pilar pode ter classificações diferentes nas duas direções. A variável ν , denominada força normal adimensional, é função do esforço normal de cálculo N_d , da resistência à compressão de cálculo do concreto (f_{cd}) e da área de concreto da seção transversal (A_c). É dada por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Finalmente, a excentricidade de segunda ordem para o pilar medianamente esbelto é calculada por:

$$e_{2a} = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r}$$

Para pilares medianamente esbeltos, pode-se empregar o Método do pilar padrão com rigidez aproximada, disposto no item 15.8.3.3.3 da NBR 6118/2014.

Para pilares com esbeltez igual ou inferior a 140, a mesma norma, no item 15.8.3.3.4 recomenda o uso do método do pilar padrão juntamente com diagramas específicos. Caso a esbeltez seja maior que 140, o item 15.8.3.2 exige o uso de um método geral não aproximado

(exato), que envolve a discretização do elemento de barra para obter a relação entre o momento atuante e curvatura em cada seção.

5. Excentricidade suplementar

O cálculo da excentricidade suplementar causada pela fluência é obrigatória para valores de esbeltez superiores a 90 e seu valor pode ser calculado de forma aproximada segundo o item 15.8.4 da NBR 6118/2014.

6. Obtenção da área de aço

Os esforços reduzidos são valores adimensionais que expressam a força normal e o momento fletor e servem de parâmetro para obter-se o valor de taxa mecânica de armadura ω , a partir da qual se calcula a área de aço necessária. Segundo Araújo (2003), o valor de ω pode ser obtido a partir de uma equação de equilíbrio da seção, que é função da posição da linha neutra. Porém, a resolução dessa equação necessita de métodos iterativos pouco convenientes de serem feitos para grande número de pilares. Por conta disso, o uso de tabelas e ábacos que relacionam os esforços adimensionais com a taxa mecânica de armadura mostra-se mais prático.

Os ábacos e tabelas comumente utilizados fixam um arranjo de armadura e a partir dos valores de força normal reduzida (ν), momento fletor reduzido (μ) e o parâmetro δ , que relaciona o cobrimento das barras com a dimensão da seção, obtém-se ω e pode-se calcular A_s da forma que se segue:

$$\begin{aligned}\mu_x &= \nu \cdot \frac{e_{Tx}}{h_x} \\ \mu_y &= \nu \cdot \frac{e_{Ty}}{h_y} \\ \delta_x &= \frac{d'_x}{h_x} \\ \delta_y &= \frac{d'_y}{h_y} \\ A_{sx} &= \omega_x \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \\ A_{sy} &= \omega_y \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}\end{aligned}$$

onde:

d' - Cobrimento das barras

e_T - Soma das excentricidades

f_{yd} - Tensão de escoamento de cálculo do aço

A área de aço adotada deve ser aquela que atenda à pior situação de cálculo.

7. Verificação da taxa de armadura máxima e mínima

Conforme recomendado no item 17.3.5.3 da NBR 6118/2014, deve-se respeitar os valores mínimos e máximos de área de aço nos pilares. Diferentemente das vigas, em que a taxa mínima de aço é função da resistência à compressão do concreto, a taxa de armadura nos pilares varia em função da área da seção transversal. Assim, os valores previstos em norma são:

$$A_{s_{min}} = 0,15 \left(\frac{N_d}{f_{yd}} \right) \geq 0,004 . A_c$$

$$A_{s_{max}} = 0,08 . A_c$$

3.5. Métodos de dimensionamento semi-probabilístico e probabilístico

Na análise e dimensionamento de estruturas, busca-se atender aos critérios de segurança e economia, os quais permitem manter a capacidade resistente e durabilidade da mesma, além do conforto do usuário. A seguir serão descritos dois métodos de dimensionamento, o método semi-probabilístico e o método probabilístico.

3.6. Método semi-probabilístico

Nas normas, os valores para as ações e para a resistência dos materiais são os valores médios observados em ensaios de laboratórios ou em campo. Dessa forma, na realidade, pode existir variabilidade em torno desses valores, ou seja, incertezas associadas. Assim, para englobá-las ao cálculo estrutural, a NBR 8681/2004 traz o uso de coeficientes de ponderação, tanto para as ações quanto para as resistências dos materiais, associados a combinações de ações.

Para as ações de cálculo, ou seja, os valores que serão utilizados no dimensionamento, a norma anteriormente citada apresenta os conceitos de Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS). Segundo Sales *et al* (2005), o primeiro corresponde a um estado que, caso aconteça, leva ao esgotamento da capacidade portante da estrutura, ocasionando situações de instabilidade global ou local, ruptura de seções e até mesmo o colapso. Já o segundo está relacionado com a interrupção do uso normal da estrutura e a danos ou deterioração da mesma, sendo caracterizado por grandes deslocamentos e deformações (podendo causar desconforto visual, porém com baixo risco de colapso), perda de equilíbrio e vibrações excessivas. Vale salientar que, quando comparados os dois estados limites, pode-se tolerar maior probabilidade de ocorrência do ELS, visto que não leva a situações tão inseguras como as ocasionadas pelo ELU. Assim, as ações são multiplicadas pelos coeficientes de ponderação e combinadas entre si, obtendo-se um valor máximo para o ELU e um valor máximo para o ELS.

Já para as resistências dos materiais envolvidos no dimensionamento, a NBR 8681/2004 sugere o cálculo de um coeficiente de ponderação, que por sua vez é produto de outros três coeficientes, os quais levam em conta a variabilidade da resistência efetiva e as incertezas na determinação das solicitações e variações decorrentes dos métodos

construtivos. A resistência média é então dividida pelo coeficiente obtido (cujo valor é sempre maior que 1), chegando a um valor de resistência de cálculo.

O método abrangido por esta norma é caracterizado como um método semi-probabilístico, pois utiliza valores de média e desvio padrão, tanto de ações quanto de resistências, associados a coeficientes parciais. Assim, conforme ilustra a Figura 5, as solicitações médias (S_m) são majoradas para um valor maior com pequena probabilidade de ocorrência, resultando em um valor S_k , ao passo que a resistência média R_m é minorada para um valor abaixo da média também com menor probabilidade de ocorrer (R_k). Isso leva a um dimensionamento situado em uma zona com uma menor probabilidade de a resistência ser inferior à solicitação, ou seja, de ocorrer a falha estrutural.

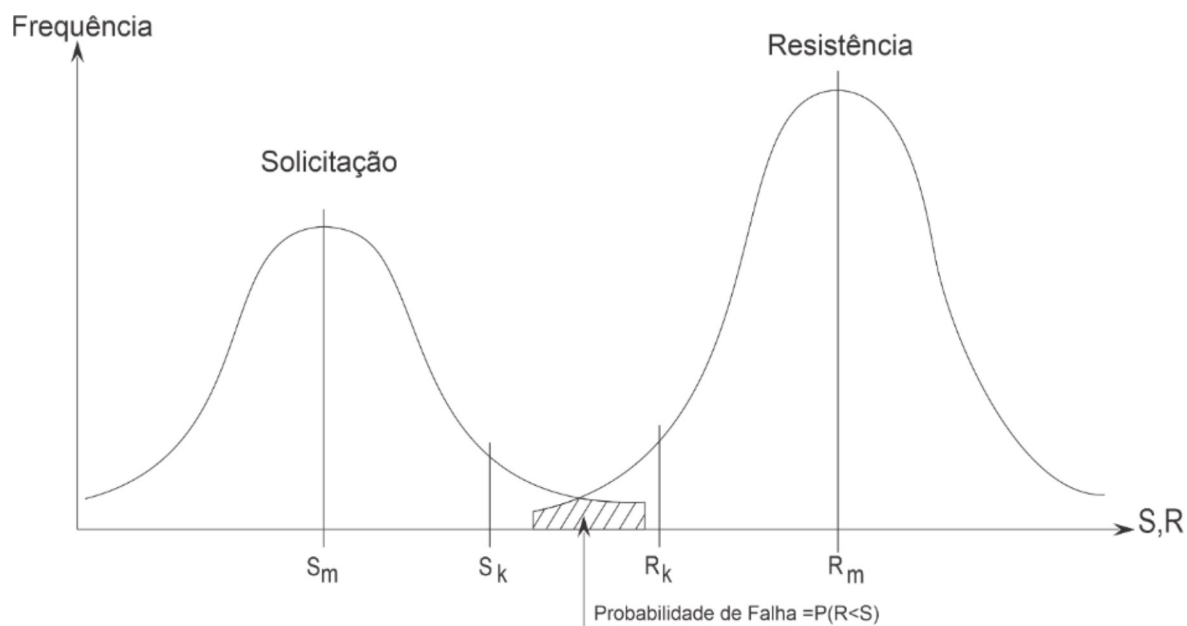


Figura 5: Representação das resistências e solicitações médias e de cálculo

Fonte: Sales *et al* (2005)

O dimensionamento de estruturas de concreto armado segundo a NBR 6118/2014, utiliza as combinações do ELU, apresentando também verificações para as combinações do ELS. Além disso, devem ser usados os coeficientes de ponderação para os valores de cálculo das ações e das resistências. Dessa forma, o método de dimensionamento usual de estruturas de concreto armado é caracterizado como um método semi-probabilístico.

3.7. Método probabilístico

A Teoria da Probabilidade é o ramo da matemática estatística que estuda o quão provável é a ocorrência de um evento em um determinado espaço amostral. Para experimentos ditos aleatórios, ou seja, aqueles que chegam a resultados diferentes, embora sejam realizados da mesma maneira, a chance de um evento acontecer é um valor numérico

entre zero e um, sendo a impossibilidade da ocorrência denotada pelo zero e a certeza pelo um.

O objeto de estudo de um experimento aleatório é chamado de variável aleatória, referindo-se a uma variável que tem seu valor influenciado por fatores aleatórios. As variáveis aleatórias podem ser contínuas ou discretas. A primeira denominação refere-se às variáveis que podem assumir qualquer valor numérico em um intervalo ou conjunto de intervalos; já a segunda diz respeito às variáveis que tomam valores contidos em um intervalo enumerável (finito ou infinito), como por exemplo o conjunto de números inteiros positivos. Por outro lado, uma variável que assume sempre o mesmo valor é chamada de variável determinística.

Nos experimentos aleatórios, as variáveis aleatórias podem assumir valores distintos a cada vez que o experimento é repetido. Dessa forma, pode-se expressar cada valor assumido pela variável e associá-lo a uma probabilidade de ocorrência. Nesse sentido, as variáveis podem ser descritas segundo uma função matemática que, tomando como dado de entrada o valor da variável, retorna a probabilidade de ocorrência do mesmo. Essas funções são chamadas de Funções de Distribuição de Probabilidade.

No estudo das variáveis aleatórias contínuas, as funções anteriores recebem a denominação de funções de densidade de probabilidade. Seja $f(x)$ uma função de densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua x :

- $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).dx = 1$
- $P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x).dx$

sendo P a probabilidade de que a variável aleatória contínua x assuma um valor contido no intervalo $[a, b]$. Pela segunda propriedade, verifica-se que a soma de todas as probabilidades de ocorrência de x deve ser igual a 1, ou 100%.

A principal diferença entre um método semi-probabilístico e um método probabilístico está no tratamento das variáveis do projeto. No primeiro, as variáveis são tratadas como determinísticas, ou seja, têm um valor fixo e invariável, ao passo que a abordagem probabilística as trata como aleatórias, ou seja, atribuindo probabilidades de ocorrência para cada um dos possíveis valores que a variável pode assumir, por meio de funções de distribuição.

O código de dimensionamento probabilístico, proposto pelo JCSS (2001), recomenda uma abordagem probabilística das variáveis do projeto. São representados modelos probabilísticos para ações, como a de vento, neve e peso próprio, para propriedades dos materiais e, propriedades geométricas, entre outros. Por serem aleatórias, o código propõe funções de distribuição de probabilidade para expressar o comportamento das mesmas, além de oferecer os parâmetros estatísticos para a definição matemática das funções, como média e coeficiente de variação (CV), que é a razão entre o desvio padrão e a média.

A seguir são apresentados os modelos matemáticos para algumas variáveis utilizadas no dimensionamento de vigas e pilares.

- Modelos para as propriedades dos materiais

Como exemplos para esse grupo, tem-se como variáveis aleatórias a resistência à compressão do concreto, o peso específico do concreto armado e o módulo de elasticidade e tensão de escoamento do aço.

Segundo o JCSS, pelo fato de apresentarem pouca variabilidade em relação a um valor médio, a distribuição normal (gaussiana) pode ser usada para modelar o comportamento das mesmas. Assim, o código fornece os coeficientes de variação (CV) necessários para, a partir da média, definir o desvio padrão e assim caracterizar a curva da distribuição normal.

A função densidade de probabilidade para a distribuição normal é denotada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

onde:

μ - Média

σ – Desvio Padrão

x – Variável aleatória

- Modelos para as ações

As ações comumente atuantes em estruturas convencionais são classificadas como permanentes e variáveis. Segundo a NBR 8681/2003, o peso próprio pode ser classificado como o primeiro tipo e a carga acidental e carga do vento como o segundo.

O peso próprio é função do peso específico do material que, como descrito no item anterior, é uma variável normalmente distribuída. Logo, a carga relativa ao peso próprio pode ser descrita segundo uma distribuição normal.

No que diz respeito às cargas acidentais, por se tratar de uma norma estrangeira, existem diferenças em relação às normas vigentes no Brasil. Com relação à carga acidental, as normas brasileiras consideram apenas um tipo e seu valor é utilizado no cálculo estrutural. Já as estrangeiras, incluindo o código do JCSS, dividem a carga acidental em dois tipos: *long term loads* e *short term loads*.

Segundo Wight e McGregor(2009), *long term loads* (ou *sustained loads*) são cargas que agem durante muito tempo da vida útil da estrutura. Já o termo *short term loads* (ou *short duration loads*) se refere a cargas que agem com frequência, porém por menos tempo. Para exemplificar, os autores afirmam que o peso dos móveis de um escritório pode ser classificado de acordo com o primeiro tipo e o peso das pessoas que o usam como o segundo.

A NBR 8681/2004, no item 3.2, define as cargas acidentais como “as ações variáveis que atuam nas construções em função de seu uso (pessoas, mobiliário, veículos, materiais diversos etc.)”. Por serem cargas que vão agir durante muito tempo da vida útil da edificação, a carga acidental será tomada como do tipo de longa duração (*long term loads*) e, segundo o JCSS, assume uma distribuição Gama.

A função de densidade de probabilidade para uma variável que segue a distribuição Gama é dada por:

$$f(x, a, b) = \frac{1}{b^a \cdot \Gamma(a)} x^{a-1} \cdot e^{-\frac{x}{b}}$$

onde:

a – Parâmetro de forma, sendo $a > 0$

b – Parâmetro de escala, sendo $b > 0$

$\Gamma(a)$ – Função gama, definida para todo número real $x > 0$ como o resultado da integral imprópria convergente $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} \cdot t^{x-1} \cdot dt$

x – Variável aleatória

Por fim, para as cargas de vento, o JCSS recomenda a modelagem segundo uma distribuição de Weibull, cuja forma é:

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-(x/\alpha)^\beta}$$

onde:

α – Parâmetro de escala, sendo $\alpha > 0$

β – Parâmetro de forma, sendo $\beta > 0$

σ – Desvio Padrão

x – Variável aleatória

Ao tratar-se de probabilidade, é necessária a obtenção de um conjunto de dados que represente a variável ou fenômeno de interesse, ou seja, uma amostra.

Segundo Montgomery e Runger (2009), uma amostra consiste em um subconjunto de elementos de uma população, que por sua vez corresponde a uma quantidade (finita ou infinita) de itens que têm características em comum.

Assim, para caracterizar de forma satisfatória a população à qual representa, o tamanho da amostra se mostra importante. De forma prática, quanto maior o tamanho da amostra, mais fielmente a população é representada, diminuindo assim o erro amostral associado.

O tamanho amostral também está relacionado com o chamado Teorema Central do Limite, o qual enuncia que, em um experimento aleatório, a variável aleatória de interesse tenderá a uma distribuição normal à medida que o número de repetições aumente. Assim, uma variável que possua uma distribuição qualquer, se aproximará da distribuição normal conforme se aumente a amostragem.

Existem diversos métodos para o calcular o tamanho necessário de amostra, a depender do intervalo de confiança desejado. Para o presente trabalho, utilizou-se uma classe de métodos estatísticos que parte da geração de amostras aleatórias para simulações, sendo os processos de gerar e simular repetidos por grande número de vezes, denominado de método de Monte Carlo.

Assim, utilizou-se o método para gerar grande número de amostras por repetidas vezes, oferecendo assim maior generalidade das variáveis. O número de elementos gerados, ou seja, o tamanho da amostra, corresponde ao Número de Monte Carlo (N_{MC}).

3.8. Estrutura analisada e rotinas de dimensionamento

A fim de avaliar a influência da consideração das incertezas no dimensionamento de uma estrutura de concreto armado, elementos de viga e pilar, da edificação mostrada na Figura 6, foram dimensionados segundo as metodologias semi-probabilística e probabilística.

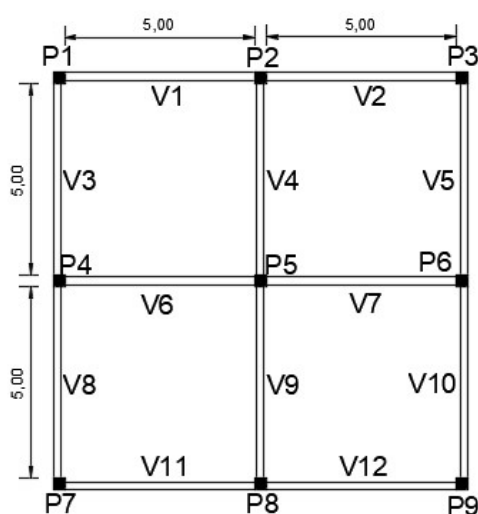


Figura 6: Representação em planta da edificação analisada

Fonte: Autor

Analisou-se o pórtico formado pela linha de pilares P4, P5 e P6, cuja estrutura está sujeita a ações permanentes, ocasionadas pelo peso próprio, e a ações variáveis, representadas pela força do vento e pela carga acidental. A carga acidental, assim como o peso próprio, é distribuída de forma linear ao longo da viga. Já a força do vento age concentrada nos nós da estrutura. Considerou-se os pilares com base engastada. A Figura 7 representa o pórtico de análise e as cargas atuantes.

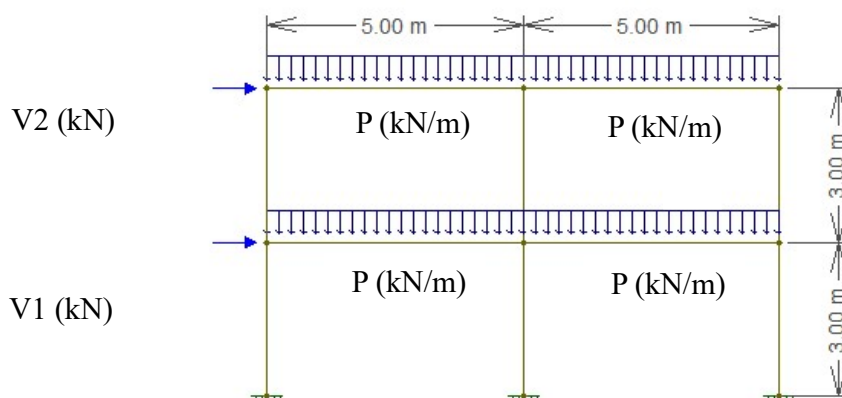


Figura 7: Pórtico analisado

Fonte: Autor

Na figura acima, V1 e V2 são as cargas pontuais de vento e P refere-se às cargas distribuídas nas vigas.

- Vigas

A viga analisada consiste em uma barra engastada nas duas extremidades com um vão efetivo de 5 metros e está submetida a uma carga distribuída uniformemente e, devido ao esquema estrutural, a viga está sujeita a momentos fletores positivos e negativos. O dimensionamento foi realizado para o momento de maior valor em módulo, o qual ocorre no engaste.

Inicialmente, a viga foi dimensionada pelo método semi-probabilístico.

Variou-se a carga acidental, com acréscimos de 1kN/m, em um intervalo de 1kN/m a 120 kN/m. O limite superior foi fixado nesse valor pois acima dele a equação da linha neutra passa a ter raízes complexas, não apresentando um significado físico ao dimensionamento.

Para cada valor de carga acidental, fez-se a combinação última de ações do ELU, com os coeficientes de ponderação para a carga permanente e para a carga variável retirados da Tabela 11.1 da NBR 6118/2014. As resistências também foram minoradas de acordo com os coeficientes dispostos na Tabela 12.1 da mesma norma.

Com o esforço de cálculo e, com os parâmetros dos materiais e da geometria da seção, procedeu-se ao cálculo para obtenção da taxa de armadura. Para essa etapa, a altura útil d da seção foi adotada como sendo igual a $0,9 \cdot h$, em que h é altura da viga. As taxas de armadura obtidas têm a denominação ρ_{sp} . Sendo assim, ao final do dimensionamento, para cada valor da ação variável tem-se um valor de ρ_{sp} .

A Figura 8 ilustra o fluxograma de dimensionamento utilizado.

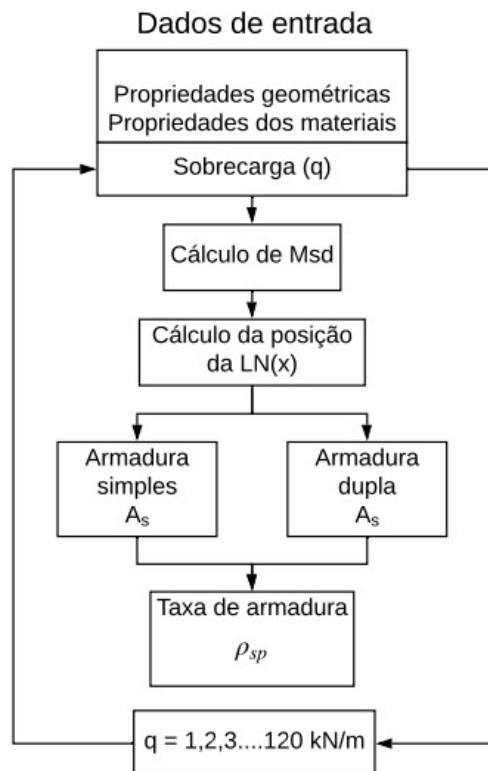


Figura 8: Fluxograma de dimensionamento semi-probabilístico para vigas

Fonte: Autor

Em seguida, a mesma viga foi dimensionada seguindo o método probabilístico. Nessa etapa, considerou-se como variáveis aleatórias:

- carga acidental,
- peso específico do concreto armado,
- resistência à compressão do concreto,
- tensão de escoamento do aço e
- módulo de elasticidade do aço.

Devido à incorporação das incertezas associadas tanto às ações quanto às resistências, não foram utilizados coeficientes de ponderação. Para cada uma dessas variáveis, gerou-se um vetor de números aleatórios que seguem as distribuições de probabilidade expostas no item 4.2.

De forma análoga ao dimensionamento semi-probabilístico, também neste procedimento variou-se a carga acidental na viga no intervalo de 1 kN/m a 120 kN/m, com incrementos de 1kN/m. No entanto, como agora cada variável aleatória é representada por um vetor, com N_{MC} elementos, o dimensionamento é realizado utilizando os valores alocados em cada um dos índices desses vetores. Assim, para cada valor de carga acidental, tem-se, como resultado, um vetor de taxas de armadura, também com N_{MC} elementos, denotado por ρ_p . Com este vetor é possível então obter o histograma da variável e, a partir disso, extrair parâmetros como quantis e percentuais.

A rotina de dimensionamento probabilística é sintetizada no fluxograma da Figura 9.

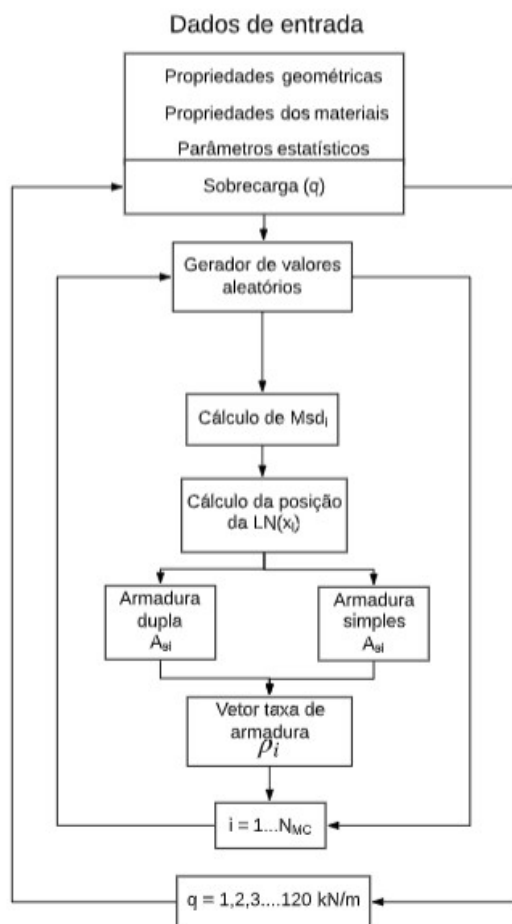


Figura 9: Fluxograma de dimensionamento probabilístico para vigas

Fonte: Autor

Elaborou-se uma rotina computacional para realizar os cálculos de dimensionamento para os dois métodos. A partir dos dados de entrada, que contêm os parâmetros dos materiais e da geometria, obtém-se ao final, para cada valor de carga acidental, uma taxa de armadura calculada pelo método semi-probabilístico (ρ_{sp}) e um vetor, com as taxas de armadura calculadas pelo método probabilístico. A Figura 10 resume a rotina criada.

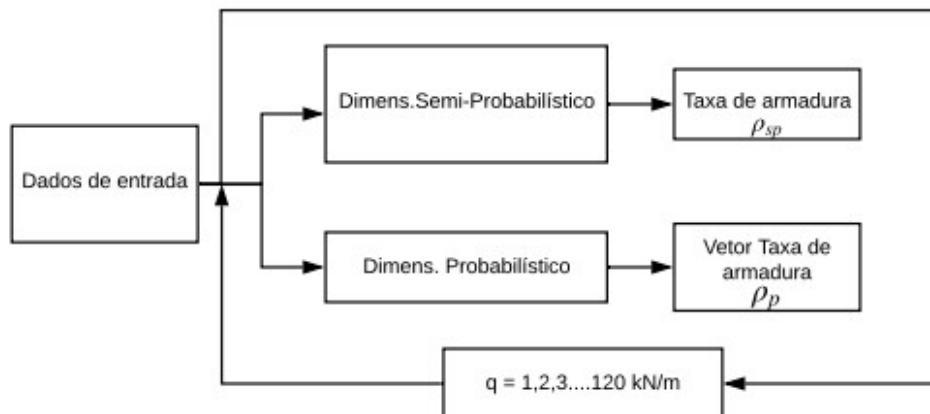


Figura 10: Fluxograma geral do algoritmo de dimensionamento

Fonte: Autor

Com estas informações, partiu-se para o cálculo da probabilidade de ruína dos elementos estruturais.

A probabilidade de ruína de uma estrutura corresponde à probabilidade de que o esforço solicitante em uma determinada estrutura seja maior do que a resistência da mesma àquele esforço. Nesse sentido, Sales *et al* (2005) definem a segurança da estrutura como $(1 - p)$, sendo p a probabilidade de ruína.

Segundo os autores, a probabilidade de ruína deve sempre assumir valores pequenos, tal que se tenha a Probabilidade de Sobrevivência, que corresponde exatamente aos valores e solicitação inferiores à resistência da estrutura, variando em uma faixa estreita de 0,999 e 0,999999. Considera-se como normalmente admissíveis probabilidades de ruína entre 10^{-3} e 10^{-6} .

Assim, adotou-se como risco, ou seja, como probabilidade de ruína, o valor de 10^{-4} ou $10^{-2}\%$. Dessa forma, para cada vetor ρ_p , calculou-se o valor de taxa de armadura correspondente ao quantil de $(1 - r)$, a qual foi denotada por $\rho_{(99,99\%)}$ (Figura 11).

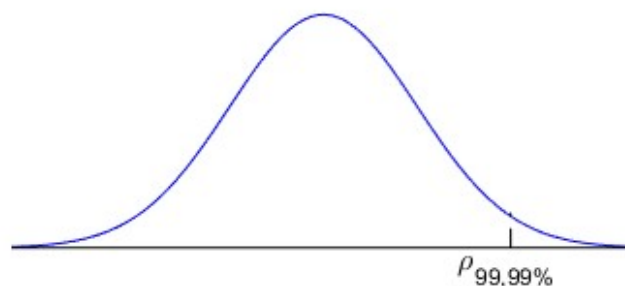


Figura 11: Representação da distribuição de probabilidade da taxa de armadura

Fonte: Autor

Comparando-se ρ_{sp} com $\rho_{(99,99\%)}$, chega-se às seguintes conclusões: se ρ_{sp} estiver à esquerda de $\rho_{(99,99\%)}$, então há risco de ruína da estrutura, enquanto que, se ρ_{sp} estiver à direita de $\rho_{(99,99\%)}$, não há risco de ruína.

Para auxiliar na análise do risco, foi calculado, para cada valor de carga accidental, um erro, expresso por:

$$e = \frac{\rho_{sp} - \rho_{(99,99\%)}}{\rho_{sp}} \quad (1)$$

os quais foram ilustrados, em gráficos, em função das cargas accidentais.

- Pilares

PILAR CURTO

Analisou-se o pilar P5, o qual recebe a classificação de pilar intermediário. Em um primeiro momento, atribuiu-se uma seção transversal tal que, segundo o índice de esbeltez, o pilar fosse classificado como curto. A partir daí, procedeu-se o dimensionamento, que foi realizado para cada um dos dois eixos da seção transversal.

Inicialmente foi realizado o dimensionamento semi-probabilístico. Devido à presença de duas ações variáveis (cargas de vento e carga accidental), seguindo o procedimento de combinação de ações do ELU, foram calculadas duas combinações: uma com a carga accidental como principal e o vento como secundária e outra com o vento como principal e a carga accidental como principal. Os coeficientes de combinação e de redução da carga accidental e do vento foram obtidos a partir da Tabela 11.2 da NBR 6118/2014. O esforço utilizado no cálculo foi o maior entre as duas combinações anteriores.

A carga accidental na viga foi variada em um intervalo de 1 kN/m a 120 kN/m e, para cada valor de carga accidental, foi obtido o esforço normal no pilar. No dimensionamento semi-probabilístico, os valores das cargas de vento sempre foram fixos e iguais a 10 kN (V1) e 15 kN (V2) (Figura 7).

Calculou-se também as excentricidades accidentais e comparou-se com a excentricidade mínima de norma, obtendo assim os parâmetros para o dimensionamento.

Com isso, o pilar foi dimensionado à flexo-compressão centrada e obtidas as taxas de armadura ρ_{sp} correspondentes a cada valor de carga accidental. Fez-se a verificação de taxa mínima de modo que, quando $\rho_{sp} \leq \rho_{min}$, adotava-se o valor mínimo.

A Figura 12 resume a rotina de dimensionamento descrita.

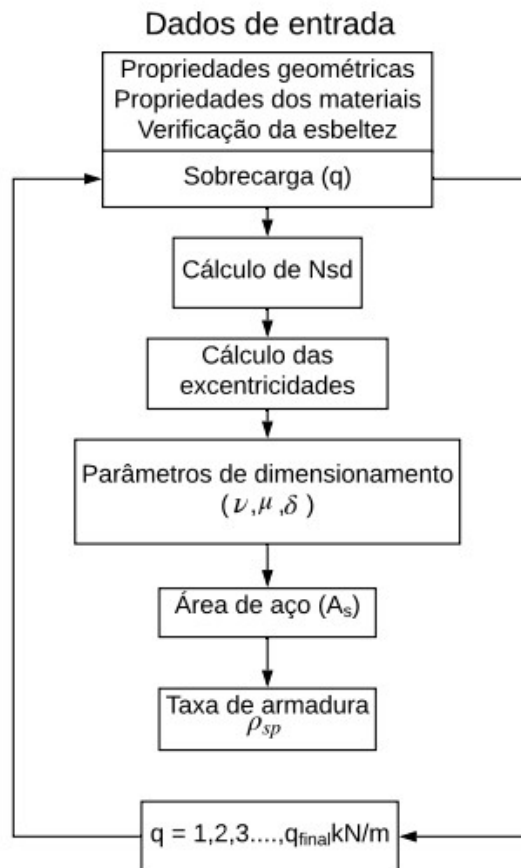


Figura 12: Fluxograma de dimensionamento semi-probabilístico para pilares

Fonte: Autor

Após o dimensionamento semi-probabilístico, realizou-se o dimensionamento probabilístico. Além das variáveis consideradas como aleatórias na etapa de dimensionamento das vigas (carga variável, propriedades do aço e do concreto e peso próprio da estrutura), o vento também foi tomado como variável aleatória. Com isso, seguindo os parâmetros de cada distribuição, gerou-se vetores com N_{MC} elementos para cada uma das variáveis aleatórias.

A obtenção do esforço de cálculo foi dada pela soma das cargas atuantes, sem o uso de coeficientes de ponderação.

A carga acidental foi variada na mesma faixa de valores de 1kN/m a 120 kN/m e obteve-se um vetor de taxa de armadura ρ_p , com N_{MC} elementos, para cada valor de carga acidental. Assim como no método semi-probabilístico, cada elemento do vetor ρ_p foi comparado com o valor mínimo de norma e, caso fosse inferior, adotava-se o valor mínimo.

O procedimento anteriormente descrito foi realizado para os dois eixos da seção transversal do pilar.

A rotina de cálculo é representada no fluxograma da Figura 13.

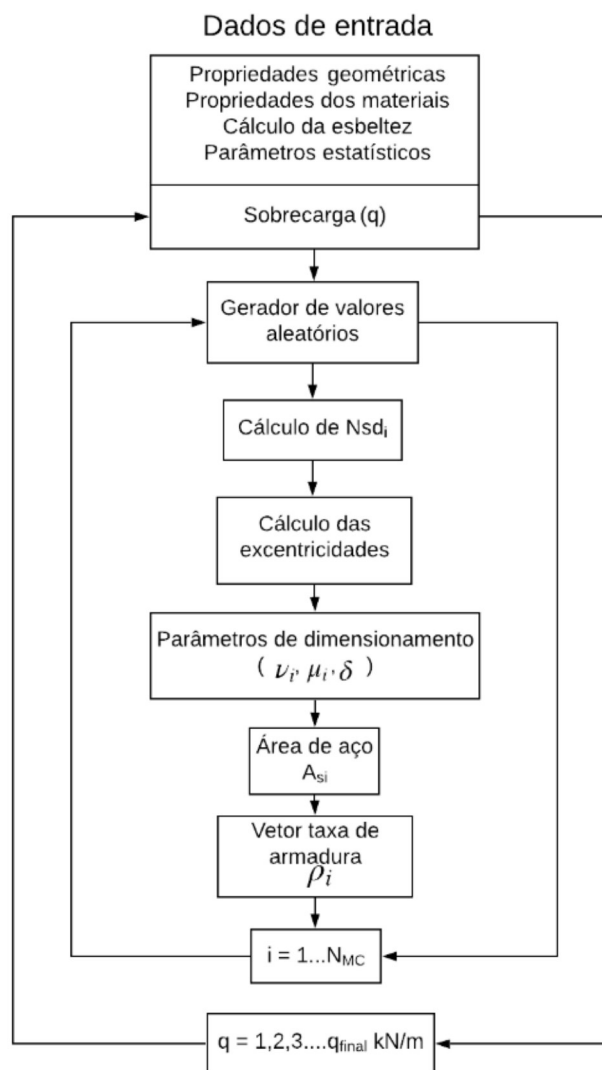


Figura 13: Fluxograma de dimensionamento probabilístico para pilares

Fonte: Autor

De posse da taxa de armadura, ρ_{sp} , calculada com o dimensionamento semi-probabilístico, e do vetor da taxa de armadura, ρ_p , encontrado com o dimensionamento probabilístico, partiu-se para a análise da probabilidade de ruína. Usou-se o mesmo critério de probabilidade de ruína empregado para a viga, obtendo assim $\rho_{(99,99\%)}$.

PILAR MEDIANAMENTE ESBELTO

A seção do pilar P5 foi reduzida de modo que pudesse ser classificado, quanto à esbeltez, em pilar medianamente esbelto. Procedeu-se então ao dimensionamento semi-probabilístico.

Foram feitas as combinações do ELU e calculadas as excentricidades. Todavia, devido à classificação do pilar, foi calculada a excentricidade de segunda ordem, com o método do pilar padrão com curvatura aproximada.

Variou-se a carga acidental em um intervalo de 1 kN/m a 77 kN/m. O limite superior do intervalo foi alterado pois, para valores superiores a 77 kN/m, a taxa de armadura ultrapassa o valor máximo de norma, correspondente a 8%.

Com o dimensionamento, obteve-se um valor de taxa de armadura ρ_{sp} para cada um dos valores de carga acidental do intervalo. Os valores de ρ_{sp} também foram comparados com o valor mínimo de norma. A rotina de dimensionamento descrita é a mesma representada na Figura 12.

Em seguida, o pilar foi dimensionado pela metodologia probabilística (Figura 13). A carga acidental foi variada no mesmo intervalo anterior e obteve-se os vetores de esforços normais para cada valor de carga acidental. Cada valor de esforço normal foi utilizado no cálculo da excentricidade de segunda ordem, que por sua vez foi utilizado no dimensionamento.

Assim, obtidos os vetores de taxa de armadura ρ_p , cada elemento foi comparado com o mínimo valor de norma e, utilizando o mesmo critério de risco, foram obtidos os valores de ρ_r .

O Quadro 1 mostra os valores dos parâmetros utilizados para o cálculo dos elementos de viga e pilar acima descritos.

Quadro 1: Parâmetros utilizados nos dimensionamentos

Propriedades dos materiais		
Variável	Símbolo	Valor
Resistência à compressão do concreto	f_{ck}	30 MPa
Tensão de escoamento do aço	f_{yk}	500 MPa
Módulo de elasticidade do aço	E_s	200 GPa
Peso específico do concreto armado	γ_{CA}	25 kN/m ³
Propriedades geométricas		
Vigas		
Altura da seção	h	50 cm
Largura da seção	b_w	20 cm
Altura útil	d	45 cm
Cobrimento	d'	3 cm
Pilar curto		
Comprimento equivalente	l_e	300 cm
Dimensão em x	h_x	35 cm
Dimensão em y	h_y	35 cm
Cobrimento	c	3 cm
Pilar medianamente esbelto		
Comprimento equivalente	l_e	300 cm
Dimensão em x	h_x	25 cm
Dimensão em y	h_y	25 cm
Cobrimento	c	3 cm
Coefficientes de ponderação das ações		
Coefficiente de ponderação para as ações permanentes	γ_g	1,4
Coefficiente de ponderação para as ações variáveis diretas	γ_q	1,4
Coefficiente de redução para as ações variáveis diretas	ψ_0	0,5
Coefficiente de redução para as cargas de vento	ψ_0	0,6
Coefficientes de ponderação das resistências		
Coefficiente de ponderação da resistência à compressão do concreto	γ_c	1,4
Coefficiente de ponderação da tensão de escoamento do aço	γ_s	1,15

Fonte: Autor

Os parâmetros para definir as funções de distribuição de probabilidade de cada variável aleatória utilizada no dimensionamento probabilístico são representados no Quadro 2.

Quadro 2: Parâmetros das distribuições de probabilidade

Variável	Distribuição	Média (μ)	Coef. De Variação	Desvio padrão (σ)	Parâmetro de forma (a)	Parâmetro de escala (b)
Resistência à compressão do concreto (MPa)	Normal	f_{ck}	0,15	$0,15 \cdot f_{ck}$	-	-
Tensão de escoamento do aço (MPa)	Normal	f_{yk}	0,05	$0,05 \cdot f_{yk}$	-	-
Módulo de elasticidade do aço (Gpa)	Normal	E	0,01	$0,01 \cdot E$	-	-
Peso específico do concreto armado (kN/m ³)	Normal	γ_c	0,05	$0,05 \cdot \gamma_c$	-	-
Carga accidental	Gama	q	1,5	$1,5 \cdot q$	$\frac{q^2}{\sqrt{\sigma}}$	$\frac{q}{\sqrt{\sigma}}$
Vento	Weibull	V	-	-	1,5	3

Fonte: Adaptado de JCSS (2001)

Para os dimensionamentos probabilísticos realizados, o número de elementos gerados, ou seja, o número de Monte Carlo (N_{MC}) foi correspondente a 5×10^5 .

4. Resultados e discussões

4.1. Vigas

A rotina computacional desenvolvida tem como dados de saída dois vetores: o primeiro contém valores de taxa de armadura obtidos conforme a metodologia determinística, sendo que cada valor de taxa de armadura, ρ_{sp} , corresponde a um valor de carga accidental, e o segundo armazena as taxas de armadura correspondentes ao quantil de 99,99%. Também neste caso, cada valor de $\rho_{(99,99\%)}$ corresponde a um valor de carga accidental. Plotando-se os

valores de taxa de armadura para cada um dos métodos de dimensionamento, em função da carga acidental, foi obtido o gráfico da Figura 14 .

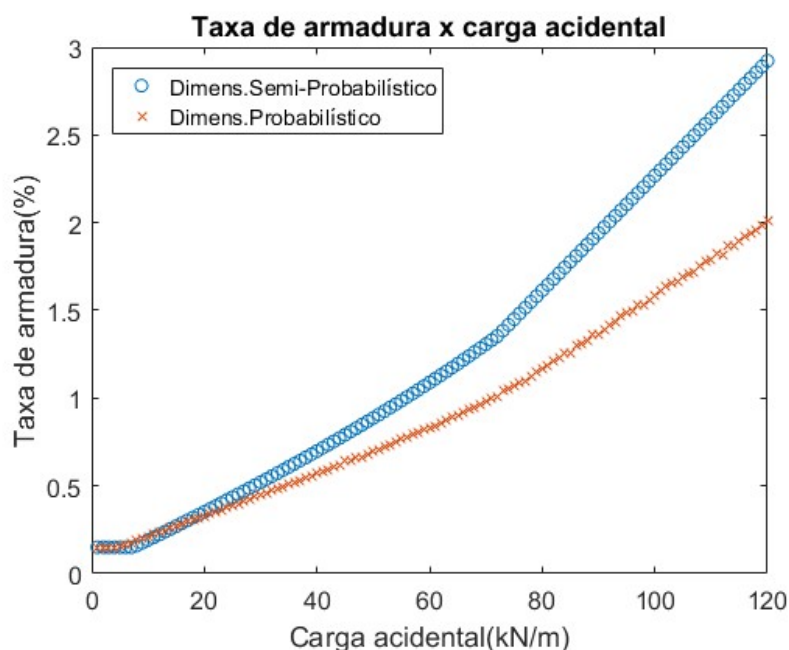


Figura 14: Taxas de armadura obtidas para a viga

Fonte: Autor

Analisando-se inicialmente os dados relativos ao método semi-probabilístico, nota-se três tendências de comportamentos diferentes. Primeiro, tem-se um trecho sem variação da taxa de armadura, cujo valor corresponde à taxa mínima prevista na NBR 6118/2014 que, para o concreto de f_{ck} igual a 30 MPa, corresponde a 0,150%. Em seguida, a partir de uma carga acidental de 8 kN/m, os valores das taxas de armadura seguem uma tendência aproximadamente linear até o valor de carga acidental de 72 kN/m. Esse segmento diz respeito aos casos de armadura simples, que tem uma dependência linear com a sobrecarga. O terceiro padrão de comportamento, a partir de uma carga de 72 KN/m, diz respeito aos casos de armadura dupla, cujo acréscimo de área de aço, devido à armadura de compressão, aumenta a taxa de armadura.

O comportamento da taxa de armadura probabilística se mostra mais simples que o explicado anteriormente. Inicialmente, entre as cargas acidentais de 1 kN/m a 4 kN/m, a taxa de armadura é igual à taxa mínima de norma. Em seguida, a taxa de armadura cresce de forma aproximadamente linear. Essa tendência é mantida até o último valor de carga acidental, indicando que até o valor de 120 kN/m, a viga usa armadura simples.

Com isso, pode-se perceber que os coeficientes de ponderação têm influência significativa no dimensionamento, visto que a viga dimensionada, seguindo o método probabilístico, não chega a necessitar de armadura dupla para a carga acidental de 120 kN/m, ao passo que a viga do método semi-probabilístico apresenta raízes complexas no

dimensionamento, representando a impossibilidade da seção resistir ao esforço, mesmo com acréscimo de aço.

A Figura 15 mostra o erro (equação 1) calculado entre os dimensionamentos semi-probabilístico e probabilístico.

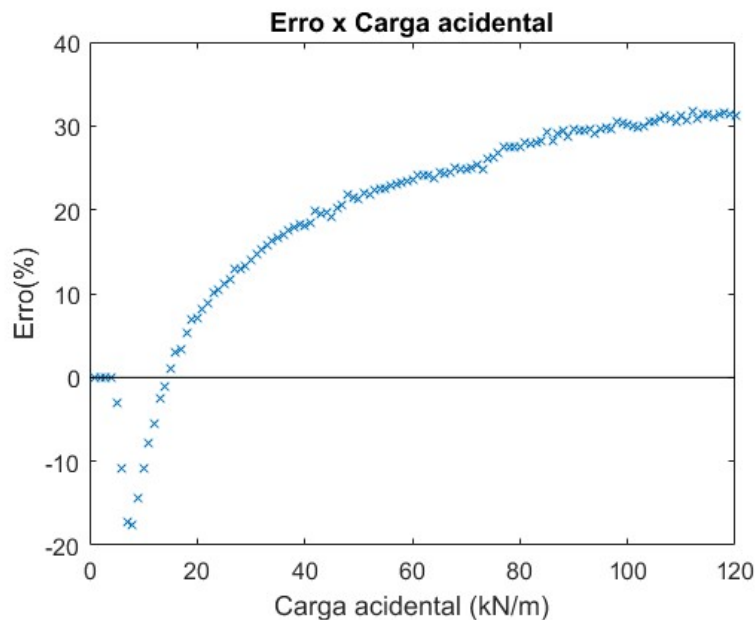


Figura 15: Erro entre os dois métodos de dimensionamento, para o caso de viga
Fonte: Autor

Pela análise da figura, os valores positivos de erro indicam os valores de carga acidental para os quais a taxa de armadura semi-probabilística é superior à probabilística, indicando que a estrutura é segura. Todavia, os valores negativos indicam a faixa de valores para os quais há o risco de ruína da estrutura. Na figura acima, para valores de carga acidental entre 5 kN/m e 14 kN/m, a taxa de armadura semi-probabilística é inferior à probabilística, atingindo um máximo de aproximadamente 20% de erro. Após essa faixa, a curva tem uma inclinação acentuada, indicando o rápido crescimento da taxa semi-probabilística em relação à probabilística. No entanto, após 80 kN/m, a curva apresenta menor crescimento, com erros na faixa de 30%, tendendo a uma estabilização.

4.2. Pilares

Pilar curto

Da mesma forma que nas vigas, plotou-se um gráfico relacionando a taxa de armadura calculada a partir de cada um dos métodos em função da carga acidental. A Figura 16 mostra o gráfico obtido.

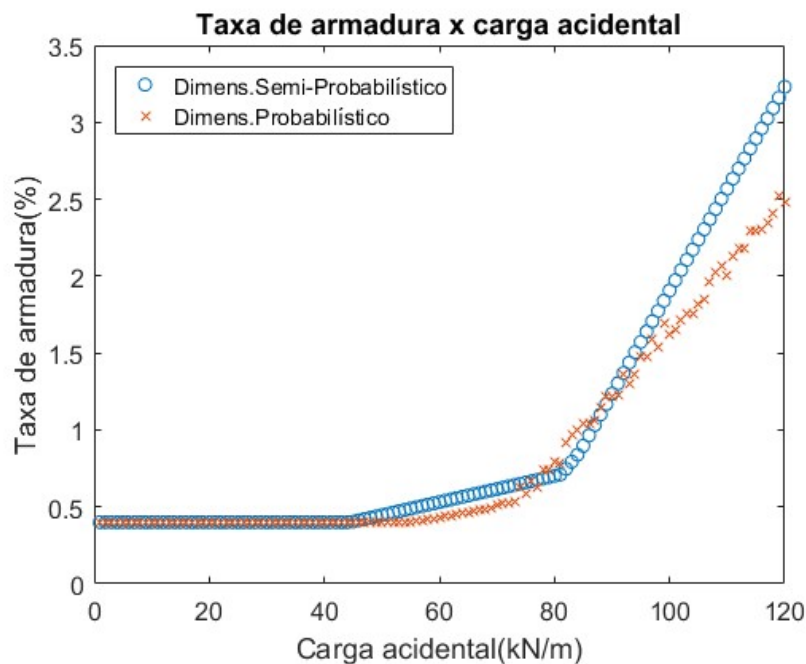


Figura 16: Taxas de armadura obtidas para os pilares curtos

Fonte: Autor

A taxa de armadura semi-probabilística apresenta três tendências de comportamento. O trecho inicial, correspondendo a cargas acidentais que variam de 1 kN/m a 45 kN/m, representa a armadura mínima igual a $0,4\% A_c$. Em seguida, o trecho linear ascendente representa ainda a armadura mínima dada por $0,15 N_d / f_{yd}$, que varia apenas com o esforço normal. Por fim, a partir de aproximadamente 83 kN/m, a área de aço calculada é superior ao mínimo de norma, apresentando comportamento crescente até o último valor de carga acidental.

Já na taxa de armadura calculada pelo método probabilístico, a faixa de armadura mínima, correspondente a $0,4\% A_c$, se estende até a carga acidental de 69 kN/m, valor a partir do qual se inicia o trecho de armadura mínima igual a $0,15 N_d / f_{yd}$. No entanto, em comparação com a taxa de armadura calculada pelo outro método, o final da zona de armadura mínima se dá em aproximadamente 73 kN/m, valor inferior ao início do mesmo trecho no método semi-probabilístico. A partir desse valor, a taxa de armadura apresenta um comportamento crescente até o valor final de carga acidental.

O erro calculado entre os dois dimensionamentos é mostrado na Figura 17.

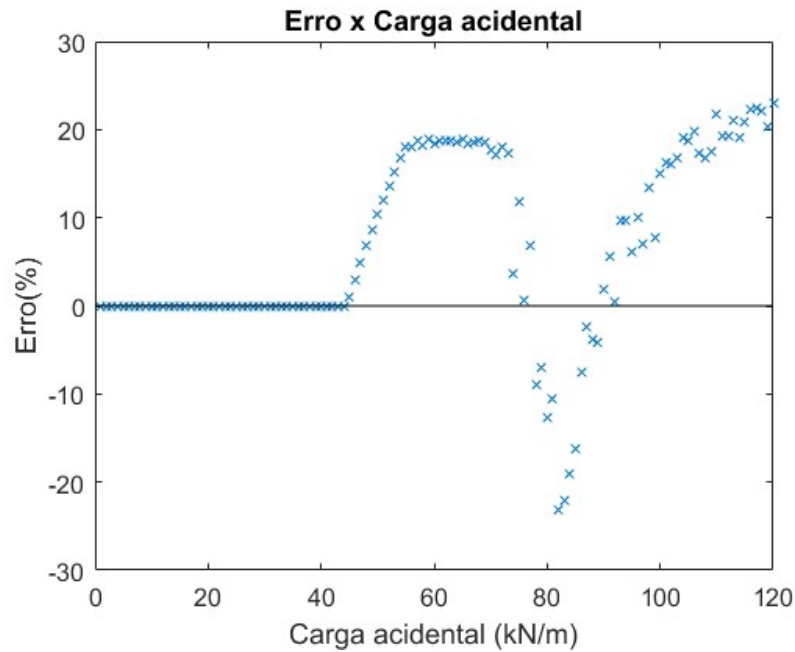


Figura 17: Erro entre os dois métodos de dimensionamento para o caso de pilar curto

Fonte: Autor

Percebe-se na Figura 17 que existe uma faixa de valores de carga variável para as quais a taxa de armadura semi-probabilística é inferior à probabilística, com a máxima diferença na faixa de 25% de erro. Essa faixa de maior probabilidade de ruína dá-se entre 77 kN/m a 90 kN/m. Verifica-se também que, diferentemente das vigas, o erro tende a aumentar conforme se aumenta a carga acidental atingindo, até o valor de 120 kN/m, um máximo de aproximadamente 23% de diferença entre a taxa de armadura semi-probabilística e a probabilística.

Pilar medianamente esbelto

A Figura 18 mostra o gráfico obtido relacionando as taxas de armadura obtidas pelos dois métodos em função da carga acidental aplicada.

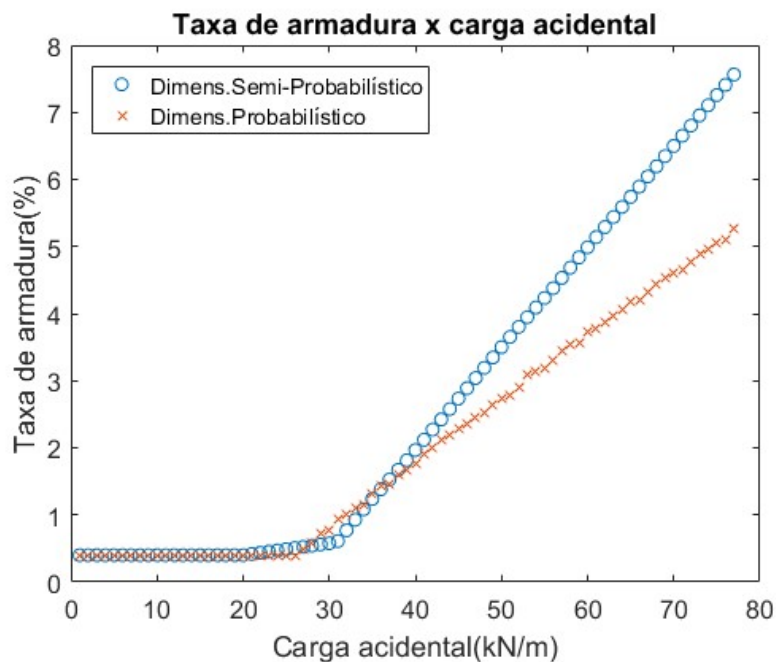


Figura 18: Taxas de armadura obtidas para o pilar medianamente esbelto
Fonte: Autor

Da mesma forma que no pilar curto, a taxa de armadura semi-probabilística apresenta três tendências de comportamento. O trecho que representa a armadura mínima igual a 0,4%. A_c é verificado entre 1 kN/m a 20 kN/m. Em seguida, a armadura mínima dada por $0,15 \cdot N_d / f_{yd}$ é verificada, apresentando o comportamento linear característico, dependente apenas do esforço normal. A partir de aproximadamente 33 kN/m, a taxa de armadura é diferente do mínimo de norma, seguindo de forma crescente até o valor máximo de carga acidental, onde atinge o valor máximo de norma, igual a $0,08 \cdot A_c$.

A taxa de armadura calculada pelo método probabilístico, correspondente a 0,4%. A_c , estende-se até o valor de 21 kN/m, próximo do valor verificado na taxa de armadura semi-probabilística. O trecho correspondente ao valor de armadura mínima igual a $0,15 \cdot N_d / f_{yd}$ é mais estreito que o constatado no primeiro método, variando de 21 kN/m a aproximadamente 28 kN/m. A partir desse valor, a taxa de armadura é maior que o valor mínimo de norma, apresentando comportamento crescente até o último valor de carga acidental aplicado sem atingir, porém, o valor máximo de norma.

A Figura 19 mostra o erro calculado entre os dois dimensionamentos.

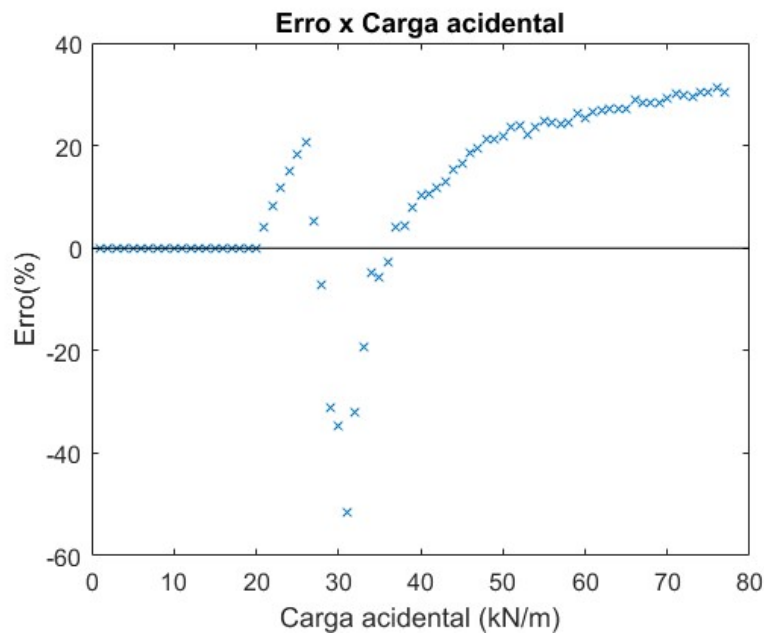


Figura 19: Erro entre os dois métodos de dimensionamento para o caso de pilar medianamente esbelto

Fonte: Autor

A Figura 19 mostra que entre os valores de carga acidental de 27 kN/m e 36 kN/m, a taxa de armadura semi-probabilística é inferior à probabilística, com uma diferença máxima próxima a 40%, sendo esse valor superior ao verificado na viga e no pilar curto. Verifica-se também que a tendência da curva se assemelha com a obtida na viga, com um trecho linear crescente seguido de uma tendência de estabilização na faixa dos 30%.

5. Conclusões

Para a viga dimensionada, no intervalo de carga acidental entre 5 kN/m a 14 kN/m, a estrutura dimensionada pelo método semi-probabilístico apresenta probabilidade de ruína maior que a calculada pelo método probabilístico.

Para os pilares curtos, entre os valores de 77 kN/m a 90 kN/m de carga acidental, a taxa de armadura semi-probabilística é inferior à probabilística, representando uma maior probabilidade de ruína da primeira estrutura em relação à segunda. Já nos pilares medianamente esbeltos, entre 27 kN/m e 36 kN/m, o pilar dimensionado pelo método semi-probabilístico apresenta maior probabilidade de ruína do que o dimensionado pelo método probabilístico.

Entre as peças estruturais dimensionadas, o pilar medianamente esbelto apresentou a maior diferença entre a taxa de armadura probabilística e semi-probabilística (aproximadamente 40%). Com isso, verifica-se a maior probabilidade de ruína dessa peça em relação às outras.

6. Perspectivas

O presente trabalho teve como objetivo a análise do risco de ruptura de seções transversais críticas de vigas e pilares através da utilização de métodos probabilísticos e comparação com o método semi-probabilístico recomendado pelas normas vigentes.

Em trabalhos futuros, podem ser feitos dimensionamentos considerando mais variáveis do projeto como aleatórias. Como exemplo, pode-se citar as dimensões da seção transversal e, no caso dos pilares, a excentricidade. Nesse sentido, pilares de canto e de extremidade poderiam ser dimensionados pela metodologia probabilística, analisando-os também em sua configuração deformada. Além disso, nas vigas, as verificações do ELS como fissuração excessiva e flecha máxima poderiam ser analisadas. Em continuação, a estabilidade global da estrutura também poderia ser verificada. Por fim, sugere-se a extensão da análise feita nos elementos de barra para os elementos de placa, como as lajes.

7. Referências bibliográficas

OBERGUGGENBERGER, Michael. **Analyzing Uncertainty in Civil Engineering**. Proceedings 7th International Workshop on Reliable Engineering Computing. Computing with Polymorphic Uncertain Data. 2016.

SCHERER, M. **Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado pelo Método dos Elementos Finitos**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

FREUDENTHAL, Alfred Martin. **Structural Safety under Conditions of Ultimate Failure and Fatigue**. 1. ed. Ohio: Columbia University, 1961. 1v.

JCSS. **Probabilistic model code**. Joint Committee on Structural Safety, 2001.

CRUZ, Paulo J. S.; NEVES, Luís A. C. **Introdução à Análise Probabilística Simplificada da Segurança Estrutural**. p. 65–80, 2001.

REAL, Mauro de Vasconcelos. **Análise Probabilística de Estruturas de Concreto Armado, sob Estado Plano de Tensão, através do Método dos Elementos Finitos**. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.

WOLENSKI, Anderson Renato Vobornik et al. **Estimativa da resistência característica à tração da madeira na direção paralela às fibras por meio de modelos probabilísticos**. *Matéria* (Rio de Janeiro), v. 24, n. 4, 2019.

ALJAROUDI, Alireda. **Probabilistic Modeling of Failure**. In: *Failure Analysis*. IntechOpen, 2019.

WESTBERG WILDE, M.; JOHANSSON, F. **Probabilistic model code for concrete dams**. Energiforsk Technical Report, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. ABNT, 2019.

KLEE, Howard. **The cement sustainability initiative: recycling concrete**. World Business Council for Sustainable Development (WBCSD): Genebra, Suíça. 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12655: Concreto de cimento Portland. Preparo, controle e recebimento - Procedimento**. 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado–Especificação**. Rio de Janeiro, 2007.

ANDRADE, Nilma Fontes de Araujo. **Análise e otimização estocásticas de concepções de estruturas de concreto armado utilizando modelos de seleção**. Tese de Doutorado, UFPE, Recife, 2013.

CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: volume 2**. Pini, 2009.

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. v3. 3 ed. Dunas, 2010

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT. **NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas–Procedimento**. Rio de Janeiro, 2004.

SALES, José Jairo de et al. **Segurança nas estruturas: teoria e exemplos**. 2005.

JAMES, K. Wight; MACGREGOR, James G. **Reinforced Concrete Mechanics and Design**. Pearson Education. Inc., Upper Saddle River, New Jersey.2009.

MONTGOMERY, Douglas C.; RUNGER, George C. **Estatística Aplicada E Probabilidade Para Engenheiros**. Grupo Gen-LTC, 4ª edição.2009.

8. Outras atividades

O aluno participou do minicurso de Redação Científica oferecido pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) na VI Semana Acadêmico-Cultural (SEMAC), com a carga horária de 4 horas.

Foi voluntário na ação “Workshop de programação voltado à Teoria das Estruturas” durante a VI SEMAC (05/11/2019), no laboratório de informática do Departamento de Engenharia Civil, voltado para discentes da graduação e pós-graduação.

Além disso, o aluno participou em um curso gratuito de Introdução ao MATLAB, oferecido pela Escola Técnica Leiaut Cariele, com carga horária de 6 horas