



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL



THIAGO DA SILVA COSTA SANTOS

ANÁLISE COMPARATIVA EM MODELOS DE CÁLCULO DE PONTE
RODOVIÁRIA

SÃO CRISTÓVÃO/SE

2021

THIAGO DA SILVA COSTA SANTOS

**ANÁLISE COMPARATIVA EM MODELOS DE CÁLCULO DE PONTE
RODOVIÁRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Universidade
Federal de Sergipe – UFS, para
encerramento do componente
curricular e conclusão da graduação
em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Figueiredo dos Santos

SÃO CRISTÓVÃO/SE

2021

THIAGO DA SILVA COSTA SANTOS

**ANÁLISE COMPARATIVA EM MODELOS DE CÁLCULO DE PONTE
RODOVIÁRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Universidade Federal de
Sergipe – UFS, para encerramento do
componente curricular e conclusão da
graduação em Engenharia Civil.

Aprovada em: ____ de _____ de ____

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Prof. Dr. Emerson Figueiredo dos Santos
Universidade Federal de Sergipe

Nota

Examinador 1: Prof. Dr. Jorge Carvalho Costa
Universidade Federal de Sergipe

Nota

Examinador 2: Prof. Me. Rodolfo Santos da Conceição
Instituto Federal de Sergipe

Nota

AGRADECIMENTOS

Quero deixar o meu agradecimento a meus pais, Sra. Angélica e Sr. José Luiz, pelo apoio a educação durante toda a minha vida, além do amor compartilhado e pelo ensinamento de valores fundamentais que edificaram meu caráter. Por me apoiarem em momentos que duvidei de mim e por sempre acreditarem em mim. Agradecer ao meu irmão Luiz Fernando que sempre me apoiou nessa jornada. Também a toda minha família, minha avó Genivalda e Teresinha, avôs, tios, meu primo-irmão Bruno Gabriel, primos e primas, vocês são importantes para mim.

A minha namorada Verena Macedo, que esteve comigo e me apoiou nos momentos bons e ruins, obrigado pelo amor, carinho e companheirismo de todos os dias.

A meu psicólogo e amigo Fábio Gois, pelo auxílio na superação de timidez e outras crenças limitantes desde o início dessa jornada.

Ao meu Orientador, Professor Emerson Figueiredo, por todo conhecimento transmitido, por toda paciência, compreensão e excelência em seu trabalho, sem o senhor não seria possível concluí-lo. Agradeço pela confiança depositada em mim.

Aos meus orientadores do PIBIC em 2019/2020, o Professor Higor Sérgio e o Mestre Rafael Nunes, amigo desde graduação. Agradeço pelos conhecimentos transmitidos, pela confiança depositada em meu trabalho e minha capacidade, o apoio de vocês durante o PIBIC e durante minha graduação foi fundamental em minha jornada acadêmica e pessoal.

A todos os professores presentes durante minha graduação. Ao Professor Leandro Favacho que me deu uma base matemática mais sólida em nível de graduação, ao Professor David Soares por ter confiado em mim e me dado a oportunidade de fazer minha primeira pesquisa em matemática aplicada à engenharia civil que culminou em uma apresentação no DMA, além dos ensinamentos sobre equações diferenciais parciais. Aos professores do departamento de Engenharia Civil,

em especial Professora Débora, Professora Denise, Professor Jorge Costa, Professor Emerson Meirelles, Professor Daniel, parabéns a todos vocês por fazerem educação pública de qualidade e gratuita, vocês são a esperança de mudança no nosso país.

A meus amigos Everton Gomes e João Victor, pelas conversas, pela amizade de sempre e apoio em todos momentos.

A minhas amigadas formadas na UFS que alegraram minha passagem na graduação, nos estressamos em trabalhos em grupo, e sobretudo que crescemos juntos, em especial, Jessica Viana e Leonardo Aquiles.

Por fim, e mais importante de tudo, gostaria de agradecer a Deus pelo dom da vida, por me dar força a continuar minha jornada vencendo todos os obstáculos e por colocar pessoas tão especiais em minha vida.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise comparativa entre os resultados obtidos por metodologias simplificadas (2D) e modelos computacionais (3D) para cálculo de lajes e longarinas de pontes rodoviárias de concreto armado. Apesar de diversos trabalhos mostrarem cada metodologia de maneira isolada, não foram encontradas análises comparativas entre os dois procedimentos entre si, especialmente com situações práticas de projeto. Para tanto, foram elaborados exemplos: uma ponte com duas longarinas com as transversinas internas desvinculadas da laje; e outra com 5 longarinas com as transversinas vinculadas a laje. A metodologia simplificada no caso das longarinas para distribuição de cargas foram Engesser-Courbon, Leonhardt e Guyon-Massonet, e para as lajes utilizou-se as tabelas de Rüsch para obtenção dos esforços de momento devido ao carregamento permanente e móvel. Para obtenção dos resultados via método dos elementos finitos, utilizou-se o *software* ROBOT, e os valores de esforços obtidos por ele foram considerados de referência. Ao fim do trabalho, foi possível perceber que os métodos bidimensionais de distribuição de carga de Guyon-Massonet e Courbon em relação aos métodos tridimensionais apresentaram resultados mais semelhantes para as longarinas internas, enquanto que o método de Leonhardt conduziu a melhor precisão nas longarinas externas, e no caso das lajes o método das tabelas de Rüsch foi mais vezes a favor da segurança para o segundo modelo de ponte.

Palavras-chave: pontes, longarinas, lajes, métodos analíticos, elementos finitos.

ABSTRACT

This work presents a comparative analysis between results obtained from simplified methodologies (2D) and computational models (3D) for concrete road slabs and stringers. Although several studies show each methodology in isolation, no comparative analyses between the two procedures were found, especially with real design situation. For this purpose, some examples were made: a bridge with two stringers with the internal cross members detached from the slab; and another structure with 5 stringers with the internal cross members connected to the slab. The simplified methodology in the case of the stringers for load distribution were Engesser-Courbon, Leonhardt and Guyon-Massonet, and for the slabs the Rüsç tables were used to obtain the bending moments resulting from the permanent and mobile loading. To obtain the results using the finite element method, the ROBOT software was used, and the values obtained by it were considered as a reference. At the end of the work, it was possible to notice that the two-dimensional load distribution methods of Guyon-Massonet and Courbon in relation to the three-dimensional methods showed similar results for the internal stringers, while the Leonhardt method led to better precision in the external stringers, and in the cases of slabs the Rüsç tables gave more safer results for the second bridge model.

Palavras-chave: bridges, stringers, slabs, analytical methods, finite elements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Veículos indicados pela NB-6 (1943)	20
Figura 2 – Veículos indicados pela NB-6 (1960)	21
Figura 3 – Veículos-padrão pela NBR 7188/1984	22
Figura 4 – Comparação do trem-tipo convencional com o homogeneizado	22
Figura 5 – Veículo TB-450 da norma NBR 7188/2013	23
Figura 6 – Modelo de Engesser-Courbon	26
Figura 7 – Modelo de Guyon Massonet no plano xy	29
Figura 8 – Modelo de Guyon-Massonet em perspectiva	30
Figura 9 – Superfície de influência de uma laje	32
Figura 10 – Condições de contorno da laje	33
Figura 11 – Modelo de laje com suas vinculações	33
Figura 12 – Diagrama de momento fletor para laje, sem equilíbrio	35
Figura 13 – Diagrama de momento fletor para a laje, após equilíbrio	35
Figura 14 – Área de contato do pneu com o pavimento	36
Figura 15 – Área de distribuição de uma roda no eixo da laje	37
Figura 16 – Planta de forma da ponte 1 (dimensões em cm)	39
Figura 17 – Seção transversal da ponte 1 (dimensões em cm)	39
Figura 18 – Condições de contorno da ponte 1	40
Figura 19 – Modelo estrutural para as longarinas da ponte 1	41
Figura 20 – Carregamento permanente na longarina da ponte 1 (unidades em kN.m)	43

Figura 21 – Curva de distribuição de carga na longarina da ponte 1	43
Figura 22 – Aplicação de carga móvel seção BB da ponte 1	44
Figura 23 – Aplicação de carga móvel seção AA da ponte 1	44
Figura 24 – Trem-tipo na longarina da ponte 1	46
Figura 25 – Discretização de lajes da ponte 1.....	46
Figura 26 – Condições de apoio das lajes L1 e L2 da ponte 1.....	47
Figura 27 – Aplicação de carregamento permanente parcial na laje L1, ponte 1.....	48
Figura 28 – Modelo estrutural da ponte 1 com extrusão das seções	50
Figura 29 – Condições de contorno do modelo da ponte 1.....	50
Figura 30 – Detalhe de vínculo rígido no modelo MEF, ponte 1.....	51
Figura 31 – Carregamento referente ao passeio no modelo MEF (em kN/m ²) da ponte 1	52
Figura 32 – Carregamento referente ao pavimento no modelo MEF (em kN/m ²) da ponte 1	52
Figura 33 – Carregamento referente ao guarda-corpo no modelo MEF (em kN/m) da ponte 1	53
Figura 34 – Definição do veículo para análise de longarinas	54
Figura 35 – Definição do veículo para análise de lajes	55
Figura 36 – Aplicação de carregamento do veículo para análise de longarinas da ponte 1	56
Figura 37 – Aplicação de carregamento do veículo para análise de lajes da ponte 1	57
Figura 38 – Aplicação de carregamento de multidão para análise das longarinas, ponte 1 (pior caso de momento negativo no vão central).....	57

Figura 39 – Aplicação de carregamento de multidão para análise das lajes, na ponte 1	58
Figura 40 – Momento fletor positivo no vão 1 na longarina considerando o veículo .58	
Figura 41 – Momento fletor para carga permanente na direção longitudinal da laje .59	
Figura 42 – Corte longitudinal de meia seção da ponte 2 (dimensões em cm)	60
Figura 43 – Seção transversal da ponte 2 (dimensões em cm)	60
Figura 44 – Condições de contorno da ponte 2.....	61
Figura 45 – Modelo de guarda-rodas New Jersey adotado (dimensões em cm)	61
Figura 46 – Modelo estrutural para as longarinas da ponte 2	62
Figura 47 – Modelo estrutural da seção transversal, ponte 2.....	63
Figura 48 – Carregamento atuante na seção transversal, ponte 2.....	63
Figura 49 – Reações por longarina para carga permanente, ponte 2	64
Figura 50 – Carga permanente pela análise simplificada na longarina 1 da ponte 2	65
Figura 51 – Carga permanente pela análise simplificada na longarina 2 da ponte 2	65
Figura 52 – Carga permanente pela análise simplificada na longarina 3 da ponte 2	65
Figura 53 – Distribuição de carga para longarina 1 por método, ponte 2.....	66
Figura 54 – Distribuição de carga para longarina 2 por método, ponte 2.....	67
Figura 55 – Distribuição de carga para longarina 3 por método, ponte 2.....	67
Figura 56 – Curva de distribuição de carga pelo método de Leonhardt na longarina 1 da ponte 2	68
Figura 57 – Discretização de lajes da ponte 2.....	70
Figura 58 – Condições de contorno das lajes da ponte 2	71

Figura 59 – Modelo estrutural da ponte 2, com extrusão das seções das longarinas	73
Figura 60 – Condições de contorno de apoios para modelo MEF, da ponte 2.....	73
Figura 61 – Carregamento referente ao pavimento no modelo 3D (em kN/m ²) da ponte 2	74
Figura 62 – Carregamento referente ao guarda-corpo no modelo 3D (em kN/m) da ponte 2	75
Figura 63 – Carregamento referente ao guarda-rodas no modelo 3D (em kN/m) da ponte 2	75
Figura 64 – Aplicação de carregamento do veículo para análise da longarina 3 da ponte 2	76
Figura 65 – Aplicação de carregamento do veículo para análise da laje L2, ponte 2	77
Figura 66 – Aplicação de carregamento de multidão para análise da longarina L1 (em kPa), ponte 2 (pior caso de momento positivo)	78
Figura 67 – Aplicação de carregamento de multidão para análise das lajes (em kPa), na ponte 2	79
Figura 68 – Momento fletor positivo na longarina 1 considerando o veículo	80
Figura 69 – Momento fletor na laje L1 na direção longitudinal considerando veículo	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Carga de veículo pela NB-6 (1943)	19
Tabela 2 – Carga do veículo pela NB-6 (1960)	20
Tabela 3 – Carregamento móvel pela NBR 7188/1984.....	21
Tabela 4 – Valores dos coeficientes de majoração para método de Leonhardt.....	28
Tabela 5 – Carregamento permanente atuante na longarina da ponte 1	42
Tabela 6 – Carregamentos de trem-tipo da ponte 1.....	46
Tabela 7 – Coeficientes da tabela de Rüsch para momento M_{xe} para laje L1 da ponte 1	48
Tabela 8 – Coeficiente ϕ para ponte 1	49
Tabela 9 – Carregamento permanente atuante na seção transversal da ponte 2.....	63
Tabela 10 – Carregamentos de trem-tipo, ponte 2.....	69
Tabela 11 – Coeficiente ϕ para ponte 2	70
Tabela 12 – Informações das lajes, ponte 2.....	72
Tabela 13 – Resultados de momentos fletores devidos ao veículo, ponte 1.....	81
Tabela 14 – Resultados de momentos fletores para o carregamento móvel, ponte 1	81
Tabela 15 – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos positivos nas longarinas, ponte 1	82
Tabela 16 – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos negativos nas longarinas, ponte 1.....	83
Tabela 17 – Resultados de momentos na laje devidos ao veículo, ponte 1	83

Tabela 18 – Resultados de momentos fletores devidos ao carregamento móvel, ponte 1	84
Tabela 19 – Resultados finais de comparação entre os 2 métodos para lajes, ponte 1	84
Tabela 20 – Resultados de momentos fletores devidos ao veículo, ponte 2.....	85
Tabela 21 – Resultados de momentos fletores para o carregamento móvel, ponte 2	86
Tabela 22 – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos positivos, ponte 2	87
Tabela 23 – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos negativos, ponte 2	87
Tabela 24 – Resultados de momentos na laje devidos ao veículo, ponte 2.....	89
Tabela 25 – Resultados de momentos fletores devidos ao carregamento móvel, ponte 2	90
Tabela 26 – Resultados finais de comparação entre os 2 métodos para lajes, ponte 2	92
Tabela 27 – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores positivos da ponte 1	98
Tabela 28 – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores negativos da ponte 1	99
Tabela 29 – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores positivos da ponte 2	99
Tabela 30 – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores negativos da ponte 2	100
Tabela 31 – Resultados de momento fletor para laje da ponte 1	102

Tabela 32 – Resultados de momento fletor para laje da ponte 2	102
---	-----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	17
1.1	Objetivos	18
1.1.1	Objetivo geral	18
1.1.2	Objetivos específicos	18
2	REFERENCIAL TEÓRICO	19
2.1	Instruções normativas.....	19
2.2	Métodos de distribuição de cargas na seção transversal de pontes	25
2.2.1	Método de Engesser-Courbon	25
2.2.2	Método de Leonhardt	27
2.2.3	Método de Guyon-Massonet.....	28
2.3	Esforços em Lajes pelo Método de Rüsch	31
3	METODOLOGIA	38
3.1	Ponte 1.....	38
3.1.1	Análise bidimensional	41
3.1.2	Análise tridimensional	49
3.2	Ponte 2.....	59
3.2.1	Análise bidimensional	62
3.2.2	Análise tridimensional	72
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	81

4.1 Ponte 1.....	81
4.2 Ponte 2.....	85
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	94
5.1 Conclusões: Longarinas	94
5.2 Conclusões: Lajes	94
5.3 Sugestões para trabalhos futuros.....	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	96
APÊNDICE A – RESULTADOS PARA ANÁLISE DE LONGARINAS.....	98
APÊNDICE B – RESULTADOS PARA A ANÁLISE DE LAJES.....	102
APÊNDICE C – FÓRMULAS DE ERRO UTILIZADAS	104

1 INTRODUÇÃO

A norma NBR 7188/2013, que trata de cargas móveis em pontes rodoviárias, passou por diversas versões desde seu surgimento em 1943, então nomeada NB-. Desde então, houveram mudanças significativas em termos de veículos que circulam nas pontes brasileiras e com o desenvolvimento de métodos computacionais cada vez mais precisos, como o método de elementos finitos essa primeira mudança gerou uma necessidade de atualização das cargas prescritas e reavaliação de estruturas construídas anteriormente, enquanto que a segunda mudança trouxe avanços nos cálculos estruturais com resultados cada vez mais precisos e mais próximos da realidade, trazendo economia.

Contemporaneamente, os métodos de cálculo de pontes também foram evoluindo ao longo dos anos, porém com metodologias simplificadas (bidimensionais) e com análise de elementos isolados seguindo um fluxo de carga. O surgimento de ferramentas computacionais e *softwares* específicos possibilitaram a análise dos esforços em pontes a partir de um modelo tridimensional. Neste sentido, as envoltórias de esforços devido a cargas móveis eram limitadas a modelos de grelha, constituído por barras. Mais recentemente, alguns *softwares* apresentaram recursos de trânsito de veículo sobre elementos de placa, mas sem a consideração da superfície de influência.

No entanto, segundo Castro (2000), é preciso tomar cuidado na modelagem do problema para que os resultados apresentem o significado desejado, como, por exemplo, definir quantos elementos de grelha serão utilizados na modelagem, sua localização e demais detalhes. Desse modo, é interessante utilizar os métodos computacionais com o devido cuidado e comparar com análises manuais, a fim de avaliar a coerência dos resultados obtidos.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho de conclusão de curso é analisar os métodos de cálculo de pontes rodoviárias de concreto armado. Este estudo foi realizado comparando os resultados da metodologia simplificada (bidimensional) com aqueles obtidos com modelos tridimensionais via método dos elementos finitos.

1.1.2 Objetivos específicos

- Comparar os resultados de momentos fletores nas longarinas e nas lajes considerando apenas as cargas permanentes;
- Comparar os resultados de momentos fletores nas longarinas e nas lajes maciças considerando apenas as cargas móveis;
- Comparar os resultados de dimensionamento nas longarinas, com os esforços de carga permanente e móvel combinados, para avaliar o desempenho dos métodos quanto à economia e segurança.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Instruções normativas

A norma NBR 7188/2013, a qual trata de carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas, passou por três revisões com alterações no veículo utilizado. Essa norma indica o carregamento do veículo a ser utilizado, que representa um veículo característico da ponte, e o carregamento de multidão, que representa os outros veículos presentes na ponte, tais como carros de passeio e motos.

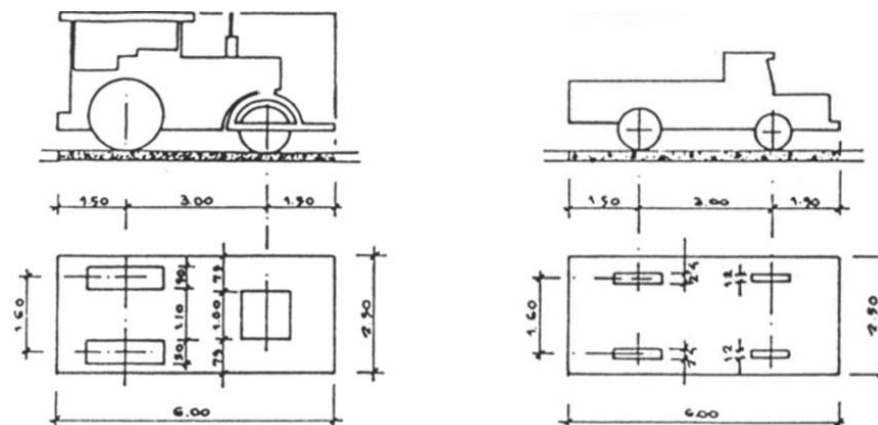
- NB-6 (1943) e NB-6 (1960), conforme Santos (2020)

A NB-6 (1943) foi a primeira versão dessa norma, a qual apresentava três veículos tipo e considerava os veículos compressor e o caminhão, e orientava a utilização de carregamento de multidão de 450 kgf/m². A adoção do veículo era feita em função da classe da ponte, que depende de sua utilização. A Tabela 1 detalha a carga de cada veículo e a Figura 1 mostra os veículos indicados.

Tabela 1 – Carga de veículo pela NB-6 (1943)

Veículo	Tipo A	Tipo B	Tipo C
Compressor	7,0 tf	16,0 tf	24,0 tf
Caminhão	6,0 tf	9,0 tf	-

Fonte: Santos (2020)

Figura 1 – Veículos indicados pela NB-6 (1943)

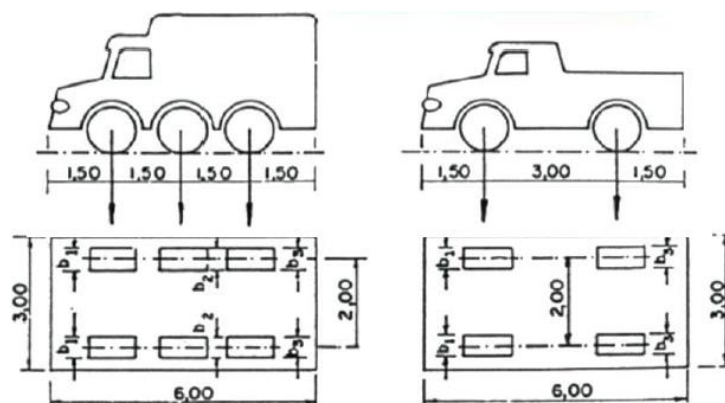
Fonte: Santos (2020)

Houve uma revisão em 1960, em que foi incluído um veículo de três eixos e alterado o veículo de caminhão de dois eixos. A Tabela 2 detalha a carga do veículo e o carregamento de multidão, e a Figura 2 mostra os veículos da norma.

Tabela 2 – Carga do veículo pela NB-6 (1960)

Veículo	Classe 12	Classe 24	Classe 36
Quantidade de eixos	2	3	3
Peso total	12,0 tf	24,0 tf	36,0 tf
P (kgf/m ²)	300	400	500

Fonte: Santos (2020)

Figura 2 – Veículos indicados pela NB-6 (1960)

Fonte: Santos (2020)

- NBR 7188/1984

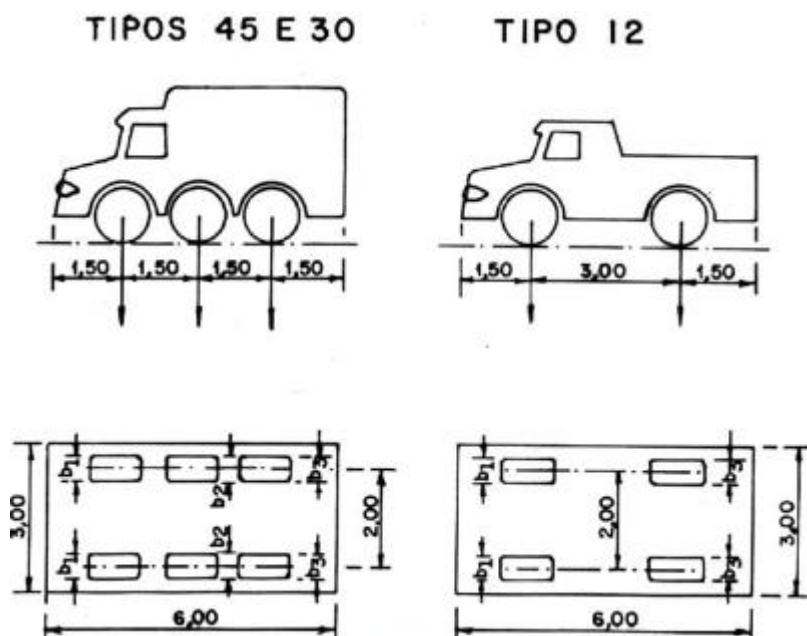
Nessa versão, as pontes foram subdivididas em três classes, a depender do veículo tipo, sendo um carregamento de multidão p (em toda a pista) e p' (nos passeios). A Tabela 3 detalha o carregamento móvel para cada classe de ponte, e a Figura 3 mostra os veículos-padrão para essa norma.

Tabela 3 – Carregamento móvel pela NBR 7188/1984

Veículo			Carga uniformemente distribuída			
Tipo	Peso total		p		p'	
	kN	tf	kN/m ²	kgf/m ²	kN/m ²	kgf/m ²
45	450	45	5	500	3	300
30	300	30	5	500	3	300
12	120	12	4	400	3	300

Fonte: Santos (2020)

Figura 3 – Veículos-padrão pela NBR 7188/1984



Fonte: Santos (2020)

Essa norma sugere homogeneização do trem-tipo nas longarinas para simplificação da análise manual, retirando das cargas concentradas das rodas do veículo o referente ao carregamento de multidão na área do veículo. A Figura 4 mostra essa homogeneização.

Figura 4 – Comparação do trem-tipo convencional com o homogeneizado



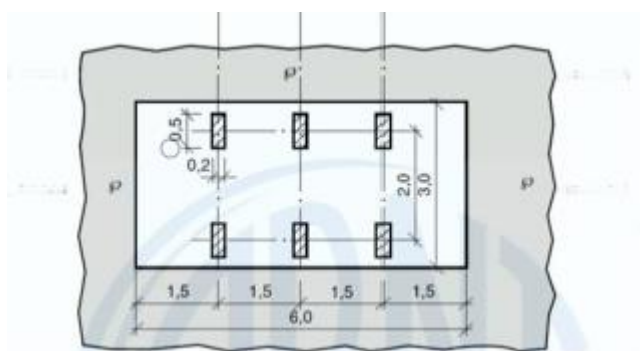
Fonte: Santos (2020)

- NBR 7188/2013

Na versão mais recente a norma indica o veículo tipo TB-450 (peso bruto total de 450kN) e carregamento de multidão de 5 kN/m², ou para estradas vicinais municipais sugere o tipo TB-240 (peso bruto total de 240 kN) carregamento de multidão de 4 kN/m². O formato desse veículo é análogo ao veículo tipo 45 de três eixos da norma 7188/1984.

Para verificação nos passeios a norma indica carregamento de multidão de 3 kN/m², já para dimensionamento dessas lajes no passeio é sugerido 5 kN/m². A Figura 5 detalha o veículo dessa norma.

Figura 5 – Veículo TB-450 da norma NBR 7188/2013



Fonte: Santos (2020)

Nessa norma é prescrito o coeficiente de ponderação de cargas verticais (ϕ), para transformar os efeitos dinâmicos do carregamento móvel em uma carga estática equivalente. Esse fator é dado pela multiplicação de três coeficientes conforme equação 3: o coeficiente de impacto vertical (CIV), que depende do vão da estrutura e é dado pela equação 1; o coeficiente de número de faixas (CNF), que depende do número de faixas no tabuleiro (n) e é dado pela equação 2; e o coeficiente de impacto

adicional (CIA), que depende do material da estrutura, sendo igual a 1,25 para obras em concreto ou em estruturas mistas e igual a 1,15 para obras em aço.

$$CIV = 1,35, \text{ para } Liv < 10,0m$$

$$CIV = 1 + 1,06 \left(\frac{20}{Liv+50} \right), \text{ para } 10,0 m \leq Liv \leq 200,0m \quad (1)$$

Onde:

Liv é o vão em metros, conforme tipo de estrutura: para vãos isostáticos, é o próprio vão; para vãos contínuos é a média aritmética deles; e para o balanço é o próprio comprimento do balanço.

$$CNF = 1 - 0,05(n - 2) > 0,9 \quad (2)$$

$$\varphi = CIV.CNF.CIA \quad (3)$$

- Pontes antigas x Metodologias mais recentes

Essas alterações no veículo foram feitas de modo a acompanhar as evoluções nas cargas de veículos rodoviários que circulam no Brasil. E nessa situação, de acordo com Silva (2020) fica evidente a importância de inspeções para manutenções e reforços em pontes antigas, pois em seu trabalho os esforços de momento fletor obtidos em longarinas foram cerca de 35% maiores comparando a norma mais recente com a norma NB-6 (1960).

2.2 Métodos de distribuição de cargas na seção transversal de pontes

Pontes com estrutura do tipo grelha são constituídas de um tabuleiro formado por uma laje flexível e um sistema de vigas longitudinais, denominadas longarinas, e transversais, as transversinas (OLIVEIRA, 2018). Segundo Longo (1979), com ação de carregamentos verticais na superestrutura ocorre um processo de interação entre os elementos estruturais através dos nós de intersecção entre as vigas que compõem a ponte, os quais são responsáveis pela distribuição das cargas atuantes. A fim de analisar a fração de carga absorvida por cada viga é possível analisar a linha de influência transversal da ponte (RYALL et al., 2002).

Esse problema não é de simples resolução, pois a grelha desse sistema estrutural, conforme dito anteriormente, é composta de diversos elementos estruturais que interagem entre si. Para ajudar na solução desse problema manualmente foram desenvolvidos métodos simplificados (ALVES et al., 2004). Nesse trabalho, foram utilizados os métodos de Engesser-Courbon, Leonhardt e Guyon-Massonet.

2.2.1 Método de Engesser-Courbon

Como hipótese básica desse método, considera-se as transversinas com rigidez infinita, desprezando-se o efeito de torção (LONGO, 1979). Essa consideração implica que o eixo da transversina permanecerá reto após deformação (equação da linha de influência transversal fica linear).

A Figura 6 ilustra o modelo desse método. O coeficiente da linha de influência transversal, para cada longarina i , é dado pela equação 4.

$$R_i = \frac{1}{n} + 6 \left[\frac{2i - (n + 1)}{2n(n + 1)} \right] \frac{d}{L} \quad (4)$$

Onde:

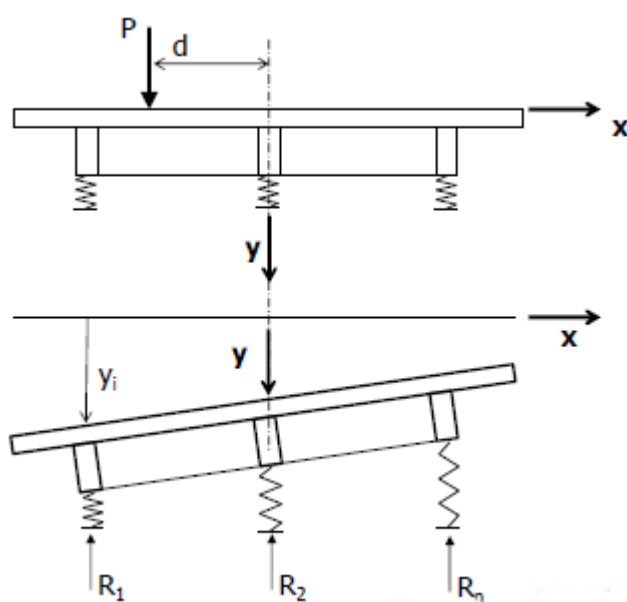
n: número de longarinas;

i: ordem da longarina;

d: posição da longarina em relação ao eixo da ponte;

L: largura do tabuleiro (distância entre longarinas externas).

Figura 6 – Modelo de Engesser-Courbon



Fonte: Santos (2020)

Os resultados, de acordo com Oliveira (2018, apud SAN MARTIN, 1981), ficam mais coerentes quanto menor for o valor de λ , dado pela equação 5

$$\lambda = \frac{l}{2.L} \cdot \sqrt[4]{\frac{L}{l} \cdot \frac{E \cdot \sum I_n}{E_T \sum I_{T_n}}} \leq 0,3 \quad (5)$$

Onde:

l : é a largura do tabuleiro (distância entre longarinas externas);

L : comprimento do vão;

E_T, E : módulos de elasticidade, respectivamente, das transversinas e das longarinas;

I_T, I : momento de inércia, respectivamente, das transversinas e das longarinas.

Segundo Longo (1979), esse método é aplicado usualmente em pontes de pequena largura em relação ao vão, para as transversinas ficarem suficientemente rígidas.

2.2.2 Método de Leonhardt

De acordo com Longo (1979), nesse método a estrutura em grelha é substituída por um sistema de vigas longitudinais ligadas por vigas transversais, desconsiderando a laje como elemento de distribuição transversal de cargas. Desconsidera-se o efeito de torção das longarinas.

A distribuição transversal de cargas é encontrada por meio de tabelas, de acordo com o número de longarinas e dependente do coeficiente de rigidez (ς) dado, de acordo com San Martin (1981, apud Oliveira, 2018), pela equação 6.

$$\varsigma = \frac{i}{\psi_v} \cdot \frac{I_T}{I} \left(\frac{L}{2 \cdot e} \right)^3 \quad (6)$$

Onde:

i : é o coeficiente de majoração, dado de acordo com a quantidade de transversinas através da Tabela 4;

e : é distância entre longarinas;

ψ_v : é a relação entre flechas tomadas no centro devido à aplicação de carga unitária em vigas de altura constante e variável (adotado como 1 para as pontes modeladas).

Tabela 4 – Valores dos coeficientes de majoração para método de Leonhardt

Número de Transversinas Reais	i
1 a 2	1,00
3 a 4	1,60
5 ou mais	2,00

Fonte: Adaptado de San Martin (1981, apud SANTOS, 2020).

Quanto maior for esse coeficiente de rigidez, melhor será a distribuição transversal de cargas (LONGO, 1979).

2.2.3 Método de Guyon-Massonet

Nesse método substitui-se o tabuleiro real da ponte por uma laje ortotrópica equivalente. Guyon assimilou a grelha, constituindo-se de um número elevado de longarinas e transversinas, a uma placa ortotrópica. De acordo com Alves et al. (2004), Massonet adicionou a esse método consideração dos efeitos de torção. As deformações consideradas nesse método são elásticas (Lei de Hooke) e a altura da laje é relativamente pequena, além de ser constante, sendo desconsiderada a contribuição direta da laje.

O problema é desenvolvido baseado na equação diferencial de placas, conforme equação 7, com os coeficientes de distribuição transversal dados pela equação 8. As Figuras 7 e 8 e mostram a abstração dessa laje ortotrópica.

$$p_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\varphi \sqrt{p_x p_y} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + p_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (7)$$

$$p_x = \frac{E \cdot I_L}{b_1}; p_y = \frac{E \cdot I_T}{L_1} \quad (8)$$

Onde:

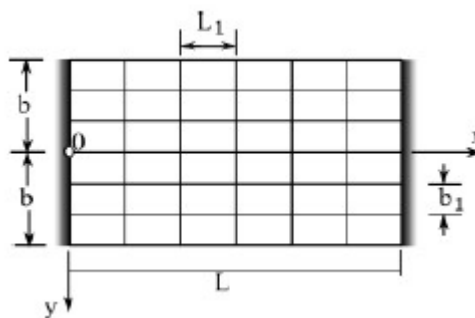
w é o deslocamento da placa;

I_L é o módulo de inércia da longarina;

I_T é o módulo de inércia da transversina;

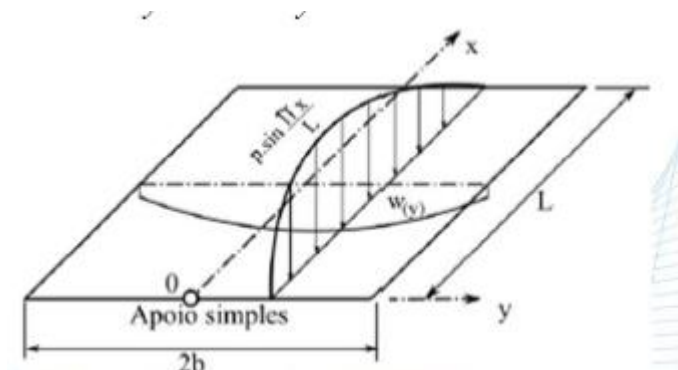
L_1 e b_1 são, respectivamente, a distância entre transversinas e o comprimento da transversina, conforme Figura 7.

Figura 7 – Modelo de Guyon Massonet no plano xy



Fonte: Santos (2020)

Figura 8 – Modelo de Guyon-Massonet em perspectiva



Fonte: Santos (2020)

Com esses coeficientes obtém-se o parâmetro de torção φ que varia de 0 (ausência de torção) a 1 (presença de torção), pela equação 9, e o parâmetro de travejamento θ , pela equação 10.

$$\varphi = \frac{p_x + p_y}{2\sqrt{p_x p_y}} \quad (9)$$

$$\theta = \frac{b}{L} \cdot \sqrt[4]{\frac{p_x}{p_y}} \quad (10)$$

Onde:

b: é a metade da largura da ponte;

L: é a extensão da ponte.

Com os parâmetros obtidos define-se o ponto de aplicação da carga e a longarina analisada, e desse modo obtém-se os valores dos coeficientes de

distribuição de carga (χ_φ) na seção transversal (ALVES, 2004). Para valores intermediários realiza-se interpolação através da equação 11.

$$\chi_\varphi = \chi_0 + (\chi_1 - \chi_0)\sqrt{\varphi} \quad (11)$$

Onde:

χ_φ : coeficiente de distribuição desejado.

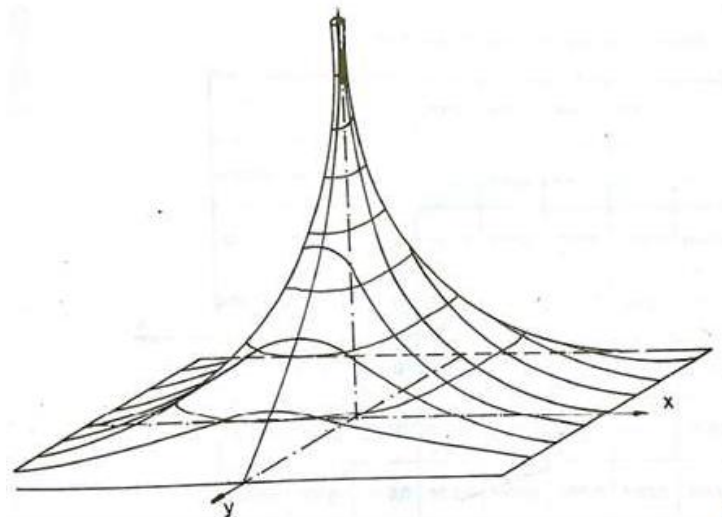
χ_0 : coeficiente de distribuição de carga inicial;

χ_1 : coeficiente de distribuição de carga final.

2.3 Esforços em Lajes pelo Método de Rüsch

O cálculo dos esforços solicitantes nas lajes de pontes é feito através da teoria elástica de placas. Para calcular essas solicitações, segundo Rocha (2015), são utilizadas superfícies de influência, as quais seguem a mesma ideia das linhas de influência sendo a generalização para o domínio bidimensional da laje. A fim de encontrar os esforços máximos atuantes sobre a laje aplica-se o carregamento móvel nas posições mais desfavoráveis na superfície de influência. A Figura 9 mostra uma abstração da superfície de influência de uma laje.

Figura 9 – Superfície de influência de uma laje



Fonte: Santos (2020)

Devido à semelhança entre as cargas rodoviárias da norma alemã e da norma brasileira, utiliza-se como metodologia de cálculo manual as tabelas de Rüsch para obtenção de momentos devido aos carregamentos permanente e móvel. Antes do surgimento de métodos de solução computacional mais sofisticados e computadores mais potentes, esse método era utilizado para obtenção dos esforços em lajes de ponte.

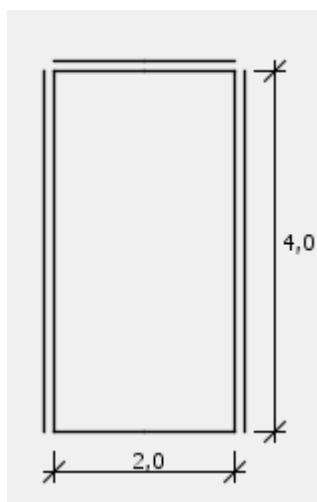
A escolha da tabela de Rüsch é feita de acordo com a vinculação dos bordos da laje, relação de vãos e direção do tráfego. Nesse método é considerado apenas cada região discretizada de laje. A Figura 10 mostra quais são as possíveis condições de bordo e a Figura 11 mostra o modelo de uma laje com apoio no bordo inferior e engaste nos outros bordos, além de ter geometria de $l_x=2$ metros e $l_y=4$ metros.

Figura 10 – Condições de contorno da laje



Fonte: Autor (2021)

Figura 11 – Modelo de laje com suas vinculações



Fonte: Autor (2021)

Os esforços de momento devido à carga permanente (M_g) são obtidos em função da equação 12, enquanto os esforços de momentos devido a carga móvel (M_q) são obtidos pela equação 13.

$$M_g = k \cdot g \cdot l_x^2 \quad (12)$$

Onde:

k: é o coeficiente de carga permanente da tabela para o momento desejado;

g: é o valor do carregamento permanente uniforme (kN/m²);

l_x : é o vão no eixo x da laje.

$$M_q = \varphi [PM_L + p(M_p + M_{p'})] \quad (13)$$

Onde:

φ : é o coeficiente de impacto vertical;

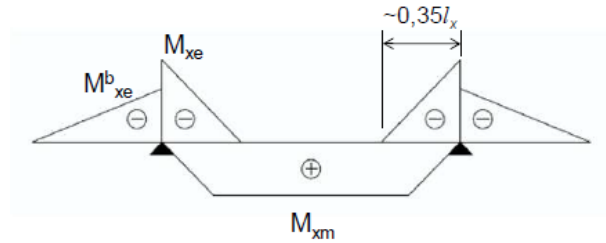
P: é carga de uma roda do veículo padrão (75kN);

p: é a carga uniforme de multidão (5kN/m² ou 3kN/m² caso seja feita uma verificação no passeio);

M_L , M_p e $M_{p'}$: são os coeficientes de momento obtidos pela tabela.

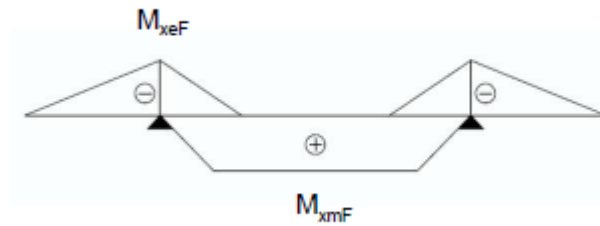
Esses valores de momento obtidos para carga permanente e móvel consideram a laje como isolada do conjunto de lajes do tabuleiro. A fim de simular a continuidade do tabuleiro, Santos (2020) mostra como realizar um equilíbrio para obtenção de momento equivalente. As equações 14 e 15 mostram como obter o momento de equilíbrio para o engaste e para o meio do vão, e as Figuras 12 e 13 mostram o diagrama de momentos original e o diagrama de momento após equilíbrio.

Figura 12 – Diagrama de momento fletor para laje, sem equilíbrio



Fonte: Santos (2020)

Figura 13 – Diagrama de momento fletor para a laje, após equilíbrio



Fonte: Santos (2020)

$$M_{xeF} = \text{máximo} \left(\frac{M_{xe}^b + M_{xe}}{2}; 0,8. M_{xe}; 0,8. M_{xe}^b \right) \quad (14)$$

$$M_{xmF} = M_{xm} + (M_{xe} - M_{xeF}) \quad (15)$$

Onde:

M_{xe}^b é o momento de engaste na laje vizinha;

M_{xe} é o momento de engaste na laje;

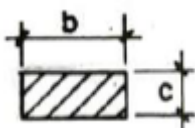
M_{xm} é o momento central na laje;

M_{xeF} é o momento de engaste após equilíbrio;

M_{xmF} é o momento central após o equilíbrio.

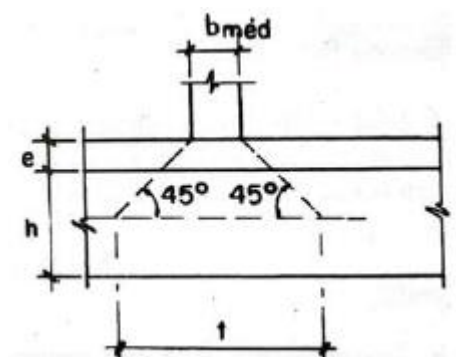
Para obtenção dos coeficientes M_L , M_p e $M_{p'}$, são utilizados os parâmetros $\frac{l_x}{a}$ e $\frac{t}{a}$, sendo que a é a distância entre centro de rodas do mesmo eixo e igual a 2 metros (NBR 7188:2013), e t é o lado de um quadrado que substitui a área de distribuição de uma roda ao nível da metade (eixo) da espessura da laje. A Figura 14 mostra a área de contato do pneu e a Figura 15 detalha a área de distribuição. O valor do parâmetro t é dado em função da espessura do pavimento (e), da espessura da laje (h) e o lado do quadrado equivalente à roda ($b_{méd}$). O valor de $b_{méd}$ e t são dados pelas equações 16 e 17.

Figura 14 – Área de contato do pneu com o pavimento



Fonte: Santos (2020)

Figura 15 – Área de distribuição de uma roda no eixo da laje



Fonte: Santos (2020)

$$b_{méd} = \sqrt{b \cdot c} = \sqrt{0,2 \cdot 0,5} = 0,316 \text{ m} \quad (16)$$

$$t = h_{pav} + h_{laje} + b_{méd} \quad (17)$$

3 METODOLOGIA

A análise comparativa entre os métodos de dimensionamento de tabuleiro de pontes foi realizada em dois modelos distintos de pontes.

Para análise bidimensional foram utilizados os métodos de distribuição transversal de cargas no estudo das longarinas e o das Tabelas de Rüsch para as lajes. O estudo dos modelos tridimensionais foi realizado via *software* ROBOT da AutoDesk. Esse programa utiliza, segundo o suporte da AutoDesk (2020), para elementos de viga um elemento de dois nós padrão, e para os elementos de laje adotam-se elementos de placa de Kirchhoff. Nesse trabalho, utilizou-se tamanho da malha de 20 cm, e adotou-se elementos quadriláteros para a laje.

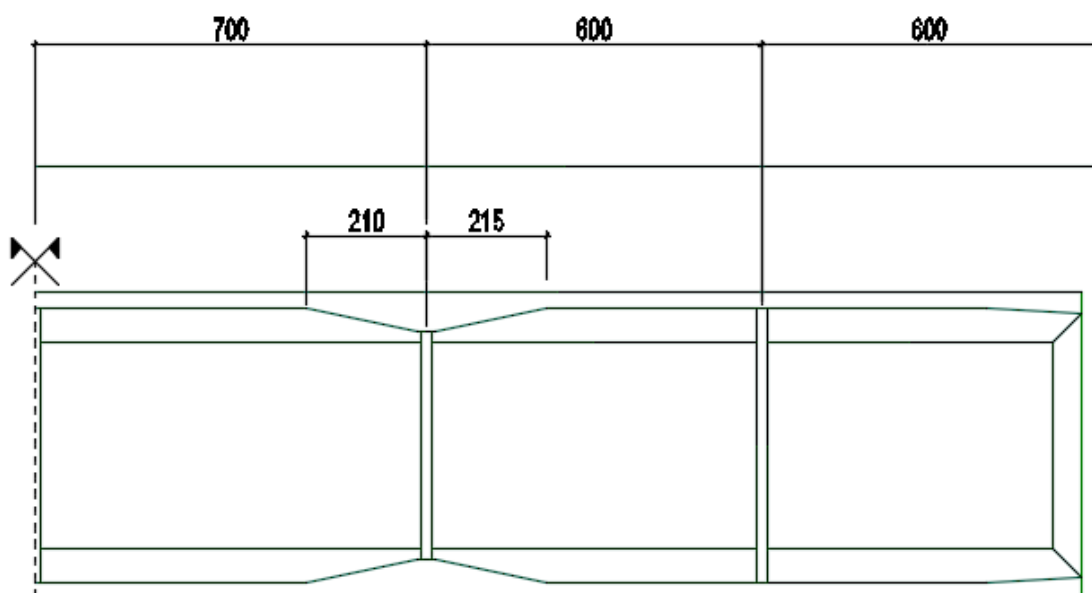
Em seguida, os resultados de esforços obtidos pelas análises foram combinados considerando Estado Limite Último, os quais se encontram no capítulo 4. Além disso, para as longarinas, foi determinada a área de aço das armaduras longitudinais, a fim de verificar as diferenças em termos de economia e segurança entre os métodos.

3.1 Ponte 1

Esta ponte possui comprimento total de 38 m, com vãos externos de 12 m e o vão central de 14 m, conforme Figura 16. Seu tabuleiro é formado por duas vigas principais (longarinas), de seção retangular com altura de 140 cm e largura de 30 cm (apresentando um alargamento da base nos apoios do vão central de 70 cm), conforme apresentado nas Figuras 16 e 17. A Figura 18 mostra as condições de contorno da ponte. As transversinas internas são desvinculadas da laje e apresentam dimensões de 105 cm de altura e 20 cm de largura. Além disso as transversinas externas (presente nos apoios externos da ponte), são vinculadas à laje, e possuem dimensões de 140 cm de altura e 20 cm de largura. A laje maciça, com espessura de

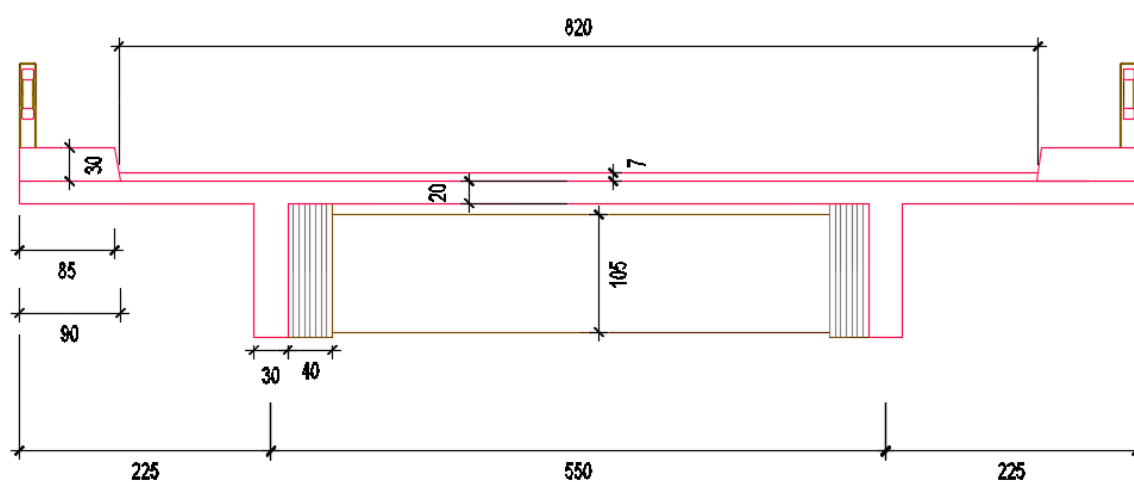
20 cm, possui balanços de 2,25 m e laje central de 5,50 m, sendo a largura transversal total de 10 m.

Figura 16 – Planta de forma da ponte 1 (dimensões em cm)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Figura 17 – Seção transversal da ponte 1 (dimensões em cm)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Figura 18 – Condições de contorno da ponte 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

A pista é composta por duas faixas de tráfego, de cerca de 4,10 metros cada uma, com a laje do passeio com 90 cm de largura e guarda-corpos nos passeios, conforme Figura 17.

A especificação de materiais foi de concreto C30 ($f_{ck}=30\text{MPa}$) e módulo de elasticidade (E_c) de 30670 MPa, o qual é dado em função do f_{ck} pela equação 18 de acordo com a NBR 6118:2014, considerando o granito como o agregado graúdo. Esses dados foram utilizados tanto para a análise simplificada quanto para a análise computacional.

$$E_c = 5.600\sqrt{f_{ck}} \quad (18)$$

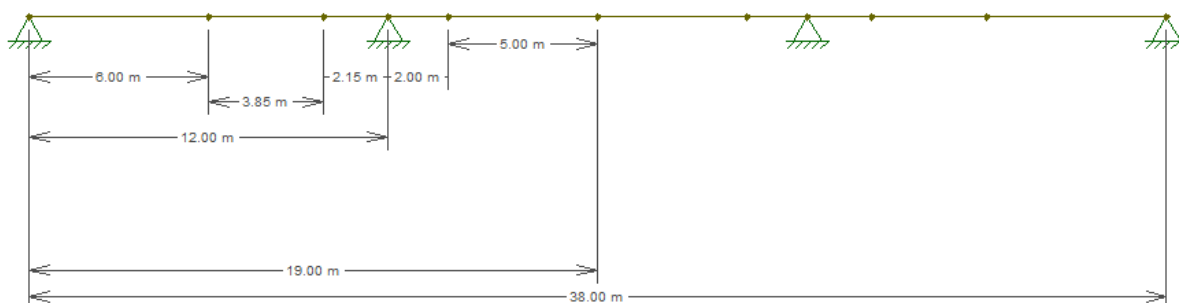
3.1.1 Análise bidimensional

3.1.1.1 Longarinas

- Modelo:

Com base no exemplo desenvolvido, realizou-se a modelagem estrutural simplificada das longarinas da ponte no *software* FTOOL. Para a seção transversal da longarina utilizou-se uma seção retangular com altura de 140 cm e largura de 30 cm, e para o alargamento da seção na proximidade dos apoios internos adotou-se uma seção transversal de 140 cm de altura e largura de 50 cm, sendo a largura média no alargamento de 30 cm para 70 cm da largura nessa região. Consideraram-se os apoios externos e internos como de 2º gênero. O modelo estrutural encontra-se na Figura 19.

Figura 19 – Modelo estrutural para as longarinas da ponte 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

- Carregamento permanente:

De acordo com o prescrito pela NBR 7187:2003, adotou-se o peso específico de 25kN/m^3 , para o concreto; e para o pavimento 24kN/m^3 , além da consideração de 2kN/m^2 devido à possibilidade de recapeamento.

Devido à condição de simetria em relação ao eixo longitudinal da ponte, foram obtidos os valores de carregamento permanente que atuam em uma das longarinas, os quais são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Carregamento permanente atuante na longarina da ponte 1

g_{laje} (kN/m)	$g_{\text{pavimento}}$ (kN/m)	g_{passeio} (kN/m)	$g_{\text{guarda-corpos}}$ (kN/m)	$g_{\text{viga const}}$ (kN/m)	$g_{\text{pp viga var}}$ (kN/m)	$P_{\text{transv ext}}$ (kN)	$P_{\text{transv int}}$ (kN)
25	15,2	6,30	9,81	66,81	73,81	35	14,4

Onde:

g_{laje} é a carga referente à laje;

$g_{\text{pavimento}}$ é a carga referente ao pavimento;

g_{passeio} é o carregamento referente ao passeio;

$g_{\text{guarda-corpos}}$ é o carregamento que representa o guarda-corpos;

$g_{\text{viga const}}$ é a carga linear da viga com base constante;

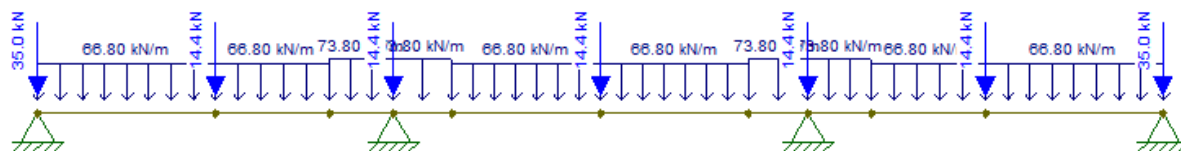
$g_{\text{pp viga var}}$ é a carga linear para viga com base variável;

$P_{\text{transv ext}}$ é a carga concentrada que representa a transversina externa;

$P_{\text{transv int}}$ é a carga concentrada referente à transversina interna.

Esses carregamentos foram aplicados no modelo como pode ser visto na Figura 20. Por meio do *software* FTOOL, os valores de momento obtidos foram armazenados nas Tabelas 27 a 29 para o cálculo de combinações, no apêndice A.

Figura 20 – Carregamento permanente na longarina da ponte 1 (unidades em kN.m)

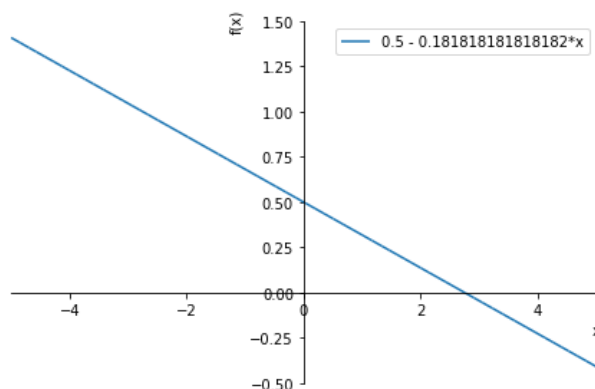


- Carregamento móvel:

Para a ponte 1, que possui apenas duas longarinas, foi utilizado apenas o método de Courbon. O valor do coeficiente de ϕ obtido foi de 0,2013, estando de acordo com o limite máximo estabelecido de 0,30 para aplicação do método.

A curva de distribuição de carga tem o formato indicado na Figura 21.

Figura 21 – Curva de distribuição de carga na longarina da ponte 1



Para posicionamento do veículo e da carga de multidão, considerou-se a pior situação, em que eles estão aplicados na parte positiva do gráfico, sendo o veículo posicionado na borda mais externa do pavimento. A Figura 22 apresenta a aplicação

da carga na seção com a presença do veículo, enquanto a Figura 23 mostra a carga aplicada na seção sem o veículo.

Figura 22 – Aplicação de carga móvel seção BB da ponte 1

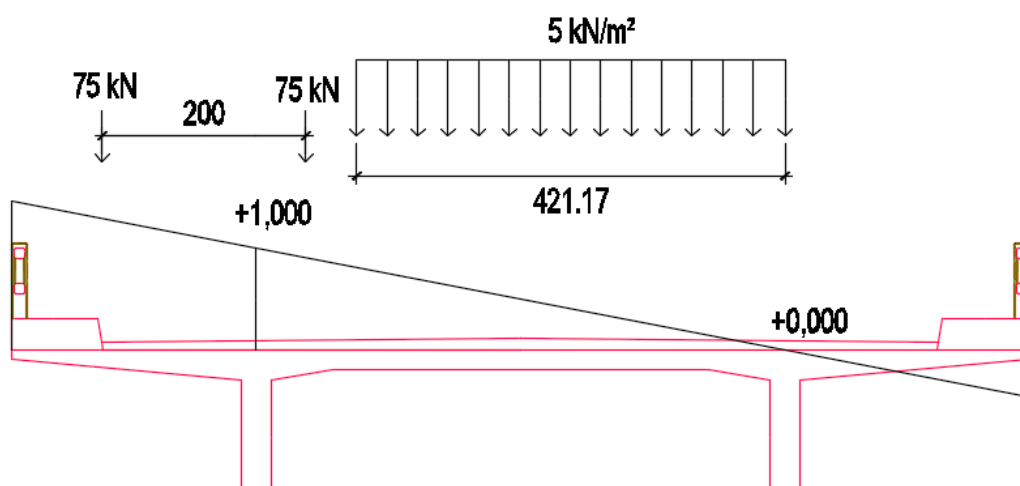
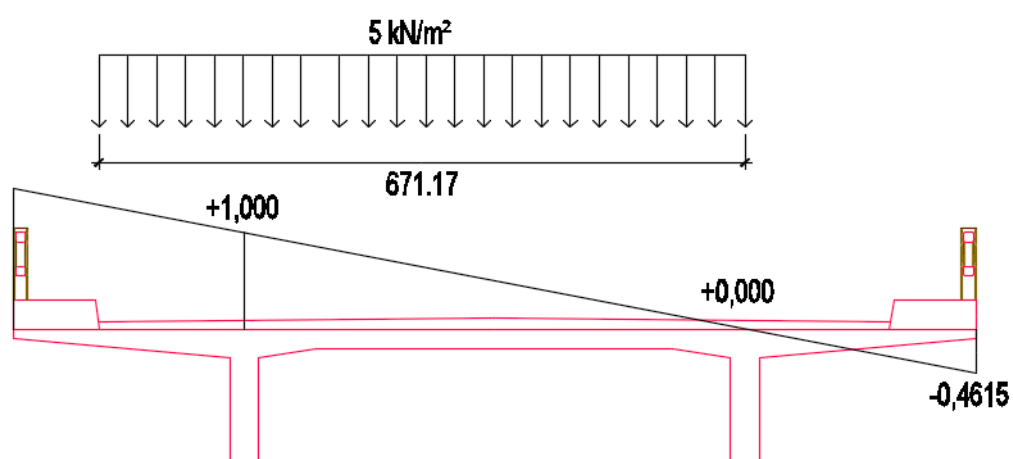


Figura 23 – Aplicação de carga móvel seção AA da ponte 1



Com a integração da equação para o cálculo das cargas distribuídas e os valores do gráfico para as cargas concentradas, obtiveram-se os valores de carregamento para o trem-tipo.

$$R_P = 159,86 \text{ kN}$$

$$R_{pI} = 8,65 \text{ kN/m}$$

$$R_{pII} = 21,40 \text{ kN/m}$$

$$R_{P'} = 134,36 \text{ kN}$$

$$R_p = 21,40 + R_{p_{\text{passeio}}} = 24,94 \text{ kN/m}$$

Onde:

R_P é o valor da carga concentrada do trem-tipo na seção BB;

R_{pI} é o valor da carga distribuída do trem-tipo na seção BB;

R_{pII} é o valor da carga distribuída do trem-tipo na seção AA;

$R_{P'}$ é o valor da carga do trem-tipo, considerando a homogeneização do trem-tipo;

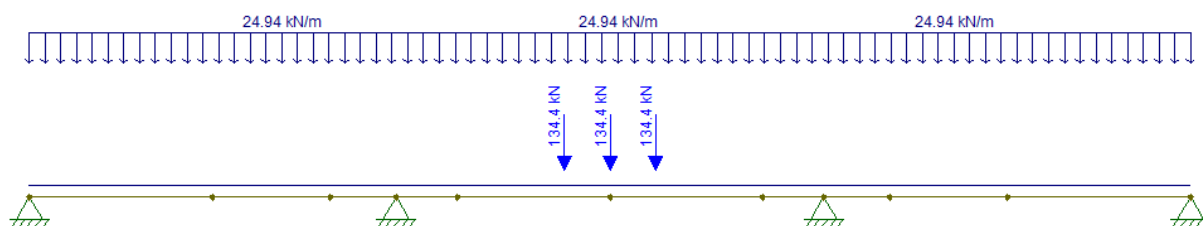
R_p é o valor da carga distribuída do trem-tipo homogeneizada, e com adição do carregamento de multidão do passeio;

$R_{p_{\text{passeio}}}$ é o valor da carga distribuída do trem-tipo referente à carga de multidão do passeio.

A Tabela 6 resume os resultados do trem-tipo para a ponte 1. Nas análises, para os dois exemplos, foram utilizados o trem-tipo homogeneizado com consideração do passeio ($R_{P'}$ e R_p). A Figura 24 mostra a aplicação do trem-tipo na longarina.

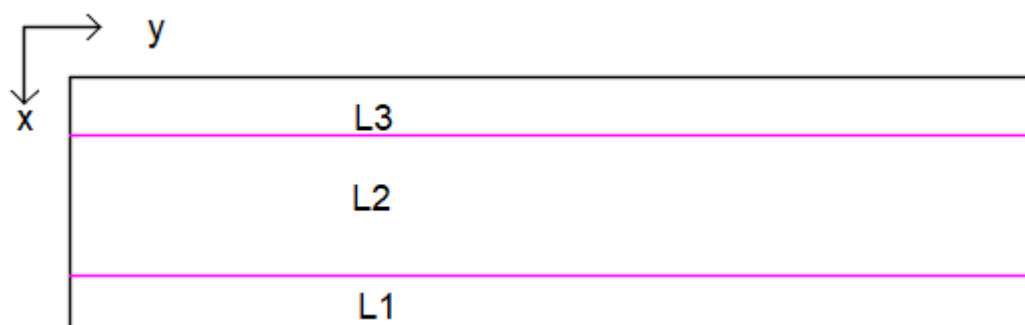
Tabela 6 – Carregamentos de trem-tipo da ponte 1

Long.	Método	RP (kN)	Rpl (kN/m)	RpII (kN/m)	ΔRP (kN)	RP' (kN)	Rp (kN/m)
1	Courbon	159,86	8,65	21,40	25,51	134,36	24,94

Figura 24 – Trem-tipo na longarina da ponte 1

3.1.1.2 Lajes

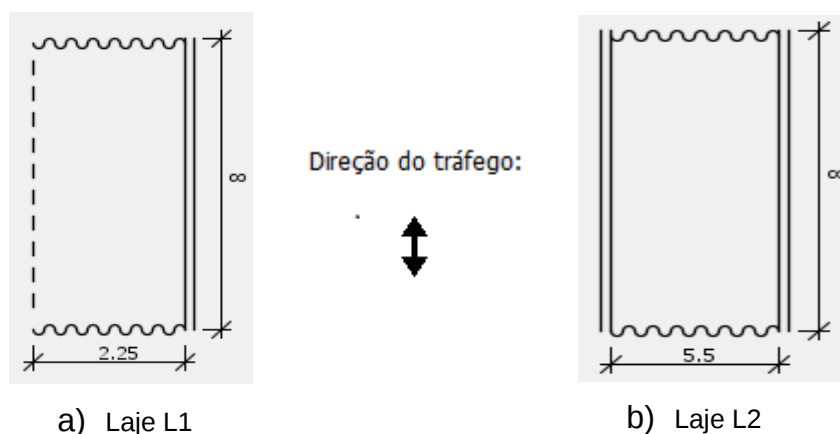
A ponte 1 foi discretizada em três lajes, L1, L2 e L3, conforme a Figura 25. Devido à simetria, analisou-se apenas as lajes L1 (igual a L3) e L2.

Figura 25 – Discretização de lajes da ponte 1

Considerou-se que os bordos transversais são indefinidos, uma vez que a relação I_y/I_x apresentou valor bem superior em relação aos valores disponibilizados na

Tabela de Rüsç. Detalhes de cada laje discretizada podem ser encontrados na Figura 26.

Figura 26 – Condições de apoio das lajes L1 e L2 da ponte 1



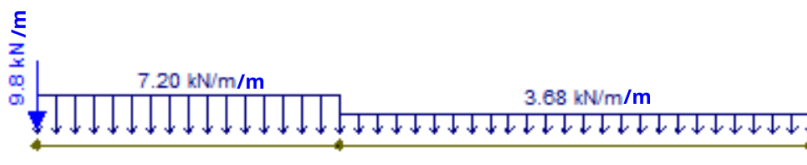
Apresenta-se, a seguir, o procedimento de cálculo para a laje L1.

- Laje L1:
 - Carregamento permanente:

Dada a condição das bordas da laje L1, conforme Figura 26, remeteu-se ao uso da Tabela 98 de Rüsç. Nessa laje L1, analisou-se apenas o momento M_{xe} , por se tratar do momento principal. Para o cálculo da laje no balanço, considerou-se a atuação de cargas permanentes do guarda-corpos, do pavimento, da laje e do passeio. O momento produzido pelo guarda-corpo, pelo pavimento e pelo passeio foram calculados sem o uso da tabela (uma vez que não ocupam toda a extensão do balanço), conforme pode ser visto na Figura 27, obtendo o valor de momento fletor no engaste de 37kNm/m.

Através da tabela de Rüsç, obteve-se o momento no engaste de 21,97kN.m/m, considerando o carregamento de peso próprio na laje. Desse modo, o valor de M_{xe} total foi de 58,97kN.m/m considerando a carga permanente total.

Figura 27 – Aplicação de carregamento permanente parcial na laje L1, ponte 1



- Carga móvel:

Através da tabela de Rüsch, foram obtidos os seguintes coeficientes para o momento M_{xe} :

Tabela 7 – Coeficientes da tabela de Rüsch para momento M_{xe} para laje L1 da ponte 1

t/a	l_x/a	k_P	k_p	$k_{p'}$	M_{xe}
0,33	1,13	0,7436	0,14	0,00	56,47 kN.m

- Laje L2:

- Carregamento permanente

Para a laje L2, cuja condição de bordas encontra-se na Figura 26, remeteu-se ao uso da tabela 27 de Rüsch. Nessa laje, foram considerados os momentos M_{xm} , M_{ym} e M_{xe} . Os momentos obtidos encontram-se na Tabela 31 no apêndice B.

- Carga móvel

Através da tabela de Rüsch, foram obtidos os momentos devido ao veículo e ao carregamento móvel completo, os quais encontram-se, respectivamente, nas Tabelas 17 e 18 do capítulo 4.

Em seguida, esses valores obtidos foram multiplicados pelo coeficiente φ , o qual foi obtido conforme tópico 2.1, como forma de simular os efeitos dinâmicos e a aleatoriedade da carga móvel dos veículos. O coeficiente φ para essa ponte encontra-se na Tabela 8. Para o dimensionamento, foram utilizados os fatores de combinação definidos pela NBR 8681:2003, sendo de 1,35 para cargas permanentes de peso próprio de estruturas moldadas no local e 1,50 para os carregamentos móveis (ações variáveis no geral).

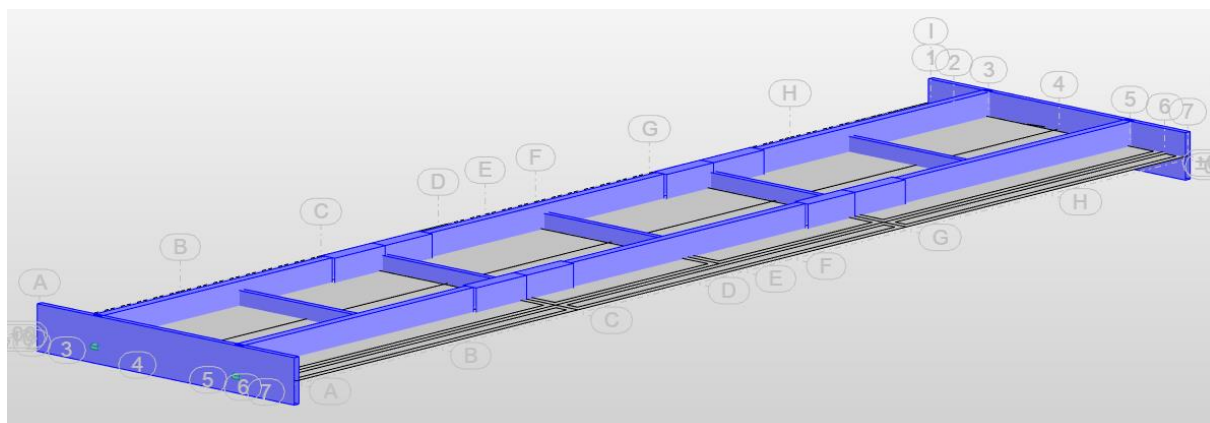
Tabela 8 – Coeficiente φ para ponte 1

φ	CIV	CNF	CIA
1,69	1,35	1,00	1,25

3.1.2 Análise tridimensional

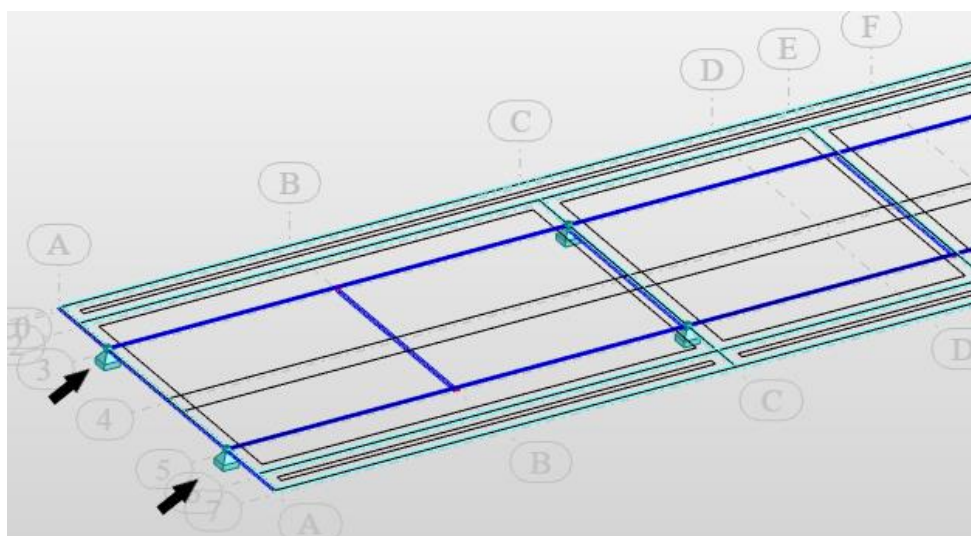
O modelo tridimensional da ponte 1, com extrusão das seções, pode ser visualizado na Figura 28, a qual foi gerada no *software* Autodesk Robot. As vigas longarinas e transversinas foram modeladas com elementos de barra, enquanto a laje foi modelada com elementos de placa. Vale ressaltar que não foram aplicados deslocamentos (excentricidades) aos elementos de barra, de forma a manter a mesma condição do modelo bidimensional.

Figura 28 – Modelo estrutural da ponte 1 com extrusão das seções



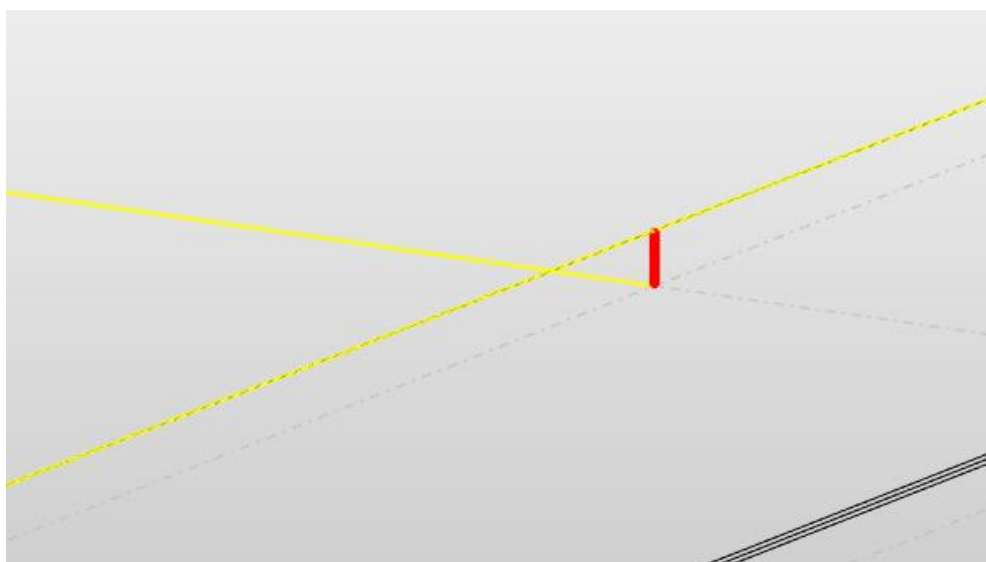
Os apoios foram considerados de 2º gênero, a fim de ser equivalente à análise bidimensional. Esses apoios representam os pilares e podem ser visualizados na Figura 29.

Figura 29 – Condições de contorno do modelo da ponte 1



As ligações entre vigas longarinas e transversinas no modelo foram consideradas engastadas. Nesse modelo, as transversinas internas estão desvinculadas da laje, e, para simular esse comportamento, realizou-se uma translação de 10 cm para baixo nos elementos de barra representativos das transversinas. Em seguida, utilizou-se um vínculo rígido entre o nó da longarina (que está conectado à laje) e o nó da transversina, conforme detalhada na Figura 30. Vale ressaltar que o vínculo rígido utilizado entre os nós considera todas as rotações e deslocamentos, tendo como nó principal o da longarina.

Figura 30 – Detalhe de vínculo rígido no modelo MEF, ponte 1



- Carregamento permanente

O *software* automaticamente calcula o carregamento referente ao peso próprio da estrutura (lajes e vigas) de concreto armado, sendo necessário apenas aplicar os carregamentos dos outros elementos, a saber: passeio; guarda-corpo; e pavimento, inclusive com a consideração do recapeamento. A aplicação desses carregamentos encontra-se nas Figuras 31 a 33.

Figura 31 – Carregamento referente ao passeio no modelo MEF (em kN/m^2) da ponte 1

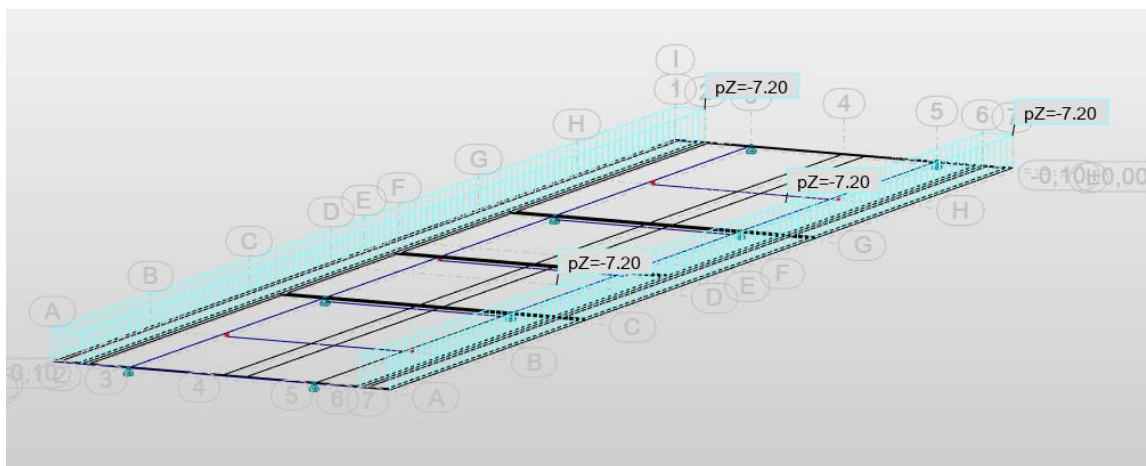


Figura 32 – Carregamento referente ao pavimento no modelo MEF (em kN/m^2) da ponte 1

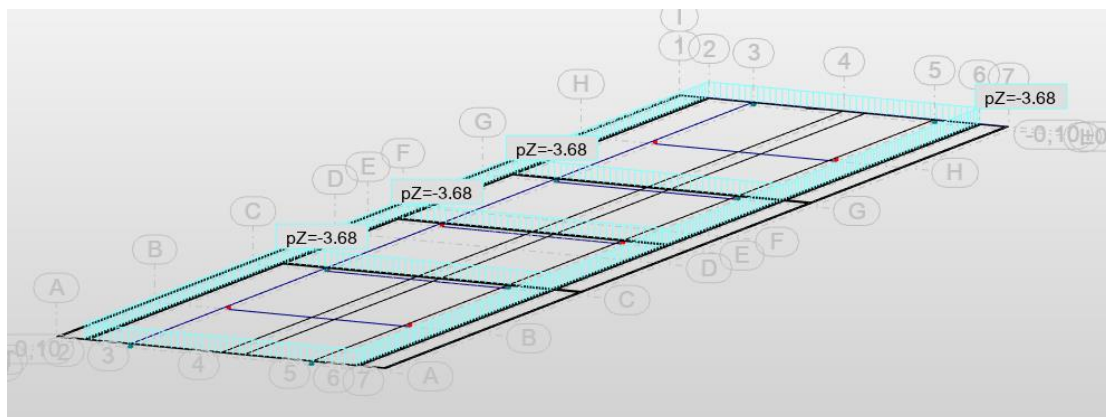
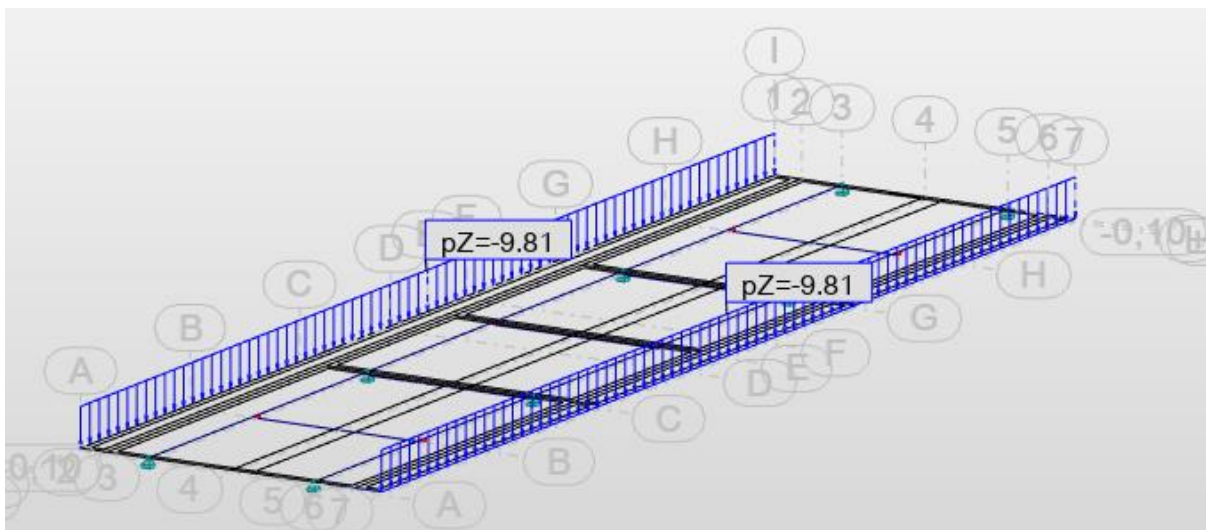


Figura 33 – Carregamento referente ao guarda-corpo no modelo MEF (em kN/m) da ponte 1

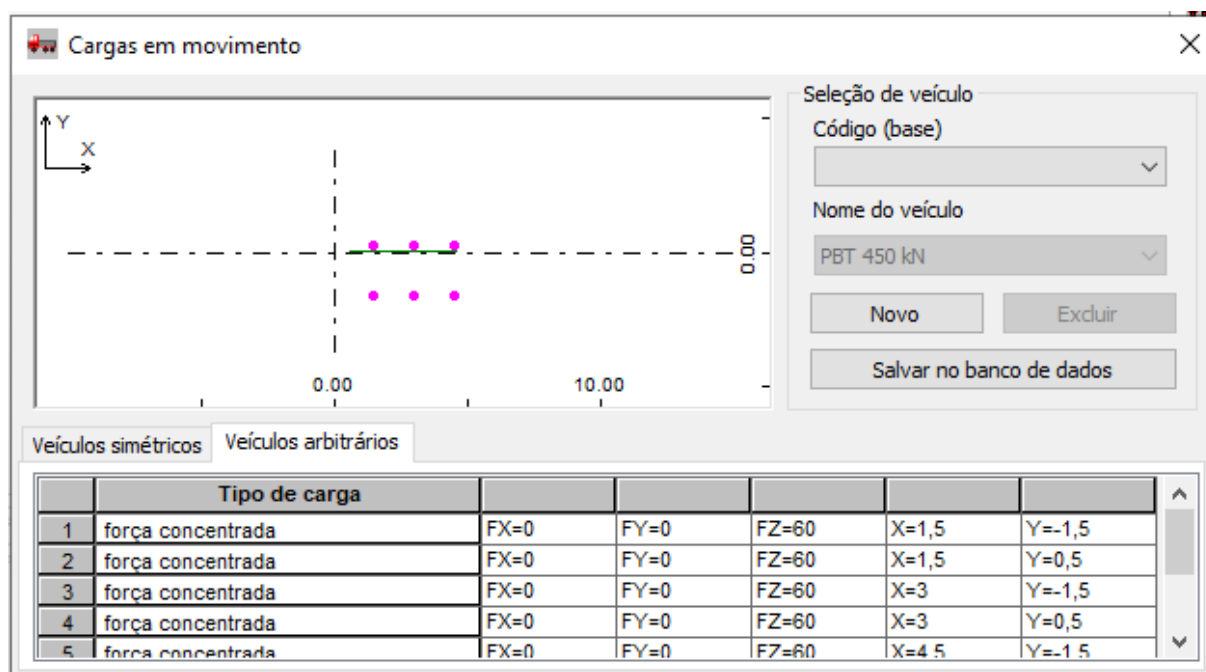


- Carregamento móvel do veículo

A aplicação do carregamento móvel do veículo foi feita através de um comando de cargas especiais, onde se define o veículo (eixos, carga, pneus, etc), a rota de aplicação da carga e o passo de aplicação de carga do veículo. Essa função possibilita a simulação de deslocamento do veículo sobre o tabuleiro em qualquer direção (inclusive com mudança ao longo do trajeto), possibilitando a geração de envoltórias de esforços nos elementos estruturais. Vale ressaltar que tal função simula uma sequência de análises estáticas, e não dinâmicas.

Para a análise da longarina, a carga do veículo de norma foi considerada concentrada, e seu valor foi reduzido para 60kN por roda (360kN de peso bruto total), de modo a representar o trem-tipo simplificado como no modelo bidimensional, conforme sugestão da norma NBR 7188/1984 tópico 2.1. A Figura 34 apresenta o esquema de carga do veículo utilizado, em que o eixo x representa a direção do movimento do veículo.

Figura 34 – Definição do veículo para análise de longarinas



A posição do veículo foi definida considerando a pior condição de carga para a longarina, semelhante à análise bidimensional. A rota foi definida na direção longitudinal, sem variação da posição transversal do veículo. A aplicação do veículo sobre o tabuleiro pode ser visualizada na Figura 36.

Para a análise das longarinas, a carga móvel de multidão foi definida nos mesmos moldes da análise bidimensional, considerando o gráfico de distribuição de carga transversal pelo método de Courbon. Tal aplicação pode ser visualizada na Figura 38. Cabe informar que o *software* não realiza análise de linha de influência para as longarinas, aplicando, portanto, o carregamento em posições positivas e negativas da linha. Assim, este carregamento foi aplicado de forma estática, baseada na linha de influência da longarina, definida no modelo bidimensional.

Para análise das lajes, foi utilizado o mesmo veículo, porém as cargas concentradas foram substituídas por cargas distribuídas em pequenas áreas de lado t (ver Figura 35), definido no item 2.3. O valor dessas cargas distribuídas foi definido em função da carga de 75kN (peso de uma roda do veículo de 450kN indicado pela NBR 7188:2013). A rota desse tipo de veículo foi definida na direção transversal ao eixo longitudinal da ponte, com veículo posicionado no eixo da laje em estudo (ver Figura 37). As medidas adotadas para aplicação da carga móvel visam simular as mesmas condições do modelo bidimensional (tabela de Rüsç).

Figura 35 – Definição do veículo para análise de lajes

Cargas em movimento

Seleção de veículo

Código (base)

Nome do veículo

PBT 450 kN (laje c dist)

Novo Excluir

Salvar no banco de dados

Veículos simétricos Veículos arbitrários

	Tipo de carga					
1	carga de superfície	P=172	X=0	Y=1,5	DX=0,66	DY=0,66
2	carga de superfície	P=172	X=1,74	Y=1,5	DX=0,66	DY=0,66
3	carga de superfície	P=172	X=0	Y=0	DX=0,66	DY=0,66
4	carga de superfície	P=172	X=1,74	Y=0	DX=0,66	DY=0,66
5	carga de superfície	P=172	X=0	Y=-1,5	DX=0,66	DY=0,66

Limites do veículo

b= 3,66 d1= 0,5 d2= 0,5

Unidades de comprimento - (m) força - (kN)

Adicionar Fechar Ajuda

A carga móvel de multidão foi aplicada de forma estática, considerando a mesma hipótese adotada para a tabela de Rüsç, uma vez que o *software* não faz

análise da superfície de influência, o que está de acordo com o que foi apresentado no tópico 2.3. A aplicação deste carregamento pode ser visualizado na Figura 39.

Figura 36 – Aplicação de carregamento do veículo para análise de longarinas da ponte 1

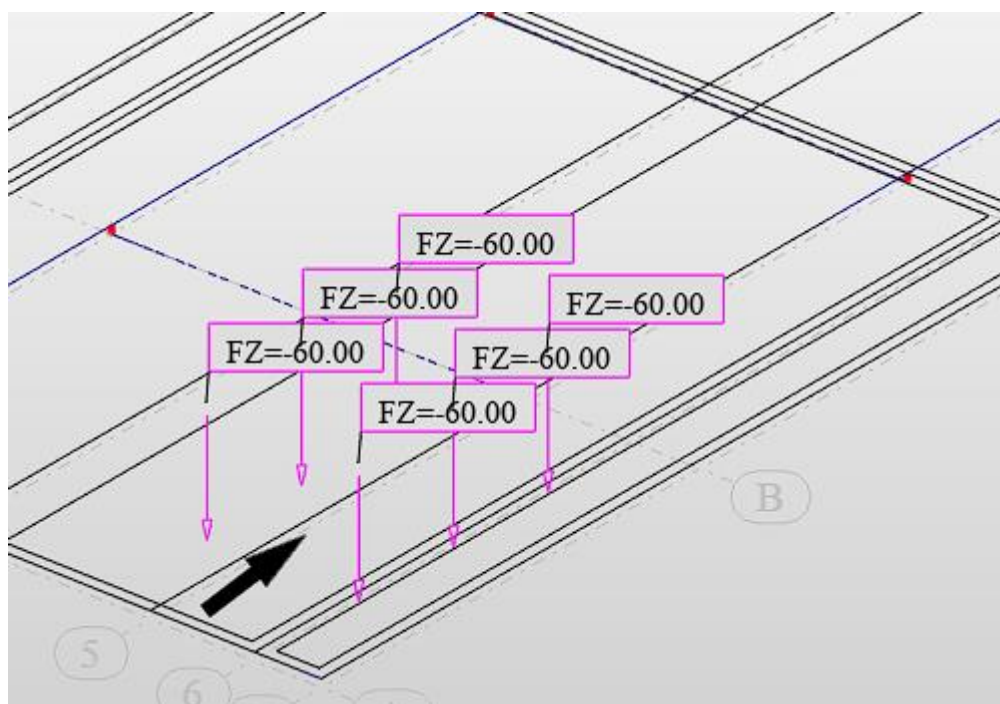


Figura 37 – Aplicação de carregamento do veículo para análise de lajes da ponte 1

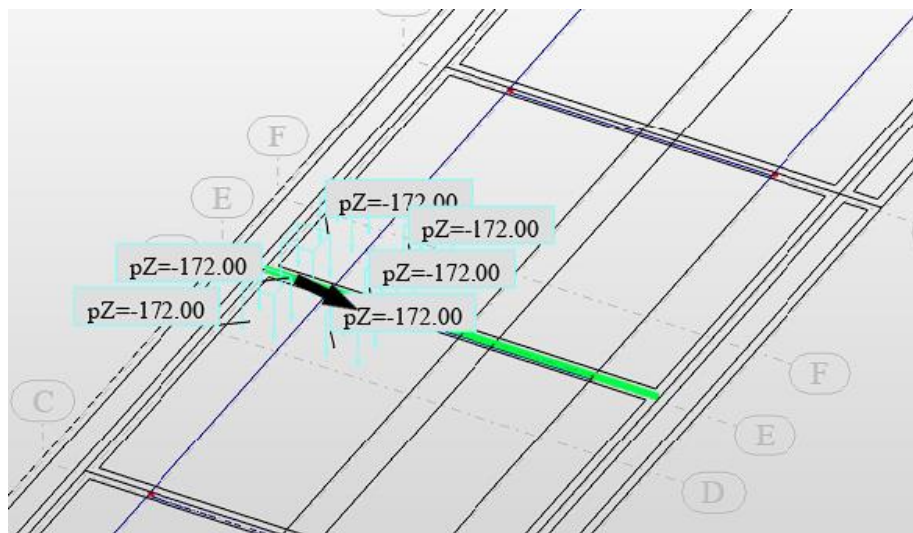


Figura 38 – Aplicação de carregamento de multidão para análise das longarinas, ponte 1 (pior caso de momento negativo no vão central)

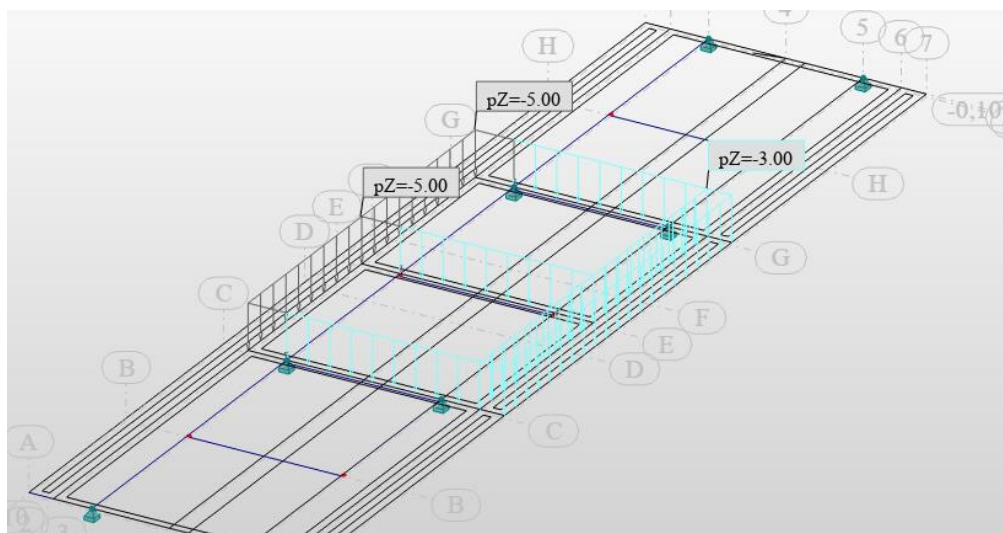
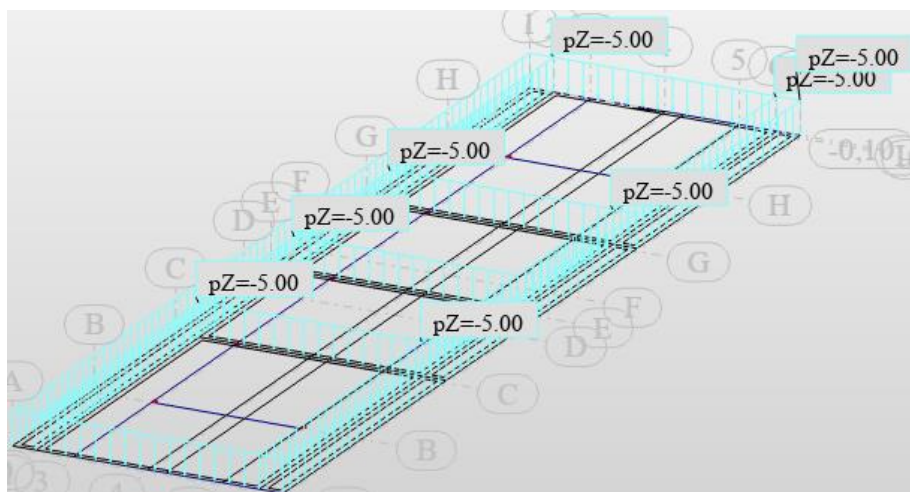


Figura 39 – Aplicação de carregamento de multidão para análise das lajes, na ponte

1



○ Resultados no *software*

Foram obtidos os resultados de momento fletor referente à carga permanente, ao carregamento do veículo e à carga móvel completa. A Figura 40 mostra os resultados de momento fletor máximo positivo no vão extremo da longarina da ponte para o veículo, e a Figura 41 mostra os resultados de momento para a laje na direção longitudinal para o carregamento permanente.

Figura 40 – Momento fletor positivo no vão 1 na longarina considerando o veículo

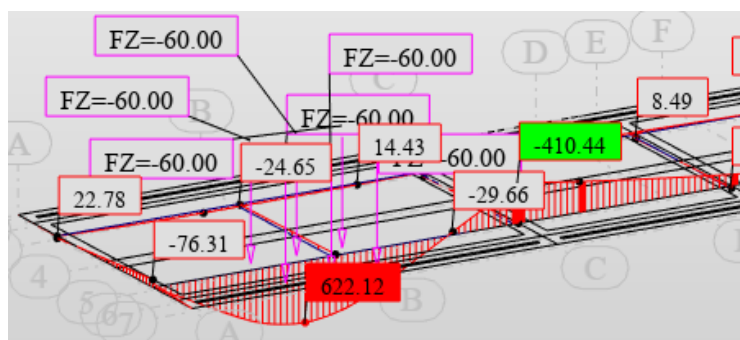
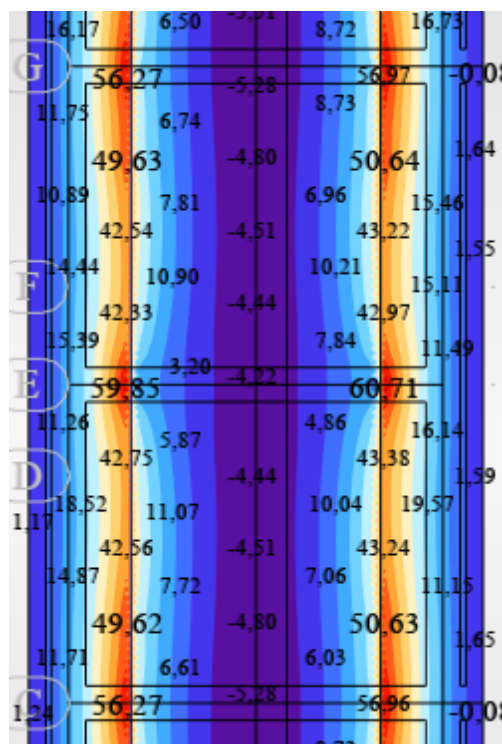


Figura 41 – Momento fletor para carga permanente na direção longitudinal da laje



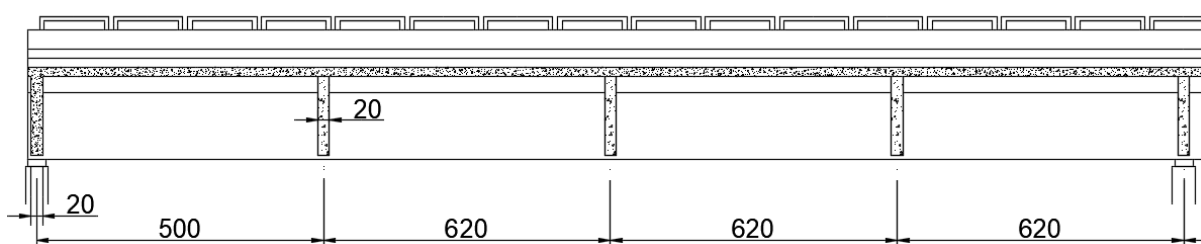
3.2 Ponte 2

Nesse exemplo, a ponte tem comprimento total de 47,2 metros, com vãos simétricos de 23,6 metros, conforme Figura 42. A pista é composta por quatro faixas de tráfego, de cerca de 3,30 metros cada uma. Os passeios (Figura 43), localizados nas laterais do tabuleiro, são guarnecidos por guarda-corpos e guarda-rodas, cujos detalhes adotados podem ser encontrados na Figura 45.

A superestrutura é composta por cinco vigas principais (longarinas), de seção retangular com altura de 160 cm e 30 cm de base. A laje maciça de 20 cm de espessura, sendo que, transversalmente, possui balanços de 1,60 m e vãos entre longarinas de 3,40 m, sendo a largura transversal total de 16,8 m;

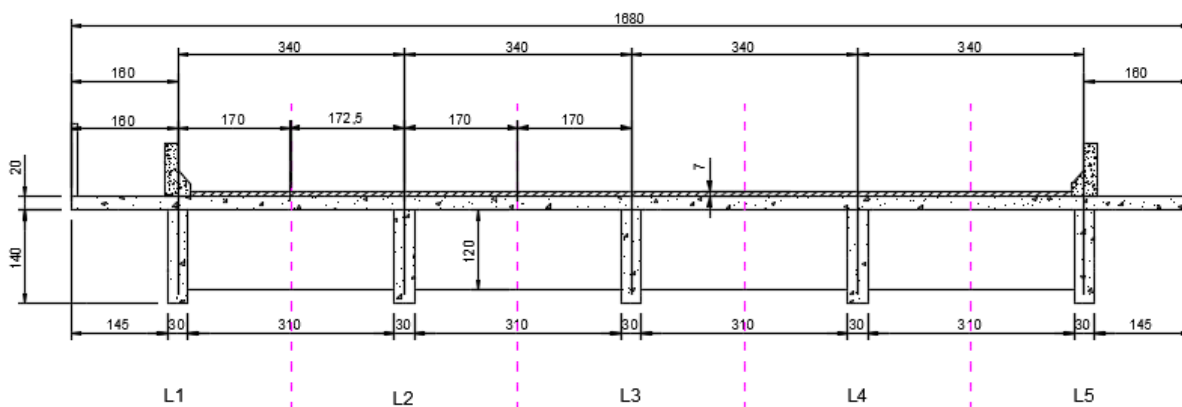
As transversinas internas são vinculadas à laje, e apresentam dimensões de 120 cm de altura e 20 cm de largura. Estas transversinas estão presentes nos apoios e entre os vãos conforme indicado na Figura 42. As condições de contorno da ponte encontram-se na Figura 44.

Figura 42 – Corte longitudinal de meia seção da ponte 2 (dimensões em cm)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Figura 43 – Seção transversal da ponte 2 (dimensões em cm)



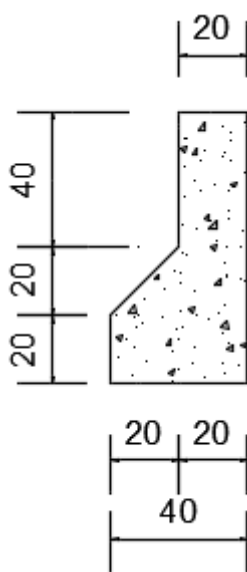
Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Figura 44 – Condições de contorno da ponte 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Figura 45 – Modelo de guarda-rodas New Jersey adotado (dimensões em cm)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Os materiais especificados para a ponte 2 foram os mesmos descritos para a ponte 1, conforme tópico 3.1.

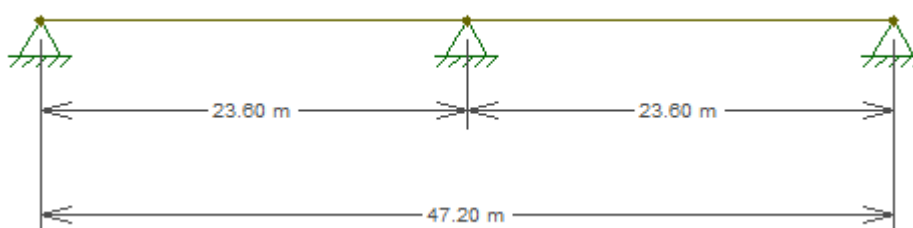
3.2.1 Análise bidimensional

3.2.1.1 Longarinas

- Modelo:

Analogamente à ponte 1, realizou-se a modelagem estrutural simplificada via *software* FTOOL. Para a seção transversal da longarina utilizou-se uma seção retangular com altura de 160 cm e largura de 30 cm. Considerou-se os apoios externos e interno como de 2º gênero. O modelo estrutural da longarina encontra-se na Figura 46.

Figura 46 – Modelo estrutural para as longarinas da ponte 2



- Carregamento permanente:

Para a ponte 2, a partir de sua simetria, foi possível verificar que três das cinco longarinas são diferentes, as longarinas 1, 2 e 3, sendo que a 4ª longarina por simetria é igual a longarina 2 e a 5ª longarina, pelo mesmo motivo, é igual a longarina 1.

Para determinar o carregamento permanente atuante em cada longarina, optou-se por modelar a seção transversal da ponte 2 como uma viga sobre apoios (Figura 47), onde a viga representa a laje, e os apoios as longarinas. Desta forma, as reações representam a parcela de carga que cada longarina recebe. No entanto, as

reações podem apresentar naturezas diferentes de acordo com o tipo da carga. Assim, as cargas distribuídas por área, aplicadas na superfície da laje, resultarão em cargas distribuídas linearmente (reações) que atuarão sobre a longarina.

Figura 47 – Modelo estrutural da seção transversal, ponte 2



Neste sentido, foram determinadas as cargas permanentes, cujos valores estão apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Carregamento permanente atuante na seção transversal da ponte 2

$g_{\text{pavimento}}$ (kN/m/m)	g_{laje} (kN/m/m)	$g_{\text{guarda-corpo}}$ (kN/m)	$g_{\text{guarda-rodas}}$ (kN/m)
3,68	5	9,81	5,5

A Figura 48 mostra a aplicação dessas cargas na seção transversal, e a Figura 49 apresenta os resultados de reação ao longo de cada longarina.

Figura 48 – Carregamento atuante na seção transversal, ponte 2

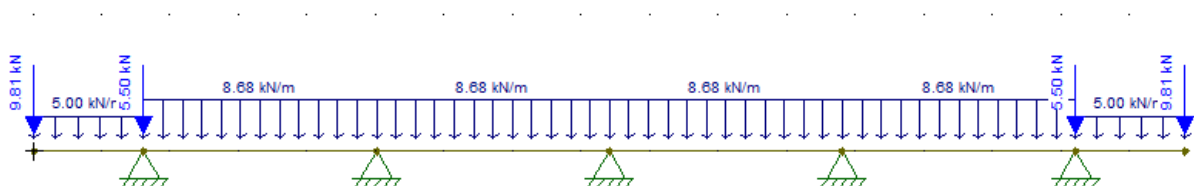
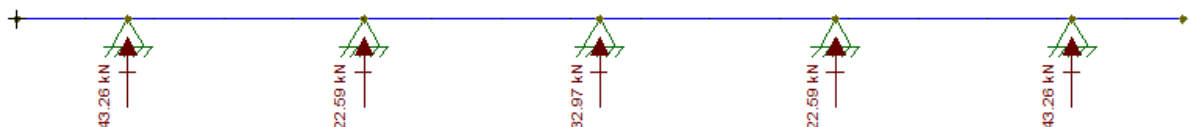


Figura 49 – Reações por longarina para carga permanente, ponte 2



Às reações, foram adicionadas as cargas de peso próprio da longarina e as cargas concentradas, devido às transversinas, cujos valores estão determinados a seguir.

○ Longarina 1:

- $g_k = 43,26 + 25 \times (1,60 \times 0,30) = 55,3 \text{ kN/m}$
- $P_{\text{transv ext}} = 25 \times (0,2 \times 1,20 \times 3,3) = 19,8 \text{ kN}$
- $P_{\text{transv int}} = 25 \times (0,2 \times 1,20 \times 1,70) = 10,2 \text{ kN}$

○ Longarina 2:

- $g_k = 22,59 + 25 \times (1,60 \times 0,30) = 34,6 \text{ kN/m}$
- $P_{\text{transv ext}} = 25 \times (0,2 \times 1,20 \times 3,40) = 20,4 \text{ kN}$
- $P_{\text{transv int}} = 25 \times (0,2 \times 1,20 \times 3,40) = 20,4 \text{ kN}$

○ Longarina 3:

- $g_k = 32,97 + 25 \times (1,60 \times 0,30) = 45,0 \text{ kN/m}$
- $P_{\text{transv ext}} = 25 \times (0,2 \times 1,20 \times 3,40) = 20,4 \text{ kN}$
- $P_{\text{transv int}} = 25 \times (0,2 \times 1,20 \times 3,40) = 20,4 \text{ kN}$

As Figuras 50 a 52 mostram a aplicação desses carregamentos nos modelos de cada longarina. Vale ressaltar que, por ocasião da simetria, a longarina L1 é igual à L5, assim como a L2 é igual a L4.

Figura 50 – Carga permanente pela análise simplificada na longarina 1 da ponte 2

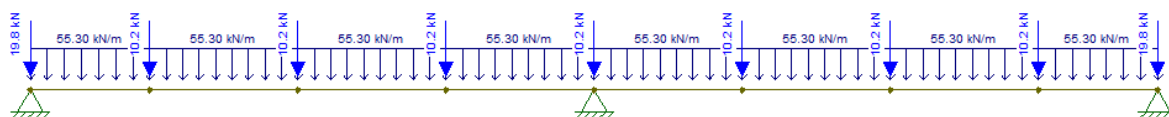


Figura 51 – Carga permanente pela análise simplificada na longarina 2 da ponte 2

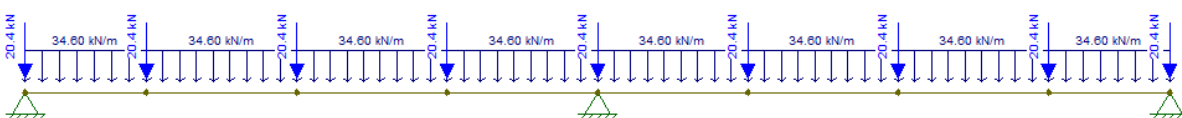
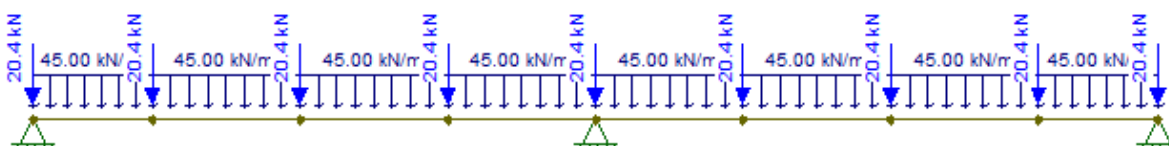


Figura 52 – Carga permanente pela análise simplificada na longarina 3 da ponte 2



- Carregamento móvel:

Dada a quantidade de longarinas e a possibilidade de comparação, foram utilizados os métodos de distribuição de carga de Courbon, Leonhardt e Guyon-Massonet, os quais encontram-se descritos no tópico 2.2. O método de Courbon, como sempre, terá o formato de uma reta, semelhante à aplicação na ponte 1. Já os

métodos de Leonhardt e Guyon-Massonet, dada a condição de flexibilidade, representam uma curva.

Para o método de Courbon o valor de λ obtido foi de 0,30487, ultrapassando a partir do milésimo o limite máximo de 0,30. Enquanto que, para o método de Leonhardt o valor do coeficiente de rigidez ζ obtido foi de 18,81. E, para o método de Guyon-Massonet o valor da constante de torção ϕ obtido foi de 0,07, bem próximo à condição de ausência de torção (igual a 0), enquanto que o valor do parâmetro de travejamento θ obtido foi de 0,28.

As Figuras 53 a 55, mostram os resultados de distribuição de carga para cada método para cada uma das 3 longarinas com interpolação linear, sendo possível notar que os métodos de Courbon e Guyon-Massonet se aproximaram e o método de Leonhardt apresentou resultados significativamente diferente.

Figura 53 – Distribuição de carga para longarina 1 por método, ponte 2

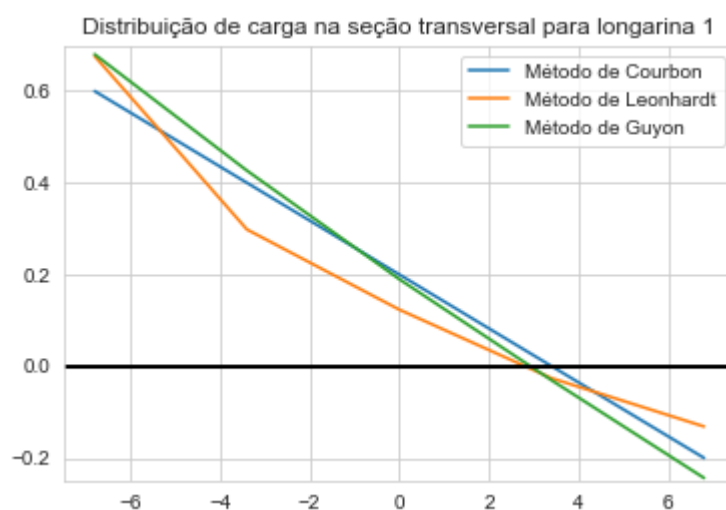
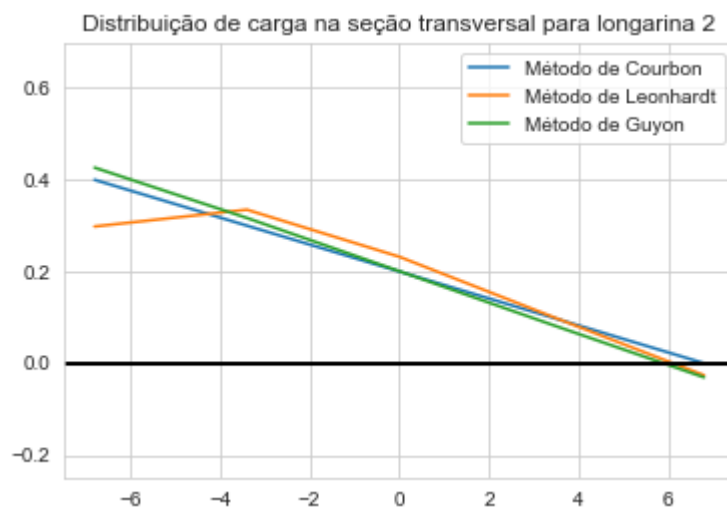
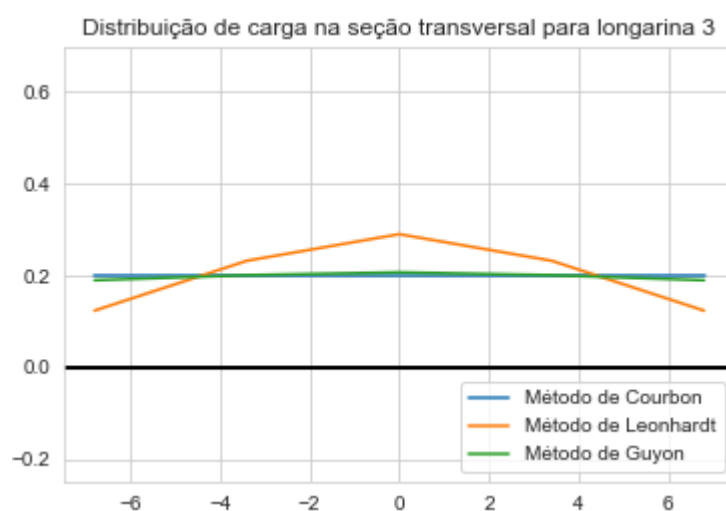


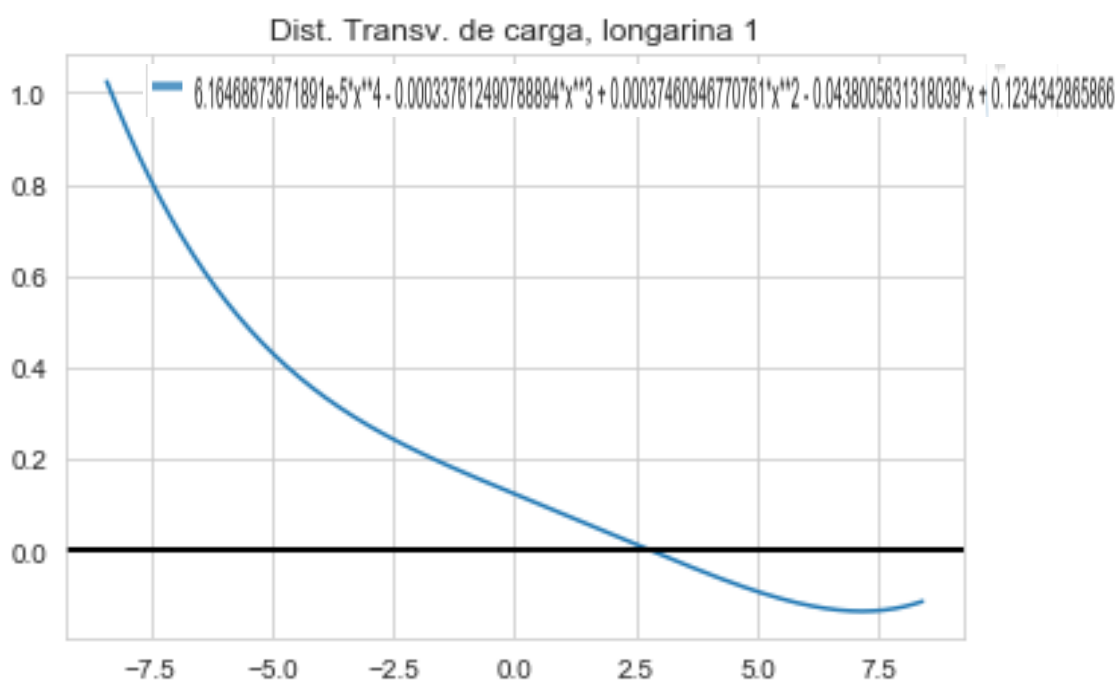
Figura 54 – Distribuição de carga para longarina 2 por método, ponte 2**Figura 55** – Distribuição de carga para longarina 3 por método, ponte 2

O procedimento para determinação do trem-tipo de cada longarina é semelhante ao apresentado na Ponte 1, com a diferença do uso de equação polinomial para os métodos de Leonhardt e Guyon-Massonet.

A equação do polinômio de 4º grau foi feita a partir dos valores de distribuição de carga. Para o método de Leonhardt, por exemplo, a equação apresentada na Figura 56 foi determinada a partir da matriz de distribuição de carga (r), igual a:

$$r = \begin{bmatrix} 0,6766 & 0,2982 & 0,1234 & -0,0262 & -0,1314 \\ 0,2982 & 0,3348 & 0,2322 & 0,102 & -0,0261 \\ 0,1234 & 0,2322 & 0,2902 & 0,2322 & 0,1234 \\ -0,0262 & 0,102 & 0,2322 & 0,3348 & 0,2982 \\ -0,1314 & -0,0262 & 0,1234 & 0,2982 & 0,6766 \end{bmatrix}$$

Figura 56 – Curva de distribuição de carga pelo método de Leonhardt na longarina 1 da ponte 2



Com a integração da equação para o cálculo das cargas distribuídas e os valores do gráfico para as cargas concentradas obteve-se os valores de carregamento para o trem-tipo.

$$RP=81,67\text{kN}$$

$$R_{pI}=5,83\text{kN/m}$$

$$R_{pII}=12,12\text{kN/m}$$

$$RP'=69,1\text{kN}$$

$$R_p=12,12+R_{p\text{passeio}}=16,1\text{kN/m}$$

A Tabela 10, apresenta os resultados de trem-tipo por método e para cada longarina da ponte 2.

Tabela 10 – Carregamentos de trem-tipo, ponte 2

Long.	Método	RP (kN)	R _{pI} (kN/m)	R _{pII} (kN/m)	ΔRP (kN)	RP' (kN)	R _p (kN/m)
1=5	Courbon	81,18	8,72	15,30	13,16	68,0	18,4
1=5	Leonhardt	81,67	5,83	12,12	12,58	69,1	16,1
1=5	Guyon-Massonet	90,71	8,65	15,97	14,64	76,1	19,5
2=4	Courbon	55,59	9,06	13,60	9,08	46,5	15,6
2=4	Leonhardt	50,66	9,05	14,15	10,19	40,5	15,3
2=4	Guyon-Massonet	59,23	8,84	13,68	9,68	49,6	15,8
3	Courbon	30,00	11,10	13,60	5,00	25,0	15,5
3	Leonhardt	41,93	10,95	15,16	8,42	33,5	16,2
3	Guyon-Massonet	30,87	10,50	13,59	6,18	24,7	15,4

O coeficiente ϕ para essa ponte encontra-se na Tabela 11.

Tabela 11 – Coeficiente ϕ para ponte 2

ϕ	CIV	CNF	CIA
1,52	1,35	0,90	1,25

3.2.1.2 Lajes

A ponte 2 foi discretizada em 34 lajes, conforme Figura 57. Devido à simetria, analisou-se apenas as lajes L1 a L9, as quais tem suas condições de bordo mostradas na Figura 58.

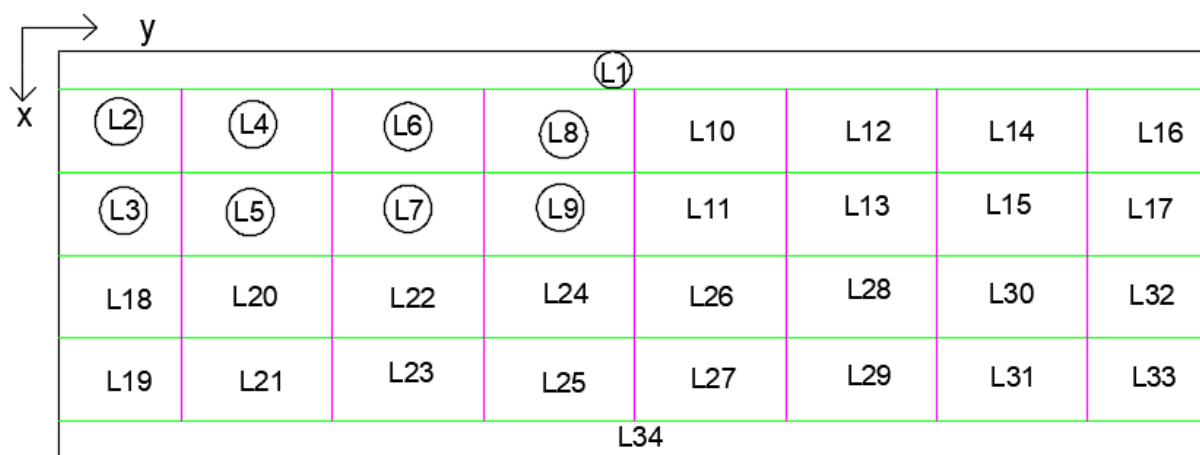
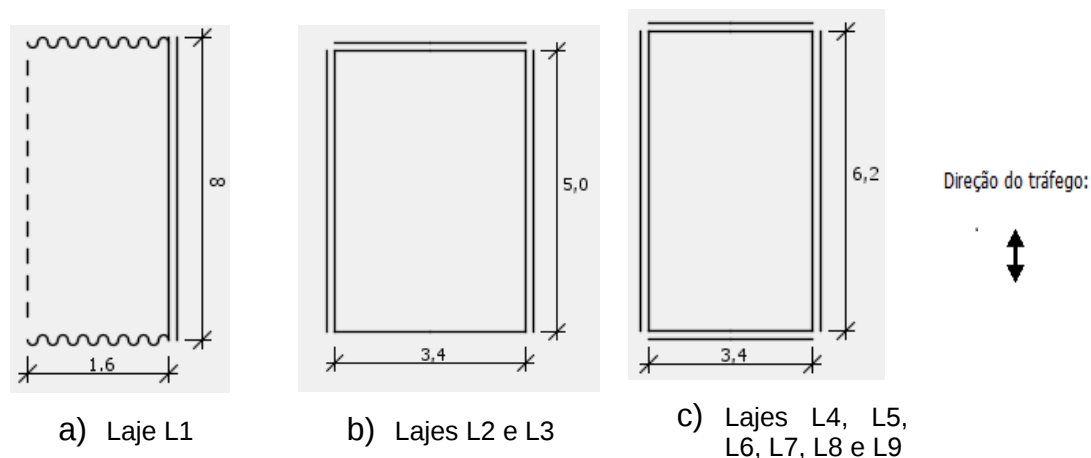
Figura 57 – Discretização de lajes da ponte 2

Figura 58 – Condições de contorno das lajes da ponte 2



▪ Carregamento permanente:

As condições das bordas das lajes, conforme Figura 58, remetem-se a um tipo de tabela de Rüsch. Uma das características das tabelas de Rüsch é que ela não contempla todas as variações de comprimento e, principalmente, as condições de apoio. Em algumas situações, a tabela nos remete ao uso de outras existentes, de acordo com o esforço a ser determinado. Algumas vezes, o uso de outra tabela é viabilizado pela rotação dos eixos.

Para a laje L4, por exemplo, a fim de determinar os momentos M_{ym} e M_{ye} , a Tabela n. 96 indica o uso da Tabela n. 88, com troca dos eixos coordenados. Esta tabela, por sua vez, indica a Tabela n. 1 para determinação do M_{ym} , e a Tabela n. 58 para o M_{ye} . A Tabela 12, apresenta informações de cada laje, além das tabelas utilizadas para cada uma delas.

Tabela 12 – Informações das lajes, ponte 2

Laje	Tabela Rüsch	l_y (m)	l_x (m)	l_y/l_x	h laje (cm)	h pav. (cm)	t (m)	l_x/a	t/a
L1	98	47,2	1,6	29,50	20	0	0,52	0,8	0,26
L2=L3	95	5	3,4	1,47	20	7	0,66	1,7	0,33
L4=L5=L6=L7=L8=L9	96	6,2	3,4	1,82	20	7	0,66	1,7	0,33

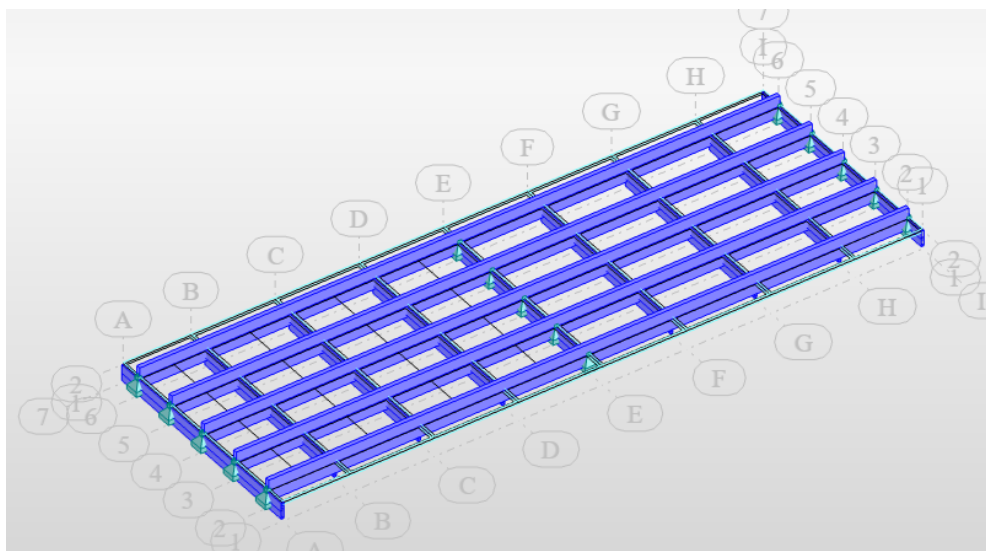
- Carga móvel:

Através das tabelas de Rüsch, foram obtidos os coeficientes para cálculos dos momentos, conforme descrito no item 2.3. Esses resultados de momentos para carga móvel de todas as lajes, além de resultados considerando apenas o momento devido ao veículo, encontram-se nas Tabelas 24 e 25.

3.2.2 Análise tridimensional

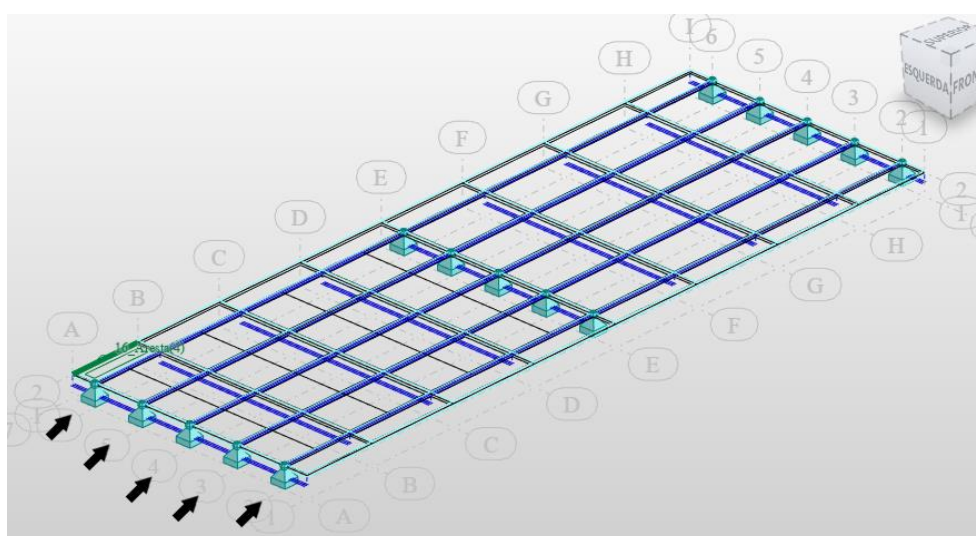
O modelo tridimensional da ponte 2 foi elaborado de forma semelhante ao modelo da ponte 1. Como as transversinas são vinculadas à laje, não foram utilizados vínculos rígidos na união entre transversinas e longarinas. O modelo da ponte 2, desenvolvido no ROBOT, com extrusão das seções, encontra-se na Figura 59.

Figura 59 – Modelo estrutural da ponte 2, com extrusão das seções das longarinas



De maneira semelhante à ponte 1, os apoios foram considerados de 2º gênero (rotulados), analogamente ao modelo da análise simplificada. Esses apoios, que representam os pilares, podem ser identificados na Figura 60.

Figura 60 – Condições de contorno de apoios para modelo MEF, da ponte 2



- Carregamento permanente:

Analogamente ao modelo da ponte 1, o *software* aplica o carregamento referente ao peso da estrutura (lajes e vigas). Outros carregamentos considerados permanentes foram: peso próprio do pavimento; peso devido ao guarda-corpo; e, peso devido ao guarda-rodas. As Figuras 61 a 63 mostram a aplicação desses carregamentos.

Figura 61 – Carregamento referente ao pavimento no modelo 3D (em kN/m²) da ponte 2

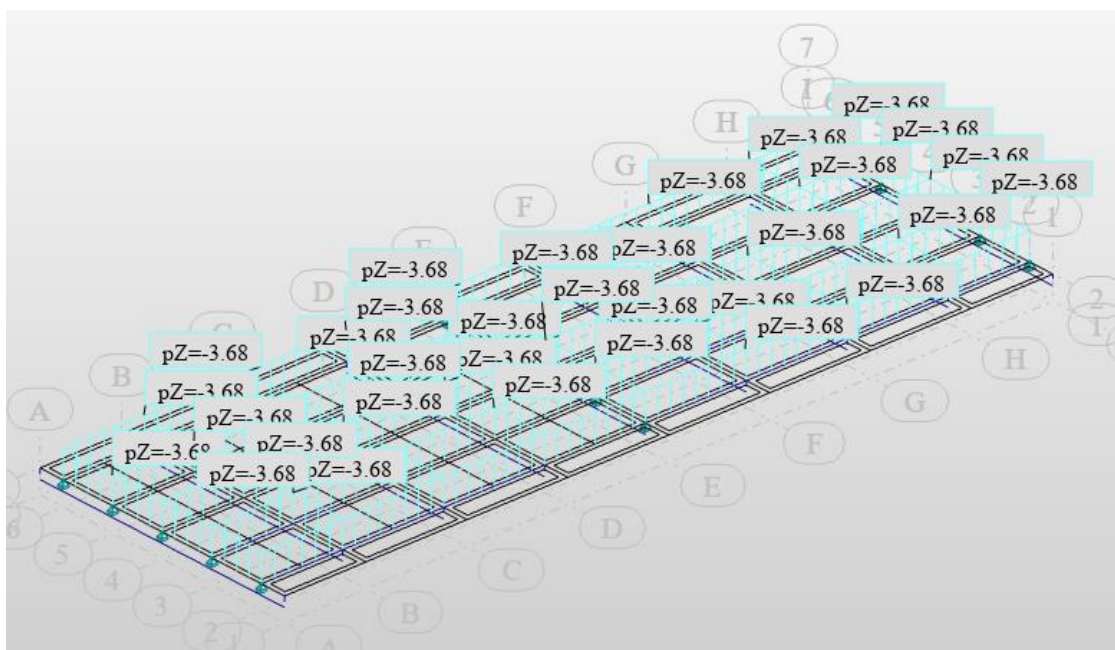


Figura 62 – Carregamento referente ao guarda-corpo no modelo 3D (em kN/m) da ponte 2

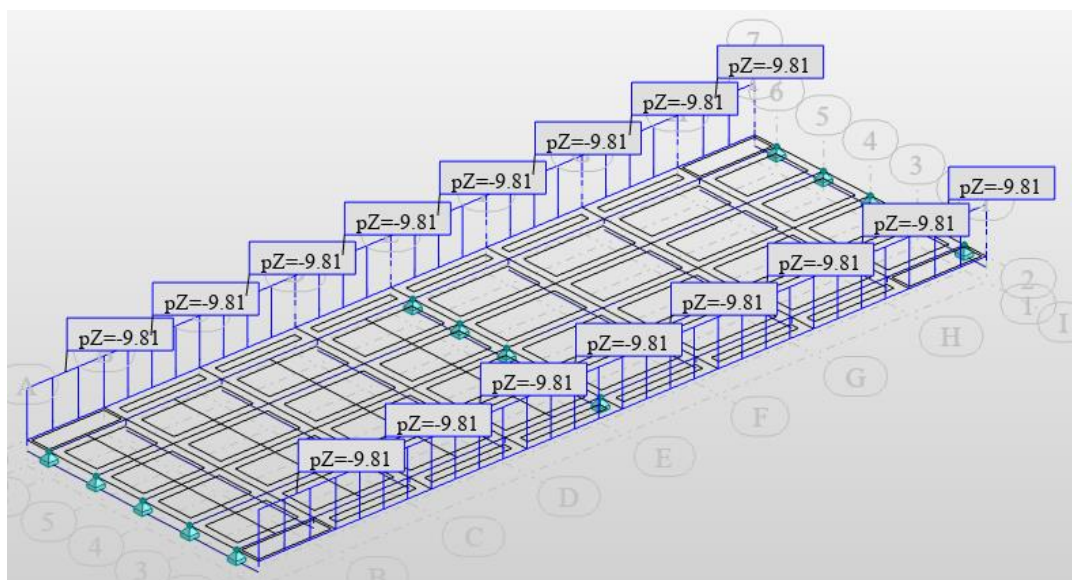
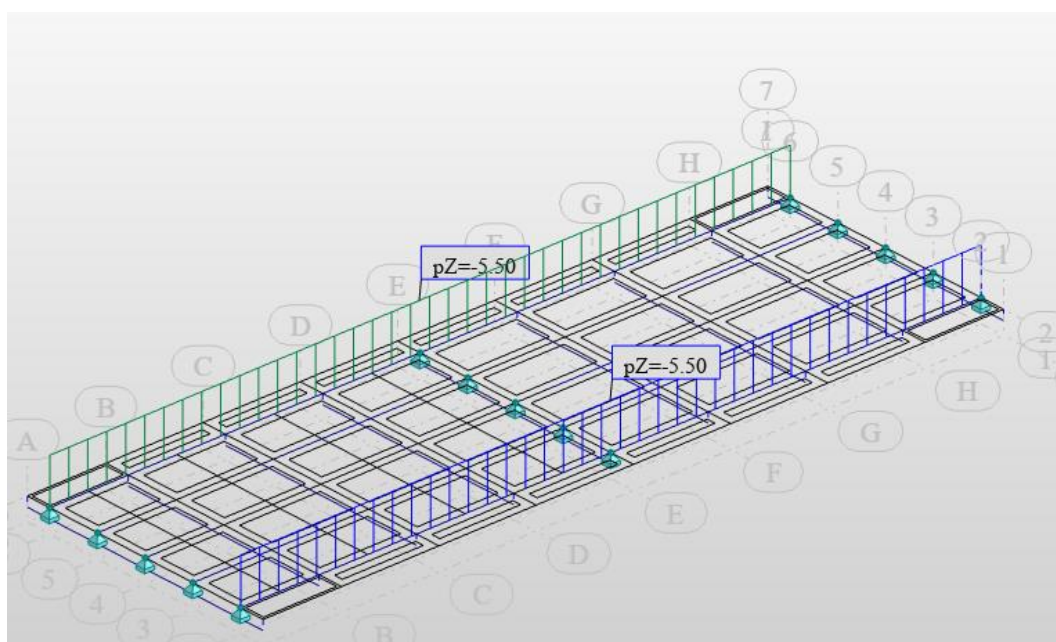


Figura 63 – Carregamento referente ao guarda-rodas no modelo 3D (em kN/m) da ponte 2



- Carregamento móvel:

A aplicação do carregamento móvel do veículo foi feita de modo semelhante ao modelo da ponte 1 (ver Figuras 34 e 35 para detalhes do veículo para, respectivamente, longarinas e lajes). As rotas do veículo foram definidas para cada longarina, considerando a pior situação de carga, de acordo com a distribuição de carga de cada método. Na Figura 64 pode ser observado o veículo sobre o modelo.

Para as lajes, centralizou-se o veículo na laje analisada percorrendo a direção transversal da ponte com passos de 0,5 m, considerando a pior situação. A Figura 65 mostra a aplicação do carregamento móvel do veículo na forma de carga distribuída numa área de projeção do contato do pneu, conforme apresentado no item 2.3.

Figura 64 – Aplicação de carregamento do veículo para análise da longarina 3 da ponte 2

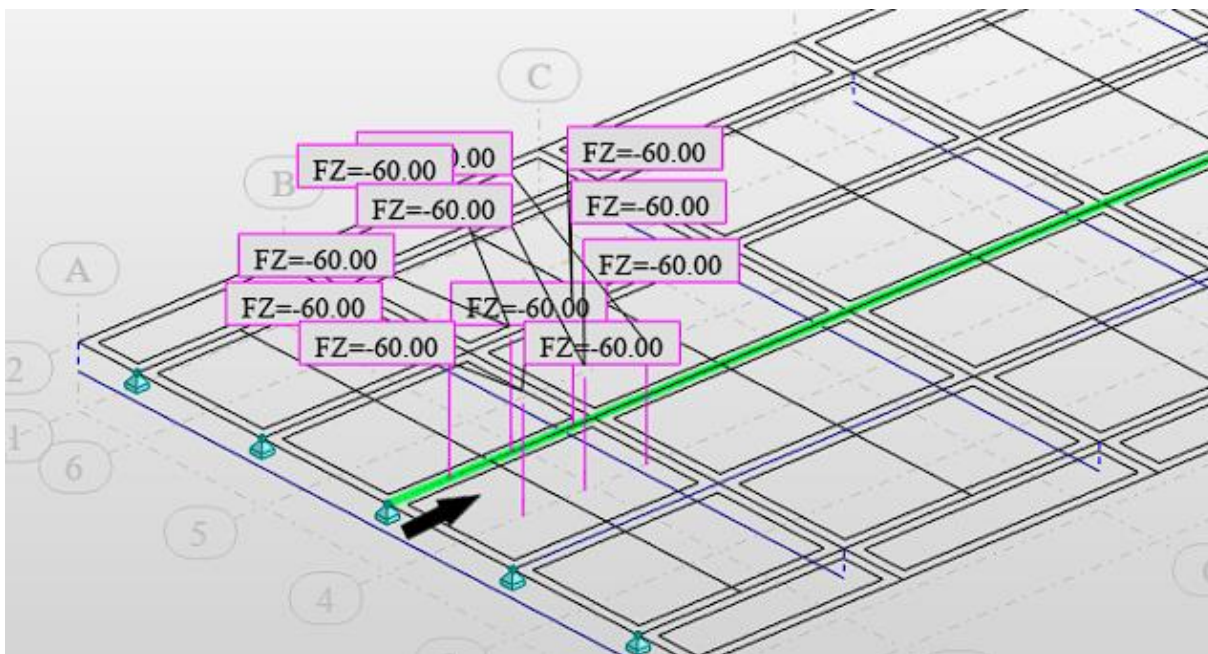
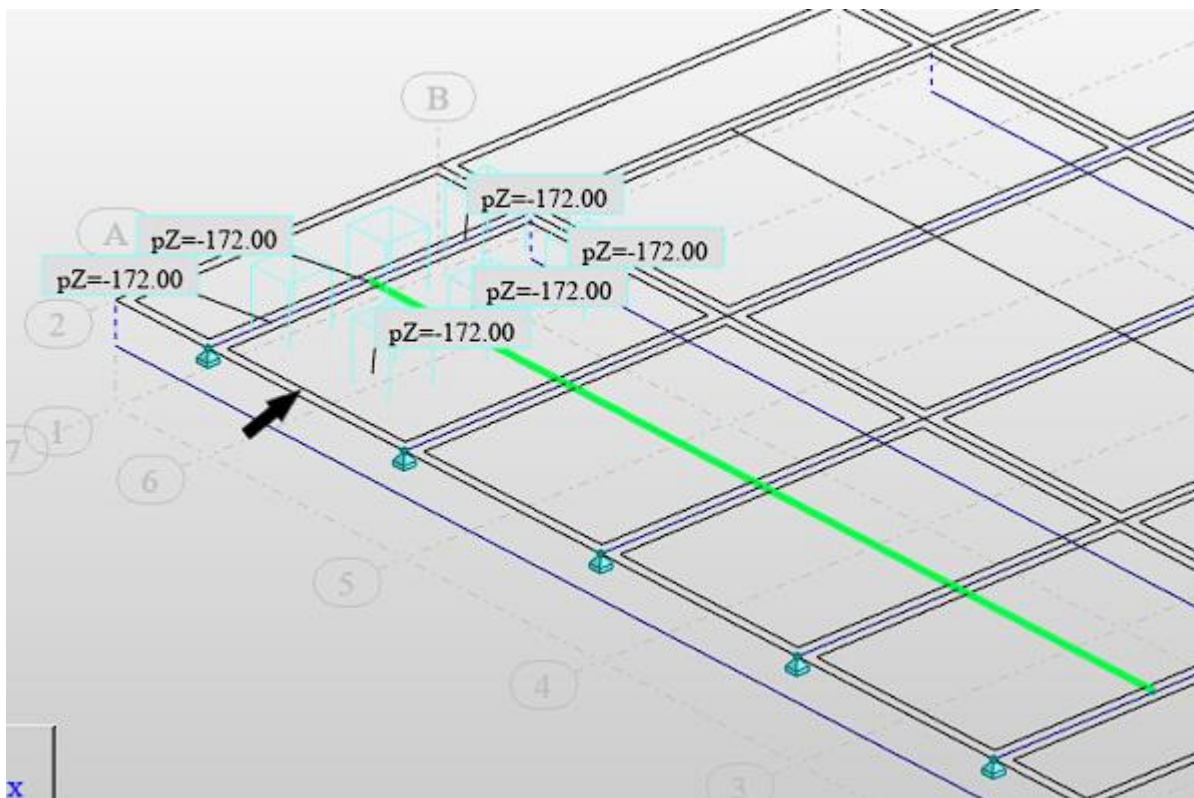


Figura 65 – Aplicação de carregamento do veículo para análise da laje L2, ponte 2



- Carregamento móvel da carga de multidão:

De modo semelhante ao modelo da ponte 1, o carregamento de multidão foi definido, para a análise de longarinas, aplicando nas posições mais desfavoráveis, de acordo com o modelo estrutural para determinação dos esforços e de acordo com o gráfico de distribuição de carga transversal. Enquanto que no caso das lajes, a aplicação das cargas foi realizada de acordo com as hipóteses do método de Rüsch ao carregar a ponte por inteiro com carregamento de multidão.

Para análise das lajes considerou-se o carregamento de multidão no balanço de 5kN/m^2 , enquanto que para as longarinas considerou-se o valor de 3kN/m^2 , o que está de acordo com o que foi apresentado no tópico 2.1.

As Figuras 66 e 67 mostram o carregamento de multidão para cada caso, sendo que o detalhe em cinza no carregamento distribuído na Figura 66 indica parte da carga que passou do seu limite de aplicação, a fim de considerar os piores casos para a distribuição de carga transversal.

Figura 66 – Aplicação de carregamento de multidão para análise da longarina L1 (em kPa), ponte 2 (pior caso de momento positivo)

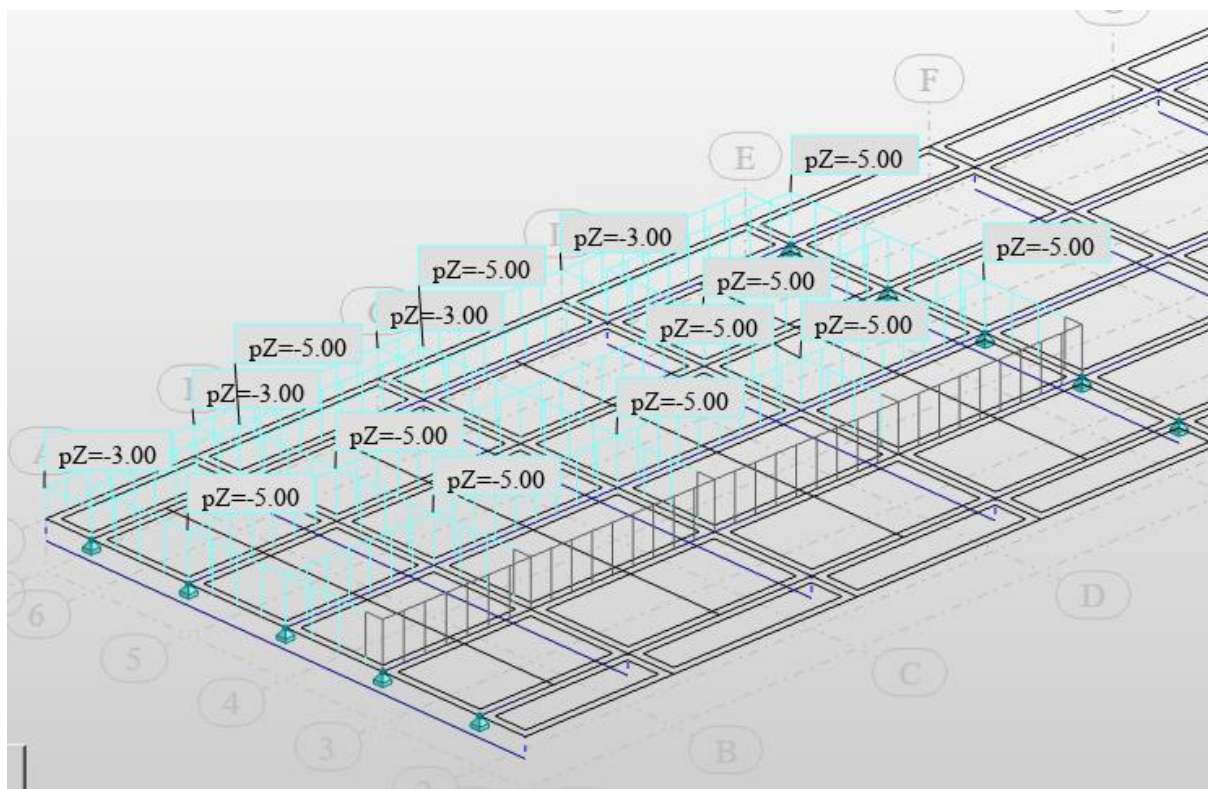
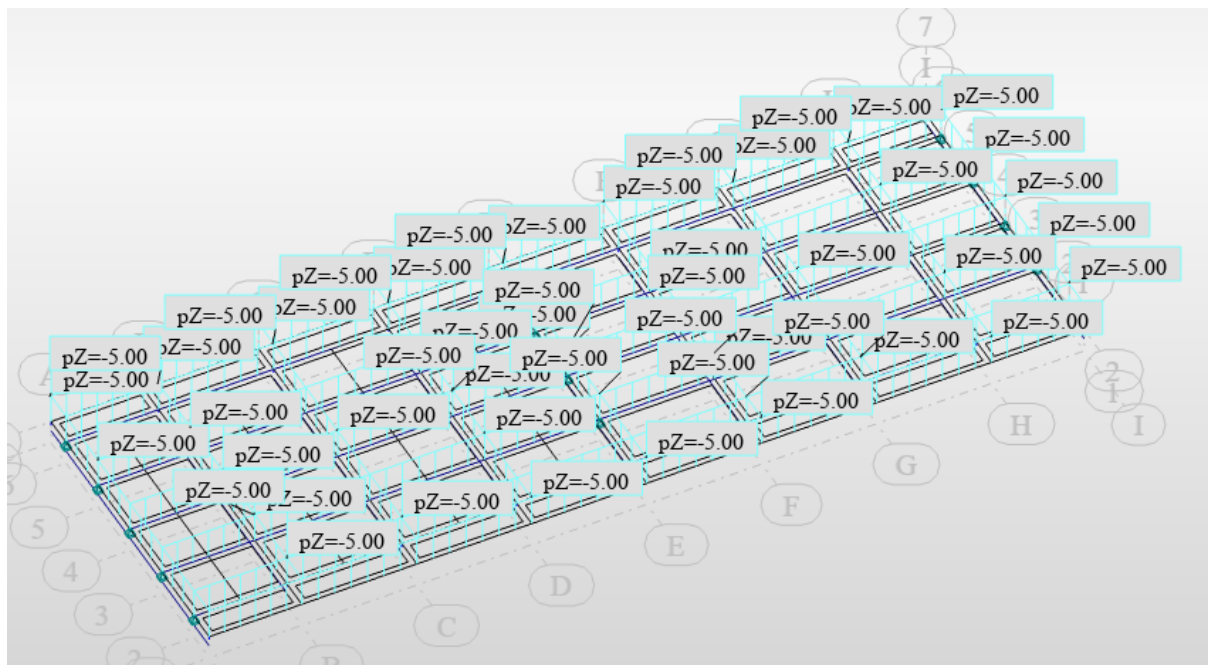


Figura 67 – Aplicação de carregamento de multidão para análise das lajes (em kPa), na ponte 2



○ Resultados no *software*

De modo análogo ao exemplo 1, obteve-se os resultados de momento fletor referentes a cada caso de carregamento. A Figura 68 mostra os resultados de momento fletor máximo positivo na longarina 1 da ponte para o veículo, e a Figura 69 mostra os resultados de momento na direção longitudinal para a laje considerando o carregamento do veículo.

Figura 68 – Momento fletor positivo na longarina 1 considerando o veículo

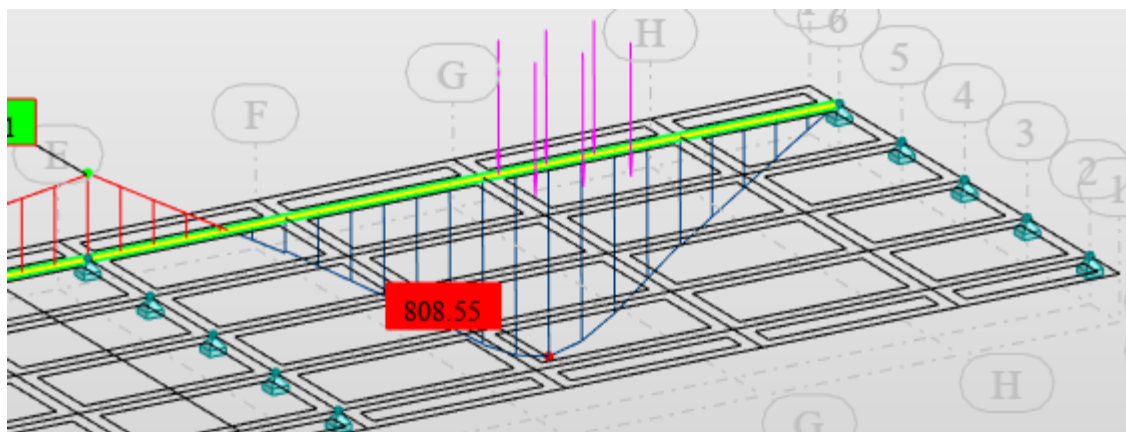
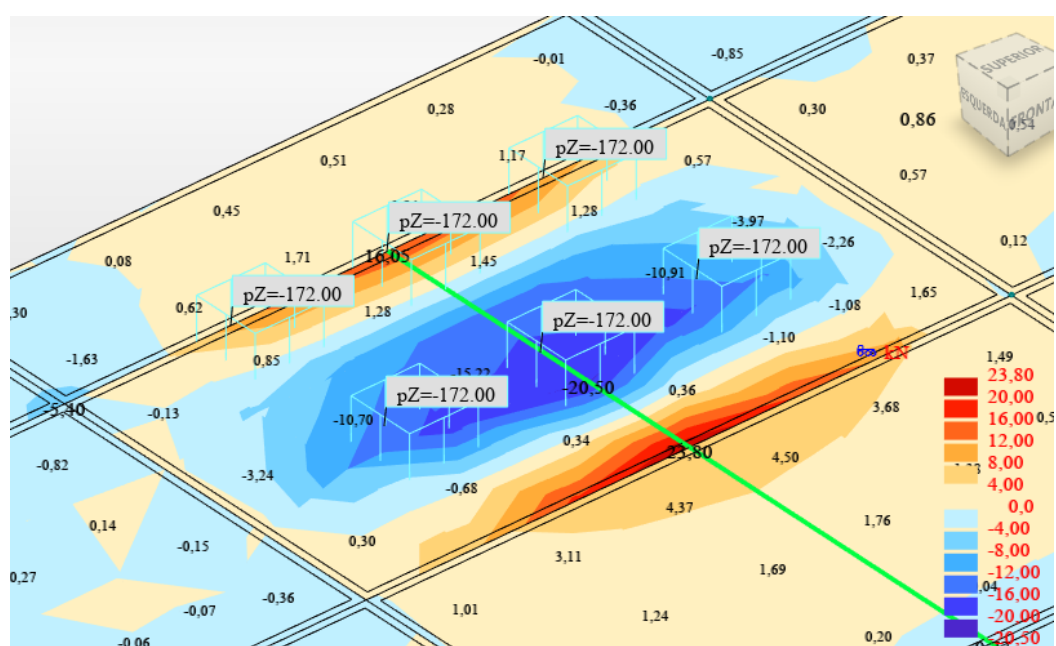


Figura 69 – Momento fletor na laje L1 na direção longitudinal considerando veículo



4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Ponte 1

- Longarinas:

Através da metodologia proposta, foram obtidos os valores de momento fletor devido ao carregamento móvel. Os resultados tanto da análise bidimensional quanto da tridimensional para os momentos máximos negativos e máximos positivos, encontram-se na Tabela 13, que mostra os valores de momento devido apenas ao veículo, e na Tabela 14, que mostra os resultados considerando a carga de multidão. Nestas tabelas também se encontram os erros de medição e percentuais entre as análises, considerando os resultados da modelo tridimensional como referência.

Tabela 13 – Resultados de momentos fletores devidos ao veículo, ponte 1

Long.	Método	Vão	My + 2D (kN.m)	My + 3D (kN.m)	Erro (kN.m)	Erro percen- tual (%)	My - 2D (kN.m)	My - 3D (kN.m)	Erro (kN.m)	Erro percen- tual (%)
1	Courbon	1	779,9	622,12	157,78	25,4%	518,8	453,49	65,31	14,4%
1	Courbon	2	721,8	578,08	143,72	24,9%	518,8	453,49	65,31	14,4%

Tabela 14 – Resultados de momentos fletores para o carregamento móvel, ponte 1

Long.	Método	Vão	My + 2D (kN.m)	My + 3D (kN.m)	Erro (kN.m)	Erro percen- tual (%)	My - 2D (kN.m)	My - 3D (kN.m)	Erro (kN.m)	Erro percen- tual (%)
1	Courbon	1	1143,7	943,41	200,29	21%	1063	962,52	100,48	10%
1	Courbon	2	1045,6	870,38	175,22	20%	1063	962,52	100,48	10%

Além disso, com a combinação dos esforços de momento fletor obtidos pelo carregamento móvel e pelo carregamento permanente, foram obtidos os esforços de cálculo, os quais foram utilizados para obtenção da área de aço da armadura longitudinal. As Tabelas 27 e 28, as quais tratam, respectivamente, dos momentos positivos e negativos, encontram-se detalhadas no apêndice A. As Tabelas 15 e 16 trazem um resumo desses resultados.

Tabela 15 – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos positivos nas longarinas, ponte 1

L	Método	Vão	Erro Comb percentual (%)	Erro CP percentual (%)	Erro CM percentual (%)	As1 2D (cm ²)	As2 2D (cm ²)	AsTot 2D (cm ²)	As1 3D (cm ²)	As2 3D (cm ²)	As-Tot 3D (cm ²)
1	Courbon	1	16,72%	4,5%	21,2%	68,57	-	68,57	58,27	-	58,27
1	Courbon	2	16,99%	4,0%	20,1%	57,58	-	57,58	48,81	-	48,81

Onde:

As1 é a área de armadura tracionada;

As2 é a área de armadura comprimida;

AsTot é a área de armadura total;

CM refere-se ao Carregamento Móvel;

CP refere-se ao Carregamento Permanente;

Comb refere-se à combinação.

Tabela 16 – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos negativos nas longarinas, ponte 1

L	Método	Vão	Erro Comb percentual (%)	Erro CP percentual (%)	Erro CM percentual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
1	Courbon	1=2	7,24%	-2,63%	10,4%	87,57	26,49	114,07	82,28	21,20	103,47

Os resultados obtidos pela análise 2D foram pouco superiores que a análise 3D nos 2 vãos. Como exemplificação, a diferença de área de aço considerando o momento fletor positivo para o vão 1 da longarina da ponte foi de 10,29 cm², representando uma diferença de 17,7%. Desse modo, pode-se dizer que para esse exemplo a análise e dimensionamento pelo método 3D, conduziu a resultados mais econômicos, em termos de momento fletor e área de armadura longitudinal.

- Lajes:

Para o carregamento móvel foram obtidos resultados de momento fletor nas lajes pela análise 2D, considerando com e sem equilíbrio de momento na laje, e pela análise 3D. As Tabelas 17 e 18 mostram, respectivamente, os resultados apenas com o veículo e com o carregamento móvel completo.

Tabela 17 – Resultados de momentos na laje devidos ao veículo, ponte 1

Laje	Tipo	2D (kN.m)	2D equilibrado (kN.m)	3D (kN.m)	erro percentual s/equilíbrio	erro percentual c/equilíbrio
1	M _{xe}	55,77	56,28	55,2	1,0%	2,0%
2	M _{xm}	27,98	28,49	36,53	-23,4%	-22,0%
2	M _{ym}	14,93	14,93	20,38	-26,7%	-26,7%
2	M _{xe}	56,79	56,28	55,2	2,9%	2,0%

Tabela 18 – Resultados de momentos fletores devidos ao carregamento móvel, ponte 1

Laje	Tipo	2D (kN.m)	2D equilibrado (kN.m)	3D (kN.m)	erro percentual s/equilíbrio	erro percentual c/equilíbrio
1	M _{xe}	56,47	58,44	65,51	-13,8%	-10,8%
2	M _{xm}	30,73	32,70	43,31	-29,1%	-24,5%
2	M _{ym}	15,98	15,98	23,33	-31,5%	-31,5%
2	M _{xe}	60,42	58,44	65,51	-7,8%	-10,8%

Os resultados de momento devido às cargas permanentes e móveis e às combinações, considerando com equilíbrio de momento e sem equilíbrio, encontram-se na Tabela 31 do apêndice B. A Tabela 19 apresenta de maneira resumida esses resultados.

Tabela 19 – Resultados finais de comparação entre os 2 métodos para lajes, ponte 1

Laje	Tipo	erro percentual CP s/eq	erro percentual CM s/eq	erro percentual Comb s/eq	erro percentual CP c/eq	erro percentual CM c/eq	erro percentual Comb c/eq
1	M _{xe}	-2,9%	-13,8%	-10,2%	-22,3%	-10,8%	-14,6%
2	M _{xm}	61,3%	-29,1%	-22,1%	-311,4%	-24,5%	-46,6%
2	M _{ym}	-67,6%	-31,5%	-35,6%	-67,6%	-31,5%	-35,6%
2	M _{xe}	-64,0%	-7,8%	-26,3%	-22,3%	-10,8%	-14,6%

Com os resultados obtidos foi possível perceber que os valores de momento na análise 2D foram inferiores ao modelo tridimensional, apesar da proximidade entre os resultados. Em relação à combinação de carregamentos permanente e móvel,

percebeu-se que os valores obtidos pela metodologia tridimensional foram superiores. A análise isolada do elemento, proposta pelo modelo 2D, pode ter conduzido a esses resultados, uma vez que não leva em consideração os efeitos de continuidade, como a torção das vigas

4.2 Ponte 2

- Longarinas:

Analogamente ao exemplo 1, foram obtidos os resultados de momento fletor devido ao carregamento móvel. A diferença nos resultados para esse exemplo foi a presença de mais outros métodos de distribuição de carga para análise 2D, os métodos de Leonhardt e Guyon-Massonet. A Tabela 20 mostra os valores de momento devido apenas ao veículo, e a Tabela 21 mostra os resultados considerando a carga de multidão.

Tabela 20 – Resultados de momentos fletores devidos ao veículo, ponte 2

Long.	Método	Vão	My + 2D (kN.m)	My + 3D (kN.m)	Erro (kN.m)	Erro per- cen- tual (%)	My - 2D (kN.m)	My - 3D (kN.m)	Erro (kN.m)	Erro per- cen- tual (%)
1=5	Courbon	1	898,5	808,55	89,95	11%	457,6	440,13	17,47	4%
1=5	Leonhardt	1	913	808,55	104,45	13%	465	440,13	24,87	6%
1=5	Guyon	1	1005,4	808,55	196,85	24%	512,1	440,13	71,97	16%
2=4	Courbon	1	614,4	558,17	56,23	10%	312,9	261,27	51,63	20%
2=4	Leonhardt	1	535,1	558,17	23,07	4%	272,5	261,27	11,23	4%
2=4	Guyon	1	655,3	558,17	97,13	17%	333,8	261,27	72,53	28%
3	Courbon	1	330,3	459,33	-129,03	-28%	168,2	233,41	-65,21	-28%
3	Leonhardt	1	442,6	459,33	-16,73	-4%	225,4	233,41	-8,01	-3%
3	Guyon	1	326,4	459,33	-132,93	-29%	166,2	233,41	-67,21	-29%

Os resultados de momento fletor devido ao carregamento do veículo evidenciam que o método manual de Leonhardt para distribuição de cargas conduziu a resultados mais próximos dos valores obtidos pela análise 3D, e os métodos de Courbon e Guyon apresentaram comportamento parecido (exceto na longarina extrema, a longarina 1).

Tabela 21 – Resultados de momentos fletores para o carregamento móvel, ponte 2

Long.	Método	Vão	My + 2D (kN.m)	My + 3D (kN.m)	Erro (kN.m)	Erro per- cen- tual (%)	My - 2D (kN.m)	My - 3D (kN.m)	Erro (kN.m)	Erro per- cen- tual (%)
1=5	Courbon	1	1879,20	1529,65	349,55	23%	1738,40	1566,52	171,88	11%
1=5	Leo- nhardt	1	1776,50	1529,65	246,85	16%	1592,70	1566,52	26,18	2%
1=5	Guyon	1	2044,90	1529,65	515,25	34%	1869,50	1566,52	302,98	19%
2=4	Courbon	1	1445,90	1354,91	90,99	7%	1398,80	1336,04	62,76	5%
2=4	Leo- nhardt	1	1350,70	1354,91	-4,21	0%	1337,50	1336,04	1,46	0%
2=4	Guyon	1	1497,50	1354,91	142,59	11%	1433,60	1336,04	97,56	7%
3	Courbon	1	1247,20	1259,30	-12,1	-1%	1156,40	1318,65	-162,25	-12%
3	Leo- nhardt	1	1306,10	1259,30	46,8	4%	1353,10	1318,65	34,45	3%
3	Guyon	1	1147,20	1259,30	-112,1	-9%	1238,20	1318,65	-80,45	-6%

Para o carregamento móvel completo manteve-se o mesmo padrão, ou seja, os resultados obtidos pelo método de Leonhardt mais próximos da análise de 3D, e os métodos de Courbon e Guyon-Massonet conduzindo a resultados semelhantes.

Em seguida, com a combinação dos esforços de momento fletor obtidos pelo carregamento móvel e pelo carregamento permanente, foram obtidos os esforços de cálculo, os quais foram utilizados para obtenção da área de aço da armadura longitudinal. As Tabelas 29 e 30, as quais tratam, respectivamente, dos momentos

positivos e negativos, encontram-se detalhadas no apêndice A. As Tabelas 22 e 23 resumem esses resultados.

Tabela 22 – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos positivos, ponte 2

L	Método	Vão	Erro Comb percentual (%)	Erro CP percentual (%)	Erro CM percentual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
1=5	Courbon	1	21,46%	19,5%	22,9%	112,95	-	112,95	92,25	-	92,25
1=5	Leonhardt	1	17,56%	19,5%	16,1%	109,16	-	109,16	92,25	-	92,25
1=5	Guyon	1	27,75%	19,5%	33,7%	119,08	-	119,08	92,25	-	92,25
2=4	Courbon	1	-3,96%	-17,6%	6,7%	80,99	-	80,99	84,45	-	84,45
2=4	Leonhardt	1	-7,90%	-17,6%	-0,3%	77,57	-	77,57	84,45	-	84,45
2=4	Guyon	1	-1,83%	-17,6%	10,5%	82,85	-	82,85	84,45	-	84,45
3	Courbon	1	2,30%	6,2%	-1,0%	82,52	-	82,52	80,60	-	80,60
3	Leonhardt	1	4,85%	6,2%	3,7%	84,64	-	84,64	80,60	-	80,60
3	Guyon	1	-2,03%	6,2%	-8,9%	78,92	-	78,92	80,60	-	80,60

Tabela 23 – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos negativos, ponte 2

L	Método	Vão	Erro Comb percentual (%)	Erro CP percentual (%)	Erro CM percentual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
1=5	Courbon	1	14,95%	18,1%	11,0%	153,43	83,31	236,74	134,88	64,75	199,62
1=5	Leonhardt	1	10,84%	18,1%	1,7%	148,34	78,21	226,55	134,88	64,75	199,62
1=5	Guyon	1	18,64%	18,1%	19,3%	158,02	87,89	245,91	134,88	64,75	199,62
2=4	Courbon	1	-7,73%	-16,6%	4,7%	113,99	43,86	157,85	122,65	52,52	175,17
2=4	Leonhardt	1	-9,65%	-16,6%	0,1%	111,85	41,72	153,56	122,65	52,52	175,17

Tabela 23 (Continuação) – Resultados finais de comparação entre os métodos para momentos negativos, ponte 2

L	Método	Vão	Erro Comb percen- tual (%)	Erro CP percen- tual (%)	Erro CM percen- tual (%)	As1 2D (cm ²)	As2 2D (cm ²)	AsTot 2D (cm ²)	As1 3D (cm ²)	As2 3D (cm ²)	AsTot 3D (cm ²)
2=4	Guyon	1	-6,65%	-16,6%	7,3%	115,21	45,08	160,28	122,65	52,52	175,17
3	Courbon	1	-0,63%	7,7%	-12,3%	120,50	50,37	170,87	121,20	51,07	172,26
3	Leo- nhardt	1	5,59%	7,7%	2,6%	127,38	57,25	184,63	121,20	51,07	172,26
3	Guyon	1	1,96%	7,7%	-6,1%	123,36	53,23	176,59	121,20	51,07	172,26

Com a análise dos resultados finais de longarinas para a Ponte 2, observou-se que com a combinação dos carregamentos permanente e móvel houve uma compensação entre os momentos obtidos e isso fez com que os resultados obtidos pela análise 2D pelos métodos de Courbon e Guyon-Massonet para as longarinas internas ficassem mais próximos a metodologia tridimensional. Enquanto que para a longarina mais externa (a longarina 1), os resultados obtidos por Leonhardt ficaram mais próximos à análise 3D. Em relação à economia obtida pela metodologia tridimensional, em termos de área de aço utilizar essa metodologia economizou entre 16,91 kg/m e 26,83 kg/m de armadura longitudinal para a longarina 1 para momento fletor positivo, em relação à metodologia 2D com os métodos de distribuição de carga utilizados.

- Lajes:

Para o carregamento móvel foram obtidos resultados de momento fletor nas lajes pelas análises 2D, considerando com e sem equilíbrio de momento na laje, e 3D. As Tabelas 24 e 25 mostram, respectivamente, os resultados apenas com o veículo e com o carregamento móvel completo, ou seja, veículo e carga de multidão.

Tabela 24 – Resultados de momentos na laje devidos ao veículo, ponte 2

Laje	Tipo	2D (kN.m)	2D equilibrado (kN.m)	3D (kN.m)	erro percen- tual s/equilíbrio	erro percen- tual c/equilíbrio
1	M _{xe}	0,00	28,25	16,03	-100%	76%
2	M _{ym}	12,92	12,92	7,96	62%	62%
2	M _{xm}	16,73	16,73	18,41	-9%	-9%
2	M _{ye}	12,92	12,92	15,74	-18%	-18%
2	M _{xe}	41,37	41,37	23,5	76%	76%
3	M _{ym}	12,92	12,92	8,26	56%	56%
3	M _{xm}	16,73	16,73	14,28	17%	17%
3	M _{ye}	12,92	12,92	15,58	-17%	-17%
3	M _{xe}	41,37	41,37	22,98	80%	80%
4	M _{ym}	12,92	12,92	12,26	5%	5%
4	M _{xm}	14,06	14,06	16,39	-14%	-14%
4	M _{ye}	12,92	12,92	10,47	23%	23%
4	M _{xe}	28,25	28,25	24,81	14%	14%
5	M _{ym}	12,92	12,92	10,74	20%	20%
5	M _{xm}	14,06	14,06	17,68	-21%	-21%
5	M _{ye}	12,92	12,92	11,54	12%	12%
5	M _{xe}	28,25	28,25	20,72	36%	36%
6	M _{ym}	12,92	12,92	11,69	11%	11%
6	M _{xm}	14,06	14,06	16,89	-17%	-17%
6	M _{ye}	12,92	12,92	11,85	9%	9%
6	M _{xe}	28,25	28,25	24,72	14%	14%
7	M _{ym}	12,92	12,92	10,28	26%	26%
7	M _{xm}	14,06	14,06	17,69	-21%	-21%
7	M _{ye}	12,92	12,92	12,26	5%	5%
7	M _{xe}	28,25	28,25	22,63	25%	25%
8	M _{ym}	12,92	12,92	8,28	56%	56%
8	M _{xm}	14,06	14,06	16,46	-15%	-15%
8	M _{ye}	12,92	12,92	15,95	-19%	-19%
8	M _{xe}	28,25	28,25	23,8	19%	19%

Tabela 24 (Continuação) – Resultados de momentos na laje devidos ao veículo, ponte 2

Laje	Tipo	2D (kN.m)	2D equilibrado (kN.m)	3D (kN.m)	erro percentual s/equilíbrio	erro percentual c/equilíbrio
9	M _{ym}	12,92	12,92	7,84	65%	65%
9	M _{xm}	14,06	14,06	16,98	-17%	-17%
9	M _{ye}	12,92	12,92	15,38	-16%	-16%
9	M _{xe}	28,25	28,25	23,66	19%	19%

Tabela 25 – Resultados de momentos fletores devidos ao carregamento móvel, ponte 2

Laje	Tipo	2D (kN.m)	2D equilibrado (kN.m)	3D (kN.m)	erro percentual s/equilíbrio	erro percentual c/equilíbrio
1	M _{xe}	0,05	24,06	9,67	-99%	149%
2	M _{ym}	15,21	15,21	12,98	17%	17%
2	M _{xm}	16,83	16,83	16,83	0,0%	0%
2	M _{ye}	15,37	15,37	16,2	-5%	-5%
2	M _{xe}	42,07	42,07	25,51	65%	65%
3	M _{ym}	15,21	15,21	11,80	29%	29%
3	M _{xm}	16,83	16,83	16,86	0%	0%
3	M _{ye}	15,37	15,37	16,15	-5%	-5%
3	M _{xe}	42,07	42,07	25,24	67%	67%
4	M _{ym}	15,21	15,21	17,1	-11%	-11%
4	M _{xm}	14,43	14,43	18,89	-24%	-24%
4	M _{ye}	15,37	15,37	7,46	106%	106%
4	M _{xe}	30,07	30,07	28,02	7%	7%
5	M _{ym}	15,21	15,21	16,28	-7%	-7%
5	M _{xm}	14,43	14,43	21,42	-33%	-33%
5	M _{ye}	15,37	15,37	8,52	80%	80%
5	M _{xe}	30,07	30,07	24,77	21%	21%

Tabela 25 (Continuação) – Resultados de momentos fletores devidos ao carregamento móvel, ponte 2

Laje	Tipo	2D (kN.m)	2D equilibrado (kN.m)	3D (kN.m)	erro percentual s/equilíbrio	erro percentual c/equilíbrio
6	M _{ym}	15,21	15,21	14,83	3%	3%
6	M _{xm}	14,43	14,43	18,27	-21%	-21%
6	M _{ye}	15,37	15,37	12,31	25%	25%
6	M _{xe}	30,07	30,07	28,28	6%	6%
7	M _{ym}	15,21	15,21	13,59	12%	12%
7	M _{xm}	14,43	14,43	20,07	-28%	-28%
7	M _{ye}	15,37	15,37	13,28	16%	16%
7	M _{xe}	30,07	30,07	26,87	12%	12%
8	M _{ym}	15,21	15,21	6,61	130%	130%
8	M _{xm}	14,43	20,44	16,69	-14%	22%
8	M _{ye}	15,37	15,37	24,38	-37%	-37%
8	M _{xe}	30,07	24,06	28,3	6%	-15%
9	M _{ym}	15,21	15,21	5,675	168%	168%
9	M _{xm}	14,43	17,44	18,66	-23%	-7%
9	M _{ye}	15,37	15,37	24,4	-37%	-37%
9	M _{xe}	30,07	27,07	26,64	13%	2%

Os resultados de momentos devido as cargas permanentes e móveis e às combinações, considerando com equilíbrio de momento e sem equilíbrio, encontram-se na Tabela 32 do Apêndice B. A Tabela 26 apresenta de maneira resumida esses resultados.

Tabela 26 – Resultados finais de comparação entre os 2 métodos para lajes, ponte

2

Laje	Tipo	erro percentual CP s/eq	erro percentual CM s/eq	erro percentual Comb s/eq	erro percentual CP c/eq	erro percentual CM c/eq	erro percentual Comb c/eq
1	M _{xe}	-20,1%	-99,5%	-49,6%	-36,1%	-99,5%	-59,6%
2	M _{ym}	-68,9%	17,2%	-3,0%	-68,9%	17,2%	-3,0%
2	M _{xm}	89,2%	0,0%	9,6%	89,2%	0,0%	9,6%
2	M _{ye}	1325,3%	-5,1%	36,3%	1325,3%	-5,1%	36,3%
2	M _{xe}	26,9%	64,9%	57,2%	26,9%	64,9%	57,2%
3	M _{ym}	-70,4%	29,0%	3,0%	-70,4%	29,0%	3,0%
3	M _{xm}	66,1%	-0,2%	7,8%	66,1%	-0,2%	7,8%
3	M _{ye}	2996,9%	-4,8%	39,1%	2996,9%	-4,8%	39,1%
3	M _{xe}	123,8%	66,7%	73,9%	123,8%	66,7%	73,9%
4	M _{ym}	-83,1%	-11,1%	-32,7%	-83,1%	-11,1%	-32,7%
4	M _{xm}	21,6%	-23,6%	-19,2%	21,6%	-23,6%	-19,2%
4	M _{ye}	6679,8%	106,0%	201,2%	6679,8%	106,0%	201,2%
4	M _{xe}	-39,1%	7,3%	-3,1%	-39,1%	7,3%	-3,1%
5	M _{ym}	-83,7%	-6,6%	-31,1%	-83,7%	-6,6%	-31,1%
5	M _{xm}	-9,8%	-32,6%	-30,0%	-9,8%	-32,6%	-30,0%
5	M _{ye}	6679,8%	80,4%	164,2%	6679,8%	80,4%	164,2%
5	M _{xe}	33,7%	21,4%	23,0%	33,7%	21,4%	23,0%
6	M _{ym}	-75,7%	2,6%	-17,4%	-75,7%	2,6%	-17,4%
6	M _{xm}	45,3%	-21,0%	-15,3%	45,3%	-21,0%	-15,3%
6	M _{ye}	1539,6%	24,9%	78,6%	1539,6%	24,9%	78,6%
6	M _{xe}	-40,0%	6,3%	-4,1%	-40,0%	6,3%	-4,1%
7	M _{ym}	-77,1%	11,9%	-13,4%	-77,1%	11,9%	-13,4%
7	M _{xm}	10,4%	-28,1%	-24,2%	10,4%	-28,1%	-24,2%
7	M _{ye}	322,0%	15,7%	51,6%	322,0%	15,7%	51,6%
7	M _{xe}	21,0%	11,9%	13,1%	21,0%	11,9%	13,1%
8	M _{ym}	-119,6%	130,1%	5527,6%	-119,6%	130,1%	5527,6%
8	M _{xm}	473,2%	-13,5%	-1,3%	-803,8%	22,5%	1,6%

Tabela 26 (Continuação) – Resultados finais de comparação entre os 2 métodos para lajes, ponte 2

Laje	Tipo	erro percentual CP s/eq	erro percentual CM s/eq	erro percentual Comb s/eq	erro percentual CP c/eq	erro percentual CM c/eq	erro percentual Comb c/eq
8	M_{ye}	-45,5%	-37,0%	-40,0%	-45,5%	-37,0%	-40,0%
8	M_{xe}	-44,2%	6,3%	-5,8%	18,1%	-15,0%	-7,1%
9	M_{ym}	-78,3%	168,0%	44,7%	-78,3%	168,0%	44,7%
9	M_{xm}	96,4%	-22,7%	-15,1%	-175,2%	-6,6%	-17,2%
9	M_{ye}	-48,2%	-37,0%	-41,2%	-48,2%	-37,0%	-41,2%
9	M_{xe}	-5,4%	12,9%	9,9%	60,1%	1,6%	11,2%

Com base nos resultados obtidos, percebeu-se que, de modo geral, os valores obtidos pelo método de Rüsç foram mais conservadores, ou seja, apresentaram valores superiores aos do modelo tridimensional. Os resultados via método de Rüsç foram conservadores para os momentos M_{ye} (em 75% dos casos) e M_{xe} (55,6% dos casos), sem considerar o equilíbrio; e para os momentos M_{ye} (também em 75% dos casos) e M_{xe} (também em 55,6% dos casos), considerando equilíbrio de momento. Já para os momentos M_{xm} (momento M_x central de cada laje), os resultados foram mais próximos da referência, tanto com equilíbrio de momento fletor (conservador em 37,5% dos casos) quanto sem equilíbrio (conservador em 25% dos casos).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Conclusões: Longarinas

A partir dos resultados obtidos pelas análises 2D e 3D para o momento fletor observou-se que o dimensionamento pelo método tridimensional conduziu, de modo geral, a resultados mais econômicos com menores área de armadura longitudinal. O vão extremo da ponte 1, por exemplo, para o dimensionamento de momento fletor positivo apresentou uma economia de 17,7% de área de aço.

Em relação aos métodos de distribuição de carga para a ponte 2 com 5 longarinas, observou-se que considerando a combinação dos esforços devido a carga permanente e carregamento móvel, o método de Leonhardt performou melhor para as longarinas externas, e os métodos de Courbon e Guyon-Massonet conduziu a valores mais precisos para as longarinas internas. Enquanto que ao analisar o carregamento móvel apenas, o método de Leonhardt conduziu a valores mais próximos.

5.2 Conclusões: Lajes

Com os resultados obtidos para lajes da ponte 1 observou-se que para os valores de carregamento permanente a análise 2D se distanciou mais do método tridimensional. E para a combinação de carregamentos permanente e móvel, os resultados do método tridimensional foram sempre maiores que o método de Rüschi, o que indica que esse método não foi a favor da segurança nesse modelo.

Enquanto que para a ponte 2 os resultados obtidos pelo método simplificado foram mais conservadores para os momentos de engaste, independente da consideração de equilíbrio do momento na laje. Já o momento M_{xm} apresentou resultados próximos ao modelo tridimensional.

5.3 Sugestões para trabalhos futuros

Seguem algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Validar metodologia com exemplos consolidados na literatura;
- Modelagem de pontes com geometria, sistema construtivo e propriedades diferentes para ampliação de conclusões desse trabalho;
- Analisar efeitos obtidos por análise dinâmica;
- Considerar efeitos com veículos mais utilizados na realidade;
- Analisar a superfície de influência em programa que suporte essa funcionalidade ou fazer um programa auxiliar baseado na literatura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, E. V.; ALMEIDA, S. M. F.; JUDICE, F. M. S. Métodos de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido. **Engevista**, Rio de Janeiro, v. 6, n.2, p. 48-58, agosto de 2004;

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187:2003: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - Procedimento**. Rio de Janeiro, p. 11. 2003;

_____. **NBR 8681:2003: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro, p. 22. 2003;

_____. **NBR 7188:2013: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro, p.18. 2013;

_____. **NBR 6118:2014: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, p.256. 2014;

AUTODESK.SUPPORT. What types of finite elements are used in Robot Structural Analysis. **Robot Structural Analysis Products: Support and learning**, California, 15 de set. de 2020. Disponível em: < <https://knowledge.autodesk.com/support/robot-structural-analysis-products/troubleshooting/caas/sfdcarticles/sfdcarticles/ROBOT-what-types-of-finite-elements-are-used-in-the-program.html>>. Acesso em: 03 de mar. de 2021;

CASTRO, L. M. S. Modelação de Lajes com Elementos de Grelha, Apontamentos teóricos da cadeira de Análise de Estruturas II do Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, 2000;

LONGO, H. I. **Esforços Máximos em Pontes Tipo Grelha**. 217p. Dissertação de Mestrado (Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro 1979;

OLIVEIRA, C. J.; FIGUEIREDO, D.; FRANZKE, P. D.; LUGARINI, T. R.; OLIVEIRA, L.O.S. Métodos de Distribuição de Cargas na Seção Transversal de Pontes com Vigamento Múltiplo: Correlação com Resultados Experimentais. Anais do X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2018;

ROCHA, B. K. N. **Projeto da superestrutura de uma ponte utilizando vigas mistas pré-fabricadas**. Monografia (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina 2015;

RYALL, M. J.; PARKE, G. A. R.; HARDING, J. E. The manual of bridge engineering, London: Thomas Telford Publishing, 2002;

SANTOS, E. F. **Pontes**. Notas de aula, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão 2020;

SILVA, T. G.; SANTOS, D. F. A. Evolução da norma NBR 7188/2013: carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Anais da 3ª Semana de Engenharia Civil da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, 2020.

APÊNDICE A – RESULTADOS PARA ANÁLISE DE LONGARINAS

Tabela 27 – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores positivos da ponte 1

L	Método	Vão	CP 2D (kN.m)	CM 2D (kN.m)	Comb 2D (kN.m)	CP 3D (kN.m)	CM 3D (kN.m)	Comb 3D (kN.m)	Erro Comb percen- tual (%)	Erro CP per- cen- tual (%)	Erro CM per- cen- tual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
1	Courbon	1	681,7	1.932,85	3819,57	652,45	1594,36	3272,35	16,72%	4,5%	21,2%	68,57	-	68,57	58,27	-	58,27
1	Courbon	2	410,2	1.767,06	3204,37	394,45	1470,94	2738,92	16,99%	4,0%	20,1%	57,58	-	57,58	48,81	-	48,81

Onde:

As1 é a área de armadura longitudinal para armadura simples, em cm²;

As2 é a área de armadura longitudinal para armadura dupla em cm²;

CP, CM e Comb referem-se a resultados para momento fletor de, respectivamente, carregamento permanente, carga móvel (considerando o coeficiente ϕ) e combinação dos dois casos de carga;

2D refere-se aos resultados obtidos pela análise bidimensional;

3D refere-se aos resultados obtidos pela análise do modelo tridimensional.

Tabela 28 – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores negativos da ponte 1

L	Método	Vão	CP 2D (kN.m)	CM 2D (kN.m)	Comb 2D (kN.m)	CP 3D (kN.m)	CM 3D (kN.m)	Comb 3D (kN.m)	Erro Comb percentual (%)	Erro CP percentual (%)	Erro CM percentual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
1	Courbon	1=2	1290,8	1796,47	4437,29	1257,69	1626,659	4137,87	7,24%	-2,63%	10,4%	87,57	26,49	114,07	82,28	21,20	103,47

Tabela 29 – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores positivos da ponte 2

L	Método	Vão	CP 2D (kN.m)	CM 2D (kN.m)	Comb 2D (kN.m)	CP 3D (kN.m)	CM 3D (kN.m)	Comb 3D (kN.m)	Erro Comb percentual (%)	Erro CP percentual (%)	Erro CM percentual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
1=5	Courbon	1	2227,7	2856,38	7291,97	1863,72	2325,07	6003,62	21,46%	19,5%	22,9%	112,95	-	112,95	92,25	-	92,25
1=5	Leonhardt	1	2227,7	2700,28	7057,82	1863,72	2325,07	6003,62	17,56%	19,5%	16,1%	109,16	-	109,16	92,25	-	92,25
1=5	Guyon	1	2227,7	3108,25	7669,77	1863,72	2325,07	6003,62	27,75%	19,5%	33,7%	119,08	-	119,08	92,25	-	92,25

Tabela 29 (Continuação) – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores positivos da ponte 2

L	Método	Vão	CP 2D (kN.m)	CM 2D (kN.m)	Comb 2D (kN.m)	CP 3D (kN.m)	CM 3D (kN.m)	Comb 3D (kN.m)	Erro Comb per- centual (%)	Erro CP per- centual (%)	Erro CM per- centual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
2=4	Courbon	1	1479,3	2197,77	5293,71	1794,83	2059,46	5512,22	-3,96%	-17,6%	6,7%	80,99	-	80,99	84,45	-	84,45
2=4	Leonhardt	1	1479,3	2053,06	5076,65	1794,83	2059,46	5512,22	-7,90%	-17,6%	-0,3%	77,57	-	77,57	84,45	-	84,45
2=4	Guyon	1	1479,3	2276,20	5411,36	1794,83	2059,46	5512,22	-1,83%	-17,6%	10,5%	82,85	-	82,85	84,45	-	84,45
3	Courbon	1	1886,5	1895,74	5390,39	1776,34	1914,14	5269,26	2,30%	6,2%	-1,0%	82,52	-	82,52	80,60	-	80,60
3	Leonhardt	1	1886,5	1985,27	5524,68	1776,34	1914,14	5269,26	4,85%	6,2%	3,7%	84,64	-	84,64	80,60	-	80,60
3	Guyon	1	1886,5	1743,74	5162,39	1776,34	1914,14	5269,26	-2,03%	6,2%	-8,9%	78,92	-	78,92	80,60	-	80,60

Tabela 30 – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos fletores negativos da ponte 2

L	Método	Vão	CP 2D (kN.m)	CM 2D (kN.m)	Comb 2D (kN.m)	CP 3D (kN.m)	CM 3D (kN.m)	Comb 3D (kN.m)	Erro Comb percen- tual (%)	Erro CP percen- tual (%)	Erro CM percen- tual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
1=5	Courbon	1	3959,1	2642,37	9308,34	3352,87	2381,11	8098,04	14,95%	18,1%	11,0%	153,43	83,31	236,74	134,88	64,75	199,62
1=5	Leonhardt	1	3959,1	2420,90	8976,14	3352,87	2381,11	8098,04	10,84%	18,1%	1,7%	148,34	78,21	226,55	134,88	64,75	199,62
1=5	Guyon	1	3959,1	2841,64	9607,25	3352,87	2381,11	8098,04	18,64%	18,1%	19,3%	158,02	87,89	245,91	134,88	64,75	199,62
2=4	Courbon	1	2627,1	2126,18	6735,85	3151,35	2030,78	7300,49	-7,73%	-16,6%	4,7%	113,99	43,86	157,85	122,65	52,52	175,17
2=4	Leonhardt	1	2627,1	2033,00	6596,09	3151,35	2030,78	7300,49	-9,65%	-16,6%	0,1%	111,85	41,72	153,56	122,65	52,52	175,17

Tabela 30 (Continuação) – Resultados de combinação e dimensionamento para momentos flettores negativos da ponte 2

L	Método	Vão	CP 2D (kN.m)	CM 2D (kN.m)	Comb 2D (kN.m)	CP 3D (kN.m)	CM 3D (kN.m)	Comb 3D (kN.m)	Erro Comb percen- tual (%)	Erro CP per- cen- tual (%)	Erro CM per- cen- tual (%)	As1 2D (cm²)	As2 2D (cm²)	AsTot 2D (cm²)	As1 3D (cm²)	As2 3D (cm²)	AsTot 3D (cm²)
2=4	Guyon	1	2627,1	2179,07	6815,19	3151,35	2030,78	7300,49	-6,65%	-16,6%	7,3%	115,21	45,08	160,28	122,65	52,52	175,17
3	Courbon	1	3351,1	1757,73	7160,58	3110,65	2004,35	7205,90	-0,63%	7,7%	-12,3%	120,50	50,37	170,87	121,20	51,07	172,26
3	Leonhardt	1	3351,1	2056,71	7609,05	3110,65	2004,35	7205,90	5,59%	7,7%	2,6%	127,38	57,25	184,63	121,20	51,07	172,26
3	Guyon	1	3351,1	1882,06	7347,08	3110,65	2004,35	7205,90	1,96%	7,7%	-6,1%	123,36	53,23	176,59	121,20	51,07	172,26

APÊNDICE B – RESULTADOS PARA A ANÁLISE DE LAJES

Tabela 31 – Resultados de momento fletor para laje da ponte 1

Laje	Tipo	CP 2D (kN.m/m)	CM 2D (kN.m/m)	Comb 2D (kN.m/m)	CP 2D c/eq (kN.m/m)	CM 2D c/eq (kN.m/m)	Comb 2D c/eq (kN.m/m)	CP 3D (kN.m/m)	CM 3D (kN.m/m)	Comb 3D (kN.m/m)
1	M _{xe}	58,97	95,43	222,76	47,18	98,77	211,84	60,71	110,71	248,03
2	M _{xm}	10,95	51,93	92,67	-14,36	55,26	63,51	6,79	73,19	118,96
2	M _{ym}	1,81	27,01	42,96	1,81	27,01	42,96	5,60	39,43	66,69
2	M _{xe}	21,87	102,10	182,68	47,18	98,77	211,84	60,71	110,71	248,03

Tabela 32 – Resultados de momento fletor para laje da ponte 2

Laje	Tipo	CP 2D (kN.m/m)	CM 2D (kN.m/m)	Comb 2D (kN.m/m)	CP 2D c/eq (kN.m/m)	CM 2D c/eq (kN.m/m)	Comb 2D c/eq (kN.m/m)	CP 3D (kN.m/m)	CM 3D (kN.m/m)	Comb 3D (kN.m/m)
1	M _{xe}	22,10	0,08	29,95	17,68	0,08	23,98	27,66	14,70	59,39
2	M _{ym}	2,09	23,12	37,50	2,09	23,12	37,50	6,72	19,73	38,67
2	M _{xm}	6,51	25,58	47,16	6,51	25,58	47,16	3,44	25,58	43,02
2	M _{ye}	12,54	23,36	51,98	12,54	23,36	51,98	0,88	24,62	38,12
2	M _{xe}	13,89	63,95	114,67	13,89	63,95	114,67	10,94	38,78	72,93
3	M _{ym}	2,09	23,12	37,50	2,09	23,12	37,50	7,05	17,93	36,41
3	M _{xm}	6,51	25,58	47,16	6,51	25,58	47,16	3,92	25,63	43,73
3	M _{ye}	12,54	23,36	51,98	12,54	23,36	51,98	0,41	24,55	37,37
3	M _{xe}	13,89	63,95	114,67	13,89	63,95	114,67	6,21	38,36	65,92
4	M _{ym}	2,09	23,12	37,50	2,09	23,12	37,50	12,36	25,99	55,67
4	M _{xm}	4,18	21,93	38,55	4,18	21,93	38,55	3,44	28,71	47,71
4	M _{ye}	12,54	23,36	51,98	12,54	23,36	51,98	0,19	11,34	17,26
4	M _{xe}	8,36	45,71	79,85	8,36	45,71	79,85	13,73	42,59	82,42
5	M _{ym}	2,09	23,12	37,50	2,09	23,12	37,50	12,84	24,75	54,45

Tabela 32 (Continuação) – Resultados de momento fletor para laje da ponte 2

Laje	Tipo	CP 2D (kN.m/m)	CM 2D (kN.m/m)	Comb 2D (kN.m/m)	CP 2D c/eq (kN.m/m)	CM 2D c/eq (kN.m/m)	Comb 2D c/eq (kN.m/m)	CP 3D (kN.m/m)	CM 3D (kN.m/m)	Comb 3D (kN.m/m)
5	M _{xm}	4,18	21,93	38,55	4,18	21,93	38,55	4,64	32,56	55,10
5	M _{ye}	12,54	23,36	51,98	12,54	23,36	51,98	0,19	12,95	19,68
5	M _{xe}	8,36	45,71	79,85	8,36	45,71	79,85	6,25	37,65	64,91
6	M _{ym}	2,09	23,12	37,50	2,09	23,12	37,50	8,60	22,54	45,42
6	M _{xm}	4,18	21,93	38,55	4,18	21,93	38,55	2,88	27,76	45,53
6	M _{ye}	12,54	23,36	51,98	12,54	23,36	51,98	0,77	18,71	29,10
6	M _{xe}	8,36	45,71	79,85	8,36	45,71	79,85	13,92	42,99	83,27
7	M _{ym}	2,09	23,12	37,50	2,09	23,12	37,50	9,11	20,66	43,28
7	M _{xm}	4,18	21,93	38,55	4,18	21,93	38,55	3,79	30,51	50,88
7	M _{ye}	12,54	23,36	51,98	12,54	23,36	51,98	2,97	20,19	34,29
7	M _{xe}	8,36	45,71	79,85	8,36	45,71	79,85	6,91	40,84	70,59
8	M _{ym}	2,09	23,12	37,50	2,09	23,12	37,50	-10,67	10,05	0,67
8	M _{xm}	4,18	21,93	38,55	-5,14	31,08	39,68	0,73	25,37	39,04
8	M _{ye}	12,54	23,36	51,98	12,54	23,36	51,98	23,02	37,06	86,66
8	M _{xe}	8,36	45,71	79,85	17,68	36,57	78,72	14,97	43,02	84,73
9	M _{ym}	2,09	23,12	37,50	2,09	23,12	37,50	9,61	8,63	25,91
9	M _{xm}	4,18	21,93	38,55	-1,60	26,50	37,60	2,13	28,36	45,42
9	M _{ye}	12,54	23,36	51,98	12,54	23,36	51,98	24,23	37,09	88,35
9	M _{xe}	8,36	45,71	79,85	14,14	41,14	80,80	8,84	40,49	72,67

APÊNDICE C – FÓRMULAS DE ERRO UTILIZADAS

- Erro (erro de medição)

$$err = V_c - V_r \quad (19)$$

Onde:

err per é o erro de medição;

V_c são os valores experimentais, nesse trabalho representa os valores obtidos pelas metodologias bidimensionais;

V_r é o valor de referência, nesse trabalho representa os valores obtidos pelo *software* ROBOT.

- Erro percentual

$$err\ per = 100\% \cdot \left(\frac{V_c - V_r}{V_r} \right) \quad (20)$$

Onde:

err per é o erro percentual.