UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ELOAR BARRETO FEITOZA SÁ

# ARGUMENTAÇÃO DE ESTUDANTES DA EJA-ENSINO MÉDIO NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

SÃO CRISTÓVÃO, SE
2021

ELOAR BARRETO FEITOZA SÁ

**ARGUMENTAÇÃO DE ESTUDANTES DA EJA-ENSINO MÉDIO NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe.

Orientador: Prof. Dr. João Paulo Attie

SÃO CRISTÓVÃO, SE
2021

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL**
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

Sá, Eloar Barreto Feitoza
S111a Argumentação de estudantes da EJA-ensino médio no processo de aprendizagem de matemática / Eloar Barreto Feitoza Sá; orientador João Paulo Attie. – São Cristóvão, SE, 2021.
181 f.; il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2021.

1. Ciência – Estudo e ensino. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Educação de jovens e adultos. 4. Raciocínio. I. Attie, João Paulo, orient. II. Título.

CDU 5:37

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM**
**ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIMA**

# ARGUMENTAÇÃO DE ESTUDANTES DA EJA-ENSINO MÉDIO NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
22 DE FEVEREIRO DE 2021

PROF. DR. JOÃO PAULO ATTIE

PROFA. DRA. ADJANE DA COSTA TOURINHO E SILVA

PROF. DR. AFONSO HENRIQUES

Ao meu esposo, Antonio Carlos, que me incentiva constantemente ao hábito da leitura e à prática do meu esporte favorito. Através deste, aprendi o valor da determinação, do foco e da disciplina, fundamentais à realização desta pesquisa e ao alcance dessa conquista.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pelas oportunidades de perceber e sentir o poder da fé e da gratidão.

Aos meus pais, Bomfim e Edina, especialmente à minha mãe por ter minimizado, o máximo que pôde, cada obstáculo que se fez presente ao longo da minha trajetória escolar.

Agradeço imensamente ao meu esposo, Antonio Carlos, por todo apoio, por cada incentivo, por acreditar em mim muito mais do que eu mesma.

Agradeço às minhas irmãs Edgair, Joyce e Hellen, e aos meus irmãos, Juan e Neto, pois, ainda que não saibam, todo(a)s ele(a)s me inspiram. Cada um(a) me ensina, a seu modo, algo importante para a vida.

Aos meus sobrinhos, Nino, Ryan, Marcela e a pequenina Helena, por todo amor, carinho e atenção.

À minha amiga Quelen pelo companheirismo desde a graduação.

Aos meus colegas do mestrado e aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe, pelas conversas construtivas e pelo compartilhamento de conhecimentos.

Ao meu orientador Prof. Dr. João Paulo Attie por tão pacientemente me conduzir nessa jornada.

Ao Prof. Dr. Afonso Henriques e à Profa. Dra. Adjane da Costa Tourinho e Silva por toda atenção e cuidado com que examinaram o meu texto tanto no momento da qualificação quanto no momento da defesa.

**RESUMO**

Neste estudo, abordamos a argumentação em Matemática. A habilidade de argumentar tende a ser associada ao desenvolvimento da criticidade, uma vez que ela pode favorecer o pensamento reflexivo, a produção do conhecimento e, por conseguinte, o processo de aprendizagem (LEITÃO, 2011). Considerando-a como a expressão do raciocínio, ela tem relevante relação com habilidades matemáticas a serem desenvolvidas em ambiente escolar. Na Educação Matemática, 'raciocinar', 'representar', 'argumentar' e 'comunicar' vinculam-se às competências e habilidades consideradas fundamentais à aprendizagem e ao desenvolvimento do aluno, conforme evidenciado pela Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Essas capacidades articulam-se mediante uma produção de justificativas, pelos estudantes, para resultados alcançados durante a resolução de determinados problemas (BRASIL, 2017). Neste contexto, o nosso objetivo com o presente estudo foi examinar aspectos de argumentos emitidos por estudantes da modalidade de ensino Educação de Jovens e Adultos – Ensino Médio (EJAEM) em respostas que apresentam a questões matemáticas. Trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa, cuja natureza corresponde a um estudo de caso. A sua realização ocorreu em quatro momentos. No primeiro, realizamos observações de algumas das aulas remotas do(a)s professore(a)s de Matemática de seis turmas do nível de ensino, foco do estudo. Antes disso, entrevistamos o(a)s referido(a)s professore(a)s em busca de informações sobre as suas trajetórias docentes, os seus planejamentos de aulas, o ensino da disciplina e os seus conhecimentos sobre argumentação. Num segundo momento, levantamos dados para a caracterização do(a)s aluno(a)s participantes, bem como da relação deste(a)s com a Matemática, a partir da aplicação de um questionário. O terceiro e o quarto momentos correspondem, respectivamente, à aplicação individual de uma lista com questões que envolvem a Matemática de maneira a possibilitar a emissão de argumentos e uma discussão em grupo para alcance coletivo de soluções para outras questões com Matemática. Examinamos as respostas que obtivemos com as listas individuais e procuramos classificar as justificativas, sempre que possível, a partir dos tipos de provas definidos por Balacheff (1988). Para as respostas e justificativas elaboradas coletivamente pelos estudantes, adotamos o modelo de Toulmin (2001) procurando identificar os elementos constituintes dos argumentos construídos. Como resultado, notamos uma fragilidade na elaboração de argumentos pelo(a)s aluno(a)s para as questões que envolvem a Matemática utilizadas, especialmente quando esses argumentos são produzidos de maneira individual através da escrita. Assim, uma quantidade significativa das respostas apresentadas por escrito não tinha informações suficientes que nos permitissem uma classificação dos tipos de provas. No caso dos argumentos produzidos a partir de uma comunicação em duplas, constatamos a predominância de justificativas constituídas pela descrição do raciocínio adotado por um dos componentes de cada dupla.

**Palavras-chave**: Argumentação em Matemática. Estudantes da EJA. Estrutura do Argumento.

**ABSTRACT**

In this study, we focus the argument in mathematics. The ability to argue tends to be associated with the development of criticality, since it can favor reflective thinking, the production of knowledge and, therefore, the learning process (LEITÃO, 2011). Considering it as the expression of reasoning, it has a relevant relationship with mathematical skills to be developed in the school environment. In Mathematics Education, ‘reasoning’, ‘representing’, ‘arguing’ and ‘communicating’ are linked to competencies and skills considered fundamental to student learning and development, as evidenced by the Common National Curricular Base (Base Nacional Curricular Comum-BNCC). These capacities are articulated through the production of justifications, by students, for results achieved during the resolution of certain problems (BRASIL, 2017). In this context, our aim with the present study is to examine aspects of arguments issued by students of the Youth and Adult Education - High School (Educação de Jovens e Adultos - Ensino Médio - EJAEM) teaching method in answers that contain mathematical questions. It is a research with a qualitative approach, whose nature corresponds to a case study. Its realization occurred in four moments. In the first, we made observations of some of the remote classes of the Mathematics teacher from six school classes at the level of education of the study focus. Before that, we interviewed the referred teachers in search of information about their teaching trajectory, their lesson plans, the teaching of the discipline and their knowledge of argumentation. In a second step, we collected data for the characterization of the students participating, as well as their relationship with mathematics, from the application of a questionnaire. The third and fourth moments correspond, respectively, to the individual application of a list of questions involving mathematics in order to enable the issue of arguments and a group discussion to collectively reach solutions to other questions with mathematics. We examined the responses obtained with the individual lists and tried to classify the justifications, whenever possible, based on the types of evidence by Balacheff (1988). For the answers and justifications elaborated by the students collectively, we adopted the Toulmin model (2001) trying to identify the constituent elements of the constructed arguments. As a result, we noticed a weakness in the student's elaboration of arguments on issues involving mathematics, especially when those arguments are produced individually through writing. Thus, a significant number of responses submitted in writing did not have enough information to allow us to classify the types of evidence. In the case of the arguments produced from a communication in pairs, we found the predominance of

justifications consisting of a description of the reasoning adopted by one of the components of each pair.

**Keywords**: Argumentation in Mathematics. Youth and Adult Education Students. Argument Structure.

## LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CES – Centros de Estudos Supletivos

CREJA – Centro de Referência de Educação de Jovens e Adultos

DESU – Departamento de Ensinos Supletivos

EAD – Educação à Distância

EJA – Educação de Jovens e Adultos

EJAEF – Educação de Jovens e Adultos em Ensino Fundamental

EJAEM – Educação de Jovens e Adultos em Ensino Médio

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MOBRAL – Movimento Brasileiro de Alfabetização

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

PCNEM - Parâmetros Curriculares do Ensino Médio

PNE – Plano Nacional de Educação

SEDUC – Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura

TAD – Teoria Antropológica do Didático

UNESCO – Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura

## LISTA DE QUADROS

## LISTA DE FIGURAS

**SUMÁRIO**

# 1 INTRODUÇÃO

Com uma breve consulta a um dicionário, podemos obter o seguinte significado para a palavra argumentar: “Alegar (algo) para comprovar uma afirmação ou apresentar argumentos para defender uma ideia” (RAMOS, 2011, p. 74). Outra definição apresentada em Ramos (2011, p. 74) indica que “argumentar” também pode significar “Discutir [com alguém], especialmente para debater ou confrontar ideias contrárias”. Além disso, os “argumentos” constituintes do ato de argumentar são denotados como o “Raciocínio para provar ou para demonstrar algo” (RAMOS, 2011, p. 74) ou, em outras palavras, o “Raciocínio por meio do qual se prova, refuta ou **justifica** algo” (BECHARA, 2011, p.158, grifo nosso).

“Convencimento” é também associado à ação de argumentar. Esse termo tem sido recorrente em diversas pesquisas sobre a argumentação (como veremos mais adiante). Ao examinarmos a argumentação em ambiente escolar e, mais especificamente, em sala de aula de Matemática, considerando uma relação entre convencer e argumentar, podemos imaginar que, neste contexto, a argumentação se realizaria na figura do professor enquanto sujeito que busca convencer seus alunos apresentando argumentos revestidos de explicação de conteúdos normatizados.

Contudo, “argumentar”, conforme consta na Base Nacional Comum Curricular (documento normativo no qual são indicadas as aprendizagens essenciais para toda a educação básica do país, sob a perspectiva de competências e habilidades), é uma das competências gerais da educação básica. Portanto, é necessário desenvolvê-la no estudante de maneira que, além de possibilitar que os conteúdos disciplinares sejam mais significativos, possa também favorecer habilidades de raciocínio, de comunicação, dentre outras, e contribuir para a formação de cidadãos críticos e autônomos, mediante oportunidades para refletir, bem como comunicar sua reflexão.

Nesse sentido, a existência de uma relação entre raciocínio, compreensão e argumentação reforça a importância do aluno produzir argumentos inclusive em aulas de Matemática, afinal os conteúdos desta disciplina também precisam ser compreendidos e não pura e simplesmente memorizados.

Diante disso, podemos apontar ao menos três situações distintas a partir das quais realizamos a escolha do nosso tema de pesquisa.

Inicialmente, o nosso interesse foi despertado pela curiosidade diante de porquês em relação à matemática, que, ao longo da nossa vivência escolar fomos silenciando, especialmente no ambiente da sala de aula. Entender por que numa divisão ora devo colocar zero, ora devo colocar vírgula no quociente, entender por que a regra de “meios e extremos” numa divisão entre duas frações ou mesmo inverter a segunda e utilizar a multiplicação funcionam, entender tantas outras regras e procedimentos matemáticos. Estas são ideias que passam despercebidas em meio a uma visão e uma cultura tecnicista de ensino, em que a matemática se restringe a exercitar para memorizar o caminho programado, já comprovadamente eficaz.

A partir desse interesse, direcionamos a nossa curiosidade aos estudantes considerando a recorrência destes julgarem diversos conteúdos matemáticos como inúteis a si próprios em seu cotidiano. Entendimento que podemos verificar diante de expressões como “não sei para que serve a equação do segundo grau” e “onde na minha vida que irei usar logaritmos?”, como atestam, por exemplo, Chagas (2004), Heliodoro (2002), Oliveira, Teles e César (2002) e Attie (2013).

Por fim, a nossa escolha pela Educação de Jovens e Adultos (EJA) decorreu de uma passagem específica em relação a essa modalidade de ensino em nossa formação. A saber, foi durante uma das disciplinas de Estágio Supervisionado, quando uma das escolas nas quais ocorreriam as práticas de estágio havia disponibilizado turmas da EJA e, mediante determinadas circunstâncias, algumas das duplas de estagiários realizaram as suas práticas nessa escola. Durante as regências, vivenciamos momentos em que, por exemplo, uma jovem sequer tentava entender o enunciado de uma questão afirmando, repetidas vezes, que sua mente era bloqueada para matemática e que ela era muito “burra” e, por isso, não entendia nada de matemática. Outro momento, que vale ressaltar, por também ter nos direcionado a essa escolha, foi quando durante a aplicação de uma das atividades avaliativas, um dos alunos afirmou que sabia calcular a resposta, mas não era pela fórmula porque não se lembrava desta e quis saber se poderia responder mesmo assim ou, se somente com a fórmula, a resposta seria aceita.

Assim como a situação apresentada pelo nosso aluno, outras oportunidades de promoção da argumentação e seu aprimoramento podem ocorrer em ambiente escolar, ainda que os conteúdos curriculares, especialmente na Matemática, sejam apresentados como conhecimentos legitimados. Em outras palavras, como conteúdos que não abordam temas geradores de discussões e debates, característica comumente associada a situações vistas como promotoras de argumentação. Acreditamos, em concordância com Leitão (2011), que não se trata de um tema/conteúdo ter que ser polêmico para que discussão e reflexões sejam promovidas, mas sim da condução em aula, da abordagem, da abertura para a manifestação de ideias.

Além disso, como salienta Leitão (2011), a argumentação pode ser inserida na sala de aula com dois propósitos: a aprendizagem (argumentar para aprender) e a própria ação de argumentar (aprender a organizar ideias, a alcançar justificativas, a refletir sobre o mundo e as próprias ideias em relação a um tema curricular, a argumentar). Assim, a argumentação pode contribuir para a construção dos mais diversos conhecimentos, inclusive os matemáticos.

Com a percepção desse potencial da argumentação para a construção do conhecimento, os últimos anos têm registrado "um crescente interesse, da parte de professores, pesquisadores e outros agentes educacionais, no papel que a argumentação pode – e deveria – desempenhar em situações de ensino-aprendizagem" (LEITÃO, 2011, p. 14). Contudo, no âmbito da Educação Matemática, a quantidade de pesquisas sobre a argumentação nessa área ainda é pouco expressiva, especialmente quando o público alvo refere-se a professores e alunos da EJA, fatores que reforçam a importância da presente pesquisa.

Indo ao encontro da tendência ressaltada por Leitão (2011) e pensando na necessidade de elaboração de estratégias que promovam ou potencializem a capacidade de argumentação de estudantes, desenvolvemos a presente pesquisa partindo do seguinte questionamento: como os estudantes da EJAEM argumentam em atividades de Matemática?

Assim, tivemos como objetivo examinar aspectos de argumentos emitidos por estudantes da EJA em respostas que apresentam para questões que envolvem matemática, classificando, quando possível, as argumentações usadas como justificativas. Para tanto, nos propomos a descrever o contexto em que os argumentos são produzidos pelos estudantes, identificar e classificar tais argumentos, além de caracterizá-los e examiná-los em cada momento da pesquisa, ou seja, no momento em que as resoluções de questões ocorreram individualmente e no momento de resolução em grupo.

Dessa forma, estruturamos a nossa pesquisa apresentando, inicialmente, um breve histórico do desenvolvimento da argumentação ao longo dos anos, da Grécia Antiga com a retórica, especialmente explorada na segunda seção, aos dias atuais verificando abordagens feitas em pesquisas na área de Educação Matemática, apresentadas nas Seções 3 e 4. Ao final desta, indicamos o enquadramento da nossa pesquisa em relação à temática e seguimos para a Seção 5, na qual sugerimos pontos de reflexão sobre possíveis fatores influenciadores da ação de argumentar por parte de estudantes. Na sequência, tratamos da modalidade EJA, na Seção

6. Na seção seguinte, apresentamos a metodologia utilizada para o presente estudo, a qual abrange quatro momentos. O primeiro corresponde às entrevistas com o(a)s professores de Matemática de seis turmas da EJAEM e às observações de algumas das suas aulas, ocorridas remotamente. O segundo abrange um levantamento de dados de caracterização do(a)s aluno(a)s participantes e da relação destes com a Matemática. O terceiro e o quarto momentos referem-se, respectivamente, à aplicação individual de uma lista com questões que envolvem a matemática e uma discussão, em grupo, para alcance de solução para outras questões com matemática. Por fim, na Seção 8, organizamos e discutimos os resultados alcançados, apontando as nossas considerações finais na Seção 9.

## 2 ARGUMENTAÇÃO E RETÓRICA

No campo da linguagem, a argumentação corresponde à formulação e articulação de ideias de maneira planejada, de enunciação com o propósito de convencer, de informações que sustentem uma opinião (KOBS, 2012). Em Matemática, o termo argumentação talvez seja mais frequentemente associado aos aspectos da lógica formal, o que não deixa de envolver articulação entre proposições, porém com regras e restrições específicas. Estudos sobre argumentação estão presentes nessas áreas bem como em Direito, Psicologia, Filosofia, Ciências Políticas, Publicidade, dentre outras. Mas, independentemente da lente pela qual a argumentação seja considerada, a sua relação originária com a retórica certamente é incontestável. Pesquisas como a de Oliveira (2002), por exemplo, recorrem à história da retórica desde a Antiguidade para alcançar as concepções atuais sobre a argumentação.

O nascimento da retórica costuma ser atribuído a Coráx e Tísias e, assim, ser situado, por volta do século V a.C. na Magna Grécia, mais especificamente na região da atual Sicília. Ambos teriam elaborado um manual com lições de como defender uma causa, tendo em vista a demanda de habitantes locais. Estes estavam a reivindicar as suas propriedades subtraídas para ocupação por soldados. A defesa de direitos era feita pelos próprios litigantes já que, na época, não havia a prática de representação por advogados. Assim, o cidadão reclamante de direito era responsável pela própria apresentação da queixa e defesa nos tribunais e assembleias. Logo, para alcançar êxito, precisariam do "poder da palavra", sendo-lhes conveniente o tratado desenvolvido por Córax e Tísias (OLIVEIRA, 2002).

Contudo, segundo Nunes (2015), há quem atribua a origem da retórica a Empédocles de Agrigento, filósofo que teve Córax como discípulo e Górgias, sofista também nascido em Sicília (REBOUL, 2004), mas professor de retórica em Atenas. A Górgias é conferida a origem literária da retórica e o estilo sofista (REBOUL, 2004).

Nesse período, século V a.C., a Grécia vinha de um longo processo de divisão política e transformação dos locais sob seu domínio em cidades (*polis*), especialmente aqueles próximos ao mar e em que o comércio era mais presente, a exemplo de Atenas. O desenvolvimento do comércio resultou no aumento de poder econômico de parte do povo que, por sua vez, vira-se em posição de reivindicar concessões políticas. Esse contexto conduzia a organização política no sentido da democracia, ou seja, da participação de cidadãos atenienses (a saber, homens maiores de idade e filhos de atenienses) em decisões políticas (FUNARI, 2002). Assim, Atenas se constituiu num importante cenário de desenvolvimento da retórica.

Praças públicas das antigas cidades gregas passaram a presenciar inúmeras reuniões para debates relativos a assuntos de interesse coletivo e para reflexões filosóficas. Atenas, então democrática, não fugia a essa prática. Mas, buscando hegemonia na Grécia, Atenas e Esparta batalharam durante anos no século V a.C. até que Atenas se rendeu no que ficou conhecido como a Guerra do Peloponeso. Foi quando houve uma crise de valores em Atenas. O filósofo ateniense Sócrates, de quem Platão (427-347 a.C.) foi discípulo, vivenciou esse declínio. Para ele, o uso da retórica estava ocorrendo em prol da ambição e do poder, estava “a serviço do engano” (FUNARI, 2002). Assim, ele foi um daqueles que criticavam os sofistas.

Os sofistas eram pensadores e oradores que detinham grande conhecimento. Desde VI a.C. os sofistas já circulavam pelas cidades gregas espalhando as suas ideias sobre a razão (FUNARI, 2002) como estratégias para conseguirem alunos que pagassem pelo ensino de suas técnicas retóricas. Em uma região democrata, certamente os seus ensinamentos seriam requeridos. Segundo Oliveira (2002), tais pensadores almejavam

> substituir a tradicional educação grega, destinada a formar guerreiros e atletas, por um novo processo de ensino, preocupado em formar um cidadão ateniense, mais crítico, com o objetivo de, habilmente, exercer o seu papel na democracia grega através do poder das palavras (OLIVEIRA, 2002, p. 214).

Eles também eram conhecidos como “mestres da retórica” e “ensinavam os jovens ricos que pretendiam fazer carreira política” (NUNES, 2015, p.2).

> Para os sofistas, os homens têm como característica em comum a razão e, graças a ela, podem persuadir-se uns aos outros. Para os sofistas, portanto, não há verdades absolutas: há opiniões mais ou menos certas e práticas, e o homem dotado de mais capacidade racional e melhor educação triunfa sobre os menos aptos. A isto chamam fazer com que se torne forte um argumento fraco, mas nunca se trata de defender valores ou verdades absolutas (FUNARI, 2002, p. 53).

Foi com os sofistas que a retórica ganhou relevância, especial e oportunamente, no cenário democrático ateniense. Por outro lado, foi a partir dessa concepção deles de que qualquer argumento fraco se tornaria forte através da retórica (FUNARI, 2002) e de que o objetivo final seria muito mais o êxito no uso do discurso persuasivo do que a busca pela verdade, pelos fundamentos de uma argumentação (OLIVEIRA, 2002), que muitos filósofos associaram a retórica à falsidade. Sócrates e Platão, críticos da retórica praticada pelos sofistas, como dissemos, foram dois desses filósofos. Para Sócrates, a retórica estava sendo ferramenta para enganar e colocar pessoas despreparadas à frente das questões políticas de Atenas (FUNARI, 2002). Para Platão, ela era uma “falsa adulação” (REBOUL, 2004, p.19) e com o uso dela, em sua concepção, “a cidade de Atenas cometeu a maior das injustiças ao condenar à morte o homem mais sábio da Grécia” (CASTRO, 2013, p. 9), seu mestre.

> Sócrates foi levado aos tribunais populares de Atenas sob a acusação de corromper a juventude e de não crer nos deuses da cidade. Ali, usando a mesma retórica encantadora dos sofistas, seus acusadores conseguiram convencer os cidadãos atenienses da culpa do filósofo, que acabou sendo condenado à morte (CASTRO, 2013, p. 9).

Em contraposição à retórica usada pelos sofistas, Platão defendeu a dialética como a “verdadeira retórica”, a qual ocorreria a partir de um diálogo em busca não somente do convencimento, mas da verdade presente naquilo que era objeto de discussão (CASTRO, 2013).

Apesar de ter sido discípulo de Platão, o filósofo Aristóteles (383-322 a.C.) reconhecia uma utilidade positiva da retórica, definido-a “não como arte de persuasão, mas como a arte que *permite determinar quais são os meios de persuasão mais adequados a cada caso*” (NUNES, 2015, p. 5, grifos do autor).

Aristóteles viveu no século IV a.C., período em que “a controvérsia política entre Atenas e Macedônia provocou grande desenvolvimento da oratória” (OLIVEIRA, 2002, p. 216), com a fundação de escolas de oratória e formação de alunos nesta arte. Ele é destacado precursor de uma diversidade de temas (desde a física e a matemática, passando pela biologia, até a música, a linguística, dentre outros campos do conhecimento) inclusive a retórica. Com ele, a retórica transformou-se e ganhou valor, outrora perdido com as concepções de que serviria à desonestidade (REBOUL, 2004), a partir de seu trabalho de sistematização em que distinguiu gêneros e organização de discurso, partes e fases de um discurso, tipos de prova ou formas de persuasão e tipos de raciocínio (NUNES, 2015). Ele foi

> o primeiro historiador e sistematizador do pensamento grego e a sua *Tékne Rethorike* (Arte Retórica) apresenta, como qualidades imprescindíveis para uma argumentação exemplar, a clareza e a adequação dos meios de expressão ao assunto e ao momento do discurso (OLIVEIRA, 2002, p.217).

Assim, o reconhecimento do seu trabalho não se restringe a essa sistematização. “Aristóteles, diferentemente de seus predecessores, percebeu o caráter lógico inerente à estrutura do discurso e dispôs as paixões e o caráter moral do orador como elementos usados na aquisição de provas” (NASCIMENTO, 2014, p. 14) e, por assim dizer, ele salientou a importância de três instâncias no processo de compor provas na busca por convencer e persuadir: o caráter do orador (*ethos*), a disposição dos ouvintes (*pathos*) e o próprio conteúdo do discurso (*lógos*). Estes seriam meios de preparação de provas por via do discurso que, por sua vez diferem de provas que não dependem necessariamente do orador como, por exemplo, testemunhos, contratos, etc (NASCIMENTO, 2014).

Aristóteles observou que diálogos e debates estavam sempre presentes entre as pessoas seja em âmbito público ou privado. Ele também aproximou a retórica da dialética considerando que ambas lidam com questões do cotidiano e são praticadas pelas pessoas quando estas argumentam, contra-argumentam, defendem ou acusam, sempre que buscam convencer aquele(s) com quem debate ou a quem dirigem seu discurso (NASCIMENTO, 2014).

Ao focar na forma de construção de argumentos, ele elaborou noções de lógica para o exercício da filosofia na busca por verdades. Assim, delineou aspectos pertinentes ao que hoje conhecemos como Lógica Formal (da forma). Nesta, inicialmente, se concebe que argumentar envolve proposições (premissas) direcionadas a uma conclusão, sendo proposições apenas as afirmações que possam ser classificadas como verdadeiras ou falsas. A ligação entre as premissas e a conclusão a partir desta classificação apontará para a validade ou não do argumento construído (MACHADO; CUNHA, 2005).

Dessa maneira, sob a perspectiva aristotélica da forma (e não do conteúdo de uma argumentação), um argumento será considerado válido se a conclusão resultar diretamente das premissas apresentadas para sustentá-la, independentemente destas serem falsas, conforme pode ser observado na Figura 1 (MACHADO; CUNHA, 2005).

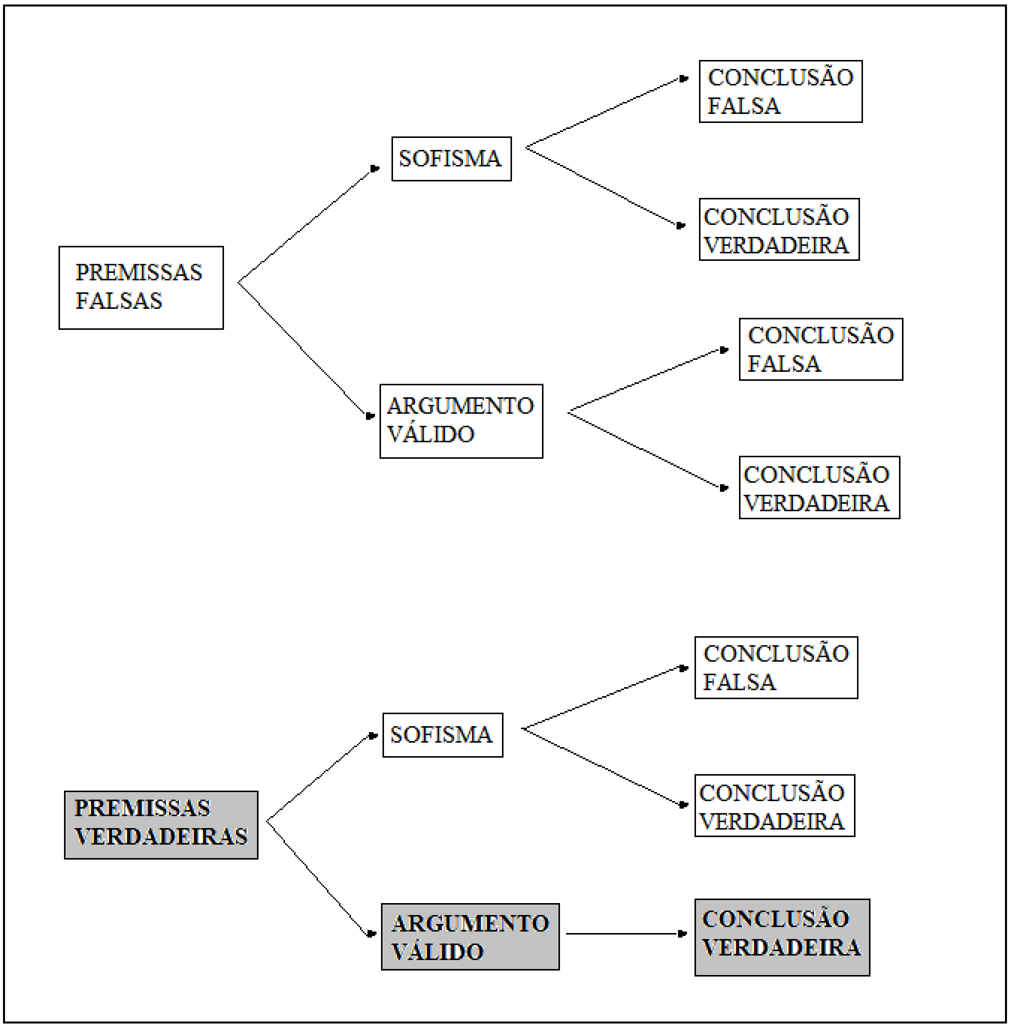



Figura 1 – Esquema referente à relação entre premissas, validade de argumentos e conclusão
Fonte: Machado e Cunha (2005, p. 25, grifos dos autores)

Além disso, podemos observar que partindo de premissas verdadeiras e com um argumento válido, inevitavelmente a conclusão obtida será verdadeira. Não havendo coerência no argumento, o mesmo pode ser denominado de sofisma ou falácia. Outro ponto relevante desse estudo de Aristóteles quanto à forma dos argumentos, corresponde às proposições categóricas - proposições que não admitem incertezas e ambiguidades – (MACHADO; CUNHA, 2005).

Uma vez requeridas proposições passíveis de classificação como verdadeiras ou falsas, Aristóteles observou também que estas ainda precisariam ser afastadas de ambiguidades. Para tanto, o emprego de termos como “todo”, “nenhum” ou “algum” faria esse papel quando associado à afirmação a ser usada como proposição. Assim, são concebidos quatro tipos de proposições: 1. Afirmação Universal (como uso de “todo”); 2. Negação Universal (uso de "nenhum"); 3. Afirmação Particular (uso de "algum") e 4. Negação Particular (uso de "algum" e "não"). Admitindo-se essas regras, são constituídos, assim, os silogismos, "argumentos que consistem em duas premissas e uma conclusão [sendo esta deduzida daquelas]" e "tanto premissas como conclusão são proposições categóricas" (MACHADO; CUNHA, 2005, p. 34) como no seguinte exemplo:

Todo nordestino é brasileiro. (premissa 1)

Todo aracajuano é nordestino. (premissa 2)

Logo, todo aracajuano é brasileiro. (conclusão)

Então, os silogismos em que as premissas sejam verdadeiras alcançando uma conclusão verdadeira, independentemente da opinião, são os silogismos demonstrativos e impessoais, considerados científicos. O outro tipo de raciocínio é o dialético e neste as premissas têm como aspecto a aceitação por parte das pessoas. São premissas prováveis, não necessariamente verdades. Assim, a finalidade do raciocínio dialético é o convencimento (NUNES, 2015).

Os estudos aristotélicos, especialmente a retórica, adentraram o Período Helenístico (336 a.C. – 146 a.C.), o qual foi marcado pela fundação de cidades, dentre as quais Alexandria (no Egito), e também por intensas trocas culturais e produções intelectuais (FUNARI, 2002) havendo importantes avanços na Matemática, com contribuições de Arquimedes, Erastóstenes e Euclides, por exemplo (GAMA, 2013). Segundo Nunes (2015, p.2), nesse período, a retórica "continuou a desenvolver-se no sentido de um sistema global, aprofundando as antigas técnicas e integrando novas, articulando conhecimentos, introduzindo inovações no estilo, na argumentação e na acção oratória".

Por volta dos séculos III e II a.C, a expansão de Roma alcançou a Macedônia, a Grécia, dentre outras regiões que, muito antes, correspondiam à Grécia Antiga (FUNARI, 2002). Assim, a retórica chegou aos ares romanos. A preparação para a vida política fazia da retórica um requisito e, então, uma educação retórica era fundamental à preparação daqueles que fossem exercer cargos públicos (NUNES, 2015).

Espaço na educação, a retórica teve também durante a Idade Média (476 d.C-1453 d.C). Neste período, ela constituía uma das artes liberais (campos de conhecimento) que compunham o denominado *trivium*. Este compreendia o conjunto de três campos do conhecimento diretamente ligados à linguagem e à comunicação: lógica/dialética, gramática, retórica. Juntamente com ele havia também o *quadrivium* que, por sua vez, reunia os quatro campos do conhecimento relacionados a cálculo, espaço, números. São eles[1]: geometria, astronomia, aritmética e música. Estes se voltavam ao estudo da matéria, ao passo que o *trivium* teria como função o treino da mente para o estudo da matéria e do espírito (JOSEPH, 2008). Segundo a referida autora, uma vez relacionadas entre si, as artes do *trivium* podem ser relacionadas ao ato de conhecer, simbolizar e comunicar (lógica, gramática e retórica, respectivamente), sendo a retórica a "arte mestra" por fazer uso das outras duas e a lógica é a "arte das artes" por corresponder ao raciocínio.

Contudo, uma vez que se tratava da era medieval, tais artes liberais giravam em torno da teologia. Assim, apesar dessa presença na educação medieval, a retórica, segundo Paulinelli (2014, p. 392) "perde o *status* adquirido com a sistematização de Aristóteles, o que encontra justificativa na moral cristã em vigor no mundo medieval, que pregava um conceito absoluto de verdade".

Os séculos XV e XVI correspondem a um momento histórico de transição entre a Idade Média e a Idade Moderna, o Renascimento. Este período é caracterizado pela renovação de interesses pela cultura clássica greco-romana, ou seja, um renascimento de interesse pela forma greco-romana de fazer arte, de produzir conhecimento, de desenvolver a cultura. Por ser um momento de transição, reunia características da era medieval e características de novas ideias, de uma nova forma de pensar própria da Idade Moderna. Estas últimas culminaram no racionalismo e no cientificismo que correspondiam, respectivamente, ao enaltecimento da razão humana como única fonte do conhecimento e da ciência como o melhor caminho para compreender a realidade (GODINHO, 2012). Trata-se do período em que a retórica entrou em declínio, por sua vez, acentuado no século seguinte com as ideias de filósofos racionalistas como René Descartes (REBOUL, 2004).

No século XVII, René Descartes (1596-1650), filósofo e matemático francês, concebendo a razão como fonte legítima do conhecimento, enfraqueceu a retórica, uma vez que esta lida com o verossímil e não com a verdade. Além da participação de Descartes, o filósofo empirista Locke também se destacou nesse contexto de desvalorização da retórica para a geração de conhecimento e alcance da verdade, afirmando que ela estaria a serviço de falsas ideias (REBOUL, 2004).

Com Descartes, dentre outros pensadores da Idade Moderna, a ideia de que para se

---

[1] Conforme Attie (2013), tais campos correspondem a formas em repouso (geometria), formas em movimento (astronomia), números em repouso (aritmética) e números em movimento (música).

produzir conhecimento é necessário a certeza e, assim, afastar-se de tudo que possibilite a dúvida (incluindo, portanto, a retórica) tornou a Matemática o modelo científico apropriado. Conforme afirma Reboul (2004),

> Descartes tomará a atitude de considerar não como verdadeiro, mas como *falso*, tudo o que só é verossímil, e sua filosofia se apresentará como um encadeamento de evidências, análogo a uma demonstração matemática (REBOUL, 2004, p. 80, grifo do autor).

As ideias cartesianas se propagaram e, posteriormente, no século XIX, o Positivismo e o Romantismo firmaram o desprestígio da retórica. O primeiro defendendo a objetividade na construção do conhecimento científico, ou seja, se a retórica envolve emoção, esta não tem valor nos princípios positivistas. O segundo primando pela sinceridade, o que não era visto como elemento da retórica (REBOUL, 2004). Segundo Nunes (2011, p. 68-69),

> a teoria argumentativa declinou no seio da retórica desde o final do Império Romano até meados do século XX. Dessa forma, a retórica tornou-se uma teoria das figuras de estilo e a parte argumentativa reduziu-se à lógica, em decorrência do êxito crescente da demonstração matemática.

Em meados do século XX, a retórica ganhou fôlego sob uma nova perspectiva: a argumentação. Mas por que uma nova perspectiva? Qual seria a diferença entre retórica e argumentação? Kobs (2012) é bastante esclarecedora ao comparar ambas e afirmar que elas se aproximam no sentido de estarem relacionadas à linguagem, à comunicação, ao uso da lógica, de argumentos, mas, por outro lado, são distintas quanto ao uso do aspecto emocional por parte da retórica durante o processo de convencimento. Segundo a autora,

> Uma boa argumentação ganha destaque por meio da razão, ao listar comprovações, ou seja, fatos que confirmam e validam a tese. Já a retórica vai além disso e utiliza também a emoção. O intuito da retórica é convencer e, para tanto, a mera exposição de fatos é insuficiente (KOBS, 2012, p.13).

Na linha da afirmação de Kobs (2012), Reboul (2004) faz uma representação (Figura 2) do que denominou meios de convencimento. Segundo o autor, o argumentativo e o oratório correspondem ao uso da razão e da emoção (afetividade), respectivamente, para o alcance de uma das funções da retórica que é a persuasão, ao passo que a demonstração, fora do campo da retórica, trata-se do meio puramente racional.

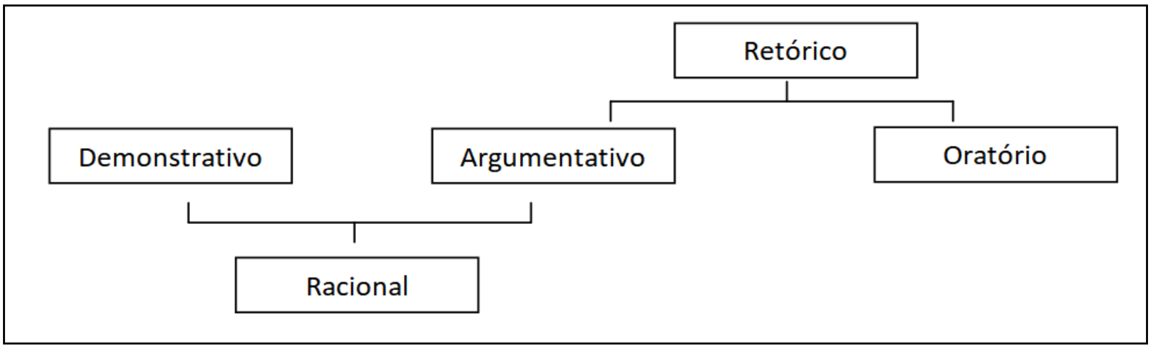



Figura 2 – Esquema sobre meios de convencimento
Fonte: Reboul (2004, p.18)

Atribuindo relevância ao aspecto persuasivo da retórica e retomando Aristóteles, Chaïm Perelman (1912-1984), juntamente com Lucie Olbrechts-Tyteca (1899-1987), escreveu *Traitè de l'argumentation: la nouvelle rhétorique*, publicado em 1958, com o qual passou a ser considerado o fundador da denominada Nova Retórica (KOBS, 2012). No mesmo ano foi publicada também uma obra de grande destaque nas pesquisas atuais sobre argumentação: *The Uses of Arguments*, de Stephen Toulmin (1922-2009), sobre a qual trataremos mais detidamente na Seção 7, uma vez que pretendemos utilizar o modelo de análise de argumentos apresentado na referida obra.

Considerados esses aspectos históricos, na próxima seção veremos como tem sido abordada a temática mais recentemente em pesquisas desenvolvidas na área de ensino de matemática no Brasil.

## 3 PESQUISAS COM ARGUMENTAÇÃO E MATEMÁTICA

Para nos situarmos quanto às pesquisas já realizadas no Brasil relacionando argumentação e matemática, em meados de março de 2020, realizamos buscas na base de dados BDTD (Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações). Para o descritor “argumentação” associado ao descritor “matemática” pela partícula AND, obtivemos 186 resultados apresentados por ordem de relevância. Verificamos pelos títulos e resumos que apenas 53 teriam algum tipo de aproximação com a ideia que conduziu as nossas buscas.

A nossa principal intenção foi verificar como a argumentação tem sido abordada por pesquisadores dentro da área de ensino de matemática. Por esta razão, os resultados que não correspondiam à matemática foram desconsiderados. Além disso, selecionamos as pesquisas nas quais foram mencionadas argumentação e afins (argumento, modelo de análise de argumento) nos títulos, no objetivo ou em alguma seção ou subseção.

### 3.1 O Resultado do Levantamento

Dentre as 53 pesquisas resultantes, 24 foram realizadas a partir do projeto Argumentação e Prova na Matemática Escolar (AProvaME), da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Este projeto foi desenvolvido entre os anos 2005 e 2007 comportando duas fases. Na primeira, foi realizado um levantamento com questionários quanto à capacidade de alunos em provar e argumentar em questões com conteúdos matemáticos de geometria e álgebra e, de maneira complementar, houve análises de livros didáticos. A segunda fase compreendeu o desenvolvimento e aplicação de sequências didáticas associadas a ferramentas computacionais (software ou planilhas eletrônicas) levando-se em conta os resultados obtidos na primeira fase. Uma das pesquisas constituiu-se em uma tese (GRINKRAUT, 2009) e as demais são dissertações (basicamente metade concentrada nos dados da primeira fase, sendo que em algumas houve entrevistas com os alunos sobre as respostas destes e, a outra metade, concentrada na proposta da segunda fase). O entendimento de argumentação e de prova no projeto e, consequentemente, nas pesquisas, foi fundamentado em Balacheff, do qual foi adotada a classificação de provas (pragmáticas, intelectuais e suas subclassificações).

Tendo em vista que quase metade das pesquisas encontradas na busca que fizemos na BDTD é do Projeto AProvaME, para a categorização que apresentamos a seguir, contabilizamos apenas as outras 29 pesquisas (7 teses e 22 dissertações). Isto porque pretendíamos estimar um panorama de abordagem e avaliamos que haveria uma tendência no dimensionamento pretendido direcionada pelas características das pesquisas do referido projeto.

Assim procedendo, observamos que os interesses dos pesquisadores em relação à argumentação giraram em torno das seguintes perspectivas:

a) **Uso e Contribuições** da Argumentação – o pesquisador avaliou os argumentos que emergiram durante suas intervenções didáticas (aplicação de atividades, sequências didáticas) junto a alunos da Educação Básica (em sua maioria) observando se, com a argumentação, houve compreensão de conteúdos/conceitos matemáticos, de significados e alcance de conhecimento;

b) Argumentação como uma **Habilidade Resultante** de atividades e situações/procedimentos adotados pelo pesquisador – o pesquisador investigou contribuições de algum procedimento/teoria para o ensino e aprendizagem de Matemática e, no desenrolar da pesquisa, observou a argumentação dentre as habilidades resultantes;

c) O **Desenvolvimento** da Argumentação – o pesquisador avaliou a influência que alguma situação (recurso, método, atividade) teria sobre a construção de argumentos ou desenvolvimento do processo argumentativo;

d) O **Entendimento** de Docentes – concepções de professores de Matemática da Educação Básica quanto a temáticas que os pesquisadores relacionaram à argumentação (raciocínio lógico, demonstração);

e) Nas ferramentas da **Lógica Formal** – as noções de argumentos e argumentação são abordadas sob a Lógica Formal.

A maioria das pesquisas, naturalmente, concentra interesse no Desenvolvimento e no Uso e Contribuições da Argumentação. Outra observação pertinente é que mais da metade delas foram realizadas com alunos e os conteúdos mais recorrentes são do campo da Geometria. Reservamos a próxima seção para apresentarmos a forma como a argumentação foi abordada nas pesquisas enquadradas na perspectiva ‘a’, visto que é a categoria que compreende também a nossa pesquisa. Das abordagens feitas nas pesquisas desenvolvidas sob as demais perspectivas, trataremos ainda nesta seção (mais especificamente na Subseção 3.2).

## 3.2 A argumentação para os pesquisadores

Em conformidade com os agrupamentos que delineamos, iniciamos aqui a apresentação de como os pesquisadores trataram a argumentação em suas pesquisas, quais as concepções adotadas e/ou aspectos apontados por eles a respeito dessa temática.

### 3.2.1 Uma Habilidade Resultante

Com o objetivo de "analisar a natureza da aprendizagem matemática em um curso *online* de formação continuada de professores" (ZULATTO, 2007, P. 83), em sua tese, **Zulatto** (2007) considerou a argumentação como um dos resultados emergentes num contexto de aprendizagem à distância interativa conduzida e, portanto, coletiva e colaborativa. Embora seu foco tenha estado nas interações e aprendizagem por ambiente virtual, a autora reservou um capítulo para abordar brevemente a argumentação concebendo-a, sob a perspectiva de Boavida (2005), como um aspecto presente entre conversações e raciocínios que conduzem a explicações e justificativas de ideias, em prol do convencimento de um auditório. Este auditório, segundo Zulatto (2007), pode ser a própria pessoa, uma classe, um colega com quem se discute ou mesmo uma comunidade matemática. Em seu estudo, a escolha de um *software* de geometria dinâmica para o curso que elaborou e realizou teve como um dos fundamentos a concepção de que o aspecto visual (imagens, figuras) tem grande poder de convencimento. Logo, um curso de geometria com uso de *software* não apenas viabilizaria uma visualização, como também a manipulação de figuras geométricas, oportunizando questionamentos e buscas por explicações. Segundo a pesquisadora, a troca de ideias e conhecimentos foram fundamentais em momentos em que, não se limitando à observação de propriedades, argumentos precisavam ser construídos.

Já na pesquisa de **Corradi** (2013), a argumentação foi retratada como um dos resultados que podem ser obtidos com atividades investigativas. O objetivo da autora foi identificar contribuições de investigações matemáticas tanto para o ensino e a aprendizagem do conteúdo que selecionou para trabalhar em sua pesquisa (funções seno e cosseno), quanto para o desenvolvimento de habilidades, dentre as quais, a argumentação (apontada nos seus resultados). Uma vez que o foco da pesquisadora esteve nas atividades investigativas, seus referenciais foram em torno deste ponto, não havendo definições ou exploração da ideia de argumentação, embora seja possível perceber que esta foi tida como habilidade utilizada para a defesa de ideias, possibilitando aos alunos a percepção da necessidade de emitir justificativas para suas afirmações. Assim, nesse estudo, a argumentação foi considerada como um dos aspectos do pensamento reflexivo e de investigações em matemática a ser buscado como resultado, com a atividade desenvolvida, sendo fundamental o papel do professor neste processo.

Quanto a **Vidigal** (2011), esta autora, voltada à ideia de formação ética em ambiente escolar, procurou, em sua pesquisa, analisar e comparar as concepções de Van Hiele sobre o pensamento geométrico, tendo em vista a relação que se faz entre a Matemática e o raciocínio lógico, e de Kohlberg sobre o desenvolvimento moral. Nesse processo, ela afirmou que

> A argumentação dá-se tanto na medida em que a pessoa precisa organizar o seu conhecimento para poder transmiti-lo, tornando-o mais explícito, quanto no ato de ouvir outros posicionamentos diferentes do seu, o que amplia o próprio ponto de vista. Pode-se perceber que, segundo as duas teorias, o papel da argumentação é de suma relevância para o crescimento do sujeito, assim como é relevante a postura de questionamento do mediador que a coordena (VIDIGAL, 2011**,** p.92).

Considerando a argumentação como uma das implicações pedagógicas das duas teorias que analisou, a pesquisadora discutiu também este tema assumindo que a argumentação abrange o caráter persuasivo e de convencimento mediante argumentos coerentes. Assim, considerou a argumentação "como forma de defesa de diferentes pontos de vista" e ressaltou que "a qualidade dos argumentos dependerá do grau de desenvolvimento de aprendizagem do sujeito em relação ao tema [proposto, discutido]" (VIDIGAL, 2011**,** p. 114).

### 3.2.2 Quando o interesse foi pelo Desenvolvimento da Argumentação

Sinalizando haver um distanciamento entre o ensino médio e o ensino superior, **Campos** (2018), em sua pesquisa, buscou avaliar a possibilidade da aplicação de atividades investigativas em aulas de matemática atender tanto à necessidade de tornar os conteúdos matemáticos mais significativos na Educação Básica, quanto de preparar mais adequadamente os alunos para o Ensino Superior. Assim, ele verificou se atividades investigativas viabilizam o alcance de demonstrações em Matemática. A argumentação está inserida nessa pesquisa como uma das habilidades pouco trabalhadas na Educação Básica, apesar de ser fundamental ao desenvolvimento do raciocínio lógico e da criticidade. Neste sentido, esse pesquisador procurou a relação entre a referida habilidade e atividades de investigação propostas por ele, dado que considerou a argumentação como precursora de demonstrações matemáticas. Segundo Campos (2018, p.60),

> Na escola básica, em particular no ensino médio, a argumentação e a demonstração desempenham um papel importante na formação do aluno, pois favorece [*sic*] o desenvolvimento da autonomia intelectual, do espírito crítico, e na formação de opiniões, características essenciais para estarmos aptos para iniciar nossa vida adulta.

Por outro lado, ele ressaltou a existência de dificuldades com o rigor de demonstrações e a importância do professor no trabalho com a argumentação. Então, defendeu que o método investigativo permite a elaboração de argumentos e provas para validar ou refutar conjecturas apresentadas. Sob esse viés, ele propôs atividades de caráter investigativo com o conteúdo de funções afins, concluindo que a argumentação foi fundamental para a validação e construção do conhecimento a respeito do conteúdo trabalhado e, associada a atividades investigativas, pode ser uma forma de aproximar a etapa final da educação básica do ensino superior.

**Lopes** (2019) investigou a argumentação em conjunto com jogos cooperativos como uma potencial estratégia didática. Seu estudo foi feito com estudantes de graduação em Licenciatura em Matemática, a partir de um curso de extensão, com foco na ideia de uma formação crítica e reflexiva. Teve como objetivo “analisar o impacto de um curso de extensão [...] sobre as relações entre jogos cooperativos e argumentação, no desenvolvimento de uma prática docente crítica e reflexiva” (LOPES, 2019, p.15). Inicialmente, o pesquisador aplicou atividades e jogos de forma que os participantes da pesquisa se aproximassem de habilidades tanto cooperativas quanto argumentativas e refletissem sobre a importância e como utilizar a argumentação em sala de aula e em jogos. Num segundo momento, os mesmos participantes desenvolveram jogos, envolvendo conteúdos matemáticos, caracterizados como coorperativos-argumentativos, tendo em vista a perspectiva de argumentação como sendo uma discussão direcionada a um consenso, pois, segundo o pesquisador, “ao argumentar o indivíduo precisa ter consciência que tanto seu pensamento quanto o do outro é [*sic*] importante na busca de construção do conhecimento debatido” (LOPES, 2019, p.52). Nesta pesquisa, Lopes (2019) concebeu a argumentação como “uma atividade de natureza discursiva privilegiada, uma vez que compele o indivíduo no processo argumentativo refletir sobre as concepções alternativas levantadas e de negociar significados” (LOPES, 2019, p.43). Ele associou a argumentação à linguagem, à comunicação e, neste sentido, ao desenvolvimento cognitivo sob a perspectiva de Vygotsky, bem como à metacognição considerando a possibilidade do próprio pensamento ser objeto de reflexão a partir da argumentação, e ao conhecimento científico no contexto escolar, desde que ela seja usada de maneira intencional e com qualidade (a partir de “ações discursivas específicas” do professor).

**Bianchi** (2007) defendeu que a argumentação pode ser desenvolvida a partir do conhecimento e contato com a Lógica, primeiramente pelo docente para que este possa, então, promover o estudo da Lógica por seus alunos, ajudá-los a organizar argumentos e justificativas, bem como para melhor perceber as falhas de raciocínios deles. Para a autora, a Lógica pode, dentre outras coisas, promover a competência discursiva e argumentativa além do senso crítico e ético dos alunos, na medida em que possibilita ensiná-los a pensar uma vez que o uso da Lógica estaria associado ao desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de argumentação. Em sua pesquisa, embora fortemente apoiada na importância da Lógica para o ensino, a aprendizagem e o desenvolvimento do aluno, a argumentação foi tratada tanto na Lógica Formal quanto na Informal, considerando o contexto em sala de aula, já que a primeira lida com a validade da forma de um argumento, o que seria “insuficiente como instrumento argumentativo” (BIANCHI, 2007, p. 5). Conforme a autora, uma vez que o aluno aprenda a argumentar, sua capacidade de análise e interpretação em qualquer disciplina será otimizada e, assim, a aprendizagem de conteúdos, não apenas matemáticos, será facilitada. Para Bianchi (2007, p. p.81), “argumentar é assumir a própria voz no discurso e o próprio pensamento na leitura e escrita. É debater ideias [já que] [...] Os argumentos são sempre uma construção coletiva”, e ser capaz não apenas de manifestar tais ideias, mas de defendê-las. Assim, para a autora, lógica, linguagem e argumentação estão fortemente ligadas.

**Dias** (2009) não apresentou uma discussão teórica sobre argumentação em si, embora o seu objetivo esteja voltado à construção de argumentos a partir da utilização da tecnologia, mais especificamente, de um programa computacional de geometria dinâmica. A atenção dada à argumentação foi no sentido desta ser tida como instrumento necessário a demonstrações, por sua vez, definidas pela autora como “um conjunto de argumentações encadeadas logicamente com o propósito de verificar se uma determinada afirmação é verdadeira. Tais argumentações são fundamentadas em teoremas, axiomas e definições que integram um sistema axiomático” (DIAS, 2009, p.39). O seu estudo foi realizado com estudantes de Licenciatura em Matemática. Para a análise de argumentos emitidos pelos participantes no decorrer da pesquisa, a autora adotou os tipos de prova indicados por Balacheff e as classificações do nível de pensamento geométrico, de Parzysz. Ela concluiu que o programa utilizado influenciou a construção de conjecturas, mas não a construção de argumentações. Neste sentido, ela afirmou que o pouco uso da ferramenta pelos estudantes é um aspecto importante a ser observado, bem como a possibilidade dos tipos de problemas utilizados ter importante papel no processo investigativo de uma atividade.

**Martins** (2012) também fez uso de um programa computacional de geometria dinâmica em seu estudo. Ele construiu uma sequência didática envolvendo tal programa para exploração, construção e argumentação de instrumentos virtuais de transformações como reflexão, rotação, translação e ampliação/redução. Para cada uma destas transformações, foi elaborado um instrumento. Na sequência, cada instrumento tem seu funcionamento descrito, bem como o passo a passo para sua construção e aquilo que Martins (2012) chamou de "argumentação que explica a transformação do instrumento". Segundo esse pesquisador, seu objetivo foi "desenvolver a argumentação que explica o funcionamento do instrumento, considerando que a exploração e a construção dos instrumentos podem provocar o interesse do aluno em acompanhar a explicação do professor" (MARTINS, 2012, p.22). Assim, na proposta do autor, essa argumentação seria apresentada pelo professor após os instrumentos serem explorados e construídos pelos alunos, cabendo a estes uma reelaboração dessa argumentação, com as próprias palavras, assim como procurou realizar com a aplicação da sequência didática, durante essa pesquisa. Martins (2012) destacou que não há consenso em relação à argumentação e demonstração, embora a primeira tenha sido abordada como sendo "o processo em que o aluno verifica a veracidade de um teorema, ou ainda, em que explica o porquê de um fato matemático" (MARTINS, 2012, p.28). Neste sentido, ele considerou a argumentação como mais apropriada para fins didáticos, sendo relevante o uso da linguagem informal para um melhor entendimento por parte dos alunos.

Embora o título da pesquisa de **Delabona** (2016) não tenha indicado um estudo sobre argumentação, esta se encontrou num dos objetivos específicos desse pesquisador. A saber, "analisar as argumentações apresentadas por um aluno com Síndrome de Asperger na resolução de situações problemas de geometria plana no contexto do LME [Laboratório de Matemática Escolar]" (DELABONA, 2016, p.16). Para análise das argumentações do aluno, o pesquisador considerou inicialmente a definição e as características apontadas por Magalhães (2010): a argumentação é um fenômeno social, é uma prática que envolve a influência de uma pessoa sobre outra(s) e é um processo relacionado ao raciocínio e à lógica. Aspectos que o autor correlacionou brevemente com ideias de Vygotsky, ressaltando a importância das relações interpessoais para a aprendizagem. Por conseguinte, o autor afirmou que "a argumentação Matemática implica em defender uma ideia, um raciocínio, seja ela de forma verbal ou escrita" (DELABONA, 2016, p.106). Na análise dos dados, o autor fez o que chamou de "inferências argumentativas" às respostas do aluno a questões aplicadas antes e após oficinas desenvolvidas, concluindo que houve evolução "nas argumentações apresentadas pelo sujeito da pesquisa" (DELABONA, 2016, p.136).

**Reginaldo** (2012) se propôs a "identificar e compreender como se desencadeia e se desenvolve a argumentação matemática dos alunos em uma atividade investigativa" (REGINALDO, 2010, p.21). Para tanto, buscou por momentos em que ocorressem argumentações durante as aplicações das atividades, bem como analisou as formas de tais argumentações, procurou caracterizar os argumentos e também analisar as interações ocorridas nos momentos identificados. Ao discorrer sobre a temática argumentação, em seu estudo, a autora explorou termos utilizados por Eemeren, Grootendorst e Kruiger ao atribuírem à argumentação a seguinte definição: "é uma atividade social, intelectual e verbal que serve para justificar ou refutar uma opinião, composta por um conjunto de declarações e direcionada para a obtenção da aprovação de uma audiência" (EEMEREN; GROOTENDORST; KRUIGER, 1987 apud REGINALDO, 2012, p. 62). Logo após examinar esta definição, Reginaldo (2010) apresentou o modelo de Toulmin referente à estrutura de argumentos e o modelo de Alro e Skovsmose denominado Cooperação Investigativa para análise de interações em cenários de investigação, aos quais recorreu para o alcance do seu objetivo na pesquisa. Na análise de dados, ela notou que orientações sobre como argumentar e intervenções feitas por ela e pela professora das turmas com explicações e exemplos "contribuíram para o desencadeamento e o desenvolvimento da argumentação dos estudantes" (REGINALDO, 2012, p.78), o que lhe permitiu destacar a importância do papel do professor para as práticas argumentativas. Também observou que "a falta de tempo para desenvolver uma ideia, falta de domínio da linguagem algébrica e outras prioridades que os alunos tiveram" (REGINALDO, 2012, p.77) se configuraram como obstáculos à prática argumentativa.

**Rosale** (2017) abordou a argumentação e prova também sob a perspectiva do desenvolvimento do raciocínio lógico, adotando a definição dada por Balacheff ao termo raciocínio e considerando os raciocínios lógicos dedutivo e indutivo como "diretamente ligados às ideias de argumentação matemática" (ROSALE**,** 2017, p.20). Nessa concepção, há as noções de premissas e conclusões ou, conforme concebidos por uma das suas referências, a noção de uma relação entre antecedente (uma primeira informação) e consequente (outra informação). Com a atenção voltada à Educação Básica, o autor adotou também a definição de Balacheff para prova, ou seja, explicação aceita por uma determinada comunidade que, neste caso, é comunidade escolar e não de matemáticos. Focado em verificar ações propiciadoras do desenvolvimento da argumentação e da prova, esse pesquisador destacou ainda a necessidade do professor ter consciência da distinção entre provar e demonstrar para trabalhar com elas. A sua preocupação com o papel do professor é reforçada no subcapítulo que reservou para apontar pesquisas que afirmam a importância da argumentação e da prova na formação docente. Considerando cidadania e compreensão crítica de mundo, ele concebeu a argumentação como influenciadora desses aspectos que devem ter relevância na educação. O seu objetivo foi pesquisar "como trabalhar situações que envolvem argumentação e prova matemática na educação básica" e também quais seriam "os principais meios de desenvolvimento" (ROSALE**,** 2017, p.16) dessas habilidades.

**Sales** (2010), para sua tese, investigou o desenvolvimento da argumentação durante atividades aplicadas a estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Ele adotou como base para seu estudo a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e recorreu a Toulmin para analisar a estrutura dos argumentos justificatórios identificados. Observando uma relação entre argumentação e os termos (tecnologias, técnicas) e conceitos que compõem a TAD, Sales (2010) afirmou que "*Tecnologia é uma argumentação justificatória e a técnica é uma argumentação explicativa. Explicar é dizer: "é assim que se faz". Justificar é dizer porque é assim que se faz.*" (SALES, 2010, p.28, grifos do autor). Estas são as duas concepções que ele adotou para análise das argumentações dos estudantes: argumentação explicativa e argumentação justificatória, levando em conta a finalidade de convencer nas argumentações construídas em detrimento daquela que ele denominou de "folclóricas", ou seja, sem uma lógica racional. Ele discutiu a relação entre a Matemática, a demonstração e a argumentação, além destas últimas com o ensino de matemática e também apontou diferenças entre os processos de argumentar, demonstrar e provar, afirmando que "demonstração é um caso particular de prova" e a "prova é uma explicação ou argumentação aceita por um grupo social" (SALES, 2010, p.85). Ele pressupôs níveis entre tais processos posicionando a argumentação como mais abrangente. Daí uma prova seria aquela argumentação que consegue convencer e a demonstração requer cumprimento de regras, um maior rigor, para aceitação por uma comunidade de especialistas.

**Tonello** (2017) explorou modelagem matemática e argumentação em sua pesquisa. Seu objetivo foi investigar os tipos de argumentações presentes em atividades de ensino de matemática envolvendo modelagem. Para esse autor, a argumentação está associada a justificativas, à interação social, à comunicação, a convencimento e, assim,

> No ensino da matemática escolar, a argumentação tem a mesma função de comunicação, no sentido de expressar ideias e convencer os outros sobre a consistência das mesmas. Nesse sentido, podemos pensar em etapas de aprimoramento da linguagem matemática na escola, de maneira semelhante ao caminho que a humanidade percorreu. Em um extremo está a linguagem natural e no outro a linguagem matemática formal. Uma argumentação pode iniciar em linguagem natural, ser incrementada com símbolos específicos, sofrer alterações que tornam o argumento mais claro, até ser escrita formalmente (TONELLO, 2017, p.16).

Para sua análise de dados, ele considerou tanto categorias de linguagem (oral, apoiada em material concreto, gráfica, textual e técnica) quanto de argumentação (sem argumento, referenciada, de base lógica ou experiencial, por comparação, por generalização, com contraexemplos e lógica), pois, conforme alegou, “para que alguma argumentação seja manifestada, é necessário o emprego de algum tipo de linguagem” (TONELLO, 2017, p. 24). Ele concluiu que o tipo de linguagem empregado pelos alunos depende da forma como o professor conduz a aula, e o tipo de argumentação mais presente em sua pesquisa foi aquele em que os alunos recorreram a conhecimentos prévios, entendimentos. O tipo de menor freqüência foi o correspondente a generalizações e lógica-matemática, o que segundo o pesquisador é condizente com o propósito da modelagem no sentido de resolver problemas e não necessariamente verificar a veracidade de proposições. Ele ressaltou ainda que o foco do ensino médio ou mesmo do superior não deve ser a demonstração formal, mas sim o “equilíbrio entre matemática pura e aplicada na escola, [que] pode ser obtido, escolhendo tipos de argumentações adequados para as expectativas da comunidade escolar” (TONELLO, 2017, p.42).

O estudo de **Silva** (2018) foi sobre o potencial da prática pedagógica, mediante interações dialógicas, para desenvolver argumentação e processos críticos e reflexivos. O objetivo da autora foi “compreender o impacto que as ações discursivas do tutor em nível argumentativo exercem durante a resolução de problemas, dentro de uma metodologia do tipo ABP, para auxiliar na construção do conhecimento” (SILVA, 2018, p.16). O principal referencial utilizado, no que se refere à argumentação, foi Leitão. Esse estudo foi realizado com dez estudantes de graduação das áreas de Ciências e de Matemática, então organizados em grupo experimental e grupo controle. Cada grupo teria um mestrando como tutor, sendo que um deles era conhecedor da argumentação (tendo cursado disciplina e participado de treinamento a respeito) e o outro não havia tido aproximações com o estudo da argumentação assim como os graduandos componentes dos grupos. Lançado o problema a ser resolvido por cada grupo, o resultado obtido por Silva (2018) foi que a metodologia ABP por si só não seria suficiente para o aparecimento do que a autora chamou de ciclos argumentativos, sendo fundamental o papel do tutor como condutor de discussões propiciadoras de argumentação dentro da metodologia usada.

#### 3.2.3 O interesse pelo entendimento de docentes

**Matheus** (2016) procurou discutir a relação entre o raciocínio lógico e a matemática escolar perpassando por concepções de argumentação e prova. Inicialmente fez um apanhado teórico tratando de tais concepções e definições adotadas por pesquisadores, especialmente da área de Educação Matemática. Mais adiante, ela apresentou um levantamento histórico da relação entre a matemática e a demonstração, sendo esta, um dos termos explorados ao discorrer sobre a noção de argumentação e entendida como essencial à Matemática enquanto ciência. Nesse ponto, a pesquisadora ressaltou a distância existente entre a matemática acadêmica e a escolar. Seu objetivo com a pesquisa foi examinar o entendimento de professoras da Educação Básica quanto à relação entre matemática e raciocínio lógico, buscando por noções de argumentação e de prova dentro desse entendimento, tendo em vista sua concepção de que o desenvolvimento do raciocínio lógico nas aulas de matemática viabiliza uma formação de cidadãos críticos. Para a autora, raciocínio lógico e argumentação estão interligados numa relação que envolve, por exemplo, conjecturas e prova que são fundamentais à Matemática, mas que, apesar disto, não se fazem presentes na matemática escolar. Consequentemente, uma aprendizagem por repetição ganha espaço em detrimento de um aprender a pensar (raciocinar). A autora corroborou com a ideia de existência de uma continuidade entre argumentação e demonstração afirmando que "o raciocínio dedutivo (tomado aí como o processo cognitivo básico sob a demonstração) se expressa e se desenvolve no interior do discurso natural" (MARTHEUS, 2016, p. 25). "Nesses termos, prova e demonstração são consideradas aqui como instâncias da argumentação em matemática" (MARTHEUS, 2016, p.26).

**Serralheiro** (2007) teve sua pesquisa focada em demonstração, sendo os seus objetivos apurar concepções de professores de matemática do ensino fundamental sobre demonstração e como esta estava sendo trabalhada por eles em sala de aula, bem como identificar possíveis mudanças na prática desses docentes após a participação em um projeto da PUC-SP sobre raciocínio dedutivo no ensino e aprendizagem de matemática. A abordagem que a pesquisadora fez em relação à argumentação foi tomando-a como um caminho para se chegar à demonstração e também para compreendê-la. A argumentação estaria voltada às práticas discursivas enquanto a demonstração estaria no âmbito da lógica formal. Assim, em seu trabalho, argumentação corresponde a "justificativas que são apresentadas diante de uma demonstração" (SERRALHEIRO, 2007, p.41) e a um processo de convencimento. Segundo a autora, "O objetivo principal do processo de argumentação matemática é chegarmos a demonstrações" (SERRALHEIRO, 2007, p.43) e os PCN sugerem a iniciação desse processo já no terceiro ciclo do ensino fundamental como base para se alcançar demonstrações nos anos seguintes da educação escolar.

### 3.2.4 Dentro de descrições de ferramentas da Lógica Formal

A argumentação foi tratada por **Sousa** (2019) conforme disposto na Lógica Formal, embora ele tenha apontado brevemente a existência de concepções de argumentação no âmbito da lógica informal. Contudo, o autor trabalhou com axiomas, proposições, tabelas-verdade, operadores lógicos (conjunção, disjunção, etc), tautologias, equivalências, dentre outros elementos próprios do estudo da lógica formal. A definição adotada por ele para argumentação foi: "uma argumentação é uma sequência finita de proposições, $P_1, P_2, ..., P_{n-1}, P_n$, em que as $n$-1 primeiras proposições representação as premissas e a n-ésima e última será a conclusão" (SOUSA, 2019, p.108). Uma definição centrada na forma. Assim, a existência da argumentação demanda premissas e conclusão, que, por sua vez, devem ser separadas, segundo o autor, para uma análise crítica da argumentação. Sousa (2019) associou a lógica ao raciocínio analítico e ao pensamento crítico, considerando estes como aspectos que revelam a importância de se trabalhar a argumentação formal no ensino médio. Em sua pesquisa, ele abordou argumentos dedutivos, concebidos como pertinentes à lógica formal, e argumentos indutivos, presentes na lógica informal, em ciências experimentais, no cotidiano e, portanto, construídos em maior número, requerendo uma postura crítica, de análise de encadeamento de ideias.

A argumentação trabalhada em **Alves** (2016) e em **Martins** (2014) também está sob a ótica da Lógica Formal. O primeiro teve como objetivo "descrever as ferramentas da Lógica

Formal que possam ter aplicações imediatas nas demonstrações de conjecturas e teoremas, trazendo justificativa e significado para as técnicas dedutivas e argumentos normalmente utilizados na Matemática” (ALVES, 2016, p.5). Assim, esse estudo se concentrou em aspectos lógicos de validade e invalidade de argumentos, em abordagem de proposições, de tautologias, contradições, tabelas-verdade, enfim, em demonstração e técnicas para realizá-la.

Quanto à Martins (2014), esta autora adotou, para argumento, definição semelhante àquela apresentada por Sousa (2019) para argumentação. Ela ressaltou em sua pesquisa que “a validade ou não-validade de um argumento depende apenas da sua forma e não de seu conteúdo ou da verdade e falsidade das proposições que o integram” (MARTINS, 2014, p.46). Seu objetivo foi propor atividades que possam desenvolver a capacidade de argumentação e do raciocínio lógico, na perspectiva adotada, considerando-os fundamentais à aprendizagem do aluno e ao desenvolvimento de habilidades relacionadas a pensar, interpretar e comunicar suas ideias.

Como afirmamos anteriormente, reservamos a próxima seção para tratarmos daquelas pesquisas que classificamos na perspectiva de Uso e Contribuições da Argumentação. Ao final dela, pontuaremos, de todos esses estudos examinados, os principais aspectos que consideramos relevantes à nossa pesquisa.

# 4 ABORDAGENS TEMÁTICAS NAS PESQUISAS INTERESSADAS NO USO E CONTRIBUIÇÕES DA ARGUMENTAÇÃO

Como descrevemos no início da seção anterior, essa perspectiva de Uso e Contribuições da Argumentação corresponde aos estudos em que os pesquisadores avaliaram os argumentos que emergiram durante as suas intervenções didáticas (aplicação de atividades, sequências didáticas) junto aos alunos da Educação Básica (em sua maioria) observando se, com a argumentação, houve compreensão de conteúdos/conceitos matemáticos, de significados e alcance de conhecimento. Assim, seguimos, nesta seção, apontando os aspectos das pesquisas de Costa (2017), Lima (2018), Almeida (2010), Barto (2004), Faria (2007), Carvalho (2010), Dantas (2010), Nunes (2011), Stock (2015) e Carmo (2015), respectivamente.

**Costa** (2017) discutiu a ideia de formação integral preconizada em documentos oficiais, a participação da Matemática nesta formação e defendeu que, para tal, o desenvolvimento do pensamento crítico a partir de atividades com argumentação, especialmente as de caráter investigativo. Neste sentido, ele desenvolveu e incluiu, em sua pesquisa, atividades didáticas deste tipo, abordando conteúdos de Geometria e de Grandezas e Medidas. Segundo o pesquisador, em processos argumentativos, as afirmações apresentadas são justificadas mediante raciocínios e

> em muitas situações em que se deseja avaliar uma afirmação, além do raciocínio lógico dedutivo [próprio das demonstrações matemáticas], outros tipos de raciocínio podem ser utilizados para validar resultados em seus contextos, como o pensamento indutivo, o raciocínio ou visão geométrico-espacial e o pensamento não determinístico ou estatístico (COSTA, 2017, p.2).

Ele adotou como argumentação matemática “a comunicação na qual se relaciona adequada e coerentemente premissas envolvendo ideias, conceitos ou resultados matemáticos com a conclusão enunciada (novo conhecimento)” (COSTA, 2017, p.34). Também procurou esclarecer a ideia de argumentação **em** Matemática e **com** matemática, ou seja, aquela que envolve, respectivamente, “argumentos que validam conhecimentos propriamente matemáticos e aqueles [argumentos] que fazem uso de seu ferramental (linguagem, métodos, teorias, etc) para validar conhecimentos em outros contextos [no cotidiano, em outras áreas do conhecimento]” (COSTA, 2017, p.5). É interessante observar ainda que Costa (2017) recorreu ao significado etimológico da palavra convencer, defendendo que o sentido não é o de persuasão e sim de “vencer junto com o outro” (COSTA, 2017, p.31), ou seja, haver um compartilhamento da aceitação dos argumentos. Esse aspecto nos remete ao propósito da pesquisa de Lopes (2019), na qual este valorizou a característica de cooperação em jogos juntamente com a argumentação.

A metacognição, apontada por Lopes (2019), também recebeu a atenção de **Lima** (2018). Em sua tese, ele observou, a partir da resolução de problemas verbais (ou seja, em que predomine a língua materna no seu enunciado, diferentemente de exercícios e problemas em que predominam termos matemáticos), a contribuição da prática da argumentação ao desenvolvimento do pensamento metacognitivo e ao ensino e aprendizagem de matemática. Lima (2018) reservou uma parte da sua tese para destacar o papel do professor e sua importância enquanto mediador de discussões quando se propõe a práticas argumentativas em sala de aula. Inclusive, esse pesquisador sugeriu maneiras de lidar com situações como: quando o aluno não souber explicar ou defender a ideia que adotou, quando o aluno divergir de outro em suas ideias, quando a solução apresentada e justificada pelo aluno não estiver correta, dentre outras. Nesta pesquisa, o interesse de Lima (2018) concentrou-se nos critérios utilizados pelos alunos para a identificação de elementos matemáticos e para escolha de estratégia de resolução dos problemas propostos. Daí a importância de justificativas, ou melhor, do processo argumentativo no estudo. Neste sentido, o autor considerou a

> argumentação como uma atividade que não se constitui apenas através do uso de verbalizações e da racionalidade, mas também a partir de um contexto social [...] [e] como uma prática que contribui para o desenvolvimento do pensamento metacognitivo, já que as justificativas, os questionamentos, as defesas de opiniões, dentre outras ações, permitem aos envolvidos refletirem sobre suas próprias ideias e julgamentos (LIMA, 2018, p.59).

**Almeida** (2010) desenvolveu seu estudo com uma turma do ensino médio, trabalhando conteúdo de análise combinatória a partir de discussões em grupos e comunicação de resultados encontrados a toda turma, momento em que ela procurou instigar reflexão, justificativas e argumentações por parte dos alunos. Seu objetivo foi “investigar o potencial da Comunicação Matemática em uma proposta de Análise Combinatória, construída com base na resolução de situações-problema” (ALMEIDA, 2010, p.16). Apesar de, no título e no objetivo geral, não constar a argumentação em matemática, seu estudo foi direcionado também a esta habilidade, sendo a apresentação de argumentos, um dos aspectos observados pela pesquisadora. Ela adotou “como argumentação matemática a defesa de conjecturas, através da exposição de ideias, com o intuito de convencer o outro e a si próprio” (ALMEIDA, 2010, p.50). Almeida (2010) considerou ainda que “é através da comunicação que os estudantes explicam e justificam suas ideias. Em contrapartida, é a argumentação que permite que esse processo evolua” (ALMEIDA, 2010, p.47). Por sua vez, “o processo evolui quando os argumentos dos outros e os próprios passam a ser objeto de reflexão para o estudante” (ALMEIDA, 2010, p.50). Alguns pontos da sua pesquisa foram concebidos como favoráveis à construção e ao desenvolvimento da argumentação de alunos: 1. o conteúdo Análise Combinatória sob forma de problemas; 2. a resolução de problemas, que na perspectiva dos PCNs é uma estratégia que amplia essa capacidade e 3. a comunicação (discussões, diálogos). A autora ressaltou que uma aula de matemática em que prevaleça a memorização “tende a reforçar o autoritarismo do professor e a criar alunos mais submissos e com dificuldades de argumentação [...] [ao passo que] se o ambiente é favorável a discussões que valorizam a argumentação, o aluno constrói seu próprio conhecimento” (ALMEIDA, 2010, p.30). Segundo a pesquisadora, essa valorização da argumentação em discussões ocorre com o auxílio de perguntas inquiridoras:

> Uma aula em que se pretende valorizar a troca de experiências e a argumentação deve privilegiar as perguntas inquiridoras, uma vez que estas enriquecem o processo de ensino e aprendizagem, promovendo a interação e ajudando os estudantes a atribuírem significados ao conhecimento discutido (ALMEIDA, 2010, p.43).

**Barto** (2004), em sua pesquisa, investigou a produção de significados por alunos de pós-graduação em relação ao conteúdo de continuidade de funções, presente em estudos de Cálculo. Para o alcance de seu objetivo, a pesquisadora recorreu, dentre outros aportes, ao Modelo de Estratégia Argumentativa, de Frant e Castro, o qual valoriza o contexto e “a intencionalidade da fala – escrita, oral, corporal – para analisar episódios em sala de aula” (BARTO, 2004, p.5). Assim, a partir dos argumentos emitidos pelos participantes da pesquisa, Barto (2004) procurou identificar os significados produzidos por eles. A ideia de argumentação adotada foi a de que esta se expressa pela linguagem cotidiana e se constitui a partir de um conjunto de hipóteses admitidas mediante consideração de convicções daqueles a quem se procura persuadir.

À semelhança de Barto (2004), **Faria** (2007) procurou interpretar, a partir das interações e dos argumentos emitidos durante uma atividade proposta, a produção de significados por estudantes em relação ao conteúdo funções. Mas sua pesquisa foi desenvolvida com alunos do ensino médio. Para alcançar seu objetivo, ele também recorreu ao Modelo de Estratégia Argumentativa, citando a argumentação, sucintamente, como um processo que envolve convencimento.

**Carvalho** (2010) adotou, para sua pesquisa, a argumentação matemática como um método e tal método corresponde ao raciocínio dedutivo que, segundo o autor, envolve o emprego de uma linguagem coerente com o nível escolar, de justificativas, de argumentações corretas e completas, passíveis de serem emitidas por alunos da Educação Básica. O objetivo do autor foi "verificar se uma maior familiaridade dos alunos com o método de argumentação matemática pode trazer benefícios ao ensino e aprendizagem do conteúdo de expressões algébricas" (CARVALHO, 2010, p.13). Então, direcionando-se a uma análise de livros didáticos, o autor apontou o que considerou como sendo falhas e construiu uma proposta didática envolvendo o conteúdo 'expressões algébricas', o qual, para ele, se relaciona fortemente com o método de argumentação em matemática. Assim, para discorrer sobre a argumentação em matemática, ou melhor, a importância do método da argumentação (raciocínio dedutivo) no ensino fundamental, o autor explorou basicamente o que consta nos PCNs, destacando que, neste documento, "a argumentação é apenas uma forma de convencer o outro através de 'argumentos pertinentes'" (CARVALHO, 2010, p.19). Mas afirmando que a argumentação é o raciocínio dedutivo (raciocínio correto, não necessariamente formal, mas coerente com o nível de ensino em que esteja presente), ele criticou a definição presente nos PCNs no sentido dela supervalorizar a intuição que, por sua vez, pode conduzir a conclusões precipitadas e passíveis de erro, segundo o autor.

**Dantas** (2010) também defendeu que a interação em sala de aula com a presença de argumentação pode favorecer a aprendizagem de conceitos matemáticos. Sob esta perspectiva, ela realizou sua pesquisa com estudantes da etapa inicial (ensino fundamental) da EJA, procurando "investigar como a argumentação matemática em sala de aula auxilia na compreensão das diferentes lógicas de problemas que envolvem a conceitos de adição e subtração" (DANTAS, 2010, p.19). Tendo em vista nosso estudo, atentamos para o fato que essa pesquisa foi a única que, dentro do levantamento feito, foi desenvolvida com estudantes da modalidade EJA. Dantas (2010) assumiu a argumentação como uma atividade social em que não apenas ocorre a explicitação de ideias, mas também a defesa destas em prol de uma conclusão, sem que para isto a pessoa valha-se de quaisquer meios para convencer, já que o objetivo da argumentação "não é o fato de convencer alguém a todo custo" (DANTAS, 2010, p.46). Além disso, a partir de Perelman e Olbrechts-Tyteca, ela observou que "não basta estar numa situação interativa que proporcione a comunicação para que a argumentação aconteça [...][A] força argumentativa depende do contexto de como os alunos julgam a qualidade dos argumentos e do interlocutor" (DANTAS, 2010, p.44). Outra concepção adotada pela pesquisadora foi que

> a argumentação auxilia no desenvolvimento cognitivo dos participantes, ou vice-versa, tendo em vista que para defender sua opinião o sujeito precisa articular argumentos a favor do seu pensamento e, para tanto, reflete sobre os conteúdos que já domina e, quando necessário, formula seus conhecimentos na interação com o outro (DANTAS, 2010, p.62).

Como, nesse estudo, Dantas (2010) se propôs a identificar e comparar os tipos de argumentos emitidos pelos estudantes mediante resoluções de problemas, ela partiu de diversas classificações como, por exemplo, os tipos apontados por Perelman e Olbrechts-Tyteca: argumentos quase-lógicos (de reciprocidade, de transitividade, de comparação), argumentos baseados na estrutura do real (pragmático, do desperdício, da direção, de autoridade), argumentos que fundam a estrutura do real (pelo exemplo, por analogia). Contudo, ela adotou, com algumas adaptações, a classificação proposta em 2006 por Dantas, Amorim e Guimarães que, segundo ela, também pesquisaram a argumentação a partir de situações didáticas envolvendo estruturas aditivas. Assim, a classificação adotada foi: "o aluno não explica o que havia realizado demonstrando desinteresse em apresentar seu procedimento", "o aluno não consegue explicar", "o aluno descreve o que fez" e "o aluno explica para o colega como foi que pensou" (DANTAS, 2010, p. 63). Em sua análise de dados, ela observou, como um dos resultados obtidos, que a argumentação dos alunos participantes foi proporcional à escolaridade deles.

**Nunes** (2011), em sua tese, considerou a prática de argumentação em sala de aula como um método favorável ao ensino e aprendizagem de conteúdos e conceitos matemáticos. Ele assumiu que a "argumentação significa, sobretudo, os raciocínios expressos de forma oral, escrita ou gestual utilizados para justificar conjecturas e convencer interlocutores." (NUNES, 2011, p.16). Para realizar seu estudo, Nunes (2011) optou pela geometria considerando que, segundo ele, trata-se de um conteúdo amplo em termos de habilidades envolvidas entre concepções práticas e teóricas, Dentre tais habilidades, a argumentação foi concebida como uma forma de validar conjecturas construídas em atividades que envolvam a geometria. Ao final, esse pesquisador produziu uma sequência didática organizada a partir das concepções da

Engenharia Didática e analisada a partir de Toulmin, evidenciando além dos aspectos "fisiológicos" (microestruturas dos argumentos), os aspectos "anatômicos", assim denominados pelo teórico.

**Stock** (2015) teve como foco a resolução de problemas e a argumentação, no sentido desta viabilizar a análise que se propôs a fazer do raciocínio de estudantes e a compreensão destes em relação ao conteúdo presente nos problemas por eles resolvidos durante a pesquisa. A pesquisadora procurou saber "se e como a argumentação pode contribuir para o ensino e a aprendizagem da Matemática através da resolução de problemas" (STOCK, 2015, p.20). O sentido de argumentação adotado foi o de "discurso em que aparece ao menos uma justificativa ou demanda por ela [esta, no sentido de estímulo à busca por argumentos, por elementos que fundamentem uma ideia]" (STOCK, 2015, p.38). Já o sentido de "problema" adotado foi como aquele que, para ser resolvido, requer uma sequência de ações associadas à reflexão e tomada de decisão. Stock (2015) avaliou a argumentação escrita dos estudantes e, a partir de entrevistas individuais e intervenções em grupos, analisou as argumentações orais relativas ao que os estudantes escreveram como respostas aos problemas. Ela concluiu que a busca por argumentações dos estudantes favorece tanto a aprendizagem deles quanto o trabalho docente.

Embora **Carmo** (2015) tenha produzido seu estudo no campo da Física, ele abordou a argumentação matemática no ensino daquela disciplina. Por esta razão, foi mantido neste levantamento. Carmo buscou "compreender o papel da matemática na construção dos argumentos dos estudantes em atividades de ensino investigativas" (2015, p.7)[2]. Ele citou Perelman, Toulmin e Meyer e suas teorias da argumentação, por sua vez, enquadradas no campo da chamada lógica informal que, assim como a lógica formal (da matemática dedutiva, da construção de provas matemáticas), também é essencial ao processo de construção do conhecimento científico, segundo Carmo (2015). Ele aprofundou a argumentação usando as ideias de Toulmin e, mais adiante, voltando-se à matemática, afirma que o modelo de Toulmin é aplicável nesta, pois

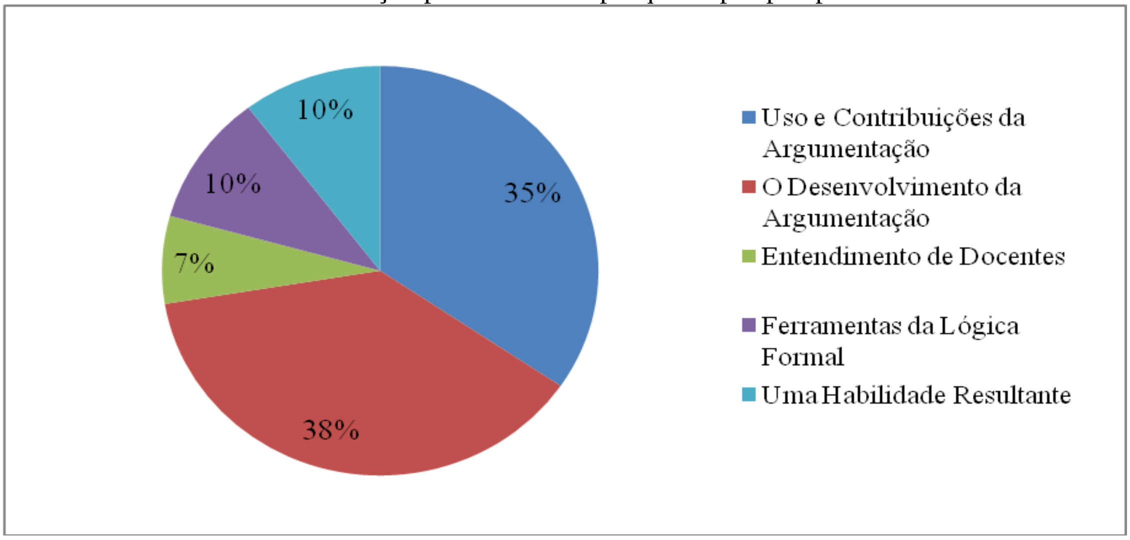
> fica evidente que no processo de argumentação matemática, principalmente do processo de dedução ao realizar provas, existem elementos que escapam à

[2] O referido trecho encontra-se no resumo da tese de Carmo (2015). Cabe fazermos esta observação tendo em vista que a página 7 está indicada na tese como página do primeiro capítulo. Contudo, indicamos aqui como página 7 considerando a contagem dos elementos pré-textuais iniciados pela Folha de Rosto, em conformidade com as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) para trabalhos acadêmicos (ABNT NBR 14724:2011).

> lógica formal, por exemplo, quando se justifica o uso de um axioma em detrimento de outro ou se justifica um cálculo computacional. E ainda, que a aplicação da matemática na ciência intensifica esse tipo de situação (CARMO, 2015, p.18).

Completamos aqui a verificação das formas como a argumentação foi abordada em cada uma das 29 pesquisas que obtivemos no levantamento feito na BDTD. Podemos visualizar, a partir do Gráfico 1, a distribuição dos trabalhos desenvolvidos de acordo com as perspectivas que observamos quanto às concepções adotadas, nessas pesquisas, para a argumentação no contexto do ensino de matemática.

Gráfico 1 – Distribuição percentual das pesquisas por perspectiva adotada




Fonte: elaborado pela pesquisadora, 2020

Notadamente, como afirmamos a princípio na seção anterior, em conjunto com a perspectiva relativa ao Desenvolvimento da Argumentação, aquela voltada ao Uso de Argumentos e Contribuições da Argumentação reúne a grande maioria das pesquisas obtidas em nossa busca e aqui citadas. É nesta segunda perspectiva que a nossa pesquisa se enquadra, tendo em vista o nosso objetivo de verificar e classificar argumentos construídos pelos estudantes ao responderem questões que envolvem matemática e, portanto, concentramo-nos nos argumentos utilizados.

Contudo, a partir do que trouxemos com todas essas pesquisas, percebemos que a maioria delas assume a argumentação associada à defesa de ideias, à elaboração de explicações e/ou justificativas e ao convencimento. Em relação a justificar ou explicar, observamos que nem todos os pesquisadores do presente levantamento discutem a distinção entre esses termos. Então, convém destacarmos que, no campo da Educação Matemática, consideramos apropriada a distinção feita por Sales (2010). A saber, uma argumentação pode ser tanto explicativa quanto justificativa, sendo que a primeira ocorre quando uma resposta (conclusão) é esclarecida pelo estudante a partir de uma descrição dos procedimentos que adotou, ao passo que uma argumentação justificativa corresponde ao porquê envolvido naquele procedimento.

Sales (2010) também discute as possíveis relações entre os termos justificar e provar.

> [...] nossa concepção de justificativa coincide, em nível de abrangência e complexidade, com a prova definida por Arsac (1992). No entanto, há diferenças entre ambas: a prova fecha temporariamente a discussão sobre o assunto enquanto a justificativa fornece elementos para a prova. Uma justificativa pode não culminar em prova (SALES, 2010, p. 95)

São conceitos relacionados entre si, mas com aspectos específicos que os tornam diferentes. Uma distinção entre explicar, provar e demonstrar, mediante características de uma em função da outra, foi apresentada por alguns dos outros pesquisadores (SERRALHEIRO, 2007; DIAS, 2009; NUNES, 2011; REGINALDO, 2012; MATHEUS, 2016; COSTA, 2017; ROSALE, 2017; CAMPOS, 2018), a partir de Balacheff.  Ou seja, a explicação como uma apresentação de razões que tornam verdadeira uma afirmação ou um resultado, para aquele que as expõe; a prova como uma explicação aceita por uma comunidade (por exemplo, uma comunidade escolar, conforme Rosale (2017)) podendo ser expressa de diferentes maneiras (linguagem natural, simbólica, esquemática, etc) e a demonstração como uma prova em linguagem semiformal, respeitando determinado rigor (método, regras) e direcionada a uma comunidade matemática (MATHEUS, 2016).

Quanto à característica de convencimento atribuída à argumentação, atentamos para a observação feita por Costa (2017) quanto ao sentido de convencer no que diz respeito ao processo de argumentar. Segundo este pesquisador, não se trata de uma persuasão, mas de “vencer junto”, de compartilhar a aceitação dos argumentos. A persuasão, conforme salientamos no final da Seção 2, é indicada por Reboul (2004) como uma das funções da retórica e, como destacamos naquela seção, a retórica distingue-se da argumentação por seu aspecto emocional, ao passo que a argumentação é estabelecida sob um aspecto mais racional, embora não tão racional ao ponto de ser confundida com a demonstração.

Uma discussão a respeito de todos esses termos envolvidos em certa medida com a argumentação pode ser realizada amplamente. Reconhecemos a importância de estarmos cientes das particularidades de cada um desses termos no campo da Educação Matemática.

Contudo, consideramos que a discussão aqui realizada já é suficiente para nos apropriarmos das especificidades de cada termo no que tange os nossos objetivos.

Ainda em relação às pesquisas que aqui apresentamos, vale destacarmos que uma quantidade expressiva delas (CORRADI, 2013; VIDIGAL, 2011; ROSALE, 2017; LOPES, 2019; COSTA, 2017; SILVA, 2018) faz referência à importância da argumentação em relação ao desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo.

É um aspecto alinhado com a nossa perspectiva uma vez que adotamos a argumentação como relevante à construção de um conhecimento matemático significativo e à formação de cidadãos críticos-reflexivos. Consideramos que, neste processo, a construção de justificativas bem fundamentadas para a defesa de ideias e conjecturas pode favorecer a aprendizagem e o desenvolvimento do aluno.

Além disso, consideramos relevante retomarmos a observação que fizemos quanto à identificação de que apenas um trabalho (DANTAS, 2010) explora a argumentação em matemática de jovens e adultos. Este, especificamente, no nível fundamental. A nossa pesquisa se insere nesse contexto sendo direcionada aos jovens e adultos do nível médio da modalidade EJA, conforme delineamos melhor na Seção 6. Também observamos que o caminho metodológico que adotamos aproxima-se daquele adotado por Dantas (2010), abrangendo fases individuais e coletivas de aplicação de questões, porém sem o momento de classe apesar de termos incluído em nosso planejamento inicial, o qual sofreu determinados ajustes, tendo em vista as circunstâncias descritas na Seção 7, na qual relatamos nossa metodologia. Aliás, para selecionarmos as questões que utilizamos, consultamos essa e outras pesquisas do presente levantamento, além de outras fontes.

Algumas dessas pesquisas nos auxiliaram ainda com as reflexões que nos propomos a suscitar com a próxima seção. Nela, exploramos brevemente possíveis fatores influenciadores da argumentação, que consideramos passíveis de reflexão diante de uma perspectiva em que se busca verificar a produção de argumentos onde essa prática ainda não é habitual em aulas de matemática. Dentre esses fatores citamos "a interação social" e "o professor" recorrendo a importantes colocações de Dantas (2010) e Stock (2015) na discussão relativa à interação social; Bianchi (2007), Serralheiro (2007), Zulatto (2007), Dias (2009), Sales (2010), e Matheus (2016), no caso do segundo fator mencionado (o professor) e, da mesma forma, Rosale (2017), para ambos os fatores. Já ao discorrermos sobre o conhecimento prévio como outra variável associada à argumentação, tivemos contribuições extraídas de Nunes (2011) e Costa (2017), conforme veremos a seguir.

# 5 POSSÍVEIS VARIÁVEIS NA ARGUMENTAÇÃO DO ESTUDANTE

Levando-se em consideração as observações destacadas por Magalhães (2010) de que a argumentação é um fenômeno social, é uma prática de influência e, por mobilizar justificações, é um processo vinculado à lógica e ao raciocínio, percebemos que fatores como a interação social e, na realização desta em sala de aula, o professor são fundamentais à construção de argumentos. Desta forma, elas podem ser consideradas variáveis influenciadoras da prática argumentativa em sala de aula. Da interação social, notadamente, temos a ideia de comunicação e linguagem, inclusos nesta a utilização de figuras, números, gestos, símbolos com finalidade comunicativa. Do papel do professor, podemos abstrair aspectos como a metodologia de ensino e os tipos de atividades desenvolvidas.

Nesta pesquisa não aprofundamos cada um desses aspectos por não ser esse o nosso propósito. No entanto, considerando-os relevantes ao nosso estudo, procuramos, brevemente, suscitar reflexões a respeito nos tópicos que seguem.

## 5.1 Interação Social /Trabalho em Grupo

Há algum tempo predominava a concepção de que os alunos eram como uma "tábua rasa" ou uma folha em branco (FIORENTINI, 1995) e que a aprendizagem ocorreria, portanto, com "depósitos" (considerando aqui a metáfora freiriana[3] de educação "bancária") de conteúdos disciplinares, de conhecimentos. No decorrer de todo um processo histórico com mudanças de perspectivas e desenvolvimento de teorias sobre o conhecimento humano, mais recentemente o papel das interações sociais ganhou espaço em meio à compreensão de como ocorre o processo de ensino e aprendizagem. Piaget e Vygotsky são figuras notáveis neste contexto, afinal, conforme Fiorentini (1995), foram de encontro à ideia de que o conhecimento está fora do indivíduo e que este se apropriaria daquele observando, experimentando, repetindo. As ideias piagetianas sobre a existência de uma interação interna (reflexão) com o externo como fundamentais à construção do conhecimento conduziram à concepção pedagógica denominada construtivismo. Já as ideias de Vygotsky, dedicadas mais especificamente à interação social, são fontes para concepções como a sociointeracionista

---

[3] Trata-se do educador Paulo Freire (1971) que usou o termo "bancária" ao criticar uma educação que considera os alunos como passivos no processo de ensino e aprendizagem.

(FIORENTINI, 1995).

Ao que nos parece, Todorov (1989) aponta a complementaridade das ideias desses dois teóricos ao afirmar que diversos fatores participam das interações humanas: ambientes internos (biológicos, históricos) e ambientes externos (físico, sociais) que, por sua vez, são indissociáveis. Segundo esse autor,

> Nas interações organismo-ambiente sempre estão presentes interações com o ambiente interno, seja biológico, seja histórico, da mesma forma que estão presentes em interações sociais. Os quatro aspectos em que o ambiente está sendo examinado são indissociáveis. Dois organismos interagem situados no espaço e no tempo, e nessa interação são importantes processos biológicos internos a cada indivíduo, bem como as experiências passadas de cada um com outras interações sociais (TODOROV, 2007, p.59).

A interação social corresponde à comunicação, discussão, conversação e troca de informações e ideias com outros indivíduos. Considerando a argumentação como um fenômeno social, como dissemos inicialmente, e tratando esse aspecto dentro da sala de aula de matemática, Rosale (2017) afirma que a interação entre os alunos e as discussões sobre soluções encontradas e contradições são alguns dos principais meios para se desenvolver a argumentação e a prova matemática na Educação Básica. Mas de que maneira a interação interfere na argumentação?

> a interação, além de uma fonte para aprendizagem da cooperação, torna-se uma fonte de construção de conhecimentos compartilhados, visto que quando professor e alunos colaboram e interagem no debate de assuntos e problemas, diferentes pontos de vista podem surgir e serem negociados (D'ANTONIO, 2006, p.16).

Ou seja, é na interação que argumentos poderão ser construídos e, portanto, com ela o processo de argumentação pode ser favorecido, como observou Dantas (2010) em sua pesquisa sobre a argumentação matemática na aprendizagem de jovens e adultos.

A respeito da interação em sala de aula, é válido ressaltarmos ainda o que Stock (2015) destacou como essencial para se promover uma discussão em sala de aula com vistas à argumentação:

> enfatizar o respeito sobre a opinião do colega, legitimar diferentes formas de resolução, dar espaço para que os estudantes tragam a experiência e as curiosidades do dia a dia para a sala de aula, ser um mediador da construção do conhecimento e não um detentor do saber, tornar-se pesquisador, problematizar as situações de sala de aula e incentivar o questionamento dos discentes. Todas essas características [...] constituem o que consideramos

> essencial para um ambiente de produção e significação do conhecimento em qualquer área, onde a interação (entre professor aluno, entre colegas, entre aluno e a Matemática) é o caminho para tal. Neste sentido, pensar o lugar da prática argumentativa na sala de aula é repensar o ser professor (STOCK, 2015, p.131).

Notemos, por assim dizer, que o professor tem papel fundamental para guiar a interação de maneira a evitar que ela se reduza a uma mera conversa distante do propósito e conteúdo da aula. Assim, temos o professor como elemento chave na interação e, por conseguinte, na promoção da argumentação.

## 5.2 O Professor

Um professor aborda conteúdos, acompanha a aprendizagem, avalia, opta por determinada metodologia de ensino, por determinadas atividades. O seu objetivo envolvido nessas escolhas se reflete no processo de aprendizagem. Se o professor direciona as suas escolhas e esforços ao desenvolvimento de determinada habilidade, esta terá influência das ações empenhadas por ele. Assim sendo, a prática da argumentação em sala de aula certamente pode ser influenciada pelas ações docente.

Apesar da relevância do professor em propiciar e desenvolver a argumentação, no levantamento de pesquisas sobre a temática em relação à Matemática que fizemos na BDTD, a grande maioria dos pesquisadores voltou-se à aprendizagem, ou seja, aos estudantes. Numa estimativa que fizemos, menos de 20% focaram no professor. Quando o fizeram foi avaliando o seu entendimento sobre argumentação (SERRALHEIRO, 2007) ou sobre a argumentação associada à prova e à demonstração na busca por razões que levam à baixa abordagem de prova matemática na Educação Básica (MATHEUS, 2016) ou ainda observando a argumentação como habilidade resultante em um curso de formação continuada (ZULATTO, 2007) ou, além de habilidade resultante, a aproximação do professor com a temática dentro da Lógica para que entenda a importância de desenvolvê-la em seus alunos (BIANCHI, 2007).

Apesar de pouco explorado o fator professor de matemática como influenciador da argumentação, os pesquisadores que citamos fizeram importantes observações. Matheus (2016), por exemplo, tendo abordado a argumentação em conjunto com a ideia de prova em matemática, avalia que se o professor alega falta de tempo para trabalhar com prova, leva a crer que sua prioridade (sua escolha didática) coloca esse trabalho em segundo plano, que pouco valor é atribuído pelo docente a atividades voltadas ao tema. Assim, as concepções dos professores conduzem a uma influência, primeiramente, de uso (e desenvolvimento) ou não, da argumentação em sala de aula. Quando o uso é feito, haveria, então, um segundo aspecto da influência do professor: o modo como esse uso é feito, as ferramentas e estratégias favoráveis à eficácia deste uso.

Para o primeiro caso, a formação docente pode ser considerada ponto crucial. Neste sentido, há pesquisadores que avaliaram o contato do professor com o processo de construção e desenvolvimento da argumentação durante sua formação acadêmica (SALES, 2010; DIAS, 2009). Em defesa desse contato Bianchi (2007) considera relevante capacitar os professores a usar Lógica e, por conseguinte, a argumentar e também a ensinar a argumentar. Rosale (2017), tendo pesquisado possíveis ações para desenvolvimento da argumentação e da prova em ambiente escolar, destaca a necessidade de o professor de matemática ter consciência da distinção entre provar e demonstrar para fazer um trabalho adequado de desenvolvimento destas habilidades.

Tendo trabalhado com a argumentação de estudantes em formação acadêmica (licenciatura em Matemática), Dias (2009) também faz uma colocação pertinente à relação entre professor e argumentação em matemática: “O professor de Matemática deve saber demonstrar e compreender as funções de uma prova para que ele seja capaz de organizar e gerir situações de ensino e aprendizagem que envolvam atividades argumentativas na Educação Básica” (DIAS, 2009, p. 38).

Uma pesquisa que atribuiu atenção especial ao trabalho do professor de matemática direcionado à argumentação foi realizada por Boavida (2005). Ela desenvolveu sua tese sobre argumentação a partir do trabalho de professores da educação básica portuguesa e, portanto, sua pesquisa não se encontra em nosso levantamento da seção anterior. Nesta pesquisa, ela ressaltou o que denominou de “normas favoráveis a uma cultura de argumentação e potencialidades da noção de redizer” (BOAVIDA, 2005, p.101). Tais normas abrangem interações sociais em sala de aula com valorização de explicações e justificativas, de buscas por sentidos, avaliação de ideias (próprias e de colegas) e discussão de interpretações e soluções. Abrangem ações estratégicas do professor como “redizer” e “orquestrar discussões coletivas”. Em relação ao “redizer”, a pesquisadora afirma

> No processo de redizer as contribuições dos alunos, o professor, embora sem alterar o significado do que é dito, pode acrescentar ou substituir certas palavras por outras de modo a introduzir mudanças, subtis mas substantivas, que permitem abrir caminho para as ideias matemáticas que pretende ensinar (BOAVIDA, 2005, p.106).

Quanto a orquestrar, trata-se não apenas de solicitar que os alunos discutam determinados problemas matemáticos, como se isto fosse suficiente para a promoção de argumentações. O professor precisa "orquestrar", organizar e conduzir em certa medida a discussão, não com meras intervenções corretivas, mas com observância da troca de ideias. Recorrendo a um de seus referenciais (Lampert), Boavida (2005) apresenta o esquema em que este exemplifica movimentos do professor que podem ser favoráveis a uma discussão coletiva direcionada à aprendizagem: solicitar explicação ou voltar-se a outros alunos para que complementem ou contra-especulem o que foi dito por um colega, por exemplo.

> Construir uma cultura de argumentação, ideia que tem muitas proximidades com a constituição e manutenção de uma comunidade de discurso matemático, introduz no trabalho do professor complexidades de vários tipos [...]. Apesar destas complexidades, há, no entanto, diversas investigações que mostram que o facto dos alunos partilharem, explicarem e justificarem as suas ideias pode originar oportunidades, significativas, de aprendizagem para o professor. Estas oportunidades podem, em particular, desafiá-lo a repensar não apenas a sua compreensão da Matemática, como também as estratégias pedagógicas que adopta para ensinar tais ideias (BOAVIDA, 2005, p.127).

Nesse sentido, consideramos pensarmos um pouco a respeito das estratégias organizadas enquanto metodologia e atividades optadas pelo professor.

## 5.3 Metodologia e Tipos de Atividades

A importância do professor como elemento fundamental à construção e ao desenvolvimento da argumentação em sala de aula se concretiza com metodologia de ensino que adota. Uma vez associada à concepção de ensino e de aprendizagem, cada metodologia existente tem as suas raízes históricas e nelas reside a maneira como a Matemática foi concebida no contexto escolar mediante influência política e sociocultural. Uma metodologia que tenda ao Formalismo Clássico, ao Formalismo Moderno, ao Tecnicismo, certamente não abrirá espaço para a argumentação no ensino de matemática, afinal para a primeira a aprendizagem ocorre de maneira passiva, por memorização e o ensino tem caráter mecânico e pragmático. A segunda é uma versão da primeira tendo como foco estruturas algébricas. Essa atenção à algebrização se constituiu a partir do contexto político em que a falta de êxito na "corrida pela conquista" do espaço, provocou críticas ao ensino, então, avaliado como ineficaz, obsoleto, atrasado em relação ao progresso e à realidade daquele momento. Já a terceira valorizava o ensino de técnicas para formar indivíduos úteis, cuja aprendizagem envolvia seguir sequências de passos (FIORENTINI, 1995).

Por outro lado, a argumentação pode encontrar espaço em metodologias que tenham influência, por exemplo, de tendências construtivistas e histórico-crítica. Com elas há valorização de interações e reflexões no processo de construção do conhecimento (construtivismo) e de uma aprendizagem significativa mediante reflexão, discussão, justificativas com propósito de formação para a cidadania (histórica-crítica) (FIORENTINI, 1995).

Como exemplifica Fiorentini (1995, p.4),

> o professor que concebe a Matemática como uma ciência exata, logicamente organizada e a-histórica ou pronta e acabada, certamente terá uma prática pedagógica diferente daquele que a concebe como uma ciência viva, dinâmica e historicamente sendo construída pelos homens, atendendo a determinados interesses e necessidades sociais.

Esse exemplo nos remete a mais um ponto de reflexão em relação aos fatores que podem interferir na argumentação em sala de aula: as concepções sobre a matemática.

### 5.4 Concepção sobre a Matemática

Não é raro ouvirmos estudantes afirmarem que a Matemática é difícil, que somente os inteligentes e gênios a compreendem, que não entendem para que estudar a fórmula de Baskhara (e tantos outros conteúdos matemáticos) se nunca irão utilizá-la e nem entendem como utilizá-la em seu cotidiano. São afirmações que nos direcionam às concepções a respeito da Matemática. Segundo Ponte (1992, p. 1),

> As concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva. Actuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis, pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão.

Dessa maneira, as concepções podem interferir na aprendizagem tanto quando partem dos professores (alcançando suas escolhas didáticas e metodológicas) quanto quando partem dos alunos, pois pensamentos como os que mencionamos podem bloquear uma compreensão ou conduzir a decisões e comportamentos compatíveis com tais concepções.

Ponte (2002) observa ainda que as concepções são ideias constituídas não apenas a partir de experiências individuais, mas também socialmente. Num processo mútuo, as concepções são influenciadas por práticas e estas influenciadas por aquelas. Nas palavras de Ponte (2002, p.10),

> As concepções influenciam as práticas, no sentido em que apontam caminhos, fundamentam decisões, etc. Por seu lado, as práticas, que são condicionadas por uma multiplicidade de factores, levam naturalmente à geração de concepções que com elas sejam compatíveis e que possam servir para as enquadrar conceptualmente.

Um exemplo desse direcionamento dado por concepções, no caso de alunos em relação à Matemática, seria a tendência deles a direcionar seus olhares apenas a dados numéricos com o propósito de usá-los em aplicação de fórmulas, em detrimento de uma interpretação mais ampla de um problema matemático. Conforme Gómez-Chacon (2002),

> *Los alumnos buscan en los enunciados de los problemas un conjunto de referentes habituales (consensuados explicitámente o implicitamente con el profesor, a partir de la practica escolar anterior) que les permitan por una parte descubrir cuàl es el procedimitiento matemático (o el campo de conocimientos) al cual hace referencia, y por otra parte decidir la manipulación más adecuada e los datos contehidos en los enunciados* (GOMEZ-CHACON, 2002, p.11, grifo da autora).

Gomez-Chacon (2002) foca seus estudos em crenças e afetividade como fatores que afetam a aprendizagem matemática. A definição que ela utiliza para crenças é próxima da utilizada por Ponte (1992) para concepções: estruturas cognitivas que abrangem elementos afetivos, avaliativos e sociais e que, na construção de noções sobre a realidade, funcionam como um filtro de informações. Ao discorrer sobre a imagem que os estudantes têm da matemática, Gomez-Chacon (2002) aponta exemplos como a ideia de que o aluno não deve opinar sobre enunciados propostos por seu professor e nem criticá-los, bem como a ideia de que somente os conteúdos exigidos para provas e exames são importantes para serem conhecidos.

> *Muchos de nuestros alumnos creen que todos los problemas de Matemáticas se pueden resolver mediante la aplicación directa de hechos, reglas, fórmulas y procedimientos mostrados por el profesor o presentado en los libros de texto, llegando a la conclusión de que el pensamiento matemático consiste en ser capaz de aplicar hechos, reglas, fórmulas y procedimientos*

> *Desde la perspectiva motivacional estos estudiantes estarán motivados para memorizar reglas y fórmulas. No estarán interesados en los aspectos conceptuales, en las conexiones entre distintos conceptos matemáticos. Invertirán más tiempo en hacer que en reflexionar sobre el problema, sobre lo que hacen y sobre para qué les sirve lo que están haciendo* (GOMEZ-CHACON, 2002, p.12).

Das observações feitas por esses autores emerge um ponto para reflexão em relação ao tema central de nosso estudo: a argumentação. É viável percebermos que a imagem que os alunos têm da matemática de que esta requer precisão metódica, de que o resultado em atividades matemáticas deve ser corroborado pelo professor, dentre outras, pode limitar sua argumentação, sua disposição e busca por raciocínios que vão além da memorização de procedimentos. No que tange ao professor, as representações em relação à matemática podem afetar sua atuação quanto à construção e desenvolvimento da argumentação em sala de aula.

## 5.5 Conhecimento Prévio e Cotidiano

Se por um lado temos as concepções sobre a Matemática como acabamos de ver, por outro temos mais um “tipo” de concepção tão importante quanto aquelas quando pensamos em possíveis fatores envolvidos com a argumentação em sala de aula: as concepções prévias.

No campo das ciências, as concepções prévias são também denominadas ideias intuitivas, espontâneas, de senso comum, dentre outras expressões referentes a ideias e explicações dos estudantes construídas em suas vivências e cotidianos. São concepções que, a princípio, foram vistas como distorcidas em relação ao saber científico e que, por isto, precisariam ser substituídas na educação formal, ocorrendo diversos estudos sobre como promover tal mudança conceitual, como apontam Bastos *et al* (2004).

O reconhecimento da existência de um conhecimento prévio teve consequências importantes na educação. O embate à ideia de que o conhecimento existente é transmitido do professor ao aluno, estando este em posição passiva no processo de ensino e aprendizagem, é uma dessas consequências positivas. Contudo, a percepção sobre a necessidade de mudar ou substituir a concepção prévia atribuindo um status de superioridade ao conhecimento científico corresponde ao aspecto que recebeu críticas. Na visão de críticos, ao invés de mudança que privilegia o saber científico, haveria uma coexistência de concepções e conhecimentos (BASTOS *et al*, 2004).

Partindo dessa crítica e olhando, especificamente, para a Educação Matemática, a situação nos remete à Etnomatemática. Por assim dizer, o conhecimento prévio como saber matemático que o aluno traz consigo recebeu atenção e foi valorizado pela Etnomatemática, programa que estuda o uso de procedimentos matemáticos não-formais nos mais diversos contextos culturais (FIORENTINI, 1995).

Além de termos o conhecimento prévio partindo do cotidiano e do contexto onde vive o aluno, podemos abordar o conhecimento prévio também como o conhecimento de etapa anterior, de conteúdo anterior do decorrer dos estudos. Ou seja, observamos que de um lado temos conhecimentos prévios como sendo aqueles construídos pelos alunos em seu grupo social, cultural, cotidiano e, por outro lado, o conhecimento prévio tomado dentro da própria linearidade da educação formal como aquele de uma etapa anterior ao estudo/conteúdo presente. Para este segundo entendimento, temos as colocações feitas por Nunes (2011) e Costa (2017) em suas pesquisas e que nos orientam em nossas reflexões sobre a relação entre os conhecimentos prévios (nos dois sentidos) e o processo de argumentação.

Nunes (2011), em sua pesquisa sobre a argumentação como método de ensino e compreensão de conceitos matemáticos, considerou o que chamou de experiência de referência[4] como elemento motivador da comunicação de ideias e, assim, da prática argumentativa. A experiência de referência foi a primeira etapa da sua pesquisa, tendo em vista sua compreensão de que os conhecimentos prévios dos alunos juntamente com a mediação do professor "possibilitarão [aos alunos] fazer uso e envolver em suas argumentações: representações, expressões e simbologias, que envolvam um determinado assunto em pauta" (Nunes, 2011, p.11).

Diferentemente de Nunes (2011) que promoveu um contato inicial (experiência de referência) aos alunos participantes de sua pesquisa, a primeira fase da pesquisa Costa (2017) foi diagnóstica "no que diz respeito à linguagem pertinente ao tema ou assunto em questão, conceitos, ideias, etc" (COSTA, 2017, p.63). Em seu estudo, ele fez a seguinte observação sobre os conhecimentos prévios: "A habilidade de perceber elementos, além daqueles que são explicitados, requer a apropriação de ferramentas além do raciocínio lógico para efetuá-la, como, por exemplo, conhecimentos prévios do tema são necessários para fazer deduções ou analogias" (COSTA, 2017, p.28). Segundo ele, na fase em que são formuladas conjecturas num processo de produção de novos conhecimentos, os próprios cientistas "utilizam da

---

[4] Experiência anterior em que o aluno tenha contato de maneira ampla com o conteúdo a ser abordado com possibilidade de explicar, justificar, construir ideias. Segundo Nunes (2011), trata-se de uma expressão adotada a partir de Douek e Scali.

intuição, de conhecimentos prévios, de testes e de exemplos particulares e justificativas informais" (COSTA, 2017, p.33).

Notamos, assim, que o conhecimento prévio e o cotidiano também se configuram como fatores pertinentes à construção e desenvolvimento da argumentação.

## 5.6 Interpretação/Vocabulário

O emprego adequado de vocabulário é mais um fator que podemos associar à produção de argumentos. Um vocabulário ampliado por meio da leitura, por exemplo, pode melhorar a argumentação, como mostra a pesquisa de DANTAS (2011). Defender ideias tanto de maneira escrita como falada requer o uso de palavras e argumentos bem construídos. Neste sentido, o vocabulário torna-se um importante instrumento para a argumentação, inclusive na matemática, auxiliando na compreensão da linguagem que lhe é própria.

A dificuldade de alunos na compreensão de enunciados de problemas matemáticos foi objeto de estudo de Freitas (2015). Ele observou que é comum atribuir-se apenas aos professores de Língua Portuguesa o trabalho com leitura e interpretação de textos, quando, na verdade, é algo que perpassa todas as disciplinas cabendo a todas, especialmente à Matemática, voltar-se a essas habilidades. Esta ressalva em relação à Matemática é justificada, pelo pesquisador, ao destacar a especificidade da linguagem matemática e também a necessidade de se desvencilhar da ideia de ser uma disciplina centrada na memorização e execução de procedimentos mecânicos.

Em seu estudo, realizado com estudantes do ensino médio, Freitas (2015) identificou fragilidade na argumentação desses estudantes mediante um vocabulário limitado e, dessa forma, dificuldades com conhecimentos matemáticos relacionados a operações, frações e aplicação algébrica, bem como dificuldades em compreender diversas palavras e expressões como transcorrer, consecutivo, perímetro, progressão, um terço.

Esses são alguns aspectos que selecionamos e tantos outros podem ser pensados e discutidos no sentido de perceber como podem favorecer ou não o desenvolvimento, em sala de aula, da habilidade de argumentar. Portanto, o que abordamos nesta seção não é uma lista taxativa de fatores.

Além disso, a separação que fizemos aqui tem caráter apenas didático, afinal, como podemos perceber, esses fatores estão interligados de alguma maneira. Por exemplo, destacarmos o papel do professor engloba não apenas as escolhas didático-metodológicas que realiza, mas concepções e crenças, seja sobre a matemática ou mesmo sobre o processo de ensino e aprendizagem, envolvidas nessas escolhas. Independente disto resultar ou não na valorização de interações sociais argumentativas nas aulas de matemáticas, o conhecimento prévio do aluno e seu cotidiano poderão estar presentes nos esforços pela compreensão do novo conteúdo ou bloqueados pela concepção que esse aluno possuir quanto à matemática e sua relação com esta disciplina.

Todos esses fatores têm um contexto histórico no qual se desenvolveram reunindo características e relações de influência. Isto nos remete a apresentar elementos históricos relacionados a um outro aspecto importante em nossa pesquisa, a Educação de Jovens e Adultos. Diante das concepções que giram em torno dessa modalidade de ensino, apenas recentemente, através da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional n° 9394, de 20 de dezembro de 1996 (LDB 9394/96), ela foi incluída na educação básica, deixando de ser admitida legalmente como um sistema de ensino à parte. Vejamos na próxima seção alguns dos passos dados ao longo da sua história no contexto brasileiro.

## 6 SOBRE A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

MOBRAL[5] e ensino supletivo[6] certamente são termos familiares a quem viveu durante os anos de 1970 e início de 1980, no Brasil. Eles contam um pequeno trecho da história da educação de adultos no país. Claro que essa história não teve início nos anos de 1970. Ela retrocede ao período colonial quando os jesuítas instruíam jovens e adultos na medida em que os catequizavam. Fato este que durou cerca de 200 anos até que os jesuítas foram expulsos do Brasil. No período que se segue (o Império), a educação ficou restrita àqueles com poder econômico e, ao final do período imperial (1822-1889), mais de 80% da população brasileira com mais de 15 anos de idade eram analfabetos. Foi com esse quadro que o Brasil iniciou seu período republicano (1889 aos dias atuais) quando, através da Constituição de 1891, a responsabilidade pelo ensino primário foi transferida às Províncias e Municípios e firmou-se o impedimento de analfabetos ao voto (SILVA JR, 2015). Eles eram tidos como dependentes, incompetentes e incapazes. Justificativa usada para o direito ao voto não lhes ser concedido. Apenas letrados com poder aquisitivo tinham esse direito (STRELHOW, 2010), Trata-se de algo que salientamos como conveniente esta pequena parcela da população frente à recente, naquele momento, abolição da escravatura no país.

No século XX, no plano internacional, a criação de organizações como a UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura) e a realização de eventos, que evidenciavam a educação como essencial ao desenvolvimento das nações, tornaram o alto índice de analfabetismo motivo de preocupação para o Brasil. O país estava em processo de industrialização, crescimento populacional urbano e em busca de desenvolvimento. Contudo, essa preocupação do Brasil se concentrou no índice, não necessariamente em métodos pedagógicos ou materiais didáticos adequados à alfabetização

---

[5] Movimento Brasileiro de Alfabetização, iniciado nos anos de 1970, com o objetivo de promover a alfabetização das classes populares e uma educação continuada. (SILVA JR, 2015)

[6] Inicialmente, por volta do ano de 1890, correspondia ao exame de acesso ao ensino superior realizado por jovens e adultos. Ao final do século XX o termo é usado ao abordar o ensino direcionado a jovens e adultos que não estudaram os dois graus (1º grau correspondente ao ensino fundamental e 2º grau correspondente ao ensino médio) em idade prevista para tal. Suas características específicas foram estruturadas em lei instaurada nos anos de 1970 (a Lei de Diretrizes e Bases 5692, de 11 de agosto de 1971), embora como ensino ele tenha sido fomentado já na década de 1940 quando, no Brasil, ações diversas foram realizadas com o propósito de reduzir os índices alarmantes de analfabetismo. Essa LDB de 1971 abrangia as fases iniciais e também o aperfeiçoamento, a capacitação profissional, a atualização de conhecimentos, refletindo o que estava sendo preconizado pela UNESCO (FARIAS; IRELAND; SILVA, 2018).

dos adultos (SILVA JR, 2015). Nessa busca por uma recuperação do atraso evidente, como se não bastasse o estigma da incapacidade de pensar por si próprio, os adultos, em condição de analfabetismo, foram responsabilizados pelo subdesenvolvimento do país (STRELHOW, 2010).

Nos anos de 1950, o educador Paulo Freire lutou contra essa visão distorcida e atribuiu uma importante atenção ao ensino voltado a adultos. As suas ideias conduziam à chamada educação libertadora e o seu legado ressalta o contexto sócio-cultural, o conhecimento prévio e história de vida do estudante adulto e ressalta também a opressão e discriminação social direcionadas a esse estudante, bem como a necessidade de uma educação voltada à conscientização. Mas essa mobilização freiriana foi enfraquecida no período da ditadura militar (1964-1985), quando a alfabetização foi assumida de maneira mais conservadora e assistencialista. Contudo, durante a ditadura, foi criado o MOBRAL e foi promulgada LDB 5.692/71[7] recomendando o atendimento em ensino supletivo aos jovens e adultos (SILVA JR, 2015).

Diante disso, o Ministério da Educação propôs através do Departamento de Ensinos Supletivos (DESU) estruturado em 1973, a implantação de Centros de Estudos Supletivos (CES), ou seja, instituições que atendessem, prontamente, a expressiva demanda de ensino supletivo no Brasil de maneira menos onerosa. Tais Centros possuiriam características, inclusive metodológicas, específicas abrangendo não apenas a escolarização, mas também necessidades de atualização de conhecimentos e de formação técnica voltada ao trabalho, ou seja, haveria outras funções além da suplência, o que justificaria o uso do termo Estudos ao invés de Ensino (FARIAS; IRELAND; SILVA, 2018). Isto, certamente, refletia o contexto histórico daquele momento (tendências tecnicistas, visibilidade internacional como país em desenvolvimento).

Segundo Farias, Ireland e Silva (2018, p. 175), “o sucesso dos CES colocaria o Brasil na vanguarda da promoção da educação para todos, transmitindo a impressão de que se estava construindo uma nação democrática e popular”. Dessa forma, os CES foram implantados em todo o território nacional e a responsabilidade por cada um era da respectiva Unidade Federativa (FARIAS; IRELAND; SILVA, 2018). Um deles foi o Centro de Estudos Supletivos Professor Severino Uchoa, em Aracaju/SE, criado a partir do Decreto nº 2.751, de

[7] Lei de Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, os quais são conhecidos atualmente como ensino fundamental e ensino médio, respectivamente.

21 de dezembro de 1975 e com funcionamento autorizado mediante a Resolução n° 114/78/CEE de dezembro de 1978 (SERGIPE, 2019).

Esses Centros serviriam como uma espécie de pólo educacional onde se realizariam exames de certificação, para onde os estudantes jovens e adultos iriam para tirar dúvidas que tivessem surgido durante seu estudo que, por sua vez, deveria ocorrer individualmente e de maneira autoinstrutiva. Nos Centros, haveria apoio a esse estudo com recursos (material didático, biblioteca, aparatos tecnológicos) e orientadores de aprendizagem. Os cursos oferecidos "poderiam ser ministrados em classes ou mediante utilização de rádio, correspondência, televisão e outros meios que possibilitassem o alcance do maior número possível de estudantes" (FARIAS; IRELAND; SILVA, 2018, p.167). O chamado Telecurso 2000, desenvolvido pela iniciativa privada para jovens e adultos com mais de 15 anos de idade e realizado a partir de 1978, é um exemplo desse formato de curso supletivo permitido pela LDB 5.692/71 (SILVA JR, 2015).

Com o fim do regime militar e o retorno da democracia no Brasil, alguns dos CES foram desativados e outros reestruturados. Aqueles que permaneceram em funcionamento tiveram alteração na nomenclatura, pois com a nova Lei de Diretrizes e Bases promulgada em 1996 (LDB 9394/96), as ideias do ensino supletivo desenvolvidas no período ditatorial foram suprimidas e a educação direcionada àqueles que não efetuaram seus estudos nos ensinos fundamental e médio em idade própria, agora integrante da Educação Básica, passou a ser denominada Educação de Jovens e Adultos (FARIAS; IRELAND; SILVA, 2018). Diante disto, com a Resolução nº 341, de 16 de novembro de 2006, o Centro de Estudos Supletivos Prof. Severino Uchoa, por exemplo, passou a denominar-se Centro de Referência de Educação de Jovens e Adultos Professor Severino Uchoa (CREJA Prof. Severino Uchoa) (SERGIPE, 2019) que, por sua vez, é o campo de estudo de nossa pesquisa.

A partir da LDB 9394/96, foram estabelecidas as Diretrizes Curriculares Nacionais para a EJA no ano 2000, bem como esta modalidade foi incluída no Plano Nacional de Educação (PNE), dentre outras medidas atualmente vigentes (SILVA JR, 2015).

Num esboço atual quanto à escolarização dos jovens e adultos no Brasil, segundo dados mais recentes do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2019), no país a taxa de analfabetismo em 2018 foi de 6,8%, ou seja, ainda há mais de 11 milhões de pessoas com 15 anos ou mais de idade analfabetas. Especificamente no nordeste, essa taxa equivale a 13,87%. Conforme o Plano Nacional de Educação, uma das metas estabelecidas é a erradicação do analfabetismo em absoluto até 2024 (Lei 13.005, de 25 de junho de 2014).

Diante desse quadro, conforme observado por Strelhow (2010, p. 50), “a situação atual demonstra que o Brasil ainda não conseguiu garantir, na prática, a educação à [*sic*] todas as pessoas, como garante a constituição”. Como vimos historicamente, há décadas foram iniciados movimentos e projetos direcionados à erradicação do analfabetismo e, alguns, à elevação do nível de escolaridade dos brasileiros, principalmente quando a educação foi colocada como fator que caracterizaria o desenvolvimento econômico do país. Contudo, a jornada ainda parece longa ao se analisar diferenças ainda pouco expressivas nas taxas de analfabetismo, de instrução, dentre outras, no campo educacional.

Nesse sentido, consideramos relevante destacar alguns aspectos delineados pelos dados do IBGE relativos à educação no Brasil em 2018, tendo em vista um quantitativo de pessoas que podem, em algum momento, buscar a modalidade da educação de jovens e adultos para dar seguimento aos estudos ora interrompidos. O primeiro aspecto trata das etapas da educação básica.

> Entre aqueles que não completaram a educação básica, 6,9% eram sem instrução, 33,1% tinham o ensino fundamental incompleto, 8,1% tinham o ensino fundamental completo e 4,5% o ensino médio incompleto. Apesar dos avanços, mais da metade da população de 25 anos ou mais de idade, no Brasil, não havia completado a educação escolar básica e obrigatória em 2018 (IBGE, 2019, p.3).

O segundo aspecto diz respeito ao número médio de anos de estudos de pessoas com 25 anos ou mais de idade. O IBGE apontou que, em 2018, na região nordeste do país, tais pessoas tiveram menos de 8 anos de estudo, o menor dentre todas as regiões (no centro-sul, o total está entre 9,5 e 10 anos e na região norte é de 8,7 anos). O terceiro aspecto é relativo à taxa de escolarização entre jovens de 15 a 17 anos que permanece inferior a 89%.

Assim, é reforçada a importância não apenas de estudos que analisem motivos de evasão e formas de manter as pessoas nas escolas, mas também de promover a qualidade no ensino dentro da EJA. Se essa qualidade requer o pleno desenvolvimento do cidadão e, para tanto, a habilidade de argumentar pode contribuir para o exercício da cidadania, pensar no uso e desenvolvimento desta habilidade em salas de aula da EJA torna-se tão importante quanto em salas de aulas da modalidade regular de ensino.

### 6.1 EJA em Números

Especificamente sobre as faixas etárias de estudantes da EJA, segundo o IBGE de 2018 (Figura 3), “48,5% dos estudantes do EJA do ensino fundamental (EJAEF) tinham até 24 anos e 29,0% tinham 40 anos ou mais. No EJA do ensino médio (EJAEM), o grupo mais novo concentrou 52,0% e o de 25 a 39 anos, 32,3%” (IBGE, 2019, p. 8).

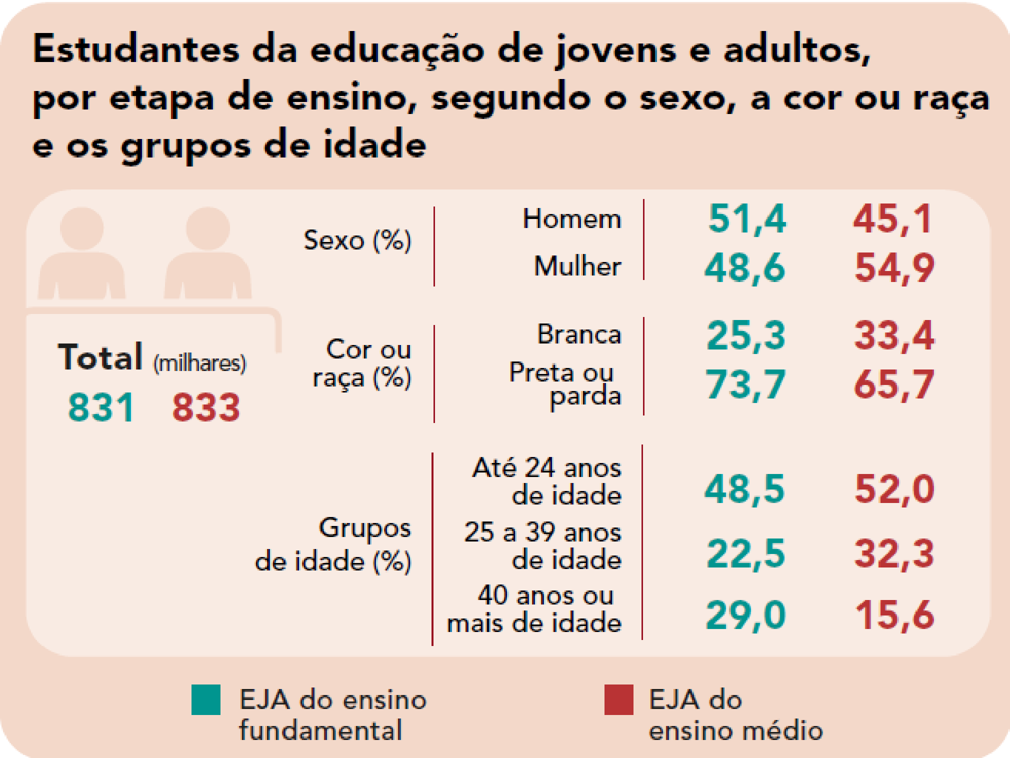



Figura 3 – Dados de caracterização de estudantes da EJA em 2018.
Fonte: IBGE (2019)

Considerando tais dados estatísticos, vejamos a situação da EJA de acordo com o Censo Escolar de 2019, divulgado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), estreitando nosso olhar ao estado de Sergipe até alcançarmos nosso campo de estudo, o CREJA Prof. Severino Uchôa.

Segundo o Censo Escolar de 2019, o número de matrículas na EJA diminuiu 7,7%, seguindo a tendência de redução de matrículas em toda a rede pública de ensino do país no referido ano (-1,2%).

Apesar da redução observada, o total absoluto continua acima dos três milhões de matrículas na EJA em 2019 (aproximadamente 1,8 milhão no EJAEF e 1,2 milhão no EJAEM), conforme Tabela 1.

Tabela 1 - Quantidade de Matrículas na EJA - Total Brasil - Censo Escolar 2019

| **Dependência Administrativa** | **Mediação didático-pedagógica** | **EJAEF** | **EJAEM** |
|---|---|---|---|
| Estadual | Presencial | 453.007 | 922.346 |
| | Semipresencial | 103.765 | 197.880 |
| | EAD* | 849 | 1.341 |
| Federal | Presencial | 394 | 2.964 |
| | Semipresencial | - | 34 |
| | EAD* | - | - |
| Municipal | Presencial | 1.200.702 | 9.539 |
| | Semipresencial | 22.552 | 18.760 |
| | EAD* | 283 | - |
| Privada | Presencial | 17.759 | 33.164 |
| | Semipresencial | 2.950 | 26.813 |
| | EAD* | 13.133 | 66.517 |
| **TOTAL** | | **1.815.397** | **1.279.358** |

Fonte: DEEP/INEP (BRASIL, 2020)

*Educação à Distância

Vale ressaltarmos que a educação especial também apresenta alunos matriculados na modalidade EJA. Em 2019, foram mais de 110 mil na EJAEF e mais de 15 mil na EJAEM.

Em Sergipe, não houve redução no número de matriculados na rede pública de ensino em 2019 quando comparado a 2018, principalmente na EJA que, por sua vez, teve um aumento de aproximadamente 3,8% (de 41.441 em 2018 para 43.004 em 2019). É importante destacar que nessa unidade federativa, a EJA funciona apenas presencialmente e 22 dos 75 municípios sergipanos possuem matrículas apenas na EJAEF. A distribuição, segundo a esfera administrativa, está em conformidade com os dados da Tabela 2.

Tabela 2 – Quantidade de Matrículas na EJA – Total Sergipe - Censo Escolar 2019

| **Dependência Administrativa** | **Mediação didático-pedagógica** | **EJAEF** | **EJAEM** | **Educação Especial EJA** | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | **EF** | **EM** |
| Estadual | Presencial | 6.107 | 10.523 | 242 | 77 |
| Federal | Presencial | - | - | - | - |
| Municipal | Presencial | 25.539 | - | 516 | - |
| Privada | Presencial | 289 | 457 | - | 6 |
| **TOTAL** | | **31.935** | **10.980** | **758** | **83** |

Fonte: DEEP/INEP (BRASIL, 2020)

Desse total, 16,78% da EJAEF e 28,26% da EJAEM foram realizadas em instituições localizadas Aracaju, capital do Estado. Observando os dados disponíveis no portal da Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe (SEDUC-SE), temos que, em média[8], mais de 15% dessas quase três mil matrículas da EJAEM, realizadas na capital, ocorreram no Centro de Referência em Educação de Jovens e Adultos Professor Severino Uchoa, instituição voltada a essa modalidade de ensino e com turmas tanto de nível fundamental quanto de nível médio nos três turnos de seu funcionamento. O nível médio abrange quatro etapas – cada uma delas desenvolvida em um semestre letivo – das quais as duas primeiras comportam o ensino de conteúdos matemáticos previstos para o referido nível de ensino.

## 6.2 Argumentação, Matemática e EJA

Conforme ressaltado pela BNCC (BRASIL, 2017), a Matemática não se reduz a contagens, medições e cálculos. Percebê-la como uma linguagem específica, por exemplo, nos

---

[8] No portal da de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura de Sergipe (SEDUC-SE), para um ano completo, o registro das matrículas na modalidade EJA é apresentado como correspondente a dois momentos que, por sua vez, acreditamos (pois não encontramos notas explicativas no *site*) serem referentes aos semestres, já que os módulos e etapas da EJA são consolidados por semestre. Comparando os dados do INEP com os da SEDUC-SE, observamos uma pequena diferença nos registros para o ano completo no âmbito de Aracaju, de forma que nos do INEP a quantidade (2860, sem a da educação especial) é um pouco acima das matrículas contabilizadas pela SEDUC-SE para o primeiro semestre da EJA (2709), o que reforça nossa observação. Dessa forma, para termos esse panorama da participação do CREJA Prof. Severino Uchoa no que se refere às matrículas, consideramos uma média entre o percentual de matrícula da instituição em relação ao total da capital, no primeiro semestre, e o do segundo semestre.

mostra que ela se reveste da necessidade de uma comunicação efetiva, de interpretação e construção de representações da realidade, da percepção de relações, da realização de abstrações, da utilização de um raciocínio lógico, enfim, a Matemática se revela enquanto fundamental para a vida e, portanto, indispensável no processo educativo.

Observando as competências que podem ser desenvolvidas a partir do conhecimento e de habilidades da área de Matemática, podemos reconhecer o potencial que a disciplina tem na formação de cidadãos críticos. Tais competências abrangem o raciocínio lógico, a representação significativa, a comunicação e a argumentação (BRASIL, 2017).

> Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2017, p. 8).

“Argumentar” é, inclusive, colocada como uma das competências gerais de toda a educação básica num processo direcionado ao desenvolvimento do pensamento criativo, lógico e crítico.

> Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta (BRASIL, 2017, p.9).

A BNCC enfatiza a necessidade de tornar significativos os conteúdos de quaisquer dos componentes curriculares seja na maneira como são apresentados ou exemplificados, articulados ou contextualizados. Aspecto fundamental em todas as modalidades de ensino.

> Nesse sentido, cabe às escolas de Ensino Médio contribuir para a formação de jovens críticos e autônomos, entendendo a crítica como a compreensão informada dos fenômenos naturais e culturais, e a autonomia como a capacidade de tomar decisões fundamentadas e responsáveis (BRASIL, 2017, p. 463).

Em relação ao componente Matemática, as habilidades desenvolvidas em cada uma das unidades de conhecimento da matemática[9] precisam continuar a ser desenvolvidas no

[9] Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatísticas

Ensino Médio com o diferencial na necessidade, por parte dos estudantes, de uma visão integrada da área e uma percepção de sua aplicabilidade à realidade, ao cotidiano. Assim, cabe à matemática estimular a reflexão, abstração, pensamento analítico, sistêmico, indutivo, dedutivo e também criativo, todos direcionados a tomadas de decisão que se fizerem necessárias no convívio social seja modalidade regular do Ensino Médio, seja na modalidade EJA, uma vez que são habilidades necessárias ao exercício da cidadania e à qualificação para trabalho.

> Para que esses propósitos se concretizem nessa área [Matemática], os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (BRASIL, 2017, p. 519).

Ainda segundo a BNCC, o desenvolvimento dessas competências requer dos estudantes que mobilizem as capacidades/processos a seguir, que, por sua vez, compõem o chamado letramento matemático:

- Raciocinar – investigação, identificação de regularidades, explicação e justificação de soluções para problemas investigados e para o raciocínio utilizado;
- Representar – uso de registros representativos para compreensão, resolução e comunicação de resultados propiciando o desenvolvimento do raciocínio;
- Argumentar – elaboração de justificativas para conjecturas a serem formuladas e testadas;
- Comunicar – interação e comunicação de resultados alcançados com as justificativas associadas às conclusões não apenas com os símbolos matemáticos, mas com uso da linguagem própria da comunicação entre seus pares.

Podemos observar a presença do processo de argumentação matemática em cada uma dessas capacidades, reconhecendo, portanto, a importância desse tema, corroborada por Sales (2010, p. 74) quando este afirma: “argumenta-se para compreender e argumenta-se por ser compreendido”.

Convém ressaltarmos que nos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (PCNEM) a habilidade de argumentar já vinha sendo trazida como um dos aspectos a serem levados em consideração na formação dos estudantes nesse nível de ensino. Além disso, as Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio a serem estendidas a EJAEM, conforme expresso nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos, reforçam a finalidade, indicada na LDB 9394/96, de desenvolver no estudante “autonomia intelectual e o pensamento crítico”, apontando para a necessidade das escolas mobilizarem o raciocínio, a capacidade de analisar, de explicar, de prever e de intervir, dentre outras competências.

Diante dessa constatação, construímos nosso estudo de acordo com os procedimentos que descrevemos na próxima seção.

# 7 METODOLOGIA

O campo de estudo de nossa pesquisa é o Centro de Referência em Educação de Jovens e Adultos (CREJA) Professor Severino Uchoa, instituição de ensino destinada à Educação de Jovens e Adultos (EJA), localizada na zona leste de Aracaju/SE. O nosso objetivo vincula-se a estudantes de nível médio da modalidade EJA, embora tenhamos considerado a participação de seus professores como fundamental ao desenvolvimento desta pesquisa.

A realização da coleta de dados foi precedida por submissão do projeto ao comitê de ética, ocorrida no dia 22 de janeiro de 2020. Uma vez aprovado (aprovação ocorrida em 09 de março de 2020), o projeto foi colocado em andamento, conforme descrevemos nesta seção.

O(A)s professore(a)s e aluno(a)s da instituição escolhida tiveram livre aceitação em participar ou não da pesquisa, assim como em desistir de continuar nela a qualquer momento. A aceitação decorreu, inicialmente, de assinatura/anuência do termo de consentimento no qual apresentamos informações sobre a pesquisa e garantias éticas como o anonimato, o sigilo e a confidencialidade de dados que possibilitassem a identificação do participante como, por exemplo, o seu nome. Assim, conforme compromisso estabelecido com os participantes, na análise dos dados que está apresentada na seção seguinte, substituímos os seus nomes por códigos que apresentamos na subseção 7.2. Antes, é importante destacarmos os nossos objetivos.

## 7.1 Objetivos

Para o desenvolvimento da nossa pesquisa, partimos da seguinte questão central: “como os estudantes da EJAEM argumentam em atividades de Matemática?”. Em concordância com esse questionamento, delineamos os seguintes objetivos da pesquisa:

### 7.1.1 Geral

Examinar aspectos de argumentos emitidos por estudantes em respostas que apresentam a questões que envolvem matemática, classificando, quando possível, as argumentações usadas como justificativas.

### 7.1.2 Específicos

- Identificar e classificar os argumentos apresentados pelos estudantes;
- Descrever o contexto em que os argumentos são produzidos pelos estudantes;
- Caracterizar e averiguar os argumentos apresentados pelos alunos em cada momento da pesquisa (momento de resolução de questões individualmente, momento de resolução em grupo).

Assim, planejamos as etapas da nossa pesquisa definindo os procedimentos e instrumentos para o alcance dos nossos objetivos.

## 7.2 A Coleta de Dados

A realização de coleta de dados desta pesquisa foi, inicialmente, programada para ocorrer em quatro momentos presenciais: observação de aulas e entrevistas com professore(a)s, caracterização do(a)s aluno(a)s participantes, aplicação de questões matemáticas e discussões das questões em grupos. Contudo, as instituições de ensino municipais, estaduais e federais foram fechadas em decorrência de medidas governamentais diante de problemas de saúde pública[10]. Por conseguinte, as aulas presenciais foram suspensas e passaram a ocorrer de maneira remota a partir de orientação da Secretaria de Estado da Educação, do Esporte e da Cultura (SEDUC) de Sergipe através da Portaria nº 2235/2020, de 27 de maio de 2020.

Diante disso, adaptamos a nossa programação e planejamento para coleta de dados considerando a referida situação. Para o primeiro momento, foi mantido contato com a

---

[10] A partir de março de 2020, o governo do estado, assim como prefeituras, emitiu decretos com medidas de controle de disseminação de um vírus (causador da COVID-19, *Corona Vírus Desease*-2019) que tem circulado em inúmeros países. Dentre essas medidas, está a suspensão de atividades educacionais em todas as instituições de ensino (escolas, universidades, faculdades). O primeiro decreto em Sergipe foi o Decreto nº 40.560, de 16 de março de 2020, emitido e em vigor na data da sua publicação, momento em que iniciaríamos as etapas de coleta de dados indicadas nesta seção. A partir de então, foram promulgados os decretos n. 40.567, de 24 de março de 2020, n. 40.576, de 16 de abril de 2020, n. 40.588, de 27 de abril de 2020, n. 40.600, de 25 de maio de 2020, n. 40.615, de 15 de junho de 2020, dentre outros, prorrogando os prazos das medidas previstas no primeiro decreto bem como apresentando planejamento de retomada de atividades remotamente. Este fato tornou necessária uma adaptação na forma de coleta de dados que, a princípio, ocorreria em ambiente escolar e teve que acontecer através de plataformas virtuais.

diretora da instituição de ensino, campo desta pesquisa, a fim de obtermos os contatos telefônicos do(a)s professor(a)s de matemática das turmas do nível médio (EJAEM) e informações sobre o andamento remoto das aulas. A partir da permissão de quatro professor(a)s, recebemos os seus contatos, através dos quais realizamos o convite, individualmente, para participarem da pesquisa e apresentamos o Termo de Consentimento. Tod(a)s ele(a)s aceitaram ser entrevistado(a)s e informaram dia e horário que lhes eram viáveis. As entrevistas foram realizadas via internet por chamadas de vídeo.

Com as entrevistas, realizadas de maneira semi-estruturada, buscamos informações sobre a trajetória do(a) professor(a), seu planejamento e ensino da disciplina, bem como seu conhecimento sobre argumentação. Apresentamos esses dados na próxima seção utilizando os códigos P1, P2, P3 e P4 para fazermos referência às colocações de cada um do(a)s professore(a)s entrevistado(a)s, de maneira a preservarmos suas identidades. Adotamos a análise de conteúdo (BARDIN, 2011), com pré-análise (sistematização de ideias iniciais), exploração das transcrições que fizemos de cada entrevista selecionando trechos em que identificamos elementos de significação passíveis de comparação, então, considerados unidades de registro, agrupadas conforme categorias que definimos previamente (metodologia de ensino adotada e atividades, interação em aula, o livro didático, conhecimento sobre argumentação).

Visando a observação de aulas, obtivemos autorização para acompanharmos as aulas de turmas da EJAEM lecionadas pelo(a)s professore(a)s entrevistado(a)s, as quais estavam ocorrendo através de um aplicativo[11] que permite a troca instantânea de mensagens escritas e em áudio, bem como o envio e recebimento de arquivos de imagens, de textos, dentre outros. O acesso a este aplicativo ocorre mediante um número de telefone cadastrado pelo usuário para uso do aplicativo quando o aparelho telefônico fica conectado à internet. No aplicativo é possível formar grupos, ou seja, os usuários podem ser reunidos de maneira que o envio de mensagens e arquivos por um usuário é recebido pelos demais componentes do grupo.

Assim, para as aulas remotas, os alunos com acesso ao aplicativo tiveram os seus contatos associados a grupos organizados conforme as turmas da instituição e nomeados de acordo com a sala de aula e o turno. Além dos alunos, faziam parte de cada grupo/turma, os

---

[11] Programa (*software*) com ferramentas para uso em aparelhos eletrônicos como telefones celulares, *tablets* e computadores.

professores de diversas disciplinas (desde que fossem professores da turma) e coordenador(a) do turno no qual as aulas ocorriam.

Para esta pesquisa, recebemos autorização de acesso a seis turmas da EJAEM (Quadro 1) para acompanhamento das aulas de matemática.

Quadro 1 – Turmas da EJAEM participantes da pesquisas

| Turno | EJAEM etapa 1 | EJAEM etapa 2 |
| --- | --- | --- |
| **Manhã** | 1 | - |
| **Tarde** | 2 | 1 |
| **Noite** | 1 | 1 |

Fonte: elaborado pela pesquisadora, 2020

Procuramos evitar quaisquer interferências durante as observações das aulas e ao decidirmos iniciar o segundo momento da pesquisa, informamos ao professor(a) de matemática da turma, solicitando alguns minutos da aula para convidarmos o(a)s aluno(a)s a participarem da nossa pesquisa. Este segundo momento corresponde ao levantamento de dados de caracterização do(a)s estudantes participantes da pesquisa bem como de sua relação com a matemática, mediante a aplicação de um questionário.

Tendo em vista a inviabilidade de aplicação presencial, utilizamos uma ferramenta denominada *Google Forms*, que permite a realização de pesquisas com coleta de dados via formulário eletrônico. Uma vez construído o questionário dentro dessa ferramenta, ele é vinculado a um endereço de acesso via internet. Ao convidarmos o(a)s aluno(a)s a participarem da pesquisa, divulgamos o referido endereço no grupo da turma para que aquele(a)s que aceitassem o convite, pudessem entrar na página do formulário, na internet, acessar o Termo de Consentimento e após o aceite, seguir para as perguntas do questionário. Trinta e cinco aluno(a)s responderam este questionário, conforme apresentamos na próxima seção. Identificamos esses alunos por códigos de A1 até A35, a fim de mantermos suas identidades em sigilo. Para a análise das respostas, mais uma vez optamos por Bardin (2011). Assim, fizemos uma primeira leitura de todas as respostas obtidas e, em seguida, verificamos e selecionamos os elementos de significação conforme critérios que estabelecemos a partir do questionamento feito (a Matemática como a disciplina que o aluno mais gosta ou menos gosta e a opinião dele a respeito da Matemática). Depois agrupamos as unidades de registro em categorias para realizarmos interpretações e inferências na discussão do conteúdo analisado.

Convém ressaltarmos que as transcrições, tanto das falas do(a)s professore(a)s nas entrevistas quanto das respostas dos alunos aos questionários, estão aqui apresentadas entre aspas e em conformidade com as pronúncias e escritas dos participantes, respectivamente. Ou seja, não fizemos alterações, nem correções gramaticais. Nas transcrições das falas do(a)s professore(a)s, utilizamos, ainda, as seguintes convenções: 1. ((parênteses duplos)) para sinalizarmos intervenções externas à entrevista, expressão ou gesto do(a) entrevistado(a) ou alguma fala ininteligível; 2. letras maiúsculas para indicarmos ênfase na palavra proferida e 3. [colchetes] para inserirmos alguma informação referente ao trecho com o intuito de torná-lo mais compreensível e, na discussão dos resultados, quando estiver contendo três pontos, para indicar a supressão de parte da fala.

O terceiro momento da nossa pesquisa corresponde à aplicação de um questionário com quatro questões que envolvem a matemática e que possibilitam a emissão de argumentos visando à temática em estudo, a argumentação em matemática. Esta etapa foi individual.

Para definirmos as questões que comporiam esse questionário, antes da submissão ao comitê de ética, selecionamos aleatoriamente sete questões e aplicamos com cerca de vinte licenciandos de Matemática, com idades entre 19 e 28 anos, nos dias 14 e 21 de novembro de 2019. Na oportunidade, experimentamos equipamentos de gravação de áudio, de vídeo e seus posicionamentos, bem como procuramos observar o tempo transcorrido na aplicação em que requeríamos soluções individuais e, no outro dia, na discussão e solução em grupo. Com esse processo de validação e testagem, identificamos falhas quanto aos equipamentos e a correção das mesmas entrou em nossa pauta. Por outro lado, consideramos a metodologia de coleta de dados apropriada, mas, quanto às questões, deliberamos sobre a relação entre as respostas apresentadas e o nível de escolaridade dos estudantes que nos auxiliaram nesse processo. Consequentemente, julgamos que a lista precisaria ser reelaborada.

Observamos, então, diversas questões das pesquisas que destacamos nas Seções 3 e 4, além de questões de um livro didático do ensino médio. Também discutimos a elaboração de algumas outras questões. Definimos cinco e procuramos validá-las com apenas quatro estudantes, pois só tínhamos acesso a eles, tendo em vista as circunstâncias de saúde pública que motivaram o fechamento das escolas, conforme mencionamos anteriormente. Organizamos as questões em arquivo com formato de apresentação (extensão ppt[12]), a fim de

[12] Corresponde a arquivos elaborados na ferramenta de edição utilizada para apresentações denominada *PowerPoint*.

minimizarmos uma possível percepção do questionário como uma avaliação. Para o envio das questões, salvamos o arquivo em pdf[13].

Apesar da quantidade de estudantes participantes desse segundo processo de validação ter sido baixa, com as respostas obtidas foi possível identificarmos algumas necessidades de ajuste nas questões e decidimos pela retirada de uma delas, uma vez que nela não percebemos multiplicidade de caminhos para alcance da solução, o que foi confirmado com as respostas da validação. Assim, o questionário definitivo ficou com quatro questões (Apêndice F) – q1, q2, q3 e q4 – e foi enviado a cada um dos 35 aluno(a)s participantes, individualmente. De maneira prévia, comunicamos aos professore(a)s sobre o envio dessas questões solicitando que evitassem auxiliar seu(ua)s aluno(a)s nas resoluções e justificativas, dada a necessidade, para nossa pesquisa, de elaboração individual de respostas. Avaliamos a possibilidade de o(a)s aluno(a)s recorrerem a outras pessoas em busca de alguma ajuda. Por isso, comunicamos a necessidade de resolverem sozinho(a)s, embora não tenhamos tido controle sobre essa variável.

O retorno que recebemos nessa etapa da pesquisa foi muito aquém do esperado. Mesmo tendo feito até três reiterações na solicitação das respostas ou de, pelo menos, uma comunicação de desistência em continuar na pesquisa, somente 40% do(a)s aluno(a)s participantes da fase de caracterização continuaram na fase de resolução individual das questões. Examinamos as respostas que recebemos e procuramos organizá-las e categorizá-las a partir de Balachef (1988).

Quanto à quarta etapa, planejamos, a princípio, a realização desta em grupos de pelo menos três pessoas, pretendendo que esses grupos fossem formados por alunos da mesma turma. Contudo, verificamos que poderíamos alcançar pelo menos um trio em apenas duas das seis turmas participantes da pesquisa. Isto porque dos 35 aluno(a)s participantes da fase de caracterização, somente 14 continuaram na pesquisa na fase de aplicação individual das questões, havendo turmas com apenas dois participantes.

Contudo, após contato com aquele(a)s estudantes das duas turmas das quais havia a possibilidade de formação de trios, não obtivemos êxito em nossa pretensão. Consequentemente, decidimos não utilizar o critério de turmas. Optamos pela formação de grupos independentemente da turma da qual o(a)s 14 aluno(a)s fizessem parte. Assim, tivemos a aceitação de seis deste(a)s aluno(a)s. Após consultarmos cada um(a) para

---

[13] Extensão de documento em meio eletrônico, cuja sigla significa *Portable Document File*.

conhecermos os dias e horários disponíveis, foi possível a formação de dois grupos (com três aluno(a)s cada).

Marcamos dia/horário e apesar de ter havido confirmação, tivemos duas abstenções, uma em cada dia marcado. Mediante a incompatibilidade de dias e horários disponíveis, não foi possível unirmos o(a)s outro(a)s quatro participantes num único grupo. Logo, seguimos com duas duplas (uma com aluno(a)s da mesma turma e a outra com aluno(a)s de turmas e turnos distintos).

Selecionamos cinco questões (Apêndice G) – Q1, Q2, Q3, Q4 e Q5 – verificando a maneira como uma possível resposta poderia ser apresentada de acordo com o modelo de Toulmin, pois, nesta fase da pesquisa, almejamos examinar a estrutura dos argumentos construídos pelos estudantes. Essas questões envolvem conhecimentos matemáticos básicos como, por exemplo, noção de quantidade, de espaço e de formas, bem como das operações matemáticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão). Além disso, a capacidade de interpretação, tanto em relação ao problema quanto em relação à representação gráfica, também é requerida.

Não foi possível realizarmos uma validação das questões dessa etapa da pesquisa, embora tenhamos feito apenas um teste de aplicação para verificação técnica e de exequibilidade no modo virtual. Observamos, portanto, aspectos como gravação de áudio e vídeo, bem como viabilidade de interação entre os participantes voltada à resolução de questões coletivamente.

A aplicação ocorreu via internet através de chamada de vídeo simultânea, com gravação iniciada logo após a permissão de cada participante. A primeira aplicação foi com o(a)s aluno(a)s da mesma turma (A33 e A35) e durou 1h26min. Dois dias depois, houve a resolução das questões pela dupla de aluno(a)s que não se conheciam (A15 e A32). Esta durou 2h14min. A dupla formada por A33 e A35, denominamos de dupla 1 (D1) e aquela formada por A15 e A32, dupla 2 (D2).

Nas transcrições das falas dessa quarta fase, utilizamos as mesmas convenções que aplicamos nas transcrições das entrevistas feitas com o(a)s professore(a)s na primeira fase da nossa pesquisa. Além disso, utilizamos os códigos P (pesquisadora), D1 e D2 (dupla 1 e dupla 2) e Q1 a Q5 (questões), sendo que, quando associamos o código referente a uma dupla com um outro referente à questão, é porque estamos sinalizando que a fala apresentada foi emitida pelo participante ao discutir a questão indicada, por exemplo, "A33, Q2D1" refere-se a uma fala de A33, componente da dupla 1 (D1), proferida no momento em que a segunda questão estava sendo resolvida.

Em suma, apresentamos no Quadro 2 as codificações que utilizamos nas transcrições:

Quadro 2 - Códigos utilizados nas transcrições

| Código | Correspondência do código |
|---|---|
| P | Pesquisadora |
| P1 a P4 | Professor(a)s |
| A1 a A35 | Aluno(a)s |
| D1 e D2 | Duplas |
| q1 a q4 | Questões da lista individual |
| Q1 a Q5 | Questões da lista para as duplas |

Fonte: elaborado pela pesquisadora, 2020

As justificativas apresentadas pelas duplas em suas respostas foram organizadas conforme o modelo de Toulmin (2001), sobre o qual trataremos a seguir.

## 7.3 Categorias de análise

Adotamos como categorias, para examinarmos os argumentos dos estudantes, os elementos constituintes do modelo de análise da estrutura de argumentos esquematizado por Toulmin, em 1958, e os tipos de prova definidos por Balacheff, em 1988, os quais apresentamos nas duas próximas subseções.

### 7.3.1 Toulmin e Os Usos do Argumento

Toulmin introduziu seu livro "Os Usos do Argumento", publicado em 1958, destacando que se trata de um conjunto de ensaios nos quais abordou elementos que considerou relacionados a argumentos produzidos no cotidiano, sendo, então, movido pelo interesse na aplicação de argumentos e o que neles constitui sua força e conduz ao alcance de conclusões. Assim, com a atenção voltada aos argumentos práticos, ressaltou que a forma destes argumentos seria mais complexa que o convencional silogismo da lógica formal.

A simplicidade na forma do silogismo foi por ele considerada problemática por ofuscar elementos funcionais de relevância prática numa argumentação. Focado nesta relevância, ele analisou tais elementos partindo de termos modais e a função que os mesmos desempenham em alegações produzidas em situações distintas, ou melhor, em "diferentes espécies de problemas aos quais os argumentos podem estar dedicados" (TOULMIN, 2001, p.239) – campos de argumentos.

Com essa discussão inicial, ele buscou perceber, nas estruturas dos argumentos, tanto aspectos que variam quanto os que não variam quando há mudanças nos campos em que são emitidos. Em relação aos campos de argumentos, ele afirmou:

> Diz-se que dois argumentos pertencem ao mesmo campo quando os dados e as conclusões em cada um dos dois argumentos são, respectivamente, do mesmo tipo lógico; diz-se que eles vêm de campos diferentes quando o suporte ou as conclusões de cada um dos dois argumentos não são do mesmo tipo lógico (TOULMIN, 2001, p.20).

Dessa forma, aquilo que fosse identificado, em sua análise, como parte de um argumento suscetível à variação quando se apresentasse em diferentes campos foi chamado pelo autor de campo-dependente, e o que não varia foi denominado de campo-invariável. Isso porque sua intenção foi alcançar um possível padrão na forma de argumentos empregados na prática.

Fazendo um paralelo entre processos judiciais e processos racionais, o autor indicou a existência de semelhança em procedimentos e, por conseguinte, nas formas dos argumentos. Levando em conta tal semelhança, fez reflexões sobre o emprego de termos modais, com vistas a esclarecer as reais funções destes nos argumentos cotidianos. Para tanto, optou pelo termo "impossibilidade" e seus equivalentes ("é impossível", "não pode") e, posteriormente, o termo "probabilidade", tendo em vista a baixa e a alta preocupação filosófica, respectivamente, com tais termos. Com os primeiros, examinados em uma variedade de situações práticas tomadas como exemplos e dentro das quais os mesmos assumiam sentidos distintos (linguístico, fatídicos, terminológicos), Toulmin procurou entender em que circunstâncias e com que noção os termos modais eram usados ao se construir e se avaliar argumentos, até que ponto variavam quando presentes em campos distintos e quais os critérios de uso que estariam envolvidos. Então, observou que todas as afirmações, ainda que em casos variados e sob razões distintas, podem ser escritas conforme um padrão.

Nos usos de um termo modal, Toulmin identificou aspectos dentre os quais evidenciou o que chamou de força e critérios. A força do termo estaria associada às implicações da sua utilização, ao passo que os critérios corresponderiam às bases e razões que justificam essa aplicação, tornando o termo apropriado ou não a determinado contexto. Dentro da matemática, conforme exemplificado pelo próprio Toulmin, a força do uso do termo "impossível" aponta para a exclusão de uma determinada consideração. A referida exclusão se reveste de razões (critérios) que, por sua vez, podem mudar. "Os critérios podem mudar cada vez que mudamos de um para outro uso, mas a força é sempre a mesma" (TOULMIN, 2001, p.51).

A força, então, representa o que Toulmin denominou de campo-invariável, ou seja, o emprego de termos como "não pode" e "impossível" conduz à consideração e observação do nível de relevância de uma alegação. Já os critérios seriam campo-dependentes, ou seja, variam conforme as razões ponderadas em cada campo.

Tendo atingido esse ponto, ele procurou avançar em sua análise com situações envolvendo o termo "possibilidade" que, segundo o autor, diferentemente dos primeiros termos que utilizou, este recebeu grande atenção de filósofos, embora de maneira inadequada quando envolvido com aspectos práticos, deixando obscuro o processo de "aplicação da lógica a argumentos reais" (TOULMIN, 2001, p.65). Diante de alegações de que a utilização desse termo teria caráter pré-científico, Toulmin questionou se algo pré-científico pode ser tido como não científico e apontou para o caráter qualificador do termo em conclusões diante das necessidades reais de se ter cautela na garantia ao qual o termo se associa. Aquilo que vier a fundamentar essa garantia cautelosa é o que indicará sua força e grau de comprometimento com aquilo que se diz "provável". Assim, ele afirmou: "os termos de probabilidade que usamos servem, por conseguinte, não apenas para qualificar as asserções, promessas e avaliações, mas também como indicação da força do suporte que temos para a asserção, a avaliação ou o que for" (TOULMIN, 2001, p. 129), com a observação de que "Ao qualificar nossas conclusões e asserções do modo como fazemos, nós autorizamos nossos ouvintes a ter mais ou menos fé nas asserções ou conclusões, a confiar nelas" (TOULMIN, 2001, p.130).

Ao firmar a importância dos termos modais como qualificadores nas argumentações cotidianas, Toulmin colocou-se em condições de nos apresentar seu modelo de análise de argumentos.

O seu modelo nos diz que quando fazemos uma afirmação e somos levados a dizer em que estamos nos baseando (não em termos de procedimentos, mas de justificativas) para fazer tal alegação, recorremos a dados (informações a partir das quais chegamos ao que alegamos). Dispomos, assim, de dados (D) e uma conclusão (C) entre os quais percebemos uma relação, mas precisamos de garantias (W) que estabeleçam uma ligação entre ambos, que permitam e justifiquem a existência desse movimento dos dados à alegação (conclusão). Assim, temos um esquema inicial sob a forma (D; W; logo C), por sua vez, capaz de representar argumentos de qualquer campo, mas ainda insuficiente diante das especificidades das diversas situações (campos) em que argumentos são produzidos. Então, haveria ainda a possibilidade de serem encontradas exceções ao que fosse alegado dentro da relação estabelecida entre dados, garantia e conclusão. Assim, outros dois elementos são tidos como marcadamente presentes nos argumentos práticos, os qualificadores modais, que indicam a força conferida pelos dados através da garantia à declaração (alegação, conclusão) feita; e as condições de refutação, ou seja, condições não alcançadas pela garantia, afinal a existência de exceções a uma afirmação que serve de garantia não é algo raro em declarações (situações) cotidianas.

Por fim, um elemento mostra-se fundamental e caracteristicamente próprio do campo de argumentação (das espécies de problemas, da situação) em que os argumentos são construídos: o apoio. Este, fortemente vinculado ao campo de argumento, corresponde ao suporte sobre o qual se apóia a garantia, não devendo ser confundido com ela já que ambos possuem funções distintas dentro de uma argumentação. "Garantias são uma coisa, apoio, outra; apoio por meio de observação numérica é uma coisa, apoio por meio de classificação taxionômica é outra; e nossa escolha de um modo peculiar de expressão, embora talvez seja sutil, reflete bastante exatamente estas diferenças" (TOULMIN, 2001, p.168).

Nas palavras de Toulmin, temos, então:

- **Conclusão** (C) – alegação feita
- **Dados** (D) – "fatos aos quais recorremos como fundamentos para a alegação" (TOULMIN, 2001, p.140).
- **Garantias** (W) – “pontes” que autorizam a passagem dos dados às conclusões. Elas correspondem a "proposições de um tipo bem diferente: regras, princípios, licenças de inferência ou o que se quisermos, desde que não sejam novos itens de informação" (TOULMIN, 2001, p.141). Ressalta-se aqui que, a depender do contexto, uma sentença pode ser usada tanto como um dado quanto como uma garantia. Para distingui-los é preciso observar que os dados apóiam uma alegação e a garantia legitima a passagem dos dados para esta alegação e geralmente está subtendida e só aparece quando é requerida.

> Há garantias de vários tipos, e elas podem conferir diferentes graus de força às conclusões que justificam. Algumas garantias nos autorizam a aceitar inequivocamente uma alegação, sendo os dados apropriados; estas garantias

> nos dão o direito, em casos adequados, de qualificar nossa conclusão com o advérbio ‘necessariamente’; outras nos autorizam a dar provisoriamente o passo dos dados para conclusão; ou a só dá-lo sob certas condições, com exceções ou qualificações (TOULMIN, 2001, p.144).

- **Qualificadores** (Q) – correspondem ao "grau de força que nossos dados conferem à nossa alegação em virtude de nossa garantia" (TOULMIN, 2001, p.145), ou melhor, os qualificadores indicam a "força que a garantia empresta a uma conclusão" (TOULMIN, 2001, p.153) ao viabilizar a passagem dos dados a esta conclusão.
- Condições de **Refutação** (R) – "indicam circunstâncias nas quais se tem de deixar de lado a autoridade geral da garantia" (TOULMIN, 2001, p.145), ou seja, existem "condições excepcionais, capazes de validar ou refutar a conclusão garantida" (TOULMIN, 2001, p.145) e aquelas que se prestam a "refutar as suposições criadas pela garantia" (TOULMIN, 2001, p.153) são, portanto, as condições de refutação.
- **Apoio** (B) – "por trás de nossas garantias normalmente haverá outros avais, sem os quais nem as próprias garantias teriam autoridade ou vigência. Estes avais podem ser tomados como o *apoio* (B) das garantias" (TOULMIN, 2001, p.148, grifo do autor). Ou seja, apoio é aquilo em que se baseia a garantia. Vale ressaltar que o tipo de apoio varia conforme campo de argumento. Assim,

> no momento em que perguntamos sobre o *apoio* em que uma garantia se baseia, em cada campo, começam a aparecer grandes diferenças; o tipo de apoio que precisamos apontar se tivermos de estabelecer a autoridade de uma garantia mudará muitíssimo, cada vez que mudarmos de um campo de argumento para outro (TOULMIN, 2001, p.149, grifo do autor).

Desta forma, o tipo de apoio pode ser uma classificação taxionômica, uma lei, relatórios estatísticos e, assim por diante, conforme o campo. Mais uma vez, Toulmin assegurou que "o tipo de *fundamento* – o *apoio* – que dá suporte a uma garantia dessa forma dependerá sempre do campo de argumento; aqui se mantém o paralelo com as afirmações modais" (TOULMIN, 2001, p.161, grifo do autor).

À vista disso, apresentamos na Figura 4 o modelo esquematizado por Toulmin:

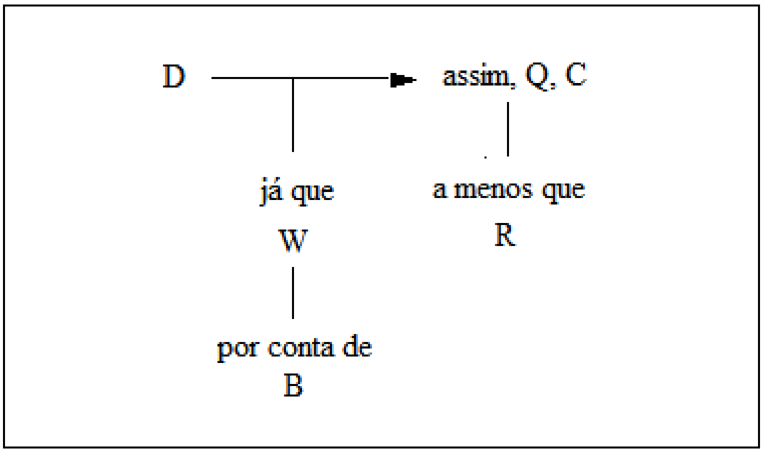



Figura 4 – Esquema do Modelo de Toulmin para análise de argumentos
Fonte: Toulmin (2001, p.150)

Onde cada um dos elementos constitutivos de um argumento se diferencia do outro pela função que estiver desempenhando. Como exemplo, temos a Figura 5 na qual consta um esquema apresentado por Sales (2010, p.111):

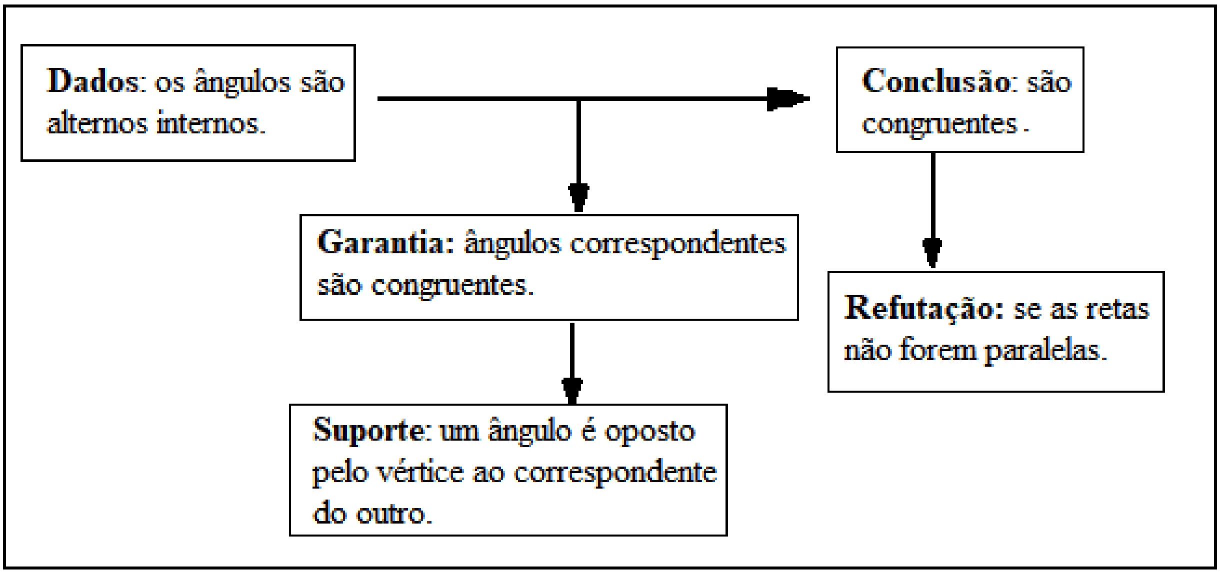



Figura 5 – Exemplo de aplicação do Modelo de Toulmin em Matemática
Fonte: Sales (2010, p.111)

Com base em uma das questões que aplicamos, desenvolvemos o esquema da Figura 6, também como exemplo para o referido modelo de análise de argumentos.

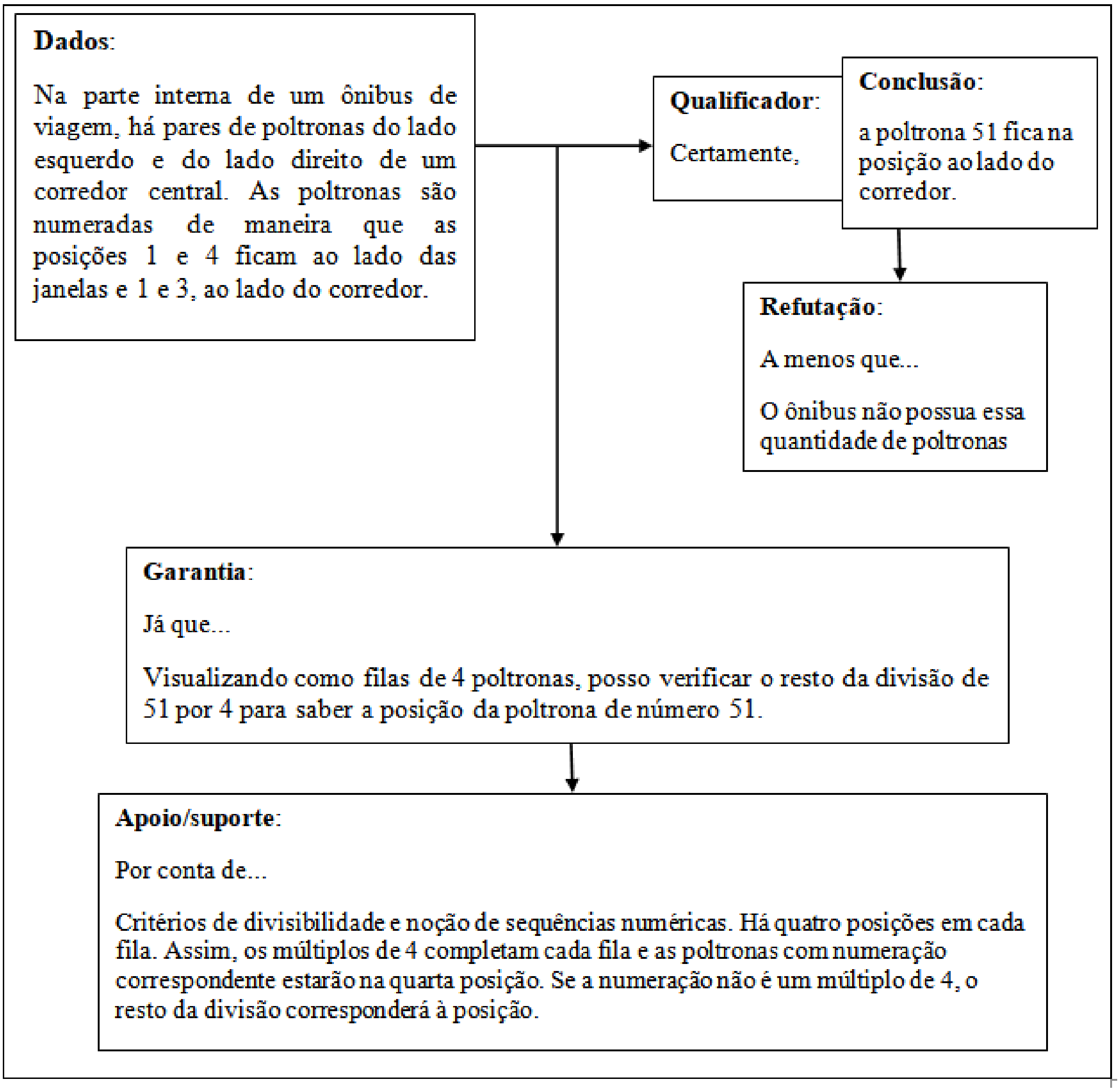



Figura 6 – Exemplo a partir de uma das questões da presente pesquisa
Fonte: Elaborado pela pesquisadora, 2020

Esse é o modelo que nos propomos a utilizar para a análise dos argumentos a serem produzidos pelos estudantes participantes desta pesquisa.

Uma vez que os argumentos podem ser aplicados aos mais diversos campos, esse recebe nossa atenção particular.

> Se os campos de argumento são diferentes, é porque estão dedicados a espécies diferentes de problemas. Um argumento geométrico nos serve, quando o problema com que nos defrontamos é geométrico; um argumento moral, quando o problema é moral; um argumento que tenha conclusão profética, quando temos de produzir uma previsão, e assim por diante (TOULMIN, 2001, p.239).

Assim sendo, nos propomos a recorrer a aspectos específicos relativos a questões de matemática, os quais nos direcionam aos tipos de provas abordados por Balacheff (1988).

### 7.3.2 Balacheff e os Tipos de Prova

Problematizando a questão da demonstração em Matemática no contexto francês da década de 1980, Balacheff desenvolveu a sua tese com o propósito "*d'élucider la place et le sens des processus de preuve mis en oeuvre dans la résolution d'un problème, notamment en examinant de quelle façon les élèves parviennent à la conviction de la validité de la solution qu'ils proposent*"[14] (BALACHEF, 1988, p.22-23).

Além disso, em sua tese, o autor destacou que a demonstração não deve ser confundida com a explicação ou com o ato de provar. Assim, embora aconteça com frequência, não é recomendável em Matemática utilizarmos os termos provar, explicar e demonstrar como se fossem sinônimos, pois mesmo que todos estejam relacionados a processos de validação, possuem características distintas.

Na explicação, concentra-se a linguagem natural e para atingir o estado de prova deve haver um processo social (uma aceitação do discurso de garantia de validade), ao passo que para uma prova se tornar uma demonstração é preciso adquirir uma forma particular submetida a regras bem definidas passando por rigor formal. Ao tratar desse ponto, Balacheff destacou a presença do aspecto social para que uma explicação se torne uma prova e observou uma articulação entre essas três formas de validação em que provar antecederia a habilidade de demonstrar. São questões que fundamentaram a sua escolha por promover interação social entre estudantes a partir da qual a produção de provas foi, por ele, analisada.

Ao problematizar o cenário da demonstração, Balacheff apontou o significativo fracasso dos estudantes, inclusive dos recém-formados, no que se refere a tal processo de validação. Ele citou três situações como possíveis obstáculos à aprendizagem da demonstração:

1. A forma como ela é ensinada, ou seja, o próprio professor desenvolve uma demonstração cabendo ao aluno apenas repetir.
2. O "sensualismo da evidência", especialmente em geometria, que faz o aluno

---

[14] "elucidar o local e o significado dos processos de prova usados na solução de um problema, em particular examinando como os alunos chegam à convicção da validade das soluções que eles oferecem" (tradução nossa).

considerar uma figura como óbvia o suficiente para não sentir necessidade de demonstrar. Neste caso, o autor observou não caber uma refutação, mas uma problematização da referida evidência.

3. O funcionamento do sistema didático, o qual não requer do aluno que se responsabilize pela verdade de uma proposição, mas que ele satisfaça, por exemplo, a expectativa do professor em uma avaliação com a qual o que se avalia é o ensino (e não necessariamente a aprendizagem). Consequentemente, os alunos, sequer, sabem o que é uma demonstração.

Segundo o autor, essas situações precisam ser observadas e superadas para que a demonstração tenha significado e seja concebida pelo estudante como uma ferramenta eficaz e confiável para a validação de uma proposição. Assim, Balacheff considerou relevante para tal propósito, conhecer a racionalidade dos estudantes (como funciona e como pode evoluir), o que corrobora com a sua atenção aos tipos de provas elaborados por eles.

Balacheff procurou discutir situações que seriam propícias ao desenvolvimento de provas. Conforme mencionamos, uma dessas situações assumidas por ele foi a de interação social, considerada como propulsora da conscientização do aluno quanto ao significado de procedimentos de validação em Matemática. Segundo ele,

> *les situations dans lesquelles dês eleves ont collectivement, em groupes restreints ou au niveau de la classe entière, a produire une solution commune à un problème, nécessitent la formation progressive d'un langage commum et adéquat aux objets et relations em jeu; elles nécessitent aussi l'élaboration, ou la reconnaissance, d'un système commun de décision et done finalement de preuve au sein de la communauté ainsi constituée* (BALACHEF, 1988, p.37)[15].

Contudo, Balacheff ressaltou que isso não significa uma garantia de que provas serão produzidas pelo simples fato de se ter uma situação social. Há alunos que podem se recusar a participar de atividades que envolvam interação social, as incertezas podem levá-los a sintetizar respostas e, ainda, em meio a uma interação, é possível que sejam mobilizadas emoções e fenômenos sociais que distanciam o estudante do propósito de desenvolvimento de

---

[15] "as situações em que os alunos, coletivamente, em pequenos grupos ou no nível de toda a turma, precisam produzir uma solução comum para um problema, exigem a formação progressiva de uma linguagem comum apropriada aos objetos e relacionamentos em jogo; elas também exigem o desenvolvimento, ou reconhecimento, de um sistema comum de decisão e, portanto, em última análise, de prova dentro da comunidade assim constituída" (tradução nossa)

provas e reconhecimento da importância delas. Neste contexto, conforme Balacheff, "*arguments d'autorité peuvent se substituer à une argumentation portant sur les contenus*" (BALACHEF, 1988, p.39)[16].

Assim, como não basta ter uma situação social para que provas sejam produzidas, a mera apresentação de um problema ao estudante também não garante que este se envolva em uma solução e validação. Balacheff sinalizou que uma análise individual da situação direciona os esforços que serão envidados pelo estudante. O autor ilustrou essa questão com a ideia de uma economia lógica, ou seja, o engajamento no processo de validação ocorre em diferentes níveis, a depender de como a situação é avaliada e do nível de "risco" envolvido na tomada de decisão.

Por essa razão, ele observou que o tipo de prova utilizado pelo estudante não revela necessariamente o seu nível de racionalidade. A produção ou não de provas ou mesmo o nível de prova produzido relaciona-se com a análise que o estudante faz da situação.

> *l'absence observée de mise en oeuvre de processus de validation ou le niveau dês preuves éventuallement développées, ne peuvent ètre tenus pour significatif de la rationalité dês eleves, parce que susceptibles d'être d'abord la conséquence d'un principe d'économie* (BALACHEF, 1988, p.35)[17].

Quanto a essa tendência por uma economia ou, por assim dizer, pelo caminho mais curto, ele observou que é algo comum nos processos de ensino e aprendizagem de matemática: "*la pratique routinière d'exercices conduit à instituer en habitude l'accompplissement de certaines opérations mathématiques et par économie entraîne l'occultation dês conditions de validité et celle de la prise en charge de la validation du résultat obtenu*" (BALACHEFF, 1988, p.52)[18].

A percepção da situação por parte do aluno também requer atenção no tratamento de contradições. Assim, além dos tipos de prova, Balacheff analisou o referido tratamento, admitindo que a contradição se revela na cognição do aluno, ou seja, uma afirmação será concebida como contradição se percebida desta forma. Um exemplo citado foi que, embora

---

[16] "argumentos de autoridade podem substituir um argumento relacionado ao conteúdo" (tradução nossa).

[17] "A ausência observada de implementação de um processo de validação ou nível de prova eventualmente desenvolvido, não pode ser considerado significativo da racionalidade dos estudantes, porque provavelmente corresponde, em primeiro lugar, à consequência de um princípio de economia." (tradução nossa).

[18] "a prática rotineira de exercício leva a instituir no hábito a realização de certas operações matemáticas e, por economia, resulta na ocultação das condições de validade e do suporte encarregado de validar o resultado obtido" (tradução nossa).

verdadeira, a afirmação de que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo equivale a 180° pode ser concebida por alguns alunos como contraditória se eles acreditarem que essa soma será maior em figuras maiores.

No geral, Balacheff destacou a importância das dimensões sociais, cognitivas e situacionais para o desenvolvimento de processos de validação que, por sua vez, não se restringem à produção de provas, mas envolvem também a análise crítica destas.

Apoiada na concepção de Piaget quanto ao desenvolvimento cognitivo, a categorização de provas adotadas por Balacheff configura-se em níveis hierárquicos, partindo de ações efetivas assumidas como provas para ações interiorizadas, ou seja, de provas pragmáticas a provas intelectuais. Como é possível notar, as primeiras são assim denominadas por estarem relacionadas à prática (ação), ao passo que as intelectuais abrangem a aplicação de propriedades (conhecimento teórico). Elas reúnem quatro tipos de provas que, segundo Balacheff, se destacam quando examinada a origem da demonstração cognitiva, a saber:

a) **Empirismo ingênuo** – considerando o caráter hierárquico, este é o primeiro tipo de prova e, portanto, é o mais simples. Quando, diante de uma afirmação, o estudante recorre a alguns casos, a ela relacionados, para testar e constatar se é verdadeira, ele estará recorrendo ao empirismo ingênuo. Ou seja, isso ocorre se um estudante verificar se a afirmação "a soma de dois números impares é sempre um número par" é verdadeira realizando apenas a soma de 1 e 3, de 5 e 9, de 7 e 11, por exemplo.

b) **Experiência crucial** – a prova adotada corresponde a um caso bastante particular, presumindo-se que ao se confirmar a afirmação com este caso, conclui-se que ela será sempre válida. Balacheff destacou que ao se escolher o caso para verificação, é observada uma aproximação da ideia de generalização, o que torna esse tipo de prova diferente do empirismo ingênuo. Contudo, ele permanece no âmbito da ação e, portanto, na categoria de prova pragmática já que não se desvencilha da verificação pontual. Tomando o exemplo anterior, digamos que o aluno avalie a possibilidade da soma de dois números ímpares muito grandes resultar em um número par e, então, considera um caso para esta situação e realiza o seu experimento crucial, a sua verificação, que, a seu ver, é conclusiva.

c) **Exemplo genérico** – um representante é usado como prova recorrendo-se, a partir dele, a propriedades, características e estruturas gerais da classe à qual pertence. As transformações nesse representante são explicadas e assumidas como prova.

Embora classificado como prova intelectual, o exemplo genérico é considerado intermediário. Consequentemente, a depender do propósito com o qual seja construído ele pode se caracterizar como uma prova pragmática (quando é um meio usado para mostrar as operações, por exemplo) ou uma prova intelectual (quando utilizado como meio de expressar a prova). Para o mesmo exemplo, suponhamos que o estudante observe que os números ímpares sempre terminarão em 1, 3, 5, 7 ou 9 e a partir dessa ideia desenvolve uma explicação partindo de tais números e vendo a possibilidade de generalizar para todos os números ímpares.

d) **Experiência mental** – conforme Balacheff, “*L'expérience mentale l'action em l'intériorisant et em la détachant de as réalisation sur um représentant particulier*”[19] (BALACHEFF, 1988, p.58), ou seja, o estudante não recorre a casos particulares ou representantes para desenvolver a sua prova. Esta é conceitual e, assim sendo, são utilizadas propriedades e conhecimento teórico, sendo a experiência mental a prova intelectual propriamente dita, sob a ressalva de que não corresponde a uma demonstração matemática. Para o exemplo que adotamos, o aluno considerará (2n+1) e (2p+1) como sendo dois números ímpares e fará a adição entre eles, chegando ao resultado 2.(n+p+1), que é par, desenvolvendo assim uma prova intelectual.

A abordagem feita por Balacheff, particularmente em relação à interação social como fomentadora de uma percepção, pelos alunos, da importância da validação, tem espaço em nosso estudo no sentido que admitimos o aspecto social como uma das principais variáveis que podem afetar a argumentação de estudantes.

Apesar disso, utilizamos a tipologia de Balacheff como suporte para as nossas análises das respostas individuais, considerando a relação entre a argumentação e a ideia de convencimento, seja de si próprio, como salientou Zulatto (2007), ou do outro (um colega, outra pessoa ou grupo de pessoas) a quem são direcionadas as alegações relativas a uma conclusão (resposta).

Por outro lado, consideramos a interação na última etapa da nossa pesquisa, quando nos concentramos em examinar as estruturas dos argumentos construídos coletivamente e, portanto, quando recorremos a Toulmin (2001) para essa verificação.

---

[19] “A experiência mental invoca a ação internalizando-a e destacando-a de sua realização em um determinado representante” (tradução nossa).

# 8 RESULTADOS

Nesta seção, apresentamos os resultados de todas as etapas da pesquisas. A saber, dados das entrevistas realizadas com os professores, de caracterização dos alunos participantes e também das suas respostas às questões das listas resolvidas individualmente e em duplas.

## 8.1 Das entrevistas com os(as) professores(as)

Entrevistamos quatro professore(a)s de Matemática do CREJA Professor Severino Uchoa, aqui identificado(a)s como P1, P2, P3 e P4, conforme elucidamos na Seção 7. Cada um(a) deles(as) ministra aulas em, pelo menos, uma turma de EJAEM. São professore(a)s com tempo de docência na EJA entre menos de seis meses e mais de vinte anos. Em termos mais específicos, um(a) do(a)s professore(a)s tem apenas cerca de um mês de experiência presencial na modalidade, uma vez que as aulas de 2020 começaram em fevereiro e, já no mês seguinte, passaram a ocorrer à distância. Outro(a)s dois(uas) têm menos de dez anos na EJA e o(a) quarto(a) entrevistado(a) tem quase todo seu tempo de docência nesta modalidade de ensino (23 anos).

Apesar dessa amplitude na diferença de tempo em que esse(a)s professore(a)s estão na EJA, todo(a)s relataram o quanto o(a)s aluno(a)s desta modalidade de ensino têm dificuldades e, especificamente em relação ao nível médio, como estas dificuldades giram em torno de conhecimentos matemáticos básicos. Por esse motivo, dois(uas) do(a)s quatro professore(a)s entrevistado(a)s informaram que costumam, inicialmente, identificar tais dificuldades para, então, seguirem com as primeiras aulas da etapa que, pela razão exposta, tendem a ser revisões de conteúdos do ensino fundamental.

> “Todo período, reviso regra dos sinais que é o que eles mais erram” (P1)
>
> “Só pra você ter uma ideia, no primeiro ano do ensino médio eu não começo logo o ano falando de... no assunto do primeiro ano. Eu simplesmente fico revisando os conteúdos anteriores que eu percebo inclusive que eles estão ((interrompido por barulho externo))” (P4)

P3 também mencionou a necessidade de revisar os conteúdos da etapa anterior: “Eu selecionei os conteúdos, os principais conteúdos do primeiro ano que eu vou precisar usar, porque agora eles veem conteúdo do segundo ano, e é pré-requisito pra gente continuar” (P3).

Dentre as razões envolvidas com tais dificuldades e consequentes necessidades de revisão de conteúdos anteriores e, até mesmo, conteúdos básicos, foram mencionados, além de falta de professor em determinado momento, os seguintes fatores:

> "eles estão chegando muito sem base" (P1)
>
> "muitas vezes [os alunos] têm muito tempo sem estudar" (P2)
>
> "eles são daquele tipo que estudou pra prova. Daqui a dois dias se você perguntar, muitos não sabem mais" (P2)
>
> "é um público diferente, é aquele público que estuda, é aquele público que trabalha, né? O tempo fica bem restrito pra se dedicar. Então aí termina ali fazendo só o necessário, aí não aprofunda muito" (P3)
>
> "muitos deles não sabem nem ler direito" (P4)

São fatores que dão ao trabalho um "ritmo BEM lento", conforme P4, que considera, neste sentido, preocupar-se com o aprendizado e não necessariamente com a quantidade de conteúdo ministrada.

Também diante dessa preocupação, P1 relatou que suas aulas costumam envolver exemplos de aplicação, do conteúdo em andamento, no dia a dia: "Dou a matéria, mostro pra eles onde é que pode acontecer aquilo" (P4).

Apesar dessa observação feita pelo(a) entrevistado(a) P4, suas aulas, assim como a do(a)s demais entrevistado(a)s, seguem a sequência conteúdo/exemplos/exercícios, conforme relatado por todo(a)s ele(a)s bem como de acordo com o acompanhamento que fizemos de aulas remotas. Essa sequência nos procedimentos metodológicos é destacada por Nacarato, Mengali e Passos (2011), as quais afirmam que, de acordo com o paradigma do exercício, discutido por Skovsmose e no qual se enquadra uma educação matemática dita tradicional, o professor

> expõe algumas ideias matemáticas com alguns exemplos e, em seguida, os alunos resolvem incansáveis listas de exercícios - quase sempre retiradas de livros didáticos. Na etapa seguinte, o professor os corrige, em uma concepção absolutista de Matemática, na qual prevalece o certo ou o errado (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2011, p.34).

Quanto aos exercícios trabalhados pelo(a)s professore(a)s, quase sempre são do tipo exercícios de reconhecimento, exercícios de algoritmo e problemas-padrão, considerando aqui a classificação apresentada por Dante (2011). Segundo este autor, exercícios são questões que, conforme o próprio nome sugere, “serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento” (DANTE, 2011, p. 29). Por sua vez, problemas correspondem a situações que requerem determinada reflexão para o alcance de uma solução. Os tipos de exercícios e problemas descritos pelo autor são:

a) Exercícios de reconhecimento – próprios para identificação, caracterização, enfim, reconhecimento de conceitos, definições, propriedades.

   Exemplo 1: Classifique as funções do 1º grau em crescente ou decrescente: a) $f(x) = -2x + 6$; b) $f(x) = \frac{1}{2} x - 2$

   Exemplo 2: Determine os termos a, b e c das equações a seguir: a) $2x^2 - 3x + 4 = 0$, b) $-3x^2 - 6x - 5 = 0$.

   Exemplo 3: Determine o domínio e a imagem no diagrama abaixo:

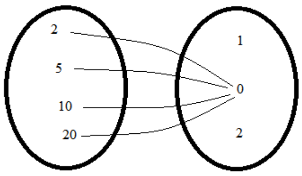



Figura 7 - Diagrama associado à questão do exemplo 3
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

b) Exercícios de algoritmos – envolvem a aplicação de passos determinados, a execução de procedimentos para treino e fixação do algoritmo em uso.

   Exemplo 1: Resolva as seguintes equações: a) $x^2 - 2x - 3 = 0$, b) $x^2 + 3x - 4 = 0$, c) $x^2 + x - 12 = 0$.

   Exemplo 2: Determinar o conjunto imagem das seguintes funções quadráticas: a) $f(x) = x^2 - 10x + 9$, b) $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$.

c) Problemas-padrão – estes podem ser simples (requerem uma única operação) ou compostos (requerem duas ou mais operações) e com esse tipo de problema, “a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo” (DANTE, 2011, p. 14) a partir de uma aplicação direta.

   Exemplo 1: Um homem encosta a ponta de uma barra de ferro em um muro de 16m, sabendo que a distância da base do muro até a base da barra é de 12m, determine o comprimento da barra.

   Exemplo 2: Um vendedor de carros recebe um salário fixo de 1500 reais e mais uma gratificação de 500 reais por carro vendido. Quantos carros ele tem que vender para ganhar um salário de 5000 reais?

d) Problemas-processo ou heurísticos – conforme Dante (2011), estes

> São problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas explicitamente no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução (DANTE, 2011, p. 14)

Por exemplo:

> Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: 'De quem são os celulares que tocaram?' Guto disse: 'O meu não tocou', Carlos disse: 'O meu tocou' e Bernardo disse: 'O de Guto não tocou'. Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Quem mentiu e quem não mentiu? O celular de que aluno tocou? (STOCK, 2015, p.154).

e) Problemas de aplicação ou situações-problema contextualizadas – estão relacionados à contextualização, à aplicação da matemática em situações do dia a dia, requerem pesquisa em busca de dados, podendo, assim, ser desenvolvidos como projetos com uso de conhecimento de outras áreas. Por exemplo: projeto sobre consumo e desperdício de água.

f) Problemas de quebra-cabeça – são os tipos desafiadores, aqueles que instigam o aluno a encontrar alguma regularidade e perceber o artifício que conduz à solução. Por exemplo: Trace uma reta em um relógio (de ponteiros) de forma que as somas dos números de cada parte sejam iguais.

Os exemplos que apresentamos para os três primeiros tipos foram retirados de listas elaboradas pelo(a)s professore(a)s que entrevistamos e do(a)s quais acompanhamos algumas de suas aulas.

Segundo tais professore(a)s, a opção que fazem por exercícios de reconhecimento e de algoritmos, principalmente, se deve ao fato que o(a)s aluno(a)s apresentam acentuada dificuldade quando são usados outros tipos de atividades, tipos que requeiram interpretação.

Conforme um(a) do(a)s professore(a)s entrevistado(a)s, “resolva e calcule, eles [os alunos] não sabem que é a mesma coisa. Tem muitos que são assim” (P2).

Mas, além de exercícios, P2 informou que, quando é possível, procura desenvolver atividades como assistir a filmes porque é, também, uma forma de tornar a aula menos cansativa e repetitiva tendo em vista o padrão em que ocorrem. P2, assim como P1, também demonstrou preocupação com a desistência por parte do aluno:

> “Se você for complicar pra esses alunos, esses alunos...eles não...eles desistem das aulas. Não só...principalmente matemática. [...] Quando fala ‘matemática’, o aluno faz ‘urgh’.” (P1)
>
> “Não adianta você fazer que nem nas out...nas escolas regulares e ir dando assunto, assunto, assunto, que eles não consegue [*sic*]. [...] Aí a maioria desiste se fizer isso.” (P2)

Nas aulas remotas, os conteúdos têm sido trabalhados seja por vídeos produzidos pelo(a) próprio(a) professor(a) ou vídeos selecionados por ele(a) na internet e sugeridos aos alunos, seja por fotografias acompanhadas de explicações em áudio. Apesar dos esforços em realizar as aulas remotamente, três do(a)s entrevistado(a)s ressaltaram o quanto tem sido uma situação complicada:

> “Já é complicado, já é difícil em sala de aula, você imagina pela internet, pelo *whatsapp*! Por *whatsapp* é mais complicado” (P1).
>
> “à distância, tá complicadíssimo. Porque, assim ó [...]. Na sala oito [primeira etapa] mesmo, só estão assistindo aula uns dez alunos. De todos os alunos, só uns dez estão assistindo. E, na segunda etapa, está menos ainda. Na segunda etapa, só assistem aula uns cinco ou seis alunos. [...] Chega a ser menos da metade” (P2).
>
> “Tem sido um desafio, viu? Um desafio! Mas, assim, imagine dar aula de matemática ((sorri)), né? Desse jeito... pra esses alunos acompanharem, é uma luta” (P3).

Como destacado por P2, um dos motivos para as dificuldades encontradas é a baixa participação dos alunos. Isto resulta, segundo P4, no avanço de conteúdos de maneira mais acelerada do que é comum ocorrer em aulas presenciais: “virtualmente o ritmo tá um pouquinho mais acelerado porque como... assim...a interação é menor” (P4)

De fato, a interação é menor, ao ponto de, em muitas aulas, conforme acompanhamos, se limitar a “bom dia/boa tarde/boa noite” e “ok”. Segundo um(a) do(a)s professore(a)s, “Eles [os alunos] têm vergonha. Como é um grupo enorme com todos os professores, né [?], tem o pessoal da coordenação, eles têm vergonha de tirar dúvida no grupo" (P3).

Já nas aulas presenciais, conforme relato do(a)s professore(a)s entrevistado(a)s, descritos a seguir, a interação dos alunos, perguntando e tirando dúvidas, é desempenhada pela maioria. Embora, conforme P1, há aqueles que "têm medo de perguntar, achando que o próprio companheiro vai fazer gracinha com eles" (P1).

> "A maioria interage. Mas têm alguns que praticamente ficam mudo [*sic*]...que entram mudo [*sic*] e sai [*sic*] calado [*sic*]" (P2).
>
> "Têm muitos que perguntam, tiram dúvida de tudo, do assunto, quando eles não entendem pedem pra gente dar outros exemplos, de outra maneira. Tem uns que são assim, bem interessados mesmo. Mas têm outros que, assim, você pode escrever o que for lá que eles não estão nem ligando" (P2).
>
> "a da segunda etapa do ensino médio, de todas as minhas turmas essa é a melhor turma porque o pessoal interage bem. Eles participam, eles tiram dúvidas, entendeu?" (P3).
>
> "eles me perguntam muito até porque eu gosto demais que todos eles me perguntem até porque a aula fica mais legal, né, quando tem a participação do aluno. Só o professor falando é chato demais" (P4).

Em relação ao livro didático disponibilizado pelo governo, nenhum do(a)s professore(a)s manifestou características que considerassem positivamente qualificadoras.

> "são livros que...uma didática complicada, difícil, não relata o dia a dia do aluno, começa a dar exemplos que não tem nada a ver com a nossa realidade, principalmente aqui, nordestina" (P1).
>
> "um que tinha antes era bem melhor, apesar de ser resumido. Mas o livro era bem melhor. Esse agora que tem... neles vem pouco assunto, pouquíssimo assunto. Eles enxugam bastante." (P2).
>
> "é bem restrito, bem... muito pouca... ele tem pouca opção, é incompleto" (P3).
>
> "[...] eu não gosto muito do livro do EJA. Ele não é um livro, é....vamos dizer assim, é....ele é um, é um pou...é...eu costumo dizer que não tá dentro do....do nível dos meninos. A linguagem do livro é...sabe...até como na escola particular, por exemplo, que os meninos estão na idade normal, eu uso o livro praticamente pra exercício" (P4).

Vale observarmos também que ao abordarmos a questão do livro didático, P2 mencionou o fato de alunos recorrerem a aulas em vídeo, via internet, como uma das formas que usam para suprimir dúvidas.

Sobre a argumentação, apenas P3 afirmou ter conhecimento a respeito, embora não aprofundado. Com todo(a)s, conversamos brevemente sobre o tema e alguns(as) relataram momentos em que ele(a) próprio(a)s procuram convencer seus alunos em relação, por exemplo, à importância da matemática quando em sala de aula perguntam 'quem inventou a matemática'. Quando esclarecemos a ideia de argumentação partindo dos alunos e vinculada aos conteúdos matemáticos, P4 destacou:

> "pra essa discussão aí já fica um pouquinho mais complicado porque quando eles conseguem chegar a um resultado, muitas das vezes eles chegam por chegar, mas eles não sabem como foi que chegou [*sic*] ali. Entendeu? Ele vai no impulso e aí não, não conseguem realmente" (P4).

E outro(a)s dois(uas) professore(a)s pareceram corroborar com essa ideia:

> "E... é... na matemática, eles procuram responder. Acertou, pra eles já tão... né [?]... maravilhados. Ele resolveu, acertou questão, 'ta certo', [...], beleza'" (P1).
>
> "É, mas a maioria não... não procura saber, não. Eles só querem fazer no automático. Às vezes a gente tem que ficar cobrando isso" (P2).

Analisando as quatro entrevistas sob a ótica de alguns dos fatores que podem interferir na argumentação em aulas de matemática, sobre os quais discutimos na Seção 5, conseguimos observar possíveis concepções nas constatações do(a)s professore(a)s entrevistado(a)s em relação à aprendizagem de matemática. Selecionamos os seguintes trechos:

> "Ele não aprendeu isso com o estilo de hoje, não. Ele aprendeu lá atrás" (P1).
>
> "É como eu sempre falo pros meus alunos, matemática só se aprende praticando e não tem para onde correr" (P3).
>
> "eu sempre exponho conteúdo, né? Explico, até porque não tem como dar aula de matemática sem expor o conteúdo, sem explicar" (P3).
>
> "eu costumo dizer que matemática já é um problema por si só e eu não gosto de ser problema na vida de aluno" (P4).
>
> "Matemática é fácil pra gente. [...] Mas assim, pra quem tem dificuldade, não é fácil, não. É muita regrinha, é muita coisinha" (P4).

Conforme reflexões que conduzimos na Seção 5, as concepções dos professores em relação à matemática podem alcançar suas escolhas didáticas e metodológicas e é nesta direção que as falas descritas apontam. Como vimos, aplicar e treinar são as ideias e práticas vistas como a maneira eficaz de se aprender matemática.

## 8.2 Caracterização do(a)s aluno(a)s participantes e suas relações com a Matemática

Disponibilizamos o questionário inicial, de caracterização do(a)s aluno(a)s participantes, a seis turmas nos grupos do aplicativo através do qual as aulas estão sendo ministradas, conforme mencionamos anteriormente. Nesses seis grupos/turmas, contabilizamos 116 alunos, dos quais cerca de 30,2% aceitaram o nosso convite para participação desta pesquisa respondendo o questionário que enviamos.

Em relação a esses participantes, 74,3% são do sexo feminino e 25,7%, do sexo masculino. A maioria (62,9%) tem menos de 24 anos, de maneira semelhante ao que consta no levantamento do IBGE que referenciamos na seção anterior. 25,7% têm idade entre 25 e 39 anos e apenas 11,4% tem 40 anos ou mais. Além disso, 65,7% são solteiro(a)s e 51,4% têm filhos.

A defasagem entre idade e ano escolar é uma das características de estudantes da modalidade EJA. Assim, procuramos saber o que ocasionou essa defasagem no caso dos estudantes participantes da nossa pesquisa.

Cerca de 45,7% apontaram filhos e/ou trabalho como motivos pelos quais interromperam seus estudos (25,7% indicaram apenas gravidez e filhos, 8,6% citaram apenas trabalho e 11,4% mencionaram ambos). Consideramos válido ressaltar que todos esses 45,7% são estudantes do sexo feminino. Participantes de sexo masculino não fizeram referência a filhos nem a trabalho.

Por outro lado, problemas relacionados à saúde, à família ou pessoais foram os motivos que reunidos contabilizaram 14,3% dos participantes.

Ressaltamos ainda que 20,0% do(a)s estudantes indicaram apenas o atraso como motivo de estarem na EJA, não especificando fatores que tenham causado esse atraso.

Dentre os motivos menos recorrentes nas respostas apresentadas estão a escola anterior, casamento e reprovação(ões), sendo esta última diretamente afirmada por um(a) do(a)s participantes e inferida das respostas de outro(a)s dois (um(a) que afirmou não ter interrompido os estudos e outro(a) que disse ter levado os “estudos na brincadeira”).

No caso da “escola anterior”, esta foi apontada como motivo da seguinte forma: “Por quê [*sic*] eu estudava em uma escola que era só para pessoas que tinha [*sic*] problema de aprendizagem mas só que eu não tinha [*sic*] por isso"(A22). Consideramos este motivo bastante peculiar visto que não percebemos a relação existente entre a situação descrita e o fato do estudante estar cursando o nível médio na modalidade EJA.

Em relação à disciplina que mais gosta, nove foram citadas (Português, Matemática, Ciências/Biologia, História, Geografia, Redação, Inglês, Educação Física e Filosofia) e, dentre os alunos que citaram apenas uma disciplina, a maioria (25,7%) afirmou ter preferência por História.

A Matemática foi citada por 22,9% alunos, sendo que 14,3% apontaram somente essa disciplina como aquela que mais gosta. Os outros 8,6% elegeram a matemática juntamente com outras disciplinas. Analisamos as justificativas apresentadas para a escolha da Matemática e categorizamos em motivos relacionados: ao papel do(a) professor(a), à determinada característica própria do participante (facilidade em entender) ou à característica atribuída pelo(a) participante à disciplina (aplicabilidade e ser desafiadora), conforme transcrevemos no Quadro 3.

Quadro 3 – Justificativas do(a)s aluno(a)s que afirmaram gostar de matemática, organizadas em categorias de análise.

| Aluno(a) | Justificativa | Categoria de análise |
|---|---|---|
| A1 | "tenho facilidade para entender" | **Característica própria** |
| A8 | "No começo não gostava, mais graças a P2* criei gosto pela matemática" | **O papel da professora** |
| A13 | "por que [*sic*] a professora tem paciência e torna tudo mais fácil e engraçado" | |
| A14 | "Desafio matemática, porém não sei muito de matemática, mas tento" | **Característica atribuída à disciplina** |
| A27 | "porque é uma das áreas que mais usamos no dia a dia" | |
| A11** | Não justificou | **Não justificou** |
| A15** | Não justificou | |
| A19** | Não justificou | |

Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020.

*substituímos o nome do(a) professor(a) pelo código que utilizamos nesta pesquisa para referenciá-lo(a) buscando manter sua identidade em sigilo, conforme nos comprometemos através do Termo de Consentimento.
**aluno(a)s que indicaram mais de uma disciplina incluindo a Matemática.

Curiosamente, apesar da justificativa apresentada pelo(a) aluno(a) A27, este(a) afirmou gostar menos da física tendo em vista sua dificuldade em aprender os conteúdos desta disciplina.

Aqueles que citaram outras disciplinas, além da matemática, não justificaram suas respostas. Dentre estes, incluímos A11, já que em sua resposta ("gosto de tudo um pouco"), podemos considerar a Matemática incluída, sob a observação de que em questão posterior A11 declara que a matemática é "maravilhosa", embora "complicada".

Ao tratarmos da disciplina menos apreciada, a Matemática foi a que apresentou maior percentual (aproximadamente 54,3%). Na justificativa, a maioria fez referência a si própria ("tenho dificuldade", "não/nunca consigo aprender") como motivo, conforme apresentado no Quadro 4. Outros atribuíram à Matemática uma característica de ser difícil e uma menor quantidade indicou algo presente na Matemática (cálculos, "mistura letras com números") como sendo a razão pela qual não gostam desta disciplina, alguns, inclusive, associando ao próprio gosto ou dificuldade (autorreferência).

Quadro 4 – Justificativas do(a)s aluno(a)s que consideram a matemática como a disciplina que menos gostam.

| Aluno(a) | Justificativa | Categoria de análise |
|---|---|---|
| A17 | "por que [*sic*] é difícil" | **Adjetivação** |
| A18 | "Muito difícil" | |
| A25 | "É um pouco complicada de entender. Quando, [*sic*] chega no ensino médio." | |
| A32 | "Um assunto difícil além de um aprendizado bem detalhado." | |
| A30 | "porque quando mistura letras com número atrapalhar [*sic*] tudo" | **Elementos presentes na matemática** |
| A6 | "porque eu não consigo entender de jeito nenhum, tenho muita dificuldade e principalmente agora fora da sala de aula" | **Autorreferência** |
| A7 | "por que [*sic*] tenho dificuldade pra entender" | |
| A9 | "não consigo decorar muita coisa" | |
| A12 | "pq [*sic*] não entra na minha cabeça a matemática não consigo aprender" | |
| A22 | "eu nunca consigo aprender" | |
| A31* | "tenho pouco de dificuldade"** | |
| A33 | "Sempre tive dificuldade, desde do [*sic*] fundamental" | |

| | | |
|---|---|---|
| A2* | “mt [*sic*] dificuldade com cálculo.” | **Elementos da Matemática associados a uma autorreferência** |
| A23 | “não gosto muito de cálculos em geral” | |
| A28 | “porque tenho bastante dificuldade em cálculos” | |
| A3 | “Mas faço um esforço para ter mais interesse” | **Não justifica** |
| A16 | “eu não gosto mesmo” | |
| A21 | Não justificou | |
| A24 | Não justificou | |

Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020.

*alunos(as) que citaram mais de uma disciplina incluindo a matemática.
**este(a) aluno(a) respondeu o questionário duas vezes com praticamente as mesmas respostas. Na primeira, ele(a) indicou apenas a matemática como disciplina que menos gosta, apresentando essa justificativa. Na segunda vez, incluiu outra disciplina além da matemática, mas não apresentou qualquer justificativa.

O(a) aluno(a) A3, que não especificou uma disciplina da qual mais gostasse informando gostar de humanas, incluiu uma exclamação ao indicar a matemática como a que menos gosta, o que sugere não ter tido dúvida alguma quanto a isso ou ter pretendido dar ênfase ao fato de não gostar.

Considerando a temática desta pesquisa, ressaltamos a frequência das palavras dificuldades/difícil recorrendo ao que procuramos refletir na Seção 5 quanto às concepções que podem interferir em processos de argumentação por parte dos estudantes quando envolvidos nas aulas e com questões matemáticas.

Ressaltamos, da mesma forma, as respostas de A9 e A12: “não consigo **decorar** muita coisa” (A9, grifo nosso) e “pq [*sic*] **não entra na minha cabeça** a matemática não consigo aprender” (A12, grifo nosso). Notadamente essas justificativas expressam aquela ideia de que a aprendizagem de matemática se restringe à memorização e a um conjunto de procedimentos e aplicação de fórmulas. Observamos ainda que da justificativa de A32 também podemos inferir esse aspecto quando ele(a) diz que a matemática requer “um aprendizado bem detalhado” (A32). Afirmação semelhante é apresentada por A11 ao apresentar sua opinião sobre a matemática: “Acho maravilhosa mais [*sic*] também muito **detalhista** e complicada” (A11, grifo nosso).

O quesito “fórmulas e memorização” também aparece na opinião de A33 sobre a matemática: “Mesmo achando surpreendente tenho muita dificuldade com cálculos. Por ter dificuldade em **lembrar as fórmulas**” (A33, grifo nosso).

Por outro lado, convém destacarmos a percepção de A15 quanto à capacidade matemática de favorecer a aprendizagem, a qual associamos ao desenvolvimento do raciocínio lógico, fundamental ao trabalho com a argumentação: "É essencial sabemos [*sic*] disso, pois hoje tudo inclui cálculos em si! E também **estimula nosso aprendizado**!" (A15, grifo nosso). Essa e as outras opiniões estão reproduzidas no Quadro 5, agrupadas conforme categorias que elaboramos a partir de palavras que se destacam em cada opinião apresentada.

Quadro 5 – Opiniões do(a)s aluno(a)s em relação à matemática, organizadas em categorias de análise

| **Aluno(a)** | **Opinião sobre a matemática** | **Categoria de análise** |
|---|---|---|
| A27 | "Acho uma matéria útil" | **Importância e utilidade** |
| A13 | "Eu confesso que odiava, mais [*sic*] depois que conheci um professor maravilhoso tudo isso mudou, acho a matemática essencial e fundamental para o futuro de todos" | |
| A15 | "É essencial sabemos disso, pois hoje tudo inclui cálculos em si! E também estimula nosso aprendizado!" | |
| A19 | "Eu acho que a gente precisa dela pra qualquer coisa no dia a dia porque tudo que estar [*sic*] em nossas voltas tem números então precisamos muito." | |
| A20 | "Sem a matemática o mundo seria de outra [*sic*] jeito! Usamos contas em tudo etc ." | |
| A22 | "A matemática serve para as pessoas calcular e midi [*sic*] as coisas" | |
| A23 | "A matemática é interessante e essencial. Na vida usamos a matemática cotidianamente." | |
| A25 | "Uma matéria importante. Por que [*sic*] precisamos dela, para resolver praticamente tudo." | |
| A6 | "só acho muito difícil e nada mas [*sic*]." | **Negativa** |
| A7 | "Não acho muito legal, por que [*sic*] sou ruim na matemática" | |
| A10 | "Difícil porquê [*sic*] não consigo capita [*sic*] no tempo real sinto muita dificuldade me sinto muito mal" | |
| A12 | "Pra mim não acho bom mais [*sic*] tem pessoas qui [*sic*] amam a matemática" | |
| A16 | "Muito conplicada [*sic*]" | |
| A17 | "Difícil, tenho muita dificuldade" | |
| A18 | "Acho super complicada. Por que [*sic*] mistura números com letras, gráficos" | |
| A21 | "Muito difícil e não entendo às vezes" | |
| A24 | "Complicado" | |

| | | |
|---|---|---|
| A28 | "Uma matéria meio complicada" | |
| A30 | "Dificiu [*sic*], porque é ruim de aprender" | |
| A32 | "Difícil. Os cálculos que se você não entende o [*sic*] assuntos não sabe como fazer." | |
| A34 | "Um pouco complicado" | |
| A35 | "Difícil, porque tenho dificuldade de aprender" | |
| A1 | "Acho uma boa matéria. Mas o professor também tem que colaborar na hora de esplicar [*sic*]." | **Positiva** |
| A2 | "Ótima para quem prática com facilidade" | |
| A4 | "Legal. É importante saber matemática" | |
| A8 | "Ótimo. É a matéria que mais gosto no momento" | |
| A9 | "Legal porque sim" | |
| A14 | "Acho um desafio para mim" | |
| A26 | "Eu acho boa" | |
| A29 | "Otimo [*sic*], levo como aprendizado" | |
| A3 | "A matemática ela é bacana mas as vezes ela é tão chata, não se é modo que ela é ensinada mas enfim." | **Positiva/ Negativa** |
| A5 | "O maximo [*sic*] o problema e que as vezes quebro a cabeça" | |
| A11 | "Acho maravilhosa mais [*sic*] tambem [*sic*] muito detalhista e complicada" | |
| A31 | "E uma boa matéria porém complicada em alguns momentos" | |
| A33 | "Mesmo achando surpreendente tenho muita dificuldade com cálculos. Por ter dificuldade em lembrar as fórmulas" | |

Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020.

As opiniões sobre a matemática se dividem entre adjetivos positivos e negativos. Para um grupo, ela é boa, ótima, bacana, maravilhosa, etc. Contudo, alguns dentre aquele(a)s que apresentaram essa opinião, complementaram dizendo que a matemática também é chata, difícil e complicada. Um do(a)s aluno(a)s, A3, cogita ainda a possibilidade disto ser devido ao ensino. Já no complemento feito por A1, o que consta é uma ressalva em relação à participação do professor.

Para outro grupo, a matemática é útil, essencial e importante. Ao passo que para uma parcela expressiva do(a)s aluno(a)s participantes, ela é ruim, complicada e difícil, o que para alguns(as) dele(a)s decorre do fato de ter dificuldade e não conseguir entender e aprender os conteúdos matemáticos.

Em se tratando de utilidade, na questão seguinte, exploramos este aspecto perguntando para que serve a matemática. “Tudo” foi a palavra mais mencionada nas respostas (Quadro 6). Apesar disso, em uma delas, o(a) aluno(a) parece querer deixar claro que reconhece a importância da matemática, mas isso não significa que ela deixa de ser “complicada” (A18), característica que atribuiu à disciplina ao responder a questão anterior. A17 também procurou fazer uma ressalva quanto à dificuldade de algumas pessoas em aprender matemática.

Dentre as respostas apresentadas sem o termo “tudo”, foi indicado que a matemática serve para “várias/muitas coisas”, “muitas áreas” ou trabalho, para aprendizagem, para cálculos/medidas, para o dia a dia, “pra vida”.

Três aluno(a)s parecem não ter compreendido a pergunta já que não disseram para qual seria a utilidade da matemática, pois dois(uas) dele(a)s afirmaram que ela é importante e o(a) outro(a) respondeu apenas “siim [*sic*]”. Apenas um(a) aluno(a), A7, afirmou não saber qual seria a utilidade da matemática, disciplina que, segundo ele, é a que menos gosta.

Direcionamos nossa atenção também a outras duas respostas, apresentadas por A19 e A32, nas quais afirmaram, respectivamente, que a matemática serve “pra que não sejamos enrolados” e “pra finança internacional”.

Quadro 6 – Respostas do(a)s aluno(a)s apresentadas à pergunta "para que serve a Matemática?"

| **Aluno(a)** | **Para que serve a Matemática?** |
|---|---|
| A1 | “Acho importante no nosso dia a dia ela está sempre presente.” |
| A2 | “Várias coisas, até porq [*sic*] ultilizamos [*sic*] muito no nosso dia a dia e muitas vezes nem percebemos.” |
| A3 | “Assim matemática quer queira quer não ela serve pra tudo né, por exemplo quando você quer fazer uma reforma na sua casa se precisar saber de alguns valores de metragem enfim, quando se vai fazer alguma receita, sla [*sic*] para uma porrada de coisa você usa a matemática” |
| A4 | “Como eu falei, matemática é muito importante . N [*sic*] precisamos saber de tudo, mais [*sic*] devemos saber o básico” |
| A5 | “Serve para muitas areas [*sic*] na vida do ser humano’ |
| A6 | “serve para muitas coisas, sei que hoje em dia ela está em praticamente tudo e por esse motivo me esforço para tentar entender/aprender, sempre que posso assistio [*sic*] vídeos aulas mas não tenho muito sucesso. talvez eu tenha algum problema com a matemática mesmo.” |
| A7 | “Não faço ideia” |

| | |
|---|---|
| A8 | “Pra tudo nossa vida precisa de matemática, ela está presente em tudo na nossa vida.” |
| A9 | “Aprendizagem” |
| A10 | “Tudo na vida precisa ter matemática” |
| A11 | “Para tudo na vida” |
| A12 | “Pra saber calcular aprender a multiplicar e saber mais” |
| A13 | “Para tudo” |
| A14 | “Serve em tudo” |
| A15 | “Para várias coisas, desde um cálculo de engenharia, química, ou até umas simples medidas de receita .” |
| A16 | “Matemática serve pra muitas coisa [*sic*] matemática está em tudo hoje” |
| A17 | “Pra aprender, mas tem gente q [*sic*] tem dificuldade” |
| A18 | “Serve pra tudo..mas e complicada de mas [*sic*]” |
| A19 | “Pra mim a matemática serve ex: pra pegar troco da troco, saber as horas, ne um todo pra que não sejamos enrolados.” |
| A20 | “Para torna tudo mais fácil !” |
| A21 | “A matemática servi [*sic*] pra tudo” |
| A22 | “Na minha opinião a matemática serve para aprender coisas diferentes” |
| A23 | “A matemática serve para a maioria das coisas!!!” |
| A24 | “Só que. A matemática e muito importante” |
| A25 | “Ela, é útil em tudo. Com a matemática,podemos realizar cálculo, medida etc...” |
| A26 | “Quando a gente trabalhar no caixa alguma coisa assim de conta e muitas outras coisas vai nos ajudar” |
| A27 | “Pra utilizar no dia a dia” |
| A28 | “Para o mercado de trabalho. Exemplo: Bancos, Farmácias, Mercadinhos etc.” |
| A29 | “Siim [*sic*]” |
| A30 | “Pra tudo” |
| A31 | “Serve pra tudo tanto trabalho é [*sic*] profissionalmente” |
| A32 | “A matemática serve pra finança internacional e cálculos.” |
| A33 | “Tudo em nossa vida abrange matemática.” |
| A34 | “Pra vida” |
| A35 | “Para tudo, tudo que a gente faz tem matemática,” |

Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020.

Logo, embora a Matemática seja percebida como importante, presente no cotidiano e útil, a característica de ser uma disciplina difícil e complicada é fortemente associada a ela.

Observado esse contexto, seguimos o nosso estudo com a verificação dos argumentos de algun(ma)s desse(a)s estudantes diante de questões matemáticas, conforme o nosso propósito.

## 8.3 Os argumentos nas respostas individuais

Para desenvolvemos a etapa da aplicação individual, selecionamos quatro questões, incluindo em cada uma delas uma solicitação de justificativa para a resposta que o(a) estudante apresentasse. A referida solicitação foi uma forma que encontramos para instigar a enunciação de garantias, uma vez que, conforme Toulmin (2001), estas geralmente fazem-se presentes quando requeridas. São elas que ligam os dados à conclusão e que, por essa razão, possibilitam uma compreensão da relação que, para aquele que argumenta, existe entre tais elementos. Assim, acreditamos que, nas garantias e nos apoios, estariam as proposições que poderíamos classificar a partir dos tipos de provas de Balacheff (1988). Contudo, estamos cientes que, de acordo com Balacheff (1988), a mera apresentação de um problema ao estudante não garante o seu envolvimento em solucionar e validar a sua resposta.

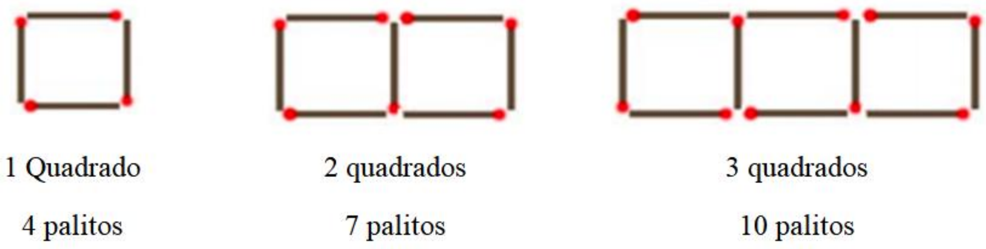
Conforme especificamos na subseção 7.3, a classificação de Balacheff trata de provas pragmáticas e provas intelectuais. Ambas abrangem, mais especificamente, os tipos ‘empirismo ingênuo’, ‘experiência crucial’, ‘exemplo genérico’ e ‘experiência mental’.

Dessa etapa da pesquisa, participaram o(a)s aluno(a)s A1, A2, A10, A11, A15, A19, A25, A27, A28, A30, A31, A32, A33 e A35. As respostas obtidas foram, em quase sua totalidade, bastante econômicas. Em algumas delas, havia apenas uma ou outra operação matemática básica, escrita como proposição justificativa. Como observou Balacheff (1988), essa é uma situação comum no ensino-aprendizagem de Matemática quando se tem uma prática rotineira de exercícios, por sua vez, promotora desse hábito.

Em outras respostas que obtivemos, apenas os próprios dados da questão foram colocados pelo(a)s aluno(a)s como justificativa para a conclusão (resposta) alcançada, motivo pelo qual não foi possível aplicarmos a classificação de Balacheff (1988), conforme veremos pormenorizadamente a seguir. Em alguns casos, consideramos também a realização de uma análise a partir do modelo de Toulmin.

8.3.1 Questão 1: Sequência de figuras

(**q1**) Observe a sequência de figuras formadas com palitos:




Continuando a sequência de figuras:

a) Quantos palitos serão necessários para formar 10 quadrados? **Justifique sua resposta**.

b) Quantos quadrados são formados por 25 palitos? **Justifique sua resposta**.

Figura 8 - Primeira questão da lista resolvida individualmente
Fonte: adaptada de Dante (2005, p.71)

Essa primeira questão (Figura 8) possibilita o alcance da resposta requisitada tanto por meio de um procedimento de contagem, quanto a partir de uma percepção da relação (função afim) entre as variáveis ‘palito’ e ‘quadrado’ de maneira que, para saber a quantidade de palitos necessários para a obtenção de uma determinada quantidade de quadrados justapostos, como na Questão 1, é suficiente multiplicar a quantidade de quadrados por três e acrescentar uma unidade. Assim, com essa questão, viabilizamos a produção de justificativas tanto com ‘provas pragmáticas’ quanto com ‘provas intelectuais’.

Em resposta ao questionamento do primeiro item dessa questão, A31 afirmou que “40 palitos” seriam necessários pra formar 10 quadrados nas condições enunciadas no problema. Como justificativa, A31 declarou “pois 10x4 = 40 palitos” (A31, q1). Embora não esteja de acordo com a proposta de sequenciamento da figura indicada na questão, podemos inferir a existência de uma garantia subentendida. A saber, a propriedade da figura plana explorada na questão, ou seja, a quantidade de lados que um quadrado possui. Podemos estender essa observação à justificativa dada por A30 que também indicou “40 palitos” como resposta e assim justificou: “Se para fazer 1 precisa de 4 para fazer 10 serão 40 palitos” (A30, q1).

Além desse(a)s estudantes, A19 parece ter adotado a referida propriedade para alcançar a mesma resposta (40 palitos), tendo afirmado que chegou “a esse resultado contando palitos no papel” (A19, q1).

Apesar disso, para a segunda pergunta da Questão 1, na qual invertemos a ideia do primeiro questionamento, A31 parece não ter notado a inversão, usando o mesmo processo de multiplicação para alcance da resposta. Por outro lado, A30 seguiu a linha de raciocínio da questão, mas na sua justificativa assumiu a ideia condicional inicialmente adotada na resposta anterior afirmando “Para montar um quadrado precisa de 4 palitos e para fazer oito quadrados de 25 palitos” (A30, q1).

Diferentemente de A31 e A30, A19 parece ter seguido com a aplicação da mesma propriedade nesse segundo item da questão, pois sua resposta foi “6 quadrados porque ficará um palito faltando” (A19, q1). Acreditamos que ele(a) tenha considerado quatro palitos para a formação de cada quadrado e tenha se confundido com a utilização do termo “faltando” ao invés de “sobrando” já que partindo dessa ideia seriam 24 palitos para a formação de 6 quadrados e um palito sobraria, pois a questão indica 25 palitos.

O argumento assumido por A19 para o primeiro item da questão permite-nos classificar a sua resposta como ‘**empirismo ingênuo**’, o que não ocorre com sua segunda justificativa. Esta, na verdade, não é, propriamente, uma justificativa visto que não aponta uma relação entre os dados e a conclusão (resposta) declarada. Logo, não tivemos como classificá-la e, pelo mesmo motivo, não foi possível classificarmos a alegação feita por A30. Apesar disso, ponderamos que o suposto emprego de uma propriedade da figura geométrica, por A30 e A31 (Quadro 7), poderia se aproximar de uma ‘**experiência crucial**’ tendo em vista a aplicação de uma particularidade com intuito de generalizar, embora permanecendo no aspecto prático. Ou então, um ‘**exemplo genérico**’ pendendo mais ao caráter pragmático por ser utilizada uma propriedade apenas para mostrar operações usadas como justificativa.

Quadro 7 – Respostas e justificativas de A30 e A31 à questão 1 da lista individual

| **Aluno(a)** | **Respostas q1 (palitos)** | | **Justificativa** |
|---|---|---|---|
| A30 | a) | “40 palitos” | “Se para fazer 1 precisa de 4 para fazer 10 serão 40 palitos” |
| | b) | “8 quadrados” | “Para montar um quadrado precisa de 4 palitos e para fazer oito quadrados de 25 palitos” |
| A31 | a) | “40 palitos” | “pois 10x4 = 40 palitos” |
| | b) | “25x4=100” | “pois 25x4 = 100 palitos” |

Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020.

Notadamente, consideramos relevante analisarmos as alegações de A19, A30 e A31, apesar de não corresponderem à resposta correta. Optamos pela análise por termos percebido essa possibilidade de inferirmos a utilização da propriedade de um quadrado, vista, supostamente, como uma garantia subentendida.

Quanto às outras respostas que não estavam de acordo com a resposta correta, tivemos as de A10 e A11, do(a)s quais as justificativas não nos permitiram identificar um tipo de prova.

Ainda em relação a A10 e A11, é relevante ressaltarmos que apesar de termos solicitado que a resolução das questões fosse realizada de maneira individual, tendo em vista ser essa a característica dessa etapa da pesquisa, notamos, conforme Quadro 8, fortes indícios de compartilhamento de respostas entre tais aluno(a)s. A10 e A11 foram o(a)s único(a)s aluno(a)s assíduo(a)s nas aulas remotas de uma das turmas e, por conseguinte, único(a)s dessa mesma turma que responderam o nosso questionário inicial e a lista de questões da etapa individual. Contudo, observamos a ocorrência que aqui descrevemos.

Quadro 8 – Respostas apresentadas por A10 e por A11 a todas as questões da lista individual

| **Questão** | **Respostas de A10** | | **Respostas de A11** | |
|---|---|---|---|---|
| q1-a | “25 palitos” | “porque dá pra intercalar os palitos” | “25 palitos” | “porque intercalado os palitos” |
| q1-b | “10 quadrados” | “porque o primeiro usamos 4 palitos e o restante adicionamos 3 palitos.” | “10 quadrados” | “o primeiro usa 4 já os demais 3 palitos” |
| q2 | “Contando as poltronas” | “Sim, porque é ímpar e dá na janela” | “contando as poltronas” | “porque a poltrona da janela e impar” |
| q3 | “12 ônibus, mas faltaria alguns soldados” | [Sem justificativa] | “12 ônibus mas mesmo assim faltaria” | [Sem justificativa] |
| q4-a | “verdadeiro” | “É a mesma coisa de falar que 2+2=4” | “Verdadeiro” | “porque e obvio” |
| q4-b | “verdadeiro” | “Quando o número é negativo começa do maior para o menor” | “Verdadeiro” | “porque quando o numero e Negativo sempre começa do maior para o menor” |
| q4-c | “falso” | “Depois da questão resolvida é que saberemos se é negativo” | “Falso” | “depois de resolvida vemos se e negativo ou positivo” |

Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020.

Dentre as respostas do(a)s outro(a)s participantes, observamos algumas claramente pragmáticas, do tipo ‘**empirismo ingênuo**’ (Figuras 9 e 10).

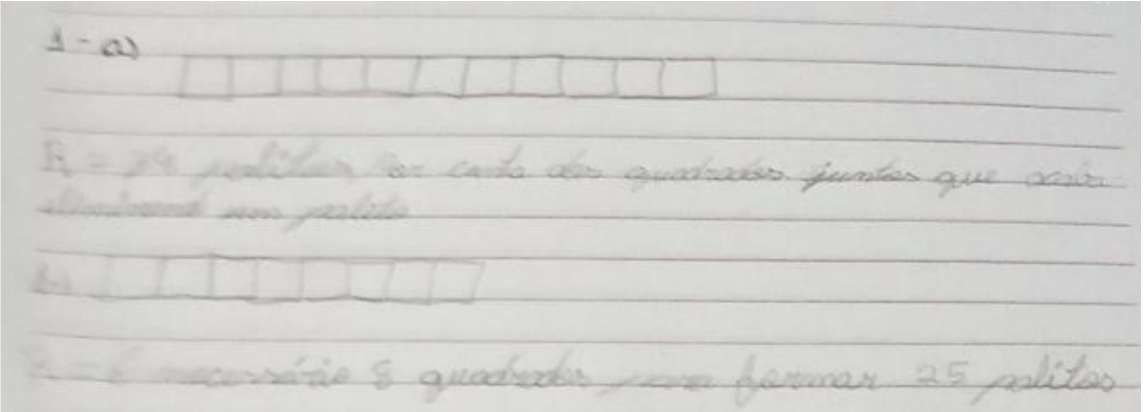


Figura 9 – Respostas de A28
Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020.

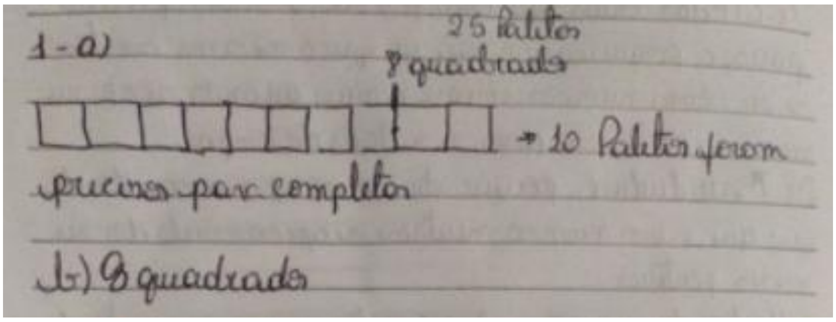


Figura 10 – Respostas de A15
Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020.

Se considerarmos a utilização dos termos “somar” e “adicionar” como indicativos do procedimento adotado pelo(a) estudante para a obtenção do resultado que apresentou, podemos, então, classificar as respostas de A10 e A35 também dentro do ‘**empirismo ingênuo**’.

Houve ainda uma resposta (Figura 11) que classificamos como ‘**exemplo genérico**’ por recorrer a outras operações (multiplicação, divisão) mediante a propriedade apresentada na questão (não necessariamente a do conceito matemático) e percebida por A33.

Continuando a sequência de figuras:

a) Quantos palitos serão necessários para formar 10 quadrados? **Justifique sua resposta**. 31 palitos, porque depois do primeiro palito os próximos quadrados só precisarão de 3 palitos cada. Então 10x3=30

b) Quantos quadrados são formados por 25 palitos? **Justifique sua resposta**. 8 quadrados, porque 25:3=8,3333333

Figura 11 – Respostas de A33
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Apesar de poucas respostas serem passíveis de classificação a partir de Balacheff (1988), cogitamos aplicarmos o modelo de Toulmin (2001) reunindo, em um mesmo esquema (Figura 12), determinadas justificativas desenvolvidas pelo(a)s estudantes.

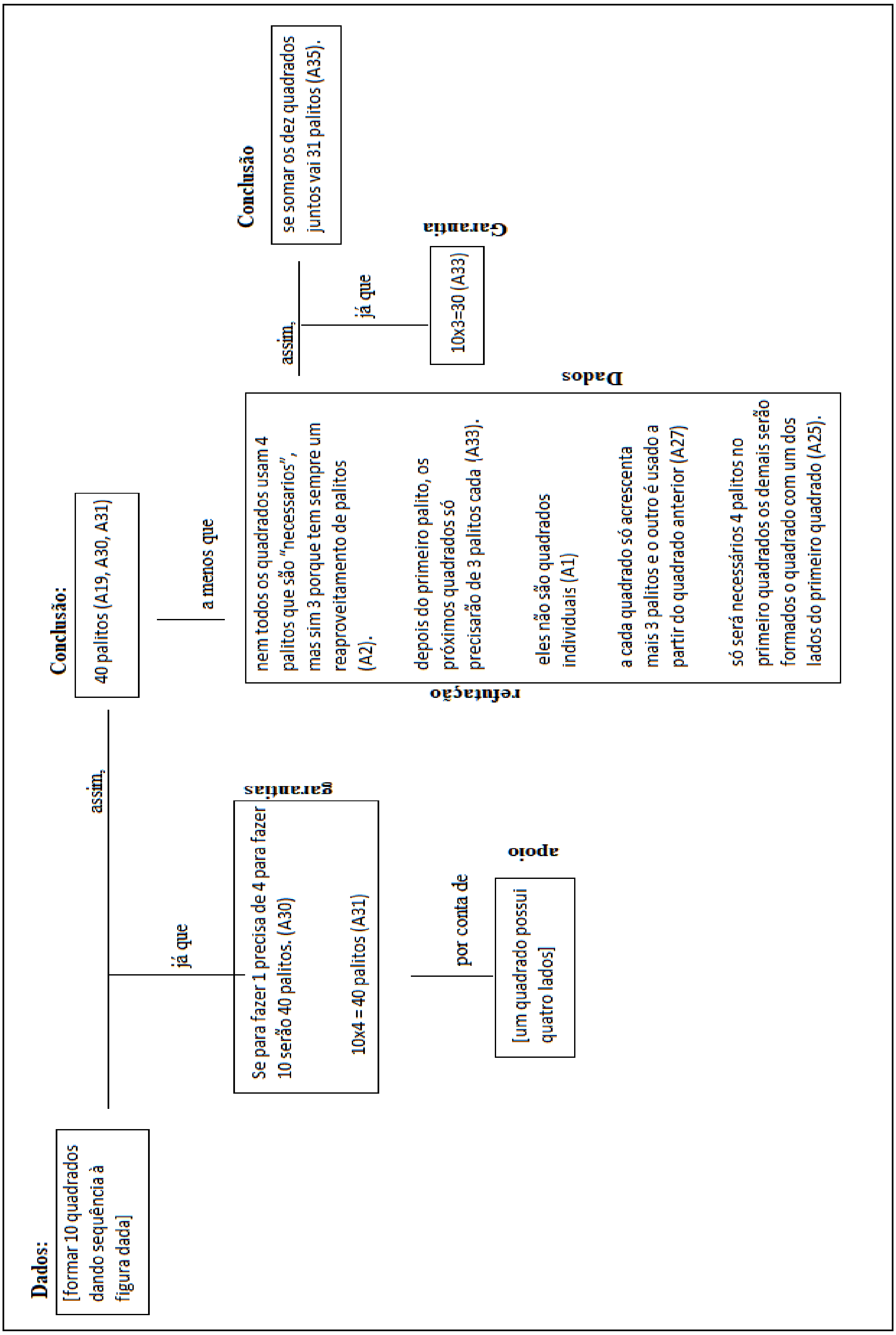


Figura 12 – Respostas de diversos participantes reunidas no mesmo esquema de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Ressaltamos que, para esse esquema, posicionamos as justificativas que foram constituídas apenas pelos dados do próprio problema como ‘refutações’, na medida em que elas poderiam ter esta função se colocadas diante das respostas daquele(a)s aluno(a)s que se desviaram do que fora proposto. São alegações que, por outro lado, correspondem não a uma garantia daquele(a)s que as enunciaram como justificativas, mas apenas aos dados correspondentes à ideia da questão, ficando, assim, também com a função de 'dados' nesse esquema que elaboramos.

Dando continuidade às nossas análises, seguimos com as respostas atribuídas à segunda questão.

### 8.3.2 Questão 2: Janela ou corredor?

(**q2**) Você vai viajar de ônibus e quer se sentar numa poltrona da janela. Mas, ao comprar sua passagem, você não informou isso à atendente e, ao olhar sua passagem comprada, você viu que sua poltrona é a 51. Sabendo que as poltronas do ônibus estão organizadas de acordo com essa figura ⇨

a) como você faria para saber se a sua poltrona é ou não da janela (sem ter que entrar no ônibus)? **Justifique sua resposta**.

b) Sendo assim, sua poltrona é da janela ou do corredor? **Justifique sua resposta.**

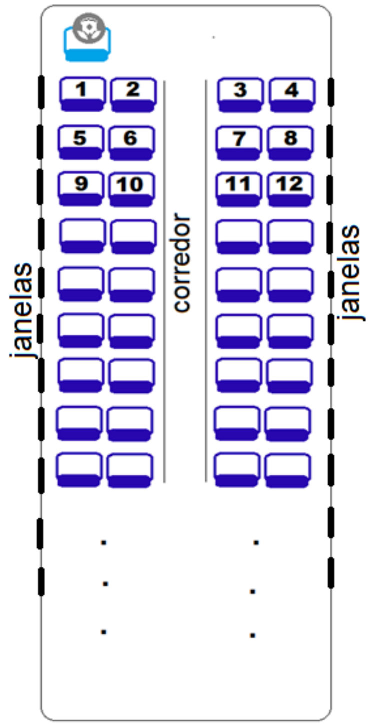



Figura 13 - Segunda questão da lista resolvida individualmente
Fonte: elaborada pela pesquisadora, 2020

Essa segunda questão (Figura 13), assim como a primeira, permite a obtenção da resposta por meio de uma contagem exaustiva e uma justificativa baseada neste procedimento configura-se como uma 'prova pragmática', do tipo 'empirismo ingênuo'. Por outro lado, é possível que o estudante procure perceber alguma regularidade na sequência de poltronas, de forma que isso lhe permita identificar a posição de qualquer poltrona a partir da numeração desta, em conformidade com o exemplo que apresentamos na Seção 7 (Figura 6). Trata-se de uma generalização que permite ao aluno recorrer à determinada propriedade e/ou recorrer a algum conceito para responder ao questionamento e justificar a sua resposta.

Contudo, com os participantes da nossa pesquisa, prevaleceram as justificativas do tipo ‘pragmática’. Tivemos relatos indicando a contagem das poltronas (A2, A10/A11[20]) ou das filas (A31, A33) e semi-filas (A1, A28), bem como uma declaração quanto à complementação ao desenho (A32) para saber a localização da poltrona indicada na questão. A15 e A30 também mencionaram uma ação de contar, mas não especificaram se nela haveria alguma estratégia diferenciada, conforme Quadro 9.

Embora A10/A11 tenham afirmado que contariam as poltronas, a estratégia usada para indicar se a poltrona 51 estaria na janela ou no corredor foi a paridade do número, conforme respostas dadas ao item ‘b’ da questão.

Quadro 9 – Respostas que indicam características da prova pragmática

| Aluno(a) | Resposta/Justificativas q2(a) | Respostas/justificativas q2(b) |
|---|---|---|
| A1 | “As poutronas [*sic*] estão em ordem crescente de **2 em dois**. Mas ficaria preucupada [*sic*] pois não há 51 assento em um ônibus” | “Mas seguindo essa ordem não estaria na janela” |
| A2 | “Tentaria **contar** as **poltronas** na minha cabeça para ter uma noção de onde ficaria meu lugar” | “Corredor, ‘minha’ poltrona é a última na fileira do corredor” |
| A10 | **“Contando** as **poltronas”** | “Sim, porque é ímpar e dá na janela” |
| A11 | **“contando** as **poltronas”** | “porque a poltrona da janela e impar” |
| A15 | “Ao **contar** percebi que a poltrona 51 ficaria no corredor onde estão os numeros impares [*sic*], ao lado direito” | “Corredor” |
| A28 | **“Contando** de **2 em 2** da direita a esquerda” | “Fazendo a contagem de 2 em 2 de direita para a esquerda a poltrona 51 fica no corredor a esquerda” |
| A30 | “Eu teria que sair **contando** por fora pra saber o certo do qual lado” | “Do corredor” |
| A31 | “Eu ia **contar** de acordo com a ordem das **filas**” | “Não e sim a do corredor” |
| A32 | **“Fazendo o desenho** com a numeração que está do lado direito saberem se minha poltrona e corredor ou janela” | “Minha poltrona é do corredor. Porque seguindo a ordem do desenho minha poltrona será no corredor” |
| A33 | **“Contaria as fileiras** que são 13x4 cadeiras cada fila = 52 poltronas” | “É a do corredor” |

Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020 (grifos nossos)

[20] Utilizamos barra (/) ao invés de uma vírgula (,) entre A10 e A11 devido ao possível compartilhamento de respostas entre esse(a)s estudantes, conforme relatamos anteriormente.

Quando as respostas referem-se às filas ou contagem em pares (2 em 2) ou mesmo quando indicada a observação feita quanto ao número ser ímpar, consideramos uma possível aproximação com a '**experiência crucial**', visto que apontam para casos particulares. Avaliamos que este(a)s estudantes, embora sem se desvencilhar de uma ação pragmática, estariam dando sinais de uma breve tentativa de generalização, ou seja, de apresentar uma justificativa que poderia ser utilizada para saber a posição de qualquer outra poltrona.

Notamos, da mesma forma, que A25 parece ter tentado identificar um padrão na organização das poltronas (Quadro 10).

Quadro 10 – Respostas de A25 à questão 2 da lista individual

| **Aluno(a)** | **Resposta/Justificativas q2(a)** | **Respostas/justificativas q2(b)** |
|---|---|---|
| A25 | "indentificava [*sic*] os numeros [*sic*] impar [*sic*], porque as poltronas da janela ficam sempre no lado esquerdo" | "poltrona da janela por que 51 é um número impar" |

Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Quanto a A19 e A27, as suas justificativas ao primeiro questionamento foram um tanto evasivas em relação à Matemática, apesar de terem identificado a localização da poltrona (resposta ao segundo questionamento), supostamente, utilizando algo da referida área do conhecimento (Quadro 11). Além disso, ressaltamos a limitação de ambo(a)s à imagem vinculada à questão.

Quadro 11 – Respostas de A19 e de A27 à questão 2 da lista individual

| **Aluno(a)** | **Resposta/Justificativas q2(a)** | **Respostas/justificativas q2(b)** |
|---|---|---|
| A19 | "Perguntaria ao motorista ou perguntava onde comprou as passagens e assim ficaria sabendo" | "Seria no corredor mais nessa imagem tem poucas poltronas" |
| A27 | "Perguntando a algum profissional da empresa, pois ele(a) provavelmente saberia responder" | "A do corredor, porque olhando na imagem a poltrona 51 fica no corredor" |

Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Por fim, as respostas de A35 não favoreceram uma análise passível de classificação já que nelas o(a) estudante apenas indica "usar a posição das cadeiras" (A35), ou seja, não há justificativa em sua resposta.

Assim como ocorrido com a primeira questão, para essa segunda, também não identificamos respostas que pudéssemos caracterizar como provas intelectuais.

Quanto a uma observação a partir do modelo de Toulmin, uma das respostas (A1) teve a nossa atenção por apresentar o que consideramos ser uma refutação (Figura 14).

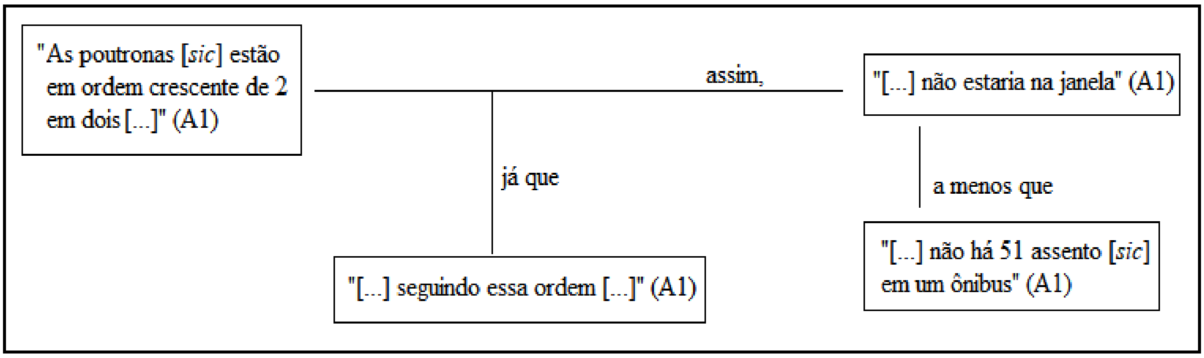


Figura 14 – Resposta de A1 analisada a partir do modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Já as afirmativas de A33 pareceram-nos ir um pouco além da indicação dos dados como justificativa para a alegação. Sendo assim, aplicamos àquelas o modelo de Toulmin, conforme Figura 15.

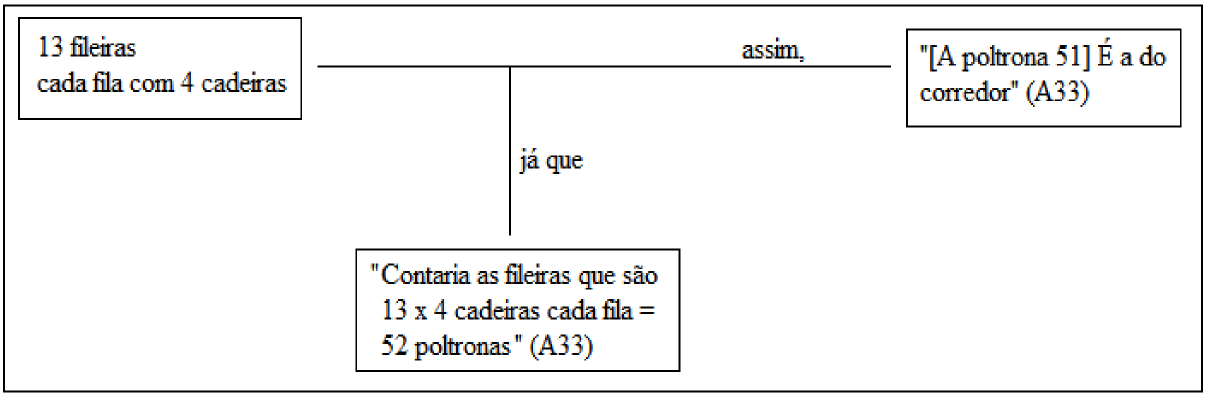


Figura 15 – Respostas de A33 analisada a partir do modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Como podemos observar, A33 incluiu em sua justificativa uma operação matemática, não se restringindo a afirmar que contaria as poltronas ou as filas, conforme a maioria do(a)s estudantes relatou.

A seguir, apresentamos a nossa análise da terceira questão proposta aos alunos a partir da lista individual.

### 8.3.3 Questão 3: Quantidade de ônibus

| |
|---|
| (**q3**) Um quartel vai usar ônibus com capacidade de 30 lugares para levar seus 370 soldados a uma cidade próxima. Quantos ônibus serão necessários? **Justifique sua resposta**. |

Figura 16 – Terceira questão da lista resolvida individualmente
Fonte: adaptada de Matheus (2016, p. 144)

A terceira questão da lista (Figura 16) requer a aplicação da operação de divisão e a noção de conjuntos. Embora não tenhamos identificado nela uma oportunidade de manifestação dos tipos de provas de Balacheff, pelo(a)s participantes da pesquisa, decidimos mantê-la na lista. Esta decisão decorreu da possibilidade de abstração, por parte do(a) estudante, da situação descrita na questão de maneira que as suas justificativas demonstrassem uma interpretação adequada e não uma mera seleção de dados e realização de uma operação matemática sem o entendimento apropriado do resultado desta operação.

Identificamos as duas situações nas respostas obtidas (Quadro 12).

Quadro 12 – Respostas e justificativas à questão 3, apresentadas por cada estudante participante da terceira fase da pesquisa

| Aluno(a) | Respostas q3 | Justificativa |
|---|---|---|
| A1 | “Seria necessário 12 ônibus e um micro ônibus” | “pois 30x12=360, um micro ônibus tem de 22 a 26 poltronas” |
| A2 | “13” | “doze com 30 e 1 com 10” |
| A10 | “12 ônibus, mas faltaria alguns soldados” | |
| A11 | “12 ônibus mas mesmo assim faltaria” | |
| A15 | “13 ônibus, sendo que 1 sobraria ainda 20 lugares, ou doze ônibus e 1 mini van pra pegar mais 10 pessoas ou se os motoristas também contarem como soldados 13 ônibus sobrando ainda 7 lugares” | |
| A19 | “12 ônibus” | “porque precisa questão de segurança” |
| A25 | “Não sei responder” | |
| A27 | “13 ônibus” | “Porque pra a quantidade de soldados couber dará esse número e ainda terá 20 lugares vagos.” |
| A28 | “Serão necessários 13 ônibus” | “porque 30 x 13 é = 390” |
| A30 | “Será [*sic*] necessário, [*sic*] 13 ônibus” | “Porque os 370 soldados não caberia em 1 ônibus por isso tem que ter mais ônibus” |
| A31 | “São necessários 12 ônibus” | “370 ÷ 30 = 12” |

| | | |
|---|---|---|
| A32 | “Serão necessários 12 ônibus. Mas não terá como colocar uns dos soldados porque pelo um não vai ter como ir para cidade e ficará de fora da missão” | |
| A33 | “Será [*sic*] mais ou menos 12 ônibus” | “Porque 370:30=12,3333333” |
| A35 | “Precisa aproximadamente de 13 ônibus” | “Porque dividindo 370 por 30 é igual a 12, 1/3 por isso 13, se for menos faltará ônibus” |

Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2010

Sete dentre os catorze estudantes indicaram 12 como resposta, o que corresponde à parte inteira do resultado de uma divisão que pouco(a)s apresentaram como justificativa. Três desse(a)s estudantes perceberam que a referida quantidade não seria suficiente e mesmo assim mantiveram 12 como resposta. Neste ponto, poderíamos indicar, em termos do modelo de Toulmin, que houve uma refutação, embora esta não tenha gerado efeitos de alteração na alegação/conclusão apresentada.

Em relação a essas respostas, percebemos ainda aquela tendência do aluno direcionar o olhar, em questões de matemática, apenas aos dados numéricos, conforme discutimos, a partir de Gómez-Chacon (2002), na Seção 5 quanto às concepções em relação à Matemática que, por vezes, podem ser limitantes afetando uma compreensão adequada de determinadas situações e resultando na construção de argumentos inconsistentes.

Dentre as respostas não limitadas à parte inteira do resultado da divisão, houve justificativas a partir da operação de divisão (A35), outras com a operação de multiplicação (A1, A28) e respostas que indicaram a possibilidade de um dos ônibus ser menor por comportar menos lugares (A1, A15), uma vez que, considerando ônibus com capacidade para trinta pessoas, um deles não teria uma ocupação total. Na resposta de A15 também houve ponderação quanto à inclusão dos motoristas na contabilização de ônibus a partir da ocupação de lugares. São interpretações que, a nosso ver, podem propiciar discussão indicando que até mesmo uma questão mais diretiva pode ser utilizada para propiciar a geração de argumentos.

Além disso, conforme BNCC, a habilidade não é apenas de resolver problemas, mas também de questionar “o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada” (BRASIL, 2011, p. 277). Relaciona-se com capacidades de interpretação, avaliação, dentre outras, fundamentais à abstração e aplicação daquilo que é aprendido no contexto escolar em outros contextos.

Ponderações para julgamentos de afirmativas como aquelas que constituem a questão 4, apresentada a seguir, também requerem uma capacidade interpretativa com associação da língua materna à linguagem matemática.

### 8.3.4 Questão 4: Verdadeira ou falsa

| (**q4**) Analise as afirmações a seguir: |
|---|
| **a)** (MATHEUS, 2016, p. 144, adaptada) **Somando dois números pares, o resultado sempre será um número par.**<br>- Você acha que essa afirmação é verdadeira ou falsa? Por quê?<br>- Como você explicaria sua resposta a seu colega? |
| **b)** (CARVALHO, 2010, p.213) **Nos números inteiros negativos, quanto mais próximo do zero, maior é o número.**<br>- Você acha que essa afirmação é verdadeira ou falsa? Por quê?<br>- Como você convenceria seu colega de que sua resposta está correta? |
| **c)** (CARVALHO, 2010, p.223) **Se x é um número negativo, então o quadrado de x é sempre negativo.**<br>- Você acha que essa afirmação é verdadeira ou falsa? Por quê?<br>- Como você provaria para seu colega que sua resposta está correta? |

Figura 17 – Quarta questão da lista resolvida individualmente
Fontes: Matheus (2016) e Carvalho (2010)

A quarta questão (Figura 17) foi composta por três afirmativas a serem julgadas como verdadeiras ou falsas. A partir de Lima (2018), decidimos solicitar aos estudantes não apenas justificativas para as respostas apresentadas, como fizemos nas questões anteriores, mas também uma descrição de como explicariam, convenceriam ou provariam as suas respostas e justificativas a um colega. O nosso propósito foi, em certa medida, obtermos um maior quantitativo de informações relativas ao raciocínio aplicado por cada estudante. Presumimos que somente a solicitação de uma justificativa poderia resultar em alegações restritas a uma reprodução da afirmativa julgada. Apesar dessa estratégia que adotamos, quase 50% do(a)s estudantes participantes não apresentaram resposta para aquela solicitação, conforme apresentamos a seguir.

a) Afirmativa ‘a’: **Somando dois números pares, o resultado sempre será um número par.**

A primeira afirmativa foi julgada como falsa por apenas dois participantes (A2 e A35), os quais alegaram que se os números forem diferentes, a adição deles resultará em um número ímpar. Não foi possível compreender o alcance da referida alegação, embora, no caso de A35, como não foi especificado “número par”, poderíamos supor que houve má interpretação da assertiva e ao invés de ler “somando dois números pares”, A35 teria lido despercebidamente “somando dois números”. Mas ele(a) também pode ter ressaltado números iguais e números diferentes referindo-se à paridade, ou seja, iguais em paridade (par + par, ímpar + ímpar) e diferentes em paridade (par + ímpar), apesar de ter julgado a afirmativa como falsa. Em todo caso, nas afirmações feitas por ele(a)s não há provas que nos permitam aplicar a classificação de Balacheff (1988).

Dentre aqueles que classificaram a afirmativa como verdadeira (Quadro 13), conseguimos identificar pelo menos quatro situações que nos dão indícios de ‘**empirismo ingênuo**’ (A10, A28, A32 e A33). É possível que A30 tenha partido desse tipo de prova também, mas a justificativa apresentada foi insuficiente para ratificarmos a resposta de A30 como ‘**empirismo ingênuo**’. Logo, é uma resposta que entendemos como apenas uma repetição da afirmativa julgada.

Outras justificativas que nos chamaram a atenção foram as de A1 e A25 que mencionaram o número dois, o(a) primeiro(a) indicando uma operação de adição com o referido número, levando-nos a inferir que tenha realizado essa operação entre o número 2 (dois) e outros números pares. Mas o(a) segundo(a), A25, afirmou que “o número par pode ser dividido por dois” (A25) e, embora necessite de uma melhor formulação, dá-nos indícios de algo próximo a um ‘**exemplo genérico**’, em que se faz uso de uma propriedade ou característica, mas permanece no campo do pragmático, já que parece ter recorrido a ela para mostrar determinada operação.

Ressaltamos ainda as respostas de A15 e A27 que, além de verificarem os tipos de números indicados na afirmativa julgada, decidiram observar também os números ímpares entre si e números de paridades diferentes. Contudo, não houve uma justificativa propriamente dita e, portanto, não foi possível aplicarmos a classificação de tipos de provas.

Quadro 13 – Respostas para a primeira afirmativa: "Somando dois números pares, o resultado sempre será um número par".

| Aluno(a) | Resposta q4(a) | Justificativa | Explicação a um colega |
|---|---|---|---|
| A1 | “Verdadeiro” | “Pois todo número par se **somado por 2 ou por ele mesmo** vai dar um número par” | |
| A2 | “Não” | “Porque se o dois **números pares** forem **iguais** a soma terá o resultado par, mas se forem diferentes o resultado será ímpar” | |
| A10 | “Verdadeiro” | “É a mesma coisa de falar que **2+2=4”** | |
| A11 | “Verdadeiro” | “porque e [*sic*] obvio [*sic*]” | |
| A15 | “Pelas contas que estou fazendo, sim sempre dão pares” | “o porque [*sic*] eu não sei já que **o mesmo acontece se eu somar números ímpares**, **mas** quando somo numeros [*sic*] **ímpares com pares**, resultado **dá ímpar**” | |
| A19 | “Sim” | “porque foi criado assim é a matemática” | “Eu não explico deixo ele ver mesmo” |
| A25 | “Sim” | “por que [*sic*] o **número par pode ser dividido por 2** e multiplicado por 2 vai dá ele mesmo” | |
| A27 | “Verdadeira” | “Porque se ambos são pares o resultado tende a ser par, **ocorre o mesmo somando números ímpares** o resultado tende a ser par” | “Na soma de números do mesmo tipo (par), o resultado tende a ser par, o que se é **diferente se somar par com** um número **ímpar**” |
| A28 | “Sim, se a soma de dois pares forem iguais” | | “Explicaria por formas de **exemplos”** |
| A30 | “Verdadeiro” | “Porque **toda a vez que você somar** dois números pares sempre vai dar porque não pode dar ímpar” | |
| A31 | “Verdadeiro” | | “Se os dois **números pares** forem **iguais** o resultado vai ser par” |
| A32 | “Verdadeira.” | “Porque quando você faz as somas de números pares sempre vão dá [*sic*] resultados pares” | “Eu lhe **mostraria uma somar** [*sic*] de números pares” |
| A33 | “Acho que seja verdadeiro” | “Por questão de lógica” | **“Ex.: 10+10=20”** |
| A35 | “Não” | “Porque pode somar 2 números iguais ou diferentes e a soma pode ser par ou ímpar” | **“Soma de números iguais par, números diferentes ímpar”** |

Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020 (grifos nossos)

Vale destacarmos a resposta de A19, a qual avaliamos como a expressão de uma representação relativa ao conhecimento matemático como algo pronto e acabado, com regras que precisam apenas ser conhecidas e não necessariamente compreendidas ou nem mesmo discutidas.

b) Afirmativa ‘b’: **Nos números inteiros negativos, quanto mais próximo do zero, maior é o número.**

A segunda afirmativa foi julgada como falsa por três do(a)s aluno(a)s participantes (A25, A31 e A32). A resposta de A31 aponta uma possível má interpretação já que ele(a) afirma que “zero é mais que qualquer número negativo” (A31) e “zero é maior nos números negativos” (A31), como se tivesse compreendido que o trecho da afirmação “maior é o número” estaria com sentido de “o número inteiro negativo ser maior que o zero” quando deste se aproximasse. Já nas considerações de A32, notamos uma possível confusão quanto ao significado do termo “maior”, interpretado por esta(a) aluno(a) como sendo equivalente ao termo “positivo”: “Porque os números maiores não pode [*sic*] ser negativos e sim positivo [*sic*] perto do zero” (A32). Quanto à resposta de A25, não conseguimos compreender a relação estabelecida com a assertiva julgada como falsa por esse(a) aluno(a).

Diferentemente de A25, A31 e A32, o(a)s aluno(a)s A1 e A30 julgaram a afirmativa como verdadeira, porém as suas respostas indicam interpretação inadequada, à semelhança de A31, conforme Quadro 14.

Quadro 14 – Respostas para a segunda afirmativa "Nos números inteiros negativos, quanto mais próximo do zero, maior é o número".

| Aluno(a) | Resposta q4(b) | Justificativa | Convencer um colega |
|---|---|---|---|
| A1 | “Verdadeiro” | “o zero não é um número negativo, então todo número **negativo é menor que zero**.” | |
| A2 | “Verdadeiro” | “Quanto mais próximo do zero, maior será o número ou seja, aquele número que possui **menor valor será o maior** deles” | “Acho que minha justificativa serviria de resposta” |
| A10 | “verdadeiro” | “Quando o número é negativo começa do maior para o menor” | |
| A11 | “Verdadeiro” | “porque quando o numero e Negativo sempre começa do maior para o menor” | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| A15 | “Verdadeiro” | “porque elevar se aproximando do zero que é um número neutro e se aproximando dos números positivos” | “mostrando **um pequeno exemplo em uma escala** de números negativos e positivos” |
| A19 | “verdadeira” | “porque já ouvir os professores falar” | “Não convenceria” |
| A25 | “não” | “por que os números inteiros **negativos são infinitos**” | |
| A27 | “verdadeira” | “Porque a partir do 0 são números inteiros positivos” | “Um ótimo jeito de perceber é **comparando com uma dívida**, pois quando se paga por completo e não se deve mais nada, você fica com maior pontuação de crédito, caso o exemplo de dívida estiver relacionado com pontuação” |
| A28 | “Verdadeiro” | “o número que possui o **menor módulo é o maior** deles” | “Explicaria o assunto por etapas até fazer sentido” |
| A30 | “Verdadeiro” | “Porque **zero é maior** que qualquer número negativo. Um é o maior número negativo, zero é menor que qualquer número positivo” | |
| A31 | Falsa | “Porque **zero é mais** que qualquer número negativo” | “Zero **é maior** nos números negativos e menor nos números positivos” |
| A32 | Falsa. | “Porque o número **negativo nunca será mais próximo do zero”** | “Porque os **números maiores não pode** [*sic*] **ser negativos** e sim positivo perto do zero” |
| A33 | Acho que sim, mas | “não sei explicar” | “Não sei” |
| A35 | Verdadeira | **“Colocando na reta**, no negativo, o número próximo do zero é o maior” | “Coloca na reta ___________ **o -1 é maior -2”** |

Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020 (grifos nossos)

A justificativa de A35 faz referência à indicação dos números inteiros em uma reta numérica e A15 parece também recorrer a essa ideia, embora tenha utilizado o termo “escala”. Podemos classificar tais respostas dentro do tipo de prova denominado ‘**experiência crucial’**, pois utilizam um caso, por sua vez passível de uma generalização.

Dentre as demais respostas, destacamos ainda as de A27 e A28 que mencionam uma comparação com dívidas e a observação do módulo do número, respectivamente, segundo podemos verificar no Quadro 14. Neste sentido, a resposta de A27 possivelmente se aproxima da ‘**experiência crucial**’ por recorrer a um caso bastante particular, ao passo que a resposta de A28 se aproxima de uma ‘**experiência mental**’ por adotar um conhecimento teórico, tendo um caráter mais conceitual, embora não tenha havido maior esclarecimento por parte de A28, razão pela qual declaramos apenas como uma aproximação.

De acordo com o esquema da Figura 18, procuramos integrar algumas dessas respostas a partir de Toulmin.

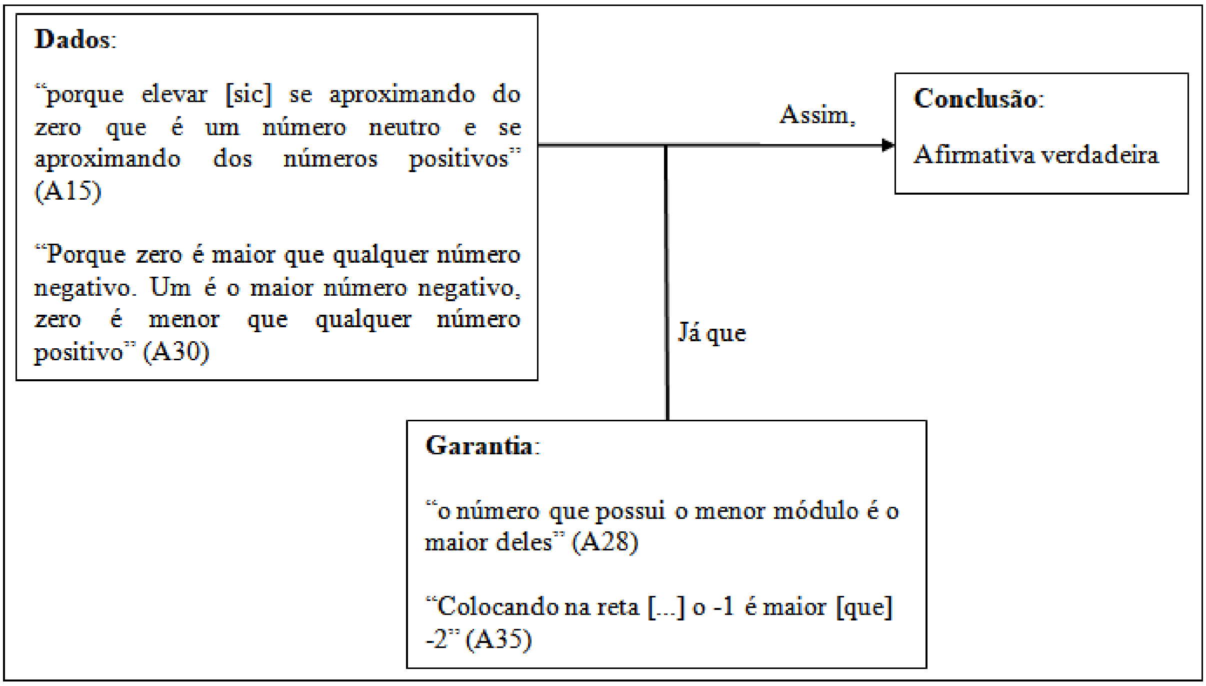



Figura 18 – Respostas diversas para a segunda afirmativa, sob o esquema de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Com a aplicação do modelo de Toulmin, podemos apontar respostas que apenas repetem a afirmativa julgada como verdadeira ou falsa e, mesmo sendo em quantidade menor, há aquelas que podemos perceber como garantias, visto que procuram estabelecer uma 'ponte' entre os dados e a conclusão alegada.

c) Afirmativa 'c': **Se x é um número negativo, então o quadrado de x é sempre negativo**.

A terceira afirmativa foi julgada como verdadeira por quatro participantes (A2, A19, A31 e A32), apesar de que, no caso de A2, pode ter ocorrido um equívoco, pois este(a) estudante escreveu "positivo" como uma indicação de que o final da frase deveria ser "sempre positivo" ao invés de "sempre negativo". De qualquer modo, a justificativa de A2 foi escrita exatamente da mesma forma por A31, e também por A33, tendo este julgado a afirmativa como falsa. A justificativa apresentada foi: "todo número ao quadrado, seja ele, positivo ou negativo, sempre será positivo" (A2, A31, A33). É provável que alguma pesquisa tenha sido feita, resultando na reprodução da frase tal qual encontrada por esse(a)s três participantes. Mas A2 indicou um exemplo como sendo a maneira que adotaria para provar sua alegação. Assim, classificamos sua resposta como ‘**empirismo ingênuo**’.

A “prova” de A35, conforme consta no Quadro 15, se assemelha às alegações feitas por A1 e A28, embora aquele(a) tenha escrito por representação e este(a)s dois tenham grafado por extenso, porém referenciando a operação de adição no processo conhecido como “regra de sinais”. Ponderamos que essas respostas poderiam exprimir uma ‘**experiência mental**’ visto que apontam para uma base teórica, mas destacamos que há equívoco quanto à operação envolvida (A1 e A28), bem como com o ‘X’ que está elevado ao quadrado e aqueles que estão como fatores da multiplicação (por A35).

Além dessas, salientamos ainda a resposta de A25, que compõe sua justificativa com uma propriedade da potenciação: “qualquer número negativo a uma potência de número par será um número positivo” (A25). Assim sendo, consideramos esta resposta como um ‘**exemplo genérico**’, embora não possamos precisar se tende mais a uma prova pragmática ou intelectual já que A25 não especificou como provaria sua alegação a um colega, como havíamos solicitado.

Quadro 15 – Respostas para a terceira afirmativa "Se x é um número negativo, então o quadrado de x é sempre negativo".

| Aluno(a) | Resposta q4(c) | Justificativa | Provar a um colega |
|---|---|---|---|
| A1 | “Falso” | “quando **somamos** negativo com negativo da positivo ou seja **“-“ com “-“ é mais**” | |
| A2 | “Positivo” | “porque todo número ao quadrado, seja ele, positivo ou negativo, sempre será positivo” | **“Simples, (-2).(-2)= +4”** |
| A10 | “falso” | “Depois da questão resolvida é que saberemos se é negativo” | |
| A11 | “Falso” | “depois de resolvida vemos se e negativo ou positivo” | |
| A15 | “Estou pesquisando e tentando entender sobre!” | | |
| A19 | “sim” | “vir [*sic*] os professores falar” | “Não provaria” |
| A25 | “não” | “qualquer número negativo a uma **potência de número par** será um número positivo” | |
| A27 | “Falsa” | “Pois mesmo negativo nenhum número ao quadrado é negativo” | “Mesmo o x sendo negativo, todos os números ao quadrado |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | “são positivos” |
| A28 | “Falso” | “porque negativo + negativo da positivo” | “por que [*sic*] sinais iguais de negativo são positivo” |
| A30 | “Falso” | “Porque o módulo de um certo número X é exatamente igual ao módulo de X” | |
| A31 | “Verdadeiro” | “Porque todo número ao quadrado seja ele positivo ou negativo sempre será positivo” | “Sempre será positivo independente do número” |
| A32 | “Verdadeira” | “Porque tanto **X** sendo um número negativo **seu quadrado nunca dará valor exato**” | “Provaria fazendo um cálculo o número de X negativo e procuraria o quadrado de X na forma negativa também” |
| A33 | “Falso” | “Porque todo número ao quadrado seja ele positivo ou negativo sempre será positivo” | “Da mesma forma a cima” |
| A35 | “Falso” | “Porque $x^2$ ao quadrado pode ser positivo ou negativo” | **“$X^2 = (-X).(-X) = +X$”** |

Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020 (grifos nossos)

Observando algumas das alegações daquele(a)s que julgaram a afirmativa como falsa sob o modelo de Toulmin, elaboramos o esquema da Figura 19.

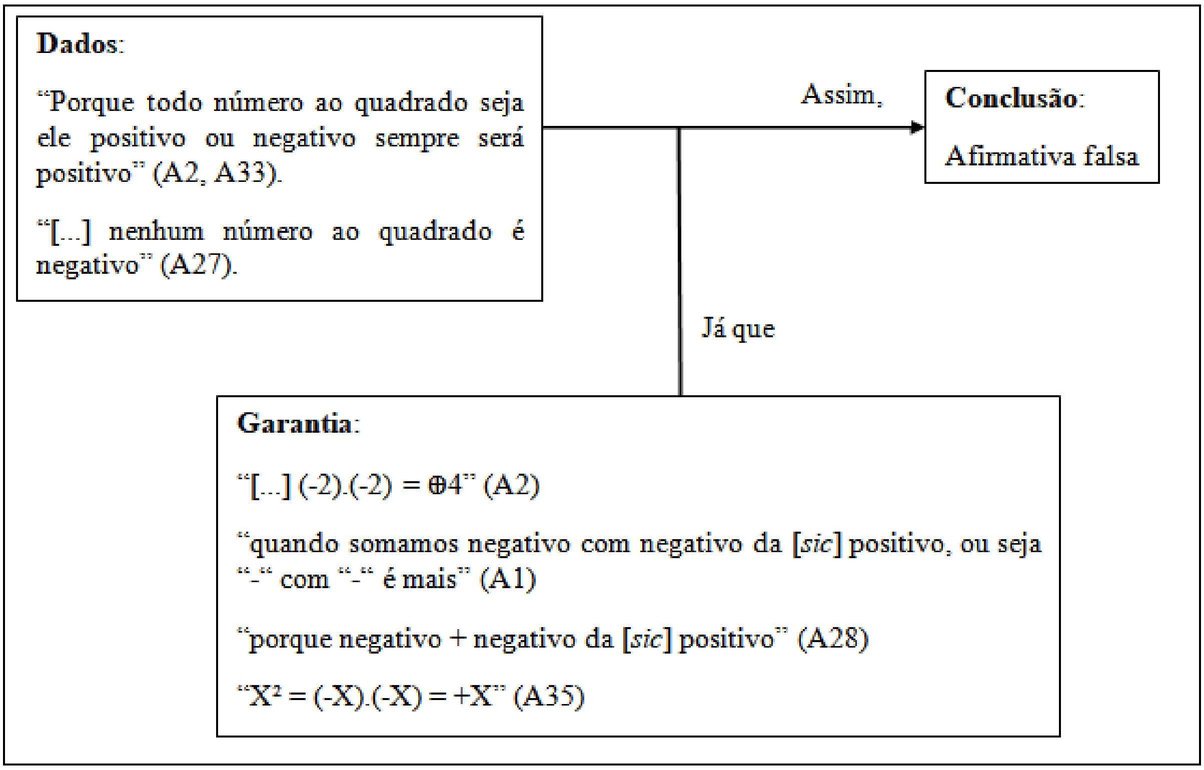



Figura 19 – Respostas diversas para a terceira afirmativa sob o esquema de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Nesse esquema, colocamos como dados as alegações feitas pelos estudantes que eram apenas uma reprodução da afirmativa julgada. Ou seja, não tiveram função de garantia. Diferentemente das alegações que de algum modo representaram ou se aproximaram de algum tipo de prova.

De maneira geral, não foi possível classificarmos a maioria das respostas, principalmente por serem alegações que apenas retomavam os dados da questão para sustentar a conclusão. Dentre aquelas que conseguimos identificar características de algum dos tipos de provas de Balacheff, houve predominância das provas pragmáticas (‘empirismo ingênuo’ e ‘experiência crucial’) e, considerando ser o ‘exemplo genérico’ um tipo de prova intermediário, observamos que algumas respostas com essa classificação tenderam ao caráter pragmático. Mas ressaltamos a ocorrência de respostas que se aproximaram do tipo ‘experiência mental’ como importante indicação do potencial de abstração.

Seguimos as nossas análises, verificando as estruturas dos argumentos emitidos a partir da lista de questões respondida pelas duplas participantes da quarta etapa da nossa pesquisa.

## 8.4 Os argumentos nas justificativas das duplas

Como apontamos na Seção 6, raciocinar, representar, comunicar e argumentar são capacidades que se relacionam com as competências básicas apontadas pela BNCC como fundamentais ao desenvolvimento dos estudantes do nível do Ensino Médio. Assim, é importante destacarmos que com as cinco questões dessa fase da pesquisa, procuramos mobilizar, não apenas o raciocínio, a compreensão de representações e a elaboração de justificativas para as soluções que fossem encontradas pelos estudantes, mas também uma interação e comunicação entre eles para o alcance de respostas em consenso.

Ao selecionarmos as questões que comporiam a lista dessa fase da nossa pesquisa, não buscamos por conteúdos específicos do Ensino Médio. Conforme, afirmamos anteriormente, optamos por questões que viabilizassem soluções a partir de interpretação, raciocínio lógico e conhecimentos relativos aos conceitos básicos da Matemática.

Diferentemente de uma aplicação presencial, a realização dessa etapa no modo virtual, nos possibilitou acompanhar, de modo direto, a interação entre o(a)s componentes das duplas, monitorar a transição de uma questão para outra, evitando que houvesse uma divisão entre os componentes no sentido de agilizar a conclusão de todas as questões. Assim, a resolução de cada questão pôde ocorrer a partir do compartilhamento de ideias sobre o mesmo problema, no mesmo espaço de tempo.

Participaram dessa última fase da pesquisa o(a)s aluno(a)s A15, A32, A33 e A35. As duplas formadas foram: dupla 1, com A33 e A35, e dupla 2, com A15 e A32. No Quadro 16, reunimos, sucintamente, as informações relativas às participações desse(a)s estudantes nas etapas anteriores da nossa pesquisa.

Quadro 16 - Informações relativas a A15, A32, A33 e A35 obtidas nos momentos anteriores da pesquisa

| Dupla | 1 | | 2 | |
|---|---|---|---|---|
| Aluno(a) | **A33** | **A35** | **A15** | **A32** |
| Relação com a Matemática | Tem dificuldades com “memorização de fórmulas”. Por isso, é a disciplina que menos gosta | Considera a Matemática difícil e tem dificuldades | Uma das disciplinas que mais gosta. “estimula o aprendizado” | Considera a matemática difícil e que requer um “aprendizado bem detalhado” |
| q1 | Exemplo genérico (propriedade da sequência numérica) | Empirismo (palavra: ‘soma’) | Empirismo (desenho) | [não classificável] |
| q2 | Experiência crucial (contagem por filas) | [não classificável] | Empirismo (contar) | Empirismo (desenho) |
| q3 | Atenção concentrada no resultado da divisão que fez (“mais ou menos 12”). Não contextualizou. | Utilizou o termo “aproximadamente”, mesmo afirmando “se menos [que 13], faltará” | Acrescentou possibilidades à situação | Percebeu a insuficiência da sua resposta, mas manteve-a. |
| q4 | a – empirismo (um exemplo)<br>b – [não respondido]<br>c – mesma afirmação de A2 e A31 [não classificável] | a – [não classificável]<br>b – exemplo genérico (a reta)<br>c – experiência mental (regra de sinais) | a – [não classificável]<br>b – exemplo genérico (escala)<br>c – [não respondido] | a – empirismo<br>b – confundiu termos (maior/positivo)<br>c – possível confusão de significado de termo (exato) |

Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Ao longo da aplicação das questões, fizemos algumas intervenções. Estas ocorreram com o propósito de reforçar a solicitação de justificativas para as respostas apresentadas e, também, em determinados momentos, para instigar a participação de A35, na dupla 1 e de

A32, na dupla 2, pois pouco se manifestavam na apresentação de respostas ou possíveis soluções. Assim, tentamos mediar com colocações como: “E aí, A35, concorda?” (P, Q2D1) e “A32, conte pra gente como é que você ta fazendo” (P, Q3D2).-

Também procuramos problematizar e provocar reflexões fazendo questionamentos tais como:

> “Mas, no caso, num gráfico precisa ter todos os números pra gente ter uma ideia?” (P, Q2D1).
> “Vinte e um multiplicado por dois. Então, as páginas seriam vinte e um e dois?” (P, Q4D1).
> “Então, não é o outro número por quê?” (P, Q3D2).
> “Existiria alguma possibilidade de não ser refrigerante?” (P, Q5D2).

Além disso, tivemos momentos em que nossa intervenção foi demandada para elucidarmos determinados aspectos mal-entendidos e/ou desconhecidos, como quando as duas duplas manifestaram dificuldades em compreender as questões 3 e 4, conforme apresentamos mais adiante.

As discussões desenvolvidas, e especialmente as respostas adotadas por cada dupla, foram examinadas sob o modelo de Toulmin. Apresentaremos, a seguir, as respostas finais alcançadas por D1 e D2, considerando relevante informarmos que percebemos possíveis refutações durante o desenvolvimento das soluções e não necessariamente nas respostas finais. Estas, no geral, constituíram-se sob a forma (D; W; logo C), que, de acordo com Toulmin, é capaz de representar argumentos de qualquer campo, apesar de ser insuficiente quanto às especificidades das situações em que são produzidos.

### 8.4.1 Questão 1: Números manchados

**(Q1)** Davi estava fazendo uma conta no caderno quando sua caneta estragou e borrou quatro algarismos, como na figura. Ele se lembra que só havia algarismos ímpares na conta. Quais são os algarismos manchados? **Justifique sua resposta**.


Figura 20 – Primeira questão da lista resolvida por duplas
Fonte: Prova nível 1 da 1ª fase da OBMEP 2009 (IMPA, 2009, adaptada)

Com essa questão (Figura 20), os alunos precisariam perceber as possibilidades que teriam para obtenção de um produto com o algarismo 3 (três) como unidade, reduzir tais possibilidades observando, então, os algarismos nas posições das centenas do multiplicando e do produto. Um aspecto importante da questão que se relaciona a essa quantidade de possibilidades é a observação de que os algarismos devem ser apenas ímpares.

Poucos minutos após examinar a questão, a primeira dupla (D1), mais especificamente o(a) aluno(a) A33, apresentou um resultado. Ao informar o seu resultado a A35, este(a) o reproduziu e o mesmo foi manifestado como resposta final. Tivemos que fazer alguns questionamentos para obtermos informações sobre o procedimento adotado, bem como solicitar a justificativa para a resposta indicada pela dupla, como, por exemplo, “você disse que experimentou vários números. Quais foram?” (P, Q1D1) e “[...] cento e trinta e nove vezes sete igual a novecentos e setenta e três por quê?” (P, Q1D1).

Sob o modelo de Toulmin, estruturamos a resposta fornecida pela primeira dupla (Figura 21).

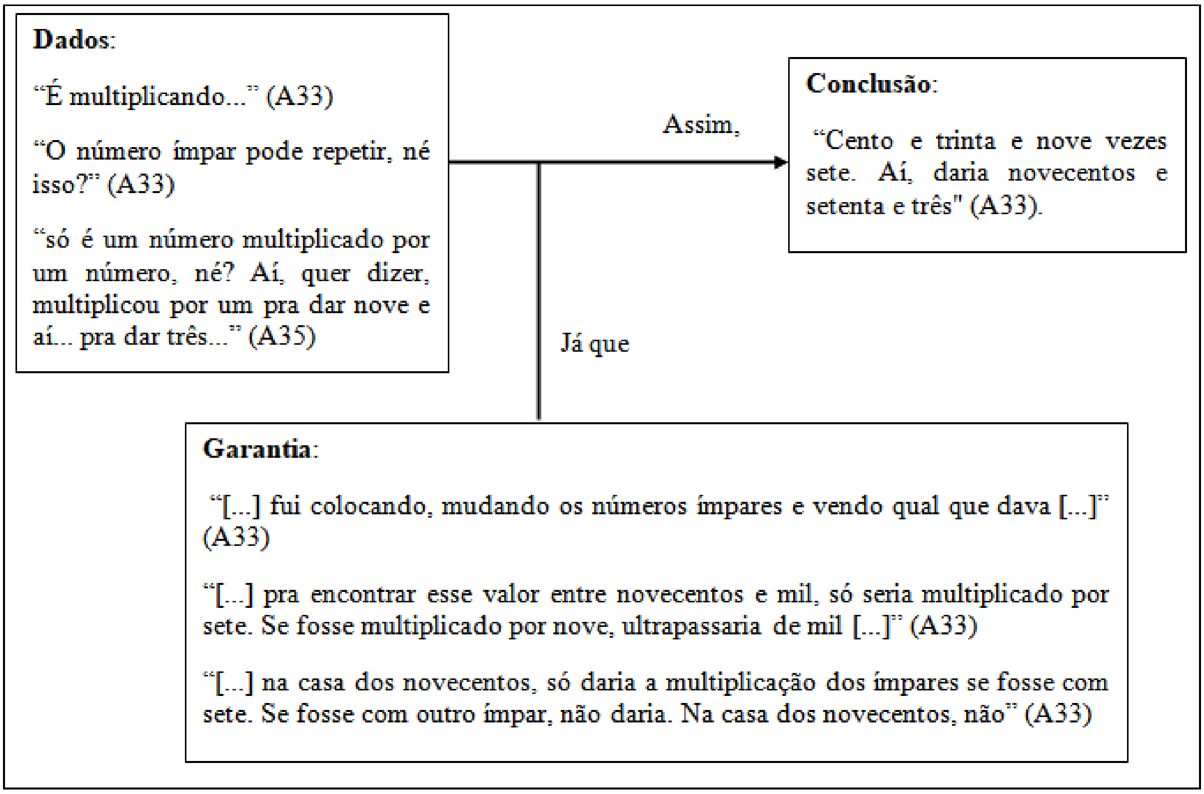



Figura 21 – Resposta final da dupla 1 para a questão dos números manchados, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

A segunda dupla (D2) ficou alguns minutos tentando encontrar uma resposta e, assim como a primeira dupla, utilizando uma calculadora. Na expressão de determinados raciocínios, identificamos um momento em que uma refutação pode ter sido percebida. Por exemplo, na primeira tentativa de resposta, A15 falou: “O primeiro, da direita, se eu não me engano, creio eu que seja um, né? Se é uma conta de multiplicação, três vezes um seria três, seria...vamos dizer que ali seria três, eu acho. Mas aí...**pere aí**...gente, que difícil agora” (A15, Q1D2, grifo nosso). A expressão grifada sugere que foi o momento em que A15 percebeu que os números que considerou não seriam as unidades do multiplicando e do multiplicador já que com eles, o algarismo da centena não corresponderia ao indicado na questão.

Alguns minutos depois, sem alcançar uma resposta, a dupla 2 solicitou a troca dos termos do cálculo, conforme sugerimos. O enunciado foi mantido, havendo alteração apenas na conta a ser analisada. Assim, trocamos o multiplicando, reduzindo-o para um número com apenas dois algarismos, e diminuímos a quantidade de manchas de quatro para três, de acordo com a Figura 22.

(**Q1** adaptada) Davi estava fazendo uma conta no caderno quando sua caneta estragou e borrou três algarismos, como na figura. Ele se lembra que só havia algarismos ímpares na conta. Quais são os algarismos manchados? **Justifique sua resposta**.


Figura 22 – Primeira questão adaptada
Fonte: Prova nível 1 da 1ª fase da OBMEP 2009 (IMPA, 2009, adaptada)

Pouco tempo depois, A15, em interação com A32, perguntou “Seria nove vezes cinquenta e sete que dá quinhentos e treze?” (A15, Q1D2). Após verificação de A32, a dupla assumiu os algarismos nove, sete e um como resposta, conforme indicado por A15 no questionamento que havia feito. Como justificativa A15 descreveu o procedimento que adotou (Figura 23), à semelhança de A33 da dupla 1.

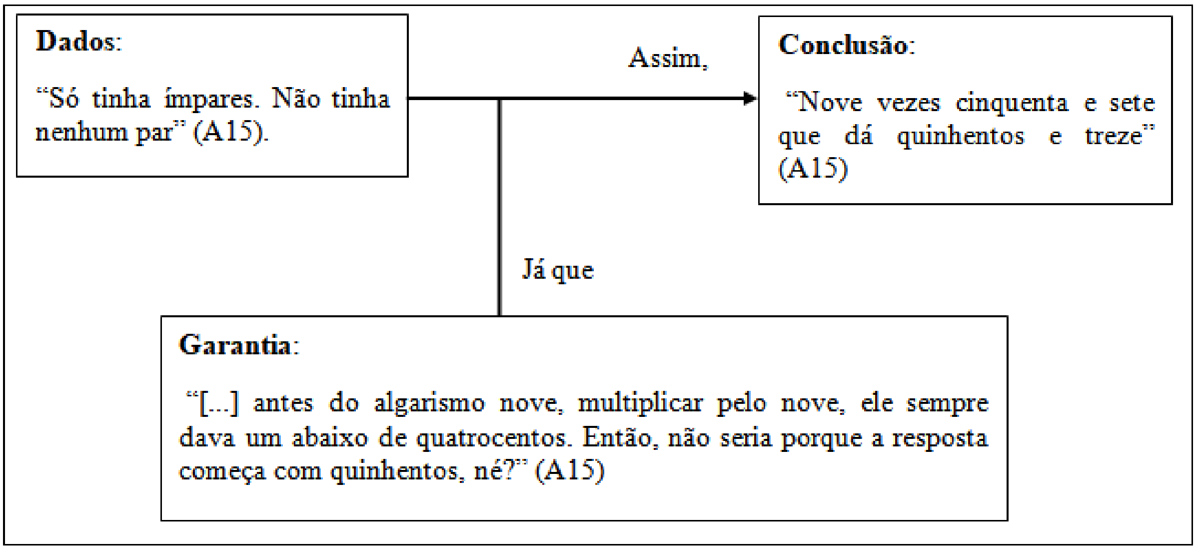



Figura 23 - Resposta final da dupla 2 para a questão adaptada dos números manchados, sob o modelo de Toulmin
Fonte: dados coletados pela pesquisadora, 2020

Após resolver todas as questões, a dupla 2 decidiu retornar para essa primeira questão e tentar mais uma vez encontrar os algarismos que inicialmente não tinha identificado. Em poucos minutos A32 apresentou duas respostas: "cento e vinte e nove vezes sete que dá novecentos e três" (A32, Q1D2) e "cento e trinta e nove vezes sete que dá novecentos e setenta e três" (A32, Q1D2). Diante disso, A15 perguntou se poderia haver mais de uma resposta e, então, respondemos "Pode ter mais de uma, se vocês acharem mais de uma. Vocês vão ler a questão. Lá tem as informações que vocês precisam saber" (P, Q1D2). Feita a verificação do enunciado da questão, a dupla 2 definiu a resposta, porém expressaram apenas os dados na justificativa. Assim, decidimos perguntar qual o procedimento adotado, o que nos permitiu elaborar o esquema da Figura 24.

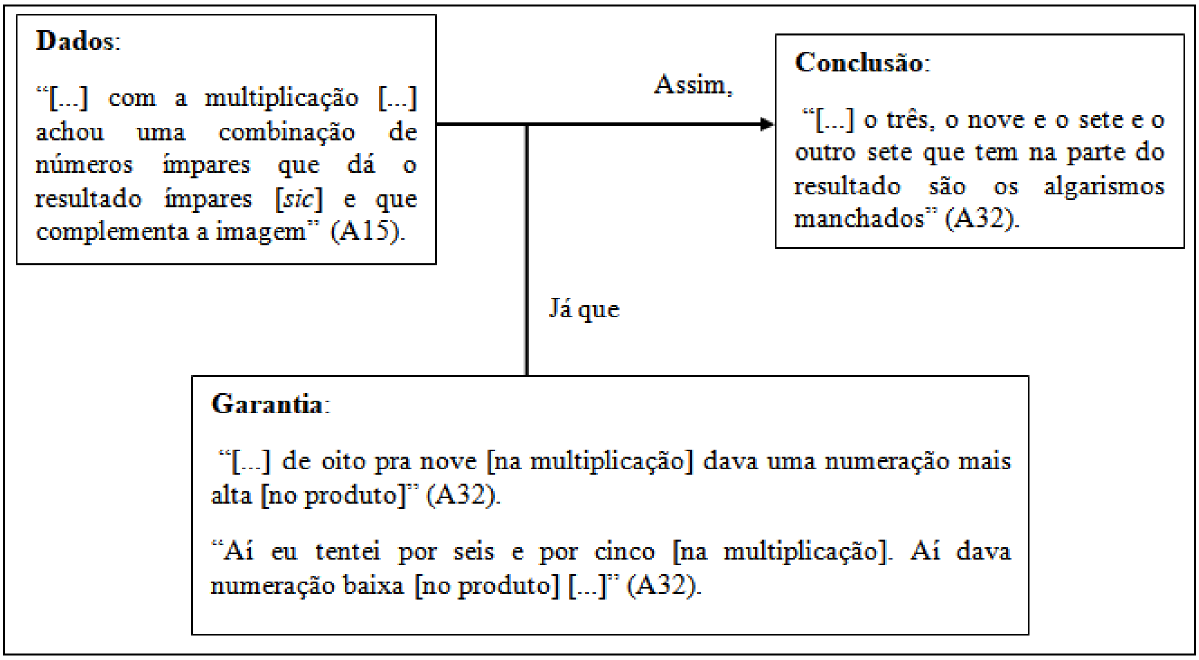


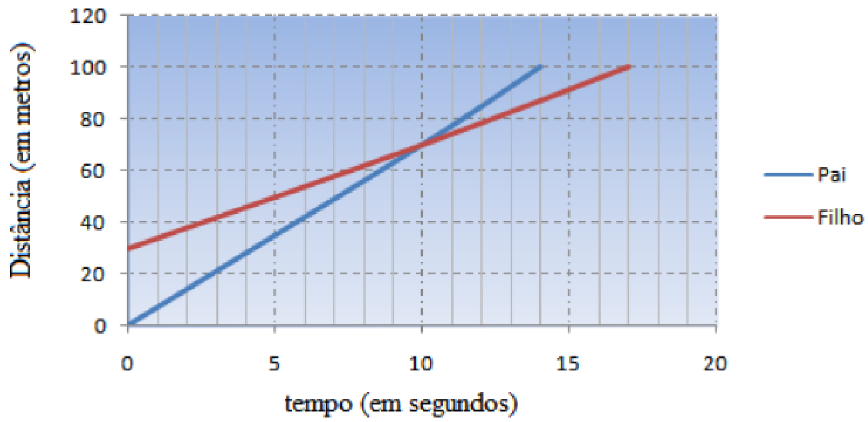

Figura 24 - Resposta final da dupla 2 para a questão dos números manchados, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Ao descrever o procedimento aplicado, o que emerge como uma possível garantia, tanto para a dupla 1 quanto para a dupla 2, é o produto maior ou menor que o do problema observado pelo algarismo representativo das centenas. Em outras palavras, houve uma condição de exclusão por tentativa (irrestrita) e erro a qual foi tida como garantia, ao invés de haver um raciocínio prévio para redução de possibilidades, sendo desnecessária, por exemplo, a verificação com números pares (feita pela dupla 2) já que a própria questão explicita que só havia números ímpares.

Prosseguirmos com nossas análises verificando as respostas apresentadas pelas duplas para a segunda questão.

8.4.2 Questão 2: Gráfico

(**Q2**) Um rapaz desafia seu pai para uma corrida de 100m. O pai permite que o filho comece a corrida 30m à sua frente. Um gráfico bastante simplificado dessa corrida é dado a seguir:




Pelo gráfico, como é possível dizer quem ganhou a corrida e qual foi a diferença de tempo?

Figura 25 – Segunda questão da lista resolvida em duplas
Fonte: Dante (2005, p.47)

A segunda questão (Figura 25) explora a representação gráfica de dados, requerendo, dos estudantes, uma articulação entre a linguagem gráfica e a linguagem comum (língua materna). Assim, é pretendida uma adequada interpretação a partir da leitura dos gráficos com identificação pertinente das variáveis envolvidas, dos eixos, da legenda, enfim, dos elementos que os constituem para, então, apresentar uma conclusão pautada não apenas em dados. Como destacada na BNCC, há uma

> [...] importância das representações para a compreensão de fatos, ideias e conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Por esse motivo, espera-se que os estudantes conheçam diversos registros de representação e possam mobilizá-los [para compreender informações e situações bem como] para modelar situações diversas por meio da linguagem específica da matemática – verificando que os recursos dessa linguagem são mais apropriados e seguros na busca de soluções e respostas – e, ao mesmo tempo, promover o desenvolvimento de seu próprio raciocínio (BRASIL, 2017, p. 529).

De maneira semelhante ao que ocorreu com a primeira questão, a dupla 1 chegou a uma solução em poucos minutos. Novamente, foi A33 quem apresentou a resposta.

> "[...] olhando pelo gráfico, o tempo dele [do pai] 'taria entre dez e quinze, né isso? Entre dez e quinze. E o filho começou... só fez setenta metros, fez a menos que o pai, e 'tá entre quinze e vinte. Então, o filho fez em mais tempo um percurso menor. Então, pelo pai ter feito em menos tempo um percurso maior, eu acredito que ele ganha" (A33, Q2D1).

Para conferir o grau de força dessa alegação, incentivar a participação de A35 e provocar alguma discussão, perguntamos "Numa corrida de 100m ou qualquer corrida assim, quem é que ganha?" (P, Q2D1). Então, mesmo não tendo direcionado a pergunta a A35, ele(a) respondeu "quem chega primeiro" (A35, Q2D1) e o que acrescentou, em seguida, indicou a maneira como estava interpretando os dados apresentados na questão (Figura 26).

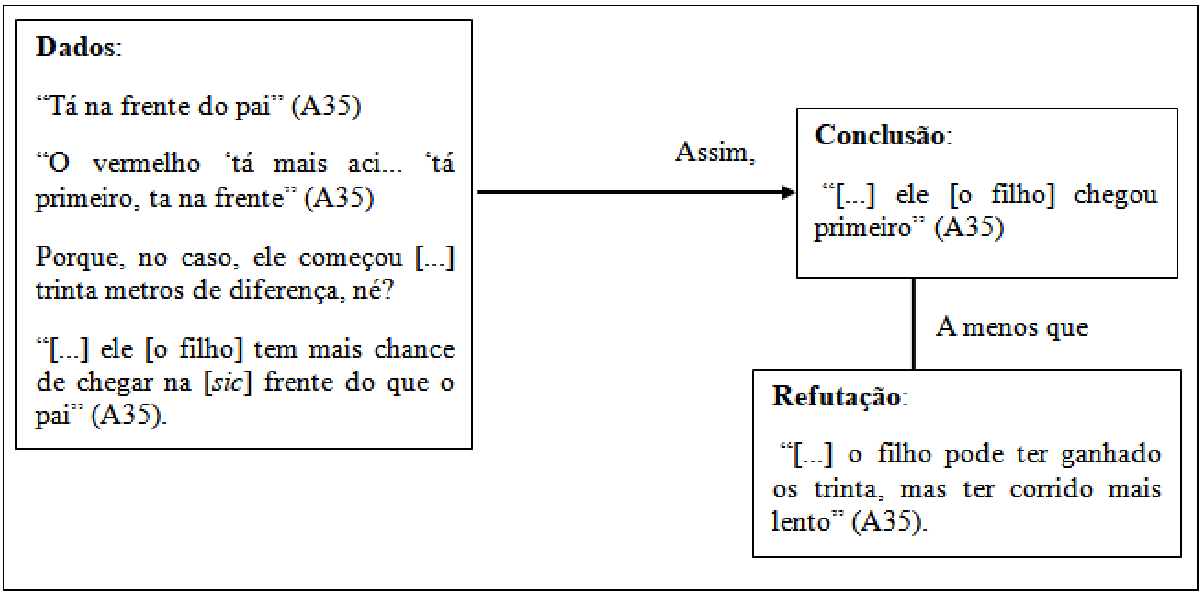



Figura 26- Resposta de A35 para a questão do gráfico, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

A vantagem de trinta metros (um dos dados) foi colocada por A35 como justificativa para sua conclusão, bem como as extremidades dos gráficos correspondentes à corrida do pai e à corrida do filho sem observar o que estava sendo representado pelos eixos. Assim, quando A35 disse 'ta na frente' referindo-se às extremidades da direita do gráfico, ele(a) certamente associou a 'chegar primeiro', fazendo uma leitura equivocada da representação gráfica.

Ao mencionarmos novamente que 'ganha aquele que chega primeiro', ele(a) manifestou não ter certeza quanto à resposta e A33 retomou a resposta que havia apresentado inicialmente. Assim, com as afirmações de A33, A35 manifestou o que indicamos como refutação elaborada pelo(a) próprio(a) A35, conforme incluímos na Figura 26.

No esquema da Figura 27, apresentamos a resposta final adotada pela dupla 1.

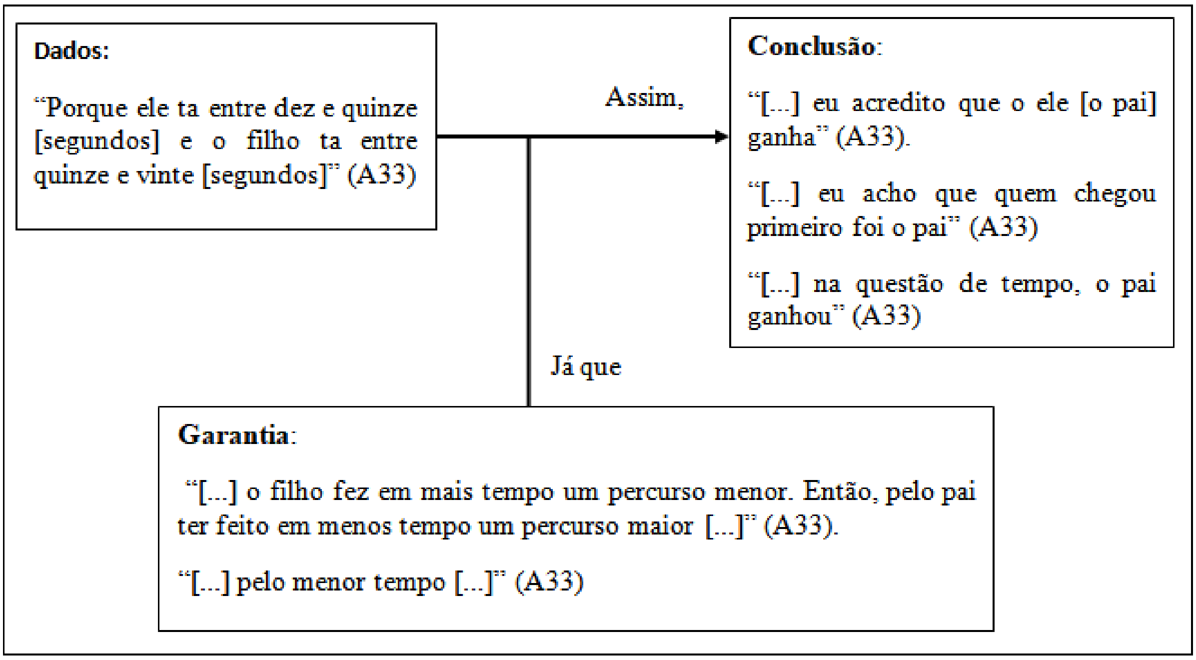



Figura 27 - Resposta final da dupla 1 para a questão do gráfico, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Notamos uma possível refutação na alegação "[...] na questão de tempo, o pai ganhou" (A33), ou seja, o pai é considerado vencedor a menos que não seja pela questão do tempo. Além disso, observamos que as expressões "eu acho", "eu acredito" possuem sentido de um qualificador na medida em que amenizam a força da conclusão apresentada.

Em relação à diferença de tempo entre as chegadas dos dois personagens da questão, a dupla 1, observando os dados gráficos referentes à chegada do pai entre dez e quinze segundos e à do filho entre quinze e vinte segundos, estimou que a diferença seria de cinco segundos. Mas ao ampliar a figura, reformularam a resposta afirmando que seriam "[...] dois segundos de diferença [...]" (A35), pois "[...] O pai chegou em catorze, exatos catorze. Agora eu vi. E o filho...dezesseis, dezessete' [...]". Como justificativa para a conclusão relativa à diferença de tempo, a dupla alegou que pelas linhas do gráfico seria possível indicar essa diferença.

Com a dupla 2, ocorreram algumas interferências externas. A32 estava sendo interrompido(a) constantemente por pessoas que estavam no mesmo ambiente que ele(a). Enquanto isso, A15 relatava os dados indicados na questão e as conclusões às quais chegava a partir deles. À medida que A15 falava, A32 procurava sinalizar que estava acompanhando o raciocínio apresentado, embora, conforme mencionamos, estivesse sendo interrompida no local onde estava.

O resultado adotado pela dupla foi a conclusão descrita por A15 (Figura 28).

**Dados**:

"O filho, é... tem vantagem de trinta metros e chegou com quinze segundos e meio, mais ou menos. E o pai começou do zero...todos começou [*sic*] do zero, mas, enfim, e chegou com mais ou menos...antes dos quinze segundos." (A15)

"[...] o vermelho é o filho" (A15).

Assim,

**Conclusão**:

"Então, quem chegou primeiro foi o pai" (A15).

"Com três segundos de diferença, o pai ganhou do filho, chegou primeiro aos cem metros" (A15).

Já que

**Garantia**:

"Ele [o filho] chegou em [*sic*] cem metros, mais ou menos, depois dos quinze segundos, mesmo tendo a vantagem dos trinta metros [...]" (A15)

"Se você olhar direitinho no gráfico, em cima, em quantos segundos cada um chegou, vai indo pela linha de quinze segundos, fica no meio entre os dois [...]" (A15)

"[...] olhando pelos gráfi..., pelo graficozinho, as cores que eu vi a diferença do filho, que já ganhou trinta metros de... de vantagem, por assim dizer, mesmo assim chegou... (A15) / "mais do que o pai" (A32).

"[...] levando em consideração, né [?], os tracinhos que indicam, a cada cinco segundos, embaixo e, também, em questão do gráfico 'tá mostrando, diferenciando, na verdade, uma cor da outra" (A15)

"[...] o pai deu trinta metros mais à frente, mais... ao filho, mas ele chegou em menos tempo do que o próprio filho" (A32).

Figura 28 - Resposta final da dupla 2 para a questão do gráfico, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Como podemos notar, as respostas da dupla 2 em relação ao vencedor e ao tempo puderam ser colocadas no mesmo esquema já que foram desenvolvidas com observância dos dois questionamentos em paralelo. Mas, podemos esquematizar somente trechos referentes ao tempo (Figura 29).

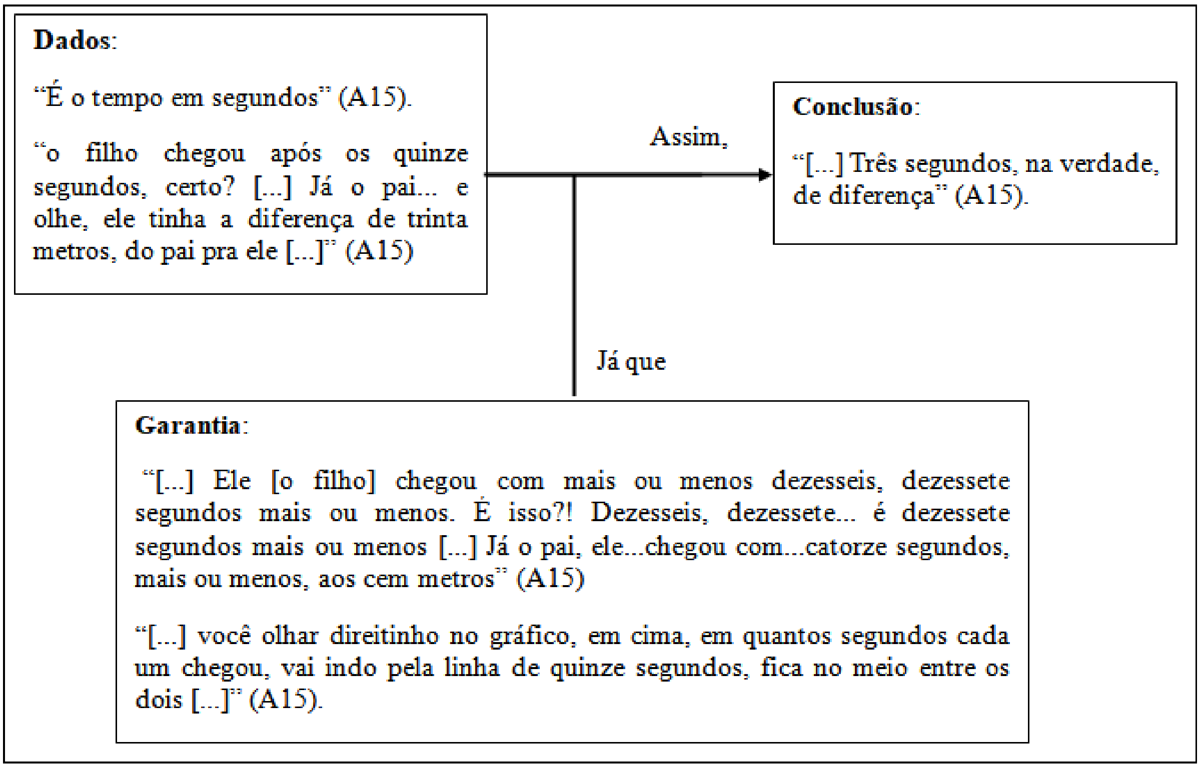


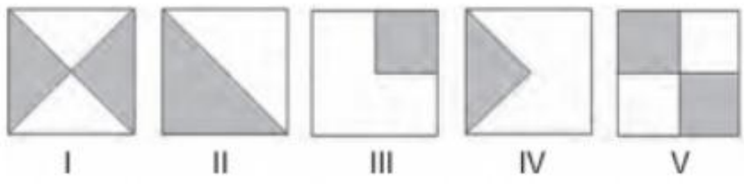

Figura 29 - Resposta da dupla 2 relativa à variável tempo da questão do gráfico
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

É possível perceber que, nessa questão, consideramos a interpretação como a garantia já que os dados seriam as informações expostas na questão. As duplas alcançaram as respostas sendo que quando a garantia foi passível de refutação, como a que deduzimos no caso das colocações de A35, a interpretação gráfica (garantia) precisou ser revista resultando numa nova conclusão que, por sua vez, foi a resposta correta.

Em relação a terceira questão da lista de questões resolvida pelas duplas, apresentamos as nossas análises a seguir.

8.4.3 Questão 3: Canteiros divididos

(**Q3**) Numa sementeira, cinco canteiros quadrados serão preparados para plantar, em cada um, dois tipos de sementes: A e B. Os canteiros estão representados segundo as figuras:




Suponha que cada canteiro tem $1m^2$ de área e que nas regiões sombreadas de cada canteiro serão plantadas as sementes do tipo A. Qual o total da área, em $m^2$, reservada para as sementes do tipo B?

a) 1,25

b) 2

c) 2,5

d) 3

e) 5

Figura 30 – Terceira questão da lista resolvida em duplas
Fonte: ENEM 2011, 2º dia, 2ª aplicação (BRASIL, 2011, p.29)

A terceira questão (Figura 30) explora a noção de proporcionalidade, operações com números racionais e, também, a noção de área, de maneira a alcançar uma solução para a questão sem a necessidade de utilização de fórmulas.

Apontamos ainda que, para um melhor entendimento da questão, seria necessária a percepção, por parte das duplas, de que as figuras geométricas planas apresentadas correspondem a uma representação daquilo que está descrito no enunciado do problema.

Como informamos anteriormente, para iniciar essa questão as duas duplas precisaram de esclarecimentos. A dupla 1 não conseguia identificar as áreas sombreadas e brancas de maneira a associá-las às letras A e B correspondentes e, a dupla 2, embora tivesse feito essa associação, não conseguia entender o que estava sendo solicitado. No caso da dupla 2, antes das nossas colocações, A32 sugeriu uma resposta aleatória, mas A15 não aceitou e manifestou interesse em voltar a estudar essa questão após a quinta questão da nossa lista.

> “Eu não tenho como saber a resposta, se eu não souber como é que se faz a conta pra chegar ao resultado. Então, não vou nem chutar” (A15, Q3D2).

> “Se não tiver ideia, se não tiver ideia de como fazer a conta pra chegar à resposta, não adianta nada” (A15, Q3D2).

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017),

> Para resolver problemas, os estudantes podem, no início, identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários ou os que possam ser utilizados na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles precisam aplicar esses conceitos, executar procedimentos e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada (BRASIL, 2017, p. 535).

Assim, verificamos que A15 estava expressando sua dificuldade, naquele momento, em “identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários” para aplicá-los e poder chegar a uma solução. Razão pela qual, decidiu, em comum acordo com A32, seguir para outra questão.

Convém apontarmos um dos comentários de A15. Ao ver essa questão, ele(a) indagou “Como é que tem gente que gosta de matemática?” (A15, Q3D2) e observamos que ele(a) próprio(a) citou a matemática como uma das disciplinas que mais gosta, em nosso questionário de caracterização, embora tenha especificado “nessa etapa [da EJA] [...]”.

Em relação à dupla 1, para estimar as medidas das partes brancas das figuras III e IV, percebidas como maiores que as das figuras I, II e V, A33 e A35 parecem ter realizado uma comparação verificando os possíveis resultados (as opções de resposta). Observemos os trechos da troca de ideias estabelecida:

> A33: “[...] As três figuras que estão iguais, assim...em tamanho, aí, e se é meio pra cada uma, né?”
>
> A35: “É, dá um e meio”.
>
> A33: “Aí vamos descobrir, agora, as outras duas, né?”
>
> A35: “Pois é, dá um e meio. Agora, o restante é que ‘tou em dúvida”.
> ((silêncio breve))
>
> A33: “eu acho que seja a opção b, A35, não é não?”
>
> A35: “A b?”
>
> A33: “Isso? Dois? Porque das três iguais daria um e meio”.
>
> A35: “É...’

A33: “E, com as outras duas que são diferentes, o tamanho é be...não, pere aí...a parte B é branca, né? Ah não”.

A35: “Eu fiz dois e meio”.

A33: “É...não, a parte B, a branca é a maior. Não é dois, não”.

A35: “É...eu acredito que seja dois e meio”.

A33: “É...acho que seja isso”.

A35: “É a letra C...porque se você dividir...os dois quadrados são...no meio, você vai ver que tem partes dife... quer dizer, maiores, né? O branco ta maior. Eu acredito que seja dois e meio. ((silêncio breve)) Dois e meio?...não...seria três, não?”

A33: “É, eu acho que é três, A35”. ((ri))

A35: “É...eu também ‘tou achando que é três”.

A33: “É...”

A35: “Pelo tamanho, acredito que é três”.

A33: “Então, as outras duas figuras ficariam com...?”

A35: “Se deu um e meio, né?
((silêncio breve))

A33: “Daria zero setenta e cinco pra cada, né?”

A35: “Exato”
[...]

A33: “Porque a parte branca é a parte B”.

A35: “É”.

A33: “E da figura três e quatro, a parte B que é a branca, ela é maior”.

A35: “Ela é maior. Então, ela é mais de meio”.

A33: “Ela é mais de meio”.

A35: “No caso, ela dá mais do que meio”.

A33: “Então, isso. Ela é maior que meio”

A33: “Ela é mais de meio”.

A35: “No caso, ela dá mais do que meio”.

> A33: “Então, isso. Ela é maior que meio. Então se o total é um metro quadrado dos dois, o A e o B, e ela é maior que meio, seria, então, zero vírgula setenta e cinco, que ta entre meio e um”. (A33, A35, Q3D1)

Notamos que ao cogitar o ‘2’ como resposta, a dupla logo descartou essa opção, pois se as partes brancas das figuras I, II e V somadas totalizavam 1,5, sobraria 0,5 para as figuras III e IV, mas as áreas brancas de cada uma destas são maiores que 0,5 cada e isto tinha sido percebido pela dupla. Assim, A33 logo afirmou “[...] não, a parte B, a branca é a maior. Não é dois, não” (A33, Q3D1).

Então, A35 analisou a possibilidade de ser 2,5: “É a letra C...porque se você dividir...os dois quadrados são...no meio, você vai ver que tem partes dife... quer dizer, maiores, né? O branco ta maior. Eu acredito que seja dois e meio. ((silêncio breve)) Dois e meio?...não...seria três, não?” (A35, Q3D1). Contudo, é provável que, pelo mesmo motivo de não ser ‘2’, ele(a) mesmo(a) percebeu que não seria 2,5, afinal se sobraria ‘1’ para as duas figuras com partes brancas maiores, isso não condizia com essa segunda característica (maiores que 0,5). Assim, A35 mudou para a opção seguinte (3). O valor 3 como resposta foi percebido como mais adequado às características observadas pela dupla, pois retirando 1,5 correspondentes às figuras I, II e V, restariam 1,5 que divididos por dois (figuras III e IV da questão), ficaria 0,75 para cada.

As opções ‘a’ e ‘e’ não foram discutidas pela dupla certamente porque destoavam muito das condições para mais (opção 5) ou para menos (opção 1,25). Inferimos essa observação da alegação feita por A33 logo após considerar 3 como resposta:

> “Porque ele [cada quadrado], no total, é apenas um metro quadrado. No total. A parte A com a parte B. ((breve silêncio)) Aí como quer saber só a parte B, eu acredito que seja isso mesmo. A figura três e quatro teria zero vírgula setenta e cinco e a figura um, dois e cinco teria meio” (A33, Q3D1).

Assim, acreditamos que as características observadas pela dupla (as partes brancas das figuras I, II e V somadas totalizavam 1,5 e as das figuras III e IV seriam maiores que 0,5 cada) desempenharam o papel de refutadores para as opções ‘a’, ‘b’, ‘d’ e ‘e’, auxiliando-a na obtenção da conclusão melhor fundamentada pelos dados.

Às colocações feitas pela dupla, aplicamos o modelo de Toulmin, conforme Figura 31.

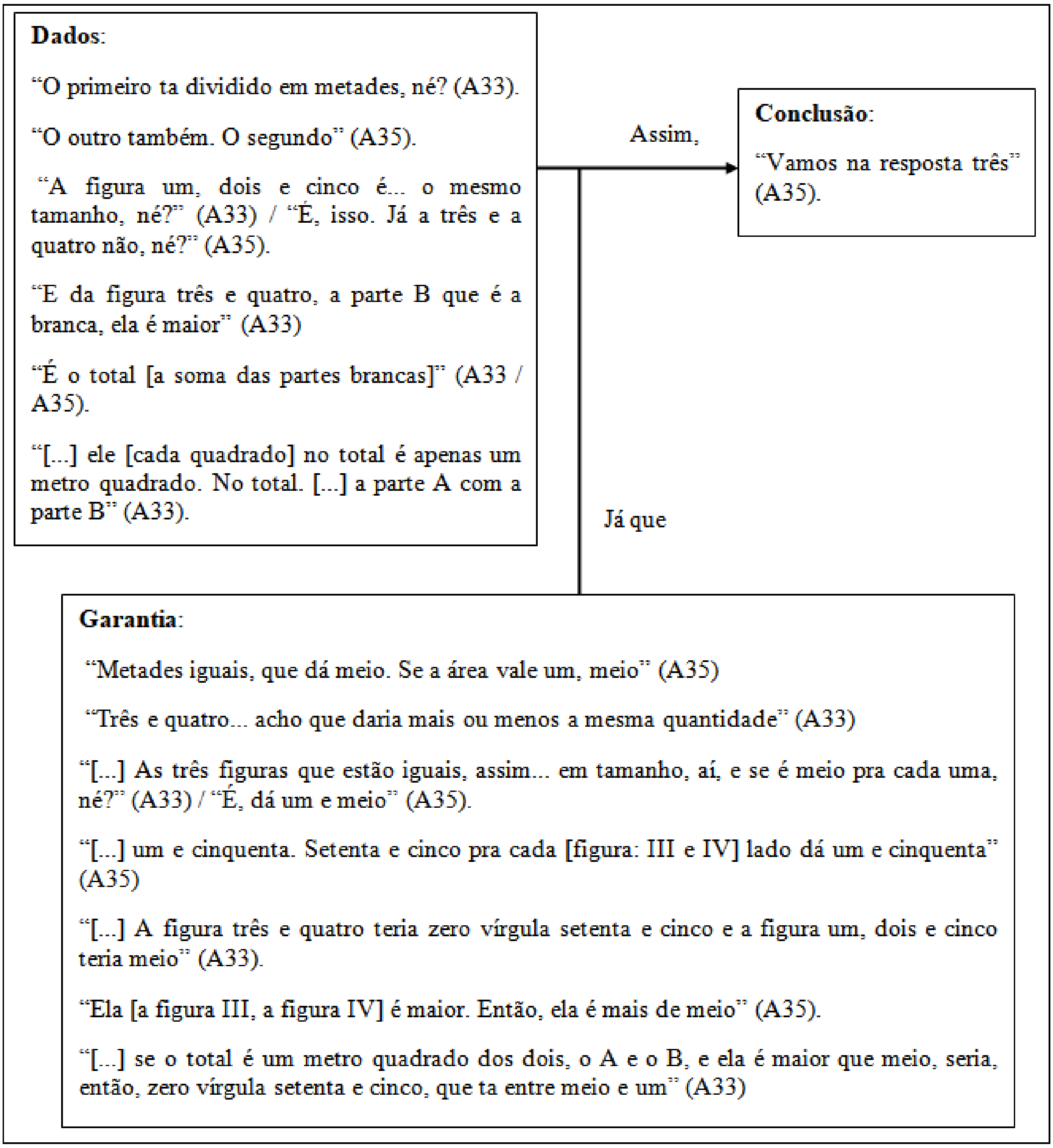



Figura 31 - Resposta final da dupla 1 para a questão dos canteiros divididos, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Com a dupla 2, retornamos a essa terceira questão logo após A15 e A32 concluírem a última da lista (a Q5). Ele(a)s continuaram a apresentar dificuldades na compreensão do problema. Embora a dupla tenha apreendido a relação entre as cores e os tipos de sementes indicados no enunciado, houve necessidade de esclarecermos que cada figura da questão representava um canteiro com um metro quadrado de área. Feito isto, A15 demonstrou ter compreendido, mas A32 disse que ainda estava tentando entender. Para saber como tinha sido o entendimento de A15 bem como permitir a comunicação entre as duas, solicitei que A15 explicasse a questão para A32. Mas A15 decidiu tentar resolver antes disso. Pouco tempo depois, A15 descreveu sua primeira tentativa:

> "Ó, eu fiz assim, por exemplo, na primeira imagem...na primeira imagem, dá pra ver que ele foi dividido em cin...em quatro partes, certo? Então, se foi em quatro partes, duas iguais e duas iguais... então, eu fiz o quê? Dividi o metro por dois. Ficou zero vírgula cinco. ((pausa breve)). Pere aí...((pausa breve)) Na segunda também, só que diferente o ângulo ((faz gesto com a mão)), certo? Na terceira, se eu fizesse esse quadrado dividido em quatro...aí eu fiz um metro dividido por três. Por que que eu fiz um metro dividido por três? [pausa breve] Na minha cabeça, eu dividi só, vamos dizer assim, as três partezinhas que seriam as três partes do branco. ((som de chamada no celular)) Um momento. ((desliga a chamada)) Não ta batendo. Não ta fazendo sentido. Pere aí." (A15, Q3D2).

A15 reexaminou as figuras enquanto A32 estava tentando resolver também: "'tou tentando aqui, fazendo uns cálculos" (A32, Q3D2). Porém não deu maiores detalhes sobre esses 'cálculos'. Então, A15 disse ter encontrado 2 (dois) como resposta, mas quando estava descrevendo o procedimento adotado, percebeu que precisaria fazer outra verificação.

> "Aí agora, então, eu coloquei zero vírgula cinco da primeira imagem, zero vírgula cinco da segunda imagem, zero vírgula vinte e cinco da terceira e zero vírgula vinte e cinco da quarta imagem. E da última imagem, zero vírgula cinco. Somei e deu dois. ((breve silêncio)) Eu simplesmente dividi o quadrado em quatro partes pra mim [*sic*] saber qual que seria usado a...a parte branca, né isso? Isso. ((inclinou a cabeça para o lado)).
> Se é a parte bran...pere aí, rapidinho [ri]. Gente, toda vez que eu olho já vejo uma resposta diferente. Pere aí. ((sorri)). C...Ah, não! Pere aí. Pere ae, pere ae, pere ae. Deixe eu fazer outra conta aqui de novo" (A15, Q3D2).

Então, A15 encontrou 2,25, mas este número não estava entre as opções. Ele(a) perguntou a A32 se ela havia encontrado "algum valor aproximado" e A32 disse que estava seguindo o mesmo raciocínio da divisão de 1m² (um metro quadrado) em partes de 0,25. A15 fez mais uma tentativa e o resultado alcançado foi 3 (três). Ele(a) expressou mais confiança nesta resposta: "Vou ficar com essa resposta. Acho que consegui agora olhar melhor" (A15, Q3D2). Mas A32 informou que havia obtido 2,5 como resposta, descrevendo como alcançou esse resultado: "no meu primeiro quadrado, eu fiz zero vírgula vinte e cinco. No segundo, zero vírgula vinte e cinco. No terceiro e no quarto, zero vírgula setenta e cinco, e no último, meio. Aí deu dois vírgula cinco" (A32, Q3D2). Então, A15 explicou a divisão de cada quadrado em quatro partes e os valores que correspondiam à parte branca:

> A15: "Certo. Agora vamos lá. Foram divididos em quatro partes, certo?"

A32: “Certo”.

A15: “Quando **divide um metro em quatro partes fica zero vírgula vinte e cinco**. Aí você reparou que **na primeira imagem foram usados zero vírgula vinte e cinco em cima e zero vírgula vinte e cinco embaixo**. Então, o total zero vírgula CINCO. Na primeira imagem. Aí quando foi **na segunda**, você também já percebeu, foi usado, querendo ou não, o mesmo...**se você dividir só por dois, fica zero vírgula cinco**, certo?”

A32: “Unrum”.

A15: “que foi a parte branca e a parte sombreada. Então fica zero vírgula vinte e cinco... ô, zero vírgula cinco também na segunda. Aí **vem a terceira imagem**. Então, se for **dividido por quatro**, então sabemos que **foram três partes usadas aqui.** Então, zero vírgula setenta e cinco. **Na quarta imagem**...na quarta imagem...agora que eu ‘tou olhando...eu calculei como zero vírgula setenta e cinco. Mas agora eu ‘tou com...um pouquinho na dúvida sobre essa quarta imagem....”

A32: “É porque ela ta mostrando que...”

A15: “... e realmente foi usada três partes...”

A32: “Anran”

A15: “Aí, agora eu ‘tou um pouco na dúvida sobre a quarta imagem sobre qual é a...soma aí dessa área branca. Bom, mas na última é zero vírgula cinco também. Então, **analisando** essa daqui...deixe eu ver...bom, **é só a gente ver a primeira imagem**...na primeira imagem foi usado zero vírgula vinte e cinco em cada lado, né isso? Só que como não ta sombreada, então são três partes. Uma, duas, três. **É zero vírgula setenta e cinco mesmo**. Eu coloquei como três partes e aí foi que deu o total de três que eu falei, né isso? Eu fiz assim”.

A32: “não entendi...”

A15: “E aí? No caso, eu olhando, agora, a quarta imagem com a primeira. Você percebeu que a primeira imagem só foi usada uma parte sombreada, né isso? E a quarta imagem, a outra parte que era pra ta sombreada também está branca”.

A32: “Anran”

A15: “Então vamos dizer que aqui é uma parte branca, a outra parte em cima branca e outra parte ((inaudível)). São três. Então, seria zero vírgula setenta e cinco, a quarta”. (A15, A32, Q3D2, grifos nossos)

A15 continuou a sua explanação à A32 quando este(a) demonstrou ainda ter dúvidas em relação à quarta figura. Ao final, informou ter compreendido e a dupla definiu 3 (três) como resposta.

Observamos que diferentemente da dupla 1 que se baseou nas opções de respostas para identificar um possível valor de área para as figuras III e IV, a dupla 2 dividiu o valor da área de cada quadrado pela quantidade das suas partes sombreadas e brancas, de maneira proporcional. Ao explicitar seu raciocínio à A32, A15 expressou dúvidas em relação à figura IV, mas logo a comparou com a figura I certificando-se do valor que lhe permitiu concluir que a resposta para a questão examinada seria 3 (três).

A seguir, apresentamos a nossa análise das respostas relativas à questão 4 da lista resolvida pelas duplas.

### 8.4.4 Questão 4: Páginas de um livro

| |
|---|
| (**Q4**) Ao abrir um livro, como posso descobrir em que páginas estou, sabendo que o produto delas é 210? |

Figura 32 – Quarta questão da lista resolvida em duplas
Fonte: PIBID – Matemática Licenciatura/UFS (adaptada)

Essa questão (Figura 32) requer atenção, basicamente, a dois pontos: o termo produto indica uma operação de multiplicação e os números envolvidos na multiplicação correspondem a números de páginas sugerindo, assim, que são naturais subsequentes (um é sucessor do outro).

O primeiro ponto foi gerador de acentuada dificuldade para ambas as duplas, conforme relatamos anteriormente. Tivemos que esclarecer o significado da palavra ‘produto’ e, em seguida, fizemos a pergunta da questão utilizando o número 42 como produto ao invés de 210. Mas tanto a dupla 1 quanto a dupla 2 perguntaram se as páginas seriam “dois” e “vinte e um”, alegando que pensaram assim porque o total de páginas é 42. Um equívoco no entendimento já que 42 não era o total de páginas e sim o resultado de uma operação de multiplicação entre dois números correspondentes às páginas do livro. Devolvemos a pergunta descrevendo a situação de abrir um livro e verificar se as páginas seriam aquelas que sugeriram. Mesmo assim, as duas duplas continuaram com a ideia de que uma página seria a metade daquele número que estava indicado na questão como produto. Apresentamos novo exemplo dessa vez indicando duas páginas e perguntando qual seria o produto entre elas. Feito isso, houve a devida compreensão.

Averiguando esse momento, nos reportamos às reflexões que procuramos suscitar com a Seção 5 desta nossa pesquisa, mais precisamente em relação ao vocabulário. Embora as duplas tivessem conhecimento sobre as operações matemáticas básicas, o termo “produto” não foi compreendido, em conformidade com o que foi observado por Freitas (2015) ao ressaltar a fragilidade na argumentação dos estudantes participantes da sua pesquisa decorrente, dentre outros fatores, da falta de compreensão de diversas palavras e expressões comumente presentes na matemática como, por exemplo, consecutivo, perímetro, progressão.

Após finalmente compreender a questão, A33, da dupla 1, logo afirmou “[...] eu fiz uma conta aqui, pegando esse raciocínio, e a multiplicação entre catorze e quinze daria duzentos e dez. Seria essa página?” (A33, Q4D1). Dito isto, A33 e A35 conversaram brevemente refazendo a operação e assumiram “catorze e quinze” como resposta da dupla para a questão (Figura 33). Ao solicitarmos uma justificativa, apenas indicaram os dados da questão: “Porque multiplicados dá duzentos e dez” (A33, Q4D1). Ao refutarmos afirmando que duzentos e dez também poderia resultar da multiplicação entre outros números, A33 destacou a necessidade de serem números consecutivos. Respondendo à pergunta da questão, a dupla mencionou que a forma para encontrar os números envolvidos na multiplicação do enunciado seria com estimativa e validação por tentativa e erro à semelhança da estratégia adotada para resolver a primeira questão.

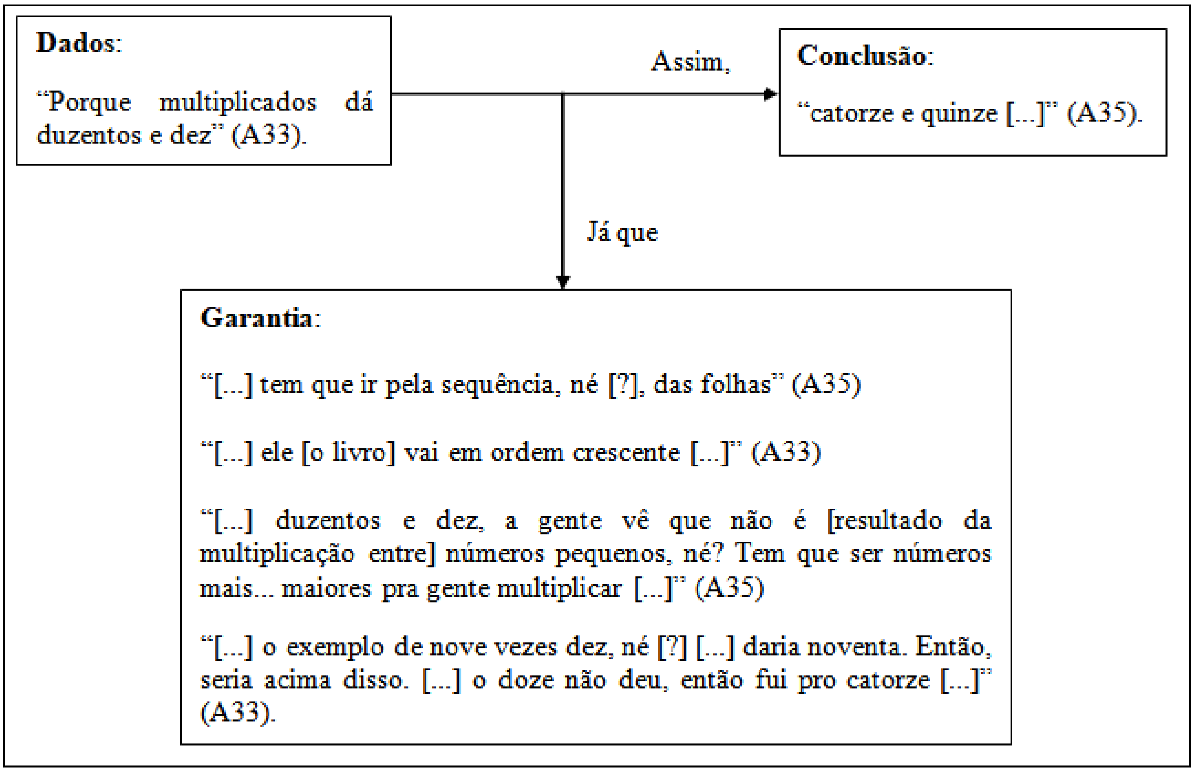



Figura 33 - Resposta final da dupla 1 para a questão das páginas do livro, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Da dupla 2, foi A15 quem se manifestou com uma resposta:

> "[...] o que eu achei foi dez e doze...não, pere aí...dez e doze não. Dez e vinte que dá...não...dez e vinte e um?! Dá duzentos e dez, mas não tem como uma página ser dez e a outra vinte e um. Tem que ser outros dois números. Tem que ser sequencial pra dar o produto. ((breve silêncio)) Achei. Catorze e quinze. A página catorze e quinze que dá duzentos e dez. Catorze vezes quinze" (A15, Q4D2).

Nesse trecho, percebemos que enquanto refletia em busca da resposta para a questão, A15 produzia refutações para números que multiplicados resultariam em duzentos e dez, mas que não seriam a resposta procurada tendo em vista as condições (dados) do problema. Alcançado o resultado almejado, sabendo da necessidade de uma justificativa, para a composição desta, A15 e A32 apenas recorreram aos dados da questão articulados à conclusão. Diante disso, questionamos "Por que não pode ser outro número?" (P) e utilizamos a resposta como garantia no esquema da Figura 34.

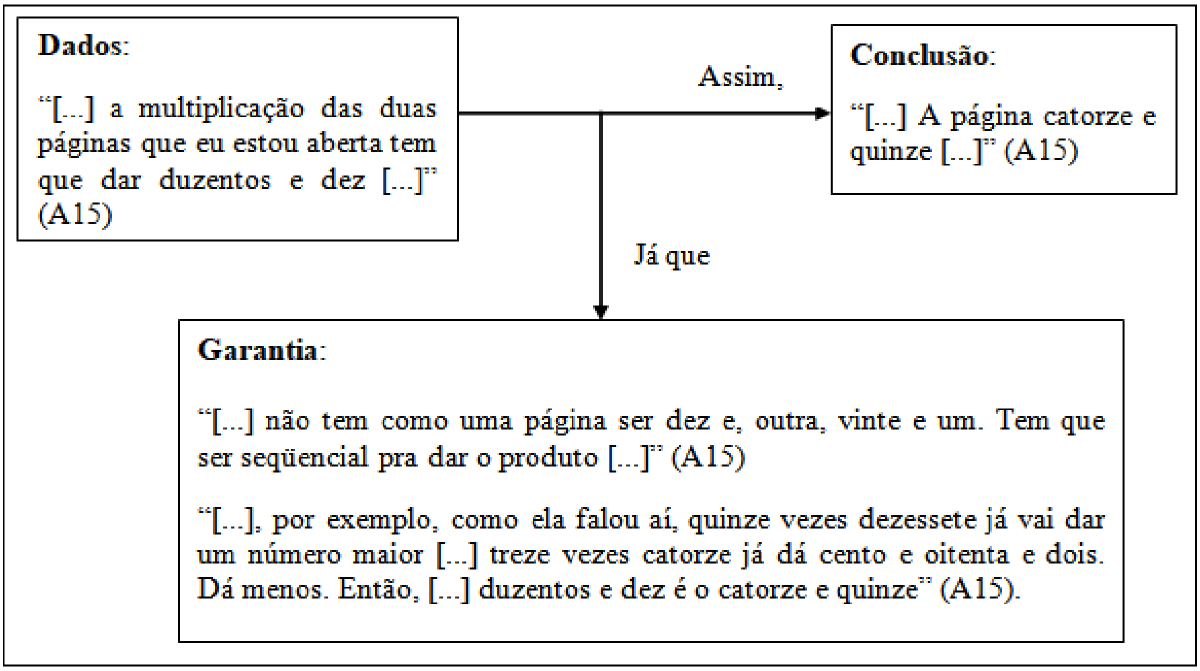


Figura 34 - Resposta final da dupla 2 para a questão das páginas do livro, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Para a solução, as duplas poderiam recorrer tanto à equação quadrática, conteúdo trabalhado pelos professores durante as nossas observações, como também apenas à raiz quadrada. Mas ambas realizaram uma busca por estimativa, principalmente A33, da dupla 1, que aproveitou o exemplo que demos quando procuramos esclarecer a questão.

Por fim, examinamos as respostas à Questão 5, elaboradas pelas duplas, conforme apresentado a seguir.

### 8.4.5 Questão 5: Brindes

(**Q5**) Uma loja decide premiar seus clientes. Cada cliente receberá um dos seis possíveis brindes disponíveis, conforme sua ordem de chegada na loja. Os brindes a serem distribuídos são: uma bola, um chaveiro, uma caneta, um refrigerante, um sorvete e um CD, nessa ordem. O primeiro cliente da loja recebe uma bola, o segundo recebe um chaveiro, o terceiro recebe uma caneta, o quarto recebe um refrigerante, o quinto recebe um sorvete, o sexto recebe um CD, o sétimo recebe uma bola, o oitavo recebe um chaveiro, e assim sucessivamente, segundo a ordem dos brindes.

O milésimo cliente receberá de brinde um(a)

a) bola.

b) caneta.

c) refrigerante.

d) sorvete.

e) CD.

Figura 35 – Quinta questão da lista resolvida em duplas
Fonte: ENEM 2011, 2º dia, 2ª aplicação (BRASIL, 2014, p.20)

Com a quinta questão (Figura 35), buscamos a percepção de uma regularidade, da regra de formação da sequência que se repete e, portanto, seria possível aos alunos encontrarem um procedimento menos trabalhoso que uma contagem item por item. Assim, consideramos importante nessa questão tanto a noção de conjuntos quanto a operação de divisão.

Acreditamos que, para essa questão, existiria a possibilidade de uma refutação se considerarmos que alguma dupla poderia questionar se algum desses brindes acabasse antes da loja atender o milésimo cliente. Mas não houve essa deliberação.

A primeira resposta emitida pela dupla 1, enquanto ainda examinava a questão, foi apresentada por A35: “Seria a bola? Vou no... no... no... porque, assim, mil... é o milésimo...primeiro que faz mil [...] eu não consegui fazer conta, então eu ‘tou indo aqui pela lógica. Se o primeiro recebeu a bola, eu acredito que o mil também seria a bola." (A35, Q5D1).

Enquanto A35 expressava o seu raciocínio, A33 estava "[...] tentando ver umas continhas [...]" (A33, Q5D1) e logo afirmou "[...] eu encontrei ((ri)). Agora, justificar. Vamos nós" (A33, Q5D1) e descreveu como fez para obter a resposta "refrigerante":

> "É, a letra c. Por quê? É... eu fui fazendo, né [?], qual número que multiplicado daria mil. É...o mais próximo foi...seis...porque também eu fui pela quantidade de itens, né? Aí eu multipliquei seis vezes cento e sessenta e seis, aí deu novecentos e noventa e seis. Eu acredito que tenha uma conta mais fácil, mas é porque eu...eu não vou lembrar ((ri)). Aí, seis vezes cento e sessenta e seis dá nove, nove, seis. Resta [*sic*] quatro pra chegar em [*sic*] mil. Então, voltando pro início, dos brindes, contando quatro que falta [*sic*], aí vai a bola que é um, chaveiro dois, caneta três, refri quatro. Então, o mil chegaria no refrigerante. Essa foi minha linha de raciocínio.
> [...]
> Eu multipliquei vários números pelos seis itens" (A33, Q5D1).

A35 conferiu a operação feita por A33 e a dupla definiu o que foi dito por este(a) como a resposta final e sua justificativa (Figura 36).

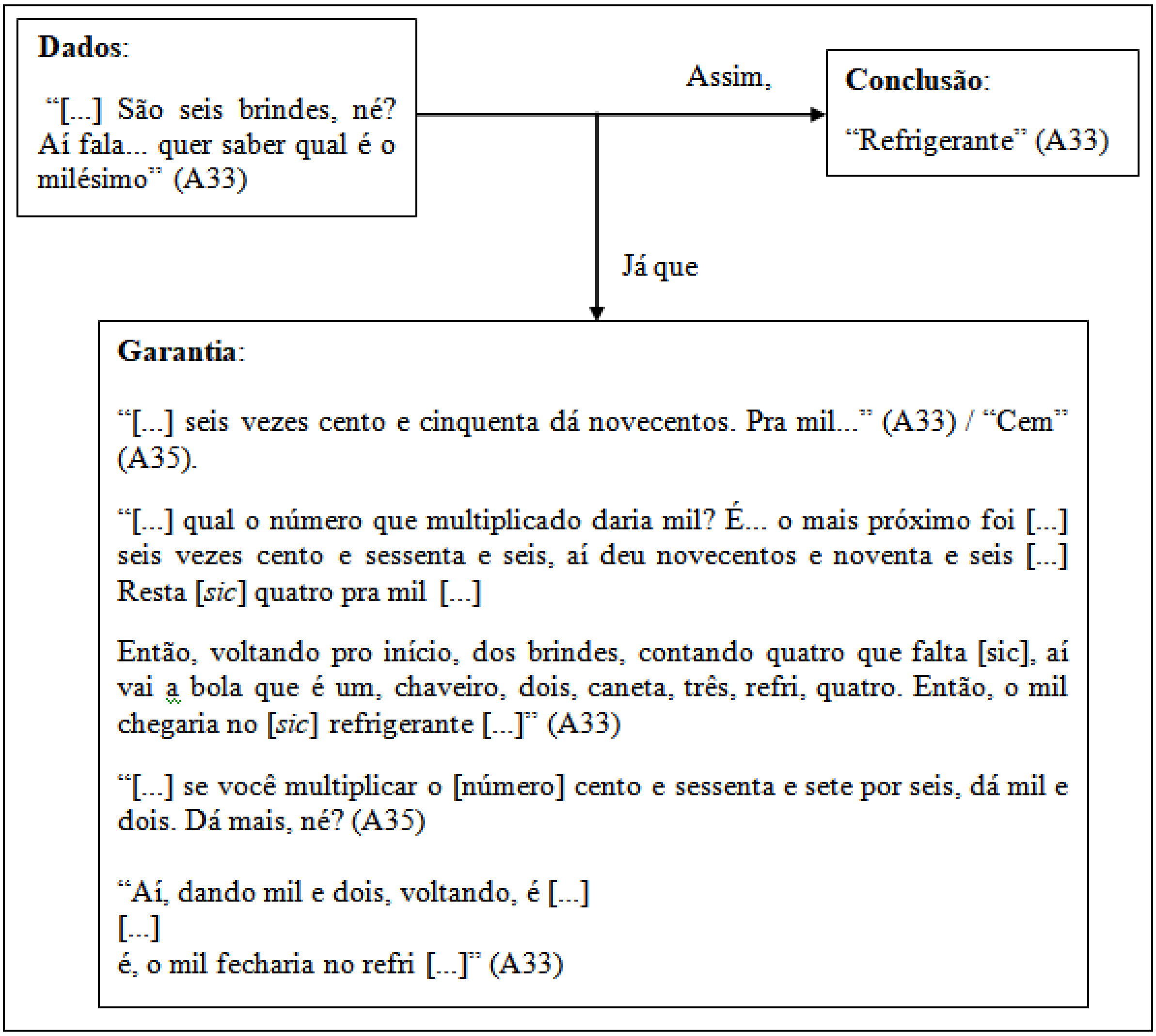



Figura 36 – Resposta final da dupla 1 para a questão dos brindes, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

Em relação à dupla 2, a primeira a manifestar uma resposta foi A15: "...olhe só, eu acho que tá totalmente errado, mas eu coloquei seis dividido por mil. Vai dar 6, certo? Aí, o sexto produto seria um CD" (A15, Q5D2). Então, A32 cogitou outra opção: "certo, mas a bola...Meu Deus do céu! Vai ter que contar, é? (A32, Q5D2) e iniciou um processo de listagem dos itens na ordem apresentada e repetindo a sequência. "Até mil. Ixi, meu pai do céu! É muito, viu?" (A32, Q5D2). Alguns minutos depois, assim que A32 mostrou o caderno para vermos a maneira como estava fazendo para encontrar a resposta para a quinta questão, perguntamos a A15 se daria para organizar a ideia de A32 e, desta forma, alcançar mais rapidamente um resultado. A partir da nossa pergunta sugestiva, A15:

> [a forma como A32 está tentando é demorada] É. Sim. A não ser que ela colocasse em ordem. Ó, seis ((faz gesto com a mão da direita pra esquerda)),

> aí os outros doze, quando chegasse no doze, né[?], daria isso [faz gesto com a mão da direita pra esquerda]. Aí ia fazer vinte e quatro, daria isso. Ô, dezoito daria isso. De vinte e quatro daria isso. E aí vai. Deixe eu aqui...se isso dá certo. Não sei não, viu [?], mas deixe eu ver aqui rapidinho.

Após organizar os itens da maneira que indicou, A15 informou que a resposta seria "chaveiro" já que

> "Em uma sequência de cento e sessenta e uma linhas desse jeito, daria novecentos e sessenta e seis vezes. Eu teria repetido isso novecentos e sessenta e seis vezes, né[?], os produtos. Aqui pararia em CD. Novecentos e sessenta e seis pararia em CD. Faltava mais quatro, certo [?], pra completar mil [...] **não, pere aí** [...]" (A15, Q5D2, grifo nosso).

Neste momento, certamente A15 percebeu que de 966 para 1000 não faltavam apenas quatro itens e retomou seus cálculos, apresentando outra resposta:

> "[...] refri. Seria refri? Porque uma sequência de cento e sessenta e seis vezes que eu repito essa fileirinha de bola, chaveiro, caneta, refri, sorvete e CD mais quatro pra completar mil, eu pararia em refrigerante. Então eu receberia...o mil, o milésimo foi refrigerante." (A15, Q5D2).

Percebendo que 'chaveiro' não estava entre as opções de respostas, A15 e A32 falaram a respeito: "não tinha percebido isso. Será que tem alguma coisa a ver? Ou simplesmente pra mexer com a nossa mente? Por que que não tem o chaveiro?" (A15, Q5D2) e "[...] lá na questão não tinha o nome chaveiro. Até eu estranhei" (A32, Q5D2). Após a dupla discorrer sobre esse estranhamento, confirmou "refrigerante" como resposta final e a justificativa foi aquela que tinha sido apresentada por A15, ou seja, a descrição do procedimento que realizou (Figura 37).

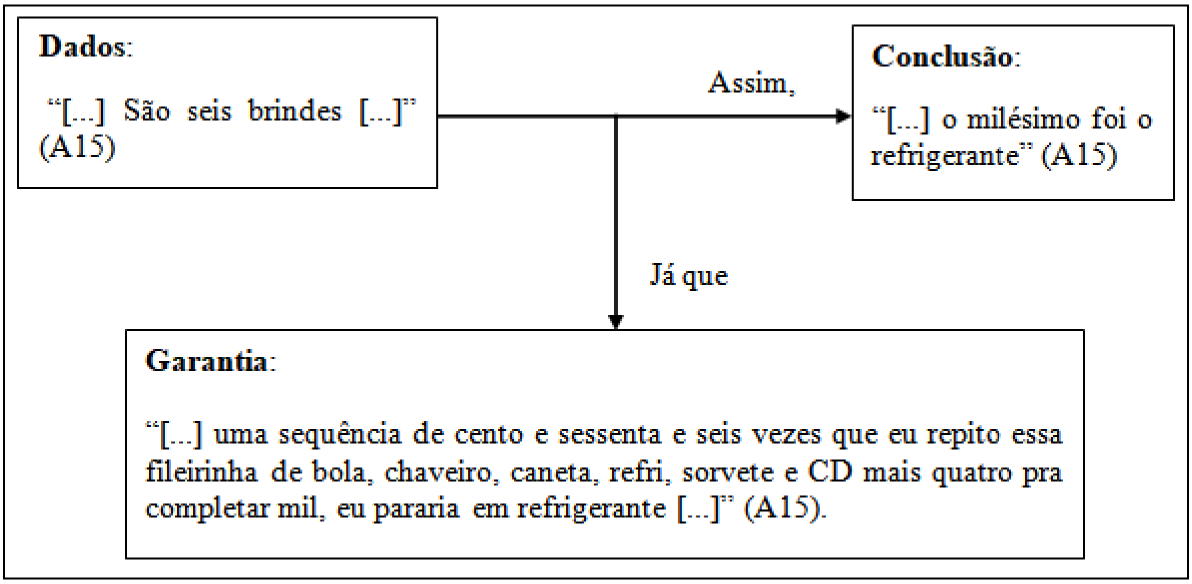



Figura 37 - Resposta final da dupla 2 para a questão dos brindes, sob o modelo de Toulmin
Fonte: Dados coletados pela pesquisadora, 2020

As duas duplas recorreram à multiplicação para obtenção do resultado logo que foi percebida a recursividade da sequência buscando, assim, os múltiplos de seis mais próximos do número mil.

No geral, tivemos predominância de respostas desenvolvidas basicamente por apenas um(a) do(a)s aluno(a)s de cada dupla, a saber A33 (dupla 1) e A15 (dupla 2). Nesse sentido, salientamos que A33 afirmou não gostar de matemática por não conseguir memorizar fórmulas. Diante das questões que envolveram matemática (desta nossa pesquisa) sem exigência desse aspecto de memorização, destacado por ele(a), até mesmo com a questão que teve dificuldades iniciais de compreensão, A33 alcançou êxito em suas respostas finais.

Por outro lado, A15, da segunda dupla, refez alguns dos seus procedimentos de solução (por exemplo, com as questões 3 e 5), por identificar alguma falha cometida, justamente no momento em que procurava descrevê-los. Aspectos que nos permite retomarmos a contribuição da argumentação à uma prática reflexiva inclusive no sentido de uma metacognição (o próprio pensamento como objeto de reflexão), conforme abordagem de Lima (2018) e Lopes (2019) em suas pesquisas, as quais mencionamos nas Seções 3 e 4.

# 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos a argumentação como um dos possíveis caminhos para a compreensão de conteúdos matemáticos, no sentido de viabilizar um pensamento crítico e reflexivo sobre elementos e procedimentos presentes na disciplina e, por conseguinte, de favorecer a aprendizagem. Assim, com a nossa pesquisa, buscamos examinar aspectos de argumentos emitidos por estudantes, do Ensino Médio da modalidade EJA, em respostas apresentadas às questões matemáticas. Para isso, buscamos obter argumentos tanto escritos (mediante a aplicação de uma atividade individual) quanto orais (considerando a aplicação de uma atividade em grupo).

Como suporte ao estudo dos dados que coletamos, adotamos o modelo de análise de argumentos de Toulmin (2001), para os aspectos da estrutura de argumentos que fossem produzidos especificamente na etapa da pesquisa em que uma lista de questões foi resolvida em grupos. Também adotamos como categoria de análise os tipos de provas de Balacheff (1988), os quais nos guiaram em nossa observação das justificativas apresentadas por escrito pelos alunos, individualmente.

A princípio, das entrevistas realizadas com quatro professore(a)s de turmas da EJAEM, para as quais direcionamos a nossa pesquisa, ressaltamos o destaque dado por todos eles às dificuldades dos seus alunos com os estudos, particularmente com os conteúdos matemáticos. Tais dificuldades foram associadas, pelo(a)s professore(a)s entrevistado(a)s, a fatores externos como, por exemplo, alguns dos alunos trabalharem ou mesmo estarem retornando à sala de aula após anos sem estudar. Fatores internos não foram diretamente associados às dificuldades dos alunos, mas inferimos concepções, especificamente em relação à matemática, que emergiram nas falas durante as entrevistas como, por exemplo, quando um(a) do(a)s professore(a)s cita, como algo desfavorável à aprendizagem de conteúdos da disciplina, o "estilo de hoje" ou quando um(a) outro(a) afirma que a Matemática é difícil devido às suas regras.

Sob essa perspectiva, a prática docente, no caso desse(a)s professore(a)s, concentra-se numa sequência metodológica em que inicialmente é apresentado o conteúdo, seguido de exemplos para reconhecimento e aplicação, e, feito isto, são disponibilizados aos alunos exercícios semelhantes aos exemplos dados. Trata-se de um padrão de aula recorrente no ensino da Matemática, ainda fortemente presente nos dias atuais e que pouco oportuniza a apresentação, quiçá o desenvolvimento, da habilidade argumentativa dos estudantes.

Nesse contexto, dos dados obtidos com estudantes quanto à relação com a Matemática, retomamos aqui que esta foi apontada pela maioria dos estudantes, participantes desta pesquisa, como a disciplina que menos gostam, sendo as justificativas concentradas em fatores internos, subjetivos, e não necessariamente características próprias da disciplina. Ou seja, a maior parte desse grupo que não se agrada com a Matemática aponta como motivo ter dificuldade, não conseguir aprendê-la. Os termos "decorar", "entrar na cabeça", "lembrar fórmulas" escritos por algun(ma)s do(a)s aluno(a)s apresentam-nos uma visão formalista e tecnicista em que aprender matemática seria, pura e simplesmente, memorizar e exercitar algoritmos.

A partir das reflexões que fomentamos sobre as concepções e as práticas, tanto dos professores quanto dos alunos, cremos que pensar a Matemática dessa maneira é um fator complicador para a argumentação.

À vista disso, as respostas que obtivemos com as listas de questões, no momento individual, sugerem uma habilidade de escrita pouco desenvolvida ou, pelo menos, pouco trabalhada diante de questões matemáticas. Quando comparadas às justificativas orais, as escritas foram bastante econômicas e, por vezes, correspondiam apenas a uma reprodução dos dados do enunciado sem indicação de uma relação entre estes dados e o resultado alcançado. Por conseguinte, a quantidade de inferências que fizemos com as respostas escritas de modo individual foi significativamente maior do que com as do momento em duplas. Contudo, a solicitação de justificativas, no momento em duplas, foi necessária principalmente com as primeiras questões. Acreditamos que isso pode caracterizar o hábito de, em Matemática, apenas obter-se a resposta final sem a necessidade de justificar, ainda que a justificativa esteja sendo requisitada na própria questão.

Outro aspecto que nos chamou a atenção, na última etapa da nossa pesquisa (resolução da lista em duplas), consiste nas estratégias utilizadas pelos alunos: desde a tentativa e erro (procedimento adotado pelas duas duplas com a primeira questão) até a resposta por exclusão de opções (conforme realizado pela dupla 2 com a questão 3).

De maneira geral, observamos fragilidade na elaboração de argumentos pelo(a)s aluno(a)s em questões que envolvem matemática, especialmente quando esses argumentos são produzidos de maneira individual através da escrita. Também constatamos que, apesar da maioria não justificar e as justificativas passíveis de classificação concentrarem-se em provas pragmáticas (empirismo ingênuo e experiência crucial), há indícios de elaboração mais generalizável. Já, no caso dos argumentos produzidos a partir de uma comunicação em duplas, notamos a predominância de justificativas a partir da descrição do raciocínio adotado por um dos componentes de cada dupla.

São resultados que acreditamos terem tido interferência do contexto da pesquisa, dadas as circunstâncias que os afastaram da rotina da sala de aula e que, em certa medida, afetaram também o nosso procedimento de coleta. O fato das aulas estarem ocorrendo remotamente, durante o desenvolvimento desta pesquisa, mostrou-se como um agravante ao desdobramento das mesmas, seja pelos problemas enfrentados tanto pelos profissionais quanto pelos estudantes (a exemplo de poucos alunos terem acesso à internet, integralmente, para o acompanhamento das aulas nesse formato), seja por aqueles com acesso não se manifestarem mesmo quando o(a) professor(a) apresentava algum questionamento. Consequentemente, também interferiu no andamento desta pesquisa, tendo em vista toda a mudança no contexto inicialmente previsto quando projetamos o nosso estudo, bem como uma reduzida adesão às últimas e principais etapas da pesquisa.

É relevante destacarmos ainda as dificuldades que encontramos em mediar a resolução em duplas no sentido de buscarmos, por exemplo, mais elementos da estrutura de Toulmin tendo em vista a pouca experiência da pesquisadora com o trabalho com argumentação.

Apesar disso, percebemos, com as discussões em duplas, um importante potencial para a promoção e o desenvolvimento da capacidade argumentativa dos estudantes. A solicitação de justificativas para respostas alcançadas por eles possibilitou-lhes observar, rever procedimentos, perceber o próprio raciocínio e, assim, compreender a relação entre os dados e a conclusão obtida com determinado conhecimento matemático. Assim, acreditamos que a nossa pesquisa contribui para a formação docente por retratar a importância da promoção e do desenvolvimento da capacidade argumentativa do estudante, seja ele da modalidade regular de ensino ou da EJA, podendo tornar a aprendizagem matemática mais significativa com oportunidades para refletir, comunicar e argumentar de maneira consistente, ao invés de memorizar os conteúdos para objetivos de curto prazo como, por exemplo, ser aprovado na disciplina.

**REFERÊNCIAS**

ALMEIDA, Adriana L. de. **Ensinando e Aprendendo Análise Combinatória com Ênfase na Comunicação Matemática**: um estudo de caso com o 2º ano do ensino médio. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2010.

ALVES, Thiago de O. **Lógica Formal e sua Aplicação na Argumentação Matemática**. 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG. 2016.

ATTIE, João Paulo. **Relações de poder no processo de ensino e aprendizagem de matemática**. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo, 2013.

BALACHEFF, Nicolas.**Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège**. Thèse d'état – Université Joseph Fourier, Grenoble [France], 1988.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BARTO, Maria Cecília A.L. **Um Olhar sobre as Ideias Matemáticas em um Curso de Cálculo**: a produção de significados para a continuidade. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

BASTOS *et al*. Da Necessidade de uma Pluralidade de Interpretações acerca do Processo de Ensino e aprendizagem em Ciências: re-visitando os debates sobre o construtivismo. *In* Nardi, R.; Bastos, F. e Diniz, R.E.S. **Pesquisas em ensino de Ciências** – contribuições para a formação de professores. São Paulo, Escrituras, 2004.

BECHARA, Evanildo C. (org.). **Dicionário Escolar da Academia Brasileira de Letras**: língua portuguesa. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2011.

BIANCHI, Cezira**. A Lógica no Desenvolvimento da Competência Argumentativa**. 2007. Tese (Doutorado em [Educação Matemática]) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2007.

BOAVIDA, Ana Maria R. **A Argumentação em Matemática**: investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração. 2005. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Portugal, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Documento homologado pela Portaria nº 1.570, publicada no D.O.U. de 21/12/2017. [2017]. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc. Acesso em: 20 mai. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Consulta Matrículas. **Censo da Educação Básica 2019**: notas estatísticas. Brasília, 2020. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/web/guest/dados/consulta-matricula. Acesso em: 22 mar 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Microdados do ENCCEJA 2018**. Brasília: Inep, 2018. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/microdados. Acesso em: 15 out. 2019.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Provas e Gabaritos**, 2011. Disponível em http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos. Acesso em: 30 set. 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Provas e Gabaritos**, 2014. Disponível em http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos. Acesso em: 30 set. 2020.

CAMPO, Rodrigo R. **Argumentação e Demonstração dos Alunos do Ensino Médio**: uma proposta de investigação matemática sobre crescimento e decrescimento de funções afins. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

CARMO, Alex B. do**. Argumentação matemática em aulas investigativas de física**. 2015. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

CARVALHO, Sandro A. **Pensamento Genérico e Expressões Algébricas no Ensino Fundamental**. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2010.

CASTRO, Roberto C. G. Platão Contra os Sofistas: sobre a retórica. **Convenit Internacional**. FEUSP-Universidade do Porto-FIAMFAAM [Brasil/Portugal], Ano 2013, n. 12, maio-ago. 2013. Disponível em: http://www.hottopos.com/convenit12/05-14Roberto.pdf. Acesso em: 09 maio 2020.

CHAGAS, Elza M. P. F . Educação matemática na sala de aula: problemáticas e possíveis soluções. Educação, Ciência e Tecnologia. **Millenium *On-line***, [*s.l.*], v. 29, p. 240-248, jun. 2004. Disponível em: https://www.ipv.pt/millenium/millenium29/default.htm. Acesso em 10 out. 2020.

CORRADI, Daiana K.S. **Investigações Matemáticas Mediadas pelo Pensamento Reflexivo no Ensino e Aprendizagem das Funções Seno e Cosseno**: uma experiência com alunos do 2º ano do ensino médio. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2013.

COSTA, Valter M. **Argumentações Matemáticas sob uma Perspectiva Crítica**: uma análise de práticas didáticas no ensino fundamental. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

D’ANTONIO, Sandra R. **Linguagem e Matemática: uma relação conflituosa no processo de ensino?** 2006. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática)  – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2006.

DANTAS, Franceliza M. da S. **A Leitura como Instrumentos Facilitador da Compreensão Matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2011.

DANTAS, Jesica B. A **Argumentação Matemática na Resolução de Problemas de Estrutura Aditiva com Alunos de EJA**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e Resolução de Problemas de Matemática**: teoria e prática. Ensino Fundamental 1º ao 5º ano. Versão e-PUB. 1 ed. São Paulo: Ática, 2011. Disponível em: https://edoc.pub/formulacao-e-resolucao-de-problemas-de-m-dante-luiz-roberto-4-pdf-free.html Acesso em: 31 ago 2020.

DELABONA, Stênio C**. A Mediação do Professor e a Aprendizagem de Geometria Plana por Aluno com Transtorno do Espectro Autista (Síndrome de Asperger) em um Laboratório de Matemática Escolar**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, 2016.

DIAS, Mônica Souto da S. **Um Estudo da Demonstração ao no Contexto da Licenciatura em Matemática**: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

FARIA, Renan. **Elaborando e Lendo Gráficos Cartesianos que Expressam Movimento**: uma aula utilizando sensor e calculadora gráfica. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

FARIAS, Humberto V.; IRELAND, Timothy D.; SILVA, Eduardo J.L. da. Dos Centros de Estudos Supletivos aos Cursos Semipresenciais: trajetória de uma proposta de escolarização para jovens e adultos no Brasil. **Revista Educare**. João Pessoa, PB, v.2, n.2, p.164-193, jul/dez 2018. Disponível em: https://periodicos.ufpb.br/ojs2/index.php/educare/article/view/39505. Acesso em: 30 abr. 2020.

FIORENTINI, Dario. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino de Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**. Campinas, SP, V. 3, n. 1, jan/jun. 1995. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877. Acesso em: 07 abr. 2020.

FREIRE, Paulo. Educação "Bancária" e Educação Libertadora. *In* PATTO, M. H (org.). **Introdução à Psicologia Escolar**. São Paulo: T. A. Queiroz, 1971.

FREITAS, Tiêgo dos S**. Língua Materna e Linguagem Matemática**: influências na resolução de problemas matemáticos. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB, 2015.

FUNARI, Pedro P. **Grécia e Roma**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

GAMA, Carlos Alberto D. A Matemática em Alexandria: convergência e irradiação. **Archai**,[Brasília], n. 11, p.47-54, jul-dez 2013. Disponível em: https://core.ac.uk/download/pdf/231158429.pdf. Acesso em: 30 ago 2020.

GODINHO, Rosemary de S. Renascimento: uma nova concepção de mundo através de um novo olhar para a natureza. **DataGramaZero**, Rio de Janeiro, RJ, v. 13, n. 1, fev. 2012. Disponível em: https://brapci.inf.br/_repositorio/2017/03/pdf_54ac0dd083_0000011716.pdf. Acesso em: 30 ago 2020.

GOMEZ-CHACON, Inês Maria. Cuestiones Afectivas em La Enseñanza de Las Matemáticas: uma perspectiva para el profesor. *In* CONTRERAS, L.C.; BLANCO, L.J. (org.). **Aportaciones a La Formación Inicial de Maestros em el Área de Matemáticas**: uma mirada a La práctica docente. Universidad de Extremadura. Cáceres, 2002, p.23-58. Disponível em: https://eprints.ucm.es/23300/1/IGomez24.pdf. Acesso em: 04 abr. 2020.

GRINKRAUT, Melanie L. **Formação de Professores Envolvendo a Prova Matemática**: um olhar sobre o desenvolvimento profissional. 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

HELIODORO, Yara Maria L. O Olhar de Alunos e Professores sobre a Matemática e seu Ensino. **Revista Educação**: Teorias e Práticas, Recife, PE, ano 2, v. 2, p. 120-148, dez. 2002. Disponível em: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/5798/5798.PDF. Acesso em: 10 out. 2020.

IBGE. Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio Contínua. **Educação 2018**. [Brasília], 2019. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101657_informativo.pdf. Acesso em: 15 jun. 2020.

IMPA. **Provas e Soluções.** Olimpíada Brasileira De Matemática Das Escolas Públicas – OBMEP, 2009. Disponível em: http://www.obmep.org.br/provas.htm. Acesso em: 30 set. 2020.

JOSEPH, Irmã Miriam. **O Trivium**: as artes liberais da lógica, da gramática e da retórica. Coleção Educação Clássica. São Paulo: É Realizações Editora, Livraria e Distribuidora LTDA, 2008.

KOBS, Verônica D. **Argumentação e Retórica**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2012.

LEITÃO, Selma. O lugar da argumentação na construção do conhecimento em sala de aula. *In*: LEITÃO, S.; DAMIANOVIC, M.C. (org.). **Argumentação na escola**: o conhecimento em construção. Campinas: Pontes Editora, 2011, p.13-46.

LIMA, Pablo J. dos S. **Prática Argumentativa no Ensino de Matemática**: contribuições para o processo de resolução de problemas. 2018. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2018.

LOPES, Carlos A. da S. **Jogos Cooperativos e Argumentação**: caminhos para uma formação crítica e reflexiva de licenciandos em matemática. 2019. Dissertação (Mestrado em

Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, PE, 2019.

MACHADO, José Nilson; CUNHA, Marisa Ortegoza da. **Lógica e Linguagem Cotidiana**: verdade, coerência, comunicação, argumentação. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MAGALHÃES, Maria da G. da S. N. **A Argumentação Matemática na Resolução de Tarefas com a Utilização da Calculadora Gráfica**: experiência numa turma do 11º ano. 2010. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) – Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho, Portugal, 2010.

MATHEUS, Aline dos R. **Argumentação e prova na matemática escolar**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

MARTINS, Fábio L. F. **Instrumentos Virtuais de Desenho e a Argumentação em Geometria**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2012.

MARTINS, Patrícia R. G. de M. V. **Matemática Sem Números**: uma proposta de atividades para o estudo de Lógica. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, PR, 2014.

NACARATO, Adair M.; MENGALI, Brenda L. S.; PASSOS, Cármen L. B. P. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica. 2011.

NASCIMENTO, Joelson S**. O Entimema na Arte Retórica de Aristóteles**: sua estrutura lógica e sua relação com o *páthos* e o *éthos*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Filosofia) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, SE, 2014.

NUNES, Álvaro. Argumentação e Retórica. **Revista Crítica**, [*s.l.*], 04 jul. 2015. Disponível em: https://criticanarede.com/anunesargumentacaoeretorica.html. Acesso em: 12 maio 2020.

NUNES, José M.V. A **Prática da Argumentação como Método de Ensino**: o caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

OLIVEIRA, Ana; TELES, Lucília; CÉSAR, Margarida. As Duas Faces da Lua: uma outra visão da Matemática. **Actas do ProfMat**, Viseu: APM, 2002.

OLIVEIRA, Estér G. de. A Argumentação na Antiguidade. **SIGNUM: Estudos Linguísticos**. Londrina/PR, v. 5, n. 1, p. 213-225, dez. 2002. Disponível em: http://www.uel.br/revistas/uel/index.php/signum/issue/view/333/showToc. Acesso em: 18 mar. 2020

PAULINELLI, Maysa de P. T. Retórica, Argumentação e Discurso em Retrospectiva. **Linguagem em (Dis)curso**. Tubarão/SC, v. 14, n.2, p. 391-409, maio/ago. 2014. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/ld/v14n2/1518-7632-ld-14-02-00381.pdf. Acesso em: 12 maio

2020.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. **Educação Matemática: temas de investigação**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 185-239, jan. 1992. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/2985. Acesso em: 04 abr. 2020.

RAMOS, Rogério de A. (editor). **Dicionário Didático de Língua Portuguesa**. 2.ed. São Paulo: Edições SM, 2011.

REBOUL, Olivier (1925). **Introdução à Retórica**. Tradução de Ivone Castilho Benedetti. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

REGINALDO, Bruna K.S. **Argumentação em atividades investigativas na sala de aula de matemática.** 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2012.

ROSALE, André Rodrigues. **Argumentação e prova matemática na Educação Básica**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

SALES, Antonio. **Práticas Argumentativas no Estudo da Geometria por Acadêmicos de Licenciatura em Matemática**. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS, 2010.

SERGIPE. Secretaria de Estado da Educação. Centro de Referência de Educação de Jovens e Adultos Professor Severino Uchoa. **Projeto Político Pedagógico.** 2019.

SERRALHEIRO, Tatiane D. **Formação de Professores**: conhecimentos, discursos e mudanças na prática de demonstrações. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, Ana Carla da. **O Impacto das Ações discursivas em Nível Argumentativo no Desempenho de Tutores na Resolução de Problemas dentro da Metodologia ABP – Aprendizagem Baseada em Problemas**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, PE, 2018.

SILVA JR, Wellington A. da. **Uma Análise Curricular da Matemática dos Programas ENCCEJA, NOVA EJA e PEJA no Estado do Rio de Janeiro**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

SOUSA, Walter E. **Raciocínio Lógico-Analítico**: uma abordagem de conteúdo e abordagem para o ensino médio e para concursos públicos. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, GO, 2019.

STOCK, Brunna S. **A Argumentação na Resolução de Problemas de Matemática**: uma análise a partir da epistemologia genética. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2015.

STRELHOW, Thyeles B. Breve História sobre a Educação de Jovens e Adultos no Brasil. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, SP, v. 10, n. 38, p. 49-59, jun. 2010. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/histedbr/article/view/8639689. Acesso em: 03 maio 2020,

TODOROV, João Cláudio. A Psicologia como Estudo de Interações. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**. Brasília, v. 23, n. especial, p. 57-61, 2007. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/ptp/v23nspe/10.pdf. Acesso em: 04 abr. 2020.

TONELLO, Tancredo H. **Argumentação em Atividade de Modelagem Matemática**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, SC, 2017.

TOULMIN, Stephen (1958). **Os Usos do Argumento**. Tradução de Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. **Formação de personalidade ética**: as contribuições de Kohlberg e van Hiele. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

ZULATTO, Rúbia B. A. **A Natureza da Aprendizagem Matemática em um Ambiente Online de Formação Continuada de Professores**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2007.

## APÊNDICE A

### TERMO DE ANUÊNCIA PARA A REALIZAÇÃO DE PESQUISA

A instituição de ensino **Centro de Referência Professor Severino Uchoa** concorda com a realização da Pesquisa **“Argumentação de Estudantes da EJA/Ensino Médio no Processo de Aprendizagem de Matemática"**, coordenada pela pesquisadora **Eloar Barreto Feitoza Sá**, sob a orientação do Prof. Dr. **João Paulo Attie**, da Universidade Federal de Sergipe – Campus São Cristóvão.

Consciente de que a finalidade do Projeto é investigar aspectos de argumentos emitidos por estudantes em respostas que apresentam a questões matemáticas, classificando, quando possível, as argumentações emitidas, a Instituição se compromete a permitir o desenvolvimento da pesquisa nesta unidade de ensino autorizando a filmagem de etapas da mesma. As gravações de áudio e vídeo não serão divulgadas em hipótese alguma. O objetivo das filmagens é facilitar a observação e a análise da pesquisadora sobre o desenvolvimento do estudo, realizado em sala de aula, de forma minuciosa.

A aceitação da aplicabilidade da pesquisa está condicionada ao integral cumprimento da pesquisadora aos requisitos da Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde e suas complementares, comprometendo-se a utilizar os dados e materiais coletados, exclusivamente para os fins da pesquisa.

Aracaju/SE, ______de _________________de 20___.

______________________________________________

Responsável pela Instituição de Ensino

## APÊNDICE B

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) Colega Professor(a):

Neste momento, você está sendo convidado a participar, em caráter voluntário, da pesquisa "*Argumentação de Estudantes da EJA/Ensino Médio no Processo de Aprendizagem de Matemática*", sob a responsabilidade da pesquisadora Eloar Barreto Feitoza Sá, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe, sob orientação do Prof. Dr. João Paulo Attie.

O objetivo da pesquisa é identificar e analisar como são as argumentações de estudantes em respostas que apresentam a questões matemáticas, classificando, quando possível, as argumentações emitidas.

A realização deste estudo justifica-se pela necessidade de elaboração de estratégias que promovam ou potencializem a capacidade de argumentação dos estudantes.

Sua participação neste estudo consistirá em responder a uma entrevista semiestruturada, com perguntas referentes à sua trajetória docente, à realização do planejamento na disciplina de matemática e ao ensino de matemática. As entrevistas serão gravadas em áudio, se houver seu consentimento, e acontecerão, preferencialmente, na escola, no intervalo das aulas, ou em horário e local que você solicitar.

Durante a realização dessa pesquisa você pode se sentir cansado psicologicamente e/ou fisicamente por causa das questões da entrevista. Caso isso aconteça, podemos fazer uma pausa ou até mesmo, caso você queira, cancelar sua participação e esse fato não o prejudicará em nada.

Os benefícios de sua participação nesta pesquisa consistem em uma contribuição para a elaboração de estratégias que promovam ou potencializem a capacidade de argumentação dos estudantes.

Seu nome será mantido em sigilo, garantindo sua privacidade. Você terá livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais que desejar sobre os estudos dessa pesquisa, como também será informado(a) de suas consequências, enfim, tudo o que anseie saber antes, durante e depois da sua participação.

Este termo encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pela pesquisadora responsável, e a outra será fornecida a você.

Você não terá nenhuma despesa em sua participação na pesquisa, ou seja, não fará nenhum pagamento, e também não receberá nenhum valor econômico.

Em caso de algum dano comprovado decorrente da sua participação nessa pesquisa, poderá ser recompensado conforme determina a Resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde.

Eu, ___________________________________________________________, professor(a) do Ensino Médio da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA), do Centro de Referência Professor Severino Uchoa, fui informado(a) dos objetivos da presente pesquisa e que posso tirar minhas dúvidas sobre a realização dessa pesquisa a qualquer momento. Declaro que concordo em participar dessa pesquisa, que recebi uma cópia deste termo de consentimento e que me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas. Sei que eu poderei continuar ou desistir na(da) participação dessa pesquisa, se assim desejar.

Aracaju/ SE, ____ de _______________ de 2020

__________________________________________________________________

Assinatura do(a) participante

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Consentimento Livre e Esclarecido deste professor(a) para o presente estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

__________________________________________________________________

Assinatura da pesquisadora

Se houver alguma dúvida em relação ao estudo, você poderá entrar em contato com a pesquisadora pessoalmente, por e-mail: [e-mail da pesquisadora] ou por telefone [telefone da pesquisadora], como também, com o orientador da pesquisa, pelo e-mail: [e-mail do orientador], ou ainda com o Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe, localizado na Rua Cláudio Batista, s/n, Bairro Sanatório, pelo telefone (79) 3194-7208 ou pelo e-mail: cephu@ufs.br

Desde já, agradeço a sua colaboração.

## APÊNDICE C

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) aluno(a),

Neste momento, você está sendo convidado(a) a participar, em caráter voluntário, do Projeto de Pesquisa "*A argumentação de estudantes da EJA/Ensino Médio no processo de aprendizagem de matemática",* sob a responsabilidade da pesquisadora Eloar Barreto Feitoza Sá, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe, sob orientação do Prof. Dr. João Paulo Attie.

O objetivo da nossa pesquisa é identificar e analisar como aparecem argumentações de estudantes em relação a problemas matemáticos.

Este estudo é importante para que possam ser elaboradas estratégias para desenvolver a capacidade de argumentação dos estudantes.

Os métodos utilizados da pesquisa serão: 1- um questionário inicial, sobre o que você acha da disciplina de matemática, além de algumas informações como, por exemplo, sua idade, há quanto tempo está no EJA, profissão, etc. 2- Aplicação de listas de questões envolvendo matemática, com etapa individual e etapa com debates em grupos. Os debates serão filmados e sua imagem estará nas filmagens, caso permita.

Essas gravações são para que a pesquisadora observe melhor o desenvolvimento do estudo. A gravação dos vídeos e áudios que indique sua participação não serão divulgados em hipótese alguma e seu nome também não será divulgado. Para garantir a confidencialidade, todos os registros serão identificados por códigos ou números, gerando a impossibilidade da revelação das identidades. As informações coletadas serão usadas, única e exclusivamente para finalidade desta pesquisa e os resultados da pesquisa serão publicados, garantindo o seu anonimato.

Durante a pesquisa, você pode se sentir cansado psicologicamente e/ou fisicamente no momento de realização das atividades, principalmente naquelas que você precisará responder o questionário e a lista de questões. Caso isso aconteça, podemos fazer uma pausa entre as atividades ou cancelar sua participação na pesquisa, caso você queira, e isto não lhe prejudicará em nada.

Durante toda a sua participação nesta pesquisa, a pesquisadora estará presente na sala de aula, acompanhando e ajudando, quando você pedir.

Mesmo aceitando participar da pesquisa, a qualquer momento você poderá desistir sem que isso lhe cause qualquer prejuízo.

Repetimos que seu anonimato estará garantido e que as informações coletadas serão usadas, única e exclusivamente para finalidade desta pesquisa. Todas as informações e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivadas com a pesquisadora responsável.

Este termo está impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pela pesquisadora responsável, e a outra será fornecida a você.

Você não terá nenhuma despesa em sua participação nesta pesquisa, ou seja, não fará nenhum pagamento, e também não receberá nenhum valor econômico.

Em caso de algum dano comprovado decorrente da sua participação nesta pesquisa, poderá ser recompensado conforme determina a Resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde.

Eu, ______________________________________________________________________, estudante do ensino médio da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA), do Centro de Referência Professor Severino Uchoa, fui informado(a) dos objetivos da presente pesquisa e que posso tirar minhas dúvidas sobre a realização desta pesquisa a qualquer momento. Declaro que concordo em participar desta pesquisa, que recebi uma cópia deste termo de consentimento e que me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas. Sei que eu poderei continuar ou desistir na(da) participação desta pesquisa, se assim desejar.

Aracaju/ SE, ____ de _______________ de 2020

______________________________________________________________________

Assinatura do(a) participante

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Consentimento Livre e Esclarecido deste aluno(a) para o presente estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

______________________________________________________________________

Assinatura da pesquisadora

Se houver alguma dúvida em relação ao estudo, você poderá entrar em contato com a pesquisadora pessoalmente, por e-mail: [e-mail da pesquisadora] ou por telefone [telefone da pesquisadora], como também, com o orientador da pesquisa, pelo e-mail: [e-mail do orientador], ou ainda com o Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe, localizado na Rua Cláudio Batista, s/n, Bairro Sanatório, pelo telefone (79) 3194-7208 ou pelo e-mail: cephu@ufs.br

Desde já, agradeço a sua colaboração.

## APÊNDICE D

### ROTEIRO PARA ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA

(Utilizado com professore(a)s da EJAEM do CREJA Prof. Severino Uchôa)

- ✓ Nome
- ✓ Formação (já se formou há quanto tempo? Pós-Graduação (pretende fazer?)?)
- ✓ Tempo de profissão (no geral e na EJA)
- ✓ Em quais **turmas** leciona atualmente?
- ✓ Como são suas **aulas**? (exemplificar com um conteúdo qualquer)
- ✓ Como é a **interação** em sala de aula entre os alunos e entre eles e você, em relação ao conteúdo que estiver sendo abordado?
- ✓ Você segue alguma linha metodológica? E como são as **atividades**? Usa o **livro** didático?
- ✓ O que sabe sobre **argumentação** (em matemática?)

**APÊNDICE E**

**QUESTIONÁRIO**

(Utilizado com estudantes da EJAEM para caracterização de participantes da pesquisa)

Nome: ___________________________________________________Idade:________

Sexo: ( ) F ( ) M Estado Civil: __________________ Filhos: _______

Trabalha com: _____________________________________________Turma:______

1 – Com meu estudo na EJAEM, pretendo

( ) apenas concluir o ensino médio

( ) fazer faculdade

( ) outro: ____________________

2 – Há quanto tempo está na EJA?

__________________________________________________________________________

3 – Por que você estuda na EJA? Teve que interromper os estudos na idade regular? Por quê?

__________________________________________________________________________

6 – De qual disciplina você mais gosta? Por quê?

__________________________________________________________________________

7 – E de qual disciplina você menos gosta? Por quê?

__________________________________________________________________________

8 – O que você acha da Matemática? Por quê?

__________________________________________________________________________

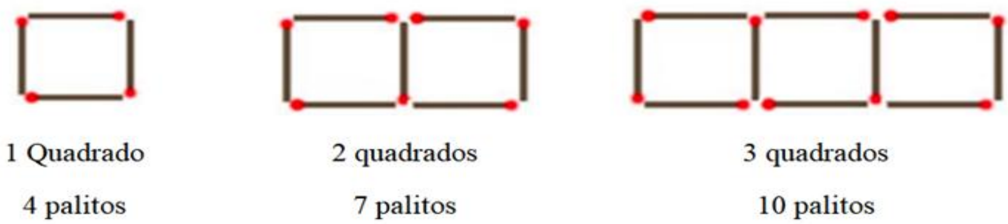
9 – Você acha que a Matemática serve pra quê? (Em sua resposta, você poderá apresentar exemplos).

__________________________________________________________________________

## APÊNDICE F

### LISTA DE QUESTÕES DISPONIBILIZADA INDIVIDUALMENTE

1. Observe a sequência de figuras formadas com palitos:

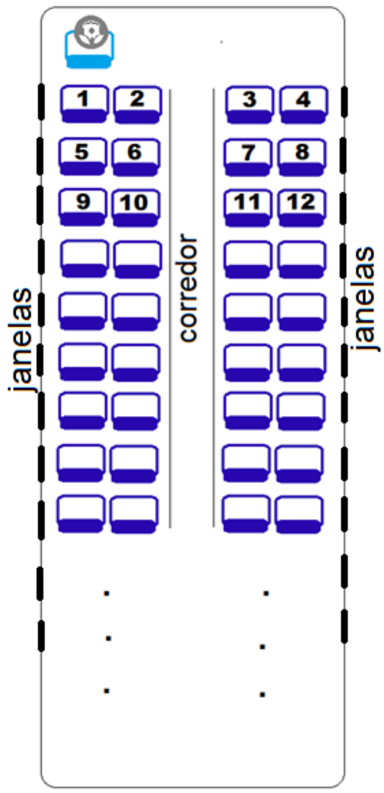



Continuando a sequência de figuras:

a) Quantos palitos serão necessários para formar 10 quadrados? **Justifique sua resposta**.

b) Quantos quadrados são formados por 25 palitos? **Justifique sua resposta**

2. Você vai viajar de ônibus e quer se sentar numa poltrona da janela. Mas, ao comprar sua passagem, você não informou isso à atendente e, ao olhar sua passagem comprada, você viu que sua poltrona é a 51. Sabendo que as poltronas do ônibus estão organizadas de acordo com essa figura,




a) como você faria para saber se a sua poltrona é ou não da janela (sem ter que entrar no ônibus)? **Justifique sua resposta**

b) Sendo assim, sua poltrona é da janela ou do corredor? **Justifique sua resposta**

3. Um quartel vai usar ônibus com capacidade de 30 lugares para levar seus 370 soldados a uma cidade próxima. Quantos ônibus serão necessários? **Justifique sua resposta**.

4. Analise as afirmações a seguir:

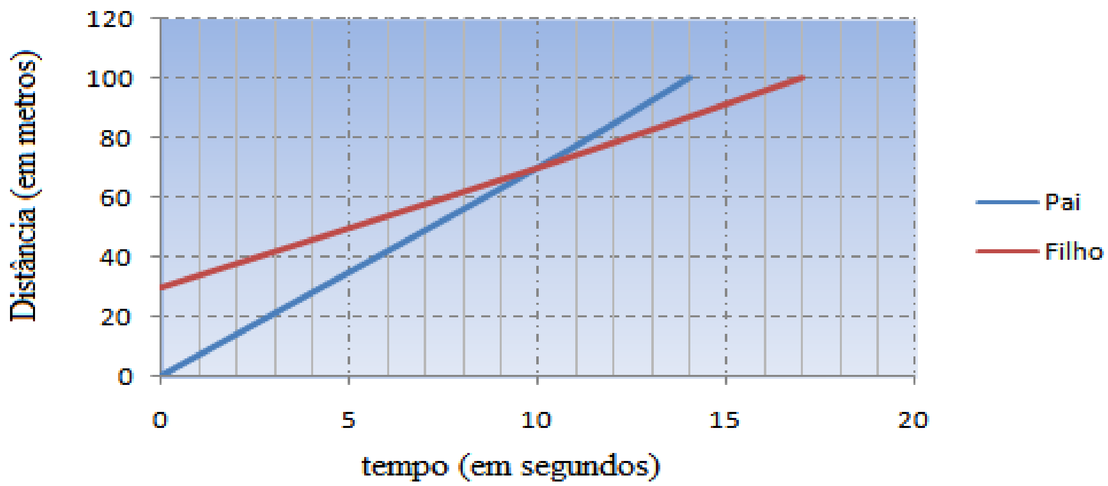
| |
|---|
| a) **Somando dois números pares, o resultado sempre será um número par**.<br>- Você acha que essa afirmação é verdadeira ou falsa? Por quê?<br>- Como você explicaria sua resposta a seu colega? |
| b) **Nos números inteiros negativos, quanto mais próximo do zero, maior é o número.**<br>- Você acha que essa afirmação é verdadeira ou falsa? Por quê?<br>- Como você convenceria seu colega de que sua resposta está correta? |
| c) **Se x é um número negativo, então o quadrado de x é sempre negativo.**<br>- Você acha que essa afirmação é verdadeira ou falsa? Por quê?<br>- Como você provaria a seu colega que sua resposta está correta? |

**APÊNDICE G**

**LISTA DE QUESTÕES DISPONIBILIZADA PARA SOLUÇÃO EM DUPLAS**

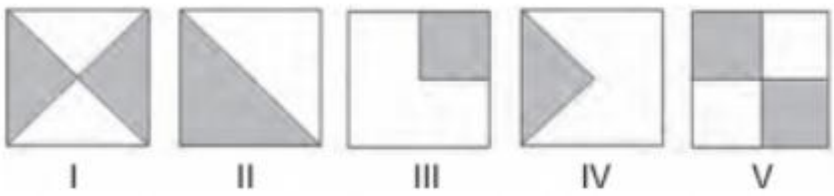
1. Davi estava fazendo uma conta no caderno quando sua caneta estragou e borrou quatro algarismos, como na figura abaixo. Ele se lembra que só havia algarismos ímpares na conta. Quais são os algarismos manchados? **Justifique sua resposta**.


2. Um rapaz desafia seu pai para uma corrida de 100m. O pai permite que o filho comece a corrida 30m à sua frente. Um gráfico bastante simplificado dessa corrida é dado a seguir:




Por esse gráfico, como é possível dizer quem ganhou a corrida e qual foi a diferença de tempo?

3. Numa sementeira, cinco canteiros quadrados serão preparados para plantar, em cada um, dois tipos de sementes: A e B. Os canteiros estão representados segundo as figuras:




Suponha que cada canteiro tem $1m^2$ de área e que nas regiões sombreadas de cada canteiro serão plantadas as sementes do tipo A. Qual o total da área, em $m^2$, reservada para as sementes do tipo B? Justifique sua resposta.

a) 1,25

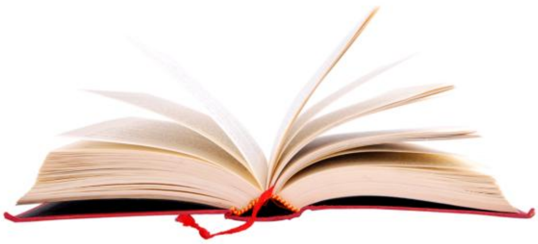
b) 2

c) 2,5

d) 3

e) 5

4. Ao abrir um livro, como posso descobrir em que páginas estou, sabendo que o produto delas é 210? Justifique sua resposta.



Fonte: Bing Images

5. Uma loja decide premiar seus clientes. Cada cliente receberá um dos seis possíveis brindes disponíveis, conforme sua ordem de chegada na loja. Os brindes a serem distribuídos são: uma bola, um chaveiro, uma caneta, um refrigerante, um sorvete e um CD, nessa ordem. O primeiro cliente da loja recebe uma bola, o segundo recebe um chaveiro, o terceiro recebe uma caneta, o quarto recebe um refrigerante, o quinto recebe um sorvete, o sexto recebe um CD, o sétimo recebe uma bola, o oitavo recebe um chaveiro, e assim sucessivamente, segundo a ordem dos brindes.

O milésimo cliente receberá de brinde um(a)

a) bola.

b) caneta.

c) refrigerante.

d) sorvete.

e) CD.

**Justifique sua resposta.**

UFS - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

## PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

**DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

**Título da Pesquisa:** ARGUMENTAÇÃO DE ESTUDANTES DA EJA-ENSINO MÉDIO NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

**Pesquisador:** Eloar Barreto Feitoza Sá

**Área Temática:**

**Versão:** 1

**CAAE:** 28315220.6.0000.5546

**Instituição Proponente:** Universidade Federal de Sergipe

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

**DADOS DO PARECER**

**Número do Parecer:** 3.904.609

**Apresentação do Projeto:**

As informações elencadas nos campos “Apresentação do Projeto”, “Objetivo da Pesquisa” e “Avaliação dos Riscos e Benefícios” foram retiradas do arquivo “Informações Básicas da Pesquisa” (PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1497782.pdf, postado em 22/01/2020.

Introdução:

A argumentação está entre uma das competências gerais da educação básica. A habilidade de argumentar é, por vezes, associada ao desenvolvimento da criticidade uma vez que ela favorece o pensamento reflexivo, a produção do conhecimento e, por conseguinte, o processo de aprendizagem. Ou seja, “argumentação, reflexão e construção do conhecimento são processos estreitamente relacionados.” (LEITÃO, 2011: 13). Considerando-a como a expressão do raciocínio, ela tem relevante relação com habilidades matemáticas a serem desenvolvidas em ambiente escolar. Em Educação Matemática, argumentação pode ser entendida, conforme Sales (2011), como um processo em que são produzidas justificativas ou mesmo explicações. Segundo Leitão (2011: 14), nos últimos anos tem-se registrado “um crescente interesse, da parte de professores, pesquisadores e outros agentes educacionais, no papel que a argumentação pode – e deveria – desempenhar em situações de ensino-aprendizagem”. Em levantamento realizado em bases de dados como a OASISBR (portal brasileiro de publicações científicas em acesso aberto), a BDTD

(Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações), a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e a SCIELO (Sience Electronic Library Online), nota-se que, embora tenha ocorrido um aumento no número de trabalhos acadêmicos desenvolvidos em relação ao tema “argumentação matemática”, a quantidade ainda é pouco expressiva. Utilizando o descritor “argumentação matemática” obtivemos algumas poucas dezenas de trabalhos (31, 7, 3, 19, respectivamente). Sem utilizarmos as aspas e combinando as palavras argumentação e matemática com o conectivo AND, o número de trabalhos salta para pouco mais de 1200 trabalhos e apenas uma parcela destes trata de fato da argumentação de estudantes e/ou professores envolvendo conteúdos matemáticos. Dentre aqueles que compõem essa pequena parcela estão dissertações que resultaram de um projeto de pesquisa realizado pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP (LEANDRO, 2006; DORO, 2007; SANTOS, 2007; FERREIRA, 2008, entre outros) denominado AprovaME (Argumentação e Prova na Matemática Escolar). Mas, considerando-se os resultados da busca por “argumentação matemática”, após uma garimpagem para um levantamento sem duplicidade (pois há pesquisas presentes em duas ou mais bases) e restrito a pesquisas que estivessem voltadas à argumentação no ensino de matemática, restounos 37 trabalhos, dentre eles artigos, dissertações e teses. Uma breve análise mostrou-nos que existe uma maior concentração dessas pesquisas entre os anos 2012 e 2018, com linha de tendência crescente. Dentre esses trabalhos, foram identificadas 18 pesquisas de Portugal, o que corresponde a pouco mais de 48%. São relatos de experiência, estudos de caso e investigação participante, a exemplo de Monteiro (2013) e Boavida (2005). Pesquisas que tiveram como objetivo investigar, caracterizar, promover por meio de sequências de atividades a capacidade de argumentação em matemática. Algumas delas tiveram uso conjunto de diversos instrumentos de coleta de dados, como entrevistas, questionários, observação, gravações de áudio e vídeo e análise de produções dos estudantes. Dentre os trabalhos presentes nessas bases e que foram realizados no Brasil, destacamos a dissertação de Dantas (2010), a qual trabalha a resolução de problemas associada à argumentação matemática de estudantes da alfabetização, da modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA). Pesquisa bastante relevante para nosso projeto tendo em vista o público participante e a temática em estudo. Ressaltamos ainda que o resultado desse levantamento aponta que mais de 70% das pesquisas localizadas tiveram alunos como sujeitos/participantes. Elas, por sua vez, concentraram-se na educação básica regular com objetivos relacionados à análise do desenvolvimento da capacidade argumentativa desses estudantes em aulas de matemática. A partir desse breve levantamento, percebemos que apesar do crescimento no número de pesquisas sobre a argumentação matemática, ainda é uma quantidade pouco expressiva, especialmente quando o público alvo são professores e estudantes da Educação de Jovens e Adultos, o que torna relevante o estudo aqui proposto.

Hipótese: Acreditamos que trabalhando em grupo, os estudantes desenvolvem melhor as justificativas apresentadas em respostas a questões que envolvam matemática. Considerando, a especificidade do grupo de participantes (estudantes da modalidade EJA), assumimos os primeiros níveis das modalidades propostas Balacheff como sendo aqueles em que se encontram os argumentos que serão emitidos pelos estudantes

Metodologia Proposta: A pesquisa será realizada em quatro momentos. No primeiro, serão realizadas observações de algumas das aulas do(a) professor(a) regente da turma. Num segundo momento, serão levantados dados para a caracterização dos participantes, bem como de sua relação com a matemática, a partir da aplicação de questionário. Também serão realizadas entrevistas com os professores de matemática da instituição no nível de ensino selecionado para esta pesquisa. Com as entrevistas buscaremos informações sobre a trajetória do professor, seu planejamento e ensino da disciplina e seu conhecimento sobre argumentação. No terceiro momento, aplicaremos um questionário com questões que envolvem a matemática e que possibilitem a emissão de argumentos visando a temática em estudo, a argumentação em matemática. Nesta etapa, a aplicação será individual. As respostas serão organizadas e categorizadas conforme Balachef (1988) e Attie (2016). No quarto momento, ocorrerão discussões, em grupo e em classe, das questões. É o momento em que realizaremos gravação de áudio e vídeo mediante consentimento. Para a análise das argumentações desta etapa, pretendemos utilizar o modelo de Toulmin (1958).

**Objetivo da Pesquisa:**

Objetivo Primário: Investigar aspectos de argumentos emitidos por estudantes em respostas que apresentam a questões matemáticas, classificando, quando possível, as argumentações emitidas. Objetivo Secundário: Identificar e classificar os argumentos emitidos por estudantes; Descrever o contexto em que os argumentos são produzidos pelos estudantes; Caracterizar e analisar os argumentos apresentados pelos estudantes em cada momento da pesquisa (momento de resolução de questões individualmente, momento de resolução em grupo)

UFS - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Continuação do Parecer: 3.904.609

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Riscos: No decorrer da pesquisa, o participante poderá sentir-se cansado psicológica e/ou fisicamente durante a realização das atividades, principalmente durante as aplicações do questionário e da lista de questões. Caso isto aconteça, o participante poderá solicitar pausa ou, caso prefira, solicitar cancelamento de sua participação na pesquisa, sem que essa desistência lhe cause prejuízo.

Benefícios: Os benefícios consistem na contribuição dos professores e estudantes participantes da pesquisa para a elaboração de estratégias que promovam ou potencializem a capacidade de argumentação dos estudantes.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

Metodologia de Análise de Dados: Considerando as entrevistas a serem realizadas, pretendemos utilizar o método de análise de conteúdo fundamentado em Bardin (2011). Para a categorização de argumentos emitidos pelos estudantes nas respostas às questões que envolvem matemática, pretendemos utulizar Balachef (1988) e Attie (2016). Além disso, pretendemos analisar os argumentos a partir de Toulmin (1958).
Desfecho Primário: Produção e emissão de argumentos pelos estudantes

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Termos obrigatórios apresentados conforme as Res. 466/2012 e 510/2016 do CNS/CONEP/MS.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Não foram observados óbices éticos.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

De acordo Com as Res. 466/2012 e 510/2016 do CNS/CONEP/MS, o pesquisador deverá apresentar os relatórios parciais e final da pesquisa.

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

| Tipo Documento | Arquivo | Postagem | Autor | Situação |
|---|---|---|---|---|
| Informações Básicas do Projeto | PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1497782.pdf | 22/01/2020 18:59:07 | | Aceito |
| Projeto Detalhado / Brochura Investigador | PROJETO_EloarBarreto.docx | 22/01/2020 18:56:08 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| Outros | RoteiroEntrevista_EloarBarreto.doc | 22/01/2020 18:48:51 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |

**Endereço:** Rua Cláudio Batista s/nº
**Bairro:** Sanatório **CEP:** 49.060-110
**UF:** SE **Município:** ARACAJU
**Telefone:** (79)3194-7208 **E-mail:** cephu@ufs.br

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Outros | QuestionarioAlunos_EloarBarreto.doc | 22/01/2020 18:48:26 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência | TCLE_PROF_EloarBarreto.docx | 22/01/2020 18:45:02 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência | TCLE_Alunos_EloarBarreto.docx | 22/01/2020 18:44:41 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| Solicitação Assinada pelo Pesquisador Responsável | OficioaoCEP_EloarBarreto.pdf | 22/01/2020 18:13:55 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| Declaração de Pesquisadores | DeclaracaoColetaDados_EloarBarreto.pdf | 22/01/2020 18:12:51 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| Orçamento | Orcamento_EloarBarreto.xlsx | 22/01/2020 18:11:10 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| Declaração de Pesquisadores | Declaracao_EloarBarreto.pdf | 22/01/2020 18:09:32 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| Folha de Rosto | FolhadeRosto_EloarBarreto.pdf | 22/01/2020 18:08:42 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| Declaração de Instituição e Infraestrutura | TermoAnuencia_EloarBarreto.pdf | 22/01/2020 18:07:02 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |
| Cronograma | Cronograma_EloarBarreto.xlsx | 22/01/2020 17:11:47 | Eloar Barreto Feitoza Sá | Aceito |

**Situação do Parecer:**
Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**
Não

ARACAJU, 09 de Março de 2020

**Assinado por:**
**Anita Hermínia Oliveira Souza**
**(Coordenador(a))**