UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

NAILYS MELO SENA SANTOS

PRAXEOLOGIA PARA ENSINAR SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: O CASO DE UMA BOLSISTA RESIDENTE DO CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFS

São Cristóvão - SE
Maio, 2021

NAILYS MELO SENA SANTOS

PRAXEOLOGIA PARA ENSINAR SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: O CASO DE UMA BOLSISTA RESIDENTE DO CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe – PPGECIMA/UFS, pela linha de pesquisa **Currículo, didáticas e métodos de ensino das ciências naturais e matemática**, como parte dos requisitos necessários para a Defesa ao título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

ORIENTADORA: **Profa. Dra. Denize da Silva Souza**.

São Cristóvão- SE
Maio, 2021

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Santos, Nailys Melo Sena
S237p Praxeologia para ensinar sólidos geométricos: o caso de uma bolsista residente do curso Licenciatura em Matemática da UFS / Nailys Melo sena Santos; orientadora Denize da Silva Souza. – São Cristóvão, SE, 2021.
143 f.; il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2021.

1. Matemática (Ensino fundamental). 2. Geometria espacial. 3. Didática. I. Souza, Denize da Silva, orient. II. Título.

CDU 5:37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

PRAXEOLOGIA PARA ENSINAR SÓLIDOS GEOMÉTRICOS: O CASO DE UMA BOLSISTA RESIDENTE DO CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UFS

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
28 DE MAIO DE 2021

PROFA. DRA. DENIZE DA SILVA SOUZA

PROF. DR. ERIVANILDO LOPES DA SILVA

PROFA. DRA. IVANETE BATISTA DOS SANTOS

PROF. DR. SADDO AG ALMOULOUD

PROF. DR. RICARDO NICASSO BENITO

AGRADECIMENTOS

A Deus, primeiramente, por cuidar de mim em todos os momentos de minha vida, tranquilizando meu coração ansioso e me concedendo sabedoria para chegar até aqui.

Aos meus pais, a quem eu dedico esse trabalho, por possibilitarem, desde sempre, me dedicar inteiramente aos meus estudos. Compreendendo meus surtos, me apoiando e não me deixando desistir.

À minha orientadora Professora Dra. Denize da Silva Souza, pelo carinho e amizade; por sua dedicação desde a graduação, me conduzindo ao universo da pesquisa e acreditando no meu potencial.

Aos Professores Dr. Saddo Ag Almouloud, Dr. Ricardo Nicasso Benito, Dr. Ivanete Batista dos Santos e Dr. Erivanildo Lopes da Silva, por terem aceito participar de minha banca examinadora. Obrigada pelas sugestões, comentários e críticas que muito contribuíram com meu trabalho e, sobretudo, com minha formação como pesquisadora.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA/UFS), pelos ensinamentos nas disciplinas cursadas. Às colegas Marilene, Luciene e Larissa, parceiras dos estudos para ingresso no programa e aos demais colegas da turma, que tornaram essa experiência única. Em especial, agradeço a Kalyne e Rosane pela amizade que construímos durante o mestrado e pela parceria de sempre.

Aos colegas do NCPPEM, pelo companheirismo, pelas aprendizagens que pudemos compartilhar durante nossas reuniões, discussão de textos e apresentações de trabalhos. Às minhas amigas e companheiras de publicação Cristina, Narinha, Valéria, Juliana, Eressiely, por toda ajuda, por todos os memes, choros coletivos e incentivo. Vocês tornaram todo o processo de construção deste trabalho mais leve, obrigada por tudo sempre.

Às minhas amigas de infância Raira e Bianca, às minhas amigas do CODAP Jaque e Vivi, pela amizade, pelos momentos de descontração que me proporcionaram, por acreditarem em mim e no meu potencial e por serem presentes em todas as etapas da minha vida.

Ao meu noivo Fernando, por ser meu maior incentivador. Obrigada pelo companheirismo, por aturar meus momentos de crise e por sempre me lembrar do meu potencial. Obrigada por tornar meus dias mais felizes e por me incentivar a correr atrás dos meus objetivos.

Aos licenciandos, participantes do Programa Residência Pedagógica, pela disponibilidade com que aceitaram participar desta pesquisa.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram com minha formação. Muito obrigada!

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo geral analisar as praxeologias adotadas por uma licencianda em matemática, participante do Programa Residência Pedagógica (RP) vinculado à Universidade Federal de Sergipe, para ensinar sólidos geométricos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental. Para tanto, nos fundamentamos na Teoria Antropológica do Didático (TAD), a qual utiliza os termos praxeologia matemática e praxeologia didática, respectivamente, para se referir à maneira como pode se instituir um conceito matemático e à forma como é possível estudar a organização matemática desse conceito. Com isso, buscamos responder: O que e como a residente de matemática da UFS/SC ensina sobre sólidos geométricos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental? Uma das atividades realizadas pelos discentes participantes do RP é a regência de sala de aula, na qual, experienciam a prática docente. Nesse contexto, nossa coleta de dados foi realizada no período em que a residente atuou em sala de aula. Inicialmente, realizamos um levantamento bibliográfico, visando compreender o cenário das pesquisas que abordam a formação inicial do professor de matemática e o ensino dos sólidos geométricos. Dentre os resultados, vale citar o pequeno quantitativo de teses e dissertações sobre a temática, havendo necessidade de mais produção de pesquisas referente ao tema. Nosso trabalho constitui-se como uma pesquisa de campo e para a coleta de dados foram utilizados questionário, diário de bordo e entrevistas. Para o tratamento dos dados, a abordagem se constitui, principalmente, da natureza qualitativa numa perspectiva mais interpretativa. Para realizarmos a análise das praxeologias da residente, nos baseamos no estudo das três dimensões fundamentais do problema didático, sob moldes da TAD. Na dimensão epistemológica, identificamos o estudo dos sólidos na geometria euclidiana e descritiva. Desse estudo, elaboramos um modelo epistemológico de referência (MER) dos sólidos geométricos, explicitando conceitos que formam o estudo dos sólidos, aqueles que alimentam e são alimentados por tal objeto. Na dimensão econômica, investigamos a abordagem dos sólidos geométricos nos documentos curriculares norteadores da educação básica no Brasil e os livros didáticos a fim de explicitar um modelo epistemológico dominante (MED) referente a cada um dos documentos analisados. Na dimensão ecológica, discutimos as condições e restrições que atuam sobre o ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos. Ao final, elaboramos um modelo praxeológico de referência (MPR) que serviu para análise da prática docente da residente participante da pesquisa. Ao analisarmos suas praxeologias, observamos uma prática regida, principalmente, pelas recomendações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Com isso, evidenciamos que a residente pôs em prática as discussões teóricas promovidas no RP referente ao documento. Entendemos que o programa contribuiu para a formação inicial possibilitando incluir discussões sobre o ensino de geometria e, consequentemente, o ensino dos sólidos geométricos além da implementação da BNCC. Por vezes, tais discussões não são contempladas nas disciplinas do curso de licenciatura devido à limitação de carga horária e à demanda de temáticas ser vasta.

Palavras Chaves: Sólidos Geométricos. Teoria Antropológica do Didático. Praxeologia. Residência Pedagógica.

ABSTRACT

This research aimed to analyze praxeologies adopted by a student pursuing an undergraduate degree in Mathematics, who participated in the Pedagogical Residency Program (PRP) linked to the Federal University of Sergipe, to teach geometric solids to a sixth-grade elementary school class. To this end, we based our research on the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), which uses the terms mathematical praxeology and didactic praxeology, referring, respectively, to the way in which it is possible to establish a mathematical concept and how it is possible to study the mathematical organization of this concept. Thus, we seek to answer: What and how does the undergraduate in Mathematic, and resident at UFS/SC teaches geometric solids in a sixth-grade elementary school class? One of the activities done by undergraduate students, participants in PRP, is the preservice teaching, through which they are introduced into the teaching role. In this context, our data collection was carried out during the resident's student teaching experience. Initially we conducted a bibliographic survey, aiming to understand the scenario of the research that address Mathematics preservice teacher education, and geometric solids teaching. Amongst the results obtained, it is worth mentioning the small number of theses and dissertations regarding this theme, which highlights the need for conducting more research on this topic. Our work is a field research, and for data collection we used questionnaires, logbooks, and interviews. For data processing, we used mainly a qualitative approach, considering a more interpretive perspective. In order to carry out the analysis of the praxeologies adopted by the resident, we based our research upon the study of the three fundamental dimensions of a didactic problem, according to ATD models. In the epistemological dimension, we identified the study of solids in both Euclidean and Descriptive Geometry. From this study, we developed an epistemological model of reference (EMR) of geometric solids, explaining concepts that form the study of solids, those that support and are supported by such object. With regard to the economic dimension, we investigated the approach of geometric solids in curriculum guides for basic education in Brazil, and schoolbooks, aiming to explain the dominant epistemological model (DEM) related to each curriculum guide analyzed. Furthermore, in the ecological dimension, we discussed the conditions and the restrictions that affect teaching and learning solid geometrics. Ultimately, we developed a praxeological reference model (PRM) which was used to analyze the resident's teaching practices, who was also a participant in this research. As we analyzed the praxeologies, it was possible to observe teaching practices in line with the recommendations of the Brazilian National Common Core Curriculum (BNCC). Thus, we proved that the resident put into practice the theoretical discussions held in the PRP, related to the document. We understood that the program contributed towards pre-service teacher education, generating discussions about teaching geometry and therefore geometric solids teaching, as well as the implementation of the BNCC. Sometimes such discussions are not held during pre-service teacher education due to the limited number of credit hours in undergraduate courses and the considerable amount of subjects to be studied.

Keywords: Geometric Solids. Anthropological Theory of the Didactic. Praxeology. Pedagogical Residency Program.

LISTA DE ABREVIATURAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNE	Conselho Nacional de Educação
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
DMA	Departamento de Matemática
EDUCON	Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GEEM	Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
IES	Instituição de Educação Superior
IREM	Institutos de Pesquisas no Ensino de Matemática
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
LEM	Laboratório de Ensino de Matemática
MDR	Modelo didático de referência
MED	Modelo epistemológico dominante
MER	Modelo epistemológico de referência
MMM	Movimento da Matemática Moderna
OM	Organização matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBIC	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PPP	Projeto Político Pedagógico
RP	Programa Residência Pedagógica
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFS	Universidade Federal de Sergipe

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE PROTOCOLO

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Optamos por diluir a introdução deste trabalho em quatro subseções. Na primeira apresentamos a justificativa pessoal da pesquisadora[1] como forma de evidenciar o que motivou a pesquisar a temática. Na segunda subseção, abordamos a justificativa acadêmica, de modo que seja possível situarmos a problemática evidenciada pela comunidade acadêmica. Ainda nessa subseção, apresentamos a nossa questão de pesquisa, o objetivo geral e os objetivos específicos. Na subseção seguinte, de maneira breve, expomos os fundamentos teóricos e metodológicos que subsidiaram a elaboração e desenvolvimento da pesquisa. Por último, apresentamos a estrutura da dissertação.

1.1 MINHA TRAJETÓRIA ATÉ A PESQUISA

Durante minha vivência no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe/Campus São Cristóvão (UFS/SC), tive a oportunidade de participar de programas institucionais, no Departamento de Matemática (DMA), que contribuíram para minha formação como professora e pesquisadora. O primeiro deles foi o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica[2] (PIBIC), no qual realizamos dois planos de trabalhos no período entre 2016-2018. Esses trabalhos eram justificados pela problemática envolvida no ensino de geometria nas escolas brasileiras no que se refere ao seu histórico de abandono na educação básica[3].

Para o desenvolvimento das pesquisas, foi necessário estudarmos três noções teóricas: TAD (autoria de Yves Chevallard), a qual estuda a atividade matemática, situando-a no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais; Teoria de van Hiele (do casal Pierre M. Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof) que propõe uma estrutura de cinco níveis para o desenvolvimento do pensamento geométrico; e Compreensão Relacional e Instrumental (de Richard R. Skemp), que considera dois tipos de compreensão a respeito da assimilação dos conceitos matemáticos.

---

[1] Sempre que for retratada a experiência da pesquisadora, será usado neste texto, o verbo na 1ª pessoa do singular, a fim de respeitar as normas acadêmicas de um texto científico.

[2] De acordo com o site do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) tem por objetivo apoiar a política de Iniciação Científica desenvolvida nas Instituições de Ensino e/ou Pesquisa, por meio da concessão de bolsas a estudantes de graduação integrados na pesquisa científica. Disponível em <http://www.cnpq.br/web/guest/pibic>. Acessado em: 02 de junho/2020.

[3] Mais adiante, explicaremos melhor essa problemática.

No mesmo período, participei do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência[4] (PIBID), no grupo coordenado pela mesma professora orientadora da pesquisa do PIBIC[5]. Nesse programa, desenvolvíamos e aplicávamos atividades com o uso das metodologias do ensino da matemática. Como por exemplo, resolução de problemas, jogos matemáticos, materiais manipuláveis, entre outras. Nessas atividades, a professora coordenadora incentivava para, sempre que possível, os conceitos geométricos fossem articulados com os demais conceitos matemáticos.

A professora coordenadora buscava fomentar o ensino de geometria a partir das atividades desenvolvidas no PIBID, por nós, bolsistas, com o intuito de levar a geometria para a sala de aula. Tais atividades eram planejadas a partir dos estudos sobre a Teoria de van Hiele. Como vimos anteriormente, a Teoria de van Hiele estrutura o desenvolvimento do pensamento geométrico em cinco níveis caracterizados a partir da visualização e reconhecimento de objetos geométricos, chegando ao rigor de axiomas e teoremas. Dessa forma, as atividades eram elaboradas seguindo o nível previsto para cada ano de ensino[6].

No final do ano 2017, a professora coordenadora, recebeu um convite para realizar formação continuada em alguns municípios do interior sergipano para professores que ensinam matemática (licenciados e pedagogos). Nessa época, havia incertezas quanto à continuidade do PIBID, pois estava encerrando o edital do qual fazíamos parte. Com isso, a professora convidou um grupo de bolsistas do PIBID para ajudá-la como monitores dessas oficinas, além de outros profissionais, constituindo um grupo colaborativo de formação docente, como projeto de oficinas de matemática. Eu fui incluída para fazer parte desse grupo.

Mais uma vez, a proposta do trabalho, assim como os demais, teve um olhar para os conceitos geométricos, assemelhando-se à proposta realizada no PIBID. Um trabalho com planejamento coletivo por meio de estudos e discussões teórico-metodológicas. A

[4] Com base no site da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) é uma ação da Política Nacional de Formação de Professores do Ministério da Educação (MEC) que visa uma aproximação prática dos discentes do curso de licenciatura com o cotidiano das escolas públicas de educação básica, na primeira metade do curso. O programa concede bolsas a alunos de licenciatura participantes de projetos de iniciação à docência desenvolvidos por instituições de educação superior (IES) em parceria com as redes de ensino. Disponível em <https://capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid>. Acessado em: 02 de junho/2020. À época que participei desse programa, não havia distinção quanto ao período do curso para o licenciando participar, o que contribuiu para eu permanecer até o final da graduação.

[5] Hoje, a orientadora desta pesquisa.

[6] O casal van Hiele considerava que a principal razão da falha do currículo tradicional de geometria era o fato desse currículo ser apresentado em um nível mais alto do que o dos alunos (VILLIERS, 2010). Com isso, os alunos não conseguiam entender o professor quando ensinava geometria e o professor não conseguia entender o porquê eles não conseguiam compreender o que era ensinado.

experiência nos trouxe relatos de professores que só reforçavam a importância das pesquisas acadêmicas mencionadas anteriormente. Contudo, além dos relatos, também passamos a perceber (monitores, ministrantes e coordenadora) certa fragilidade no aprendizado de geometria desses professores, principalmente os pedagogos.

A dificuldade dos professores pedagogos foi constatada em uma das oficinas, durante a aplicação de uma atividade sobre figuras geométricas, no nível do 5° ano do ensino fundamental. A partir do desenvolvimento da atividade, foi investigado o nível de pensamento geométrico dos professores participantes, com base na Teoria de van Hiele. Os resultados foram publicados em artigo científico apresentado no XII Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade (EDUCON) realizado na UFS, no ano 2018. Santos, Souza e Paula (2018) evidenciaram nessa investigação que, dentre os dezessetes professores participantes da atividade aplicada, apenas um aluno conseguiu realizá-la com êxito e apresentou o nível esperado pela teoria de van Hiele, para aquela atividade.

Esse resultado corrobora com o que já era apontado por pesquisadores, como Nacarato e Passos (2003), Nasser (2003) e Caldatto e Pavanello (2014). Alguns professores ainda estão despreparados e por isso enfrentam dificuldades para ministrar conceitos geométricos. Santos, Souza e Paula (2018) também apresentam em seu artigo, que os professores reconheceram e nomearam corretamente as figuras geométricas planas, entretanto, pouco conhecem das figuras geométricas espaciais.

No final de 2018, me formei! As participações nas oficinas se intensificaram, também alterando meu *status* nesse projeto. Passei a ser ministrante, atuando também nas turmas dos professores de matemática que lecionam nos anos finais do ensino fundamental. Quando as atividades aplicadas eram relacionadas aos conceitos geométricos, os professores de matemática queixavam-se dos alunos que apresentavam muita dificuldade em aprender esses conceitos.

A partir das conversas e diálogos que tivemos durante essas oficinas, foi possível identificarmos o descompasso que havia na abordagem em sala de aula da geometria nos anos iniciais e finais do ensino fundamental. Como é possível um aluno aprender o conceito de volume das figuras geométricas espaciais, sem conhecer essas figuras? É uma situação que ocorre no âmbito dos anos finais, pelo fato de o professor de matemática, sem se dar conta do que o aluno aprendeu ou não, aborda os conceitos geométricos propostos pelos currículos e livros didáticos para este nível de ensino.

Portanto, passei a questionar sobre como os professores de matemática concebem o ensino de sólidos geométricos nos anos finais do ensino fundamental. Com essa questão em mente, logo após minha formatura, me inscrevi no processo seletivo do mestrado com a proposta de pesquisar e responder ao meu questionamento. A partir de então, passo apresentando-me como pesquisadora, abandonando o singular e acolhendo o plural para melhor descrever o caminho percorrido ao longo desta pesquisa.

1.2 PROBLEMÁTICA

Como comentado anteriormente, o ensino de geometria tem um histórico de abandono na educação básica brasileira. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), esse foi um dos motivos que levou o ensino da geometria a ser uma das linhas de pesquisas em Educação Matemática emergente no Brasil, a partir da década de 1990 do século passado.

Autores como Pavanello (1989, 1993), Lorenzato (1995), Zuin (2001), entre outros, evidenciaram esse abandono nas décadas 1980 e 1990. A partir dessas constatações, passou a ocorrer uma preocupação maior da parte dos educadores matemáticos quanto a uma tentativa de resgate ao ensino de geometria.

Entretanto, as pesquisas da comunidade acadêmica mostram que não houve o resgate da geometria pretendido pelos estudiosos e pelas inciativas governamentais. Trabalhos como de Nacarato e Passos (2003); Nasser (2003); Sena e Dorneles (2013); Caldatto e Pavanello (2014) apontam que o despreparo dos professores e as dificuldades que eles ainda enfrentam para ministrar tais conceitos é um dos motivos para a ausência da geometria nas salas de aulas. Caldatto e Pavanello (2015) revelam que os resultados obtidos pelos alunos em diversas avaliações nacionais que analisam o desempenho dos estudantes da Educação Básica, como Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), não foram positivos em relação ao ensino de geometria.

Segundo Almouloud et al (2004), um dos fatores que têm um papel importante no baixo desempenho dos alunos em Geometria, é devido os cursos de formação inicial de professores não darem conta de oferecer uma discussão satisfatória com os discentes a respeito de uma proposta mais eficiente para o ensino de geometria. Em relação ao ensino de geometria nos cursos de Licenciatura em Matemática, Ferner, Soares, Mariani (2020) evidenciaram uma menor prevalência da geometria espacial quando comparada as geometrias plana e analítica. Nesse sentido, afirmam que a necessidade de produção de mais pesquisas sobre o ensino de geometria espacial nesses cursos.

Diante do exposto, nos propusemos a investigar os professores de matemática em formação inicial quanto ao ensino de sólidos geométricos. O lócus da nossa pesquisa foi o Programa de Residência Pedagógica (RP)[7] vinculado ao curso de licenciatura em matemática da UFS (Campus São Cristóvão – UFS/SC). O RP é uma das ações que compõe a atual Política Nacional de Formação de Professores e seu principal objetivo, conforme indica a CAPES, é oportunizar aos estudantes dos cursos de licenciatura, o aperfeiçoamento da formação prática, por intermédio da regência de sala de aula.

Frente às justificativas apresentadas, este trabalho inicialmente teve como questão de pesquisa: O que e como residentes[8] de matemática da UFS/SC ensinam sobre sólidos geométricos nos anos finais do ensino fundamental? No entanto, a coleta de dados nos mostrou que apenas uma residente desse referido núcleo elaborou e realizou atividades para ensinar sólidos geométricos. Assim, nossa questão de pesquisa tornou-se: O que e como a residente de matemática da UFS/SC ensina sobre sólidos geométricos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental?

Para tanto, nos fundamentamos na TAD que permite analisar os processos de ensino e aprendizagem dos saberes matemáticos como praxeologias (CHEVALLARD, 1998). De acordo com Almouloud (2007), há dois tipos de praxeologias associadas a um saber matemático, a praxeologia – ou organização – matemática (OM) e a praxeologia – ou organização – didática (OD). “As organizações matemáticas referem-se à realidade matemática que se pode construir para ser desenvolvida em uma sala de aula e as organizações didáticas referem-se à maneira como se faz essa construção” (ALMOULOUD, 2007, p. 123).

De acordo com Chevallard (2002c), o estabelecimento de praxeologias enfrenta restrições e condições que distorcem sua estrutura e obliteram sua função, em outras palavras, deformam ou suprimem sua finalidade. Essas condições e restrições, consideradas pela TAD, frequentemente são impostas sobre as práticas do professor, não sendo criadas por ele, independentemente de ele saber ou ignorar (M. ALMEIDA, 2017).

[7] O Programa RP do curso de Licenciatura em Matemática da UFS, no Campus São Cristóvão, instituiu dois Núcleos coordenados por duas professoras do DMA, sendo um deles, o lócus desta pesquisa, coordenado pela orientadora deste trabalho. O lócus da pesquisa é o referido núcleo que no período de 2018-2020 as atividades foram realizadas em escolas públicas da rede estadual de Sergipe, parceiras desse programa.

[8] Licenciandos em Matemática participantes do Programa Residência Pedagógica.

Dito isto, nosso objetivo geral foi analisar as praxeologias adotadas por uma licencianda em matemática, participante do Programa Residência Pedagógica (RP) vinculado à Universidade Federal de Sergipe, para ensinar sólidos geométricos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental.

Para que pudéssemos alcançar nosso objetivo geral, sob fundamento da TAD, inicialmente, investigamos as três dimensões fundamentais do problema de pesquisa (ou problema didático[9]) dos sólidos geométricos. Os problemas didáticos, segundo Gáscon (2011), quando enunciados e propostos no campo da TAD, admitem três dimensões básicas ou fundamentais: dimensão epistemológica, econômica e ecológica.

Na dimensão epistemológica realiza-se um estudo histórico acerca desse saber, por meio do qual é possível explicitar um Modelo Epistemológico de Referência (MER) dos sólidos geométricos. Esse modelo, como o próprio nome diz, é um instrumento de referência com o qual o pesquisador questiona a maneira como as instituições envolvidas no problema didático interpretam o saber matemático.

O estudo realizado na dimensão econômica visa identificar nas instituições envolvidas no processo de ensino e aprendizagem a maneira como o saber matemático está posto. Para tal estudo, o pesquisador se apoia no MER explicitado na dimensão anterior, de modo que seja possível explicitar o Modelo Epistemológico Dominante (MED) de cada instituição. Esse modelo condiciona e influencia os modelos docentes (GASCÓN, 2018).

Na dimensão ecológica investiga-se o motivo pelo qual o objeto matemático existe na instituição da maneira como existe e quais condições seriam necessárias para modificá-la. Assim como na dimensão econômica, essa investigação depende da maneira de interpretar o saber matemático, explicitado no MER. (FARRAS, BOSCH e GASCÓN, 2013; FIGUEROA, ALMOULOUD, 2018).

Após o estudo das três dimensões fundamentais, pode-se explicitar um novo modelo, o Modelo Praxeológico de Referência (MPR), utilizado na análise da prática de professores para ensinar determinado saber. O MPR é constituído seguindo a estrutura praxeológica da TAD e, por isso, permite caracterizar e analisar praxeologias a ensinar. (GÁSCON, 2018; CHAACHOUA e BITTAR, 2019).

---

[9] Gáscon (2011) explica que utiliza o termo problema didático como sinônimo de problema de pesquisa em Didática da Matemática.

Sendo assim, estabelecemos os seguintes objetivos específicos para a nossa pesquisa:

1. Estudar as três dimensões do problema didático referente aos sólidos geométricos e, por conseguinte, explicitar os Modelos epistemológicos (de Referência e Dominante) dos sólidos geométricos;
2. Construir e explicitar o Modelo Praxeológico de Referência (MPR) para o estudo dos sólidos geométricos;
3. Identificar dentre as praxeologias aplicadas pela residente de matemática da UFS/SC, quais delas referem-se ao ensino dos sólidos geométricos em turmas dos anos finais do ensino fundamental;
4. Analisar as praxeologias identificadas tomando como parâmetro o MPR explicitado.

1.3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS: IDEIAS GERAIS

Para alcançarmos o objetivo geral da nossa pesquisa, empreendemos uma revisão de literatura a respeito da formação inicial do professor de matemática diante do estudo de sólidos geométricos. Para tal revisão, realizamos um levantamento bibliográfico de dissertações, teses e artigos científicos em plataformas digitais que abordassem sobre a temática.

Em sequência, estudamos as três dimensões fundamentais do problema didático referente aos sólidos geométricos. Para tanto, nos baseamos em fichamento das leituras de textos. O estudo realizado na primeira dimensão foi realizado, principalmente, em livros de história da matemática como Boyer (2001), Tomei (2006) e Roque (2012). Com o intuito de investigarmos as dimensões econômica e ecológica, nos pautamos na leitura de livros didáticos e documentos curriculares norteadores da educação básica no Brasil.

Tanto para a realização da revisão de literatura, como para a realização dos estudos propostos pelas três dimensões do problema didático, nos pautamos no estudo bibliográfico (ou ainda, histórico-bibliográfico).

O próximo passo foi identificar as praxeologias dos participantes da pesquisa, para ministrar sólidos geométricos. Essa identificação foi realizada por meio do acompanhamento dos residentes nas atividades realizadas no RP. Dessa forma, nossa investigação constitui-se como uma pesquisa de campo com coleta de dados realizada diretamente no local onde o fenômeno acontece (FIORENTINI; LORENZATO, 2007).

Durante essa coleta, identificamos que apenas uma das residentes desenvolveu atividades quanto ao ensino de sólidos geométricos no 6° ano do ensino fundamental. Esperávamos que outros residentes também fossem inseridos na pesquisa, considerando que diferentes duplas de residentes estavam atuando em turmas de 6° e 9° anos.

Para o tratamento dos dados, nossa abordagem se constituiu principalmente de natureza qualitativa, numa perspectiva mais interpretativa. Essa abordagem foi pautada na constituição de modelos epistemológicos que, de acordo com Gascón (2011), são tomados como referência para análise de praxeologias e sua transposição. Com isso, por meio, principalmente, do MPR buscamos realizar algum tipo de explicação e não apenas descrição das praxeologias da residente selecionada para esta investigação.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Assim, a sistematização deste trabalho encontra-se diluída em cinco seções. A primeira refere-se a esta Introdução apresentando justificativa, questão de pesquisa, problemática, os objetivos, geral e específicos, os fundamentos teóricos e metodológicos e a estrutura do texto.

Na segunda seção, busca-se discursar a respeito da temática principal da pesquisa, formação inicial do professor de matemática e os sólidos geométricos. A seção é composta de um tópico introdutório que visa a compreensão formal dos cursos de Licenciatura em Matemática no nosso país e uma revisão de literatura, cujo objetivo foi situar a nossa pesquisa no universo dos estudos já realizados.

Na terceira seção, apresenta-se a teorização que fundamenta a presente pesquisa – a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Apresentamos as noções apresentadas pela referida teoria que subsidiaram a nossa investigação. Dentre essas noções, abrangemos o estudo das três dimensões do problema didático, proposto por Gáscon e Bosch proposto por intermédio da TAD.

Na quarta seção, detalha-se o desenvolvimento da pesquisa. Inicialmente, apresentamos os procedimentos metodológicos da pesquisa, a coleta de dados, o contexto institucional e os participantes, apresentando aspectos que caracterizam a residente selecionada para a investigação. Delimitado nosso universo de pesquisa, abordamos o estudo bibliográfico realizado para a investigação das três dimensões do problema didático. Nesse estudo, investigamos o contexto histórico dos sólidos geométricos e esboçamos nosso MER. Em sequência, pesquisamos em documentos norteadores da educação básica e livros didáticos como os sólidos geométricos é proposto e explicitamos os MED e o MPR.

Ainda nesta seção, apresentamos a descrição e análise das praxeologias utilizadas por uma das residentes para ensinar os sólidos geométricos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental. Por fim, a seção cinco, refere-se às Considerações que, enquanto pesquisadora iniciante, pretendo tecer com base em toda investigação realizada na pesquisa.

2 FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E O ENSINO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Com o intuito de compreender o contexto da formação inicial do professor de matemática diante do ensino de sólidos geométricos, realizamos uma revisão de literatura que será apresentada nesta seção. Inicialmente, abordaremos os aspetos gerais da formação inicial do professor de matemática no nosso país. Em seguida, apresentamos os resultados do nosso levantamento bibliográfico de trabalhos que investigam a temática.

2.1 PROCESSOS DE FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: ASPECTOS GERAIS

De acordo com Gatti et al. (2019), somente no final dos anos 30 do século XX, é que começaram a ser oferecidos cursos de formação de docentes especialistas para o ensino secundário pelas licenciaturas, como adendo de bacharelados nas poucas universidades ou faculdades existentes na época. Essa formação era realizada pelo chamado modelo 3+1, ou seja, um curso com três anos voltado às disciplinas do bacharelado e mais um ano apenas destinado à formação para ser docente nos níveis de ensino primário e secundário.

Apesar dessa oferta, apenas a partir da promulgação da LDB N° 9394/96 é que se propôs que a formação dos professores passasse a ser em nível superior. Com isso, os cursos de licenciatura passaram a ser orientados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) instituídas pela Resolução CNE/CP N° 01/2002.

Segundo Ferner, Soares e Mariani (2020, p. 438), as "DCN expõem um conjunto de princípios, fundamentos e procedimentos a serem observados na organização institucional e curricular de cada estabelecimento de Ensino Superior". De acordo com o sexto artigo, na construção do projeto pedagógico dos cursos de formação dos docentes devem ser consideradas:

> I - as competências referentes ao comprometimento com os valores inspiradores da sociedade democrática; II - as competências referentes à compreensão do papel social da escola; III - as competências referentes ao domínio dos conteúdos a serem socializados, aos seus significados em diferentes contextos e sua articulação interdisciplinar; IV - as competências referentes ao domínio do conhecimento pedagógico; V - as competências referentes ao conhecimento de processos de investigação que possibilitem o aperfeiçoamento da

> prática pedagógica; VI - as competências referentes ao gerenciamento do próprio desenvolvimento profissional (BRASIL, 2002, p. 3).

Como podemos observar, as diretrizes visavam para formação dos professores a aquisição dos conhecimentos específicos da sua área, como também dos conhecimentos pedagógicos necessários para a prática docente, além da articulação entre eles. Objetivava assim, superar a cultura de formação 3+1, enraizada nas instituições de ensino superior. Entretanto, isso não ocorreu como esperado e os cursos se mantiveram, em sua maioria, com seu formato anterior (GATTI et al, 2019).

Frente aos resultados de pesquisas sobre formação docente, os baixos índices apontados sobre rendimentos dos alunos, além das demandas sociais como a inclusão e uso de novas tecnologias, vão surgindo reformas curriculares em diversos âmbitos da educação básica (atualmente, sendo em três níveis: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio) tendo repercussão na formação docente.

Em 2015, o Conselho Nacional de Educação (CNE) propôs uma reformulação dos cursos de formação de professores, a partir da Resolução CNE/Nº 02/2015, a qual institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. No documento, está definido que os cursos de formação garantam nos currículos

> [...] conteúdos específicos da respectiva área de conhecimento ou interdisciplinares, seus fundamentos e metodologias, bem como conteúdos relacionados aos fundamentos da educação, formação na área de políticas públicas e gestão da educação, seus fundamentos e metodologias, direitos humanos, diversidades étnico-racial, de gênero, sexual, religiosa, de faixa geracional, Língua Brasileira de Sinais (Libras), educação especial e direitos educacionais de adolescentes e jovens em cumprimento de medidas socioeducativas (BRASIL, 2015, p. 11).

O documento ainda estabelece que os cursos devem garantir aos seus discentes, a relação entre teoria e prática de modo que sejam fornecidos elementos essenciais para o desenvolvimento dos conhecimentos e habilidades necessários à prática docente. Diante do exposto, espera-se que os cursos de licenciatura ofertem disciplinas pedagógicas e específicas que dialoguem entre si e que superem a formação 3+1.

Contudo, antes mesmo que todos os cursos formatassem seus respectivos Projetos Pedagógicos, nova resolução foi implementada. A Resolução N° 02/2019, a qual, para além de definir as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica, incorpora uma inovação – institui a Base Nacional

Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) (BRASIL, 2019). A formação docente passa a ter como referência, a BNCC da educação básica para assegurar as aprendizagens essenciais dos alunos, além do desenvolvimento correspondente às competências gerais da docência.

> Art. 2º A formação docente pressupõe o desenvolvimento, pelo licenciando, das competências gerais previstas na BNCC-Educação Básica, bem como das aprendizagens essenciais a serem garantidas aos estudantes, quanto aos aspectos intelectual, físico, cultural, social e emocional de sua formação, tendo como perspectiva o desenvolvimento pleno das pessoas, visando à Educação Integral (BRASIL, 2019, p. 02).

Nessa BNC-Formação, também se integram as competências específicas com respectivas habilidades, sendo diluídas em três fundamentais dimensões: conhecimento profissional; prática profissional; e engajamento profissional. A primeira dimensão refere-se à apropriação dos objetos de conhecimento para ensiná-los, como também, compreender como os alunos aprendem, reconhecendo o contexto social desses alunos e a gestão dos sistemas de ensino. A segunda, como o próprio nome indica, remete à prática, organizações praxeológicas de cada docente (planejamento, gestão da sala de aula, criatividade, postura e avaliação). A terceira corresponde ao compromisso e ética profissional, respeitando a coletividade e a diversidade do contexto escolar (BRASIL, 2019).

A partir desse novo contexto, é esperado que no Projeto Pedagógico dos cursos de Licenciatura em Matemática, as disciplinas ofertadas já contemplem essas dimensões, ao menos, na dimensão de conhecimento profissional, por ser a específica da área curricular. Espera-se que, de modo ainda mais particular, tanto o conhecimento específico como o pedagógico referente à geometria espacial, sejam ofertadas disciplinas que contribuam no sentido de romper barreiras dos licenciandos, oriundas das lacunas da escolarização básica.

Em relação aos sólidos geométricos nos cursos de Licenciatura em Matemática, Ferner, Soares e Mariani (2020) ao pesquisarem em Projetos Pedagógicos desses cursos, evidenciaram uma menor prevalência da geometria espacial quando comparada às geometrias plana e analítica. Além disso, constatou-se nesses projetos, uma ênfase na abordagem axiomática dos conceitos de geometria espacial e a falta de uma abordagem didático-metodológica.

Para melhor compreendermos os principais aspectos que circundam a questão da problemática do ensino da geometria espacial, mais especificamente, dos sólidos geométricos na formação inicial do professor, buscamos conhecer o atual contexto das pesquisas realizadas no nosso país sobre essa temática. Dessa forma, apresentamos no próximo tópico, o resultado de um levantamento bibliográfico de teses, dissertações e artigos científicos que abordassem o ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos no nosso país. Da mesma forma, estes estudos também fomentaram nossas escolhas teóricas e metodológicas durante o desenvolvimento de nossa pesquisa.

2.2 REVISÃO DE LITERATURA DE ESTUDOS CORRELATOS

Inicialmente, realizamos um levantamento dos trabalhos no catálogo de Teses e Dissertações da CAPES[10], utilizando os seguintes descritores: "sólidos geométricos" OR "figuras geométricas espaciais" OR "figuras espaciais". Esse levantamento resultou em 162 trabalhos, entre teses e dissertações. Para refinar esse resultado, selecionamos as áreas de concentração referente à Educação, Ensino, Matemática e suas ramificações. Além disso, delimitamos os trabalhos a pesquisas de mestrado e doutorado acadêmicos, restando 57 trabalhos, excluindo assim, os cursos de pós-graduação profissionalizantes.

Após essa delimitação, fizemos a leitura dos resumos desses 57 textos realizando um novo filtro. Dessa vez, selecionamos apenas as pesquisas que realizaram diretamente investigações referente ao ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos, resultando em sete dissertações de mestrado.

Essas dissertações estão distribuídas em quatro das cinco regiões brasileiras: Nordeste (2), Sudeste (2), Sul (2) e Centro-oeste (1). Os estados Bahia, Paraíba, Rio de Janeiro, São Paulo e Mato Grosso do Sul tem um trabalho cada, enquanto o estado do Rio Grande do Sul tem duas dissertações, desenvolvidas na mesma instituição.

Em relação aos Programas de Pós-Graduação, identificamos o de Ensino de Ciências e Matemática (3), Educação (2), Educação Matemática para a Diversidade Cultural (1) e Ensino de Matemática (1). O programa que aparece com maior quantitativo de publicações foi criado pela CAPES, nos anos 2000. Essa área de conhecimento teve grande desenvolvimento nos anos seguintes após sua criação, passando de sete para sessenta programas de pós-graduação, com 78 cursos no final de 2009 (FIORENTINI E

[10] CAPES – Leia-se Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

LORENZATO, 2007; NARDI, 2015). O PPGECIMA/UFS é um desses programas que foi implementado em Sergipe, no ano 2008[11].

Os textos selecionados como estudos correlatos para esta pesquisa abordam os sólidos geométricos em diferentes níveis de ensino da educação básica, tendo como público participantes, alunos e professores em formação (Quadro 1).

Quadro 1. Estudos sobre sólidos geométricos (2000 – 2018)

Participantes	Autor (ano)
Alunos	Santos (2003)
	Bispo (2014)
	Silva Filho (2015)
	Gehrke (2017)
Professores que ensinam matemática em formação	Viana (2000)
	Cunha (2009)
	Nadalon (2018)

Fonte: Elaborado pela autora (fev. 2021)

Todos os trabalhos realizados com alunos da educação básica, buscaram investigar propostas para o ensino de sólidos geométricos por meio de recursos metodológicos. Já os trabalhos realizados com professores em formação se diferenciaram entre si, cujos objetivos foram:

- Avaliar o conhecimento geométrico de alunos do curso Cefam (professores em formação inicial) sobre figuras tridimensionais mais comuns (VIANA, 2000);
- Analisar de que maneira professores de matemática trabalham com a visualização de figuras espaciais através da utilização de uma metodologia de investigação e resolução de problemas (CUNHA, 2009);
- Construir um instrumento didático com o uso do *software GeoGebra 3D* com o intuito de facilitar a obtenção e a visualização de superfícies e sólidos de

[11] O Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA/UFS) foi aprovado pela CAPES em 2008, iniciando suas atividades no ano seguinte, sob a proposta de buscar a aproximação dos professores à base teórica dos estudos e pesquisas nas áreas de Ciências da Natureza e de Matemática, proporcionando importantes reflexões sobre as perspectivas de duas diferentes linhas de pesquisa – Currículo, didática e métodos de ensino das ciências naturais e matemática, a qual este trabalho está vinculado, e Ciências, cultura e saberes científicos e técnicas nas sociedades contemporâneas. É único programa de pós-graduação nessa área no estado, atualmente com a nomenclatura, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIMA/UFS. Sua finalidade é contribuir para a continuidade da formação de professores, educadores e pesquisadores capazes de entender e investigar a produção da ciência e suas formas de socialização, considerando a apropriação produtiva do conhecimento científico e tecnológico, a dinâmica social da ciência e da tecnologia e a contextualização do ensino.
Texto disponível no site do programa: https://www.sigaa.ufs.br/sigaa/public/programa/apresentacao.

revolução, como proposta de inserção desse tema na formação de professores de matemática (NADALON, 2018).

Nesse Quadro 1, as investigações realizadas com professores que ensinam matemática evidenciam um menor número de estudos para a formação docente, sendo dois (2) entre eles para a formação inicial e para a continuada, apenas um (1). Portanto, uma vez que o foco da nossa dissertação é a formação inicial do professor de matemática, sentimos a necessidade de complementar esse primeiro levantamento, realizando uma nova busca em artigos científicos.

Utilizamos o Google Acadêmico (ou *Google Scholar*)[12], no qual buscamos por artigos através do termo "sólidos geométricos" com a obrigatoriedade de ter no texto a palavra "formação" ou "professor". Assim, foram identificados pela plataforma 154 trabalhos. A partir da leitura dos resumos desses trabalhos, selecionamos apenas aqueles que, de fato, estavam relacionados à temática, restando dez (10) artigos científicos, todos do tipo relato de experiência.

Em apenas um artigo, a atividade desenvolvida e relatada foi aplicada com licenciandos de matemática em uma disciplina do curso. Os demais artigos são relatos de discentes do curso Licenciatura em Matemática com o ensino dos sólidos geométricos em turmas da educação básica. Oito desses trabalhos referem-se a atividades desenvolvidas no PIBID, enquanto um diz respeito a uma experiência desenvolvida na disciplina Estágio Supervisionado no Ensino de Matemática I[13]. No Quadro 2, apresentamos os artigos agrupados pelo público participante das atividades relatadas.

Quadro 2. Artigos agrupados de acordo com os participantes

Participantes	Autor (ano)
Alunos	Antiqueira e Oliveira (2012)
	Barbosa et al (2014)
	Giostri e Silva (2014)
	Amaral, Wrobel (2015)
	Conceição; Andrade; Borges (2017)
	Rosa; Ribeiro e Strieder (2017)

[12] https://scholar.google.com.br/

[13] A Resolução CNE/CP N° 02/2019 estabelece para a BNC-Formação, a distribuição da carga horária nos cursos de licenciatura, em três grupos. O Grupo I com 800 horas compreendendo conhecimentos científicos, educacionais e pedagógicos; o Grupo II voltado às 1.600 horas para a aprendizagem dos conteúdos específicos das áreas, componentes, unidades temáticas e objetos de conhecimento da BNCC, além do domínio pedagógico desses conteúdos, e o Grupo III, também com 800 horas de prática pedagógica, nas quais 400 horas são destinadas ao estágio supervisionado, em situação real de trabalho em escola, conforme o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de cada instituição formadora. No curso de Licenciatura Matemática – DMA/UFS, são três Estágios Supervisionados que perfazem um total de 405 horas.

	Rodrigues et al (2017)
	Marques; Fonseca e Mendes (2018)
	Silva; Martin e Beline (2014)
Professores que ensinam matemática em formação	Silva; Santos e Ibiapino (2016)

Fonte: Elaborada pela autora

Após reunirmos todos os trabalhos (dissertações de mestrado e artigos científicos), observamos que, daqueles que realizaram um trabalho de intervenção com alunos da educação básica, o maior quantitativo representava o desenvolvimento de atividades com turmas do ensino médio (7). Os trabalhos realizados com turmas do ensino fundamental, se diluem naqueles realizados com alunos dos anos iniciais (2) e com alunos dos anos finais (4). Essa realidade pode ser justificada pelo fato de a geometria espacial ser pouco abordada no Ensino Fundamental, uma vez que o foco dos professores nesse nível de ensino é o estudo da geometria plana, de acordo com Silva Filho (2015).

Os trabalhos que relatam experiências realizadas com alunos dos anos finais do ensino fundamental, quatro entre eles abordam o que se ensina sobre os sólidos geométricos. Antiqueira e Oliveira (2012), como também Amaral e Wrobel (2015), escolheram trabalhar com os sólidos de Platão. Silva, Martin e Beline (2014), como Rodrigues et al (2017), abordaram a confecção de sólidos geométricos (prismas, pirâmides, cones e cilindro) por meio de suas planificações. Nesses trabalhos, também evidenciamos que nas atividades aplicadas, os alunos eram levados a identificar e caracterizar os principais elementos (faces, vértices e arestas) dos sólidos geométricos.

Com base nas leituras dos trabalhos, elencamos dois tópicos que observamos nos trabalhos e consideramos relevantes sobre a temática investigada: O que dizem as pesquisas brasileiras sobre o ensino dos sólidos geométricos; Pesquisas sobre os processos de formação inicial de professores e sólidos geométricos.

2.2.1 O que dizem essas pesquisas sobre o ensino dos sólidos geométricos

A partir da década de 1970, o currículo brasileiro que regia o ensino da matemática nas escolas brasileiras, foi elaborado seguindo as propostas do Movimento da Matemática Moderna (MMM). De acordo com Viana (2000), esse currículo tinha como fundamento a Teoria dos Conjuntos, as estruturas matemáticas e a própria lógica interna desta disciplina. A tentativa do movimento em aproximar a Matemática escolar da Matemática "pura" (VIANA, 2000, p. 2), não levou em consideração que a proposta estava fora do alcance dos alunos, principalmente os do Ensino Fundamental.

Com isso, o MMM "começou a entrar em refluxo no mundo todo, quando seus defensores perceberam que muitos dos seus princípios eram inadequados e que muitas distorções haviam acontecido durante sua implantação" (ibidem). No Brasil, esse movimento, deixou sequelas no ensino de geometria. Dificuldades que os professores enfrentavam para ministrar os conteúdos na estrutura proposta pelo movimento, causaram um abandono da geometria nas escolas (VIANA, 2000; SANTOS; 2003).

Entretanto, deve-se ressaltar, que o fato de comentarem sobre esse abandono, não quer dizer que os programas oficiais favorecessem tal situação. Desde sempre, programas oficiais para cursos de formação de professores, como para o ensino de geometria nas escolas, prescreveram sobre o ensino de geometria. No caso dos documentos curriculares, há recomendações para o trabalho acontecer na sala de aula. Isso sempre foi reforçado, observando-se a presença dos conteúdos de geometria nos livros didáticos de matemática (LORENZATO, 1995; ALMOULOUD et al, 2004; LEME DA SILVA, 2008).

Na tentativa de mudar a realidade do contexto escolar sobre tal aspecto, novas reformas surgiram em vários países nas últimas duas décadas do século XX. Um exemplo, foi a publicação do documento "Agenda para Ação", elaborada pelo *Nacional Council of Teachers of Mathematics*[14] (NCTM) nos Estados Unidos (VIANA, 2000).

> Em 1989, o NCTM sugeriu que o ensino de geometria fosse iniciado a partir das primeiras séries, permitindo às crianças descrever, modelar, desenhar, comparar e classificar figuras planas e espaciais; reconhecer e apreciar a geometria no mundo; explorar transformações de figuras geométricas; representar e resolver problemas usando modelos geométricos. Sugeria ainda que o desenvolvimento de ideias [*sic*] geométricas se processasse conforme uma hierarquia de níveis, onde primeiro o aluno reconhecesse figuras totais, depois analisasse propriedades, relacionasse as propriedades e fizesse deduções simples (VIANA, 2000, p. 3).

No Brasil, em 1997, a Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação e do Desporto divulgou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Segundo Viana (2000), a proposta do ensino de geometria nesse documento, assim como, na proposta do NCTM, não priorizava definições e cálculos, preocupavam-se com o raciocínio geométrico dos alunos. Consequentemente, recomendavam que o processo de

[14] Em português: Conselho Nacional de Professores de Matemática.

ensino dos conteúdos geométricos iniciasse com as propriedades do espaço físico e com o reconhecimento das formas presentes nos objetos do cotidiano, ou seja, pela geometria espacial. Em outras palavras com mais especificidade, o reconhecimento de sólidos geométricos presentes em situações do cotidiano dos alunos.

Viana (2000) observou nessas propostas uma preocupação com a organização dos conteúdos. De acordo com a pesquisadora, ao iniciar o estudo da geometria pela exploração das formas (tridimensionais) existentes na natureza e no cotidiano, o educador favorece uma aprendizagem significativa[15]. Visto que esse conhecimento é natural e pode servir de suporte para a formação de novos conceitos. Diferentemente dessas recomendações das propostas curriculares, Santos (2003) observou que nos primeiros anos do século XXI, o ensino da geometria no nosso país era organizado de modo que o estudo das figuras planas antecedia ao estudo dos sólidos.

De acordo com Bispo (2014), o estudo da geometria espacial é um dos objetos matemáticos que deve permear a vida dos estudantes, desde o seu primeiro contato com a escola, nos anos iniciais do ensino fundamental até o ensino médio. Silva filho (2015) corrobora com este pensar, ao afirmar que o estudo da geometria espacial é importante para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos. Contudo, esse segundo autor percebeu, a partir de sua própria experiência, que a geometria plana estava muito mais presentes nas aulas de matemática. Isso porque, os conteúdos da geometria espacial e outros conteúdos geométricos muitas vezes eram deixados para serem ensinados no final do ano letivo, se houvesse tempo letivo.

Quando os conteúdos da geometria espacial são ministrados, "quase sempre são utilizados desenhos em livros ou na lousa, dificultando assim a percepção da terceira dimensão" (SILVA FILHO, 2015, p. 45). Quer dizer, a representação plana para objetos espaciais apresenta algumas limitações. Parzysz (1988 apud Cunha, 2009) declara que quando representamos uma figura tridimensional, por meio de um desenho em segunda dimensão, necessariamente, haverá uma perda de informação.

Com isso, para a aprendizagem da geometria espacial deve-se garantir ao aluno o acesso a diferentes representações (imagens concretas, simbólicas e abstratas), de modo a favorecer um "estudo mais heurístico e rico em significado matemático" (CUNHA, 2009, p. 21). As representações visuais têm um papel essencial na compreensão dos

[15] "Entende-se que aprendizagem significativa seja aquela onde o conhecimento novo possa se relacionar com outros já existentes na estrutura cognitiva" (VIANA, 2000, p. 5).

alunos, pois ao desenvolver a capacidade de visualização, a aprendizagem da geometria se torna mais plena. Assim, ao basear-se em Arcavi (2003), Cunha (2009) explica que

> [...] a visualização possui um poderoso papel complementar no aprendizado porque dá suporte e ilustra resultados essencialmente simbólicos (e possivelmente promove uma prova de que os resultados estão propriamente corretos), por ser um provável caminho de resolução de conflitos entre soluções simbólicas (corretas) e intuições (incorretas) (CUNHA, 2009, p. 20).

Giostri e Silva (2014) explicam que a visualização, se trabalhada de maneira adequada, possibilita uma variedade de inferências no processo de ensino e aprendizagem. Por isso, é importante que o professor ao ensinar a geometria espacial saiba promover a visualização das figuras tridimensionais, tanto no plano como no espaço, para uma melhor aprendizagem do conteúdo, por parte de seus alunos.

Apesar da visualização ter grande relevância no ensino dos conteúdos da geometria espacial, na realidade, os alunos demonstram ter dificuldade nessa questão. Em um estudo realizado com 1763 alunos (10% do total de alunos inscritos na rede municipal do Rio de Janeiro), foi detectada a deficiência em questões que envolviam visualização de figuras espaciais. Nesse estudo, os pesquisadores evidenciaram que os alunos confundiam a figura real com sua representação (CUNHA, 2009).

Bispo (2014) ainda pontua outra dificuldade apresentada pelos alunos, em relação à aprendizagem da geometria espacial. O pesquisador declara que nos estudantes, lhes falta competências e habilidades para a interpretação de situações problemas do cotidiano e para construção de objetos em três dimensões no espaço bidimensional em perspectiva. Para minimizar essas dificuldades e contribuir com esse ensino, recomenda-se o uso de metodologias e recursos didáticos.

Nadalon (2018) acredita que o método tradicional de ensino[16] não possibilita ao aluno desenvolver, em sua totalidade, a habilidade de visualização, principalmente, no que diz respeito aos sólidos tridimensionais. Nesse sentido, Cunha (2009) defende o uso de materiais manipulativos no ensino da geometria espacial considerando que, ao preservar a estrutura tridimensional dos objetos, favorece a aprendizagem de propriedades relacionadas a esses objetos.

---

[16] Esse método é aqui entendido, como o trabalho do professor focado na sua explicação, exemplificação dos conceitos e posterior aplicação, quando possível. Na maioria das aulas, o trabalho é centrado na figura do professor. Ele fala, ele questiona, ele responde. Os alunos copiam e reproduzem o que lhe é ensinado.

Lorenzato (2009 apud AMARAL; WROBEL, 2015, p. 3) afirma que "esses materiais devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído". Nesse sentido,

> […] a utilização de objetos manipulativos é uma abordagem diferenciada que instiga o aluno a trabalhar colaborativamente, mas que exige mudanças nas posturas de professores e alunos. Vale ressaltar que o professor não se pode restringir ao uso de objetos manipulativos, pois estes apresentam limites; mas, também, não deve deixar de utilizá-los, visto que eles auxiliam no desenvolvimento da intuição, da comparação, da formulação de hipóteses, da elaboração de estratégias e de sua análise, bem como na resolução propriamente dita [...] (GOMES et. al, 2008, p.145 apud GIOSTRI; SILVA, 2014, p. 52).

Em outras palavras, o uso de materiais manipuláveis no ensino apresenta diversas contribuições. Entretanto, faz-se necessário que o professor esteja atento quanto ao seu uso, pois, há limitações como qualquer outro recurso metodológico. Dentre os benefícios de utilizar esses materiais, Antiqueira e Oliveira (2012, p. 2) citam sobre a contribuição para uma aprendizagem significativa.

Mais especificamente, em relação ao estudo dos sólidos geométricos, verificamos a relevância de trabalhar a manipulação de objetos com o intuito de explorar suas características. Dos artigos de relato de experiência encontrados, apenas um não utilizou esse recurso metodológico para auxiliar no ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos. Os que utilizaram foram unânimes na escolha da atividade: construção/confecção dos sólidos geométricos.

Giostri e Silva (2014) consideram importante o desenvolvimento de atividades para construção dos sólidos geométricos, pois os alunos podem fazer inferências sobre suas construções. Além disso, a construção dos sólidos também permite a visualização de protótipos que contribuem na aprendizagem dos conceitos envolvidos. As autoras explicam que estudar a geometria espacial por intermédio do material manipulável possibilita a visualização da dimensão tridimensional dos sólidos construídos, diferentemente da representação dos sólidos em livros didáticos e desenhos do quadro, nos quais, só é possível observá-los em duas dimensões.

Segundo Nadalon (2018), os objetos manipuláveis são um bom recurso para o desenvolvimento da visualização tridimensional. Entretanto, os *softwares* para geometria com recurso de 3D também podem incentivar a aprendizagem e compreensão de objetos no espaço. A utilização de um ambiente computacional de aprendizagem, minimiza a complexidade existente em algumas tarefas relacionadas ao estudo dos sólidos (BISPO, 2014).

Atualmente, há diversas opções de *softwares* de Geometria Dinâmica, como por exemplo, *GeoGebra*, *Cabri 3D*, Régua e Compasso, *Maple*, *Poly Pro*, entre outros. Esses *softwares* facilitam "o processo de construção das figuras geométricas e mobilização das propriedades correspondentes contribuindo, por conseguinte, na formulação dos conceitos matemáticos mais abstratos" (BISPO, 2014, p. 26).

Para Nadalon (2018), o uso das tecnologias é um recurso mais atrativo para o estudo da geometria espacial, visto que os próprios alunos estão cada vez mais envolvidos com os instrumentos digitais. O pesquisador explica que

> [...] as tecnologias adentraram praticamente em quase todos os campos da vida moderna, não sendo diferente em relação à educação, a sua aplicação no ensino é capaz de proporcionar recursos de comunicação e inovações no pensar e no aprender, conduzindo o aluno a não ser mais um mero receptor passivo de informações, mas um sujeito autor, no sentido de produzir também informações, exercitando, inclusive, o seu direito à comunicação. Verifica-se que o aluno passa a ser direcionado a ter habilidades críticas, ou seja, tornou-se um sujeito reflexivo (NADALON, 2018, p. 21)

Entretanto, assim como para o uso dos materiais manipuláveis, para que haja um bom aproveitamento dos recursos tecnológicos, as atividades exigem do professor uma nova postura – a de mediador que tenha pleno domínio das ferramentas do ambiente computacional em questão. Mas, será que o professor está preparado para proporcionar um ensino sobre os sólidos geométricos como propõem as pesquisas acadêmicas e os documentos curriculares? Como os futuros professores de matemática são formados pelos cursos de Licenciatura? Baseadas nessas indagações, buscamos explanar no próximo tópico, o que as pesquisas revelam sobre os processos de formação inicial dos professores de matemática perante o ensino dos sólidos geométricos.

2.2.2 Pesquisas sobre os processos de formação inicial de professores e sólidos geométricos

A geometria, mais especificamente a Geometria Espacial, é um dos assuntos que os licenciandos em matemática apresentam bastante dificuldade na compreensão dos conceitos e aplicações, no início do curso. Essas dificuldades acompanham os licenciandos desde o ensino básico até o ensino superior (SILVA; SANTOS; IBIAPINO, 2016).

Ao chegarem na licenciatura em matemática, os discentes muitas vezes se deparam com um curso, cujo grande foco são as matérias de Cálculo, enquanto as disciplinas de Geometria não recebem a devida importância e por vezes ficam em segundo plano (LEIVAS, 2009 apud NADALON, 2018). Com isso, os professores de matemática saem do curso de formação com frágil conhecimento didático-pedagógico em relação aos conceitos geométricos.

Dessa forma, verifica-se que muitos professores se sentem inseguros para ensinar tais conteúdos e "preferem ensinar outros campos, como números e operações, e lecionar apenas algumas 'pinceladas' de geometria no final do ano letivo" (SOARES, 2009, p. 11 apud SILVA FILHO, 2015, p. 17). Diante dessa realidade, Nadalon (2018) acredita que seja necessária uma reformulação na estrutura curricular dos cursos de formação inicial dos professores de matemática, para que haja uma "interdisciplinaridade"[17] entre os conhecimentos matemáticos, sem haver protagonismo para determinadas disciplinas.

Com o objetivo de contribuir para o aperfeiçoamento da formação de docentes em nível superior, o MEC instituiu o PIBID, tendo lançado o primeiro edital em 2007. O programa também tem por finalidade a melhoria de qualidade da educação básica pública brasileira. Nesse sentido, Marques, Fonseca e Mendes (2018), bolsistas do PIBID, observaram a importância do programa para as escolas parceiras, uma vez que os licenciandos tem a oportunidade de levar para sala de aula novas metodologias de ensino, práticas inovadoras e interdisciplinares, na tentativa de superar problemas quanto ao ensino de determinado conteúdo.

Em outras palavras, o programa proporciona uma atualização nas propostas de ensino discutidas no curso de licenciatura, como podemos ver no artigo de Giostri e Silva (2014). O artigo foi escrito por uma bolsista e sua coordenadora no programa. O objetivo das autoras foi de apresentar o desenvolvimento e reflexões acerca de uma sequência de atividades de construção de sólidos geométricos realizada com alunos dos 2º e 3° anos do

---

[17] Para explicar a interdisciplinaridade entre os conhecimentos matemáticos, o autor se baseia na ideia apresentada por Leivas (2009, p. 239 apud NADALON, 2018, p. 17), em sua tese de doutorado: "pareceme estar clara a ideia de que uma renovação ou inovação dos currículos da formação de professores de matemática é urgente e há de se cogitar da utilização de uma interdisciplinaridade dos saberes que permeiam as diversas disciplinas que compõem as grades curriculares dos cursos. Não estou pensando aqui na interdisciplinaridade como aquela realizada entre áreas do conhecimento distintas como Física – Química – Matemática, por exemplo. Trata-se de explicitar uma interdisciplinaridade, entre disciplinas matemáticas". Isso nos remete a entender que é articular os diferentes campos matemáticos nas aulas de matemática da educação básica.

ensino médio de uma escola parceira do programa. A sequência consistia na construção de esqueletos de sólidos utilizando diferentes materiais, tanto massinhas de modelar e palitos de dente como canudos de refrigerante e fio de nylon. Na sequência, os alunos construíram os sólidos utilizando papel cartão e elástico para dinheiro.

A justificativa das autoras para utilização dessa sequência deve-se ao fato da construção de esqueletos permitir que os alunos visualizem somente vértices e arestas dos sólidos. Com isso, optou-se por desenvolver a segunda atividade para que pudessem também observar as faces dos sólidos. De acordo com Giostri e Silva (2014), unir as duas atividades foi importante para os alunos perceberem as arestas, vértices e faces de diferentes maneiras.

Essa ideia dos autores, em trabalhar com a construção de sólidos geométricos com os alunos do ensino médio, surgiu por intermédio dessas experiências vivenciadas na graduação. Eles informam que a sequência de atividades foi trabalhada pela professora, coordenadora do programa, na disciplina Geometria II do curso de Licenciatura em Matemática. A professora realizou juntamente com os licenciandos do terceiro período, a construção dos esqueletos de sólidos utilizando palitos de dente e massinha de modelar; canudo e fio de nylon. A construção dos sólidos com o papel cartão foi realizada posteriormente em uma oficina.

As contribuições do PIBID não são limitadas apenas aos licenciandos e a escola, mas também, para o professor supervisor (docente das escolas públicas) e para o professor coordenador de área (docente do curso de licenciatura). Os licenciandos, por intermédio do programa, vivenciam diversas experiências no ambiente escolar que favorecem sua formação inicial, tornando-a extremamente significativa. No caso do professor supervisor, o programa possibilita uma formação continuada, de modo que favorece a reflexão de seu trabalho, troca de experiências, oportunizando mudanças na sua prática em sala de aula. Para o professor coordenador, o PIBID possibilita sua aproximação com a Educação Básica (RODRIGUES et. al, 2017).

Em síntese, podemos constatar que, embora as pesquisas ainda se apresentem em um número incipiente, elas revelam o quanto se faz necessário ensinar geometria espacial (mais especificamente, os sólidos geométricos), a partir da visualização e manipulação de objetos. A manipulação de materiais contribui para uma aprendizagem pela construção/confecção, comparação, planificação das superfícies dos sólidos. São atividades em que alunos de quaisquer níveis de ensino vivenciam experiências a partir da construção de hipóteses e argumentação, bem como, pela resolução de problemas.

Como as pesquisas revelam, são benefícios que favorecem mais dinâmica ao trabalho do professor que ensina matemática e, por conseguinte, melhor compreensão da parte dos alunos, quanto aos elementos que instituem os sólidos geométricos.

Por intermédio das informações explanadas nessa revisão de literatura, confrontaremos os resultados encontrados com a prática da licencianda investigada nesta pesquisa ao ministrar sólidos geométricos em uma turma dos anos finais do ensino fundamental. Ao observamos suas aulas, verificamos o modo como dispôs e utilizou recursos metodológicos nas aulas para a representação dos sólidos geométricos e abordagem para melhor visualização por parte dos alunos da respectiva turma.

Dessa forma, ressaltamos a importância da realização desta revisão de literatura por nos possibilitar uma compreensão sobre a maneira como os sólidos geométricos são abordados na educação básica, bem como, recomendações apontadas pelas pesquisas acadêmicas para realização de seu estudo, tanto na educação básica como na formação inicial de professores de matemática. Além disso, foi possível evidenciarmos a necessidade em realizar mais pesquisas, em nível de mestrado e doutorado, sobre os sólidos geométricos e a formação inicial de professores de matemática. Nossa pesquisa soma-se a esse pequeno número de pesquisas sobre a referida temática.

A seguir, uma abordagem sobre nossos fundamentos teóricos.

3 A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

A Didática da Matemática se constituiu, segundo Almouloud (2007, p. 28), "uma área de conhecimentos em que o estudo dos fenômenos de ensino e aprendizagem é feito a partir de diversas perspectivas". Foi desenvolvida na França, inicialmente, nos anos 1970, impulsionada pelas reformas da matemática moderna e pela criação dos Institutos de Pesquisas no Ensino de Matemática (IREM). Dentre os teóricos da Didática da Matemática, Yves Chevallard desenvolveu, inicialmente, a Teoria da Transposição Didática, a qual possibilitou a abertura do viés antropológico para o quadro de análise da Didática da Matemática (ALMOULOUD, 2007; CAVALCANTE, 2018).

De acordo com Cavalcante (2018), a noção de transposição didática é constituída no fato de que, ao olharmos para a matemática como disciplina escolar, e, por conseguinte, as atividades que ocorrem na sala de aula, devemos levar em consideração a produção do saber matemático como resultado da reconstrução das práticas matemáticas. Portanto, o "saber como algo questionável e passível de transformações reclamaria uma pluralidade de facetas porque o saber matemático depende dos processos de manipulação e estes não podem ser analisados separadamente" (GASCÓN, 1998 *apud* CAVALCANTE, 2018, p. 97).

Cavalcante (2018) aponta que a ênfase no saber é um traço fundamental da abordagem antropológica na Didática da Matemática. Com base nessa perspectiva, Chevallard (1992) apresenta três diferentes saberes envolvidos e evidenciados nos processos de ensino e aprendizagem: o saber sábio, o saber a ensinar e o saber ensinado. Resumidamente, podemos dizer que o saber sábio (aquele que é produzido ao longo da história) passa pelo primeiro processo de transposição didática para se tornar um saber a ensinar (este, determinado pela noosfera[18]).

> Um objeto de conhecimento designado como saber a ensinar sofre a partir de então um conjunto de transformações adaptativas que o tornarão apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O "trabalho" que se transforma de um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino é a transposição didática (CHEVALLARD, 2005, p. 45, tradução nossa).

---

[18] Chevallard e Joshua (1982 *apud* ALMOULOUD, 2007, p. 27) chamam de noosfera, o ambiente formado pelos vários órgãos que influenciam direta ou indiretamente o ato de ensinar – "os políticos, os responsáveis pela comunicação (jornais, rádio, TV, etc.), administradores, os pais dos alunos, governos etc".

O saber a ensinar, ao qual se refere Chevallard, é apresentado nos manuais e/ou livros didáticos, nas propostas curriculares e nos planejamentos de ensino, utilizados pelos professores com o intuito de transpor, em sala de aula, o objeto de ensino em um saber ensinado. Entretanto, não é possível garantir que esse objeto chegará ao aluno da mesma forma como foi idealizado. Nesse sentido, Silva e Silva (2013) destaca a influência dos professores nessa esfera do saber e, portanto, reconhece que o saber ensinado possui características determinadas pela imagem do professor. A autora afirma que:

> [...] a ênfase a determinadas unidades do conteúdo, a maneira como o conteúdo é abordado, os exercícios e a avaliação passam necessariamente pela decisão do professor e esta depende, dentre outras coisas, da sua formação e de seu entendimento a respeito da ciência de referência, dos conteúdos de ensino e do aluno (SILVA e SILVA, 2013, p. 20).

Diante do exposto, notamos que, para o saber sábio se tornar um objeto de ensino a ser estudado pelo aluno, ele passa por dois níveis de transposição. Nesse sentido, Chevallard (1992) evidencia que o saber obtido como resultado das transposições didáticas será um saber distante de suas origens e cortado de sua produção histórica no âmbito do saber sábio.

Como consequência dessa evidência surge um vasto campo de pesquisa nomeada por Chevallard (1994) como ecologia do conhecimento didático. Segundo Almouloud (2007), essa abordagem possibilita a ampliação do campo de análise, além de permitir a investigação dos problemas existentes entre os diferentes objetos do saber a ensinar. O teórico aponta que essa questão ecológica, traz consigo, questões do tipo: “De onde vêm esses novos objetos ensinados? Como eles chegaram lá? Que inter-relações, com que outros objetos, eles ligam lá? E, também, acima de tudo: Por que eles chegaram lá?” (CHEVALLARD, 1994, p. 5, tradução nossa).

A inclusão dos saberes da ecologia para a teorização de Chevallard mostra que esses saberes não são mais exclusivos das ciências biológicas. A palavra ecologia vem do grego *oikos* e *logos*, que significa respectivamente, casa e estudo racional. Dessa forma, considerando a palavra “casa” como o ambiente de modo geral, o termo ecologia diz respeito ao estudo racional das relações existentes em torno do ambiente em que se vive, ou ainda, em torno de um ecossistema (FERNANDES; GUERRA, 2018).

Nessa perspectiva, Chevallard (1994) ainda se apropria de mais dois termos da ecologia – o habitat e o nicho. O primeiro é uma espécie de endereço, o local de residência de um organismo, enquanto o segundo diz respeito à função que esse organismo cumpre no lugar que ocupa. Segundo Fernandes e Guerra (2018), na ecologia didática, os habitats são os locais onde o objeto matemático pesquisado se encontra, o nicho é a função desse objeto de saber em certo habitat que se situa (como vive; a quem serve; e, de quem se alimenta), por fim, os ecossistemas – ambientes de ensino que comportam as práticas dos nichos em cada habitat.

Com essa primeira teorização, Chevallard posiciona o saber matemático no centro da pesquisa sobre os fenômenos didáticos. Esse enfoque é uma das características destacada por Almouloud (2007) e citada por Cavalcante (2018) como sendo uma das rupturas que remodelou a forma de compreensão dos processos de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Rupturas essas que consolidaram a Didática da Matemática como disciplina científica (CALVACANTE, 2018).

Alguns anos após a divulgação da Teoria da Transposição Didática, Chevallard constatou a insuficiência da sua teorização. O teórico constata que “um determinado saber S não vive apenas sob as três espécies identificadas pela primeira vez – aquelas do saber sábio, do saber a ensinar e do saber ensinado” (CHEVALLARD, 1994, p. 21, tradução nossa).

Chevallard (1994) ressalta ainda que a noção de saber, tido anteriormente como conceito primitivo, estaria agora articulado, de forma clara, a uma constelação de outros conceitos que estiveram frequentemente presentes, mas de forma embrionária. Esses conceitos são: noção de instituição, sujeito de uma instituição, objeto, relação institucional, relação pessoal com um objeto etc.

Diante da sua constatação, Chevallard passou a desenvolver a Teoria Antropológica do Didático (TAD) como ampliação da Teoria da Transposição Didática, com o intuito de suprir as lacunas que surgiram em sua primeira tese. Além disso, a TAD expande as possibilidades de análise dos processos de ensino e aprendizagem, por ampliar o arcabouço teórico do autor e da própria Didática da Matemática. Segundo Cavalcante (2018), essa nova teoria permite ao pesquisador analisar o “papel dos atores que compõem os sistemas didáticos e as relações estabelecidas com o saber de forma mais sistemática e dinâmica” (CALVACANTE, 2018, p. 103 e 104).

Desse contexto, Chevallard estabelece alguns conceitos fundamentais, a partir dos quais desenvolve sua nova teoria. A seguir, apresentaremos esses conceitos.

3.1 PRINCIPAIS CONCEITOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Chevallard (1998, 2018) aponta que a primeira noção fundamental é a de objeto, advinda da abordagem antropológica dessa nova teorização. O teórico explica que qualquer entidade, material ou imaterial, existente para pelo menos um indivíduo, pode ser chamado de objeto. Particularmente, “qualquer produto intencional da atividade humana, é um objeto” (CHEVALLARD, 2018, p. 4).

A segunda noção fundamental elencada por Chevallard (1998, 2018) é a de relação pessoal.

> O segundo conceito fundamental é a de relação pessoal de um indivíduo *x* com um objeto *o*, expressão daquele que designamos no sistema, denominado R(*x; o*), de todas as interações que *x* pode ter com o objeto *o* – que *x* o manipula, usa, fala em um sonho etc. CHEVALLARD, 2018, p. 4, itálicos do autor).

Se um indivíduo *x* tiver uma relação pessoal com *o* ou se sua relação pessoal com esse objeto é "não vazia", denotamos por R (*x; o*) ≠ ∅ e será dito que *o* existe para *x*. A dupla formada por um indivíduo *x* e o sistema de relações pessoais R (*x; o*), em um dado momento da história de *x*, configura a terceira noção fundamental, a de pessoa. Chevallard (2018, p. 4, itálico do autor) alerta que a “palavra pessoa, como é usada aqui, não deve iludir: *todo indivíduo é uma pessoa,* incluindo a criança, os infantes (etimologicamente, aquele que ainda não fala)”.

Portanto, na TAD, a palavra pessoa não tem o mesmo significado de indivíduo. Uma vez que a pessoa está interligada às suas relações pessoais com os objetos que podem evoluir no decorrer do tempo, ou seja, os objetos podem deixar de existir, serem criados e sofrer mudanças. Nesse contexto, indivíduo é invariante, o que muda é a pessoa. (CHEVALLARD, 1998, 2018).

Para dar continuidade à discussão sobre as relações pessoais de um indivíduo *x* com o objeto *o*, se faz necessária a introdução da quarta noção fundamental da TAD, a de instituição.

> Uma instituição *I* é um dispositivo social "total", que certamente pode ter uma extensão reduzida no espaço social (existem "micro instituições"), mas que permite – e impõe – a seus sujeitos, isto é, às pessoas x, que passam a ocupar as diferentes posições *p* oferecidas em *I*, a colocação em jogo de suas próprias maneiras de fazer e pensar (CHEVALLARD, 2002, p. 2, tradução nossa, aspas e itálico do autor).

Dessa forma, um indivíduo x ao ocupar uma determinada posição p ofertada em uma instituição I, tem a possibilidade de conhecer os objetos que vivem nessa instituição. Nesse sentido, Chevallard (2018) explica que a "relação pessoal de x a um objeto o muda – ou é criada, se não existia ainda – pelo encontro de x com o objeto o nas instituições I onde ele vive e onde x ocupa uma determinada posição p que o coloca em contato com o" (CHEVALLARD, 2018, p. 22).

Como já foi dito anteriormente, cada instituição estabelece suas próprias maneiras de fazer e pensar. Portanto, quando um objeto o existe para uma pessoa x, podemos dizer que existe a relação R(x; o) especificando a maneira como x conhece o. Essa maneira é resultante das sujeições de x em uma ou várias instituições onde o vive. Com isso, Chevallard (1998; 2018) denomina universo cognitivo de x, representado por: $UC(x) = \{(o, R(x;o))/R(x;o) \neq \emptyset\}$.

Assim como foi descrita a relação entre pessoa e objeto, Chevallard transfere para as instituições. O autor explica: "Dado um objeto o, uma instituição I, e uma posição p em I, chamamos *relação institucional* a o em posição p, e denotamos $R_I(p;\ o)$, a relação ao objeto o, que deveria ser, de maneira ideal, a dos sujeitos de I na posição p" (CHEVALLARD, 2018, p. 22, itálico do autor). Portanto, dizemos, então, que I conhece o, se existir uma posição p de I tal que $R_I(p;\ o) \neq \emptyset$. Ao seguir a mesma linha de raciocínio, Chevallard (1998, 2002, 2018) expõe o universo cognitivo da posição p de I, representado por: $U_I(p) = \{(o, R_I(p;o))/R_I(p;o) \neq \emptyset\}$.

Quando um indivíduo x tornar-se sujeito de I, na posição p, espera-se que $R(x;\ o) \cong R_I(p;o)$, de modo que $\cong$ significa "*conformidade* da relação pessoal de x à relação institucional em posição p" (CHEVALLARD, 2018, p. 22, itálico do autor). Se isso acontece, Chevallard (1998, 2002, 2018) declara que x é um bom sujeito de I na posição p.

Entretanto, se x já é uma pessoa, dotada de certo universo cognitivo UC(x), então ao se sujeitar às relações institucionais R_I(p; o), suas relações pessoais passarão por um processo de remodelagem, de forma a se assemelhar à relação institucional R_I (p; o), do contrário, x torna-se um mal sujeito de I. Consequentemente, como já comentamos anteriormente, nossas relações pessoais são fruto da história de nossas sujeições institucionais passadas e presentes (CHEVALLARD, 1998, 2002a, 2018).

Cada uma dessas instituições também dispõe de uma relação institucional com os sólidos geométricos. De forma que, cada instituição apresenta e implementa sua própria maneira de fazer e pensar sobre este objeto; sendo, então, denominada praxeologia. De acordo com o teórico, a noção de praxeologia "é o coração da TAD" (CHEVALLARD, 2018, p. 24). É por meio dela que Chevallard (1998) admite o postulado básico da TAD: "toda atividade humana realizada regularmente pode ser admitida em um modelo único, resumido aqui pela palavra praxeologia" (CHEVALLARD, 1998, p. 1, tradução nossa).

A palavra praxeologia é composta pelos termos *práxis* que significa prática e *logos* que significa razão. A escolha dessa palavra é justificada pelo teórico pelo fato de que sempre haverá um discurso mais ou menos fundamentado que explica e dá razão a qualquer prática humana, realizada no interior de uma instituição. (CHEVALLARD, 1998; 2002b). As praxeologias podem ser de dois tipos: praxeologia (ou organização) matemática e a praxeologia (ou organização) didática. Enquanto a primeira diz respeito à maneira como é possível instituir um conceito matemático, a segunda refere-se à forma como é possível estudar uma determinada organização matemática (ALMOULOUD, 2007).

As organizações matemáticas são constituídas por quatro elementos: tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria. A noção de tipo de tarefa (T) é interdependente da noção de tarefa (t) e ambas se encontram na raiz da noção de praxeologia. Uma tarefa é expressa por um verbo de ação, que por se só não caracteriza um tipo de tarefa. O verbo é denominado gênero de tarefa, necessitando de um complemento. Por exemplo, 'dividir' é um gênero de tarefa, enquanto que 'dividir um número inteiro por outro' é um tipo de tarefa. Como podemos ver o tipo de tarefa é relativamente mais preciso. Neste tipo de tarefa, podemos determinar algumas tarefas, como 'dividir 509 por 15'. (CHEVALLARD, 1998, 2009).

Com isso, sejam dadas as tarefas t do tipo T, em princípio, haverá uma maneira de realizá-las. Essa maneira é chamada por Chevallard (1998, 2018) de técnica τ, do grego *tekhnê* (como fazer). Portanto, uma praxeologia relacionada a um tipo de tarefa possui ao menos uma técnica correspondente. Um tipo de tarefa e uma técnica constituem o bloco técnico-prático da praxeologia (ou organização) matemática, denominado "saber-fazer".

Desse modo, reafirmamos: "não há *praxis* que não sejam acompanhadas de um *logos*" (CHEVALLARD, 2018, p. 24, itálico do autor). Portanto, uma técnica, empreendida para resolver uma determinada tarefa, sempre será acompanhada por um discurso racional, que justifica e valida o seu uso. A esse discurso dá-se o nome de tecnologia (θ).

Por fim, toda tecnologia necessita de uma justificação, uma vez que o discurso que justifica a técnica se apresenta com afirmações mais ou menos explícitas. Eleva-se então o nível de justificação, dessa vez em relação à tecnologia. A tecnologia da tecnologia é denominada teoria (Θ). A dupla formada pela tecnologia e pela teoria constitui o bloco tecnológico-teórico, identificado como "saber". (CHEVALLARD, 1998).

A associação e articulação entre esses dois blocos, bloco técnico-prático – [T, τ], e bloco tecnológico-teórico – $[\theta, \Theta]$, resulta na organização de tipos de tarefas. Quando organizados para um tipo de tarefa, constituem-se na estrutura praxeológica mais simples, a praxeologia (ou organização) matemática pontual. Chevallard (1998, p. 6), explica:

> Em torno de um tipo de tarefa, T, se encontra assim, em princípio, uma tripla formada por uma técnica (ao menos), τ, por uma tecnologia de τ, θ, e por uma teoria de θ, Θ. O total, indicado por $[\mathrm{T}, \tau, \theta, \Theta]$, constitui uma praxeologia pontual, onde este último qualitativo significa que se trata de uma praxeologia relativa a um único tipo de tarefas.

Em outras palavras, para cada tipo de tarefa é possível organizarmos uma praxeologia pontual, na qual obteremos um saber-fazer, justificado por um saber. A união de praxeologias pontuais resulta em praxeologias locais que giram em torno de uma mesma tecnologia. Por exemplo, considerando a tecnologia Teorema de Pitágoras, podemos citar, ao menos, dois tipos de tarefas distintas: calcular a hipotenusa de um triângulo retângulo e calcular a altura de um triângulo equilátero. Cada uma dessas tarefas constitui-se uma praxeologia pontual, apresentando suas próprias e distintas técnicas, porém, ambas, justificadas pela mesma tecnologia, o Teorema de Pitágoras. Dessa forma, essas praxeologias pontuais constituem uma praxeologia local.

Ao ter em conta o mesmo raciocínio, as praxeologias locais se reunirão em praxeologias regionais, centradas em uma mesma teoria, entretanto, com tecnologias diferentes. Isso porque "uma teoria Θ responde por várias tecnologias θ_j, das quais, cada uma justifica e faz inteligível várias técnicas τ_{ij}, correspondentes a outros tantos tipos de tarefas T_{ij}" (CHEVALLARD, 1998, p. 7). Por último, as praxeologias regionais constituirão praxeologias globais correspondentes a várias teorias.

Para o desenvolvimento das praxeologias matemáticas, Chevallard ainda apresenta os conceitos de ostensivo e não-ostensivo, os quais, segundo Almouloud (2007), são necessários para o cumprimento de toda tarefa. Os ostensivos são todos os objetos de natureza sensível e que possuem certa materialidade. Assim, na execução da atividade matemática, são os objetos manipuláveis, por exemplo, um gráfico, uma frase, símbolos, desenhos etc. Quando manipulados, os objetos ostensivos evocam ou invocam os objetos não-ostensivos que vivem no campo das ideias, que não podem ser vistos, como os conceitos e teoremas. (ALMOULOUD, 2007; KASPARY; BITTAR, 2018).

Após discorrer sobre a estrutura organizacional de um saber por intermédio das praxeologias matemáticas, Chevallard (1998) apresenta as praxeologias (ou organizações) didáticas, como respostas a perguntas do tipo: "Como estudar a questão $q = \tau_T$?" (CHEVALLARD, 1998, p. 22). Quer dizer, as organizações didáticas estruturam a maneira como será realizado o estudo das organizações matemáticas. Nesse sentido, qualquer que seja a maneira de se realizar o estudo de determinada praxeologia matemática, haverá certos tipos e situações que estarão necessariamente presentes.

Segundo Chevallard (2002c), o estabelecimento dessas organizações enfrenta restrições e condições que distorcem sua estrutura e obliteram sua função, ou seja, deformam ou suprimem sua finalidade. Nesse sentindo, M. Almeida (2017) afirma que essas condições e restrições, consideradas pela TAD, frequentemente são impostas sobre as práticas do professor, não sendo criadas por ele, independentemente de ele saber ou ignorar.

Por exemplo, um professor ao escolher uma organização didática para transpor um objeto matemático para os seus alunos, precisa fazer essa escolha respeitando o Projeto Político e Pedagógico (PPP) da instituição na qual trabalha. Isso, por sua vez, restringe sua escolha.

Outro exemplo que podemos citar é em relação à seleção dos objetos matemáticos que serão ensinados em uma determinada turma. Atualmente, no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece o currículo mínimo que deve ser ensinado para cada ano de ensino. Dessa forma, é recomendável que a escolha do professor seja sempre pautada neste documento. Todas essas instâncias que estão relacionadas e influenciam no sistema didático, determinam para Chevallard (2002c), uma ecologia que acaba distorcendo a estrutura dos objetos matemáticos e, por vezes, obscurece sua função.

Inicialmente, nessa ecologia, Chevallard (2002c) classifica cinco níveis de determinação matemática: objeto, tema, setor, domínio e disciplina. Esses são os primeiros níveis que oferecem restrições para uma organização matemática. Quando falamos de uma organização (matemática) pontual, estamos nos referindo a um tipo de tarefa. Este tipo de tarefa determina o que Chevallard (2002c) chama de **objeto de estudo**.

Por exemplo, o tipo de tarefa: nomear os sólidos geométricos. O objeto de estudo determinado pelo tipo de tarefa exposto é nomenclatura dos sólidos geométricos.

Segundo o teórico, uma organização matemática (OM) não pode ser realizada no vácuo, ou seja, os objetos de estudo estão inseridos em um nível maior de determinação, denominado por Chevallard (2002c) como **tema de estudo**. Se retomarmos ao exemplo citado pelo teórico, podemos apontar outros objetos de estudos, como classificação, elementos dos sólidos geométricos etc. Esses objetos determinam OM pontuais que são justificadas pela mesma tecnologia, nesse caso, sólidos geométricos, que assume o status de **tema de estudo** da OM local.

O tema de estudo, por sua vez, é situado em um terceiro nível de determinação. Seguindo a mesma linha de raciocínio, as OM locais se unem e constituem um OM regional, justificadas pela mesma teoria que, nessa ecologia, recebe o nome de **setor de estudo**. No nosso exemplo, o tema – sólidos geométricos – está situado no setor figuras geométricas. Por fim, a fusão desse com outros setores determinarão o **domínio de estudo** "Geometria" constituído por várias teorias que determinam uma OM global.

Essas teorias estão restritas ao último nível da determinação matemática proposta por Chevallard (2002c), a **disciplina**, neste caso, é a matemática. Após explanar os níveis de determinação, Chevallard (2002c) apresenta uma importante observação. O teórico afirma que, em geral, os professores focalizam suas aulas nos níveis de determinação de maior especificidade, objetos e temas. O que, por muitas vezes, causa uma ausência de motivação para o estudo dos tipos de tarefas propostos em sala de aula. Isso porque, o aluno não consegue situar esses tipos de tarefas nos níveis de menor especificidade, setores e domínios, níveis em que estão situadas as tarefas motivadoras das OM. Por isso que ouvimos muito os alunos nos questionarem: Para que estudamos isso?

Essa pergunta pode ser respondida apresentando os níveis mais altos de determinação matemática. Nesse sentido, Chevallard (2002c) indica que os professores poderiam apresentar no início do ano letivo, o programa de estudos da turma para seus alunos. Estaria, então, mostrando-lhes e explicando-lhes os objetos de estudo que serão abordados durante o ano. Dessa maneira, estaria situando os alunos em seus respectivos domínios de estudos.

Para constituir e se fazer cumprir esse programa de estudos, o professor ainda é influenciado e obedece aos níveis superiores da sua disciplina: pedagogia, escola e sociedade. Esses níveis estão inseridos na noosfera e referem-se a uma realidade que não é apresentada, é uma construção histórica. O nível da pedagogia oferece condições, ao tempo em que impõe restrições no âmbito do sistema escolar sobre o estudo de qualquer disciplina. Esse nível se constitui uma fronteira entre os níveis de determinação matemática e os níveis da noosfera (CHEVALLARD, 2002c).

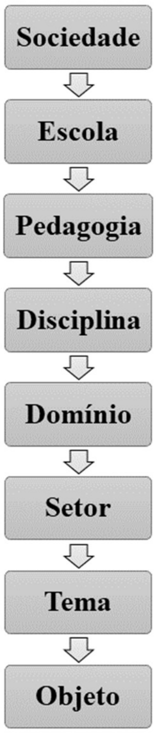
Para este nível, de acordo com C. Almeida (2018, p. 79), “fica a responsabilidade de selecionar os conteúdos que comporão cada ano de ensino escolar, definindo a sua importância e motivo de escolha”. Como exemplo, podemos citar a BNCC, documento que estabelece quais aprendizagens essenciais deverão ser desenvolvidas pelos alunos a em cada ano de ensino da educação básica, além de propor opções pedagógicas para o ensino dos objetos de conhecimento. A partir dessas escolhas, cada sistema e/ou professor sistematizam sua organização didática para ensinar tais objetos de conhecimento, no nosso caso, objetos matemáticos.

O nível seguinte, o da escola, impõe restrições e condições relativas à própria instituição educacional. “A existência da escola determina uma ecologia e uma economia da disseminação do conhecimento da sociedade” (CHEVALLARD, 2002c, p. 13, tradução nossa). Em outras palavras, nesse nível, a partir do conhecimento oriundo da sociedade, são selecionados os objetos de conhecimento que deverão ser estudados pelos alunos a cada ano escolar. Essa seleção evidencia a economia apontada por Chevallard (2002c) e a ecologia desse conhecimento.

No nível da sociedade existe “uma série de restrições que são tanto restritivas quanto ‘habilitadoras’” (CHEVALLARD, 2002c, p. 14, tradução nossa). Esse nível revela qual o papel que a escola ocupa para os cidadãos. A escola pode aparecer como uma obrigação cultural, como também, pode assumir a aparência de uma sala de operações, na qual um "portfólio de habilidades” deve ser atualizado rapidamente para atender às demandas dos diferentes mercados (CHEVALLARD, 2002c, p. 14, tradução nossa).

Após apresentação de todos os níveis, Chevallard (2002c) estrutura a escala dos níveis de codeterminação matemática e didática da seguinte maneira:

Figura 1. Escala dos níveis de codeterminação matemática e didática



Fonte: Elaborada pela autora (fev. 2021)

Com o intuito de alcançar o objetivo da nossa pesquisa, utilizamos a noção de praxeologia (didática e matemática) para modelizar a prática da licencianda investigada. Por intermédio dos níveis de codeterminação matemática didática, buscamos investigar como os sólidos geométricos se estabelecem em cada um dos níveis, no intuito de melhor compreendermos seu estudo nos anos finais do ensino fundamental.

Para o procedimento de análise das práticas docentes sob o aporte da TAD, realiza-se previamente o estudo de três dimensões do problema de pesquisa, considerado por Gascón (2011), como fundamentais. Apresentaremos no próximo tópico, essas três dimensões fundamentais, propostas por Marianna Bosch e Josep Gascón, apoiados nos estudos de Chevallard.

3.2 AS TRÊS DIMENSÕES DO PROBLEMA DIDÁTICO

Segundo Gáscon (2011), os problemas de pesquisa em Didática da Matemática (ou problemas didáticos[19]) quando enunciados e propostos no campo da TAD, admitem três dimensões básicas ou fundamentais. Essas dimensões distinguem os problemas

[19] Gáscon (2011) explica que utiliza o termo problema didático como sinônimo de problema de pesquisa em Didática da Matemática.

didáticos propostos pela TAD daqueles estabelecidos por outras teorizações e "não devem ser tomadas como propriedades obtidas a partir de uma análise a posteriori de problemas didáticos previamente definidos ou estabelecidos, mas como características definidoras e constitutivas da noção de problema didático, na visão da TAD" (GÁSCON, 2011, p. 205).

Dessa forma, não partiremos do pressuposto de que já sabemos quais são os problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem dos sólidos geométricos. Pelo contrário, partiremos do princípio epistemológico que nos possibilitará construir e expor os problemas didáticos referentes aos sólidos geométricos, com as ferramentas disponibilizadas pela TAD.

Gáscon (2011) representa o desenvolvimento do problema didático por um esquema heurístico, o qual descreve as três dimensões fundamentais P_1, P_2 e P_3, respectivamente, dimensão epistemológica, dimensão econômica e dimensão ecológica:

$$\{[(P_0 \otimes P_1) \hookrightarrow P_2] \hookrightarrow P_3\} \hookrightarrow P_\delta$$

Como comentado anteriormente, os problemas didáticos não são estabelecidos previamente, pelo contrário, são gerados e evoluem junto com a disciplina que os constrói. Dessa forma, inicialmente, um problema didático pode ser formulado provisoriamente a partir da consideração de um problema docente.

Representado no esquema heurístico como P_0, o problema docente necessita ao menos da dimensão epistemológica para ser considerado um problema didático. Nesse sentido, Gáscon (2011, p. 207, tradução nossa) explica:

> Os problemas docentes são formulados com as noções disponíveis na cultura escolar, que muitas vezes são importadas dos documentos curriculares (por exemplo, as noções de motivação, aprendizagem significativa, individualização do ensino, aquisição de um conceito, abstração ou competência).

Esses problemas, portanto, surgem das inquietações do professor quando tem que ensinar um determinado conteúdo aos seus alunos e podem ser expressos com questões do tipo: o que ensinar e como ensinar um determinado saber matemático? Entretanto, os problemas docentes admitem formulações mais específicas, que se referem, de modo geral, a algum aspecto particular do problema. Por exemplo: "Como posso motivar meus alunos, aumentar seu interesse em estudar e melhorar sua atitude em relação a uma determinada área da matemática? Ou também, como posso usar as TIC para melhorar o processo de ensino nesta área?" (GÁSCON, 2011, p. 207, tradução nossa).

No que se refere à presente pesquisa, nosso problema docente pode ser apresentado com o seguinte questionamento: O que e como temos que ensinar aos alunos dos anos finais do ensino fundamental sobre sólidos geométricos?

O símbolo $\otimes$, situado entre P_0 e P_1, representa a incompletude do problema docente e salienta a necessidade da adição da dimensão epistemológica. Nessa dimensão, considerada como central por permear e condicionar fortemente as demais dimensões, investiga-se o saber matemático antes de ser transformado em objeto de ensino. Com isso, é possível identificar as maneiras como esse saber é interpretado no sistema de ensino, bem como compreender por que está posto nesse sistema (GASCÓN, 2011). Quais são as perguntas?

Dentre os tipos de questões que integram a dimensão epistemológica, podemos citar a busca pela razão de ser do saber em pauta. De acordo com Gascón (2011), nessa busca, o pesquisador investiga quais são as perguntas, sejam elas, matemáticas ou não, às quais cada uma das áreas da atividade matemática responde. Para tanto, realiza-se um estudo histórico acerca desse saber, visando identificar sua gênese e desenvolvimento ao longo dos tempos. (FARRAS, BOSCH e GASCÓN, 2013; FIGUEROA, ALMOULOUD, 2018; MINEIRO, 2019).

Como resultado dessa dimensão, procura-se explicitar um Modelo Epistemológico de Referência (MER) que tem um carácter relativo e provisório. Nesse sentido, Farras, Bosch e Gascón (2013, p. 5, tradução nossa) explicam que "esses modelos epistemológicos que a didática da matemática constrói devem ser tomados como hipóteses de trabalho e, como tal, devem ser constantemente testados e revisados". O MER permite questionar a forma como as instituições envolvidas no problema didático interpretam o saber matemático. Além disso, é um instrumento de referência com o qual o pesquisador realiza a análise da prática docente.

O símbolo $\hookrightarrow$, não representa estritamente uma inclusão, indica que uma formulação P_{i+1} só poderá ser considerada completa se alguma formulação anterior de P_i seja desenvolvida. Por fim, P_δ é denominado problema didático e pode ser considerado como uma formulação que contém as três dimensões fundamentais do problema, as relações entre elas e algumas novas questões.

Na dimensão econômica (P_2), os questionamentos giram em torno da relação institucional com o saber investigado, de modo que seja possível identificar nas instituições envolvidas a maneira como o saber matemático está posto. Com isso, o pesquisador ao identificar como o saber matemático existe nas instituições envolvidas no processo de transposição didática, pode explicitar o Modelo Epistemológico Dominante (MED) de cada instituição. Esse modelo, de acordo com Gascón (2018, p. 50), "condiciona fortemente não apenas o tipo de atividades matemáticas que são possíveis de realizar nessa instituição em torno do campo matemático em questão, mas também as atividades didáticas correspondentes que são materializadas em um modelo docente".

Algumas das questões que fazem parte da dimensão econômica, em relação ao nosso objeto de pesquisa, são: Que ambiente institucional devemos levar em consideração para abordar o problema didático dos sólidos geométricos? Como sólidos geométricos são considerados, descritos e interpretados em cada instituição envolvida no processo de transposição didática? O que é entendido nas instituições de ensino por ensinar os sólidos geométricos? Tanto as perguntas como as respostas vinculadas à dimensão econômica dependerão do MER construído no estudo da primeira dimensão do problema didático (GÁSCON, 2011; FARRAS, BOSCH e GÁSCON, 2013).

Após o estudo das dimensões epistemológicas e econômicas, é possível realizar o estudo da dimensão ecológica do problema didático, uma vez que essa dimensão, de certa forma, inclui as anteriores. Segundo Gáscon (2011), "pode-se afirmar sob a abordagem da TAD que todo problema didático é, em certa medida, um problema de ecologia praxeológica". Em outras palavras, preocupa-se com o estudo da ecologia das praxeologias matemáticas e didáticas no âmbito institucional, levando em consideração as restrições e condições que são impostas às praxeologias em cada um dos níveis da codeterminação didática.

Dessa forma, a dimensão ecológica do problema didático resulta das questões: Por que o objeto matemático existe na instituição da maneira como existe? Quais condições seriam necessárias para modificá-la em uma determinada direção? Essas questões e suas possíveis respostas dependem mais uma vez da maneira de interpretar o saber matemático, explicitado no MER construído previamente. Com isso, observa-se novamente o papel central da dimensão epistemológica do problema (FARRAS, BOSCH e GASCÓN, 2013; FIGUEROA, ALMOULOUD, 2018).

Após o estudo das três dimensões fundamentais, é possível explicitar um novo modelo, o Modelo Praxeológico de Referência (MPR). De acordo com Gáscon (2018), o MPR caracteriza-se como uma generalização da noção de MER, coerente com a estrutura praxeológica da TAD. Esse modelo abarca "as condições e restrições da vida das sociedades humanas sob as quais as praxeologias de todos os tipos (científicos e não-científicos) vivem, migram, mudam, operam, desaparecem, renascem, etc., nas instituições humanas" (GÁSCON, 2018, p. 51).

Chaachoua e Bittar (2019) explicam que o MPR permite caracterizar e analisar praxeologias a ensinar. Uma vez que a pesquisa em didática deve ser capaz de explicar por que um determinado modelo docente dominante existe em determinada instituição didática, é desejável que um modelo de referência seja explicitado e utilizado para realizar tal explicação (GÁSCON, 2018). Sendo assim, o MPR ao ser constituído pode ser utilizado na análise de praxeologias utilizadas por professores para ensinar determinado saber, conforme realizamos na nossa pesquisa e apresentaremos na próxima seção.

Dessa forma, ao estudarmos as três dimensões do problema didático, nosso olhar para os sólidos geométricos muda de foco. Deixa de ser como professores, passando a observá-lo como objeto de investigação. Com esse novo olhar, foi possível realizarmos a análise da prática da licencianda, tomando como base os resultados obtidos pelo estudo de cada uma das três dimensões.

.

4 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Após explanarmos a teoria que fundamenta nossa pesquisa, apresentaremos nesta seção como se deu o desenvolvimento da pesquisa. Primeiramente, caracterizamos nossa pesquisa, de modo a explicar como realizamos nossa coleta e análise dos dados. Em seguida, apresentamos o estudo das três dimensões do problema didático para o caso dos sólidos geométricos. Com base nesse estudo, discorrermos a respeito da análise praxeológica adotada pela nossa participante nesta investigação.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Com o intuito de alcançarmos o objetivo de analisar as praxeologias utilizadas por professores de matemática em formação inicial para ministrar aulas sobre sólidos geométricos, nos fundamentamos no estudo das três dimensões fundamentais do problema didático apoiados pela TAD. Dessa forma, nosso primeiro encaminhamento foi realizar o estudo das referidas dimensões, de modo que fosse possível esboçar o Modelo Praxeológico de Referência (MPR).

O estudo realizado nessa primeira etapa caracteriza-se como pesquisa bibliográfica (ou ainda, histórico-bibliográfica). De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007), nesse tipo de estudo, a coleta de dados é feita com base em fichamento das leituras. Dentre as fontes de informação, esses autores citam: livros, propostas curriculares, provas, cadernos dos alunos, autobiografias, revistas, pareceres, lista de conteúdos de ensino, planejamentos, dissertações ou teses acadêmicas, diários pessoais, etc.

Dessa forma, a dimensão epistemológica do problema didático de sólidos geométricos foi estudada por meio de livros de história da matemática e outros livros elaborados em diferentes épocas, que permitiram esboçarmos nosso MER dos sólidos geométricos. Utilizamos também os documentos norteadores da educação básica, PCN e BNCC, além de livros didáticos de matemática para realizar o estudo da dimensão econômica e estruturação do MED da educação básica para o estudo dos sólidos geométricos nos anos finais do ensino fundamental. Com base nas duas primeiras dimensões e nos respectivos modelos epistemológicos desenvolvidos, exploramos a dimensão ecológica do problema didático e elaboramos o MPR, usado como instrumento de análise das praxeologias adotadas pelos residentes.

Para identificarmos essas praxeologias, acompanhamos um grupo de discentes do curso Matemática Licenciatura da UFS/SC durante sua participação no Programa Residência Pedagógica (RP). Nessa etapa, nosso trabalho constituiu-se como uma pesquisa de campo, na qual "estuda-se um único grupo ou comunidade em termos de sua estrutura social, ou seja, ressaltando a interação de seus componentes. Assim, o estudo de campo tende a utilizar muito mais técnicas de observação do que de interrogação" (GIL, 2008, p. 57). Neste tipo de pesquisa, segundo Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 106), "a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode dar-se por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste etc."

Para coleta de dados, utilizamos o diário de bordo, um "dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo" (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 118). Nele, registramos observações feitas no acompanhamento realizado junto aos residentes. Também realizamos entrevistas e aplicação de questionário para conhecermos e caracterizarmos os participantes. Além disso, ao final da participação desses discentes no RP, foram elaborados relatórios individuais, nos quais cada um deles descreviam as atividades realizadas durante o programa e no seu término. A cada final de semestre, os residentes apresentavam relatórios parciais, fechando o relatório final no término do programa, em março de 2020. Com isso, também coletamos esses relatórios para complementação dos dados.

Para o tratamento dos dados, nossa abordagem se constituiu principalmente de natureza qualitativa, numa perspectiva mais interpretativa. Uma vez que, segundo Gil (2008, p. 176), nesse tipo de abordagem, o objetivo da análise dos dados é proporcionar algum tipo de explicação e não apenas descrevê-los. Além disso, na perspectiva qualitativa, busca-se "investigar e interpretar o caso com um todo orgânico, uma unidade em ação com dinâmica própria, mas que guarda forte relação com seu entorno ou contexto sociocultural" (FIORENTINI; LORENZATO, 2007, p. 110 e 111).

4.2 CONTEXTO INSTITUCIONAL

Nossa pesquisa foi realizada no curso de licenciatura em Matemática da UFS/SC, no contexto do Programa Residência Pedagógica. Dessa forma, primeiramente apresentamos o curso com base no disposto no Projeto Político do Curso (RESOLUÇÃO

N° 150/2009/CONEPE[20]) disponibilizado no site do Departamento de Matemática[21]. Logo após, apresentaremos o referido Programa no contexto nacional, por ser um programa recente com poucas publicações sobre. Em sequência, explanaremos a respeito do grupo do Residência, no qual realizamos nossa pesquisa.

4.2.1 O curso Licenciatura em Matemática da UFS/SC

O curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Sergipe/Campus São Cristóvão é ofertado no turno vespertino e noturno com ingresso no primeiro semestre letivo. A sua carga horária é de 3.045 (três mil e quarenta e cinco) horas que equivalem a 203 (duzentos e três) créditos, dos quais 187 (cento e oitenta e sete) são obrigatórios e 16 (dezesseis) são optativos.

A estrutura curricular do curso está organizada nas seguintes categorias apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3. Organização da estrutura curricular do curso de Licenciatura em matemática da UFS

CATEGORIAS	DESCRIÇÃO
Horas de prática como componente curricular	Distribuídas nas seguintes disciplinas obrigatórias: Metodologia do Ensino da Matemática; Laboratório de Ensino de Matemática; Novas Tecnologias e o Ensino de Matemática; História da Matemática; Matemática para o Ensino Fundamental; Matemática para o Ensino Médio I; Matemática para o Ensino Médio II; Matemática para o Ensino Médio III; Prática de Pesquisa I; Prática de Pesquisa II.
Horas de estágio curricular supervisionado	Diluídas em três disciplinas (Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I, Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática II e Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática III) ofertadas a partir do início da segunda metade do curso.
Horas de aulas para os conteúdos curriculares de natureza científico-cultural	Composto por disciplinas obrigatórias específicas e disciplinas optativas, incluindo os conteúdos de Matemática, os conteúdos da Ciência da Educação e daqueles que são fontes originadoras de problemas e aplicações, como os da História, da Estatística, da Física e da Computação;
Horas para outras formas de atividades acadêmico-científico-culturais	Atividades não previstas na grade curricular do curso, cujo objetivo é proporcionar aos alunos uma participação em experiências diversificadas que contribuam para sua formação humana e profissional.

Fonte: Elaborado pela autora (abr. 2021)

[20] Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B4_ll_cqPl9OVmp5dkdpYmtmZEk/view>. Acessado em 09. maio. 2021.
[21] Disponível em: <http://www.mat.ufs.br/>. Acessado em 09. maio. 2021.

Em relação à abordagem dos sólidos geométricos no curso, buscamos no Projeto Pedagógico do Curso (PPC), as disciplinas que possibilitam o seu estudo pelos licenciandos. Dentre as disciplinas, encontramos uma disciplina obrigatória e duas disciplinas optativas.

Quadro 4. Disciplinas e ementas do curso

NATUREZA	DISCIPLINA	EMENTA
OBRIGATÓRIA	Matemática para o Ensino Médio II	Progressões. Introdução à Matemática financeira. Introdução à combinatória e as probabilidades. Tópicos de geometria euclidiana.
OPTATIVA	Tópicos de Geometria e Topologia	Tópicos em geometria euclidiana, geometria não-euclidiana e/ou topologia definidos pelo Professor.
	Desenho Técnico I	Representação no espaço e em épura de pontos, retas e planos. Posições relativas entre: ponto e reta, ponto e plano, reta e reta, reta e plano, plano e plano. Paralelismo, perpendicularismo e interseção. Métodos descritivos. Sólidos sobre planos, seccionamento de sólidos por planos. Interseção de sólidos entre si.

Fonte: Elaborada pela autora (out.2020)

A leitura do Quadro 4, nos remete a inferir que os sólidos geométricos sejam abordados na disciplina obrigatória Matemática para o Ensino Médio II, cuja ementa, prever o estudo da geometria euclidiana contemplando o estudo dos sólidos. Entre as disciplinas optativas, duas preveem o estudo dos sólidos geométricos. Em Tópicos de Geometria e Topologia, temos o estudo da geometria euclidiana mais uma vez e na disciplina Desenho Técnico I deve-se estudar os sólidos sobre planos, suas secções por planos e interseção.

Ao observarmos a grade curricular do curso, verificamos que não há uma disciplina específica para o estudo da geometria espacial. Entretanto, identificamos dentre as disciplinas obrigatórias que há uma disciplina voltada especificamente para o estudo da geometria euclidiana plana, assim como, para a geometria analítica.

A seguir, uma síntese sobre o RP e suas atividades no curso Matemática Licenciatura do Campus São Cristóvão.

4.2.2 Programa Residência Pedagógica

O Programa Residência Pedagógica (RP) é uma das ações que compõem a atual Política Nacional de Formação de Professores, instituído em 28 de fevereiro de 2018 pela

Portaria Capes Nº 38/2018. Nesta portaria, o presidente da CAPES, no seu artigo primeiro, institui

> o Programa de Residência Pedagógica com a finalidade de apoiar Instituições de Ensino Superior (IES) na implementação de projetos inovadores que estimulem a articulação entre teoria e prática nos cursos de licenciatura, conduzidos em parceria com as redes públicas de educação básica (BRASIL, 2018, p. 1).

Ainda nesta portaria, fica estabelecido que o público-alvo do RP são os alunos dos cursos de licenciatura ofertados por IES públicas e privadas sem fins lucrativos, tanto na modalidade presencial como na esfera do Sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB). O programa dispõe dos seguintes objetivos:

> I. Aperfeiçoar a formação dos discentes dos cursos de licenciatura, por meio do desenvolvimento de projetos que fortaleçam o campo da prática e que conduzam o licenciando a exercitar de forma ativa a relação entre teoria e prática profissional docente, utilizando coleta de dados e diagnóstico sobre o ensino e a aprendizagem escolar, entre outras didáticas e metodologias;
>
> II. Induzir a reformulação do estágio supervisionado nos cursos de licenciatura, tendo por base a experiência da residência pedagógica;
>
> III. Fortalecer, ampliar e consolidar a relação entre a IES e a escola, promovendo sinergia entre a entidade que forma e aquelas que receberão os egressos das licenciaturas, além de estimular o protagonismo das redes de ensino na formação de professores; e
>
> IV. Promover a adequação dos currículos e das propostas pedagógicas dos cursos de formação inicial de professores da educação básica às orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). (BRASIL, 2018, p. 1).

A implementação do RP foi estabelecida pelo Edital CAPES N° 06/2018, que objetivava a seleção das IES para, em parceria com as redes públicas de educação básica, realizassem projetos que incentivem a articulação entre teoria e prática nos cursos de licenciatura. De acordo com este Edital, a IES que tivesse seu projeto selecionado seria apoiada com a concessão de bolsas de, no máximo 18 meses, em quatro modalidades: Residente: discentes de cursos de licenciatura, com matrícula ativa e que tenham cursado ao menos 50% do curso ou que estejam cursando a partir do 5º período; Coordenador Institucional: docente da IES responsável pelo projeto de Residência Pedagógica; Docente Orientador: docente que orientará o estágio dos residentes; Preceptor: professor da escola de educação básica que acompanhará os residentes na escola-campo.

Sob orientação do docente orientador e acompanhado pelo preceptor, o residente deve realizar sua residência pedagógica na escola-campo da seguinte maneira: 60 horas destinadas à ambientação na escola; 320 horas de imersão, das quais 100 horas referem-se à regência, abrangendo o planejamento e execução de, pelo menos, uma intervenção pedagógica; e 60 horas designadas à elaboração de relatório final, avaliação e socialização de atividades; totalizando 440 horas de atividades (BRASIL, 2018a).

O RP no curso de licenciatura em matemática da UFS/SC

Com início da realização dos projetos previsto para agosto de 2018, a UFS lançou em 07 de junho de 2018, o primeiro edital (EDITAL Nº 21/2018) para seleção de licenciandos bolsistas. Foram oferecidas 840 (oitocentas e quarenta) vagas com bolsa e 208 (duzentas e oito) vagas sem bolsa para os cursos de licenciatura em Artes (Artes Visuais e Música), Biologia, Matemática, Língua Portuguesa, Língua Inglesa, Língua Espanhola, História, Geografia, Pedagogia, Física, Química e Filosofia. Foram contemplados os Campus São Cristóvão e Itabaiana, na modalidade presencial e à distância.

O subprojeto do curso de Licenciatura em Matemática da UFS no Campus São Cristóvão (modalidade presencial) instituiu dois Núcleos, coordenados por duas professoras do Departamento de Matemática (DMA/UFS). O subprojeto apresentou uma especificidade, dar ênfase ao campo geométrico, com articulação entre os demais campos matemáticos. Para tanto, as coordenadoras propuseram o estudo do modelo dos níveis de van Hiele, com o intuito de guiar o olhar dos residentes para a aprendizagem dos conceitos geométricos, de forma a subsidiar a elaboração de planos de aula.

De forma sucinta, os objetivos propostos pelas professoras para o subprojeto foram: o aperfeiçoamento da formação dos licenciandos em Matemática da UFS, por meio de atividades pedagógicas desenvolvidas com o intuito de fortalecer a articulação teoria e prática, tendo em vista a construção da identidade profissional; o fortalecimento, ampliação e consolidação da relação entre a universidade e a escola, de forma que a realização da residência pedagógica possibilite a efetivação do estágio curricular supervisionado; a orientação para a produção de planos de aula; a possibilidade da aplicação de atividades matemáticas com o uso das metodologias de ensino da matemática; e, promoção de uma formação inicial e continuada de professores sob a concepção de uma prática reflexiva (SÃO CRISTÓVÃO, 2018).

O projeto foi organizado por etapa e ações (Quadro 5). As ações foram organizadas de modo que pudessem ser realizadas de maneira simultânea ou não, de acordo com o andamento do trabalho e necessidade de cada núcleo. A estruturação das etapas buscou estabelecer momentos de integração e socialização entre os dois núcleos.

Quadro 5. Etapas e ações do RP

Etapas	Ações	Descrição
Etapa I: Momento para discussão teórica	Ação 01. Preparação dos bolsistas para a residência pedagógica	Estudos sobre as noções teóricas que nortearam o trabalho, conhecimento e discussão sobre políticas públicas vigentes (BNCC; PNLD; Diretrizes curriculares), currículo e formação docente.
	Ação 02. Formação continuada para os professores	Formação continuada aos professores preceptores, com estudo das concepções teóricas (TAD; Níveis de van Hiele; Compreensão relacional), norteando o trabalho no Plano de Atividade dos residentes.
Etapa II: Residência pedagógica	Ação 01. Momento para ambientação da escola	Realização de atividades nas escolas, por parte dos residentes, junto aos seus preceptores: reconhecer e observar a rotina escolar; analisar o PPP da escola; participar do planejamento do professor; observar aulas.
	Ação 02. Atividades por núcleo do RP-Matemática/SC	Esta ação compreendeu dois tipos de atividades: reuniões semanais e plantões. Cada Núcleo do RP-Matemática/SC realizou tais atividades com seus participantes (residentes, preceptores e respectiva orientadora).
	Ação 03. Regência de classe	Aplicação de atividades matemáticas como regime de Semirregência (100h); intervenção pedagógica com carga horária correspondente a uma unidade de ensino (200h).
	Ação 04. Ação pedagógica em cada unidade escolar	Criação de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) em cada unidade de ensino, conforme as turmas de cada professor; realização de atividades culturais no final de cada semestre[22].
	Ação 05. Formação continuada para os preceptores	Essa ação deu continuidade à etapa anterior, ocorrendo nas reuniões mensais entre preceptores e coordenadora.
Etapa III: Produção científica	Ação 01. Relatórios (parciais e final)	Produção textual, de cunho científico elaborado pelos envolvidos no grupo colaborativo [discentes bolsistas; professores preceptores e colaboradores]. As produções, de caráter optativo ao grupo, refletiram momentos de socialização e avaliação dos trabalhos realizados por todos os envolvidos. Os relatórios semestrais, foram obrigatórios para os residentes e preceptores. Quanto à avaliação, foram realizados Seminários entre RP e PIBID envolvendo todos os participantes da UFS, como forma de disseminação do conhecimento e troca de experiências.
	Ação 02. Relatos de experiência e artigos científicos	
	Ação 03. Portfólio das atividades aplicadas	
	Ação 04. Avaliação	

Fonte: Elaborado pela autora (out. 2020)

[22] Essa ação não foi realizada como previsto porque dependeu da infraestrutura de cada unidade de ensino e apoio das respectivas gestões. Houve produção de materiais juntos aos alunos das escolas e organização de Salas Ambientes, as quais, por um período do RP funcionaram como LEM.

Dentre as ações descritas no Quadro 5, vale destacar que as reuniões semanais previstas na Etapa II, corresponderam a encontros realizados em cada Núcleo, entre residentes, preceptores e respectiva orientadora de área. Nessas reuniões, eram previstas discussões referentes às leituras descritas na primeira etapa e orientações sobre o plano de trabalho dos residentes nas escolas. Entretanto, as docentes orientadoras sentiram necessidade de oferecer estudos exclusivamente para os preceptores com o intuito de prepará-lo para um melhor acompanhamento e orientação das atividades dos residentes, como também, para realização de produções de teor científico.

Os plantões pedagógicos, previstos para acontecer semanalmente, eram realizados por meio de encontros com subgrupos de 10 residentes em cada. Nesses encontros, a participação do respectivo professor preceptor era facultativa devido os horários de aula em outras unidades de ensino, mas para os residentes tinham obrigatoriedade em realizar atividades, como: elaboração de seu respectivo Plano de Atividade para a Regência em classe, organização de acervo com materiais para atividades matemáticas; elaboração de projeto de ações pedagógicas para a escola (gincana matemática, olimpíada matemática, laboratório de ensino de matemática).

Para a regência de classe, era necessário, de acordo com as orientadoras, que os residentes tivessem se apropriado das noções teóricas de base para realização de aplicações de atividades e desenvolvimento de aulas, tanto em turmas dos anos finais do ensino fundamental como do ensino médio. Para complementar as horas, os residentes também deveriam dedicar um tempo para realização de ações pedagógicas como, por exemplo, atividades com projetos, a organização de Salas Ambientes de Matemática, para funcionar como um LEM na escola.

4.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

A orientadora deste trabalho, coordenou o Núcleo 01, lócus desta pesquisa. Além da docente orientadora, este Núcleo dispôs de três professores preceptores (utilizaremos os códigos P01, P02, P03 para nos referir aos preceptores), alocados em quatro escolas da rede pública de Sergipe (utilizaremos os códigos E01, E02, E03, E04 para nos referir às escolas), visto que uma das professoras precisou complementar a carga horária em outra escola.

Quadro 6. Preceptores, escolas e turmas

Preceptores	Escolas	Turmas	
		Ensino Fundamental	Ensino Médio
P01	E01	9º ano	2º ano e 3º ano
P02	E02	7º ano	1º ano e 2º ano
P03	E03	6º ano	-
	E04	7º ano	-

Fonte: Elaborada pela autora

O Núcleo 01 foi constituído inicialmente por vinte e quatro residentes bolsistas e dois residentes voluntários distribuídos entre as turmas disponíveis. Em uma das reuniões semanais do grupo, informamos o objetivo da nossa pesquisa e que a participação de cada um deles era voluntária e anônima. Dezenove residentes permitiram a coleta de dados.

Para a realização das regências, os residentes foram agrupados em duplas segundo a disponibilidade de horário comum. Como comentado anteriormente, os residentes deveriam experenciar a regência em uma turma de ensino fundamental e médio, por isso, cada um teve dois momentos de regência, não necessariamente na mesma escola e nem com a mesma dupla. Dessa forma, passamos a acompanhar as reuniões do grupo e atividades realizadas nas escolas, daqueles residentes que informavam que ministrar aulas sobre sólidos geométricos em alguma turma dos anos finais do ensino fundamental.

Alguns alunos realizaram atividades isoladas de confecção de alguns sólidos geométricos durante suas intervenções nas aulas de matemática das escolas parceiras do programa. Entretanto, apenas uma residente efetivamente ministrou os sólidos geométricos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental na escola E03. Acompanhamos a residente, desde as reuniões que ocorreram semanalmente na universidade até as suas idas nas escolas. Sendo assim, a referida residente é a nossa participante, cujas praxeologias para ensinar sólidos geométricos foram analisadas e a partir de agora, em respeito ao anonimato de sua identidade, usaremos o pseudônimo Beatriz para identificá-la.

Beatriz ingressou no curso de Matemática Licenciatura da UFS/SC em 2016 e, portanto, quando ingressou no RP cursava seu sexto período. A residente não havia cursado nenhum dos estágios supervisionados e, por isso, sua participação no programa poderia equivaler a dois deles, um referente à regência nos anos finais do ensino fundamental e o outro correspondente ao ensino médio. Beatriz também não havia participado do PIBID e, por isso, sua primeira experiência com o ensino da matemática em turmas dos anos finais do ensino fundamental aconteceu por intermédio da sua participação no RP.

Com o objetivo de identificarmos a relação pessoal da residente com os sólidos geométricos durante sua escolarização, além da aplicação do questionário[23], solicitamos que elaborasse um diagrama (ANEXO 1) relatando sua trajetória de aprendizagem com os sólidos, desde a educação infantil até o ensino superior.

Nesses instrumentos de coleta de dados, Beatriz informou que na escola onde estudava nos anos finais do ensino de fundamental havia uma disciplina chamada Geometria. Nessa disciplina, teve a oportunidade de estudar os sólidos geométricos e experienciou preencher sólidos com areia para estudo sobre medidas de capacidade. No Ensino Médio, foi realizado um trabalho com planificações e resolução de problemas e exercícios como preparação para os vestibulares.

No curso superior, teve a oportunidade de estudar os sólidos nas disciplinas Matemática para o Ensino Médio II e Laboratório de Ensino de Matemática. Nessas disciplinas, foram abordadas maneiras de como ensinar sólidos geométricos na educação básica, desde os conceitos necessários até metodologias de ensino e recursos didáticos.

4.4 AS TRÊS DIMENSÕES DO PROBLEMA DIDÁTICO: O CASO DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Neste tópico, apresentamos o estudo das três dimensões do problema didático: dimensão epistemológica, dimensão econômica e dimensão ecológica. Com base nessas dimensões, explicitamos respectivamente um modelo epistemológico de referência (MER), dois modelos epistemológicos dominantes (MED) e um modelo praxeológico de referência (MPR) que será utilizado como instrumento de análise da praxeologia adotada pela Residente Beatriz.

4.4.1 Dimensão epistemológica do problema didático dos sólidos geométricos

Não é possível precisar a respeito da origem da matemática, uma vez que sua gênese é mais antiga que a escrita. Com isso, fazer afirmações sobre o nascimento da geometria, bem como dos sólidos geométricos é muito arriscado. Entretanto, não é

---

[23] Disponível em: <https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSccpNJl9pxHVz9UggElsjnXP2tVwc-I1ERCVjTrk6BQnoB10Q/viewform?usp=sf_link>. Acessado em: 09 de maio de 2021.

possível construir uma hipótese de surgimento antes da civilização egípcia. Acreditava-se que a geometria tinha surgido pela necessidade de fazer medidas de terras após cada inundação no vale do rio Nilo e, por isso, Heródoto afirmava que a geometria se originou no Egito. Aristóteles, por sua vez, acreditava que havia na civilização egípcia uma classe sacerdotal que, em seus lazeres, tinham encaminhado os primeiros estudos da geometria (BOYER, 2001).

Se considerarmos que a geometria se originou no Egito, os egípcios estagnaram e pouco a aproveitaram. Outros povos passaram a estudar a geometria, como os babilônicos, que trouxeram resultados geométricos significativos e os gregos, com os conhecidos Tales de Mileto, Pitágoras de Samos e Platão. A Platão, por exemplo, é atribuído os primeiros estudos sobre os sólidos regulares: tetraedro, hexaedro, icosaedro, octaedro, dodecaedro. Apesar das contribuições desses povos, é Euclides de Alexandria que ganha destaque com a publicação do livro Os Elementos, "texto de matemática mais bem sucedido de todos os tempos" (BOYER, 2001, p. 69). Essa obra foi impressa pela primeira vez em 1482, como um dos primeiros livros de matemática impressos. Segundo Tomei (2006), o livro Os Elementos é o segundo livro mais publicado, lido e comentado no mundo ocidental, perdendo apenas para a Bíblia.

Diferentemente do que se pensa, esse livro não se configura como uma coletânea de todo conhecimento geométrico. De acordo com Boyer (2001), Euclides apresenta em seu livro um texto introdutório à matemática elementar. Outro fato importante, é que não é atribuída a Euclides nenhuma descoberta nova, sendo utilizados resultados e obras de seus predecessores. "Euclides adaptou os conhecimentos matemáticos da época (...) e fez surgir daí um edifício conceitual que já serve há milênios de exemplo de Ciência bem-feita" (TOMEI, 2006, p. 13).

O livro Os Elementos foi elaborado em aproximadamente 300 a.C., constituído por treze livros, sem introdução. No primeiro livro, o autor apresenta uma lista de vinte e três definições, dentre elas, estão a definição de ponto e reta. Além desse primeiro livro, os próximos cinco livros abordam sobre a geometria plana elementar. Os Livros VII, VIII e IX retratam sobre a teoria dos números, o Livro X, os incomensuráveis e os últimos três livros apresentam principalmente a geometria espacial (BOYER, 2001; TOMEI, 2006).

No Livro XI, identificamos a definição dos sólidos: pirâmide, prisma, cone, cilindro, esfera e quatro dos sólidos regulares (cubo, octaedro, icosaedro e dodecaedro). No Livro XII, verificamos que Euclides apresenta o volume (sem citar esse nome) de pirâmides e cones em relação ao, respectivamente, prisma e cilindro. Por fim, no Livro

XIII, são apresentados os cinco sólidos regulares (tetraedro, cubo, octaedro, icosaedro e dodecaedro) com suas respectivas construções. O tetraedro é nomeado por Euclides como pirâmide, isso nos mostra o motivo pelo qual no Livro XI não ser apresentada a definição do tetraedro visto que a pirâmide já havia sido definida. É notório que as definições contidas no Livro XI servem de base para os dois últimos livros.

O método axiomático descrito por Aristóteles era indicado como um dos modos de construção de uma teoria científica (TOMEI, 2006). Euclides evidentemente ao organizar seu livro, aceitava o método descrito por Aristóteles. Com isso, o livro Os Elementos apresenta uma estrutura axiomática e por muitos séculos, foi respeitado. A versão original recebeu alguns anexos necessários, devido aos erros que eram encontrados e apontados por estudiosos.

Por muitos séculos, os estudos sobre geometria não avançaram, se resumindo à obra de Euclides. Nos livros de história da matemática é recorrente o salto existente do século III a.C. para o século XV d.C., quando é retratado o desenvolvimento da matemática na Europa (ROQUE, 2012). Nos séculos XVI e XVII, compreende-se o período conhecido como Revolução Científica, momento em que a noção de ciência ganhou uma nova conotação e ocorreu uma grande mudança no modo de fazê-la. No século XVII, denominado por H. Eves, como alvorada da matemática moderna, aconteceram algumas mudanças, dentre as quais, podemos citar a renovação da geometria.

De acordo com Roque (2012, p. 281, itálico do autor), a "geometria ainda era o principal domínio da matemática e qualquer pessoa que quisesse aprender ciência precisava começar pelos *Elementos* de Euclides". Porém, gradualmente, passou-se a compreender que a geometria deveria servir a aplicações, como por exemplo, as técnicas para construção de mapas. Com o desenvolvimento da álgebra, ocorrido nos séculos anteriores, foi disseminado um novo método para resolver problemas geométricos, o método algébrico. Nesse contexto, desenvolveu-se, nesse período, a geometria analítica, tendo como principais nomes, René Descartes (1596-1650)[24] e Pierre de Fermat (1601-1665)[25].

[24] Segundo Boyer (2001), Descartes foi um francês graduado em direito. Durante anos viajou com campanhas militares, período em que se dividia entre viagens e estudos independentes. Teve a oportunidade de encontrar com alguns dos principais sábios em várias partes da Europa. Na França, em Paris, conheceu Marin Mersenne (1588-1648) e um círculo de cientistas, o que estimulou a progredir em seus estudos.

[25] Apesar de ser um homem ocupado, teve tempo para se dedicar à literatura clássica, por prazer. Com isso, em 1629, começou a fazer importantes descobertas matemáticas (BOYER, 2001).

Além da criação desse novo ramo da matemática, Descartes apresentou uma visão científica transformada do mundo e, por isso, tornou-se o “pai da filosofia moderna” (BOYER, 2001, p. 230, aspas do autor). Em 1637, publicou o Discurso do Método, no qual buscava introduzir um novo método para interpretar a natureza. Essa obra continha três apêndices, com ilustrações de seu método filosófico geral. O apêndice intitulado *La géométrie* (Geometria) apresentou a geometria analítica aos seus contemporâneos. Seu método tinha dois objetivos:

> 1) por processos algébricos libertar a geometria e 2) dar significados às operações da álgebra por meio de interpretações geométricas. (...) Seu método em *La géométrie* consiste então em partir de um problema geométrico, traduzi-lo em linguagem de equação algébrica, e depois, tendo simplificado ao máximo a equação, resolvê-lo geometricamente, de modo semelhante ao que usava para quadráticas (BOYER, 2001, p. 233, itálico do autor).

Coincidentemente, outro pensador, obteve resultados semelhantes ao de Descarte. Fermat, em 1637, anunciou e enviou para Mersenne[26] sua Introdução aos lugares geométricos planos e sólidos, no qual expunha técnicas semelhantes para resolver problemas de lugares geométricos de modo algébrico. Fermat não era um matemático profissional, estudou direito em Toulouse, onde trabalhou no parlamento local, primeiro como advogado e depois, como conselheiro. Dessa forma, se limitou a reconstruir os lugares planos de Apolônio. Os resultados de Fermat foram publicados após sua morte e, por isso, muitos não relacionaram seu nome à criação da geometria analítica (BOYER, 2011; ROQUE, 2012).

Apesar de Descartes e Fermat perceberem que uma equação com três incógnitas representa uma superfície (princípio fundamental da geometria analítica no espaço), ambos concentraram suas produções no desenvolvimento da geometria analítica no plano. Na segunda metade do século XVII, observa-se que os efeitos da mudança provocados pelos estudos de Descartes, no trabalho com curvas, incluindo a busca de tangentes e áreas, estimulou o desenvolvimento dos métodos infinitesimais (VANZIN, 2001; BOYER, 2001).

“Pode-se dizer que enquanto o século dezessete foi o século das curvas”, [...] “o século dezoito foi o que realmente iniciou o estudo de superfícies” (BOYER, 2001, 327). Em 1728, Euler publicou artigos, nos quais apresentou as equações gerais para três

---

[26] Frade Minimita, amigo de muitos matemáticos à época, “serviu através de correspondência como centro de distribuição de informação matemática” (BOYER, 2001, p. 229).

grandes classes de superfícies: cilindros, cones e superfícies de revolução. Com isso, Euler deu a base da geometria de coordenadas no espaço. Mas, foi no ano de 1795 que a geometria analítica no espaço se materializou. Gaspard Monge (1746-1818), enquanto professor da École Polytechnique[27], se viu obrigado a escrever e imprimir suas *Feuilles d'analyse appliquée à la géometrie*[28] para ministrar um curso sobre aplicação da análise à geometria, devido ausência de material didático, à época. Esse curso, segundo Boyer (2001, p. 328), "formou o protótipo dos programas de geometria analítica no espaço".

Essa não foi a única contribuição de Monge à geometria. Entre 1794 e 1795, Monge lecionou sua geometria descritiva na *École Normale* em treze lições. As nove primeiras lições foram copiladas e publicadas como *Géométrie descriptive*[29] em 1799. De acordo com Varzin (2001), esse trabalho possibilitou o desenvolvimento da geometria analítica em três dimensões, por Monge. Nesse livro, o próprio autor, apresenta os dois objetivos principais da sua geometria:

> [...] o primeiro, fornecer os métodos para representar em uma folha de desenho que tem apenas duas dimensões, a saber, comprimento e largura, todos os corpos da natureza que têm três, comprimento, largura e profundidade, desde que, no entanto, esses corpos possam ser definidos rigorosamente.
> O segundo objetivo é dar a maneira de reconhecer, a partir de uma descrição exata, as formas dos corpos, e deles deduzir todas as verdades que resultam de sua forma e de suas respectivas posições com elementos os quais possibilitavam a representação do objeto tridimensional em duas dimensões, por meio das projeções (MONGE, 1820, p. 1).

Monge esteve envolvido com questões ligadas ao desenho arquitetônico, desde jovem. Segundo Vanzin (2001), essa pode ser a justificativa para o seu interesse pelos sistemas de projeções. Ao publicar esse livro, o matemático comparou a geometria descritiva com a álgebra, propondo que fossem trabalhadas de forma conjunta.

> Não é sem objetivo que comparamos aqui a geometria descritiva com a álgebra; essas duas ciências têm a relação mais íntima. Não há construção de Geometria Descritiva que não possa ser traduzida em Análise; e quando as questões não incluem mais do que três incógnitas, cada operação analítica pode ser considerada como a escrita de um espetáculo em geometria.
> Seria desejável que essas duas ciências fossem cultivadas juntas: a Geometria Descritiva carregaria nas operações analíticas mais

[27] Fundada em 1794, após a Revolução Francesa, dedicava-se à formação de engenheiros e cientistas (ROQUE, 2012).
[28] Em português: Folhas de análise aplicadas à geometria.
[29] Em português: Geometria descritiva.

> complicadas, a evidência que é seu caráter, e, por sua vez, a Análise carregaria na Geometria a generalidade que lhe é própria (MONGE, 1820, p. 13).

Dessa forma, Monge explicava que um mesmo problema poderia ser visualizado por duas perspectivas, algébrica e geométrica, as quais esclareciam questões que, até então, eram vistas por um único ponto de vista. De acordo com Panisson (2007), com a publicação da geometria descritiva, Monge desempenhava o papel que pode ser considerado semelhante ao que Euclides conseguiu com a divulgação de "*Os elementos*". "Ambos colocam os conhecimentos precedentes sobre suas matérias de maneira sistemática e ordenada, ao alcance do saber" (PANISSON, 2007, p. 109).

Ao trabalhar com as figuras tridimensionais, Monge não adotou a antiga classificação da geometria analítica, pelo grau das equações. O matemático optou por classificar com base no próprio conceito de superfície, estabelecendo duas classes de superfícies, por meio de geratrizes: as geradas pela reta e as geradas pela curva.

A classificação geral das superfícies geométricas não é apresentada por monge em *Géométrie descriptive*, sendo desenvolvida por ele em trabalhos anteriores. As primeiras ideias foram apresentadas em *Memoire sur les proprietés de plusieurs genres de surfaces courbes, particulierement sur celles des surfaces developpables, avec une application à la theorie des ombres et des penombres*[30], apresentada à Academia de Paris em 11 de janeiro de 1711 (PANISSON, 2007). A classificação, na sua forma final, foi publicada na sua obra *Feuilles d'analyse appliquée à la géometrie*, em 1801 (VANZIN, 2001).

A partir do momento em que Monge apresentou e classificou as superfícies geométricas, essas superfícies passaram a ser estudadas sob a ótica da geração com abordagem analítica. De acordo com Vanzin (2001), é possível afirmar que Monge foi precursor da geometria moderna, inspirando uma série de geômetras, como por exemplo Charles Dupin (1784 - 1873), responsável por contribuições à geometria diferencial e Jean Victor Poncelet (1788 - 1867), conhecido pelas suas contribuições à geometria projetiva.

Diante do exposto, observamos que os conceitos geométricos foram sendo construídos e estudados no decorrer dos tempos por diferentes estudiosos. Apesar de novos estudos serem desenvolvidos com o passar dos anos, é válido ressaltar que nenhum

[30] Em português: Memória sobre as propriedades de vários tipos de superfícies curvas, em particular sobre as superfícies reveláveis, com aplicação à teoria das sombras e penumbra.

deles anula os estudos anteriores. Cada um foi elaborado com os recursos disponíveis e com uma finalidade.

O estudo dos sólidos geométricos na geometria euclidiana tem o fim em si mesmo, ou seja, seu estudo permaneceu estático por muitos séculos. Enquanto na geometria descritiva, possibilitou o desenvolvimento da geometria analítica e diferencial, evidenciando sua potencialidade ao ser agregado à álgebra. Com isso, é possível responder a problemas algébricos por intermédio da geometria, assim como, problemas geométricos podem ser solucionados com métodos algébricos.

Para esboçarmos nosso MER, optamos por apresentarmos as definições dos sólidos geométricos e suas caracterizações[31]. Em alguns momentos, utilizaremos a definição apresentada tanto pela geometria euclidiana (descrita em "Os elementos") como descritiva (de Monge)[32], entendendo que ambas não se anulam, mas se complementam. Esses conceitos constituirão o bloco teórico-tecnológico da organização matemática do nosso modelo.

4.4.1.1 Bloco tecnológico-teórico para o MER de sólidos geométricos

A geometria euclidiana define **sólidos geométricos**[33] como: Aquele que tem comprimento, largura e profundidade. Essa definição nos remete à característica de os sólidos serem tridimensionais. Acrescida a esta definição, Euclides declarou em seu livro que: Suas **faces** são superfícies. No primeiro livro de Os Elementos, o matemático define superfície como o que tem comprimento e largura. Essa definição sugere que as superfícies têm duas dimensões e que não precisam necessariamente serem planas, uma vez que logo em seguida, Euclides apresenta a explicação de uma **superfície plana** como uma superfície que se encontra uniformemente com as linhas retas sobre si mesma.

Na geometria descritiva, **superfície** são definidas de duas maneiras complementares, a saber:

---

[31] Restringimos o estudo dos sólidos geométricos apenas à definição e caracterização dos sólidos estudados nos anos finais do ensino fundamental devido à limitação de tempo do mestrado e, mais ainda, ao atual contexto de pandemia.

[32] Em função da pandemia ocorrer em todo processo desta investigação, o acesso às bibliotecas da UFS tornou-se impossível, pelo fechamento, impossibilitando a busca por pesquisas bibliográficas referentes a Gaspard Monge e à geometria descritiva. Dessa forma, os conceitos da geometria descritiva apresentados no nosso MER, foram extraídos de quatro dissertações: Motta (2000), Panisson (2007), Varzin (2001) e Zeferino (2014).

[33] Optamos por apresentar os conceitos geométricos em negrito para dar destaque aos conceitos definidos pela geometria euclidiana e descritiva que fazem parte do nosso MER.

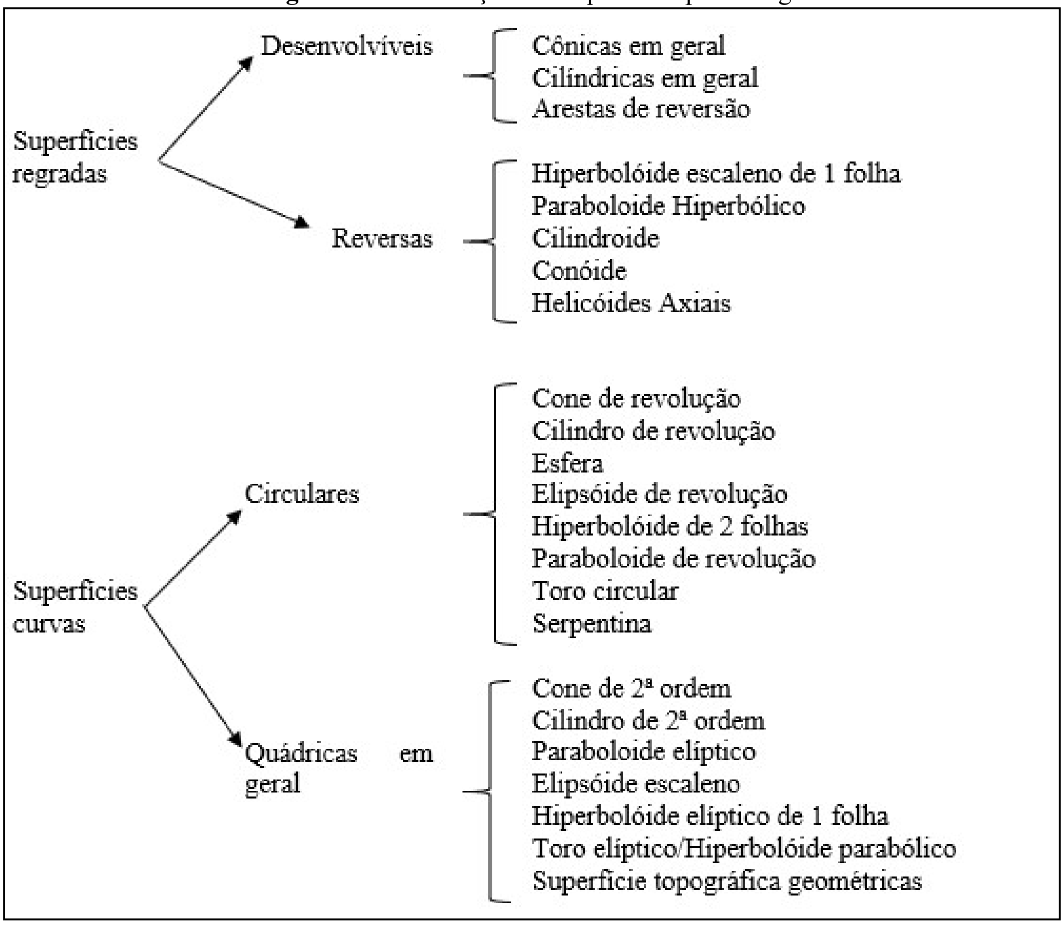
(I) é a extensão a duas dimensões, não tem realização, senão como limite da extensão a três dimensões ou volume, daí a infinidade de formas realizadas e imaginadas pelas quais ela se apresenta comumente.

(II) é a figura descrita por uma linha, reta ou curva, que se desloca, mudando muitas vezes de posição e, ao mesmo tempo, de forma e de grandeza, segundo uma lei determinada e contínua.

Na descrição anterior, podemos verificar que as superfícies podem ser de dois tipos: as que são geradas pela reta (regradas) e as geradas pela curva (curvas). Apesar de ficar claro no livro de Euclides a existência de outras superfícies, ele não as define. Dessa forma, ao informar que as faces dos sólidos são superfícies, entendemos que o matemático admite que as faces dos sólidos podem ser uma superfície de qualquer tipo.

Ainda segundo a geometria descritiva, Monge apresenta uma classificação das superfícies como veremos no quadro a seguir:

Figura 2. Classificação das superfícies por Monge

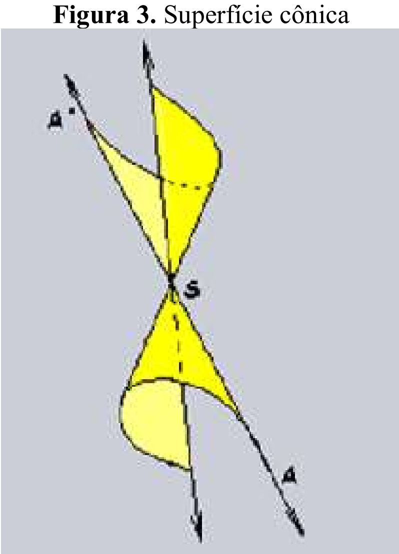


Fonte: Motta (2000), Vanzin (2001)

As **superfícies regradas desenvolvíveis** são aquelas que podem ser distendidas sobre um plano sem contração de nenhuma de suas partes, ou seja, planificáveis. Em contrapartida, as **superfícies reversas** são aquelas que não são planificáveis. Dentre as superfícies desenvolvíveis, apresentaremos as cônicas e cilíndricas.

Superfície Cônica em Geral: Gerada por uma reta, da qual duas posições infinitamente próximas da geratriz[34] estão situadas no mesmo plano e cortam-se em um ponto que é o vértice da superfície. A superfície cônica da Figura 2 foi gerada pela reta, a qual pertence ao segmento $\overline{AA'}$ que passa sempre pelo ponto S.

Figura 3. Superfície cônica

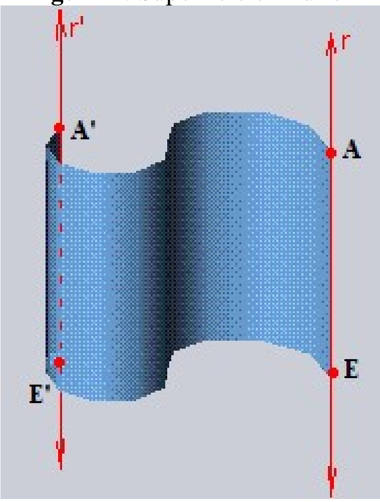


Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_14t.php

Superfície Cilíndrica em Geral: Gerada por uma reta, da qual duas posições infinitamente próximas estão no mesmo plano e são paralelas. A Figura 4 corresponde a uma superfície cilíndrica, cuja geratriz é o segmento de reta $\overline{AE}$ pertencente a reta r.

[34] Na geometria descritiva, geratriz é a linha móvel que descreve a superfície. As superfícies que admitem lei de geração são consideradas geométricas. A lei de geração é a determinação do movimento de cada forma linear sem nada deixar de arbitrário, quanto à posição e grandeza da geratriz, pela exigência de condições especiais ou peculiares à superfície descrita (MOTTA, 2000; VARZIN, 2001).

Figura 4. Superfície cilíndrica

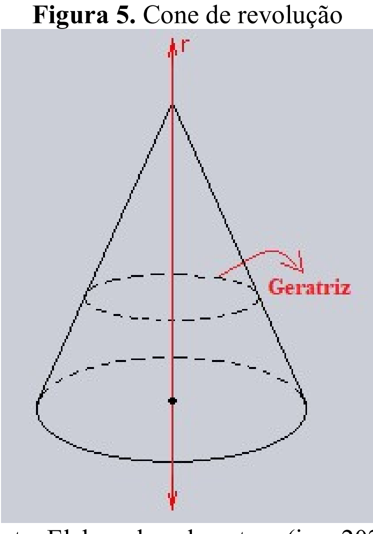


Fonte: http://www.mat.uel.br/geometrica/php/gd_t/gd_12t.php

A superfície do cone e do cilindro de revolução fazem parte das superfícies cônicas e cilíndricas descritas anteriormente. No entanto, essas superfícies também se situam entre as **superfícies curvas circulares**, que são aquelas descritas por uma circunferência. Monge, em seu livro *Géométrie descriptive*, afirmou que os cones e cilindros de revolução poderiam ser gerados de duas formas, tanto pelo movimento de uma linha reta, como pelo movimento da curva. Ao ser gerado pela curva, essas superfícies são descritas da seguinte forma:

- A superfície do **cone de revolução** é gerada pelo deslocamento de uma circunferência, cujo centro descreve uma reta perpendicular ao círculo, variando o raio da circunferência geratriz de maneira que a distância do centro ao vértice do cone esteja para o comprimento do raio numa relação constante. Neste exemplo, a geratriz conserva a sua forma primitiva, mas varia de grandeza (Figura 5).

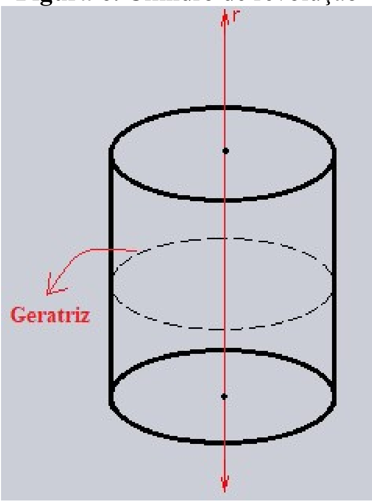
Figura 5. Cone de revolução



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

- A superfície do **cilindro de revolução** é gerada pelo deslocamento de uma circunferência de raio invariável, cujo centro descreve uma reta perpendicular ao círculo. Neste caso, a geratriz não varia nem de forma, nem de grandeza (Figura 6).

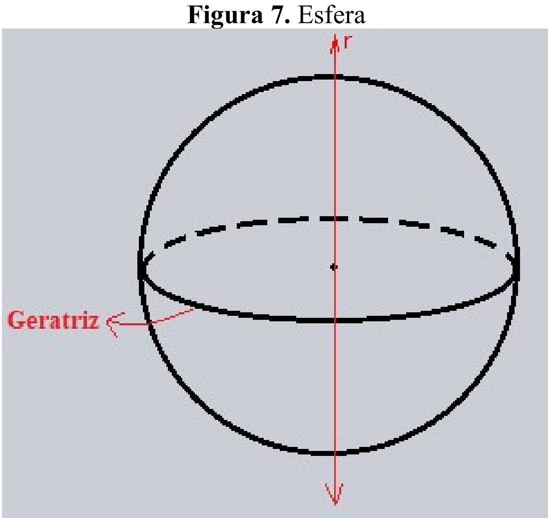
Figura 6. Cilindro de revolução



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

A superfície da **esfera**, que também é classificada como uma superfície curva circular, pode ser gerada por uma circunferência, cujo centro descreve uma reta perpendicular ao seu plano variando o raio da circunferência geratriz como as coordenadas do círculo máximo da esfera (Figura 7).

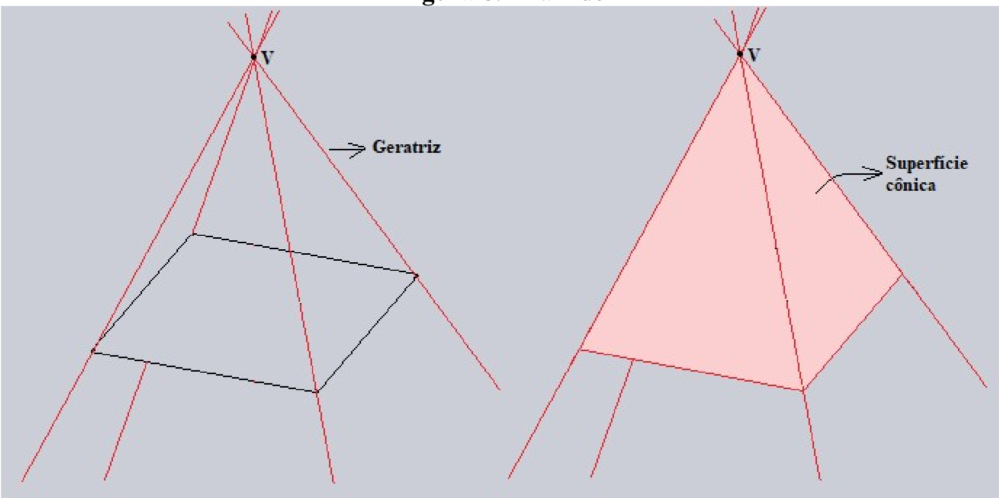
Figura 7. Esfera



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

Na geometria euclidiana, uma **pirâmide** é uma figura sólida contida em planos que é construída de um plano a um ponto. Com base nessa definição, é possível afirmar que, para a geometria descritiva, a pirâmide pode ser considerada como um sólido compreendido entre uma superfície cônica e um plano que intercepta todas as geratrizes (Figura 8).

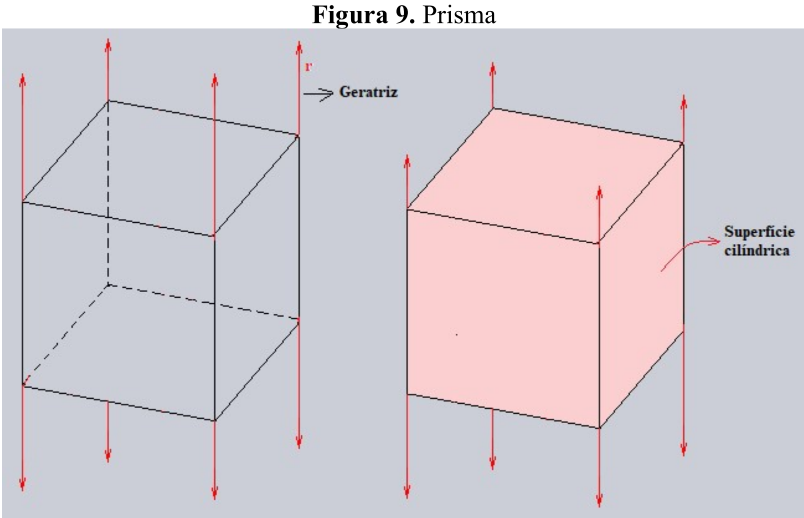
Figura 8. Pirâmide



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

O mesmo acontece com o prisma que, segundo Euclides, é uma figura sólida contida por planos; dois dos quais, a saber, aqueles que são opostos, são iguais, semelhantes e paralelos, enquanto o resto são paralelogramos. Na geometria descritiva, o referido sólido é constituído por dois planos paralelos, sendo limitado lateralmente por uma superfície cilíndrica (Figura 9).

Figura 9. Prisma

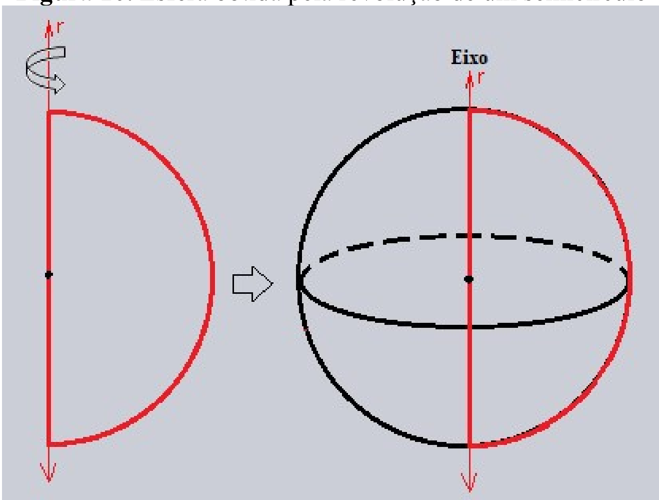


Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

A definição apresentada por Euclides para a esfera, o cone e o cilindro evidenciam sua natureza de sólido de revolução. Vejamos:

Quando um semicírculo com diâmetro fixo é transportado e restaurado novamente à mesma posição de onde começou a ser movido, a figura assim compreendida é uma **esfera** (Figura 10). O eixo da esfera é a linha reta que permanece fixa e em torno da qual o semicírculo é girado. O centro da esfera é o mesmo do semicírculo. O diâmetro da esfera é qualquer linha reta traçada pelo centro e terminada em ambas as direções pela superfície da esfera.

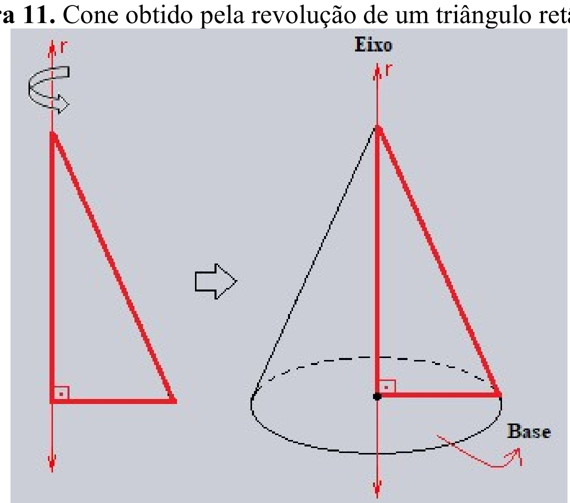
Figura 10. Esfera obtida pela revolução de um semicírculo



Fonte: Elaborada pela autora (jan.2021)

Quando um triângulo retângulo com um dos lados do ângulo reto permanece fixo, é transportado e restaurado na mesma posição de onde começou a ser movido, a figura assim compreendida é um **cone** (Figura 11). O eixo do cone é a linha reta que permanece fixa, em torno da qual, o triângulo é girado. A base é o círculo descrito pela reta em que é transportado.

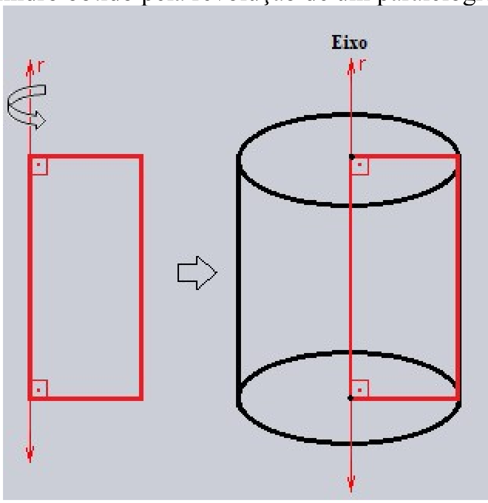
Figura 11. Cone obtido pela revolução de um triângulo retângulo



Fonte: Elaborada pela autora (jan.2021)

Quando um paralelogramo retangular com um dos lados do ângulo reto permanece fixo, é transportado e restaurado novamente à mesma posição de onde começou a ser movido, a figura assim compreendida é um **cilindro**. O eixo do cilindro é a linha reta que permanece fixa e em torno da qual o paralelogramo é girado.

Figura 12. Cilindro obtido pela revolução de um paralelogramo retangular

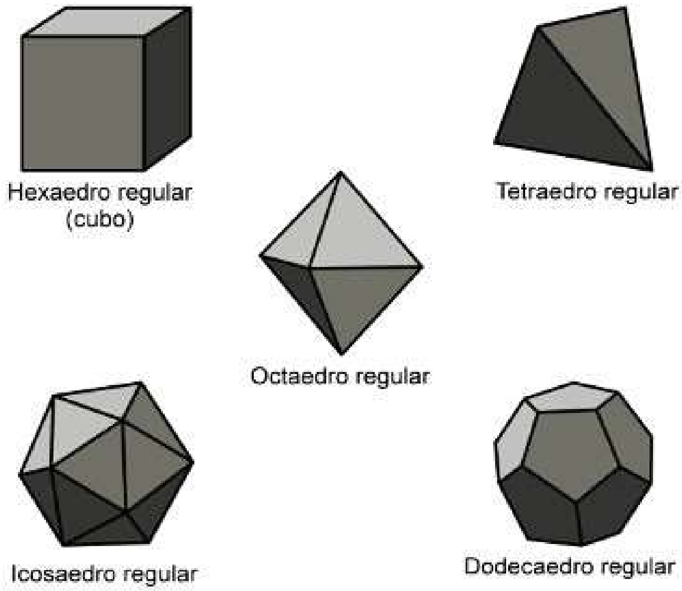


Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

Em Os Elementos, Euclides apresenta, ainda, a definição de quatro dos sólidos regulares. Como comentado anteriormente, o tetraedro não é definido por ser considerado uma pirâmide. No Livro XIII, quando Euclides apresenta a construção dos cinco sólidos de Platão, esse fato fica evidente, pois o **tetraedro** é o primeiro sólido construído, sendo chamado de pirâmide e apresentado como uma figura sólida contida por quatro triângulos iguais e equiláteros.

Os demais sólidos são definidos da seguinte maneira: Um **cubo** é uma figura sólida contida por seis quadrados iguais; um **octaedro** é uma figura sólida contida por oito triângulos iguais e equiláteros; um **icosaedro** é uma figura sólida contida por vinte triângulos iguais e equiláteros; um **dodecaedro** é uma figura sólida contida por doze pentágonos iguais, equiláteros e equiangulares.

Figura 13. Sólidos regulares



Fonte: http://profeandreiafleck.blogspot.com/2017/10/os-solidos-de-platao.html

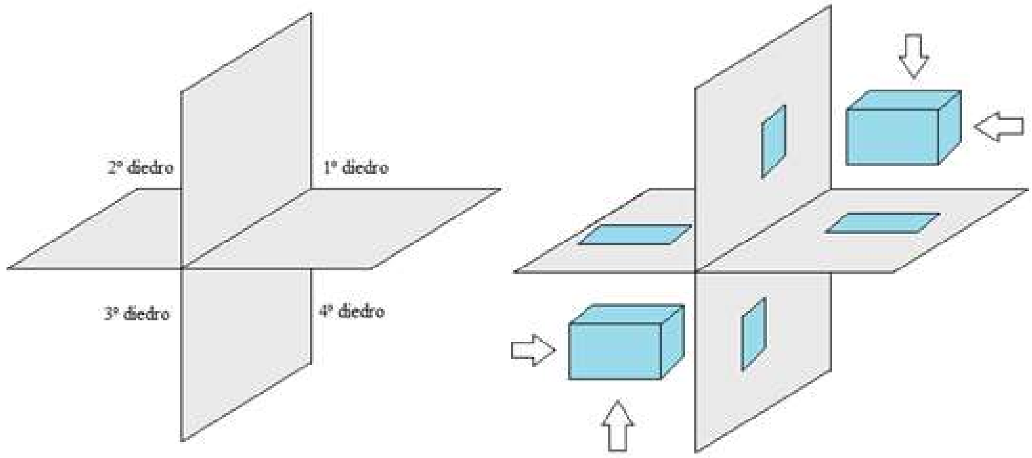
Ao definir pirâmide, prisma, esfera, cone, cilindro e os sólidos de Platão, Euclides utiliza o termo figura sólida ao invés de sólido. Com isso, ressaltamos a diferença entre esses termos, visto que uma das características de um sólido é ser maciço, enquanto que a figura diz respeito à forma exterior.

Por Euclides, não é possível estabelecer nenhum tipo de classificação entre os sólidos geométricos apresentados. Entretanto, utilizando a geometria de Monge, podemos estabelecer a classificação dos sólidos a partir das suas faces/superfícies:

- Sólidos formados apenas por faces planas: Pirâmides, prismas e sólidos de Platão
- Sólidos formados por pelo menos uma superfície curva: Cilindro, cone e esfera

Ainda com base na geometria descritiva, Monge apresenta seu método de projeção, conhecido como projeção mongeana, projeção ortográfica ou ainda projeção ortogonal. Esse método possibilita o estudo das figuras sólidas por meio da sua representação no plano e consiste na representação de objetos em dois semiplanos perpendiculares entre si.

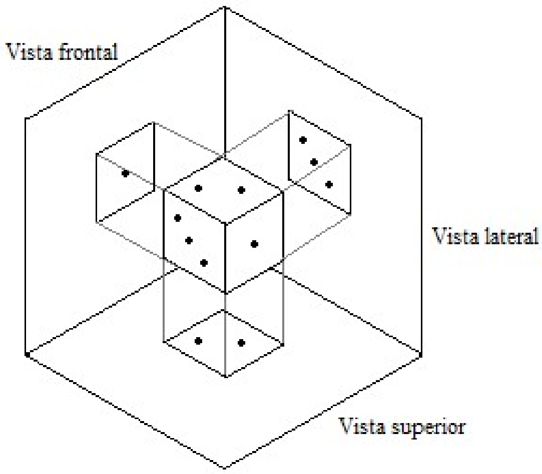
Figura 14. Representação do método de Monge



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

Devido a superposição de vistas, a maioria dos países que adotam o método de projeção de Monge, incluindo o Brasil, utilizam principalmente as projeções no 1º diedro e/ou 3º diedro[35]. Com isso, obtém-se as vistas frontal, superior e lateral do objeto, da seguinte forma:

Figura 15. Projeções no 1º diedro



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

A partir das vistas ortogonais dos sólidos identificados pelo método de Monge, é possível representarmos esses sólidos em duas dimensões sem que haja distorção da sua estrutura. Com isso, é possível realizar o estudo das figuras tridimensionais e dos elementos que o compõem.

[35] Essa informação pode ser consultada nas normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) para o desenho técnico.

Para que possamos complementar o presente estudo referente às organizações matemáticas que giram em torno dos sólidos geométricos, buscamos identificar os tipos de tarefas e técnicas que são propostas ao estudarmos o bloco tecnológico-teórico descrito anteriormente. Para tanto, investigamos as atividades presentes no livro “A Matemática do Ensino Médio”, volume 2 (LIMA et al, 2004). A razão para considerar essa obra, foi por observamos o estudo dos sólidos geométricos proposto pelos autores ter bastante proximidade com o nosso bloco tecnológico-teórico.

4.4.1.2 Bloco técnico-prático para o MER dos sólidos geométricos

O livro A Matemática do Ensino Médio, volume 2 (LIMA et al, 2004), faz parte de uma trilogia publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, com apoio do Instituto de Matemática Pura Aplicada – IMPA. Seu objetivo é abordar os temas mais importantes relativos a cada um dos anos do ensino médio, de modo a fornecer subsídios ao professor desse nível de ensino e aos estudantes de licenciatura em Matemática. O livro tem duas partes: a primeira é dedicada à Matemática Discreta e contém o estudo de Progressões, Análise Combinatória e Probabilidade. A segunda parte do livro é dedicada à Geometria Espacial. Dessa forma, analisaremos a segunda parte composta por seis capítulos.

Nesse livro, os sólidos geométricos são estudados, primeiramente, no Capítulo 07, cuja proposta é apresentar os elementos: pontos, retas e planos. Nesse capítulo, os autores expõem esses elementos e abordam o estudo das posições relativas entre retas, entre reta e plano e entre planos. Logo após, apresentam os prismas e as pirâmides, seguido de suas respectivas construções. Nesse sentido, os autores explicam:

> A maior parte dos livros didáticos para o 2º grau[36] adia a apresentação dos sólidos clássicos (prismas, pirâmides, esfera etc.) para mais tarde, quando se ensina a calcular áreas e volumes desses sólidos. Nada impede, no entanto, que eles sejam apresentados mais cedo, de modo a colaborar na fixação dos conceitos fundamentais, já que exemplos muito mais ricos de situações envolvendo pontos, retas e planos podem ser elaborados com seu auxílio (LIMA et al, 2004, p. 173).

Com isso, as primeiras tarefas (T) que identificamos nesse capítulo, com suas respectivas técnicas (t), são:

---

[36] Leia-se 2° grau como sendo, hoje, o ensino médio. Esse livro teve sua 1ª edição (1998) anteriormente às alterações da nomenclatura atual.

T_1: Construir uma pirâmide

t_1: Trace um polígono $A_1, A_2, \ldots A_n$ e um ponto V exterior ao plano do polígono; trace os segmentos de reta $\overline{VA_1}$, $\overline{VA_2}$, ... $\overline{VA_n}$.

T_2: Construir um prisma

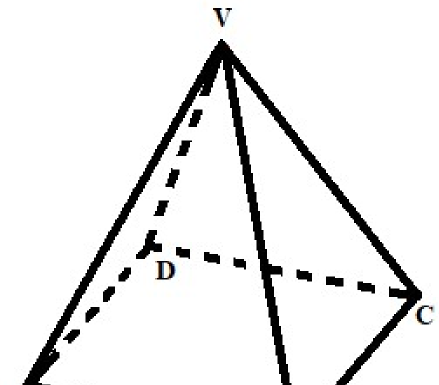
t_2: Trace um polígono $A_1, A_2, \ldots A_n$em um plano α. Escolha um ponto B_1 não pertencente a α. Por B_1 trace um plano β paralelo a α. Trace o segmento de reta $\overline{A_1B_1}$. Pelos vértices $A_2, \ldots A_n$, trace retas paralelas a A_1B_1 que cortam β nos pontos $B_2, \ldots B_n$.

Como podemos verificar, para a execução desses dois tipos de tarefas, os autores utilizam as noções de ponto, reta e plano como conceitos necessários, além do paralelismo entre retas e planos. Isto quer dizer que esses conceitos alimentam o estudo dos sólidos geométricos. Na tarefa seguinte, temos o contrário, ou seja, com base nos conhecimentos dos sólidos geométricos, explora-se as posições relativas entre dois planos, vejamos:

T_3: Identificar a interseção de α e β, onde o plano α é determinado pelas arestas laterais opostas $\overline{VA}$ e $\overline{VC}$ de uma pirâmide quadrangular de base $ABCD$ e vértice V e o plano β é determinado por $\overline{VB}$ e $\overline{VD}$ dessa mesma pirâmide.

$t_{3.1}$: Visualize a pirâmide quadrangular de base $ABCD$ e vértice V (Figura 16);

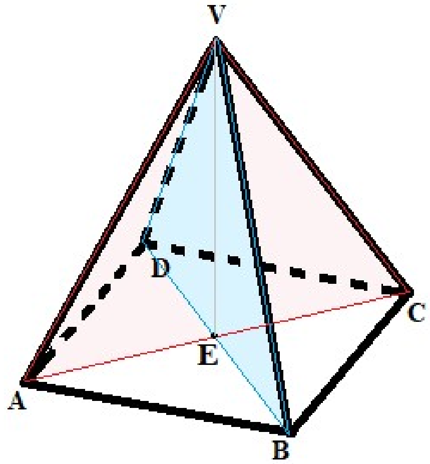
Figura 16. Pirâmide quadrangular



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

$t_{3.2}$: Identifique os planos α e β determinados pelas arestas da pirâmide, sabendo que a intersecção de dois planos é uma reta (postulado estudado no capítulo). Em seguida, identifique ao menos dois pontos pertencentes a essa reta, verificando que o ponto V é comum aos planos e que o ponto E também é. Por conseguinte, a interseção de α e β é a reta que passa pelos pontos V e E.

Figura 17. Resolução da T_3



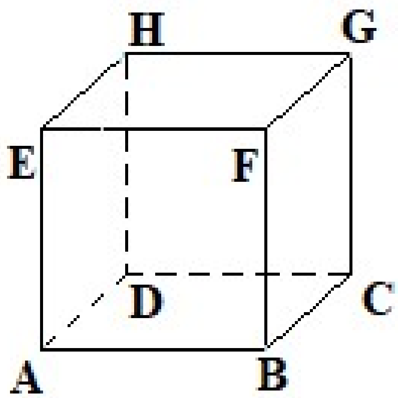
Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

No capítulo seguinte (Capítulo 08), aborda-se o perpendicularismo envolvendo retas e planos. Assim como no capítulo anterior, inicialmente, com base na exploração desses conceitos, os autores se propõem apresentar a construção dos seguintes sólidos geométricos: prisma reto, cilindro reto, pirâmide regular, tetraedro regular, octaedro regular. Posteriormente, nas atividades propostas no Capítulo 08, identificamos que a noção de perpendicularismo é explorada por meio dos sólidos geométricos, como na seguinte tarefa:

T_4: Mostrar que os planos $ABHG$ e $EFDC$ são perpendiculares, de modo que esses planos são determinados pelas arestas de um cubo $ABCDEFGH$.

$t_{4.1}$: Visualize o cubo $ABCDEFGH$ (Figura 18).

Figura 18. Representação do cubo da tarefa T_4

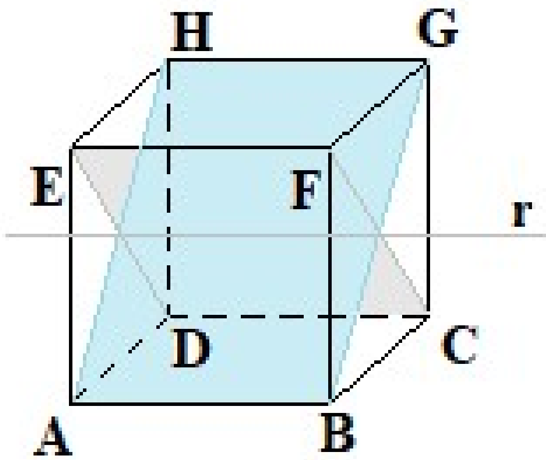


Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

$t_{4.2}$: Identifique o plano determinado por $ABHG$ e $EFDC$ e a reta de interseção r entre esses planos (Figura 19) e observe que a diagonal $\overline{BG}$ pertence ao plano $ABHG$ e que a diagonal $\overline{CF}$ pertence ao plano $EFDC$.

Desse modo, como a face $BCFG$ é um quadrado, portanto, suas diagonais $\overline{BG}$ e $\overline{CF}$ são perpendiculares entre si, logo, os planos $ABHG$ e $EFDC$ também são.

Figura 19. Resolução da tarefa T_4

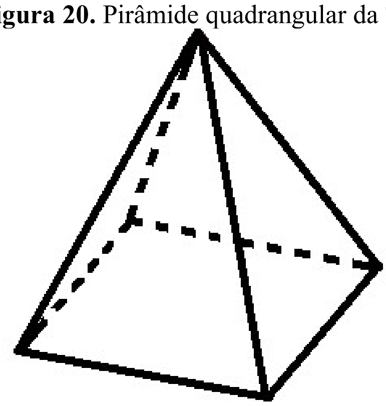


Fonte: Elaborada pela autora (jan.2021)

Ainda nesse Capítulo 08, estuda-se a projeção ortogonal de figuras espaciais e as vistas (frontal, topo e perfil) geradas por essa projeção. As tarefas propostas pelos autores para a aplicação dessas noções são de dois tipos (acompanhadas de suas respectivas técnicas):

T_5: Desenhar as vistas ortogonais do seguinte sólido:

Figura 20. Pirâmide quadrangular da T_5

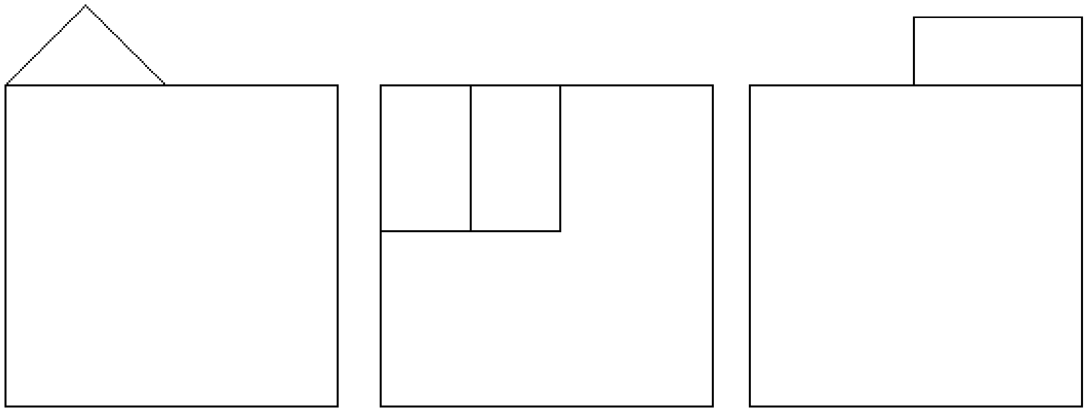


Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

$t_{5.1}$: Escolha uma das faces como frontal para esboçar a vista ortogonal das faces frontal, superior e lateral.

T_6: Desenhar um sólido cujas vistas frontal, superior e de perfil sejam as seguintes:

Figura 21. Vistas ortogonais da T_6



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

t_6: Esboce o sólido, desenhando as suas vistas.

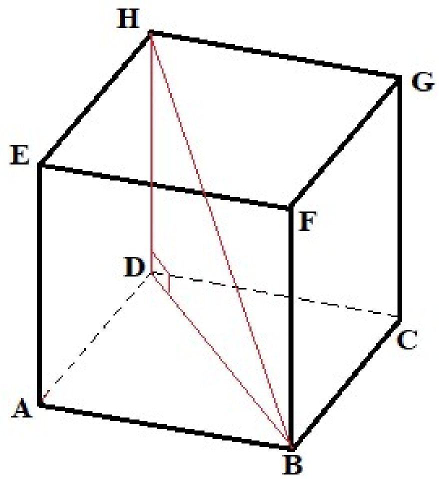
Os tipos de tarefas T_5 e T_6 complementam a organização matemática correspondente ao objeto sólidos geométricos juntamente com os tipos de tarefas, T_1 e T_2 que são correspondentes a construções dos sólidos, como visto inicialmente. Os tipos de tarefas T_3 e T_4 nos mostram que os sólidos, além de serem alimentados pelas posições relativas entre ponto, reta e plano, também podem servir de alimento. Com isso, mostramos o perpendicularismo entre os planos formados pelas diagonais das faces.

No Capítulo 09, os autores abordam sobre medida de distâncias e ângulos. Com o intuito de exemplificar o cálculo para obtenção da distância entre dois pontos, é proposto a resolução da seguinte tarefa:

T_7: Calcular a diagonal BH de um paralelepípedo $ABCDEFGH$, onde $AB = a$, $AD = b$ e $DH = c$ (Figura 22).

t_7: Observe que o triângulo BDH é retângulo e pelo Teorema de Pitágoras $BH^2 = BD^2 + DH^2 \Rightarrow BH^2 = BD^2 + c^2$; o triângulo ABD também é retângulo, com isso, temos que $BD^2 = a^2 + d^2 \Rightarrow BH^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

Figura 22. Diagonal do paralelepípedo ABCDEFGH



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

Ainda nesse Capítulo 09, estuda-se a esfera (ou superfície esférica) definida como o conjunto de pontos do espaço, cuja distância ao centro (C) é igual a uma constante R, denominada raio da esfera. Em seguida, explana-se sobre a posição de um ponto em relação a uma esfera (interior, exterior ou na superfície da esfera). As atividades propostas referentes à esfera são do tipo:

T_8: Calcular o raio da esfera circunscrita a um cubo de aresta a.

t_8: Sabe-se que as diagonais de um cubo têm o mesmo comprimento e, por isso, o ponto de intersecção das diagonais é o centro de uma esfera que passa por todos os vértices do cubo. A medida do raio (r) dessa esfera é igual a metade da diagonal (d) desse cubo, ou seja, $r = d/2$. Pela tarefa anterior, vimos que a diagonal de um paralelepípedo ao quadrado é igual a soma do quadrado do seu comprimento, largura e altura. No caso do cubo, que possui todas as dimensões iguais, $d = a\sqrt{3}$, logo $r = a\sqrt{3}/2$.

As tarefas T_7 e T_8 nos mostram que o estudo da distância entre dois pontos alimenta os sólidos geométricos na medida em que possibilita calcular medidas importantes, como da diagonal de um sólido. Além disso, esse estudo permite definir a superfície esférica e calcular a medida do seu raio.

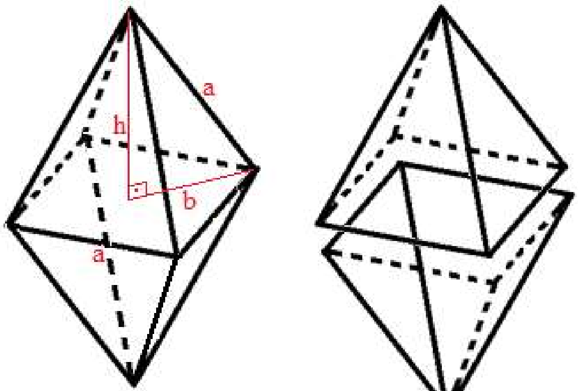
No capítulo intitulado “Volume e Áreas”, os autores apresentam o estudo dessas noções e mostram como calcular volumes e áreas dos prismas, pirâmides, cones, cilindros e esferas. Para tanto, mostram como obter as fórmulas, partindo do volume de um paralelepípedo retângulo e utilizando o princípio de Cavalieri[37]. As atividades propostas nesse referido capítulo se reduzem à aplicação das fórmulas do volume, além do cálculo para obter a área da superfície dos sólidos. Para esse último, identificamos a necessidade do uso da planificação das superfícies dos cones e cilindros. Os tipos de tarefas referente a essas noções são apresentadas a seguir.

T_9: Calcular o volume do octaedro regular de aresta a.

Para realização desta tarefa, há um conjunto de técnicas, começando pela construção geométrica para melhor visualização. A seguir, os demais tipos de técnicas serão apresentados em um único texto para melhor ilustrar a resolução da tarefa (T_9).

$t_{9.1}$: Decomponha o tetraedro regular em duas pirâmides quadrangulares de aresta a e altura h.

Figura 23. Decomposição do tetraedro regular



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

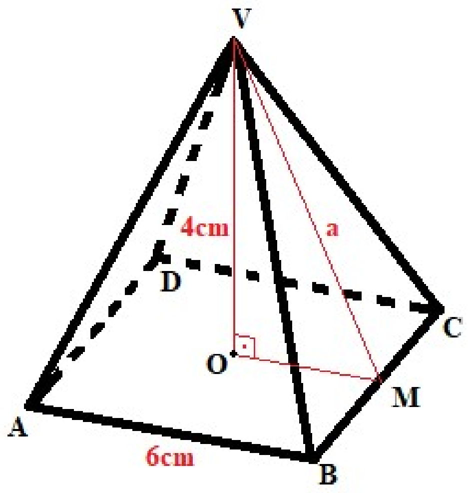
$t_{9.2}$: Sabendo que o volume de uma pirâmide (V_p) qualquer é igual a um terço da área da base vezes a altura, então, $V_p = \frac{1}{3}a^2h$. Observe q a altura (h) forma um triângulo retângulo com a aresta da pirâmide (a) e a metade da diagonal da base (b), sendo assim, pelo Teorema de Pitágoras: $h^2 = a^2 - b^2$. Chame a diagonal da base de d, onde a base é o quadrado de lado a, então: $d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d = \sqrt{2}a$. Com isso, $b = \sqrt{2}a/2$. Retomando a altura da pirâmide, temos: $h^2 = a^2 - \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 \Rightarrow h = \sqrt{2}a/2$. Assim $V_p = \frac{1}{3}a^3\frac{\sqrt{2}}{2}$. O volume do octaedro regular (V_o) de aresta a é dado pelo dobro do volume da pirâmide quadrangular, ou seja, $V_o = \frac{1}{3}a^3\sqrt{2}$.

[37] O princípio de Cavalieri refere-se: “São dados dois sólidos e um plano. Se todo plano paralelo ao plano dado secciona os dois sólidos, segundo figuras de mesma área, então esses sólidos têm mesmo volume” (LIMA et al, 2004, p. 256).

T_{10}: Calcule a área da superfície de uma pirâmide regular de altura 4cm e base quadrada de lado 6cm.

$t_{10.1}$: Identifique todas as faces da pirâmide: um quadrado de lado 6 cm e quatro triângulos isósceles de base 6 cm e altura desconhecida (a);

Figura 24. Representação da pirâmide referente à tarefa T_{10}



Fonte: Elaborada pela autora (jan.2021)

$t_{10.2}$: Observe que o triângulo VOM é retângulo e que $\overline{OM}$ é a metade do lado do quadrado, com isso, pelo Teorema de Pitágoras $a = 5cm.$ Em seguida, calcule as áreas das faces da pirâmide, ou seja, a área do quadrado (A_Q):

$$A_Q = 6.6 = 36cm^2 \ ;$$

Efetue a área do triângulo:

$$A_T = \frac{6.5}{2} = 15cm^2;$$

Por meio do triângulo (A_T), multiplique esse último por quatro e some a área do quadrado:

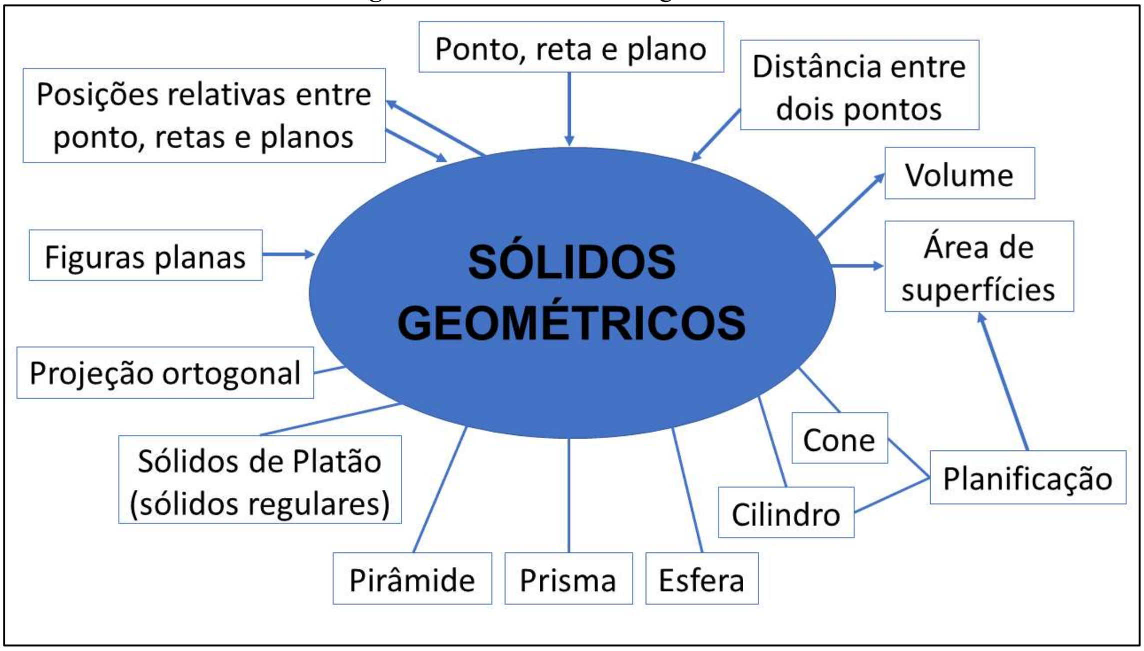
$$4.15 + 36 = 96cm^2$$

$$Área\ da\ superfíce\ da\ pirâmide = 96cm^2.$$

Com base no exposto, podemos verificar que os sólidos geométricos também alimentam o estudo do volume e da área da superfície dos sólidos. Esse estudo, ainda nos permitiu identificar que para resolver as tarefas referentes ao volume dos sólidos geométricos, precisa-se inicialmente reconhecer cada sólido e seus principais elementos (vértices, arestas e faces/superfícies). O mesmo acontece com as tarefas referentes à área das superfícies.

Todas essas informações obtidas no estudo da dimensão epistemológica foram sintetizadas no nosso MER (Figura 25), no qual expomos os conceitos que compõem nosso objeto de pesquisa. Os conceitos foram interligados pela linha (—). Além disso, apresentamos os conceitos que alimentam (→) e são alimentados (←) pelos sólidos geométricos.

Figura 25. MER dos sólidos geométricos



Fonte: Elaborada pela autora (jan. 2021)

Vimos em Os elementos que os sólidos geométricos estudados são: pirâmide, prisma, esfera, cilindro, cone e os cinco sólidos de Platão. Pela Geometria Descritiva, agrega-se ao estudo dos sólidos, as projeções ortogonais como forma de representá-lo em um plano. As projeções ortogonais também foram evidenciadas nas tarefas T_5 e T_6 propostas por Lima et al (2004). Com isso, constituímos os conceitos que constituem o estudo dos sólidos geométricos explicitado no MER (Figura 25).

Ao considerarmos o levantamento que realizamos nas tarefas presentes no livro de Lima et al (2004), verificamos a necessidade do estudo sobre a planificação das superfícies dos sólidos, principalmente do cone e cilindro. Isso favorece ao aluno, melhor compreender e saber efetuar o cálculo da área da sua superfície, como indicado no MER. Ainda neste livro, identificamos por meio das tarefas T_1, T_2 que os elementos ponto, reta e plano alimentam o estudo dos sólidos, bem como as posições relativas entre esses elementos. As tarefas T_7 e T_8 nos mostrou que a distância entre dois pontos também alimenta os sólidos geométricos. Essa relação está indicada no MER, pela setinha azul.

No MER ainda é explicitado que as posições relativas entre ponto, reta e plano, além de alimentar, é alimentado pelos sólidos geométricos, conforme verificamos por intermédio das tarefas T_3 e T_4. O volume e a área de superfícies também são alimentados, de acordo com, respectivamente as tarefas T_9 e T_{10}. A seguir, nosso olhar sobre a dimensão econômica do problema didático do objeto em questão.

4.4.2 Dimensão econômica do problema didático dos sólidos geométricos

A primeira questão que temos que responder para que seja possível explorarmos a dimensão econômica de sólidos geométricos é: Que ambiente institucional devemos levar em consideração para abordar o problema didático de sólidos geométricos? Ao considerarmos que nosso objetivo de pesquisa restringe esta investigação para os anos finais do ensino fundamental, cujo ambiente institucional envolvido é o sistema de ensino brasileiro. Dessa forma, verificamos os documentos norteadores da educação básica no nosso país e livros didáticos elaborados conforme cada documento. Assim, tornou-se possível identificarmos o MED na educação básica.

Para responder ao nosso problema didático, vimos ser necessário responder a duas questões norteadoras interligadas entre si: Como os sólidos geométricos são considerados, descritos e interpretados em cada instituição envolvida no processo de transposição didática? O que é entendido nas instituições de ensino por ensinar os sólidos geométricos?

4.4.2.1. O ensino da geometria no Brasil

Nos primeiros vinte anos do século XX, realizou-se várias tentativas de reestruturação do ensino secundário brasileiro, entretanto, efetivamente nada foi implantado. As mudanças foram realmente iniciadas a partir de 1929, sob a direção de Euclides Roxo, conforme retrata Cavalcanti e Menezes (2007).

Antes disso, o ensino brasileiro era reduzido aos cursos preparatórios para o ingresso no ensino superior. Segundo Valente (2004, p. 23), “o meio social brasileiro não reivindicava a formação de cultura geral, a formação do homem culto dado pelo bacharel saído dos estudos secundários”. Isso pode ter ocasionado uma demora na constituição e organização do ensino secundário no Brasil.

Os liceus provinciais, criados em meados dos anos 30 do século XIX, eram estabelecimentos privados organizados com o intuito de preparar os alunos para os exames – exames de admissão e para concurso (VALENTE, 2004). Isso passou a ocorrer, porque, em 02 de dezembro de 1837, o ministro do império Bernardo Pereira Vasconcelos, assinou o decreto que transformava o Seminário de São Joaquim no Colégio Pedro II, um estabelecimento de instrução secundária. A partir de então, foram realizados vários esforços que visavam a obrigatoriedade do diploma do secundário seriado para o ingresso nas faculdades, tornando-se batalhas perdidas.

Após a Proclamação da República, a partir do Decreto Nº 3890/1901, de 1º de janeiro de 1901, denominada Reforma "Epitácio Pessoa", foi estabelecido o regime de equiparação das escolas estaduais, municipais e particulares ao Colégio Pedro II. Com isso, as escolas passariam a funcionar com a mesma estrutura didático-pedagógica do Colégio Pedro II, tido como padrão. Assim, poderiam emitir certificados de conclusão e outorgar o título de bacharel a seus alunos, garantindo o acesso livre aos cursos superiores. Apesar da reforma, as escolas oficiais seguiam o funcionamento dos preparatórios, uma vez que eram organizadas em função dos exames. A matemática nessas instituições de ensino abarcava a aritmética, álgebra, geometria e trigonometria ministradas como disciplinas individuais (VALENTE, 2004).

A prova de matemática para o exame de admissão, entre 1920 e 1931, era dividida em aritmética e morfologia geométrica. Os temas exigidos na morfologia geométrica eram:

> corpo, superfície, linha e ponto geométrico; ângulos, retas, perpendiculares, oblíquas e paralelas; reconhecimento de polígonos: triângulo e quadriláteros; circunferência: corda e tangente; problemas simples que se resolvem por meio de régua e do compasso, sobre o traçado perpendicular e paralela; polígonos regulares: inscrição na circunferência: reconhecimento dos sólidos geométricos (VALENTE, 2004, p. 53, 54).

No governo Arthur Bernardes, com o Decreto Nº 16.782ª/1925, de 13 de janeiro de 1925, conhecido como Reforma "Rocha Vaz", ficou estabelecido a seriação obrigatória de seis anos do curso secundário para todo o Brasil. A reforma manteve o padrão utilizado anteriormente, ou seja, as séries seriam estruturadas a partir dos exames. Segundo Valente (2004), a Reforma "Rocha Vaz" não encaminhou o ensino secundário, para a direção de se ter um caráter formativo. Em relação à matemática, as indicações da reforma, reforçaram o caráter independente da aritmética, álgebra e geometria.

Em 3 de março de 1926, Euclides Roxo, até então professor, foi nomeado diretor do externato do Colégio Pedro II. Sob sua direção, o colégio passou por uma reorganização didática e administrativa. Desde 1925, Roxo buscou conduzir o Colégio Pedro II para acompanhar o movimento de renovação que estava acontecendo mundialmente quanto aos métodos de ensino e processos educativos (VALENTE, 2004; MENEZES, 2007).

Em 1928, Roxo propôs que o ensino da aritmética, álgebra e geometria, fosse unificado na criação de uma nova disciplina, matemática. Sua proposta foi aprovada pela Congregação do Colégio Pedro II e em seguida, pelo Departamento Nacional do Ensino (DNE). Em 15 de janeiro de 1929, o Decreto Nº 18.564/1929 oficializou o aceite da nova proposta da criação dessa nova disciplina (VALENTE, 2004; MENEZES, 2007).

Ainda em 1929, Roxo lançou um livro para ser utilizado no ensino da nova disciplina matemática, intitulado 'Curso de mathematica elementar', destinado para a primeira série secundária[38]. A proposta de Roxo, com esse livro, era superar o ensino separado da aritmética, álgebra e geometria. Portanto, iniciava-se pela geometria, explorando as noções intuitivas e aos poucos introduzindo a álgebra e aritmética. Como podemos ver pelo título dos capítulos iniciais do seu livro:

> Cap. I: Corpo geométrico, superfície, linha, ponto
> Cap. II: Posições relativas de retas e planos
> Cap. III: O círculo e os sólidos de revolução
> Cap. IV: Comparação e medida de segmentos
> Cap. V: Adição, subtração, multiplicação e divisão de segmentos-polinômios lineares
> Cap. VI: As quatro operações fundamentais (VALENTE, 2004, p. 109).

Roxo buscou, em seu livro, adotar as tendências defendidas pelo movimento internacional de reforma do ensino da matemática. Dentre elas, considerou o ponto de vista psicológico do aluno, compreendendo a maturidade do aluno como pré-requisito para o estudo de algumas noções matemáticas. Em relação à geometria, propôs sua introdução a partir dos seus aspectos visuais e intuitivos, com o auxílio de materiais que dessem a ideia de mobilidade das figuras (VALENTE, 2004).

[38] É importante salientar que o regime educacional brasileiro dessa época (início do século XX), tinha três esferas: primário, secundário e superior, sendo que o Curso Normal (formação de professores para o curso primário) era ofertado em paralelo ao nível do secundário. Esse nível secundário tinha natureza de preparar os estudantes para o ensino superior. Assim a primeira série do nível secundário corresponde ao que atualmente denomina-se 6º ano do ensino fundamental (VALENTE, 2004).

Diferentemente da introdução encontrada na maioria dos livros didáticos, nos quais a geometria era iniciada pela geometria plana, Roxo dedicou-se em iniciar seu livro pela geometria espacial. Acreditava que a ideia de espaço oferecida pelos sólidos geométricos era mais próxima da vivência do aluno do que a ideia de comprimento e área. Por isso, apresentou inicialmente a definição dos sólidos e a noção de volume (VALENTE, 2004).

Após Getúlio Vargas assumir a presidência do Brasil, Roxo pediu demissão da função de diretor do Externato do Colégio Pedro II. Entretanto, foi reconduzido à direção do colégio, por interferência do tio de sua esposa, Armando de Alencar, ministro do Supremo Tribunal Federal. Em 11 de dezembro de 1930, Roxo tomou posse no cargo de diretor, não mais sendo do externato, mas do internato (VALENTE, 2004).

Posteriormente, Roxo foi chamado por Francisco Campos, ministro do Ministério da Educação e Saúde Pública, para fazer parte de uma comissão que elaboraria um projeto de reforma do ensino brasileiro. Conhecida como Reforma “Francisco Campos”, organizou o sistema de ensino e estruturou o ensino secundário em Curso Fundamental e Curso Complementar. No ensino de matemática para o secundário, o ministro acolheu todas as ideias presentes na proposta do Colégio Pedro II, encabeçada por Euclides Roxo (VALENTE, 2004).

Com esse formato, a antiga tradição de preparação para os exames foi deslocada para os dois últimos anos. A disciplina matemática foi estabelecida como obrigatória para todas as cinco séries do Curso Fundamental e o autor do programa para a disciplina foi Euclides Roxo, que seguiu os moldes da sua renovação implantada no Colégio Pedro II (VALENTE, 2004).

Por volta da década de 50, do século XX, surgiu o MMM, o qual tinha como objetivo propor uma reformulação na matemática escolar. Esse movimento só ganhou força no Brasil, na década de 1960, com a criação do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) em São Paulo, liderado por Osvaldo Sangiorgi. Faziam parte desse grupo, autores de livros didáticos, professores universitários, professores dos ensinos primário e secundário, que objetivavam incentivar, coordenar, divulgar e atualizar a matemática e o seu ensino, nos cursos primário, secundário e normal (LEME DA SILVA, 2008).

Benedito Castrucci, professor e autor de livros didáticos, participou ativamente do GEEM, no qual ministrou cursos para professores e produziu material didático. De acordo com Leme da Silva (2008), Castrucci foi o responsável pelo ensino da geometria, tendo publicado o livro didático *Geometria curso moderno*, no qual, inseriu as propostas no ensino de matemática defendidos pelo MMM. Para essa autora, é possível notar nos dois primeiros capítulos, antes do estudo da geometria, os traços da modernização da matemática, os capítulos são: Noções de lógica e Elementos de teoria dos Conjuntos.

Como resultado das indicações do MMM, o ensino da geometria, deixou de se ater à descrição dos atributos ou propriedades das figuras geométricas e dedução das implicações que estavam contidas nelas, para abordar as propriedades formais de suas estruturas pelas transformações que ela admite ou impede. Com isso, os professores que já apresentavam dificuldades em trabalhar a geometria, ao se depararem para ensinar geometria sob a nova abordagem, apresentam dificuldades ainda maiores (LEME DA SILVA, 2008).

Dessa forma, uma das principais consequências do MMM para o ensino brasileiro, foi o abandono da geometria nas escolas. Os professores não haviam tido o tratamento dos conteúdos geométricos com enfoque nas transformações em seus cursos de formação e diante da dificuldade em abordar os conteúdos geométricos, passaram a omiti-los ou deixá-los para o final do ano letivo (LEME DA SILVA, 2008).

O abandono da geometria nas escolas perdurou até o final dos anos 1980 e início dos anos de 1990, quando nesse período aconteceu, inicialmente, por parte de educadores matemáticos, uma tentativa de resgate ao ensino de Geometria PAVANELLO (1989, 1993), LORENZATO (1995). Essa tentativa ganhou maior visibilidade durante as alterações curriculares ocorridas no final da década de 1990, após promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB N° 9394/96). Em 1997, foram implementados os PCN para os anos iniciais do ensino fundamental e em 1998, os dos anos finais.

Dentre as sugestões do documento, podemos destacar a sugestão para o ensino de geometria por meio de atividades experimentais que possibilitassem a visualização e manipulação de objetos do mundo físico. As orientações do PCN-Matemática foram sendo firmadas pelo PNLD, no qual, também foram valorizadas atividades desenvolvendo inferência, análise, argumentação, tomadas de decisões, críticas e validação de resultados.

A partir do final da última década do século XX, houve o aperfeiçoamento sobre os critérios de avaliação do livro didático distribuído gratuitamente nas escolas públicas brasileiras, por meio do Plano Nacional do Livro Didático (à época, instituído como Programa – PNLD). Um dos resultados dessa implementação foi a abordagem dos conteúdos de geometria, sob a forma contextualizada presente nos livros didáticos de matemática do ensino fundamental. Esses conteúdos, além de serem apresentados com mais ilustrações associadas ao cotidiano e aplicações de outras áreas, passaram a ser mais bem distribuídos entre os capítulos dos livros, uma vez que, por muito tempo, foram conteúdos cuja abordagem concentrava-se nos últimos capítulos dos livros didáticos de matemática.

No ano de 2015, com a necessidade da unificação e reestruturação curricular para os sistemas de ensino, o Ministério de Educação instituiu a Comissão de Especialistas para a Elaboração de Proposta da Base Nacional Comum Curricular. Nesse mesmo ano, a primeira versão do novo documento norteador foi divulgada. Após publicação de outras versões preliminares, em dezembro de 2018, o documento foi publicado de maneira completa para todos os níveis da educação básica (educação infantil, ensino fundamental e ensino médio). Em 2019, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) divulgou os livros didáticos aprovados e elaborados, para os anos finais do ensino fundamental, com base nas novas diretrizes curriculares.

Diante do exposto, não será possível identificar o MED da educação básica analisando apenas a BNCC, uma vez que o documento foi implementado a pouco mais de dois anos. Com isso, se fez necessário investigarmos, também, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental (PCN-Matemática), documento norteador do currículo nacional anterior à BNCC. Optamos por apresentar uma análise comparativa entre esses dois documentos norteadores da educação básica[39], na tentativa de melhor compreender as mudanças que ocorreram na proposta de ensino dos sólidos geométricos e o atual cenário em que esse objeto geométrico está inserido[40].

De modo geral, há três grandes mudanças entre os dois documentos, em sua estrutura e organização. A primeira mudança que merece destaque antes de estabelecermos a comparação entre os PCN e a BNCC refere-se à alteração na estrutura do ensino fundamental no Brasil. A Lei Federal Nº 11.114/05, aprovada em maio de 2005, alterou os artigos da LDB N° 9394/96 e estabeleceu que o ensino fundamental de 1ª à 8ª

[39] Este texto foi estruturado como artigo científico submetido e aprovado com solicitação de correções para posterior edição no Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM).

[40] Como já comentado, a BNCC é um documento norteador para os currículos em âmbito nacional. Para cada escola, municipal ou estadual, caberá a responsabilidade e comprometimento em propor seu próprio currículo baseado na Base buscando integrar suas especificidades. Por isso, se fez necessário, estudar o currículo de Sergipe, elaborado após a implementação da BNCC. Identificamos para o nosso objeto de investigação que as habilidades se repetem, apresentando apenas uma habilidade diferente, mas complementar, que será apresentado posteriormente neste texto.

série deveria receber o acréscimo de mais um ano, passando de oito anos para um total de nove anos. Com a mudança, os alunos passaram a ser matriculados no ensino fundamental aos 6 anos de idade e não mais aos 7 anos, como antes ocorria. Isso porque, a alfabetização que antes integrava-se à educação infantil, passou a fazer parte do ensino fundamental correspondendo ao 1º ano. Desse modo, a 1ª série passou a ser 2º ano, a 2ª série tornou-se 3º ano e, assim sucessivamente, como pode ser observado no Quadro 8.

Quadro 7. Estrutura do ensino fundamental antes e depois da Lei Federal N° 11.114/05

ORGANIZAÇÃO DOS NÍVEIS DE ENSINO	DISTRIBUIÇÃO POR SÉRIE	DISTRIBUIÇÃO POR ANO ESCOLAR
Ensino fundamental (anos iniciais)	-	1º ano
	1ª série	2º ano
	2ª série	3º ano
	3ª série	4º ano
	4ª série	5º ano
Ensino fundamental (anos finais)	5ª série	6º ano
	6ª série	7º ano
	7ª série	8º ano
	8ª série	9º ano

Fonte: Elaborado da autora (out. 2020)

Desse exposto, os PCN foram publicados seguindo a estrutura anterior para o ensino fundamental de oito séries, enquanto a BNCC segue a estrutura de nove anos. Os PCN foram estruturados por ciclo de dois anos, ou seja, o primeiro ciclo se refere às primeira e segunda séries do ensino fundamental; o segundo ciclo, às terceira e quarta séries e, assim sucessivamente, para as quatro séries posteriores. Para os PCN, a organização em ciclos possibilita maior integração do conhecimento, com o intuito de superar a segmentação do ensino, herança do regime seriado.

Outra diferença se refere à organização dos documentos para sistematizar as áreas de conhecimento e seus componentes curriculares. Os PCN se constituem de quatro áreas do conhecimento, havendo um volume para cada componente curricular, além dos volumes específicos à Introdução e aos Temas Transversais. Nessa organização, a matemática é um componente. A BNCC, por sua vez, está organizada em um único volume, no qual a matemática é uma área de conhecimento por toda a educação básica.

Ainda, para essa estrutura organizacional, temos uma terceira diferença. No documento referente ao componente curricular matemática (PCN-Matemática), a organização dos conteúdos matemáticos é sistematizada por Blocos de Conteúdos para cada ciclo: Números e operações; Espaço e forma; Grandezas e medidas; Tratamento da informação. Nessa organização, em cada Bloco, são definidos conteúdos conceituais e procedimentais e atitudinais, tenho em vista os objetivos gerais do ensino fundamental e especificamente do componente curricular (BRASIL, 1998).

A organização da BNCC, de modo geral, é diluída em unidades temáticas para cada ano de ensino visando atender às competências gerais do ensino fundamental e de cada componente, especificamente. Na área de Matemática, são cinco unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e medidas; Probabilidade e estatística. A finalidade dessa organização é possibilitar o entendimento acerca dos conjuntos de habilidades[41] e de como elas se relacionam umas com as outras (BRASIL, 2018).

A BNCC apresenta essa nova abordagem de competências e habilidades dispostas para cada uma das unidades temáticas, como sendo aprendizagens essenciais. Kipper, Oliveira e Gomes (2019) relatam que essa organização da BNCC suscita um modo de ser aluno, além de apresentar como o estudante deve lidar com os conhecimentos, considerados importantes neste documento, ou seja, as aprendizagens essenciais. Para os autores, esse documento institui uma forma de matematizar e agir, considerada como importante aos processos de aprendizagem.

Trata-se, portanto, de produzir “modos de conceber o conhecimento matemático” que estão implícitos em documentos anteriores. Todavia, é importante refletir sobre esses modos de pensar e agir, enquanto produção social, para não cairmos na armadilha das subjetividades que regulam e controlam os currículos. Os citados autores nos chamam atenção à normativa que se institui nesse documento, que privilegia um tipo de conhecimento, caracterizando-se como operação de poder.

Em atenção a essa perspectiva, buscamos estabelecer uma comparação das propostas dos documentos para o ensino de sólidos geométricos. Para tanto, nossa investigação ocorreu a partir dos conteúdos conceituais e procedimentais para o bloco Espaço e Forma voltado aos terceiro e quarto ciclos dos PCN-Matemática. Na área de Matemática da BNCC, analisamos as habilidades propostas para os anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º ano) na unidade temática Geometria.

Para o terceiro ciclo (6º e 7º anos), identificamos nos PCN-Matemática, quatro conteúdos referentes aos sólidos geométricos e, na BNCC, apenas uma habilidade (Quadro 9).

---

[41] Cada habilidade é identificada na BNCC por um código alfanumérico, como por exemplo: EF06MA18. O primeiro par de letras indica a etapa de Ensino Fundamental, o par de números seguintes refere-se ao ano (1º ao 9º ano do Ensino Fundamental), o segundo par de letras indica o componente curricular, neste caso, matemática. O último par de números indica a posição da habilidade para o objeto de conhecimento em cada ano.

Quadro 8. Sólidos geométricos presentes nos documentos curriculares nacionais (6° e 7° anos)

DOCUMENTOS	**A PRESENÇA DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**
PCN-Matemática	• Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria. • Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados. • Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros. • Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números.
BNCC	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

Fonte: Brasil (1998; 2018)

Observa-se no Quadro 9, que ambos os documentos indicam a quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base. Nos PCN-Matemática, ainda é recomendado para o terceiro ciclo: a distinção de figuras bidimensionais e tridimensionais; identificação de diferentes planificações de alguns poliedros; classificação dos sólidos geométricos em corpos redondos e poliedros, poliedros regulares e não-regulares, prismas, pirâmides e outros poliedros.

A habilidade indicada na BNCC é designada para os alunos do 6º ano do EF, ou seja, não há habilidade para o 7º ano do EF referente aos sólidos geométricos na unidade temática Geometria. No entanto, na unidade temática Grandezas e Medidas, é identificado o estudo do volume de blocos retangulares. Com isso, a abordagem dos sólidos geométricos nesses anos de ensino restringe-se ao estudo dos prismas, pirâmides.

O mesmo acontece para o ciclo seguinte. Enquanto nos PCN-Matemática, há presença de quatro conteúdos a serem estudados pelos alunos do quarto ciclo, na BNCC, ocorre o desenvolvimento de apenas uma habilidade na unidade temática Geometria para o 9º ano do EF (Quadro 10).

Quadro 9. Sólidos geométricos presentes nos documentos curriculares nacionais (8º e 9° ano)

DOCUMENTOS	**A PRESENÇA DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

PCN-Matemática	• Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas; • Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares); • Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.
BNCC	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: Brasil (1998; 2018)

De maneira comum, os documentos recomendam que sejam estudadas as vistas de figuras tridimensionais/espaciais. Nos PCN-Matemática, a partir desses conceitos, o aluno deverá reconhecer as figuras representadas por suas vistas lateral, frontal e superior. Na BNCC, é especificado que o aluno deve reconhecer as vistas ortogonais.

Como vimos no nosso estudo epistemológico, a projeção ortogonal representada no 1º diedro nos fornece as vistas lateral, frontal e superior dos objetos. Dessa forma, embora o discurso apareça de modo diferente entre os documentos analisados, ambos apontam a mesma orientação para a aprendizagem do referido conceito. A diferença, então, é a finalidade do estudo das vistas indicadas em cada documento, pois, enquanto nos PCN-Matemática é recomendado que, a partir da representação das vistas, o aluno reconheça a figura representada por elas, na BNCC, esse conhecimento deve ser aplicado "para desenhar objetos em perspectiva" (BRASIL, 2018, p. 319).

Para o quarto ciclo (8° e 9° ano), é indicado nos PCN-Matemática que sejam identificadas, através da análise em poliedros, as posições relativas de duas arestas e de duas faces. Como foi esboçado no nosso MER, esse conteúdo tanto alimenta como pode ser alimentado pelo estudo dos sólidos geométricos. O referido documento, ainda recomenda o estudo das secções de figuras tridimensionais e a análise das figuras obtidas por essas secções. Esses conceitos não foram identificados no nosso estudo epistemológico, entretanto, veremos que também não foi abordado no livro didático elaborado com base nos PCN.

4.4.2.2 O currículo sergipano

Assim como fizemos com os documentos curriculares em âmbito nacional, observamos o currículo sergipano elaborado antes (Referencial curricular: Rede estadual de Sergipe) e depois da implementação da BNCC (Currículo de Sergipe). O Referencial curricular, respaldado nos PCN, estabelece “os conhecimentos, as habilidades e competências a serem adquiridos pelos alunos na educação básica, bem como as metas a serem alcançadas pelo professor a cada ano” (SERGIPE, 2013, p. 74). Ao buscarmos as habilidades referentes aos sólidos geométricos para os anos finais do ensino fundamental, identificamos apenas para o 6º ano (Quadro 11).

Quadro 10. Sólidos geométricos presentes nos documentos curriculares estaduais para o 6º ano

DOCUMENTOS	A PRESENÇA DOS SÓLIDOS GEOMÉTRICOS
Referencial curricular: Rede estadual de Sergipe	• Reconhecer e classificar os sólidos geométricos (Poliedros e Corpos redondos; Poliedros regulares); • Identificar características de figuras planas e espacial; • Representar figuras tridimensionais no plano.
Currículo de Sergipe	• Identificar as figuras planas presentes na <u>planificação de cada sólido geométrico</u>.

Fonte: Sergipe (2011; 2018)

No Currículo de Sergipe, além das habilidades EF06MA17 e EF09MA17 apresentadas na BNCC para, respectivamente, o 6º e 9º ano, identificamos o acréscimo da habilidade EF06MA09SE. Essa habilidade complementa a habilidade referente ao objeto de conhecimento Prismas e pirâmides do 6º ano do ensino fundamental. Com isso, o documento sergipano inclui mais um conceito para o estudo desses sólidos geométricos: a planificação de cada sólido. Ressaltamos que esse termo poderia ter sido escrito como: a planificação da superfície de cada sólido, uma vez que não se planifica o sólido e sim, sua superfície.

Além disso, observamos a articulação entre as figuras planas e espaciais, de modo que os alunos consigam visualizar nas faces planificadas as figuras planas correspondentes. Apesar desse pequeno acréscimo, observamos que esse documento de âmbito local complementa ao que está estabelecido pela BNCC seguindo a direção dada, enquanto documento norteador. Cada escola, cada professor, também poderá ter liberdade de fazer os acréscimos necessários, na tentativa de ampliar o conhecimento dos alunos, não limitando-se apenas ao que está estabelecido na BNCC.

4.4.2.3 Um olhar para o livro didático

Para complementar nossa análise, buscamos investigar como nosso objeto de pesquisa está posto em livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental, elaborados sob as diretrizes dos documentos referenciados (PCN e BNCC). Escolhemos investigar a coleção “A Conquista da Matemática” pertencente à editora FTD[42], com autoria de Benedicto Castrucci, José Ruy Giovanni Jr. O livro didático do 6° ano dessa Coleção foi utilizado para elaboração dos planos de aula pelos participantes da nossa pesquisa.

Selecionamos para investigação, as coleções aprovadas pelo PNLD 2011 e pelo PNLD 2020. Cada PNLD atende respectivamente às orientações dos PCN-Matemática (BRASIL, 1998) e da BNCC (BRASIL, 2018). De acordo com Moreira (2013), essa Coleção foi a mais adotada, em 2011, nas escolas da rede municipal de ensino da cidade de Aracaju/SE[43]. Identificamos que nos PNLD subsequentes (correspondentes a 2014 e 2017), a Coleção não foi contemplada entre as aprovadas, voltando a aparecer somente no PNLD 2020.

Mesmo estando ausente no PNLD 2014 e PNLD 2017, ao retornar no PNLD 2020, a coleção A Conquista da Matemática voltou a ser a mais escolhida entre as escolas públicas de Sergipe situadas em Aracaju (escolhida por 54,16% das escolas estaduais e por 45% das escolas municipais). A segunda coleção mais escolhida foi “Matemática – Bianchini”, por 16,6% das escolas estaduais e 15% das escolas municipais)[44].

Na coleção aprovada pelo PNLD 2011, os sólidos geométricos aparecem apenas no livro didático do 6º ano do ensino fundamental. Nos demais livros didáticos da referida Coleção para os anos finais do ensino fundamental, os autores abordam apenas a geometria plana. Na coleção aprovada pelo PNLD 2020, os sólidos geométricos aparecem nos livros didáticos do 6º e 9º anos. Para os 7º e 8º anos, aborda-se o estudo de volume, assim como é recomendado na BNCC. Assim, conforme nosso objetivo, investigamos os

---

[42] Leia-se FTD como Frère Théophane Durand que significa Irmão Superior-Geral do Instituto Marista. Segundo Souza (2015), Frère incentivou os irmãos desse instituto a escreverem livros escolares para diferentes disciplinas, no século XIX. Razão pela qual a sigla FTD passou a ser registrada como marca comercial, a partir da abertura de uma empresa editorial na última década desse século.
[43] Capital do estado de Sergipe e município no qual, localiza-se a escola da rede estadual parceira do RP em que os residentes aplicaram suas praxeologias sobre sólidos geométricos.
[44] Consultamos essas informações a partir dos dados presentes no site: <http://simec.mec.gov.br/livros/publico/index_escolha.php>, acessado em 06 de abril/2021.

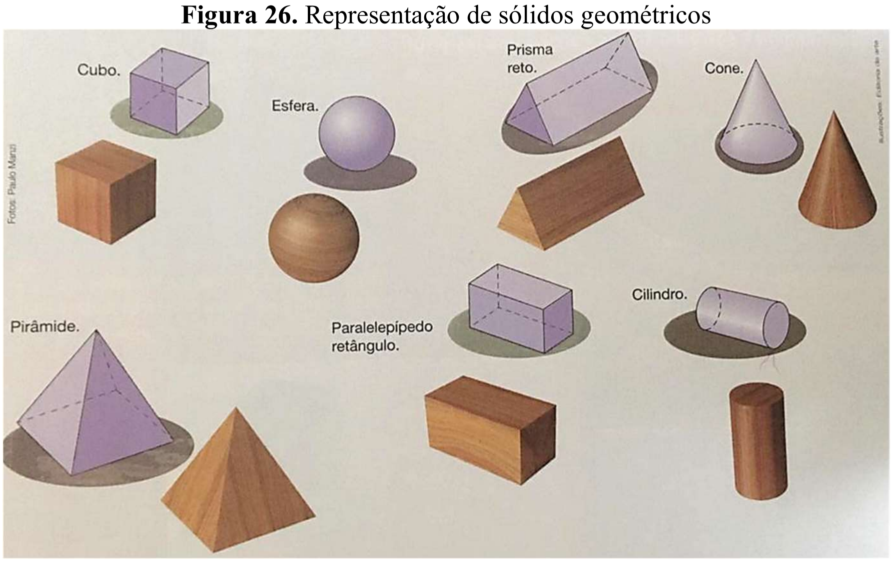
livros didáticos de matemática do 6º ano aprovado pelo PNLD 2011 e os livros do 6º e 9º anos do PNLD 2020 da referida coleção.

- **Livro "A Conquista da Matemática" do 6º ano aprovado pelo PNLD 2011**

Os sólidos geométricos são apresentados no penúltimo capítulo intitulado "Volume e capacidade". O primeiro tópico desse Capítulo é dividido em dois subtópicos: Os Sólidos Geométricos e Volume. No subtópico referente aos sólidos, os autores iniciam explanando que as "figuras espaciais são aquelas onde nem todos os pontos estão num mesmo plano" (GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR, 2012, p. 292).

Em sequência, explicam que quase tudo existente ao nosso redor lembra uma figura espacial, inclusive nosso planeta Terra. Por fim, são apresentados alguns dos sólidos, com suas respectivas nomenclaturas ao lado (Figura 26).

Figura 26. Representação de sólidos geométricos



Fonte: GIOVANNI JR; CASTRUCCI (2012, p. 292)

Não há atividades sobre o tópico referente aos sólidos geométricos. Em sequência, os autores iniciam a abordagem sobre volume, cujas atividades giram em torno do tipo de tarefa T: Calcular o volume do paralelepípedo retângulo de dimensões a, b e c. Para resolver essa tarefa, utiliza-se a técnica t: Multiplique suas três dimensões $(a \times b \times c)$.

Em relação ao que é proposto pelos PCN-Matemática, verificamos que essa Coleção limita o estudo dos sólidos, não aprofundando os conceitos como é proposto pelo documento norteador.

- **Livro "A Conquista da Matemática" do 6º ano aprovado pelo PNLD 2020**

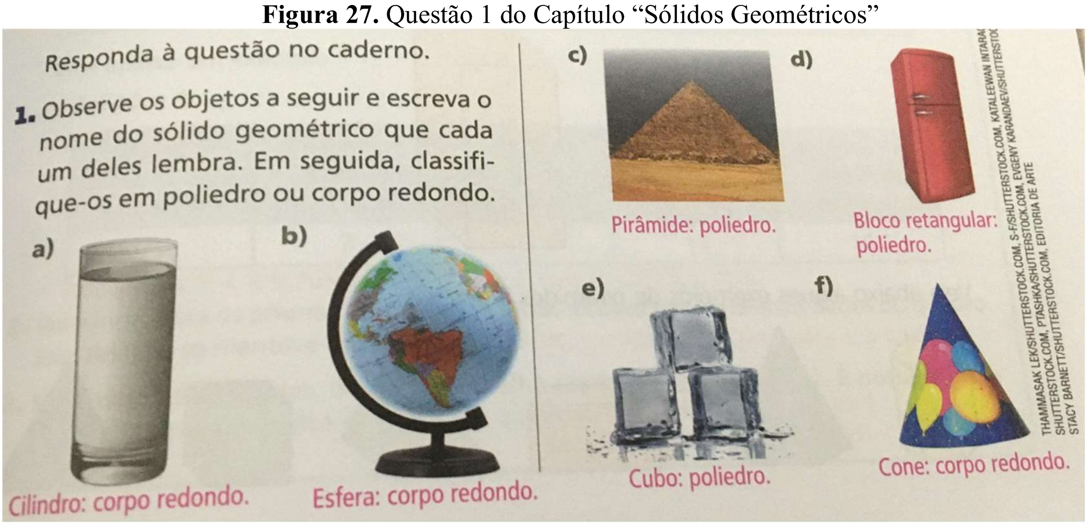
No livro didático do 6º ano, os sólidos geométricos estão localizados na unidade 3: Figuras geométricas, composta pelos capítulos Ponto, reta e plano; A reta; Figuras geométricas; e, Sólidos geométricos. Os autores iniciam o último capítulo definindo os sólidos como "figuras espaciais não planas que, de acordo com suas características, podem ser classificadas em poliedros e corpos redondos" (GIOVANNI JR; CASTRUCCI, 2018, p. 91). No capítulo anterior, os autores definem as figuras geométricas não planas como "aquelas que não têm todos os seus pontos em um mesmo plano" (GIOVANNI JR; CASTRUCCI, 2018, p. 89).

Em seguida, os autores apresentam os corpos redondos e poliedros, da seguinte maneira: "Os **corpos redondos** têm como principal característica a superfície arredondada. Já os **poliedros** (poli = muitos; edros = faces) têm como principal característica ter faces planas" (GIOVANNI JR; CASTRUCCI, 2018, p. 91).

Desse exposto, cabe observarmos que para classificar os sólidos em corpos redondos e poliedros, os autores utilizam as superfícies que os formam, remetendo à classificação das superfícies, apresentada no nosso estudo epistemológico.

Os autores exemplificam os corpos redondos com ilustrações de uma bola de futebol para a esfera, uma pilha para o cilindro e uma casquinha de sorvete para o cone. Quanto aos poliedros, eles são apresentados por meio de: uma caixa para o bloco retangular, um cubo mágico e um objeto decorativo em formato de pirâmide. Os nomes de cada sólido estão localizados no lado inferior de cada uma das imagens, seguindo um pouco do padrão utilizado na Coleção da edição anterior (aprovada pelo PNLD 2011). Após essa explanação, é proposta a seguinte atividade.

Figura 27. Questão 1 do Capítulo "Sólidos Geométricos"



Fonte: GIOVANNI JR; CASTRUCCI (2018, p. 91)

Nessa questão, identificamos dois tipos de tarefas, a saber:

T_{11}: Escrever o nome do sólido geométrico que cada objeto lembra.

T_{11}: Observe o formato dos objetos em cada imagem e identifique qual dos sólidos geométricos corresponde ao formato visualizado.

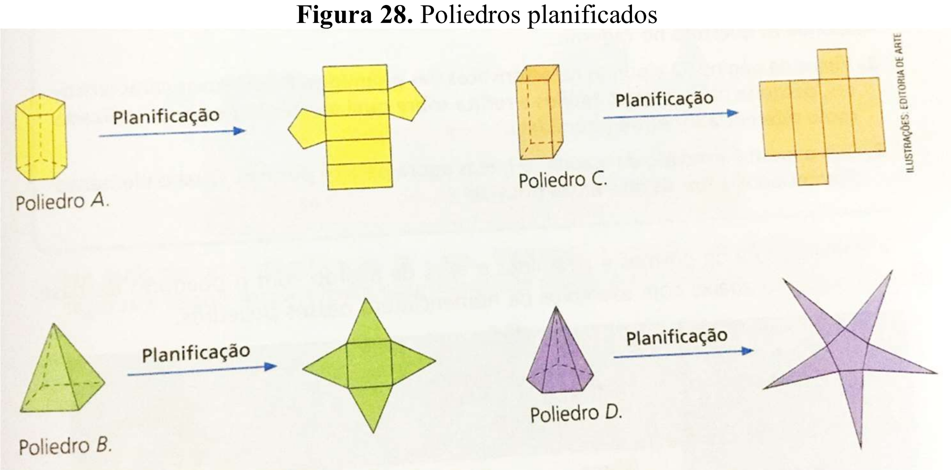
T_{12}: Classificar cada sólido em poliedro ou corpo redondo.

t_{12}: Observe se as superfícies de cada objeto é arredondada ou plana, para classificar em, respectivamente, corpo redondo ou poliedro.

Inicia-se um novo tópico intitulado "Prismas e pirâmides" com uma imagem de um bloco retangular. Explana-se os conceitos de vértice, face e aresta por intermédio do referido sólido. Os autores afirmam que todos os poliedros possuem esses elementos. Os poliedros são classificados em prismas e pirâmides, de acordo com as seguintes características: os poliedros que possuem uma base, faces laterais triangulares e vértice comum a todas as arestas determinadas pelas faces laterais são pirâmides; os que possuem faces laterais retangulares e duas bases idênticas e paralelas entre si são prismas. Essa abordagem nos remete às definições apresentadas pela geometria euclidiana, apresentada no nosso estudo epistemológico.

De maneira breve, são apresentadas as planificações de quatro poliedros, sendo dois prismas e duas pirâmides (Figura 28). Os autores apenas afirmam que os poliedros podem ter sua superfície planificada.

Figura 28. Poliedros planificados



Fonte: GIOVANNI JR; CASTRUCCI (2018, p. 93)

Após apresentar os sólidos planificados, os autores propõem uma atividade com dois tipos de tarefas que devem ser respondidas por meio dos poliedros apresentados Figura 28.

T_{13}: Quantificar o número de faces, vértices, arestas e o número de lados da base de cada poliedro.

t_{13}: Contabilizar cada poliedro reconhecendo seus respectivos elementos nas imagens.

T_{14}: Relacionar os números de faces, vértices, arestas e o número de lados da base dos prismas e das pirâmides.

t_{14}: Observar a quantidade de cada um dos elementos solicitados e identifique relações entre eles[45].

Ainda no tópico referente a prismas e pirâmides, os autores apresentam um novo subtópico, no qual abordaram sobre a nomenclatura desses sólidos. Para tanto, propõem uma atividade inicial.

T_{15}: Identifiquem a diferença presente entre as diferentes pirâmides e entre os prismas.

t_{15}: Observe que a diferença existente entre diferentes pirâmides é o polígono da base e, consequentemente, o número de faces laterais. O mesmo acontece com os prismas.

Após a atividade, os autores explicam que para nomear prismas e pirâmides, deve-se levar em conta o polígono da base, por exemplo: um prisma cuja base é um polígono com três lados deve ser nomeado como prisma triangular; uma pirâmide que tem um polígono com quatro lados na base é denominada pirâmide quadrangular.

Novas questões são propostas, cujos tipos de tarefas são os seguintes:

T_{16}: Nomear os sólidos geométricos.

t_{16}: Observar se o sólido é um prisma ou pirâmide e qual o polígono da sua base.

T_{17}: Identificar na imagem os polígonos das faces dos sólidos.

t_{17}: Observar a imagem e identifique os polígonos de cada face do sólido.

T_{18}: Diferenciar prismas de pirâmides.

t_{18}: Identifique as características que diferenciam esses sólidos: as pirâmides têm apenas uma base e os prismas têm duas bases; os polígonos das faces laterais são diferentes.

T_{19}: Identificar a planificação correspondente a um determinado sólido.

t_{19}: Observar cada planificação e verifique qual o sólido correspondente.

---

[45] O livro didático analisado é a versão do professor. Nessa atividade, os autores sugerem que seja explorado através dessa atividade a relação de Euler, a qual relaciona o número de vértices (V), faces (F) e arestas (A) de alguns poliedros. De acordo com a referida relação: $V + F = A + 2$. Essa relação não foi identificada durante o estudo da dimensão epistemológica, por se tratar de um resultado de Euler não citado pelos livros de história da matemática, utilizados nesta pesquisa.

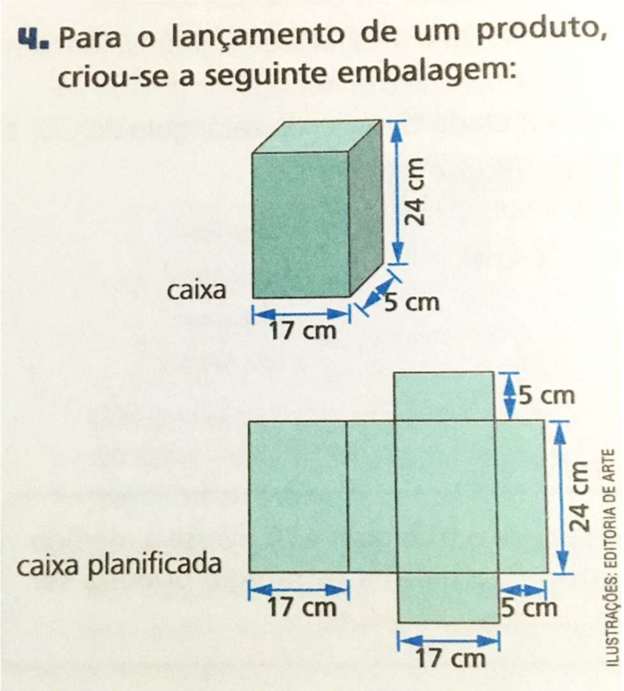
T_{20}: Desenhar a planificação da superfície do sólido geométrico.

t_{20}: Desenhar as faces do sólido de modo que represente a planificação do sólido.

O livro didático segue as recomendações da BNCC ao explorar e aprofundar, dentre os sólidos geométricos, os prismas e pirâmides. A Base não prevê o estudo da planificação das superfícies dos sólidos, entretanto, como vimos anteriormente, o currículo de Sergipe acrescenta esse estudo.

As duas últimas atividades do livro didático referem-se ao estudo das grandezas e medidas (comprimento, área, massa, volume e capacidade). Ao expor a medida de superfícies e as áreas das figuras geométricas, os autores não fazem nenhuma menção aos sólidos geométricos. Entretanto, nas atividades finais do capítulo correspondente, identificamos a seguinte questão: Sabendo-se que a caixa tem 17 cm de comprimento, 5 cm de largura e 24 cm de altura, o papelão necessário para montar essa embalagem terá?

Figura 29. Quarta questão da lista de atividade finais do capítulo referente a área de figuras planas



Fonte: GIOVANNI JR; CASTRUCCI (2018, p. 252)

A Figura 29 é apresentada para melhor visualização da questão. Com isso, verificamos que os sólidos geométricos alimentaram o estudo de área de superfícies, assim como foi previsto no nosso MER. Todos os tipos de tarefas abordados neste capítulo diferem dos tipos de tarefas apresentados no estudo da dimensão epistemológica.

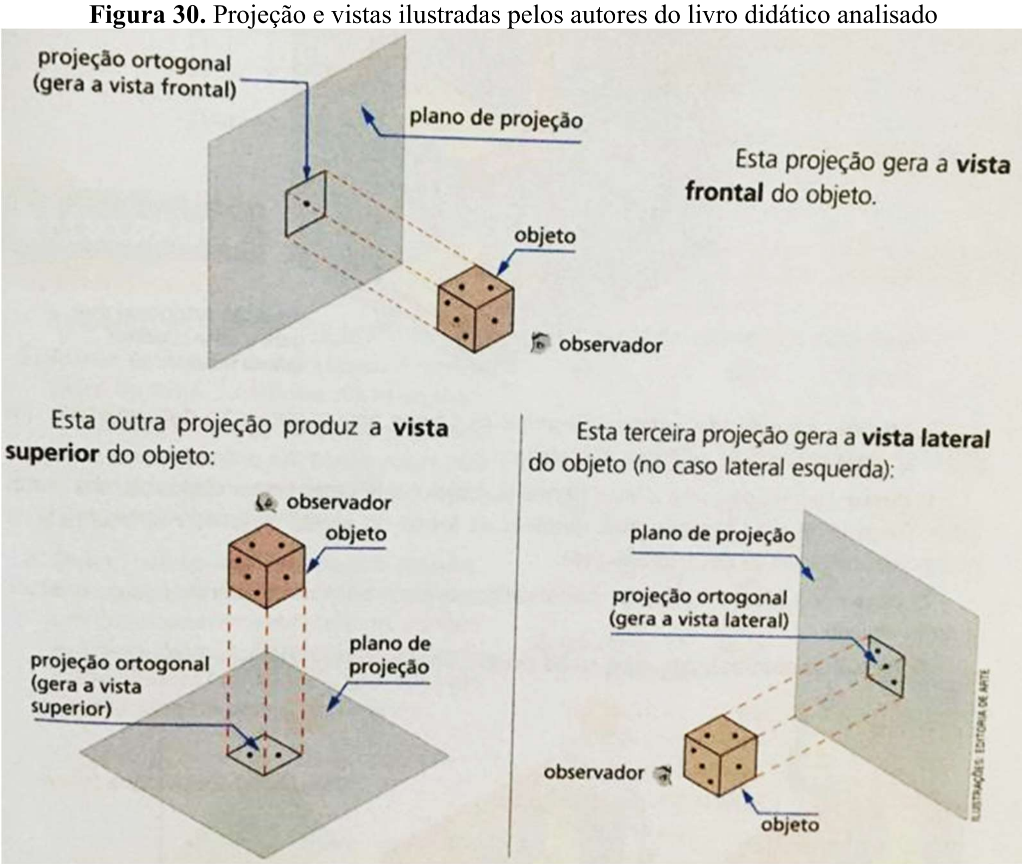
No Capítulo referente ao estudo de Volume, os autores expõem o cálculo para o volume de blocos retangulares e cubo. Com isso, como previsto pelo MER, os sólidos alimentam o estudo do volume. Nas atividades propostas nesse Capítulo, identifica-se o mesmo tipo de tarefa apresentado no nosso estudo epistemológico, assim como para as atividades de área de superfícies.

- **Livro "A Conquista da Matemática" do 9º ano aprovado pelo PNLD 2020**

No livro do 9º ano, nosso objeto de pesquisa é abordado no Capítulo 3: Figuras espaciais. Esse Capítulo é constituído por três tópicos, a saber: Projeção ortogonal; Vistas ortogonais; e, Volume de prismas e de cilindros. A projeção ortogonal, de acordo com Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 238), "é uma figura formada em um plano a partir de outra figura que pode, ou não, estar contida nesse plano". Os autores explicam que essas projeções são utilizadas para representar as figuras não planas por meio de figuras planas, obtendo as vistas ortogonais do objeto representado.

O exemplo apresentado no livro é das projeções de um dado (Figura 30) e suas vistas frontal, superior e lateral, vejamos:

Figura 30. Projeção e vistas ilustradas pelos autores do livro didático analisado



Fonte: GIOVANNI JR; CASTRUCCI (2018, p. 239)

Após apresentar essas ilustrações, os autores informam que as projeções ortogonais são fundamentais para o setor industrial, no qual são utilizadas para representar todas as perspectivas de um objeto antes de fabricá-lo. As projeções também são utilizadas na Arquitetura e no Urbanismo. O tópico "Vistas ortogonais" é finalizado com a explicação de maneira simplificada de como obter as projeções que geram as vistas ortogonais de uma figura não plana qualquer, passo a passo.

Seguidamente, apresenta-se uma lista com três questões, das quais identificamos dois tipos de tarefas referentes ao estudo das projeções e vistas ortogonais dos sólidos geométricos:

T_{21}: Desenhar a projeção de um objeto em perspectiva (ou de um sólido) que gerem a vista frontal, lateral e superior desse objeto (ou sólido).

T_{21}: Escolha qual das faces será tomada como frontal, para tal identificar a face superior e lateral. Desenhe primeiramente a vista frontal respeitando as dimensões do objeto (ou sólido). Repita o processo para as demais faces.

T_{22}: Identificar as vistas ortogonais de determinado objeto.

t_{22}: Observe cada vista e identifique qual delas corresponde às vistas ortogonais do objeto.

O tipo de tarefa T_{21} é semelhante ao tipo de tarefa T_5 (Desenhar as vistas ortogonais da pirâmide quadrangular) apresentado na dimensão epistemológica. Uma vez que, para realizar a T_5, está implícita a necessidade de desenhar as projeções ortogonais, pois, é por intermédio delas que se obtém as vistas ortogonais.

Apesar de afirmamos anteriormente que não aprofundaríamos o estudo de volume, vale observamos de maneira breve de que maneira o estudo dos sólidos geométricos alimenta esse conceito. Dessa forma, após abordar sobre a projeção ortogonal, ainda neste Capítulo, os autores apresentam o volume de prismas e cilindros, conforme é indicado pela habilidade EF09MA19 da BNCC. Observamos que não há explicação quanto ao uso do mesmo cálculo para determinar o volume de prismas e cilindros ($área\ da\ base \times altura$). Durante nosso estudo epistemológico, vimos que os autores do livro que adotamos para investigar os tipos de tarefas, fazem uso do princípio de Cavalieri.

Ainda em relação ao estudo do volume, notamos que nos anos anteriores (6º, 7º e 8º anos) do ensino fundamental, tanto na BNCC como no livro didático para o 9º ano, o estudo dos sólidos é restrito aos prismas e pirâmides e o estudo do volume é restrito ao do bloco retangular.

4.4.2.4 Uma síntese

De modo geral, a abordagem sobre sólidos geométricos no livro do 9º ano é baseada na geometria descritiva esboçada no nosso estudo epistemológico. No livro do 6º ano, verificamos uma mesclagem entre a geometria euclidiana e descritiva.

Essa comparação entre as Coleções, nos possibilitou evidenciarmos o distanciamento entre o que está proposto nos documentos curriculares e o que é ensinado em sala de aula. O livro didático é um importante aliado do professor, norteando o seu trabalho, ou seja, se o livro deixa de abordar um determinado objeto matemático, dificilmente esse objeto será ministrado pelo professor. Nesse sentido, afirma Conceição, 2017, p. 5) que "por falta de uma formação sólida, muitos professores utilizam o livro didático como muleta".

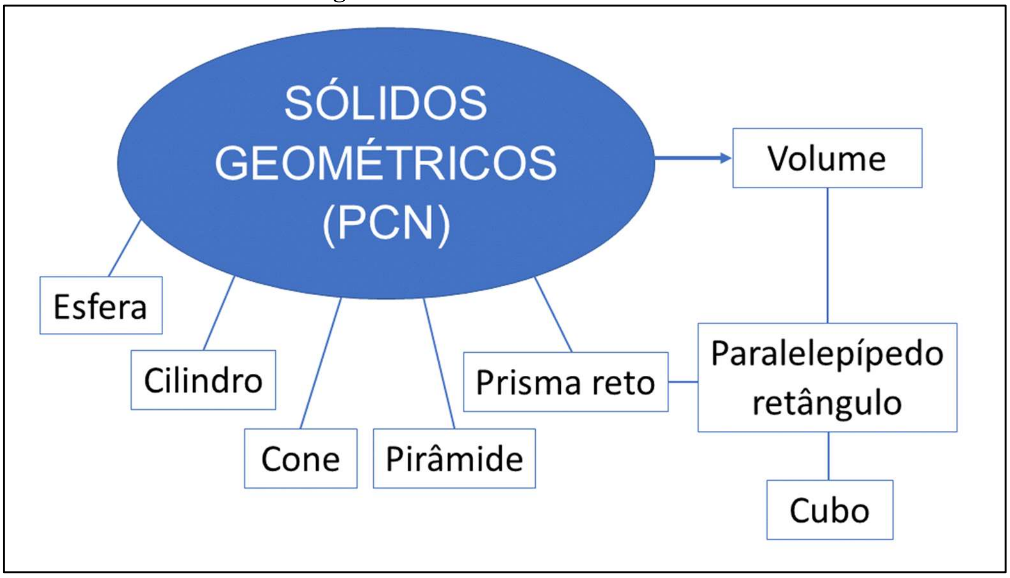
Na análise dos documentos, os PCN-Matemática apresentaram maior quantidade de conceitos em relação às recomendações da BNCC. Entretanto, o nosso olhar para os livros didáticos de matemática analisados e que foram elaborados com base nesses documentos, nos revela um resultado inverso ao que está posto pelos citados documentos curriculares.

Dessa forma, vemos a importância de investigar não somente os documentos oficiais ou livros didáticos utilizados na educação básica. Mineiro (2019, p. 22) explica a necessidade do pesquisador de englobar em sua análise "todas as instituições que de uma forma ou de outra influenciam a transposição do saber sábio em saber a ser ensinado e em saber efetivamente aprendido pelos alunos, passando pela noosfera e pela instituição escolar, até que chegue à sala de aula".

Assim, devido à diferença observada tanto nos documentos norteadores como nos livros, reconhecemos que cada deles deve condicionar a prática do professor de maneiras diferentes, a depender de como esse professor irá se apropriar das recomendações dispostas em ambos os documentos e apresentadas nos livros. Nesse sentido, Gáscon (2018) explica que os MED de certo domínio do saber matemático ensinado em uma determinada instituição são materializados em um modelo docente. Por isso, optamos por apresentar dois MED – um referente à BNCC e outro aos PCN, levando em consideração a forma como as recomendações desses documentos foram incorporados nos livros didáticos.

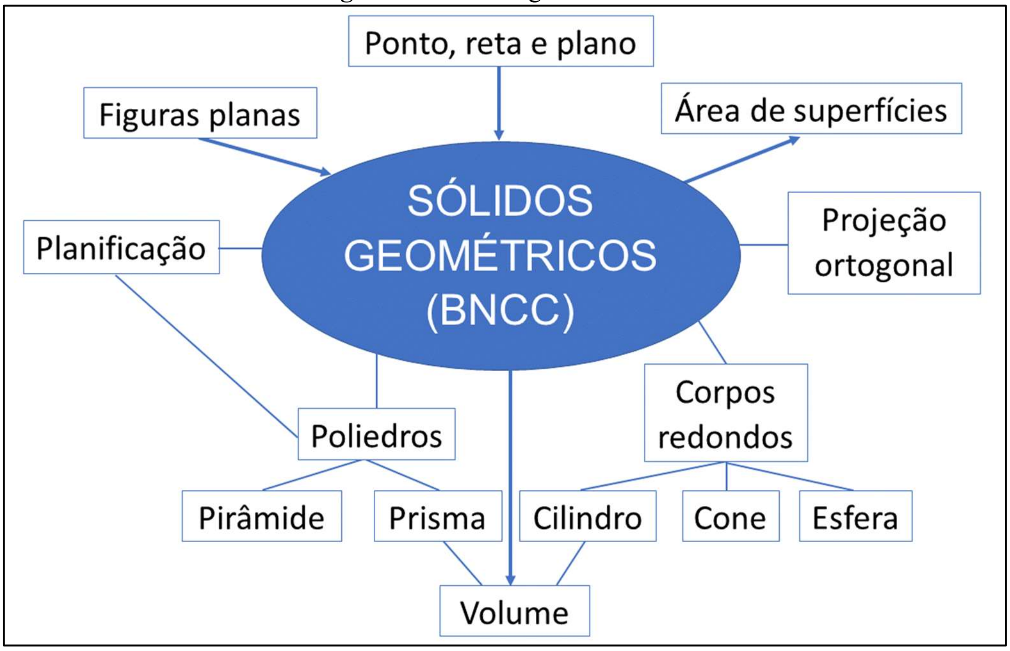
Esses modelos apresentam de maneira resumida todo estudo realizado na dimensão econômica, de modo que apresentamos os conceitos interligados (—), ou seja, aqueles que irão constituir nosso objeto, respeitando o que está posto para os anos finais do ensino fundamental. Além disso, indicamos nos MED, os conceitos que alimentam (→) e são alimentados (←) pelos sólidos geométricos.

Figura 31. MED com base nos PCN



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 32. MED segundo a BNCC



Fonte: Elaborada pela autora

Ao expormos esses dois MED apresentando conceitos interligados, nos dá uma visibilidade sobre qual entendimento é representado por cada instituição (PCN e BNCC) e quais as interpretações dos autores dos livros didáticos analisados para escolherem e editarem suas praxeologias sobre objetos matemáticos. Consequentemente, professores também passam a realizar seu trabalho praxeológico a partir das propostas desses autores, sobretudo, dos livros adotados na unidade escolar ou de sua preferência.

4.4.3. Dimensão ecológica do problema didático de sólidos geométricos

O estudo realizado nessa dimensão leva em consideração as restrições e condições em cada um dos níveis de codeterminação didática impostas às praxeologias, desde os níveis mais genéricos, como a sociedade, até os mais específicos, como a disciplina e o objeto de estudo. Dito isto, nosso primeiro passo foi reunir os tipos de tarefas referentes aos sólidos geométricos identificados no nosso estudo epistemológico e econômico. De posse desses tipos de tarefas, identificamos o objeto de estudo determinado por cada um deles. Em sequência, foi possível verificarmos que os sólidos geométricos nos anos finais do ensino fundamental é um tema de estudo e, portanto, constitui-se como uma praxeologia matemática local.

Quadro 11. Tipos de tarefas, objeto e tema de estudo referente aos sólidos geométricos nos anos finais do ensino fundamental

TIPO DE TAREFA	OBJETO DE ESTUDO	TEMA
T_{23}: Nomear os sólidos geométricos	Nomenclatura dos sólidos geométricos	Sólidos geométricos
T_{24}: Identificar os vértices, faces e arestas de cada sólido geométrico	Elementos dos sólidos geométricos	
T_{25}: Quantificar os vértices, faces e arestas de cada sólido geométrico		
T_{26}: Identificar os polígonos correspondente a cada face dos sólidos geométricos		
T_{27}: Classificar os sólidos geométricos em poliedros ou corpos redondos	Classificação dos sólidos geométricos	
T_{28}: Construir sólidos geométricos	Construção de sólidos geométricos	
T_{29}: Corresponder os sólidos geométricos a sua planificação	Planificação da superfície de sólidos geométricos	
T_{30}: Desenhar a planificação da superfície dos sólidos		
T_{31}: Identificar sólido geométrico correspondente a determinadas vistas ortogonais	Projeção e vistas ortogonais	
T_{32}: Desenhar as vistas ortogonais dos sólidos geométricos		

Fonte: Elaborado pela autora (abr. 2021)

Como já comentamos anteriormente, os professores costumam focalizar suas aulas nos níveis de codeterminação de maior especificidade, como por exemplo, os objetos de estudo e tema. Esse tipo de abordagem, muitas vezes, provoca ausência na mobilização por parte dos alunos para o estudo dos tipos de tarefas propostos em sala de aula, uma vez que são nos níveis superiores, setores e domínios, nos quais estão situadas as tarefas motivadoras das praxeologias matemáticas. Dessa forma, ao olharmos para estes níveis, é possível identificar restrições e condições para o estudo dos sólidos geométricos.

Por outro lado, os níveis acima da disciplina (pedagogia, escola, sociedade), "considerados como níveis pedagógicos no sentido não matemático [...], incluem restrições que têm forte impacto na matemática escolar e, portanto, devem fazer parte do objeto de estudo da Didática da Matemática" (GASCÓN, 2011, p. 218). Dessa forma, observamos também esses níveis e as restrições que impõe no estudo do nosso objeto de pesquisa. No Quadro 13, apresentamos nossa escala de níveis de codeterminação.

Quadro 12. Escala de níveis de coderteminação referente ao nosso objeto de pesquisa

Sociedade	Brasil
Escola	Escolas estaduais de Sergipe
Pedagogia	PCN, BNCC e currículos de Sergipe
Disciplina	Matemática
Domínio	Geometria
Setor	Figuras geométricas
Tema	Sólidos geométricos
Objetos de estudo	Nomenclatura dos sólidos geométricos; Elementos dos sólidos geométricos; Classificação dos sólidos geométricos; Construção de sólidos geométricos; Planificação da superfície de sólidos geométricos; Projeção e vistas ortogonais.

Fonte: Elaborado pela autora (abr. 2021)

Dessa forma, elencamos as restrições que observamos nesses níveis de codeterminação:

1) Verificamos que a classificação dos sólidos geométricos em poliedros regulares e irregulares é recomendada pelos PCN, entretanto, no livro didático elaborado sob as orientações de tal documento, essa classificação não foi abordada. Na BNCC, a referida classificação não é indicada para os anos finais do ensino fundamental, não sendo também abordada no livro didático.

É válido lembrar que cada um dos saberes matemáticos foi desenvolvido como respostas às necessidades que se apresentavam, em um determinado tempo, a uma determinada sociedade. No entanto, às vezes, essas necessidades deixam de existir e, consequentemente, deixam de existir também as razões de um ou outro saber (MINEIRO, 2019).

Diante do exposto, observamos que a abordagem dessa classificação deixou de existir ao compararmos os dois documentos. Além disso, quando não se apresenta essa classificação, os sólidos de Platão podem deixar de ser ensinados nos anos finais do ensino fundamental, uma vez que eles são classificados como sólidos regulares.

Dentre os relatos de experiência apresentados na nossa revisão de literatura, há entre eles, dois trabalhos que apontam atividades realizadas em turmas dos anos finais do ensino fundamental, cuja finalidade foi trabalhar com os sólidos de Platão. Antiqueira e Oliveira (2012) justificam a escolha, por considerar possível abordar conceitos da geometria plana e espacial através desses sólidos. Antiqueira e Oliveira (2012) e Amaral e Wrobel (2015) realizaram a mesma atividade, na qual os alunos deveriam construir os referidos sólidos utilizando palitos e jujubas (ou bolas de isopor). Como podemos verificar, ambas experiências foram realizadas antes da implementação da BNCC e seguindo as indicações dos PCN, os sólidos de Platão foram abordados para alunos dos anos finais do ensino fundamental.

Entretanto, a justificativa dada para o estudo dos sólidos de Platão por Antiqueira e Oliveira (2012) também se aplica para os demais sólidos. Dessa forma, supomos que a falta de motivação para o estudo dos sólidos de Platão pode causar ausência na abordagem desses sólidos no novo documento (BNCC).

2) Ao compararmos novamente os dois documentos curriculares, observamos que para os anos finais do ensino fundamental, nos PCN, a indicação refere-se ao estudo de prismas, pirâmides, corpos redondos e sólidos regulares. Na BNCC, o estudo é restrito apenas aos prismas e pirâmides. Com isso, constata-se que o cone, o cilindro e a esfera, deixam de ser indicados no novo documento. Mais uma vez, constatamos que saberes deixarem de existir de um documento para o outro. Cada época, cada reforma curricular altera ou mantém viva um ou demais saberes – objetos de conhecimento.

Para o 9º ano do ensino fundamental, verificamos na unidade temática Grandezas e Medidas na BNCC, a indicação do estudo do volume de cilindros e prismas. O que nos chamou atenção, visto que os cilindros não são abordados nos anos anteriores (6º, 7º e 8º ano). Nos livros didáticos elaborados sob as indicações da BNCC, evidenciamos essa realidade. Os corpos redondos (cone, cilindro e esfera) são apresentados brevemente como exemplo de sólidos geométricos no livro didático do 6º ano, sem nenhuma explicação referente a essas figuras espaciais. O cilindro só volta a ser apresentado no livro do 9º ano, para abordagem do seu volume.

Mais uma vez recorremos aos relatos de experiências do ensino dos sólidos geométricos dos anos finais do ensino fundamental. Em dois desses artigos, observamos que a atividade relatada visou o estudo dos poliedros e dos corpos redondos. Em ambas as experiências, os alunos construíram os sólidos e, em seguida, tiveram que quantificar o número de vértices, faces e arestas. Na atividade proposta por Silva, Martin e Beline (2014), os elementos deveriam ser contabilizados apenas nos poliedros. Já na proposta de Rodrigues et al (2017), foi solicitado que os alunos reconhecessem e contabilizassem os elementos tanto dos poliedros como dos corpos redondos. Assim como Silva, Martin e Beline (2014), os demais trabalhos deram ênfase ao estudo dos poliedros, deixando de abordar os corpos redondos.

3) Ao restringir o estudo de sólidos aos prismas e pirâmides, verificamos tanto na BNCC, como no livro didático correspondente, que os elementos vértices, arestas e faces são abordados somente para tais sólidos. Nos PCN, apesar de contemplar o estudo dos corpos redondos, ao indicar o estudo dos vértices, arestas e faces, o documento especifica que deve ser referente aos prismas e pirâmides. Dessa forma, observamos que os documentos restringem a abordagem do estudo dos elementos dos sólidos aos prismas e pirâmides, deixando de explorar os elementos dos corpos redondos.

Esse fato nos faz repensar sobre esses elementos, pois, nos livros didáticos investigados não identificamos uma explicação sobre as faces e arestas dos sólidos, de modo que fosse restrito aos prismas e pirâmides. Essa dúvida sobre a definição da face de um sólido também foi evidenciada no livro de Euclides, por meio do nosso estudo epistemológico. Euclides apenas afirmou que a face de um sólido é uma superfície, sem esclarecer se a superfície deve ser plana e/ou curva. Supondo que as faces correspondam apenas a superfícies planas, compreendemos que não se deve deixar de explicar as superfícies curvas aos alunos dos anos finais do ensino fundamental, explorando assim, os elementos que compõem os corpos redondos.

Como comentamos no ponto anterior, Rodrigues et al (2017) realizaram uma atividade, na qual os alunos após construírem poliedros e corpos redondos por meio da planificação de suas superfícies, deveriam quantificar o número de vértices, faces e arestas de cada sólido. De acordo com o relato dos autores, ao inserir essa atividade, eles imaginavam que os alunos apresentariam dificuldade e algumas confusões, como no caso do cone, que os alunos confundirem a emenda da colagem com uma aresta.

Nesse sentido, Rodrigues et al (2017, p. 624) afirmam que possibilitar aos alunos tocarem e visualizarem concretamente um objeto geométrico, “amplia bastante a percepção das suas características" e demostra que o uso de materiais manipuláveis se torna essencial a esse tipo de atividade. Apesar disso, os autores não relatam sobre as superfícies curvas dos corpos redondos, enfatizando que somente os poliedros têm vértices, faces e arestas.

4) A planificação das superfícies dos sólidos geométricos é indicada pelos PCN e pelo currículo de Sergipe (elaborado após a BNCC). No livro didático do PNLD 2020, a planificação é apresentada apenas para os prismas e pirâmides. Com base no nosso estudo epistemológico, verificamos que as planificações contribuem para a obtenção da área das superfícies dos cilindros e cones. Para o cálculo da área dos prismas e pirâmides, a sua planificação também pode contribuir para a visualização das faces dos sólidos. Porém, é possível tal visualização sem a planificação.

No caso para estudar a área das superfícies dos cones e cilindros, a planificação não é facultativa como no caso dos prismas e pirâmides. Com isso, ao restringir o estudo das planificações apenas para os sólidos com as faces planas, verificamos uma limitação para o estudo da área das superfícies dos cones e cilindros. Como esboçamos no nosso MER, a planificação da superfície do cone e do cilindro alimenta o estudo da área dessas superfícies.

5) Identificamos nos PCN a presença de articulação entre a geometria plana e a espacial. Neste documento, é recomendado que o aluno saiba distinguir as figuras bi e tridimensionais além de reconhecer as posições relativas entre retas, por meio das arestas, e entre planos, observando as faces dos sólidos. Na BNCC, essa articulação é evidenciada no objeto de conhecimento de Polígonos, para o qual, o documento recomenda que essas figuras sejam visualizadas em faces de poliedros.

Consideramos importante esse tipo de abordagem, visto que muitos alunos apresentam dificuldade na visualização de figuras espaciais em sua representação no plano, como foi evidenciado por Cunha (2009) em um estudo realizado com alunos da rede municipal do Rio de Janeiro. Nesse sentido, Cunha (2009) reforça o poderoso papel complementar da visualização no aprendizado dos sólidos geométricos.

Ainda em relação à articulação entre a geometria plana e espacial, explicitamos no nosso MER que as figuras planas e as posições relativas entre retas e planos alimentam o estudo dos sólidos. Este último além de alimentar pode ser alimentado pelo nosso objeto de pesquisa.

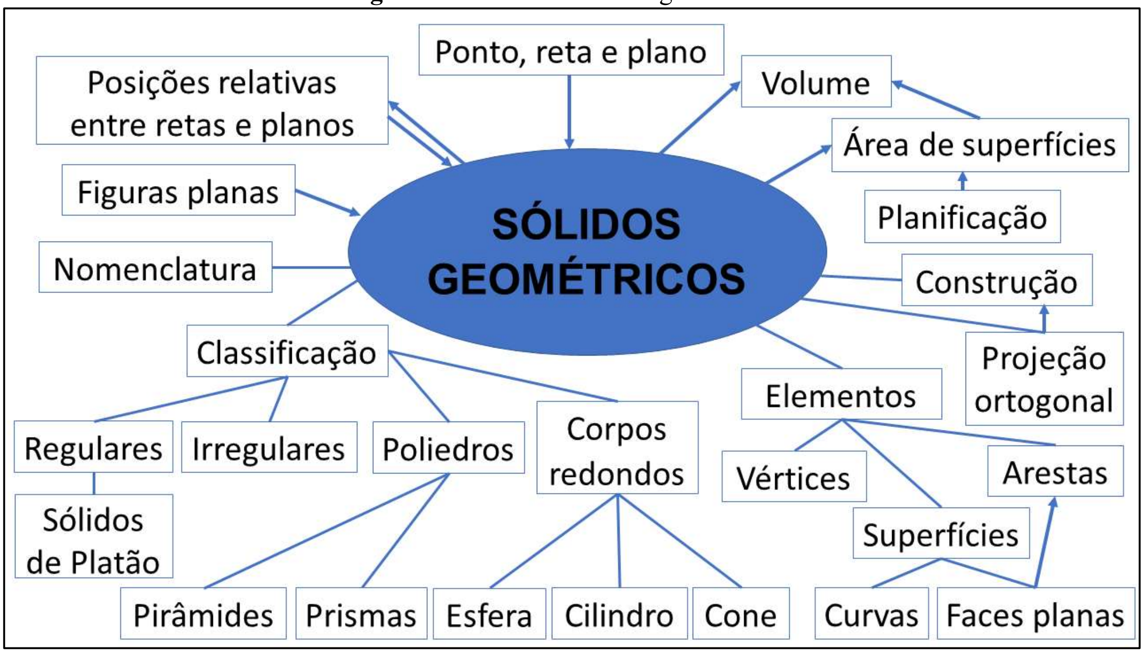
6) Observamos que as vistas ortogonais dos sólidos geométricos aparecem em ambos os documentos, entretanto, na BNCC, esse estudo deve ser aplicado para que o

aluno possa desenhar as figuras espaciais em perspectiva. Nos livros didáticos de matemática aprovados pelo PNLD 2020 e analisados neste estudo, constatamos que os autores abordam as vistas ortogonais dos sólidos geométricos, porém, não aplicam como recomendado pela BNCC. No livro didático analisado e referente aos PCN, o referido estudo sobre vistas ortogonais não é abordado.

Segundo Giostri e Silva (2014), atividades de construção dos sólidos geométricos são significativas, visto que os alunos podem fazer inferências por intermédio dessas construções. Entretanto, Bispo (2014) observou que os alunos participantes de sua pesquisa não apresentaram competências e habilidades para construir objetos de três dimensões no espaço bidimensional em perspectiva. Nesse sentido, o autor sugere o uso de metodologias e recursos didáticos para o ensino dos sólidos geométricos.

Com base no estudo das três dimensões básicas do problema didático dos sólidos geométricos, construímos nosso MPR (Figura 33), no qual apresentamos os objetos de estudo[46] referentes aos sólidos geométricos e os conceitos que o constituem, respeitando os anos finais do ensino fundamental. Além disso, mantivemos os conceitos que alimentam (→) e são alimentados (←) pelos sólidos geométricos, conforme apresentamos no nosso MER e incluímos outras ligações entre conceitos que se alimentam.

Figura 33. MPR dos sólidos geométricos



Fonte: Elaborada pela autora (abr. 2021)

[46] Optamos por apresentar os objetos de estudos ao invés dos tipos de tarefas para não deixar o modelo carregado, visto que, os tipos de tarefas necessitam de mais espaço. Dessa forma, a cada objeto de estudo é associado os tipos de tarefas apresentados no Quadro 8.

4.5 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS PRAXEOLOGIAS CONSTRUÍDAS E ADOTADAS PELA RESIDENTE BEATRIZ PARA ENSINAR SÓLIDOS GEOMÉTRICOS EM UMA TURMA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Com o intuito de responder nossa questão de pesquisa – O que e como a residente de matemática da UFS/SC ensina sobre sólidos geométricos em uma turma do 6º ano do ensino fundamental? – detalharemos a maneira como nossa residente participante promoveu o estudo dos sólidos geométricos para os alunos de uma turma do 6º ano do ensino fundamental. Dessa forma, diluímos essa subseção em dois tópicos: no primeiro, descreveremos as aulas observadas referente à regência da participante, de modo que seja possível identificarmos as praxeologias utilizadas para ensinar sólidos geométricos. No segundo tópico, apresentaremos uma análise dessas praxeologias, utilizando como referência o nosso MPR elaborado, bem como, as discussões levantadas no estudo das três dimensões do problema didático.

4.5.1 Descrição das aulas

Observamos as aulas dos dias 23 e 29 de outubro do ano dois mil e dezenove. Nessas aulas, iniciou-se uma nova unidade com a regência dos residentes, de maneira que a Residente Beatriz ficou designada para ministrar as aulas referente ao estudo de sólidos geométricos[47]. Na unidade anterior, a professora da turma (preceptora do programa) trabalhou com os alunos dessa turma, os seguintes conteúdos: Elementos intuitivos; ângulos; polígonos; triângulos e quadriláteros. Após a abordagem desses conteúdos, realizou-se uma avaliação aplicada pela professora preceptora.

A organização das unidades e dos conteúdos foi estabelecida pela professora preceptora e discutida com os residentes em uma reunião de planejamento. Apesar de verificarmos que os residentes tinham espaço para expor suas opiniões em relação à organização dos conteúdos, por possuir maior experiência, observamos que a disposição dos conteúdos na ordem em que foram abordados partiu da professora preceptora.

[47] Os residentes, juntamente com o(a) respectivo(a) professor(a) preceptor(a), tinham a liberdade de organizar o período de regência conforme a delimitação das horas estipuladas pelo RP para cada discente.

Assim como no PIBID, o trabalho colaborativo entre professores e licenciandos garante um trabalho de intervenção com qualidade para os alunos da educação básica. Nesse sentido, Giostri e Silva (2014) evidenciam que a colaboração entre os professores das escolas parceiras do programa e os futuros professores de matemática pode proporcionar uma melhoria no ensino e na aprendizagem da matemática nessas escolas. Os autores ainda constatam que o programa contribui não somente na formação inicial dos licenciandos, como também promove formação continuada para os professores atuantes na educação básica. Rodrigues et al (2017, p. 619) corroboram com esse pensamento e explicam:

> Para os alunos do curso de Licenciatura em Matemática, o PIBID, desde seu início, vem propiciando diversas experiências do contexto escolar, contribuindo de maneira extremamente significativa para sua formação inicial e já o colocando como um dos protagonistas no processo de ensino e aprendizagem da matemática para os alunos das escolas parceiras.
> Para o professor supervisor, a realização do subprojeto é bastante significativa, no sentido que contribui para uma reflexão constante de seu trabalho, na orientação dos licenciandos com troca de experiências, na confecção de materiais didáticos, na participação em seminários e eventos, além de oportunizar mudanças na tomada de decisões nas ações do professor, bem como nas percepções desse sujeito acerca da profissão docente e de sua prática em sala de aula, sendo assim, decisivo para sua formação continuada.

Em entrevista com a professora preceptora, questionamos qual o livro didático de matemática era utilizado na turma. A professora nos informou que devido o número de alunos ser maior do que a quantidade do livro didático adotado disponível na escola, os alunos não haviam recebido seus respectivos livros, ficando disponível na Biblioteca da escola para uso coletivo de todas as turmas. A preceptora explicou que os livros ficavam disponíveis para serem utilizados nas aulas pelos professores, sendo necessário pegar na Biblioteca e devolver assim que terminasse a aula.

A professora informou ainda que muitas vezes optava por elaborar apostilas[48] que eram impressas e entregues aos alunos. Com isso, fornecia material para que eles pudessem estudar sem necessariamente disponibilizar um tempo da aula para copiar os conteúdos na lousa e, por conseguinte, seus alunos reproduzissem uma cópia em seus

---

[48] A professora informou que para elaboração do material utilizava os livros da coleção "Matemática Compreensão e Prática" e da coleção "Matemática Araribá Plus". Além disso, por também lecionar no SESI (Serviço Social da Indústria), ela utilizava o banco de questões disponível para os professores da referida instituição.

cadernos. Algumas atividades realizadas em sala também seguiam mesmo tipo de material elaborado pela professora, impresso e entregue aos alunos.

Ciente dessa realidade, a residente optou por não utilizar o livro didático disponível na biblioteca da escola e realizou seu planejamento utilizando outro livro didático de matemática. Durante a reunião de planejamento realizada na sala dos professores da escola, a residente observou que havia diversas coleções de livros didáticos novos. Ao questionar o que seriam esses livros, a preceptora explicou que as coleções, aprovadas pelo PNLD, haviam sido entregues na escola para escolha da coleção pelos professores. A residente perguntou se poderia utilizar algum dos livros disponíveis para elaborar suas aulas e a preceptora confirmou. Assim, a residente escolheu utilizar também o livro didático do 6º ano do ensino fundamental da Coleção A Conquista da Matemática na elaboração dos seus planos de aula.

Quando questionamos à residente sobre o porquê da escolha do livro didático da referida coleção, Beatriz explicou: "É o livro didático que tive mais contato, estudei o ensino fundamental com ele, na graduação sempre tinha contato nas aulas que precisava observar livros" (BEATRIZ, 2021).

Além disso, Beatriz afirma que, dentre os livros do penúltimo PNLD, com os quais teve contato, o livro didático da coleção A conquista da Matemática é o que possuía mais problemas contextualizados, sendo que os demais trabalham mais com atividades de fixação. Como já comentamos na Seção 4, essa coleção é uma das mais utilizadas por professores em Aracaju (MOREIRA, 2011; SOUZA, 2015). Atualmente é a mais escolhida entre as escolas públicas de Sergipe situadas no referido município sergipano.

No primeiro dia de aula (23/10), a turma foi dividida em grupos com até 6 alunos. Cada grupo recebeu três caixas de embalagens, todas em formato de bloco retangular (ou paralelepípedo). Beatriz questionou aos alunos se o formato das caixas são **figuras planas** ou **não-planas**. Após algumas respostas, a residente confirmou que são figuras não-planas (espacial[49]), em sequência solicitou que os alunos escrevessem em seus cadernos as caraterísticas observadas nas embalagens. Enquanto isso, a residente escreveu na lousa, as seguintes definições (Protocolo 1):

Protocolo 1. Definições escritas na lousa na aula do dia 23/10

Poliedros são aqueles que possuem apenas partes planas em sua superfície;

[49] A residente intercala o uso dos termos espacial e não-planas.

Corpos redondos são aqueles que tem partes arredondadas em suas superfícies.

Beatriz observou que os alunos não conseguiram elencar nenhuma característica das caixas, então resolveu ler as definições escritas na lousa e questionar aos alunos se as embalagens têm formatos de poliedros ou corpos redondos. Os alunos responderam que são poliedros. Com um corretivo em mãos, a residente questionou aos alunos, se o objeto era um poliedro ou não-poliedro e se possuía apenas partes arredondadas. Após algumas respostas, a residente explicou que os corpos redondos têm ao menos uma parte arredondada, mas que também podem ter partes planas.

Em sequência, foi solicitado pela residente que os alunos escolhessem uma das faces das caixas, desenhassem o contorno da face escolhida no caderno e nomeassem a figura desenhada. Dois alunos de cada grupo foram convidados para irem à frente da turma, mostrar a caixa que escolheu e o desenho do contorno de uma das faces dessa caixa. Durante a apresentação dos alunos, a residente conduziu um debate a respeito das características do retângulo e do quadrado.

Na aula seguinte (29/10), a residente escreveu na lousa um pequeno esquema resumindo os termos e conceitos abordados na aula anterior (Protocolo 2).

Protocolo 2. Esquema escrito na lousa na aula do dia 29/10

Episódios anteriores

→ Sólidos geométricos
- **Poliedros**
- **Corpos redondos**

→ Caixas: Não planas
- **Poliedros**

→ Face: cada superfície que compõe o poliedro

→ Formado por figuras planas

Planificação

Pergunta: Todos os sólidos são formados por retângulos?

Transcorrido alguns minutos para que os alunos copiassem o que estava na lousa, a residente fez uma revisão oral dos termos explorados na aula anterior, escritos na lousa. A turma foi organizada em grupos com até 6 alunos, cada grupo recebendo novamente as caixas de embalagens utilizadas na aula anterior. A residente solicitou que os alunos desmontassem as caixas, planificando-as e questionou se as faces dos sólidos tinham formatos de retângulos, os alunos confirmam que sim.

Iniciou-se uma nova atividade, de modo que cada grupo recebeu dois moldes de sólidos geométricos planificados, um prisma e uma pirâmide. A residente entregou também tesoura e cola. Os alunos cortaram os moldes e montaram. Enquanto isso, a residente escreveu na lousa os seguintes questionamentos:

Protocolo 3. Questões escritas na lousa na aula do dia 29/10

Planificação
→ Poliedro ou corpo redondo?
→ Figuras planas que formam o sólido?
→ Número de faces?
→ Nome do sólido?

Solicitou-se que os alunos respondessem em seus cadernos as questões expostas na lousa. Alguns minutos depois, dois alunos de cada grupo dirigiram-se à frente da turma e apresentaram suas obras aos colegas, respondendo às perguntas escritas na lousa. A residente auxiliou os alunos na apresentação e identificação da nomenclatura. Além disso, a residente explanou os elementos, vértices, faces e arestas dos poliedros, além das características das pirâmides e prismas, diferenciando esses sólidos.

Os grupos foram desfeitos, os alunos organizados em fila receberam uma lista de exercício contendo sete questões para responderem individualmente (ANEXO 2). No Quadro 14, listamos os tipos de tarefas presentes na lista de exercício como também as tarefas que os alunos executaram no decorrer dos dois dias de aulas.

Quadro 13. Tipos de tarefas presentes nas aulas da Residente Beatriz

Tipo de tarefa	Na aula	Na lista de exercícios
Quantificar os elementos dos poliedros	X	X
Planificar paralelepípedo	X	
Confeccionar poliedro	X	
Corresponder planificação a cada sólido		X
Identificar polígono da face dos poliedros	X	X
Diferenciar figuras planas e não-planas	X	
Classificar os sólidos em poliedros e corpos redondos	X	
Nomear os poliedros	X	

Fonte: Elaborado pela autora (abr. 2021)

4.5.2 Análise da estrutura praxeológica utilizada pela residente

Ao iniciar a abordagem dos sólidos geométricos na turma do 6º ano, Beatriz optou por diferenciar, inicialmente, figuras planas e figuras não-planas. Nos primeiros questionamentos que a residente fez, os alunos expressam uma certa confusão entre essas classes de figuras. Vejamos no diálogo entre eles[50]:

> *Beatriz: Elas parecem com que forma geométrica?*
>
> *Alunos: Retângulo, quadrado*
>
> *Beatriz: O quadrado e retângulo ficam no plano ou fora do plano?*
>
> *Alguns respondem que ficam no plano e outros que ficam fora.*
>
> *Beatriz: Eles ficam no plano e por isso são figuras geométricas planas. E essas caixas que você tem nas mãos, ficam dentro do plano?*
>
> *Alunos: Sim.*

Beatriz resolveu colocar uma das caixas sobre uma folha, a qual chamou de plano. Em seguida, afirmou que a caixa não está dentro do plano, pois havia partes dela fora do plano. Ao escolher utilizar os materiais manipuláveis para abordar os sólidos geométricos, Beatriz contribuiu para uma melhor visualização desses objetos por parte dos alunos.

Como vimos na nossa revisão de literatura, o uso desses materiais preserva a estrutura dos sólidos e favorece a aprendizagem da sua característica tridimensional. Rosa, Ribeiro e Strieder (2017, p. 9) enfatizam que os

> materiais manipulativos são fundamentais para realizar contextualizações de conceitos, já que a visualização permite compreender o abstrato. [...] Diante disso, fica evidente que o uso de atividades diferenciadas, no desenvolvimento de conteúdos matemáticos como o de geometria, tem a possibilidade de tornar a construção do conhecimento do aluno significativa, pois a confecção e manipulação dos materiais concretos permite uma compreensão positiva do conteúdo.

[50] Esse diálogo consta no nosso diário de bordo.

Como podemos observar, no seu discurso, Beatriz utilizou alguns conceitos geométricos como plano e figuras planas. Os alunos, por sua vez, utilizam as figuras planas, ao falarem que as faces das caixas pareciam com quadrados e retângulos. Sendo assim, essas noções alimentam o estudo dos sólidos geométricos, como previsto e esboçado no nosso MPR, pois são citados para compreensão dos sólidos. Além disso, a organização utilizada pela preceptora, na qual, os sólidos são abordados após o estudo de ponto, reta, plano e figuras planas, possibilitou tal abordagem.

Essa estrutura é semelhante a organização proposta por Lima et al (2004) em seu livro, conforme explicitamos no nosso estudo epistemológico. O referido autor explica que o estudo dos sólidos geométricos pode colaborar na fixação das noções de ponto, reta e plano, uma vez que é possível utilizá-los em exemplos muito mais ricos envolvendo essas noções.

Assim, ao se valer dessa abordagem, é possível proporcionar uma aprendizagem significativa para os alunos. De acordo com Rosa, Ribeiro e Strieder (2017), quando o professor oferta aos alunos uma compreensão do conteúdo estudado, promovendo a associação aos conhecimentos existentes na sua estrutura cognitiva, os alunos podem desenvolver uma aprendizagem significativa.

Ainda nesse contexto, após explorar a classificação dos poliedros e corpos redondos, Beatriz trabalhou com os alunos o polígono das faces das embalagens, que são retângulos e quadrados. A residente aproveita a oportunidade para revisar algumas das características dessas figuras planas, já estudadas na unidade anterior.

Na segunda aula, observamos que o estudo dos sólidos é restrito aos poliedros, como previsto pelo MED referente à BNCC. Ao utilizar as embalagens, verificamos que não houve variedade em seus formatos, sendo apenas de paralelepípedo que também é um poliedro. Nos dias atuais, muitas embalagens de cosméticos e medicamentos apresentam-se em formatos variados. Porém, por ser material descartável, na maioria das vezes, o uso é dispensado, mantendo-se apenas o frasco ou cartelas. Alguns professores guardam esses recipientes, mas quando solicitam que os alunos levem à sala de aula, não tem seu objetivo alcançado. O mais comum é obter embalagens com o formato de paralelepípedo ou cubo. Uma das alternativas é sempre apresentar ilustrações, favorecendo apenas o reconhecimento pela visualização.

Porém, existem alternativas, uma delas é apresentar a planificação de superfícies de sólidos para que os alunos possam recortar ou copiar e construir usando régua, tesoura e cola. A residente utilizou dessa alternativa ao abordar os poliedros, levando para a aula a planificação das superfícies de prisma e pirâmide para montagem pelos alunos. Por meio dessa abordagem, trabalhou a classificação de poliedros em prismas e pirâmides e a nomenclatura dessas classes de sólidos.

A classificação de sólidos em regulares e irregulares não foi abordada e, consequentemente, os sólidos de Platão também não, como era previsto pelos MED tanto referente aos PCN como, à BNCC. Pelo comentado anteriormente, alguns saberes perdem sua razão de ser e consequentemente podem deixar de existir em uma determinada instituição. Ou, mesmo que as razões ainda estejam vivas, as pessoas continuam fazendo as coisas que faziam "por inércia, sem que realmente haja sentido em prosseguir dessa forma, sem questionar e sem considerar eventuais mudanças no modo de fazer tais coisas" (MINEIRO, 2019, p. 21).

Por fim, Beatriz apresentou os vértices, faces e arestas de poliedros, mostrando esses elementos nos prismas e pirâmides representados pelas caixas confeccionadas na aula. Esses elementos não são abordados nos corpos redondos, ficando restrito aos poliedros. Tanto nos livros didáticos, como nos documentos norteadores, verificamos essa realidade.

Acreditamos que deixar de abordar os elementos presentes nos corpos redondos, como o vértice do cone, como também, as superfícies do cilindro, cone e esfera, poderá dificultar o entendimento e visualização dos elementos dos sólidos geométricos. Situação constatada nos estudos de Rodrigues et al (2017), quando solicitaram que alunos do 7º ano do ensino fundamental de uma escola pública quantificassem os vértices, faces e arestas em poliedros e corpos redondos confeccionados a partir de suas planificações.

Rodrigues et al (2017) informam que já imaginavam que os alunos apresentariam dificuldade para identificar os elementos dos corpos redondos, de modo que alguns deles deixaram a atividade sem resposta. Além disso, houve alunos que fez confusão e consideraram a emenda da colagem do cone como uma aresta. Isso reafirma sobre a importância em trabalhar alguns conhecimentos prévios como retomada de conceitos sobre as figuras geométricas, destacando seus elementos, como lados e vértices para figuras planas e, para os sólidos, faces, arestas e vértices.

Em relação aos tipos de tarefas que a residente propôs aos alunos, realizamos uma análise em duas etapas: a primeira diz respeito às tarefas realizadas no decorrer da aula e a segunda, as tarefas identificadas na lista de exercícios. No Quadro 15, temos os tipos de tarefas exploradas na aula.

Quadro 14. Tipos de tarefas, objetos de estudo e tema explorados na aula ministrada pela residente Beatriz

Nº	Tipo de tarefa	Objeto de estudo	Tema
01	Diferenciar figuras planas e não-planas	Classificação de figuras geométricas	Figuras geométricas
02	Classificar os sólidos em poliedros e corpos redondos	Classificação de sólidos geométricos	Sólidos geométricos
03	Nomear os poliedros	Nomenclatura de poliedros	Poliedros
04	Identificar polígono da face dos poliedros	Elementos dos poliedros	
05	Quantificar os elementos dos poliedros	Elementos dos poliedros	
06	Planificar a superfície do paralelepípedo	Planificação da superfície de poliedros	
07	Confeccionar poliedro	Construção de poliedros	

Fonte: Elaborado pela autora (abr. 2021)

Se observarmos os tipos de tarefas utilizados pela residente no decorrer das aulas, verificamos que o foco foi dado ao tema Poliedros, com cinco das sete tarefas utilizadas durante a aula. Essa abordagem está de acordo com a proposta da BNCC, que recomenda o estudo dos poliedros Prismas e pirâmides para o 6º ano do ensino fundamental. Nos tipos de tarefas 03, 04, 05, 06 e 07 verifica-se proximidade com, respectivamente, os tipos de tarefas T_{23}, T_{26}, T_{25}, T_{30}, T_{28} previsto no MPR, por meio do gênero de tarefa. Entretanto, no MPR, o tema de estudo são sólidos geométricos, enquanto que os tipos de tarefas explorados pela residente são poliedros.

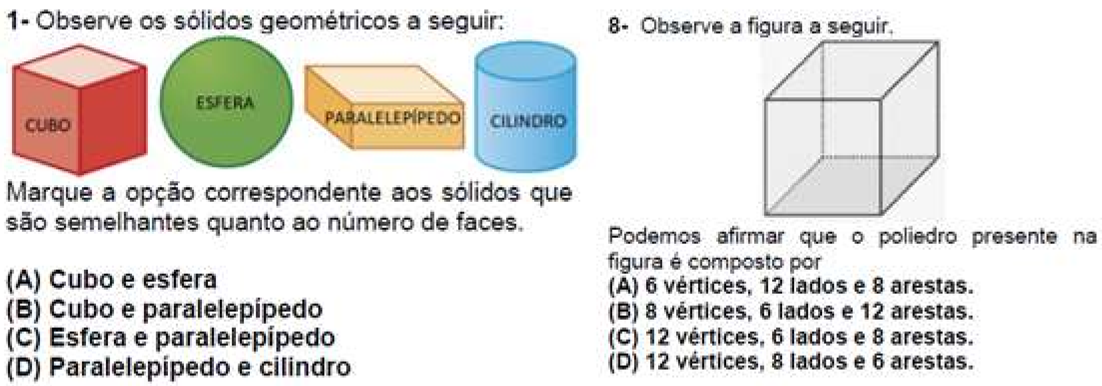
A partir do encaminhamento dado pela residente, constatamos que as tarefas 01 e 02 foram utilizadas para introdução do tema em questão, por se tratar de classificações do maior conjunto (figuras geométricas) ao menor (sólidos geométricos). O estudo do tipo de tarefa 02 foi previsto no nosso MPR pelo tipo de tarefa T_{27}.

Em relação à lista de exercícios, separamos as questões por tipos de tarefas. De acordo com Chevallard (1998), as noções de tarefa (t) e de tipo de tarefa (T) são interdependentes e, por isso, uma tarefa t é parte de um tipo de tarefa T, escrevemos $t \in T$. Dessa forma, como veremos adiante, duas ou mais questões[51] remetem ao mesmo tipo de tarefa. São elas:

[51] Você perceberá que a quinta (5ª) questão não foi citada, isso porque a questão não aparece na lista, supomos que houve um equívoco no momento da enumeração das questões.

- **Quantificar os elementos dos poliedros**

Figura 34. Questões 1 e 8 da lista de exercícios



1- Observe os sólidos geométricos a seguir:

Marque a opção correspondente aos sólidos que são semelhantes quanto ao número de faces.

(A) Cubo e esfera
(B) Cubo e paralelepípedo
(C) Esfera e paralelepípedo
(D) Paralelepípedo e cilindro

8- Observe a figura a seguir.

Podemos afirmar que o poliedro presente na figura é composto por
(A) 6 vértices, 12 lados e 8 arestas.
(B) 8 vértices, 6 lados e 12 arestas.
(C) 12 vértices, 6 lados e 8 arestas.
(D) 12 vértices, 8 lados e 6 arestas.

Fonte: Relatório da residente Beatriz

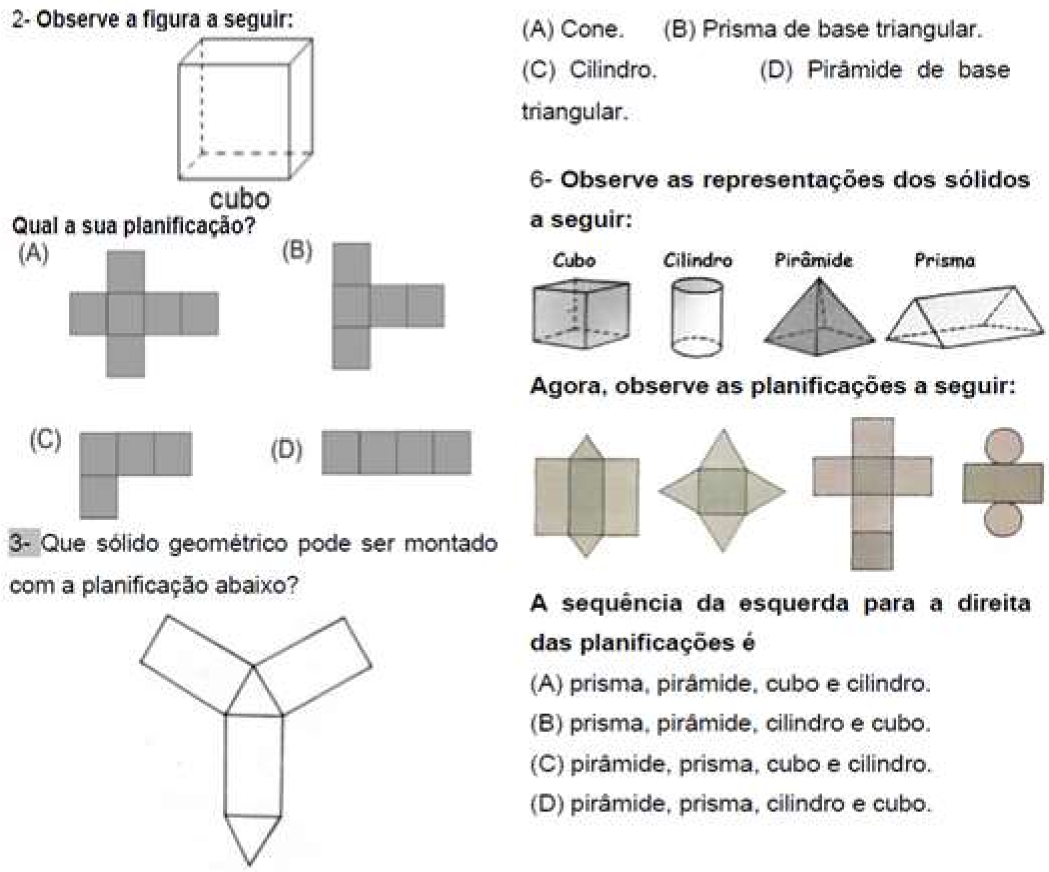
A técnica utilizada para resolver a tarefa se resume a contabilizar o número de vértices, faces e arestas dos sólidos. Para tanto, o aluno deve conhecer os sólidos geométricos e seus principais elementos, sendo essa a tecnologia necessária para resolver a tarefa.

Veja que na primeira questão, Beatriz solicita que os alunos contabilizem os principais elementos dos sólidos geométricos, dos quais dois são poliedros e dois corpos redondos. Como comentamos anteriormente, ao explorar os elementos dos sólidos, a residente restringiu ao dos poliedros, entretanto, na lista de exercícios os corpos redondos são apresentados. Corroboramos com o relato de Rodrigues et al (2017), ao constatarem a confusão dos alunos em relação aos elementos nos corpos redondos. Eis a razão pela qual novamente ressaltamos a importância de explorar os elementos dos corpos redondos, de modo a evitar futuras confusões.

Em relação à representação dos sólidos por meio das figuras, observamos as limitações do desenho. Conforme constata Cunha (2009, p. 22), “existe, necessariamente, uma perda de informação, quando passamos de uma figura tridimensional para uma representação da mesma, através de um desenho em segunda dimensão”. Dessa forma, o tipo de tarefa resolvido por meio de sólidos construídos em sala, resultou em melhor compreensão da parte dos alunos, pelo fato de visualizarem e manipularem simultaneamente. Na questão oito, o tipo de tarefa é o mesmo e não há nenhuma novidade quanto ao sólido.

- **Corresponder a planificação a cada sólido**

Figura 35. Questões 2, 3 e 6 da lista de exercícios

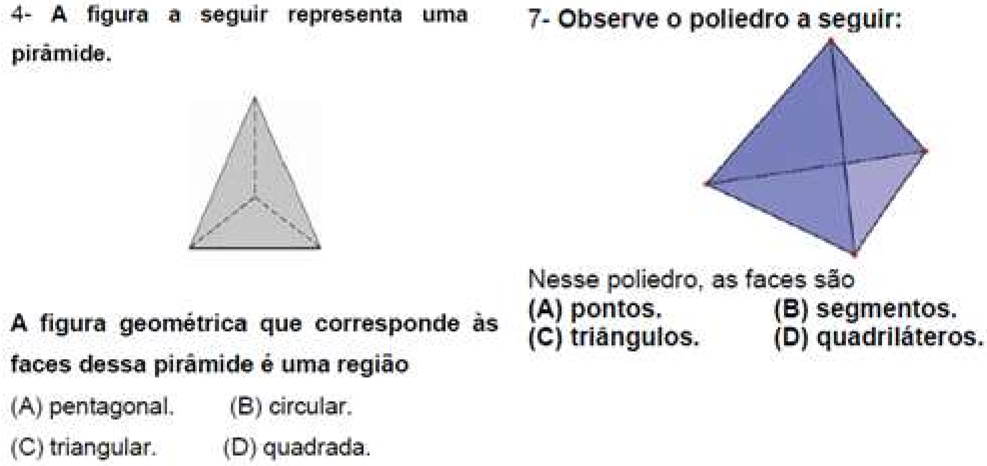


Fonte: Relatório da residente Beatriz

Nessas tarefas selecionadas, destacamos que precisaria o aluno visualizar o sólido e mentalmente identificar a planificação correspondente, como vice-versa. A tecnologia da tarefa é a estrutura dos sólidos geométricos, visto que é necessário conhecer sua estrutura para que possa reconhecê-lo planificado. Na sexta questão, por exemplo, dentre os sólidos, há um cilindro, mesmo a planificação das superfícies dos corpos redondos não ter sido estudada em sala.

- **Identificar polígono da face dos poliedros**

Figura 36. Questões 4 e 7 da lista de exercícios



4- A figura a seguir representa uma pirâmide.

A figura geométrica que corresponde às faces dessa pirâmide é uma região

(A) pentagonal. (B) circular.

(C) triangular. (D) quadrada.

7- Observe o poliedro a seguir:

Nesse poliedro, as faces são

(A) pontos. (B) segmentos.

(C) triângulos. (D) quadriláteros.

Fonte: Relatório da residente Beatriz

Para realizar a tarefa, inicialmente, o aluno estaria identificando as faces do sólido e, em seguida, passaria a identificar o polígono correspondente. Como podemos verificar, em ambas as questões temos o mesmo sólido geométrico, um tetraedro (ou pirâmide triangular). A técnica já explicita a tecnologia necessária. Nesse tipo de atividade, evidencia-se a necessidade de o aluno conhecer e diferenciar as figuras planas e as espaciais.

Quadro 15. Tipos de tarefas utilizadas na lista de exercício

Tipo de tarefa	**Questões**	**Objetos de estudo**
Quantificar os elementos dos poliedros	1 e 8	Elementos dos poliedros
Identificar polígono da face dos poliedros	4 e 7	
Corresponder a planificação a cada sólido	2, 3 e 6	Planificação dos sólidos geométricos

Fonte: Elaborado pela autora

Como é possível observarmos no Quadro 16, os tipos de tarefas utilizados no decorrer da aula, giram em torno dos Poliedros. Entretanto, vemos que na lista de exercícios, a residente optou por mesclar entre a abordagem com os poliedros e com os corpos redondos.

Este estudo nos revelou que as praxeologias utilizadas pela residente carregam muito do modelo dominante baseado do novo documento norteador, recém implementado. Apesar de haver pouco tempo da sua implementação, o documento foi trabalhado no grupo do RP, do qual Beatriz participou. Na oportunidade, foi discutido entre os licenciandos, o novo documento e solicitado pela professora orientadora que os residentes ao elaborarem seus planos de aula, identificassem as habilidades indicadas pela BNCC contempladas nos planos.

Com isso, evidenciamos a articulação entre teoria e prática defendida pelo RP, ao passo que a residente pôs em prática aquilo que foi discutido na universidade durante o estudo teórico realizado nas reuniões semanais promovidas pelo programa. Essa aplicabilidade também fica evidente quando a residente utiliza a metodologia de materiais manipuláveis na sua abordagem. Conforme relatado pela própria residente, nas disciplinas Matemática para o Ensino Médio II e Laboratório de Ensino de Matemática, foi trabalhado maneiras para abordagem dos sólidos geométricos na educação básica. Com isso, foi oportunizado à residente, por intermédio do programa, colocar em prática o que foi visto no decorrer do curso.

Além disso, observamos que Beatriz, no desenvolvimento das suas aulas, proporcionou aos alunos diferenciar as figuras planas e espaciais. Como vimos na discussão da dimensão ecológica, esse tipo de abordagem contribui para melhor visualização dos alunos em relação à característica estrutural dessas figuras. O que permite superar a dificuldade apresentada por diversos alunos na identificação dessas figuras no plano.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

Nosso trabalho teve como objetivo geral analisar as praxeologias utilizadas por uma licencianda em matemática da Universidade Federal de Sergipe, campus São Cristóvão (UFS/SC), participante do Programa Residência Pedagógica (RP) para ensinar sólidos geométricos a uma turma do 6º ano do ensino fundamental. Para tanto, nos fundamentamos na Teria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard (1998) e pelo estudo das três dimensões fundamentais do problema didático, proposto por Marianna Bosch e Josep Gascón sob moldes da TAD.

Para tanto, nosso primeiro encaminhamento foi realizar um levantamento bibliográfico de trabalhos acadêmicos, entre teses, dissertações e artigos científicos, com o intuito de compreender o contexto atual das pesquisas sobre a temática: formação inicial e o ensino dos sólidos geométricos. Consideramos que tal levantamento nos possibilitou visualizar a realidade das investigações sobre o estudo dos sólidos geométricos e suas implicações, tanto na educação básica, como na formação inicial de professores de matemática no nosso país.

Como resultado, consideramos que o quantitativo de teses e dissertações sobre os sólidos geométricos é incipiente. Essa realidade é ainda mais evidente quando restringimos as pesquisas sobre o referido objeto matemático para a formação inicial do professor de matemática. Nesse sentido, Ferner, Soares e Mariani (2020) relatam sobre a necessidade de mais produção de pesquisas referente a essa temática. Diante do exposto para complementar nosso levantamento, buscamos por artigos científicos para que pudéssemos compreender o contexto da formação inicial do professor de matemática frente ao ensino dos sólidos geométricos na educação básica.

Ainda em relação ao levantamento bibliográfico, observamos que dentre os trabalhos encontrados, houve maior quantidade de trabalhos direcionados para o ensino médio, enquanto a quantidade de trabalhos referente aos anos finais do ensino fundamental foi significativamente menor. Esse resultado pode estar relacionado à importância dada à geometria plana nos anos finais do ensino fundamental, conforme explicita Silva Filho (2015).

Esse autor ainda chama atenção ao fato tanto a geometria espacial como os demais conteúdos geométricos serem, por vezes, deixados para serem ensinados no final do ano letivo, se houver tempo. Como consequência, muitos alunos saem da educação básica com uma certa dificuldade em estudar e compreender esses conteúdos. Essas dificuldades acabam por acompanhá-lo até o ensino superior. De acordo com Nadalon (2018), os futuros professores de matemática se deparam com um curso que não valoriza os conteúdos geométricos, focando mais nas disciplinas de cálculo. Por isso, Nadalon (2018) acredita que seja necessária uma reformulação na estrutura curricular dos cursos de formação inicial do professor de matemática.

Ao se tratar especificamente dos conteúdos da geometria espacial na formação inicial do professor de matemática, Ferner, Soares e Mariani (2020) verificaram que esses conteúdos recebem menos ênfase quando comparada, principalmente à geometria plana e geometria analítica. Na pesquisa que realizaram, as autoras ainda identificam que há cursos de licenciatura em matemática no Brasil que não possuem componentes específicos de geometria espacial. Evidenciamos que um desses cursos é o da UFS, onde realizamos nossa pesquisa.

De acordo com os artigos do nosso levantamento, observa-se a importância do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na formação inicial dos professores de matemática. Nesse programa, os licenciandos têm a oportunidade de contribuir com as escolas públicas, levando novas práticas com uso de metodologias apresentadas pelo curso na tentativa de superar possíveis problemas relacionados a algum conteúdo. Ao mesmo tempo, o PIBID proporciona ao licenciando, muitas vezes, uma primeira experiência do professor em formação inicial com o ambiente escolar.

Em 2018, o PIBID foi reestruturado, de modo que promovesse a inserção do licenciando na primeira metade do curso. No mesmo ano, foi instituído o RP que, juntamente ao PIBID, integra as ações que compõem a atual Política Nacional de Formação de Professores. O RP tem como um dos objetivos o aperfeiçoamento do estágio supervisionado e contemplam os licenciandos que estão na segunda metade do curso. No programa, os licenciandos experienciam a regência em sala de aula das escolas públicas, estimulando a articulação entre teoria e prática.

Foi nesse contexto institucional que nossa pesquisa buscou investigar o que e como professores de matemática em formação inicial ensinam sólidos geométricos nos anos finais do ensino fundamental. Para tanto, por meio de uma pesquisa de campo, passamos a acompanhar os discentes do curso de Licenciatura em Matemática da UFS/SC, participantes do RP. Durante as regências, identificamos que apenas uma residente ministrou os sólidos geométricos em uma turma do 6º ensino fundamental, o que a tornou a única participante da nossa pesquisa, da qual analisamos as praxeologias utilizadas para ensinar os sólidos geométricos. Embora, outros residentes organizados por duplas também ministravam conteúdos geométricos, tanto em turmas de anos finais do ensino fundamental, como de ensino médio. Porém, somente nossa participante foi a única a adotar praxeologias para o ensino de sólidos geométricos.

Para que esta análise pudesse ser feita, conforme os princípios da TAD, realizamos um estudo das três dimensões fundamentais do problema didático (epistemológica, econômica e ecológica) dos sólidos geométricos. Com base nesse estudo, foi possível constituirmos um modelo praxeológico de referência (MPR) que, como o próprio nome diz, serviu de referência para análise da prática docente da nossa participante. Conforme orienta Gáscon (2011), partimos do pressuposto que não sabemos quais os problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem dos sólidos geométricos, determinados posteriormente por intermédio do estudo das três dimensões do problema didático.

Ao investigarmos a primeira dimensão, buscamos identificar a gênese dos sólidos geométricos e sua evolução, a fim de evidenciarmos dentre outras coisas a razão de ser desse objeto matemático. Por meio dessa investigação, identificamos dois períodos históricos importantes quanto ao estudo dos sólidos geométricos. O primeiro, foi em 300 a.C, quando Euclides divulgou sua obra Os Elementos. Nesse compilado composto por treze livros, os sólidos geométricos foram abordados com uma estrutura axiomática, nos três últimos. A definição e caracterização do prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera e os sólidos de Platão antecedem o estudo do volume dessas figuras e a construção dos sólidos de Platão.

O segundo período foi no século XVIII, quando Monge publica a geometria descritiva, cuja época fora professor na *École Normale*. Nessa geometria, os sólidos geométricos eram estudados por intermédio da sua representação no plano. Monge propunha que na geometria descritiva, os problemas poderiam ser visualizados para serem resolvidos por duas perspectivas, algébrica e geométrica.

Desse estudo, constituímos um modelo epistemológico de referência (MER) pautando-nos na geometria euclidiana e mongeana. Para complementar o modelo, identificamos os tipos de tarefas referente ao estudo dos sólidos geométricos bem como os conceitos que alimentam e são alimentados pelo referido objeto.

Na dimensão econômica, foi possível estabelecer uma comparação entre os dois últimos documentos curriculares norteadores da educação básica no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Como resultado, explicitamos um modelo epistemológico dominante (MED) referente a cada um dos referidos documentos.

Com base no estudo realizado, evidenciamos as mudanças que ocorreram na abordagem do nosso objeto de pesquisa, os sólidos geométricos. Ainda nessa dimensão, realizamos uma investigação nos livros didáticos da coleção A Conquista da Matemática, os quais foram elaborados conforme recomendação dos dois documentos citados. Constatamos algumas diferenças entre o que está posto nos documentos e no respectivo livro didático, como por exemplo, a ausência de conceitos como sólidos regulares e irregulares indicados nos PCN, no livro didático do 6º ano.

Com base nessa constatação, podemos inferir que o fato de alguns conceitos recomendados pelos documentos curriculares não serem abordados nas salas de aulas, pode ser resultado da ausência de sua abordagem nos livros didáticos. Conforme expõe Conceição (2017), muitos professores utilizam o livro didático como muleta e, por isso, se o livro deixa de abordar um determinado objeto matemático, dificilmente esse objeto será ministrado pelo professor.

Por intermédio do estudo realizado na dimensão ecológica, realizamos algumas discussões acerca das condições e restrições para o estudo dos sólidos geométricos. Tomamos como base a investigação realizada nas dimensões anteriores, de modo que foi possível situarmos o ensino dos sólidos geométricos nos anos finais do ensino fundamental como uma praxeologia local.

Dentre as discussões, relatamos o fato da classificação dos sólidos em regulares e irregulares deixou de aparecer no documento curricular mais recente, consequentemente os sólidos de Platão também podem deixar de existir, como aconteceu na abordagem da residente Beatriz ao ministrar os sólidos geométricos. A residente também restringiu o estudo dos sólidos geométricos aos prismas e pirâmides, essa proposta é indicada também pela BNCC e, consequentemente, os corpos redondos não aparecem nos anos finais do ensino fundamental.

Outra discussão levantada na dimensão ecológica foi a não abordagem dos elementos dos corpos redondos. Tanto a BNCC, como os PCN estabelecem o estudo dos elementos somente para os poliedros. Compreendemos que deixar de abordar os elementos dos corpos redondos, principalmente as superfícies curvas que os compõem, os alunos podem fazer confusão posteriormente. Por meio da dimensão epistemológica, vimos que a definição de face apresentada por Euclides em seu livro, não deixa clara se é designada somente para as superfícies planas dos poliedros.

Em relação ao uso das planificações, verificamos que uma das razões de ser, é o estudo das áreas das superfícies dos sólidos geométricos, principalmente do cone e do cilindro. Porém, nos documentos curriculares, as planificações são abordadas somente para as superfícies dos poliedros e não identificamos a razão de ser nessa abordagem. A residente Beatriz seguiu as recomendações da BNCC e trabalhou com os alunos a planificação das superfícies dos prismas e pirâmides para confecção desses sólidos em sala de aula.

Após a realização do estudo das três dimensões do problema didático, compreendemos a importância de tal estudo, visto que ao realizá-lo observamos que existem problemas didáticos que são resultantes da evolução da disciplina ou importados dos documentos curriculares, conforme comenta Gáscon (2011).

Em relação ao RP, verificamos a importância do programa para a formação inicial do professor de matemática, visto que possibilita a imersão do licenciando na prática docente. Além disso, o grupo investigado contribuiu para a formação docente, tanto inicial como continuada, no âmbito da geometria por promover um trabalho que buscou minimizar o déficit identificado no curso de licenciatura em relação ao estudo da geometria, mais especificamente, da geometria espacial.

Por intermédio deste primeiro trabalho sobre a temática, é possível futuramente investigar outros contextos e alargar ainda mais este estudo. Dentre as possibilidades, ainda sob fundamentação teórica da TAD, podemos utilizar a metodologia percurso de estudo e pesquisa com o intuito de investigar o ensino dos sólidos geométricos em outras instituições.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. S. L. **Resolução de equações do 1º grau:** um modelo epistemológico de referência. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará. Bélem: IEMCI/UFPA, 2017.

ALMEIDA, C. M. C. **Um modelo didático de referência para o ensino de probabilidade.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. Universidade Federal da Bahia. Salvador: UFBA, 2018.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática.** Paraná: Editora da Universidade Federal de Paraná, 2007.

BOYER, C. B. **História da matemática.** Tradução Elza F. Gomide. 3ª reimpressão. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA, 2001.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Ministério da Educação. Ministério de Estado da Educação. Secretaria Executiva. Secretaria de Educação Básica. Brasília-DF: MEC/SE/SEB. 2018b.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: 1998.

BRASIL. Parecer CNE/CP 1/2002. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Conselho Nacional de Educação, Brasília: MEC/2002.

BRASIL. Parecer CNE Nº 2/2015. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada.** Conselho Nacional de Educação, Brasília: MEC/2015.

BRASIL. Portaria Capes nº 38/2018. **Programa de Residência Pedagógica**. Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, Brasília: MEC/2018a.

BRASIL. Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica** (BNC-Formação). Diário Oficial da União, Brasília, 15 de abril de 2020, Seção 1, pp. 46-49.

CALDATTO, M. E. PAVANELLO, R. M. O Processo de Inserção das Geometrias Não Euclidianas no Currículo da Escola Paranaense: A Visão dos Professores Participantes. **Bolema**, 2014.

CALDATTO, M. E. PAVANELLO, R. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, Vol. XXIV, Nº 1, 2015.

CAVALCANTE, José Luiz. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do didático**: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife: UFRPE, 2018.

CAVALCANTE, J. D. B. MENEZES, J. E. Uma reflexão sobre o ensino de Matemática na primeira metade do século XX. In: MENEZES, J. E. **Didática da matemática:** evolução histórica das idéias que influenciaram o ensino de matemática no Brasil. Recife: Editora da UFRPE, 2007.

CHEVALLARD, Y. *Pourquoi la transposition didactique?* **IREM** d'Aix-Marseille. *Faculté des Sciences de Luminy*, 1992.

CHEVALLARD, Y. ***Les processus de transposition didactique et leur theorisation.*** IUFM d'Aix-Marseille et IREM d'Aix-Marseille, 1994.

CHEVALLARD, Y. ***Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques:*** *l'approche anthropologique*. IUFM d'Aix-Marseille, 1998.

CHEVALLARD, Y. ***Analyse des pratiques professionnelles, dites-vous?*** *Notes pour une analyse praxéologique de l'analyse de pratiques*. IUFM d'Aix-Marseille, 2002.

CHEVALLARD, Y. ***Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathematiques.*** IUFM d'Aix-Marseille, 2002a.

CHEVALLARD, Y. ***Organiser l'etude 3.*** *Ecologie & regulation*. 2002b. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=53>. Acesso em: 29/10/2020.

CHEVALLARD, Y. ***La transposición didáctica.*** Del saber sábio al saber enseñado. Tradução Claudia Gilman. Aique, 2005.

CHEVALLARD, Y. ***La TAD face au professeur de mathématiques.*** Toulouse, 2009.

CHEVALLARD, Y. A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática. In: ALMOULOUD, S. FARIAS, L. M. S. HENRIQUES, A. **A teoria antropológica do didático:** princípios e fundamentos. 1 ed. Curitiba_PR: CRV, 2018.

CONCEIÇÃO, A. N. Parâmetros curriculares nacionais (1997): matemática para os anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Científica Eletrônica da Pedagogia**, ISSN: 1678-300, Ano XVI, Número 29, 2017.

FARRAS, B. B. BOSCH, M. GASCÓN, J. Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.15, n.1, pp.1-28, 2013.

FERNANDES, J. A. N. GERRA, R. B. Dimensão ecológica de um problema didático: praxeologias com matemática no ensino de limite em curso de engenharia. In: ALMOULOUD, S. FARIAS, L. M. S. HENRIQUES, A. **A teoria antropológica do didático**: princípios e fundamentos. 1 ed. Curitiba - PR: CRV, 2018.

FERNER, D. L. SOARES, M. A. S. MARIANI, R. C. P. Geometria nas licenciaturas em Matemática: um panorama a partir de Projetos Pedagógicos de Cursos. **Ensino Em Re-Vista.** Uberlândia, MG. v. 27, n. 2, p. 434-457.

FIGUEROA, T. P. ALMOULOUD, S. A. Reflexões sobre um Modelo Epistemológico Alternativo (MEA) considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático limites de funções. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.20, n.3, pp. 72-96, 2018.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 2 ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

GÁSCON, J. Os modelos epistemológicos de referência como instrumentos de emancipação da didática e da história da matemática. In: ALMOULOUD, S. FARIAS, L. M. S. HENRIQUES, A. **A teoria antropológica do didático:** princípios e fundamentos. 1 ed. Curitiba: CRV, 2018.

GATTI, B. A. BARRETTO, E. S. S. ANDRÉ, M. E. D. A. **Políticas docentes no Brasil: um estado da arte.** Brasília: UNESCO, 2011.

GATTI, B. A. et al. **Professores do Brasil**: novos cenários de formação. Brasília: UNESCO, 2019.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

KASPARY, D. BITTAR, M. Ostensivos como ingrediente primário do estudo da evolução praxeológica. In: ALMOULOUD, S. FARIAS, L. M. S. HENRIQUES, A. **A teoria antropológica do didático**: princípios e fundamentos. 1 ed. Curitiba - PR: CRV, 2018.

KIPPER, D. OLIVEIRA, C. J. GOMES, L. B. Competências matemáticas na BNCC: implicações curriculares. **Revista Práxis Educacional**, v. 15, n. 34, p. 53-74, Edição Especial, 2019.

LEME DA SILVA, M. C. Que geometria moderna para as escolas do Brasil e de Portugal? **Revista Diálogo Educacional**, vol. 8, n.25, p. 689- 699, set/dez. 2008.

LORENZATO, S. A. Porque não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, ano III, n.4, 1995.

MENEZES, J. E. A matemática Moderna e os anos 1970: uma década de impactos. In: MENEZES, J. E. **Didática da matemática**: evolução histórica das idéias que influenciaram o ensino de matemática no Brasil. Recife: Editora da UFRPE, 2007.

MINEIRO, R. M. **Estudo das três dimensões do problema didático de inequações.** Tese (Doutorado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: PUCSP, 2019.

MOREIRA, N. J. S. **Continuidade(s) e ruptura(s) nos livros didáticos "a conquista da matemática":** como ensinar a partir de orientações metodológicas da educação matemática (1982-2009). Mestrado (Dissertação). Núcleo de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Federal de Sergipe: UFS/São Cristóvão, 2013.

NADALON, D. O. **Sólidos e superfícies de revolução com auxílio do software geogebra.** Dissertação (Mestrado). Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Centro Universitário Franciscano. Santa Maria, 2018.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUSFCar, 2003.

PAVANELLO, R. **O abandono do ensino de geometria:** uma visão histórica. Dissertação de mestrado em Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, v.1, n. 1, 1993.

ROQUE, T. **História da matemática:** uma visão crítica, desafazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, N. M. S. SOUZA, D. S. PAULA, J. S. Investigando o nível de pensamento geométrico de van Hiele de professores alfabetizadores. **Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade**, 2018.

SENA, R. M. DORNELES, B. V. Ensino de geometria: rumos da pesquisa (1991-2011). **REVEMAT**. EISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), V. 08, N. 1, P. 138-155, 2013.

SILVA e SILVA, E. **A transposição didática no ensino de física:** o aquecimento global como objeto de estudo. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará. Belém: IEMCI/UFPA, 2013.

TOMEI, C. **Euclides** – A conquista do espaço. 2. ed. São Paulo: Odysseus Editora, 2006.

VALENTE, W. R. **O nascimento da matemática do ginásio**. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2004.

ZUIN, E. S. L**. Da régua e do compasso:** as construções geométricas como um saber escolar no Brasil. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.

Sites

Disponível em < https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/java/elements/>. Acessado em: 18 de set. 2020.

Disponível em <http://www.cnpq.br/web/guest/pibic>. Acessado em: 02 de jun. 2020.

Disponível em <https://capes.gov.br/educacao-basica/capespibid/pibid>. Acessado em: 02 de jun. 2020.

Disponível em <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4794221Z6>. Acessado em 24 de out. 2020.

Disponível em <http://www.atd-tad.org/>. Acessado em 28 de out. 2020.

APÊNDICES

APÊNDICE 1

Universidade Federal de Sergipe
Pró-Reitoria de pós-graduação e pesquisa
Programa de pós-graduação em ensino de ciências naturais e matemática

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, Nailys Melo Sena Santos, sob a orientação da Professora Dra. Denize da Silva Souza, estou convidando você, participante do Programa de Residência Pedagógica, a participar de um estudo denominado **Organizações didático-matemáticas para o ensino de sólidos geométricos na formação inicial em matemática: um estudo sobre atividades realizadas no programa residência pedagógica**, cujo objetivo principal é: **analisar sobre as organizações didático-matemáticas adotadas pelos residentes no Programa de Residência Pedagógica (RP-Matemática/SC/UFS), para ensinar sólidos geométricos em uma das escolas públicas de Sergipe, parceira desse programa.** Tem-se como uma das justificativas para realizar esta pesquisa, a problemática existente no ensino e aprendizagem da geometria na educação básica. Assim, a sua participação no referido estudo será no sentido de permitir realizar uma investigação sobre as atividades matemáticas com ênfase na geometria, que sejam elaboradas por você, com o propósito de aplicá-las na turma em que estiver atuando no Programa de Residência Pedagógica. Para tanto, serão realizadas observações (que serão registradas por meio do uso de diário de bordo, fotos, gravação de áudio, vídeo), entrevistas, aplicação de questionários e elaboração de material. Tais procedimentos metodológicos poderão resultar um risco mínimo aos participantes, ao sentirem-se desconfortáveis e/ou constrangidos, quando observados no momento em que estiverem ministrando as aulas e/ou aplicando atividades envolvendo o objeto de conhecimento – sólidos geométricos. Do mesmo modo, poderão correr mesmo risco, ao fornecerem informações e/ou opiniões nos questionários e entrevista. Entretanto, o participante tem a garantia de que poderá responder apenas aos questionamentos que não lhe causem desconforto, tendo o direito de retirar e/ou negar a sua participação. Como benefício, espera-se com este estudo oferecer algumas respostas quanto à problemática sobre o ensino de geometria, sobretudo, na formação inicial de futuros professores de matemática.

Portanto, a sua participação nesta pesquisa é voluntária, sendo livres para interromper, a qualquer momento, a sua participação. Sua privacidade será respeitada, ou seja, seu nome será mantido em sigilo, uma vez que serão utilizados nomes fictícios para identificar os participantes da pesquisa, como também, qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, te identificar.

Os resultados obtidos em cada uma das pesquisas serão utilizados apenas para alcançar os objetivos do trabalho, incluindo a publicação na literatura científica especializada, ou seja, em publicações na área de Educação Matemática ou de Ensino de Matemática. Sempre que julgar necessário poderá entrar em contato com as pesquisadoras: Denize da Silva Souza (telefone: (79) 99960-3160; email: denize.souza@hotmail.com) ou Nailys Melo Sena Santos (telefone: (79) 99120-8206; email: nailys_sena@hotmail.com).

É assegurada a assistência do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da UFS durante toda pesquisa pelo contato 3194-7208 ou na Rua Cláudio Batista s/nº, bairro Sanatório, município Aracaju/SE. O CEP tem como função avaliar e acompanhar os aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos. Do mesmo modo, é garantido o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que você, participante, saber antes, durante e depois da sua participação. Ao assinar este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, você ficará com uma cópia.

CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Após ter recebido esclarecimentos sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos e métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, manifesto meu livre consentimento em participar.

Nome do (a) participante da pesquisa:_______________________________________
____

____
(Assinatura do participante de pesquisa ou assinatura do seu responsável legal)

____
(Assinatura do pesquisador)

São Cristóvão, ______de _____________________ de 20_____.

APÊNDICE 2

Universidade Federal de Sergipe
Pró-Reitoria de pós-graduação e pesquisa
Programa de pós-graduação em ensino de ciências naturais e matemática

TERMO DE ANUÊNCIA

Aceito a pesquisadora **Nailys Melo Sena Santos**, aluna de Mestrado do Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS), a desenvolver a pesquisa intitulada “ORGANIZAÇÕES DIDÁTICO-MATEMÁTICAS PARA O ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS NA FORMAÇÃO INICIAL EM MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE ATIVIDADES REALIZADAS NO PROGRAMA RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA”, sob orientação da Profa. Dra. Denize da Silva Souza.

Ciente dos objetivos e da metodologia desta citada pesquisa, concedo a anuência para que a pesquisadora possa realizar observações de aulas ministradas pelos licenciandos em Matemática da UFS, participantes do Programa Residência Pedagógica, nas turmas do professor (a) preceptor do mesmo programa ____, desde que me sejam assegurados os requisitos abaixo:

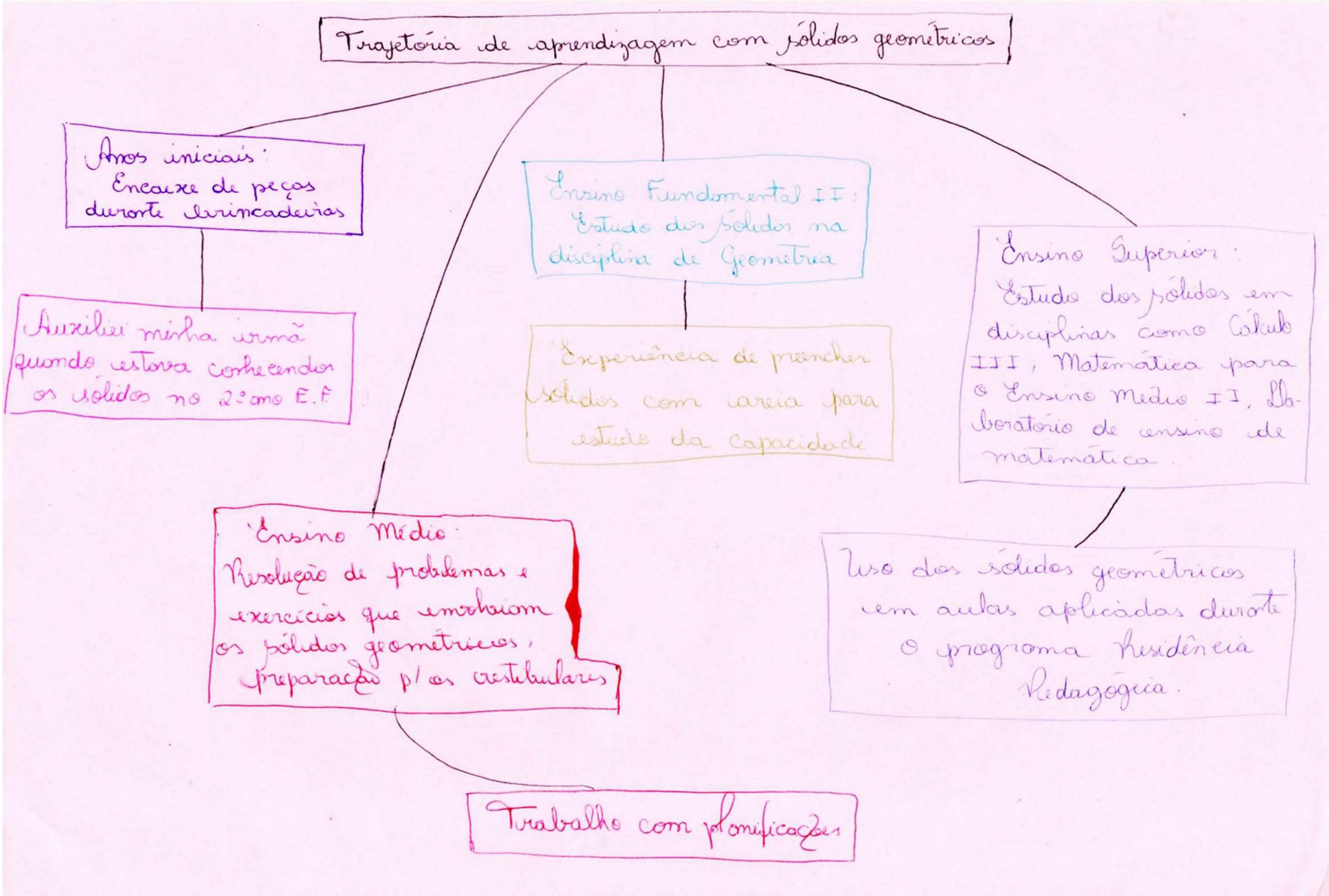
- O cumprimento das determinações éticas da Resolução nº466/2012 CNS/CONEP.
- A garantia de solicitar e receber esclarecimentos antes, durante e depois do desenvolvimento da pesquisa.
- Não haverá nenhuma despesa para esta instituição que seja decorrente da participação dessa pesquisa.
- No caso do não cumprimento dos itens acima, a liberdade de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa sem penalização alguma.

____________________________	________________________________
Local	Data

____
Assinatura e carimbo do responsável pela Instituição

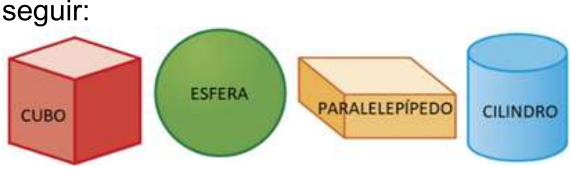
ANEXOS

ANEXO 1


Trajetória de aprendizagem com sólidos geométricos
Anos iniciais: Encaixe de peças durante brincadeiras
Auxiliei minha irmã quando estava conhecendo os sólidos no 2º ano E.F
Ensino Fundamental II: Estudo dos sólidos na disciplina de Geometria
Experiência de preencher sólidos com areia para estudo da capacidade
Ensino Superior: Estudo dos sólidos em disciplinas como Cálculo III, Matemática para o Ensino Médio II, Laboratório de ensino de matemática.
Uso dos sólidos geométricos em aulas aplicadas durante o programa Residência Pedagógica.
Ensino Médio: Resolução de problemas e exercícios que envolviam os sólidos geométricos, preparação p/ os vestibulares
Trabalho com planificações

ANEXO 2

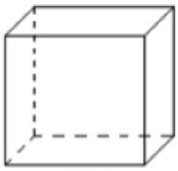
1- Observe os sólidos geométricos a seguir:



Marque a opção correspondente aos sólidos que são semelhantes quanto ao número de faces.

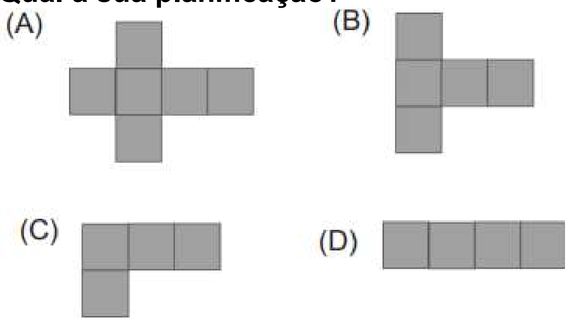
(A) Cubo e esfera
(B) Cubo e paralelepípedo
(C) Esfera e paralelepípedo
(D) Paralelepípedo e cilindro

2- **Observe a figura a seguir:**

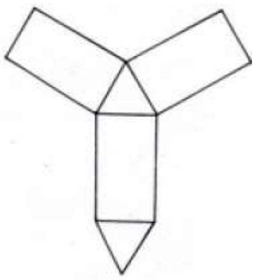


cubo

Qual a sua planificação?



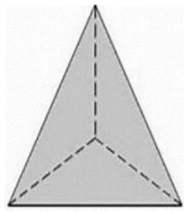
3- Que sólido geométrico pode ser montado com a planificação abaixo?



(A) Cone. (B) Prisma de base triangular.

(C) Cilindro. (D) Pirâmide de base triangular.

4- **A figura a seguir representa uma pirâmide.**

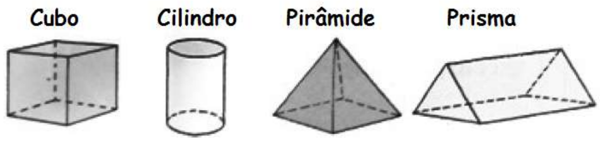


A figura geométrica que corresponde às faces dessa pirâmide é uma região

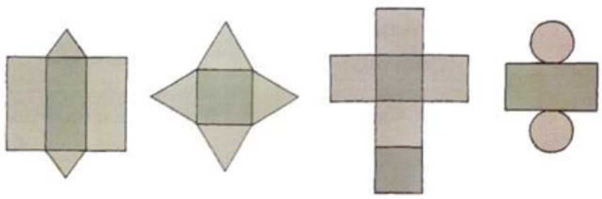
(A) pentagonal. (B) circular.

(C) triangular. (D) quadrada.

6- **Observe as representações dos sólidos a seguir:**



Agora, observe as planificações a seguir:



A sequência da esquerda para a direita das planificações é

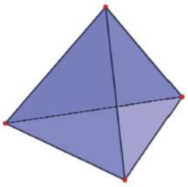
(A) prisma, pirâmide, cubo e cilindro.

(B) prisma, pirâmide, cilindro e cubo.

(C) pirâmide, prisma, cubo e cilindro.

(D) pirâmide, prisma, cilindro e cubo.

7- **Observe o poliedro a seguir:**

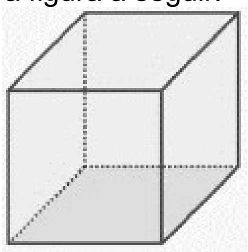


Nesse poliedro, as faces são

(A) pontos. **(B) segmentos.**

(C) triângulos. **(D) quadriláteros.**

8- Observe a figura a seguir.



Podemos afirmar que o poliedro presente na figura é composto por

(A) 6 vértices, 12 lados e 8 arestas.
(B) 8 vértices, 6 lados e 12 arestas.
(C) 12 vértices, 6 lados e 8 arestas.
(D) 12 vértices, 8 lados e 6 arestas.