



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE – UFS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA – CCET
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL – DEC

**ANÁLISE DINÂMICA DA INTERAÇÃO
PESSOA-ESTRUTURA VIA MODELO BIODINÂMICO
COM FUNÇÃO DE INTERAÇÃO PROPOSTA**

Luiz Paulo Lima e Silva

SÃO CRISTÓVÃO, SE – BRASIL

2022

Luiz Paulo Lima e Silva

**ANÁLISE DINÂMICA DA INTERAÇÃO
PESSOA-ESTRUTURA VIA MODELO BIODINÂMICO
COM FUNÇÃO DE INTERAÇÃO PROPOSTA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe como requisito para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Universidade Federal de Sergipe – UFS

Faculdade de Engenharia Civil

Orientador: Prof. D.Sc. Emerson Figueiredo dos Santos

SÃO CRISTÓVÃO, SE – BRASIL

2022

LUIZ PAULO LIMA E SILVA

**ANÁLISE DINÂMICA DA INTERAÇÃO PESSOA-ESTRUTURA VIA MODELO
BIODINÂMICO COM FUNÇÃO DE INTERAÇÃO PROPOSTA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe (UFS) como requisito para o título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: **27 de junho de 2022**

Banca Examinadora		Nota
Orientador(a): Prof. Dr. Emerson Figueiredo dos Santos (UFS)	–	9,50
Examinador(a): Prof. Dr. Fábio Carlos da Rocha (UFS)	–	9,50
Examinador(a): Prof. Dr. Anderson de Matos Souza Gadea (UEFS)	–	9,50
	Média Final:	9,50

Documento assinado digitalmente
 Emerson Figueiredo dos Santos
Data: 13/07/2022 09:27:56-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Emerson Figueiredo dos Santos (UFS)
Assinatura do(a) Orientadora(a)

Agradecimentos

Sou muito grato aos meus pais, que apesar de todas as dificuldades, sempre tiveram como objetivo garantir minha educação e nunca mediram esforços para tal. Tenho consciência do quão difícil foi e farei o que tiver ao meu alcance para que valha a pena.

Agradeço às proprietárias da escola onde passei todo o ensino fundamental: Josefa, Teresinha e Dorinha. É extremamente improvável que meu agradecimento chegue a qualquer uma, porém sem a generosa contribuição delas num momento conturbado da minha vida, era pouco provável que eu tivesse chegado até a faculdade. Serei sempre grato, saibam elas ou não.

Agradeço de coração aos meus amigos de fora do curso: Roberta, Victor, Pedro, Pollyana e minha namorada Brenda, por desempenharem a árdua tarefa de frear os meus incansáveis instintos de auto-sabotagem e por acreditarem tanto em mim, principalmente quando nem eu acredito.

Sou grato também aos laços que surgiram ao longo do curso: Isabely, minha amiga inseparável de todas as disciplinas, presença quase imprescindível nas melhores memórias que tenho e terei da faculdade; o professor, orientador e parceiro de pesquisa Emerson Figueiredo por toda paciência e conhecimento compartilhado, que só contribuiu com meu interesse pelo âmbito acadêmico.

Por fim, mas não menos importante, manifesto minha gratidão a Deus, que embora eu não consiga compreendê-lo, sempre demonstrou carinho por mim, sobretudo nos detalhes.

Resumo

Estruturas sujeitas predominantemente ao tráfego humano tendem a apresentar baixa rigidez, uma vez que os carregamentos não são elevados, todavia, o caráter dinâmico e oscilatório das cargas atuantes, frequentemente tornam tais estruturas suscetíveis às vibrações excessivas. Para contornar o problema, o dimensionamento dessas estruturas deve ser executado de modo a considerar os efeitos dinâmicos, através do emprego de modelos de carregamento capazes de simular o caminhar humano. O presente trabalho visa realizar uma análise dinâmica da interação pessoa-estrutura, através de um modelo biodinâmico de 1 Grau de Liberdade com função de interação proposta, além de comparar o desempenho do mesmo ante medições experimentais, tendo como referência a mesma comparação para um modelo de carregamento amplamente utilizado, desenvolvido por Varela (2004). Para isso, foi elaborado um algoritmo tridimensional, baseado no Método dos Elementos Finitos, capaz de realizar as análises. Embora os resultados obtidos para ambos modelos tenham apresentado coerência, o modelo que emprega a função de interação proposta mostrou-se mais acurado com as medições experimentais.

Palavras-chaves: dinâmica estrutural; vibrações; caminhar; 1GL; Elementos Finitos.

Abstract

Structures that are mainly subjected to human traffic tend to have low stiffness, since the loads are not high, however, the dynamic and oscillatory disposition of acting loads often makes those structures susceptible to excessive vibrations. To deal with this problem, the design of those structures must be done considering the dynamic effects, through the use of load models capable of simulating human walking. This work aims to make a dynamic analysis of interaction person-structure, by a single degree of freedom biodynamic model with proposed interaction function, also to compare the performance of that against experimental measurements, having as reference the same comparison for a load model widely used, developed by Varela (2004). For that, a tridimensional algorithm was created, based on the Finite Element Method, able to make the analysis. Although the results for both models showed consistency, the model that uses the proposed interaction function proved to be more accurate with the experimental measurements.

Key-words: structural dynamics; vibrations; walking; SDOF; Finite Elements

Lista de ilustrações

Figura 1 – Reação do piso e aproximação por série de Fourier.	14
Figura 2 – Reação do piso e função proposta por Varela.	15
Figura 3 – Modelo biodinâmico proposto por Nigam e Malik.	16
Figura 4 – Análise estática da estrutura.	18
Figura 5 – Modelo de 1 GL de vibração livre da viga.	18
Figura 6 – Respostas de oscilação livre.	19
Figura 7 – Respostas de oscilação livre e amortecida.	20
Figura 8 – Modelo de 1 GL de vibração forçada da viga.	20
Figura 9 – Variação da taxa de amortecimento em relação à frequência natural.	22
Figura 10 – Fluxograma do método de Newmark.	25
Figura 11 – Fluxograma do algoritmo.	25
Figura 12 – Componentes da série de Fourier da função representativa da reação do piso.	26
Figura 13 – Modelo biodinâmico proposto.	28
Figura 14 – Área de estudo com equipamentos e móveis.	30
Figura 15 – Planta baixa do pavimento superior (sem cotas), com disposição dos móveis.	31
Figura 16 – Componentes estruturais da área de estudo.	31
Figura 17 – Layout estrutural contendo a locação das vigas de madeira e colunas.	32
Figura 18 – Resposta dinâmica de aceleração para impacto isolado.	32
Figura 19 – Resposta dinâmica de aceleração para o caminhar.	33
Figura 20 – Frequências naturais da estrutura.	33
Figura 21 – Excentricidades dos elementos estruturais.	34
Figura 22 – Saída do algoritmo: estrutura discretizada.	35
Figura 23 – Força de impacto.	36
Figura 24 – Comparação: impacto numérico e experimental.	36
Figura 25 – Ilustração do trajeto.	37
Figura 26 – Função de carregamento (Varela).	38
Figura 27 – Elevação fictícia considerada na função de interação.	39
Figura 28 – Respostas dinâmicas de aceleração: numérica e experimental (modelo de Varela).	41
Figura 29 – Respostas dinâmicas de aceleração: modelo de 1GL e modelo de Varela.	42
Figura 30 – Verificação de compatibilidade entre deslocamentos.	42
Figura 31 – Respostas dinâmicas de aceleração: numérica e experimental (modelo biodinâmico).	43
Figura 32 – Resposta dinâmica de deslocamento do grau de liberdade associado.	44
Figura 33 – Resposta dinâmica de aceleração do grau de liberdade associado.	44
Figura 34 – Síntese de resultados do Modelo biodinâmico.	45

Figura 35 – Repartição de carga. 51

Lista de tabelas

Tabela 1 – Frequências naturais e formas modais do modelo.	35
Tabela 2 – Parâmetros do modelo proposto por Varela.	38
Tabela 3 – Parâmetros do modelo de 1GL.	39
Tabela 4 – Parâmetros da função de interação.	40

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Motivação e cenário do problema	11
1.2	Objetivos	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1	Ação do caminhar humano: carga móvel	13
2.2	Ação do caminhar humano: modelos biodinâmicos	15
3	METODOLOGIA	17
3.1	Formulação numérica	17
3.2	Modelo generalizado com um grau de liberdade	17
3.3	Sistema estrutural com múltiplos graus de liberdade	21
3.4	Implementação da ferramenta computacional	22
3.5	Modelo desenvolvido por Varela	26
3.6	Modelo biodinâmico proposto	27
4	ESTUDO DE CASO	30
4.1	Descrição da estrutura	30
4.2	Modelo computacional da estrutura	33
4.3	Validação do modelo estrutural	35
4.4	Aplicação dos modelos de caminhar	37
4.4.1	Trajeto empregado	37
4.4.2	Modelo desenvolvido por Varela	38
4.4.3	Modelo biodinâmico proposto	38
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
6	CONCLUSÕES	46
	REFERÊNCIAS	48
	APÊNDICE A – MATRIZES DO ELEMENTO (REFERENCIAL LOCAL)	49
A.1	Matriz de massa discreta do elemento	49
A.2	Matriz de rigidez do elemento	50
	APÊNDICE B – FORMULAÇÕES ADICIONAIS	51
B.1	Repartição de carga	51
B.2	Deslocamento do Modelo	52

1 Introdução

1.1 Motivação e cenário do problema

O constante progresso da engenharia civil, principalmente em se tratando do emprego de materiais mais eficientes, possibilitou, ao longo das últimas décadas, o desenvolvimento de estruturas cada vez mais leves, com menor consumo de material e consequentemente mais viáveis no contexto econômico. Todavia, tais estruturas frequentemente se mostram sujeitas às vibrações excessivas, seja pelo fato de possuírem menor rigidez (e consequentemente maior flexibilidade), seja pelo menor índice de amortecimento usualmente atrelado.

No caso de estruturas sujeitas, predominantemente, ao tráfego humano – de modo geral, leves e com baixa rigidez, uma vez que os carregamentos atuantes são relativamente pequenos – a problemática das vibrações excessivas é acentuada não só pelos parâmetros mencionados no parágrafo anterior, mas também pelo fato do carregamento externo apresentar um caráter dinâmico e oscilatório. Segundo Butz et al. (2009, p. 11), vibrações perceptíveis podem não só provocar desconforto aos usuários, como também reduzir a capacidade de serviço da estrutura.

Ainda de acordo com Butz et al. (2009, p. 18), muitas normas internacionais delimitam faixas críticas de frequência natural de passarelas, nas quais algumas verificações devem ser realizadas para promover tanto segurança quanto conforto. Por exemplo a norma britânica (British Standard) BS 5400-2 que contém limites para aceleração vertical em casos de estruturas cuja frequência natural é inferior a 5 Hz; ou o Eurocódigo 5 (European Standard Eurocode 5) que também estipula valores máximos para aceleração (horizontal e vertical) na hipótese da frequência natural não exceder 5 Hz.

A Associação Brasileira de Normas Técnicas também se propõe a delimitar valores para as frequências naturais de estruturas sujeitas ao tráfego humano: a NBR 6118 (2014, p. 193) indica que a frequência natural de passarelas de pedestres ou ciclistas não deve ser igual ou inferior a 5,4 Hz (valor 20% superior à frequência de vibrações verticais crítica); já a NBR 8800 (2008, p. 161) contempla valores mínimos de frequências naturais para pisos sujeitos às diversas atividades humanas; a NBR 7190 (1997, p. 39) estipula que pisos sujeitos, regularmente, ao caminhar, não devem apresentar frequência natural inferior a 8 Hz.

Considerando o corpo humano um sistema provido de massa e capaz de dissipar energia, a mera presença de uma ou mais pessoas sobre uma estrutura provoca alterações no comportamento dinâmico da mesma. Em virtude das já mencionadas características das obras sujeitas a ação do caminhar, tais alterações serão tão mais significativas quanto maior o número de pessoas. Segundo Costa (2019, p. 2), em estruturas mais leves, onde a massa das pessoas é um percentual significativo da massa estrutural, é formado um conjunto estrutura-pessoas que pode provocar

interação dinâmica entre as partes.

Tendo em vista as indispensáveis oscilações sob as quais as estruturas estão sujeitas, a análise e dimensionamento das mesmas devem ser executados de modo a considerar os efeitos dinâmicos de maneira tão precisa quanto possível, a fim de se aproximar do funcionamento real da obra. Para tal, é fundamental o emprego de um modelo capaz de simular de maneira veraz o caminhar humano, principal agente oscilador destas superestruturas.

Com o objetivo de simular as alterações das propriedades dinâmicas provocadas pela presença de transeuntes numa estrutura, é possível considerar a pessoa como um sistema massa-mola-amortecedor. Este modelo (denominado biodinâmico) possibilita a modelagem de um sistema que contemple a interação pessoa-estrutura, fundamental para análise desejada.

1.2 Objetivos

O objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo biodinâmico de um grau de liberdade, responsável por simular o caminhar humano, provido de massa, rigidez e amortecimento, representando assim as propriedades dinâmicas necessárias para se promover uma análise da interação estrutura-pessoa. Além disso, inserir por meio de um desnível na superfície (doravante chamado "função de interação"), o impacto provocado pelo contato do calcanhar com a estrutura, excitando-a periodicamente.

Os objetivos específicos são:

- a) desenvolver algoritmo de análise tridimensional baseado no método dos elementos finitos, capaz de obter resultados estáticos e dinâmicos;
- b) realizar validação teórico-experimental do algoritmo construído;
- c) elaborar um modelo biodinâmico de 1 Grau de Liberdade (1GL) tendo como base um sistema massa-mola-amortecedor com adição da função de interação proposta no presente trabalho;
- d) comparar os resultados obtidos para o modelo em questão com as respostas provenientes do modelo de carregamento proposto por Varela (2004).

2 Revisão bibliográfica

O presente capítulo é destinado a introduzir alguns conceitos e estudos a respeito do comportamento dinâmico das estruturas sob ação do caminhar humano, com ênfase na representação dos carregamentos. Não se limitando a elucidar os modelos representativos frequentemente empregados, mas mencionando também os parâmetros observados nesse tipo de avaliação.

Segundo Costa (2019, p. 5), o objetivo geral das análises de estruturas sob ação da atividade humana de caminhar é obter as respostas ao longo do tempo, tanto em termos de deslocamento, como de aceleração; para enfim avaliar o conforto do usuário. Todavia tal avaliação não é trivial: a representação do carregamento envolve diversos parâmetros ligados desde o tipo de calçado empregado (tênis, por exemplo, apresentam maior amortecimento), até fatores ligados ao próprio indivíduo, como idade ou porte físico.

[...] o caminhar humano varia de pessoa para pessoa de acordo com idade, tipo físico, cultura, personalidade, etc. Em geral, um jovem, por exemplo, apresenta um balanço vertical mais proeminente, com impactos de calcanhar mais intensos, possivelmente solicitando a estrutura mais severamente. O idoso por sua vez apresenta um caminhar suave, pendular (VARELA, 2004, p. 10).

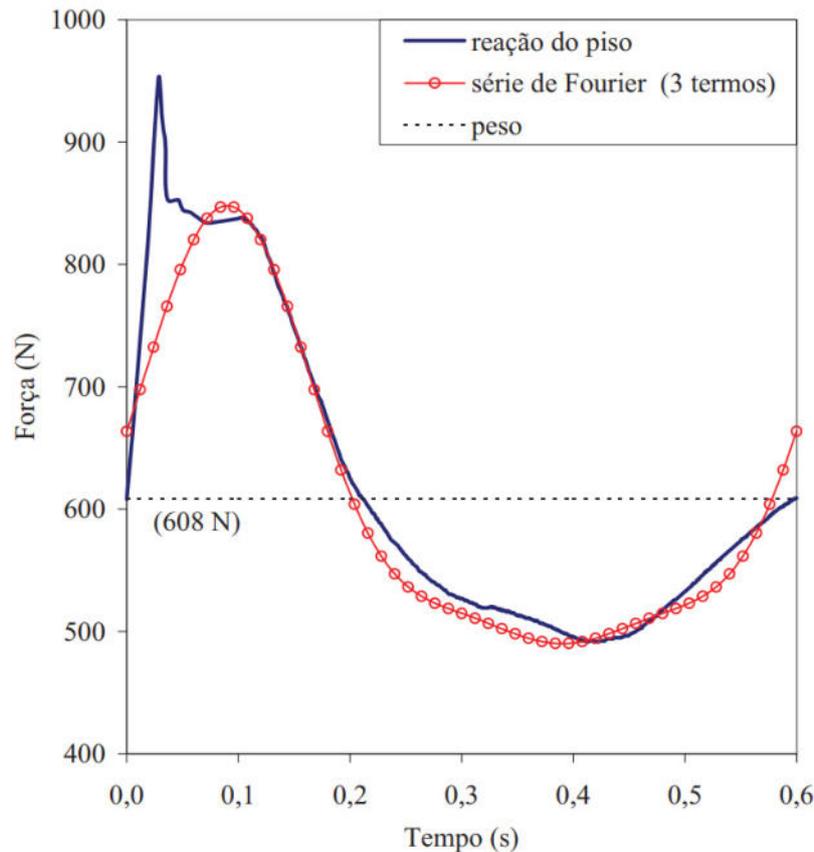
De modo geral, a ação do caminhar humano é representada de duas maneiras: como um carregamento móvel que varia no tempo, de modo a induzir oscilações; ou como um sistema mecânico acoplado à estrutura, ideal para avaliar de maneira mais precisa a interação pessoa-estrutura. Ambas representações possuem diversas ramificações, sejam diferentes equações e considerações para a carga móvel, ou sistemas com múltiplos graus de liberdade no segundo caso.

2.1 Ação do caminhar humano: carga móvel

O emprego de cargas móveis para representar a ação do caminhar humano é baseado em medições realizadas com a utilização de esteiras (ou plataformas) providas de células de carga, capazes de obter dados a respeito das reações do piso enquanto sujeito ao tráfego. Tais medições levam a resultados que evidenciam o caráter periódico da ação vertical, que por conseguinte pode ser aproximada por séries de Fourier (usualmente com três termos) e uma parcela fixa (o peso próprio do indivíduo).

A Figura 1 contém um exemplo de representação da reação provocada pelo caminhar humano por uma série de Fourier de três termos. É possível observar as já citadas parcelas estática e variável, bem como o comportamento cíclico do carregamento.

Figura 1 – Reação do piso e aproximação por série de Fourier.



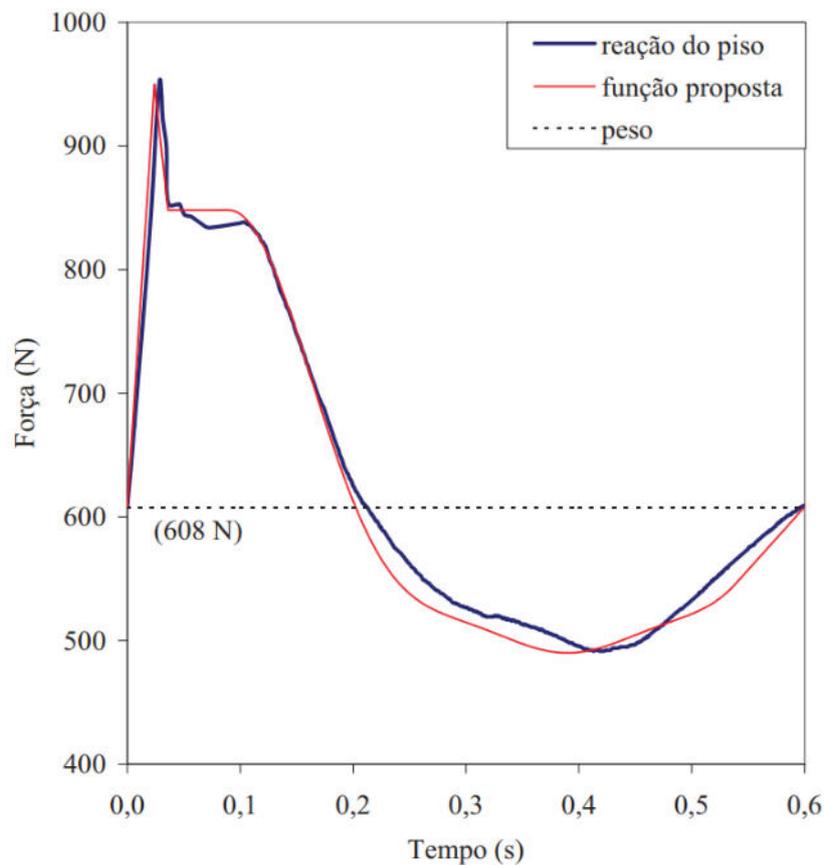
Fonte: Varela (2004).

É pertinente ressaltar que, na maioria dos casos, o emprego de cargas móveis se vale de algumas considerações imprecisas, além de desconsiderar aspectos importantes ligados ao caminhar. Considera-se, por exemplo, que ambos os pés humanos provocam a exata mesma reação na estrutura (o que é extremamente improvável) e é desprezada a reação do transeunte diante da resposta dinâmica do piso.

Varela (2004) propôs um simples (porém eficaz) modelo para simular a ação humana durante o caminhar. Utilizando de equações amplamente empregadas, desenvolvidas aproximando a reação do piso por meio de uma série de Fourier de quatro termos, a proposta inclui em sua formulação um pico, cujo objetivo é simular o impacto do calcanhar com a estrutura. O resultado obtido foi um modelo que combina a simplicidade de implementação do carregamento móvel, com reações da estrutura satisfatoriamente acuradas, graças aos impactos induzidos.

A Figura 2 ilustra alguns dos resultados obtidos por Varela (2004) em seu modelo. É notória não somente a concordância entre as curvas, como também o fato da proposta se aproximar mais dos valores experimentais do que a função usual por meio da série de Fourier (disposta na Figura 1).

Figura 2 – Reação do piso e função proposta por Varela.



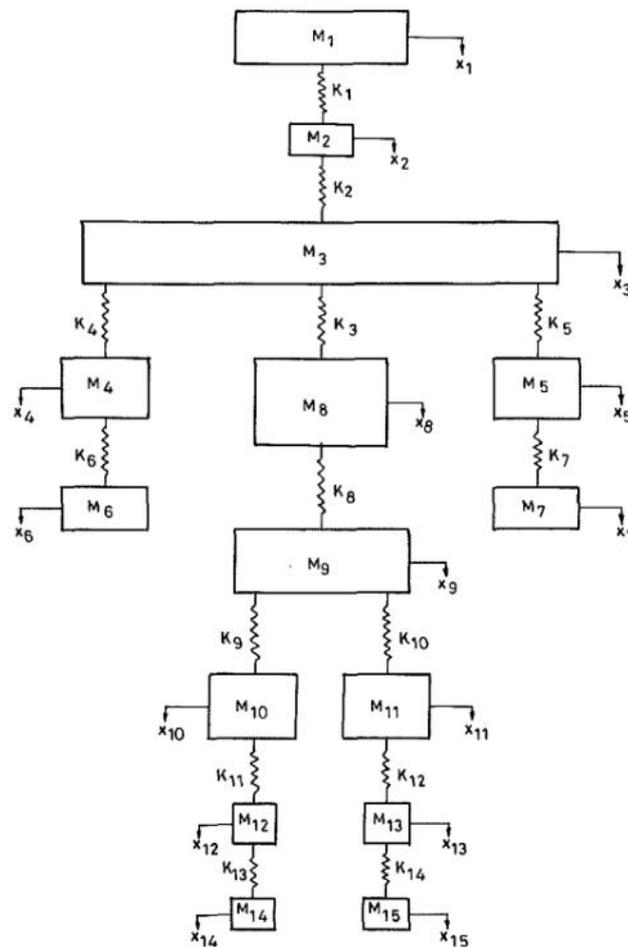
Fonte: Varela (2004).

2.2 Ação do caminhar humano: modelos biodinâmicos

Uma maneira mais sofisticada de simular o efeito do caminhar humano, consiste no emprego de sistemas mecânicos que se acoplam à estrutura, providos de massa, rigidez e amortecimento. Denominados "modelos biodinâmicos", essas representações consideram os efeitos da interação entre pessoa-estrutura, diferentemente dos carregamentos móveis.

É evidente que por se tratar de um sistema muito complexo e com grande variabilidade entre diferentes pessoas, existe na literatura uma diversidade de modelos biodinâmicos propostos com um ou mais graus de liberdade; cada um com suas considerações e particularidades estipuladas pelos respectivos autores: Falati (1999) apud Costa (2019) emprega um modelo que utiliza massa modal equivalente a um terço da massa total do indivíduo; Nigam e Malik (1987) propuseram um complexo modelo provido de 15GL (Figura 3) que considera diversas aproximações provenientes de resultados experimentais e ajustes numéricos.

Figura 3 – Modelo biodinâmico proposto por Nigam e Malik.



Fonte: Nigam e Malik (1987)

Mesmo com a já explicitada complexidade na elaboração de um sistema capaz de simular a ação do caminhar humano, segundo Costa et al. (2013, p. 30), o modelo mais simples e genérico, formado por um único grau de liberdade, apresenta resultados satisfatórios quando comparados com valores experimentais. Todavia, ainda segundo a autora, o corpo humano não se comporta como um sistema monolítico, mas como uma associação de diversas partes cujas características diferem entre si. Portanto adotar um modelo biodinâmico provido de somente um grau de liberdade limita a quantificação de seus elementos heterogêneos.

3 Metodologia

3.1 Formulação numérica

Dá-se início à teoria dinâmica e análise de sistemas mecânicos partindo das formulações elaboradas por Isaac Newton: a segunda lei (Equação 3.1) indica que a força resultante que atua num corpo é proporcional a taxa de variação no tempo da quantidade de movimento do sistema em análise.

$$\sum f(t) = F(t) = \frac{d}{dt} \left(m \frac{dx}{dt} \right) \quad (3.1)$$

Como na vasta maioria dos problemas dinâmicos, a massa é um parâmetro invariável ao longo do tempo, vem:

$$F(t) = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (3.2)$$

onde x corresponde a posição (ou vetor posição) da massa m ao longo do tempo. A Equação 3.2 pode ser reescrita através do equilíbrio de forças, deste modo:

$$\sum f(t) + f(i) = 0 \quad (3.3)$$

sendo $f(i)$ as forças de inércia, desenvolvidas pela massa m e proporcionais à aceleração (em sentido oposto), de acordo com o princípio de D'Alembert.

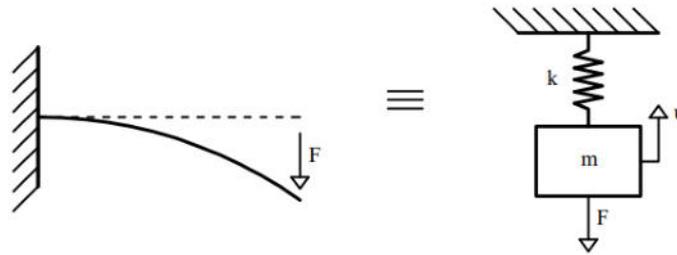
As forças de amortecimento também são notórias no estudo da dinâmica: forças não conservativas que naturalmente promovem a dissipação de energia do sistema mecânico. Surgem então os conceitos de amortecimento viscoso (proporcional à velocidade); histerético (inerente ao material e às deformações internas, originado da variação de tensões internas); amortecimento devido ao atrito (Coulomb); amortecimento aquoso e etc.

3.2 Modelo generalizado com um grau de liberdade

Diferenças fundamentais saltam aos olhos quando postos em comparação o caso estático e o dinâmico: a variação das amplitudes de forças no tempo, com efeito da resposta da estrutura é um exemplo. Todavia, a mais relevante discrepância entre as análises consiste na presença de forças inerciais do sistema estrutural.

Considere uma viga engastada-livre com uma carga F aplicada em sua extremidade sem apoio, que apresenta um deslocamento estático proporcional à carga (conforme Lei de Hook). A viga trabalha como uma mola de rigidez $K = \frac{3EI}{L^3}$. De maneira simplificada, considera-se uma massa (relativa ao comprimento L) suspensa por uma mola, cujo equilíbrio é atingido após deformação da mesma (Figura 4).

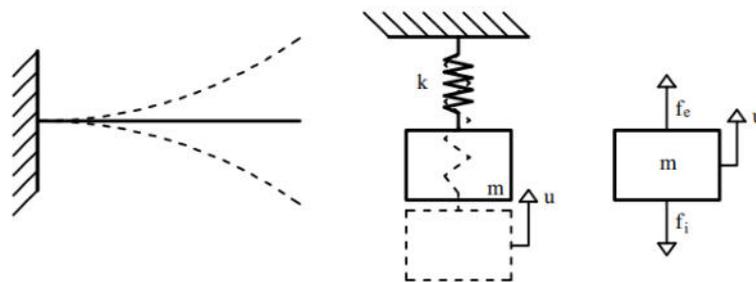
Figura 4 – Análise estática da estrutura.



Fonte: autor.

O deslocamento, provocado pela carga estática, acumula energia de deformação elástica na estrutura. A súbita retirada da F faz com que a energia seja liberada em forma de movimento, produzindo, assim, acelerações e forças de inércia (Figura 5). Tal movimento é caracterizado pelo deslocamento da viga para cima e para baixo, em torno de uma posição de equilíbrio.

Figura 5 – Modelo de 1 GL de vibração livre da viga.



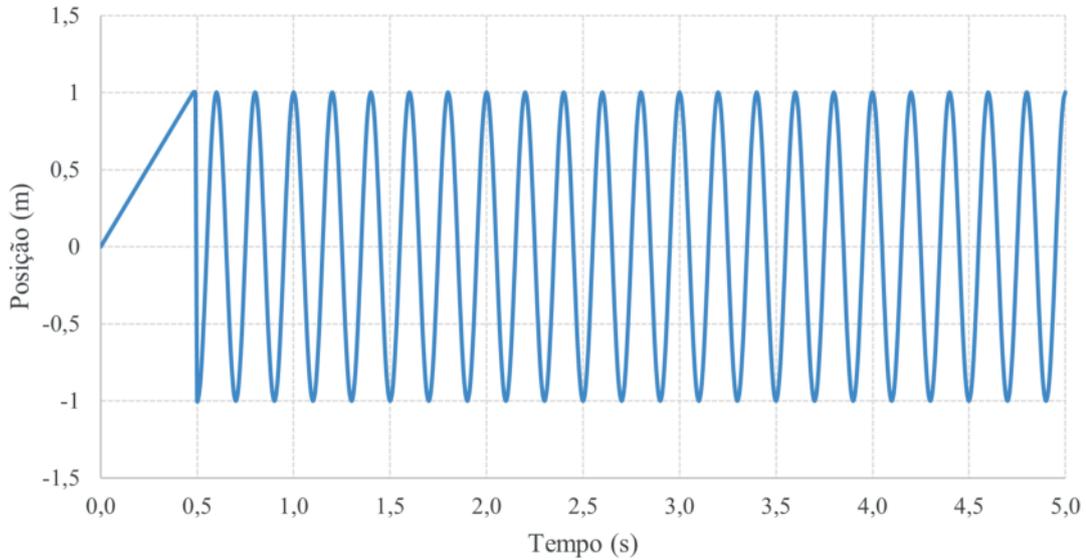
Fonte: autor.

Ressalta-se que a posição de equilíbrio é equivalente ao próprio deslocamento estático, quando da consideração do peso próprio ou carga estática. O movimento oscilatório descrito é denominado vibração; neste caso, a equação que descreve o movimento da barra é composta pela soma das forças elásticas e de inércia (Equação 3.4).

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (3.4)$$

As forças elásticas e inerciais conduzem a estrutura a um equilíbrio dinâmico com oscilações harmônicas de mesma amplitude (Figura 6). O tempo necessário para um ciclo completo de oscilação, ou seja, o intervalo necessário para a estrutura deslocar-se do nível mais baixo até o mais alto, e retornar ao mais baixo, é denominado período fundamental. O inverso deste valor consiste na frequência de oscilação da estrutura (também chamada de frequência de vibração).

Figura 6 – Respostas de oscilação livre.



Fonte: autor.

Haja vista que a viga em questão oscila sem ação externa, esta frequência é dependente apenas dos parâmetros intrínsecos da viga (geometria e material), caracterizada como frequência natural da estrutura. Sendo a oscilação livre harmônica (descrita por uma função senoidal), a solução da Equação 3.4 pode apresentar a seguinte forma:

$$u(t) = \bar{u} \cos(\omega t - \phi) \quad (3.5)$$

onde ω é a frequência circular e ϕ é um ângulo de fase. Logo, a Equação 3.4 toma a seguinte forma:

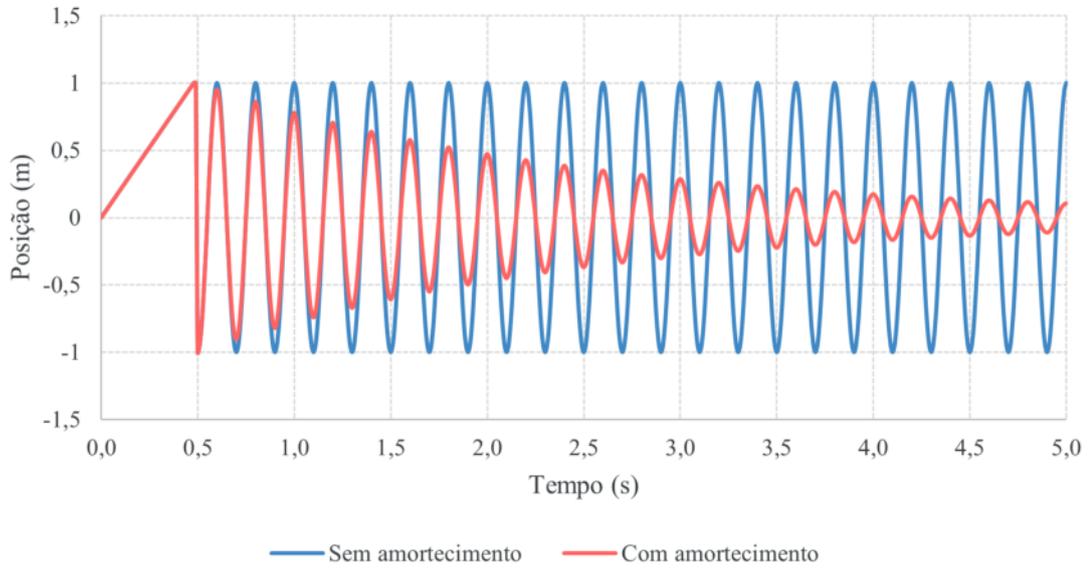
$$|k - m\omega^2| \cdot \bar{u} \cos(\omega t - \phi) = 0 \quad (3.6)$$

Considerando nulo o valor do módulo, a frequência natural da estrutura é definida por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.7)$$

Apesar do comportamento exibido na Figura 6, é sabido que, na prática, as amplitudes de deslocamento da viga diminuem com o passar do tempo, até alcançar a condição estática. O decréscimo da oscilação é resultado direto da ação de forças de amortecimento já mencionadas, que promovem a dissipação da energia do sistema. De modo geral, em sistemas dinâmicos, considera-se um amortecimento viscoso linear, cuja força produzida é proporcional à velocidade. Na Figura 7, observa-se a redução dos deslocamentos da estrutura devido a ação do amortecimento.

Figura 7 – Respostas de oscilação livre e amortecida.



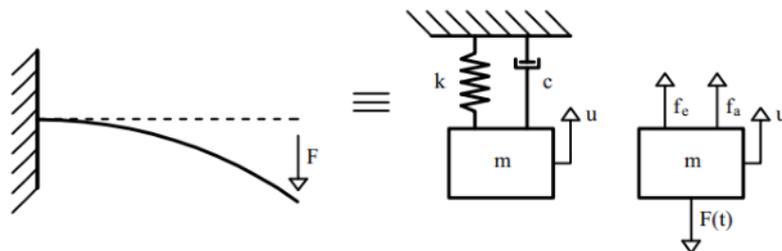
Fonte: autor.

Destaca-se o fato de a presença da força de amortecimento não alterar a frequência natural; comportamento esperado, já que, conforme dito anteriormente, tal frequência é um parâmetro intrínseco à estrutura e não depende de agentes externos.

Por equilíbrio direto (Figura 8), é formulada a equação diferencial ordinária linear de segunda ordem, não homogênea, de coeficientes constantes (Equação 3.8), tendo sua solução geral definida pela soma das parcelas das soluções homogênea e particular (sendo a homogênea, aquela onde a estrutura não é submetida a qualquer esforço externo).

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t) \tag{3.8}$$

Figura 8 – Modelo de 1 GL de vibração forçada da viga.



Fonte: autor.

3.3 Sistema estrutural com múltiplos graus de liberdade

Conforme ilustrado previamente (Figura 4), o sistema estrutural da viga engastada-livre pode ser representado por uma massa suspensa por mola, que representa a rigidez da viga em questão. Essa representação é denominada de um grau de liberdade generalizado, já que o sistema trabalha de uma única forma e representa toda a viga.

A abordagem do sistema em questão pode ser expandida para sistemas estruturais contínuos, constituídos por elementos que podem apresentar diversas formas e (ou) materiais. Tais sistemas, quando aplicado o método dos elementos finitos, podem ser representados por modelos discretizados por vários elementos, que geram uma diversidade de graus de liberdade nodais inter-relacionados entre si (em processo análogo à análise estática matricial). Assim, a equação de movimento pode ser dada por:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t) \quad (3.9)$$

onde M , C e K são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez de todo o sistema estrutural com múltiplos graus de liberdade; $F(t)$ é o vetor de forças de excitação em cada grau de liberdade que compõe o sistema; e os elementos \ddot{u} , \dot{u} e u são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento, nesta ordem, no domínio do tempo.

Reduzindo a Equação 3.9 à condição de vibração livre, tornando nulos os termos $C\dot{u}(t)$ e $F(t)$, tem-se:

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = 0 \quad (3.10)$$

Cuja solução é harmônica e dada por:

$$u(t) = \bar{\varphi}_j \cos(\omega_j t - \phi_j) \quad (3.11)$$

Substituindo a Equação 3.11 na Equação 3.10, obtém-se a equação abaixo, cuja solução não-trivial é definida por $\varphi_j \neq 0$, o que leva ao problema de autovalor e autovetor.

$$(K - \omega^2 M)\bar{\varphi}_j \cos(\omega_j t - \phi_j) = 0 \quad (3.12)$$

Desse modo, a condição matricial conduz a equação acima à obtenção de um par de soluções: as frequências naturais ω , denominadas autovalores e agrupadas de forma crescente; e as formas modais φ_j , compreendidas como autovetores, agrupadas na forma de uma matriz modal. A quantidade de soluções corresponde à quantidade de graus de liberdade presentes na estrutura. É válido ressaltar que o conhecimento das frequências e respectivos modos de vibração é de fundamental importância para compreensão do comportamento da estrutura na análise dinâmica.

Em se tratando das forças não conservativas: o amortecimento é dito proporcional à massa em casos onde as estruturas são mais flexíveis e apresentam seus primeiros harmônicos em faixas de frequência baixas. Do contrário, é possível considerar o amortecimento como proporcional à rigidez. A exata determinação da taxa de amortecimento não é trivial, o que remete sua determinação em ensaios experimentais, muitas vezes associada ao primeiro modo de vibração, adotando sua proporcionalidade à massa. Desta maneira:

$$C = 2\xi\omega_j M \quad (3.13)$$

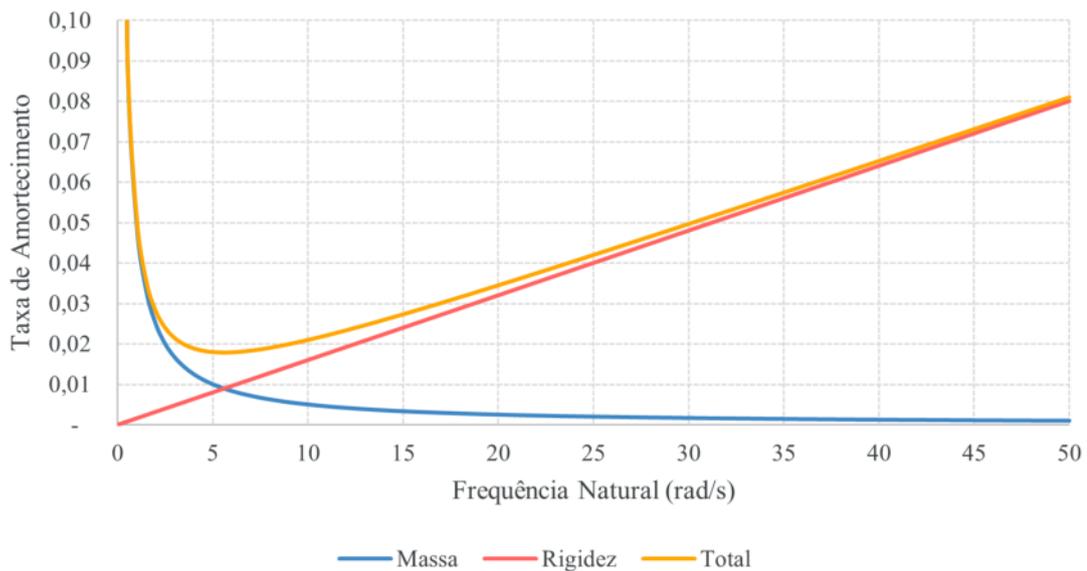
onde ξ corresponde à taxa de amortecimento estrutural, definida por:

$$\xi = \frac{a_0}{2\omega_j} + \frac{a_1\omega_j}{2} \quad (3.14)$$

sendo as constantes a_0 e a_1 fatores de proporcionalidade.

A Figura 9 ilustra a variação da taxa de amortecimento de acordo com a frequência natural da estrutura analisada. Considerando que o presente trabalho trata de estruturas sujeitas ao caminhar humano, onde a rigidez não costuma ser elevada (por exemplo em passarelas), e os primeiros modos de vibração apresentam frequências naturais baixas, é válido tomar o amortecimento como proporcional à massa, conforme a Equação 3.13.

Figura 9 – Variação da taxa de amortecimento em relação à frequência natural.



Fonte: autor.

3.4 Implementação da ferramenta computacional

O algoritmo desenvolvido em linguagem Python, utiliza de elementos de barras para representar a estrutura, além de empregar o sistema de coordenadas cartesianas tridimensionais,

em virtude da necessária consideração dos efeitos de torção para garantir mais precisão aos resultados.

Por se tratar de um algoritmo 3D, são considerados os deslocamentos na direção de cada eixo, bem como as rotações em relação aos mesmos. Portanto, cada nó da estrutura discretizada resulta em seis graus de liberdade computados e conseqüentemente seis linhas e colunas nas matrizes globais.

Para composição das matrizes globais, os elementos de barra são tomados um a um, de modo a formar as matrizes locais (posteriormente transferidas para o referencial global). O Apêndice A expressa as matrizes de rigidez e massa para o elemento de barra. Formadas tais matrizes, a etapa seguinte consiste na transferência para o sistema de eixos global e o estabelecimento de vinculações externas (restrições de deslocamento).

Em seguida, procede-se à resolução do problema de vibrações livres, onde se determinam, através do problema de autovalores e autovetores (Equação 3.12), as frequências e modos naturais de vibração — parâmetros cruciais para análise dinâmica da estrutura. No caso do programa em questão, por apresentar uma saída gráfica dos resultados, por meio dos autovetores torna-se possível ainda a visualização das formas modais de oscilação. Ressalta-se que a obtenção das frequências naturais também é essencial para formação da matriz de amortecimento global, tomada conforme Equação 3.13.

Quanto a solução das equações de movimento, optou-se pelo uso do método da integração direta¹, dada sua ampla utilização na resolução de sistemas de equações diferenciais de segunda ordem (conforme o caso em questão), por conta da simplificação em equações lineares. O método em questão baseia-se na subdivisão do tempo t em n intervalos iguais, tal que o passo Δt corresponda a fração de t sobre n , de modo que a equação de movimento seja satisfeita em cada intervalo. Para tal, a aceleração e a velocidade devem ser determinadas em função do deslocamento. O método de Newmark apresenta duas equações básicas, sendo tais:

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + (1 - \beta)\ddot{u}_t\Delta t + \beta\ddot{u}_{t+\Delta t}\Delta t \quad (3.15)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t\Delta t + \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\ddot{u}_t\Delta t^2 + \alpha\ddot{u}_{t+\Delta t}\Delta t^2 \quad (3.16)$$

onde α e β são parâmetros relacionados com a precisão e estabilidade do método, respectivamente.

Para a condição da regra do trapézio entre os pontos t e $t + \Delta t$, os parâmetros assumem valores de $\alpha = \frac{1}{4}$ e $\beta = \frac{1}{2}$. Pode-se, pois, reescrever a Equação 3.15 e a Equação 3.16 da seguinte forma:

¹ Também conhecido como método de Newmark.

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_t + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}_{t+\Delta t} \quad (3.17)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t\Delta t + \frac{\Delta t^2}{4}\ddot{u}_t + \frac{\Delta t^2}{4}\ddot{u}_{t+\Delta t} \quad (3.18)$$

Isolando os termos $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ e $\dot{u}_{t+\Delta t}$, e substituindo na Equação 3.9, tem-se:

$$\left(\mathbf{K} + \frac{4}{\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{2}{\Delta t}\mathbf{C}\right)u_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_{t+\Delta t} + \mathbf{M}\left(\frac{4}{\Delta t^2}u_t + \frac{4}{\Delta t}\dot{u}_t + \ddot{u}_t\right) + \mathbf{C}\left(\frac{2}{\Delta t}u_t + \dot{u}_t\right) \quad (3.19)$$

Traduzindo Equação 3.19, para um sistema linear, segue:

$$\mathbf{K}^*u_{t+\Delta t} = \mathbf{F}^* \quad (3.20)$$

onde:

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K} + A_0\mathbf{M} + A_1\mathbf{C} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{F}_{t+\Delta t} + \mathbf{M}(A_0u_t + A_2\dot{u}_t + \ddot{u}_t) + \mathbf{C}(A_1u_t + \dot{u}_t) \quad (3.22)$$

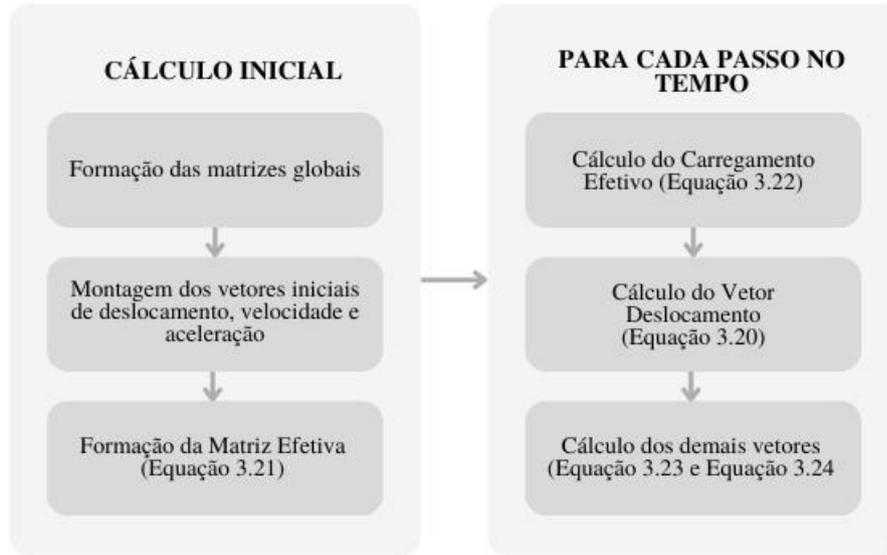
sendo os parâmetros A_0 , A_1 e A_2 equivalentes a $\frac{4}{\Delta t^2}$, $\frac{2}{\Delta t}$ e $\frac{4}{\Delta t}$, respectivamente. As grandezas de aceleração e velocidade são obtidas por:

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = A_0(u_{t+\Delta t} - u_t) - A_2\dot{u}_t - \ddot{u}_t \quad (3.23)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \frac{1}{A_1}\ddot{u}_t + \frac{1}{A_1}\ddot{u}_{t+\Delta t} \quad (3.24)$$

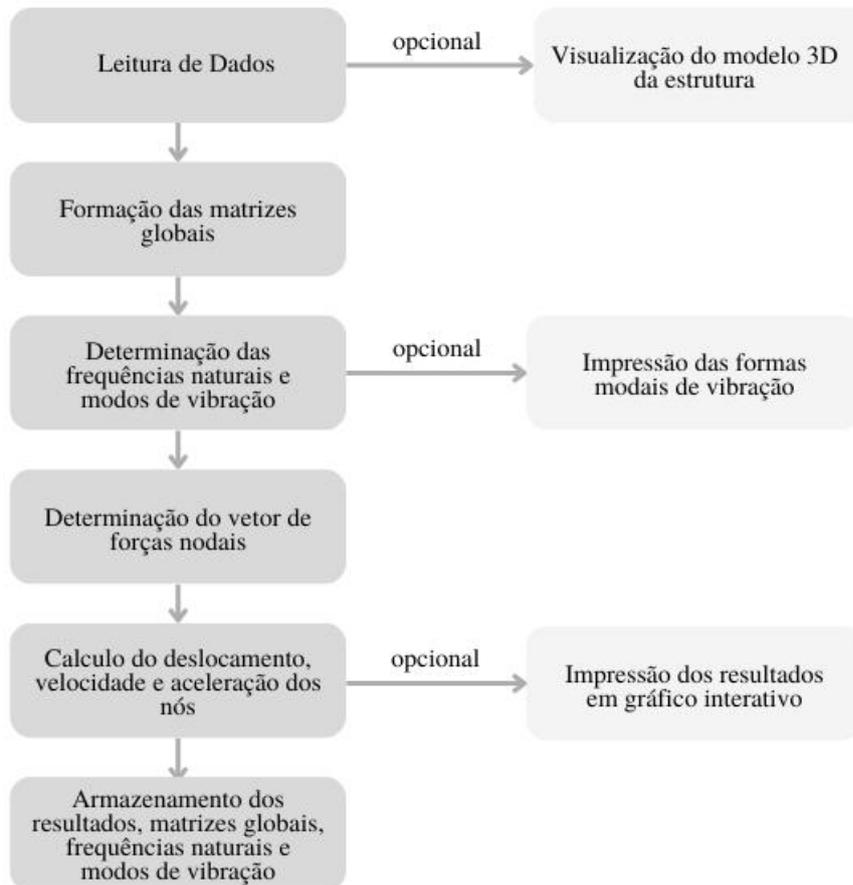
A Figura 10 contempla, de maneira simplificada, a ordem dos procedimentos tomados no cálculo do método de Newmark, enquanto a Figura 11, de modo a sintetizar o roteiro tomado pelo algoritmo, apresenta um fluxograma do programa desenvolvido.

Figura 10 – Fluxograma do método de Newmark.



Fonte: autor.

Figura 11 – Fluxograma do algoritmo.



Fonte: autor.

3.5 Modelo desenvolvido por Varela

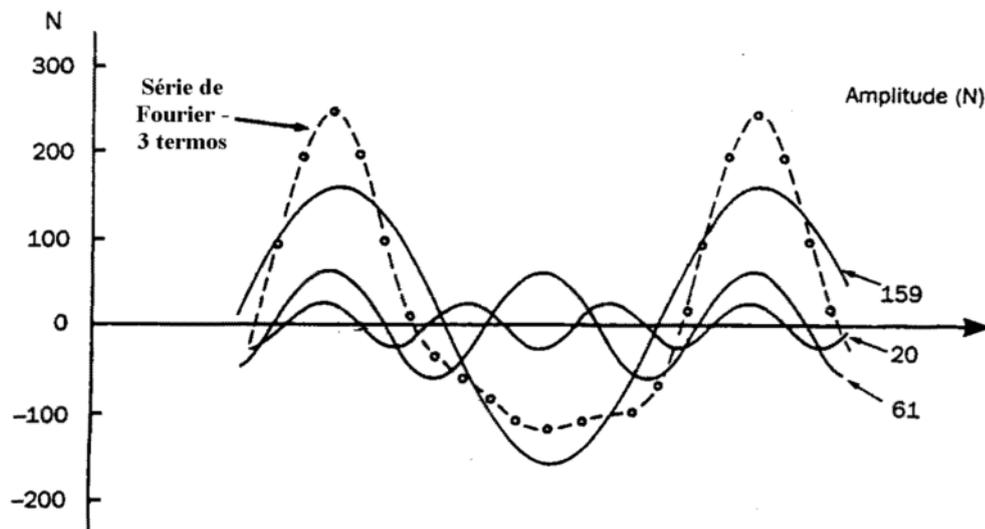
Conforme explicitado na seção 2.1, uma das principais formas empregadas para simular o caminhar humano através de cargas móveis se dá pelo uso de uma série de Fourier, de três ou quatro termos, sendo a primeira alternativa a mais comum. A Equação 3.25 corresponde à representação matemática da reação do piso ao caminhar.

$$F(t) = P + \sum_{i=1}^{nh} P\alpha_i \sin(2\pi i f_c t - \phi_i) \quad (3.25)$$

onde t é o instante de tempo; P o peso de uma pessoa; i o número do i -ésimo harmônico da frequência da força; nh o número de harmônicos considerados para representar a força (três ou quatro, geralmente); α_i o coeficiente dinâmico do i -ésimo harmônico da série de Fourier; f_c a frequência do passo e ϕ_i a diferença de fase entre o i -ésimo e o primeiro harmônico.

A Figura 12 ilustra uma série de Fourier de três termos bem como a contribuição de cada uma de suas parcelas. É válido destacar a ausência do pico proveniente do contato do calcanhar com o piso (evidenciado na Figura 1), o que reduz consideravelmente a precisão dos resultados, quando empregado esse modelo de carregamento.

Figura 12 – Componentes da série de Fourier da função representativa da reação do piso.



Fonte: Ohlsson (1982) apud Varela (2004, p. 22).

Define-se passo como o intervalo entre contatos consecutivos de ambos pés com o piso. Visto que a distância do passo é muito inferior quando comparada com as dimensões de uma laje sujeita às vibrações provenientes do caminhar humano, é válido considerar que a força de reação do piso (dada pela soma das contribuições de cada pé no intervalo de um passo) corresponde a uma satisfatória aproximação da força de um passo.

A fim de promover um carregamento móvel mais coerente para descrever a ação humana de caminhar, Varela (2004) propôs um modelo que também corresponde a uma aproximação matemática da reação do piso, porém considerando o pico proveniente do impacto outrora explicitado. A Equação 3.26 corresponde a reação do piso no domínio do tempo, porém regida pelo período do passo.

$$F(t) = \begin{cases} \left(\frac{f_{mi}F_m - P}{0,04T_p}\right)t + P & \text{se } 0 \leq t < 0,04T_p \\ f_{mi}F_m \left[\frac{C_1(t-0,04T_p)}{0,02T_p} + 1\right] & \text{se } 0,04T_p \leq t < 0,06T_p \\ F_m & \text{se } 0,06T_p \leq t < 0,15T_p \\ P + \sum_{i=1}^{nh} P\alpha_i \sin[2\pi i f_c(t + 0,1T_p) - \phi_i] & \text{se } 0,15T_p \leq t < 0,90T_p \\ 10(P - C_2)\left(\frac{t}{T_p} - 1\right) + P & \text{se } 0,90T_p \leq t < T_p \end{cases} \quad (3.26)$$

onde F_m é o valor máximo da série de Fourier (obtido através da Equação 3.25); f_{mi} corresponde ao fator de majoração do impacto, determinado pela relação entre o valor do pico (impacto do calcanhar) e o valor máximo da série de Fourier; C_1 e C_2 são coeficientes calculados através da Equação 3.27 e Equação 3.28 respectivamente.

$$C_1 = \left(\frac{1}{f_{mi}} - 1\right) \quad (3.27)$$

$$C_2 = \begin{cases} P(1 - \alpha_2) & \text{se } nh = 3 \\ P(1 - \alpha_2 + \alpha_4) & \text{se } nh = 4 \end{cases} \quad (3.28)$$

A Figura 2 disposta na seção 2.1, evidencia o pico provocado pelo impacto do calcanhar, desconsiderado nos modelos de carregamento móvel usualmente empregados. Resultando numa função mais coerente para simular os efeitos do caminhar humano por sobre uma estrutura, apesar da desconsideração da interação pessoa-estrutura (presente somente em modelos biodinâmicos).

Ainda segundo o autor, apesar de amplamente utilizado, o emprego da série de Fourier de três termos é desaconselhado: embora os coeficientes apresentem valores decrescentes para harmônicos mais altos, é possível que o valor da frequência de um harmônico superior seja próximo o suficiente da frequência natural da estrutura excitada; levando a respostas consideravelmente distantes daquelas obtidas por meio da série de Fourier de três termos. Por conseguinte, é feita a recomendação do emprego de quatro harmônicos para o modelo de carregamento em questão.

3.6 Modelo biodinâmico proposto

Embora apresentem valores satisfatórios, os modelos de carga móvel para simular o caminhar humano não contemplam as interações entre pessoa e estrutura. Para tal, é necessário o

emprego de modelos biodinâmicos, que possibilitem a consideração dessa interação. No modelo proposto não será somente considerada tal interação, como também o impacto causado na superfície de contato.

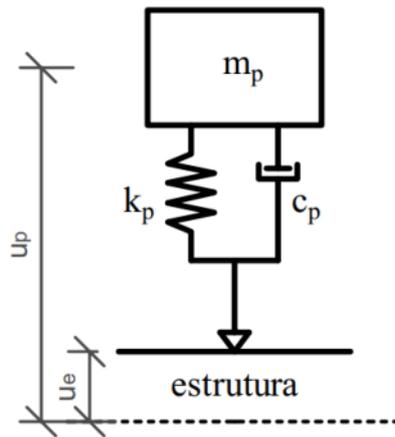
O ponto de partida para o desenvolvimento das equações de interação entre pessoa e estrutura se dá por meio da equação de movimento de um modelo genérico de 1 GL (Equação 3.8), parametrizada consoante as propriedades dos elementos envolvidos. Assim, tem-se:

$$m_p \ddot{u}_p + c_p [\dot{u}_p - (\dot{u}_e + \dot{u}_{int})] + k_p [u_p - (u_e + u_{int})] = 0 \quad (3.29)$$

onde m_p , c_p e k_p correspondem, respectivamente, à massa, amortecimento e rigidez da pessoa; enquanto que \ddot{u}_p , \dot{u}_p e u_p equivalem à aceleração, velocidade e deslocamento da mesma. De maneira análoga, os parâmetros com sub-índices e e int dizem respeito às mesmas grandezas, porém em relação à estrutura e à função de interação, respectivamente.

A Figura 13 ilustra o modelo biodinâmico com um grau de liberdade proposto, além de explicitar alguns dos parâmetros considerados na formulação. A consideração da função de interação entre calcanhar e no piso, promove o surgimento de uma força que pode ser definida segundo a Equação 3.30.

Figura 13 – Modelo biodinâmico proposto.



Fonte: autor.

$$f_{int} = c_p \dot{u}_{int} + k_p u_{int} \quad (3.30)$$

É por meio da força supracitada que se dá a consideração do impacto do calcanhar. Arbitra-se, à superfície, uma elevação e velocidade fictícias, de modo a simular o efeito do contato através de ressaltos periódicos, tomados de acordo com a frequência do passo. Tais ressaltos tem por finalidade, induzir deslocamentos acentuados na massa, que não seriam observados sem a presença dos mesmos.

Substituindo a Equação 3.30 na Equação 3.29, obtém-se:

$$m_p \ddot{u}_p + c_p \dot{u}_p + k_p u_p - c_p \dot{u}_e - k_p u_e = f_{int} \quad (3.31)$$

Considerando que as forças que excitam o sistema em questão, são oriundas exclusivamente da interação entre pessoa e estrutura, levando em conta, é claro, a função de interação, tem-se:

$$F_e(x, t) = -m_p g - m_p \ddot{u}_p \quad (3.32)$$

Assim, isolando a parcela $m_p \ddot{u}_p$ na Equação 3.31 e substituindo na Equação 3.32: a equação de movimento da estrutura (Equação 3.9) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$M_e \ddot{u}_e + (C_e + C_p) \dot{u}_e + (K_e + K_p) u_e - C_p \dot{u}_p - K_p u_p = m_p g - f_{int} \quad (3.33)$$

Que na forma matricial (não expandida), pode ser expressa por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_e & 0 \\ 0 & m_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_e \\ \ddot{u}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_e + c_p & -c_p \\ -c_p & c_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_e \\ \dot{u}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_e + k_p & -k_p \\ -k_p & k_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_e \\ u_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_p g - f_{int} \\ f_{int} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

É evidente que, de modo geral, num trajeto sobre uma estrutura discretizada, dificilmente o ponto de aplicação do carregamento será coincidente com um nó da malha implementada. Surge então a necessidade de distribuir a carga para os nós adjacentes, de modo a permitir o acoplamento matricial, conforme exposto nas equações da presente seção.

Quanto ao acoplamento das cargas à estrutura: a Equação 3.35, deduzida conforme Apêndice B, tem por objetivo calcular os coeficientes de repartição da carga para os quatro nós mais próximos do local de contato.

$$q_i = \begin{cases} 1 - \frac{3 \cdot d_i}{\sum_{i=1}^4 d_i} & \text{se } \frac{3 \cdot d_i}{\sum_{i=1}^4 d_i} < 1 \\ 0 & \text{se } \frac{3 \cdot d_i}{\sum_{i=1}^4 d_i} \geq 1 \end{cases} \quad (3.35)$$

onde q_i corresponde ao coeficiente de repartição de carga do i -ésimo nó e d_i representa a distância do ponto de aplicação ao i -ésimo nó.

Por conta da consideração tomada no Apêndice B, a fim de evitar coeficientes negativos, a Equação 3.35 não admite valores inferiores a zero. Por conseguinte, é possível que a soma das parcelas q_i retornem um valor superior a um. Para contornar tal problema, tem-se:

$$q'_i = \frac{q_i}{\sum_{i=1}^4 q_i} \quad (3.36)$$

onde q'_i corresponde ao coeficiente de repartição de carga ajustado do i -ésimo nó.

4 Estudo de Caso

4.1 Descrição da estrutura

A estrutura utilizada para análise e validação do presente trabalho, consiste em uma edificação de natureza comercial, localizada no Centro de Aracaju/SE. A obra, na época em que as medições foram realizadas, apresentava excessiva vibração induzida pelo caminhar. A área de estudo é formada por um espaço dedicado ao preparo de refeições (Figura 14), localizado no pavimento imediatamente superior ao térreo.

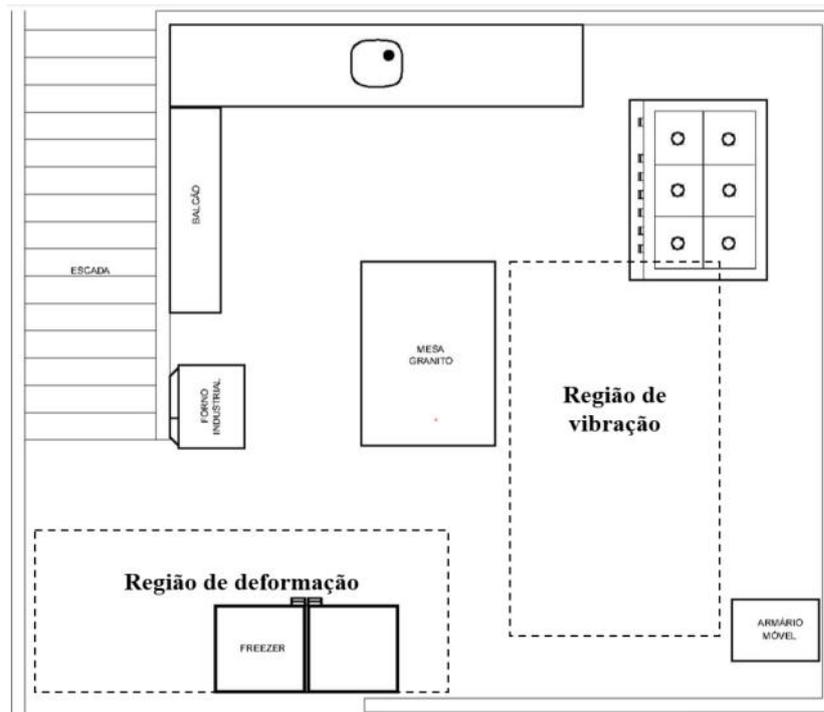
Figura 14 – Área de estudo com equipamentos e móveis.



Fonte: Lima et al. (2019).

Duas regiões foram destacadas: a primeira por apresentar deformações consideráveis, capazes inclusive de acumular água (impedindo o fluxo na direção adequada); e a segunda por corresponder a área de maior desconforto decorrente das oscilações induzidas pelo caminhar. Ambos espaços estão ilustrados na Figura 15.

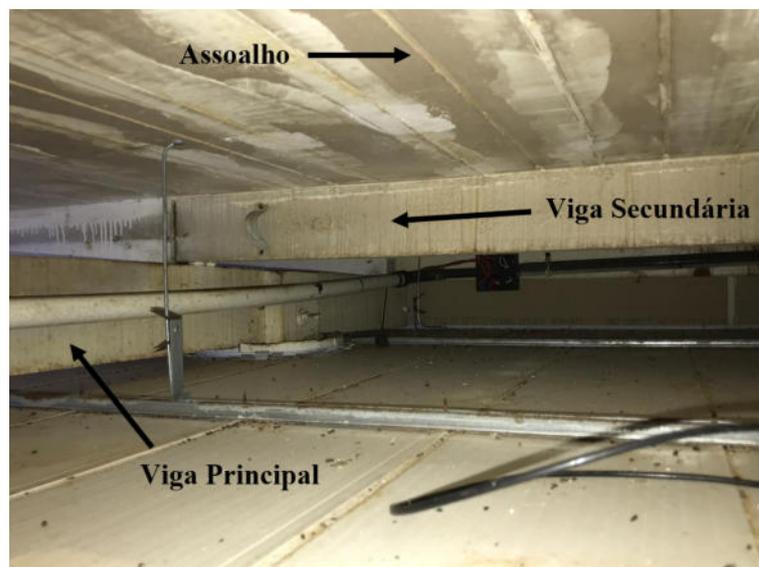
Figura 15 – Planta baixa do pavimento superior (sem cotas), com disposição dos móveis.



Fonte: Lima et al. (2019), adaptado.

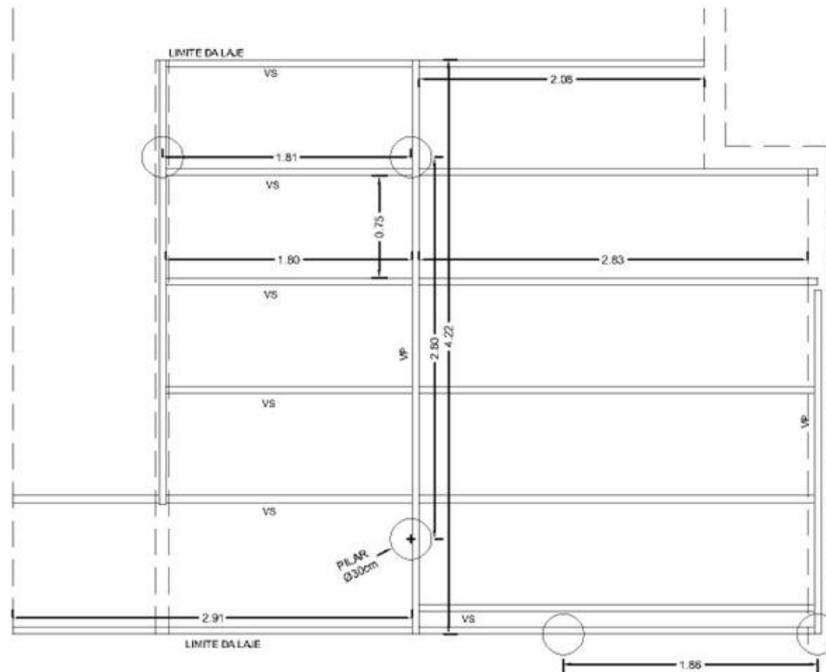
A estrutura é composta, predominantemente, por madeira: as vigas principais, de seção 5x13cm, apoiam às secundárias, cuja seção é de 5x11cm; sobre as quais se apoiam as tábuas do assoalho, com 11,5x2cm. A Figura 16 apresenta a disposição dos elementos estruturais, enquanto a Figura 17 contempla o layout estrutural da área de estudo.

Figura 16 – Componentes estruturais da área de estudo.



Fonte: Lima et al. (2019), adaptado.

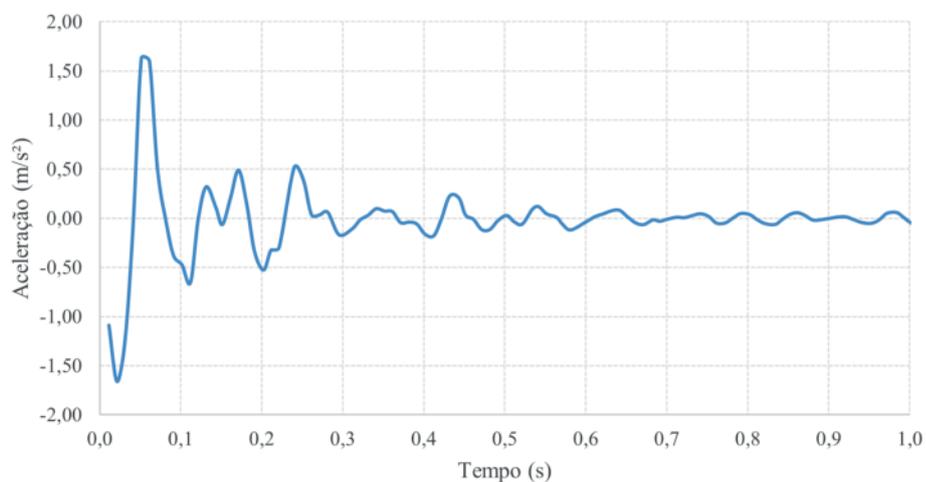
Figura 17 – Layout estrutural contendo a locação das vigas de madeira e colunas.



Fonte: Lima et al. (2019).

A Figura 18 apresenta um recorte da resposta dinâmica da estrutura, em termos de aceleração, quando sujeita a impacto¹, onde observa-se acentuado decréscimo das amplitudes, inferindo alto amortecimento. Também foram medidas as acelerações resultantes do caminhar de uma pessoa na região de estudo, com frequência de passo de aproximadamente 2 Hz (Figura 19). O trajeto foi tomado de modo a contemplar a área de maior incidência de vibrações.

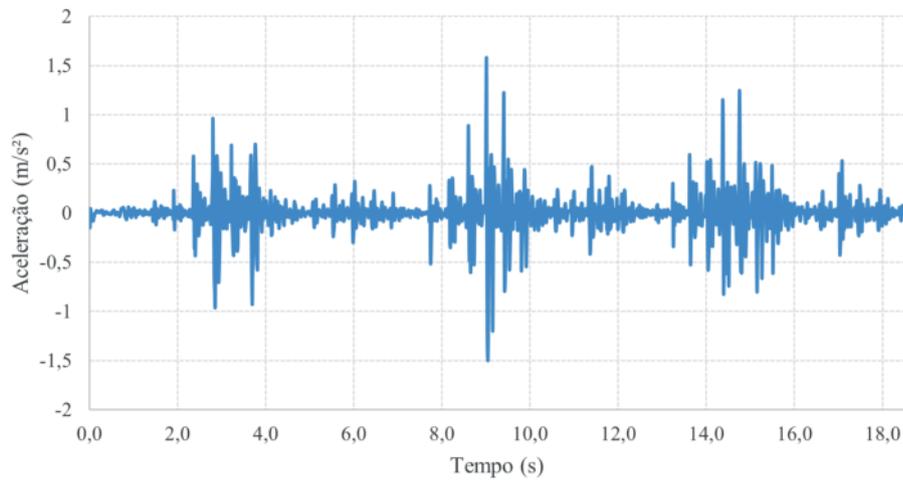
Figura 18 – Resposta dinâmica de aceleração para impacto isolado.



Fonte: autor.

¹ Provocado através do choque do calcanhar humano com o assoalho.

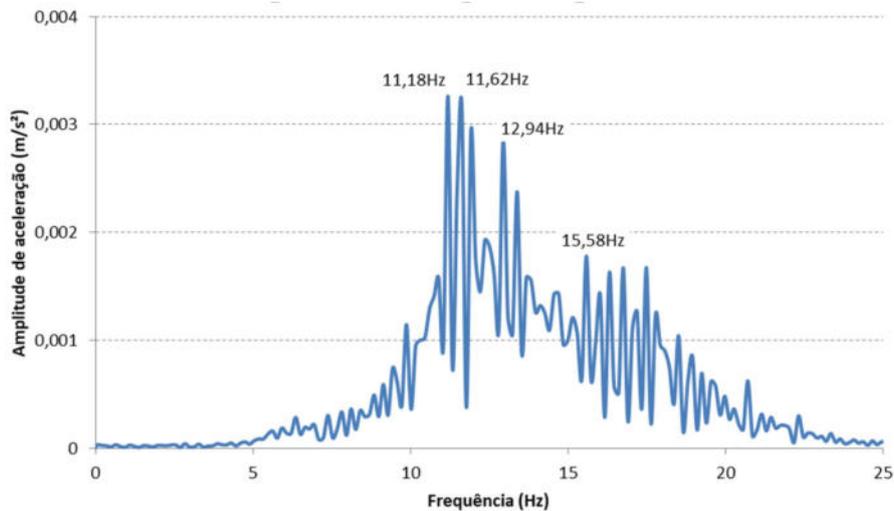
Figura 19 – Resposta dinâmica de aceleração para o caminhar.



Fonte: autor.

Em posse de sinais de resposta da estrutura quando sujeita a sucessivos impactos, torna-se possível a obtenção de parâmetros cruciais para análise dinâmica: as frequências naturais e taxa de amortecimento. A Figura 20 contempla os valores obtidos mediante análise dos resultados no domínio da frequência, realizada por Lima, Oliveira e Santos (2021). Quanto à taxa de amortecimento, responsável pela atenuação dos impactos, foi encontrado um valor de 27,7%.

Figura 20 – Frequências naturais da estrutura.



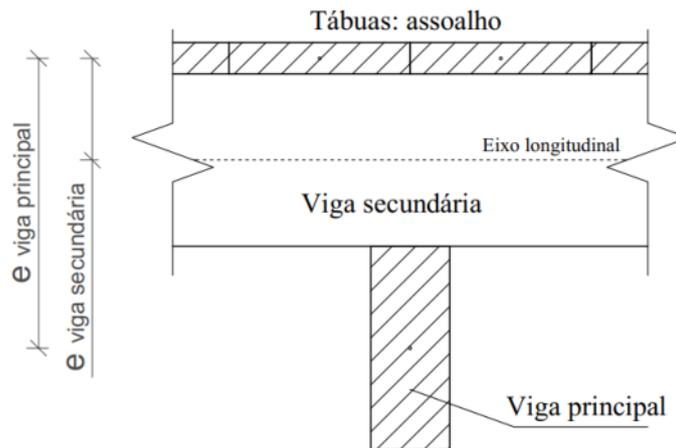
Fonte: Lima, Oliveira e Santos (2021).

4.2 Modelo computacional da estrutura

Conhecidos os parâmetros pertinentes a respeito da estrutura, dá-se início ao processo de discretização e modelagem computacional através do algoritmo tridimensional desenvolvido para o presente trabalho.

A estrutura em estudo foi discretizada por meio de elementos de barras: as vigas principais, secundárias e até mesmo as tábuas do assoalho foram incluídas no modelo computacional tridimensional, com respectivos parâmetros de material e geometria. Além disso, a fim de tornar o comportamento do modelo mais verossímil, foram computadas as excentricidades entre os elementos, conforme ilustrado na Figura 21.

Figura 21 – Excentricidades dos elementos estruturais.

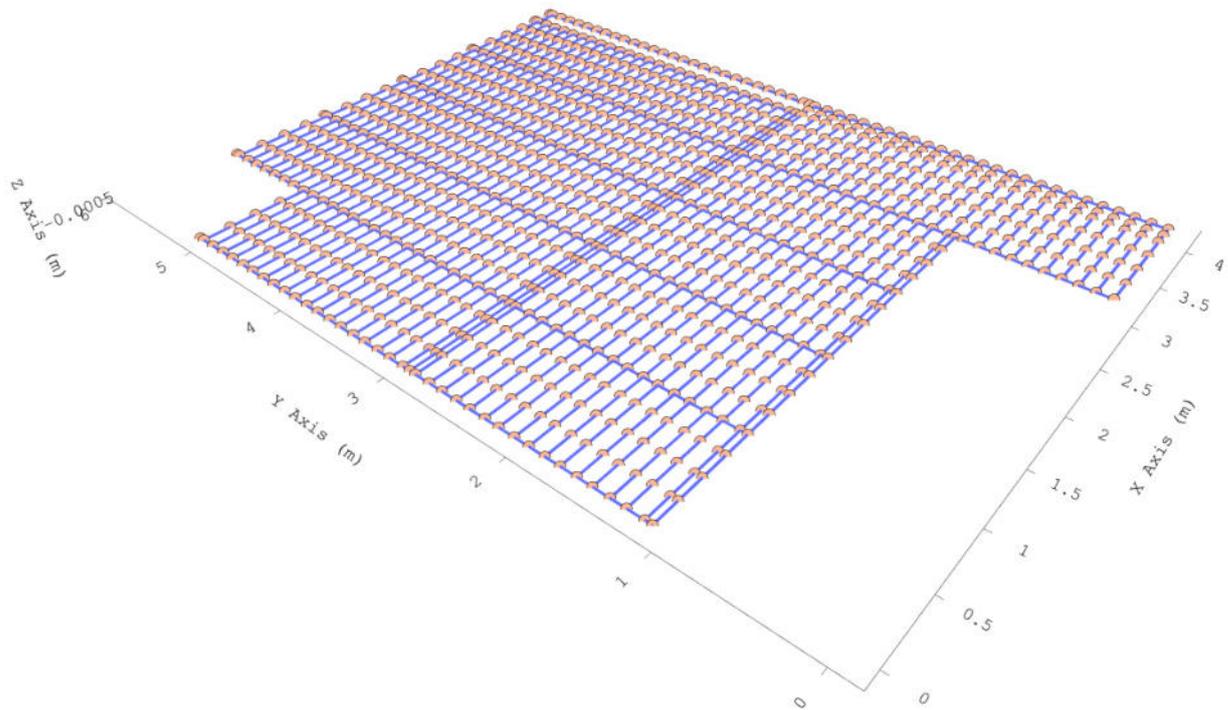


Fonte: autor.

Conforme explicitado na seção 4.1, a estrutura é predominantemente composta por madeira, todavia, o revestimento cerâmico foi assentado sobre uma camada de concreto, localizada imediatamente acima do assoalho. A consideração de tal camada no processo de discretização, se deu por meio do incremento na massa específica das tábuas do assoalho, de modo a desprezar a rigidez do concreto (visto que não foram obtidas informações a respeito do mesmo) mas considerar sua contribuição na matriz de massa global da estrutura.

O modelo final é composto por 1.028 nós e 1.244 elementos de barra, resultando em uma estrutura com 6.168 graus de liberdade; o que proporciona matrizes globais de 38.044.224 elementos. É válido destacar que os requisitos de processamento são ainda maiores em se tratando de análises dinâmicas, uma vez que os cálculos devem ser computados diversas vezes em razão da subdivisão do tempo em intervalos pequenos (conforme disposto na seção 3.4). A Figura 22 corresponde a estrutura discretizada no algoritmo implementado.

Figura 22 – Saída do algoritmo: estrutura discretizada.

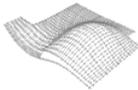
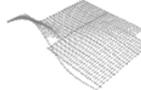
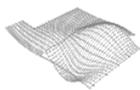
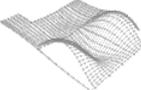


Fonte: autor.

4.3 Validação do modelo estrutural

A Tabela 1 contempla as frequências naturais obtidas mediante uso do algoritmo implementado, as formas modais dispostas e o erro relativo percentual entre resultados experimentais e numéricos. Os valores dispostos pelo algoritmo demonstram coerência com as medições realizadas na estrutura, dada a notória concordância entre os parâmetros, garantindo mais confiabilidade à saída do software.

Tabela 1 – Frequências naturais e formas modais do modelo.

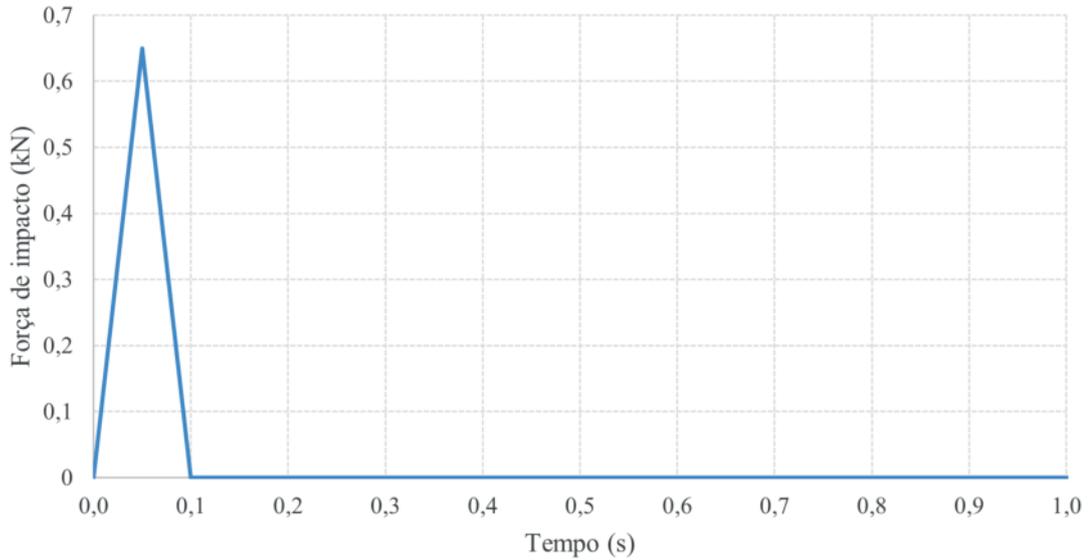
	1º Modo	2º Modo	3º Modo	4º Modo
Modo de Vibração				
Frequência experimental (Hz)	11,18	11,62	12,94	15,58
Frequência do modelo (Hz)	11,18	11,51	13,52	16,39
Erro percentual relativo (%)	0,00	0,95	4,48	5,20

Fonte: autor.

Por meio das medições experimentais realizadas, tornou-se possível a comparação do sinal de impacto único (Figura 18) com a saída do algoritmo quando empregado um carregamento

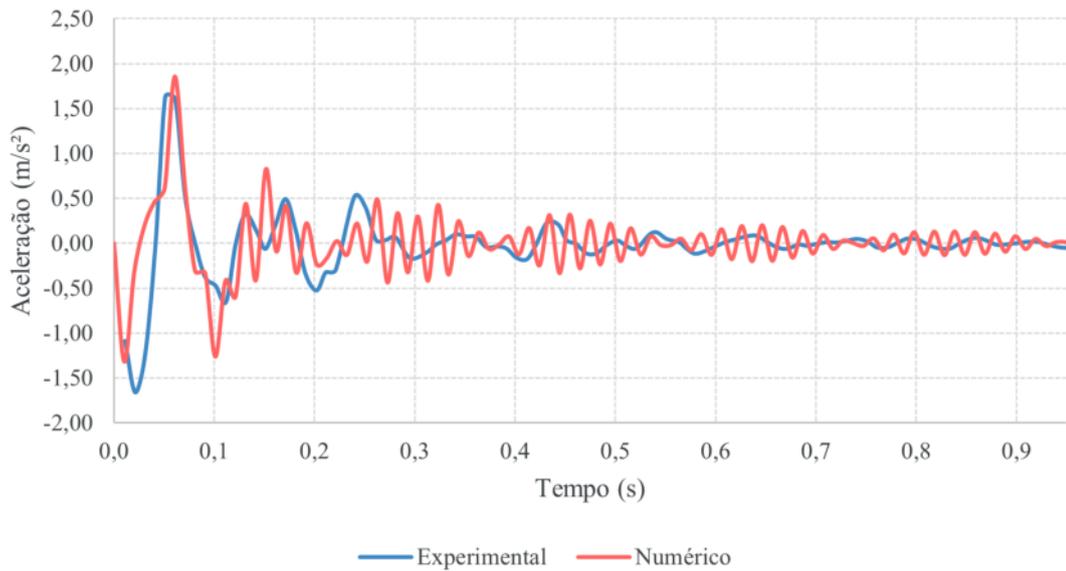
pontual abrupto (Figura 23), de modo a simular o efeito de contato do calcanhar com o piso. A Figura 24 evidencia a equivalência entre as amplitudes medidas e aquelas dispostas pelo programa, novamente conferindo fidedignidade ao mesmo.

Figura 23 – Força de impacto.



Fonte: autor.

Figura 24 – Comparação: impacto numérico e experimental.



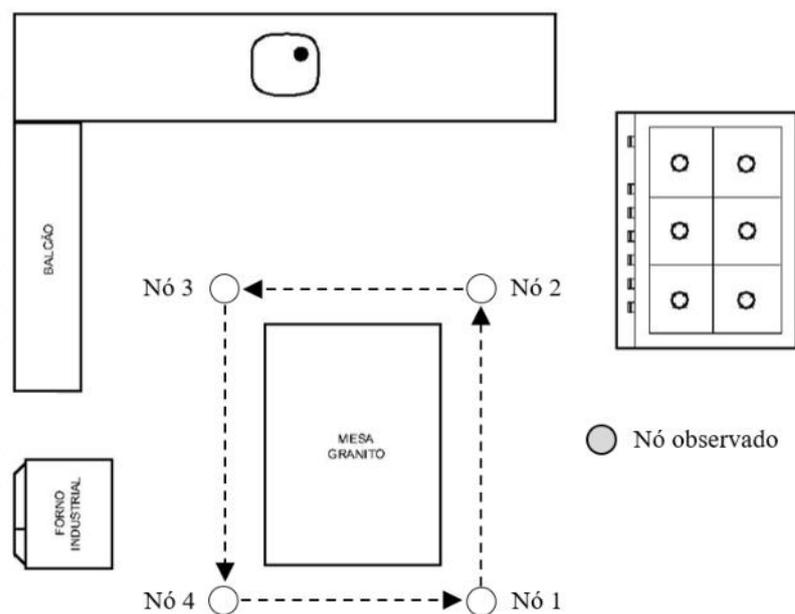
Fonte: autor.

4.4 Aplicação dos modelos de caminhar

4.4.1 Trajeto empregado

De modo a comparar com as medições experimentais previamente obtidas, os carregamentos implementados trafegam sobre a estrutura, em trajeto semelhante àquele realizado durante a obtenção dos resultados. Para tal, foram selecionados nós do modelo estrutural discretizado que compunham o perímetro da região de percurso (ao redor da mesa principal). A Figura 25 ilustra a posição dos nós mencionados bem como a do nó utilizado para monitoramento das respostas dinâmicas.

Figura 25 – Ilustração do trajeto.



Fonte: Lima et al. (2019), adaptado.

A Equação 4.1 deduzida consoante Apêndice B, permite a obtenção do vetor de deslocamento do modelo para o instante seguinte, desde que conhecida a posição do carregamento no instante atual e as coordenadas do próximo nó do percurso.

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \frac{(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_t)}{\|(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_t)\|} v \Delta t \quad (4.1)$$

onde $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ corresponde ao vetor deslocamento do carregamento, \mathbf{P}_n o vetor posição do nó subsequente, \mathbf{P}_t o vetor posição do carregamento no instante t e v a velocidade escalar da carga.

Quanto a velocidade de percurso, em decorrência da variação de tal grandeza, durante o levantamento dos dados experimentais, estipulou-se um valor médio, de modo a tornar os picos tão simultâneos quanto possível, apesar da já esperada defasagem entre os resultados e os valores medidos no local. A velocidade utilizada para ambos modelos de carregamento foi de $0,97m/s$.

4.4.2 Modelo desenvolvido por Varela

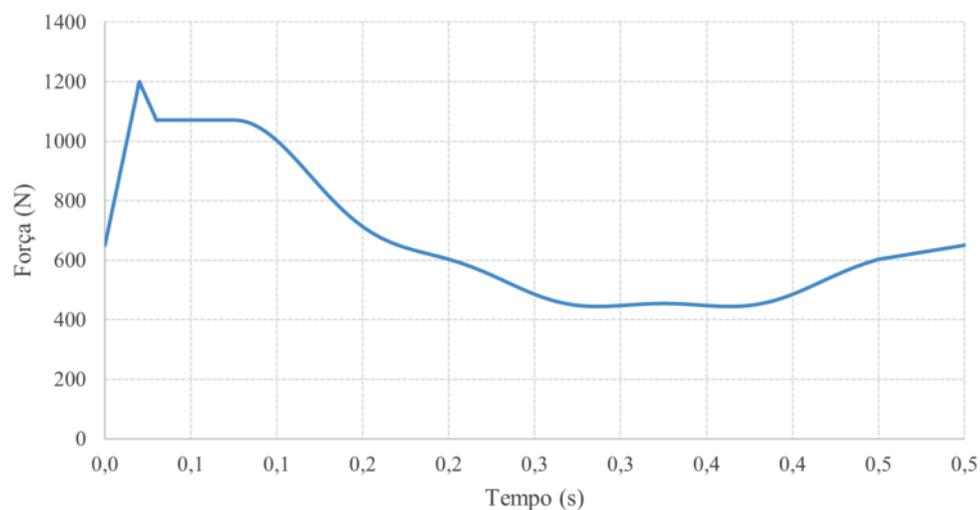
Para o carregamento móvel foram empregados parâmetros compatíveis com aqueles ligados às medições experimentais, por exemplo: o peso do indivíduo e a frequência do passo. Além disso, foram seguidas as orientações dispostas pelo autor do modelo, utilizando-se, assim, quatro harmônicos na determinação da função de carregamento. A Tabela 2 contempla os valores atribuídos, já a Figura 26 ilustra um ciclo da função mencionada.

Tabela 2 – Parâmetros do modelo proposto por Varela.

Parâmetro	Valor
Peso (kN)	0,65
Período do Passo (s)	0,50
Ângulo de fase 1º harmônico (rad)	0,00
Ângulo de fase 2º harmônico (rad)	1,57
Ângulo de fase 3º harmônico (rad)	3,14
Ângulo de fase 4º harmônico (rad)	4,71
Fator de majoração do impacto	1,12

Fonte: autor.

Figura 26 – Função de carregamento (Varela).



Fonte: autor.

4.4.3 Modelo biodinâmico proposto

A modelagem do sistema de 1GL depende dos parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do indivíduo, que embora apresentem demasiada variabilidade de um ser para outro, possuem intervalos de valores frequentemente encontrados. No presente trabalho, rigidez e amortecimento foram tomados de acordo com valores médios estipulados por Caprani et al.

(2011) apud Costa (2019, p. 19), enquanto a massa foi adotada de maneira compatível com a do usuário da estrutura durante as medições experimentais (conforme a subseção 4.4.2). A Tabela 3 contém as variáveis explicitadas.

Tabela 3 – Parâmetros do modelo de 1GL.

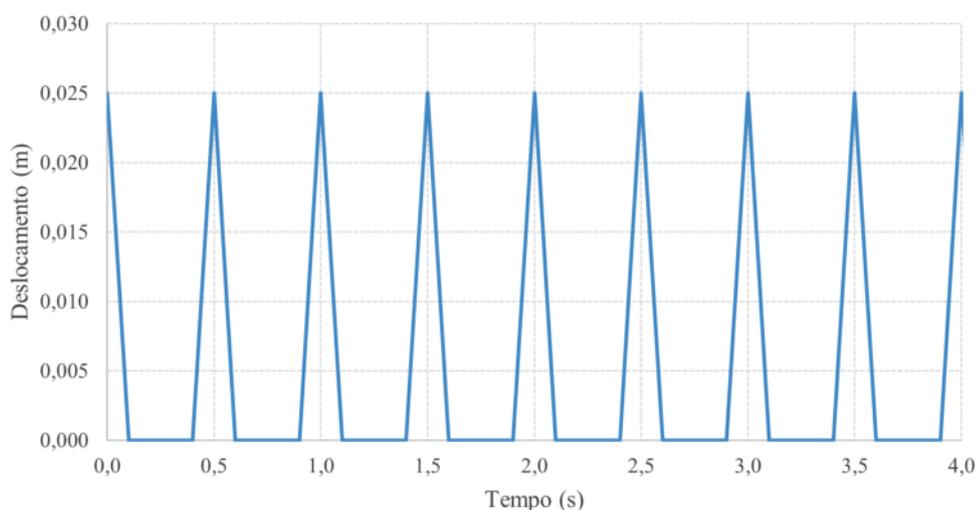
Parâmetro	Valor
Taxa de Amortecimento (%)	27,00
Rigidez (kN/m)	22,00
Massa (kg)	65,00

Fonte: Caprani et al. (2011) apud Costa (2019, p. 19).

Quanto à função de interação, os parâmetros pertinentes dizem respeito a deslocamento e velocidade da interface de contato entre calçado e piso. Ressalta-se que não é possível considerar tal deslocamento como equivalente à altura de queda do pé durante o caminhar humano — dado que tal consideração provocaria na estrutura uma reação semelhante à de saltar do indivíduo², transmitindo energia muito além daquela provocada pelo passo.

Em virtude da ausência de ensaios experimentais suficientes para parametrizar os valores necessários para a função de interação, e tendo em vista que o presente trabalho trata de uma proposta inicial para uma alternativa de modelo biodinâmico: o deslocamento e a velocidade foram arbitrados em $0,025m$ e $0,250m/s$ respectivamente. A Figura 27 ilustra a elevação utilizada para simular o efeito de impacto do calcanhar, bem como sua periodicidade conforme a frequência de passo do indivíduo. Já a Tabela 4 apresenta uma síntese dos parâmetros utilizados.

Figura 27 – Elevação fictícia considerada na função de interação.



Fonte: autor.

² Ainda mais contraintuitivo quando se considera a frequência de 2 Hz de tal ação, para o caso em questão.

Tabela 4 – Parâmetros da função de interação.

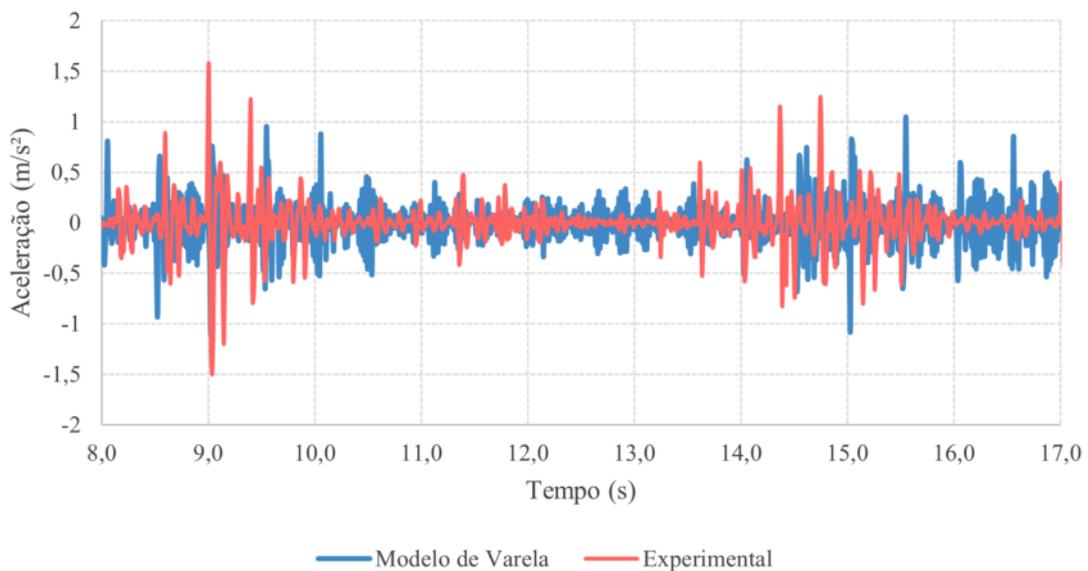
Parâmetro	Valor
Deslocamento (m)	0,025
Velocidade (m/s)	$\pm 0,250$
Frequência da Função de Interação (Hz)	2,000

Fonte: autor.

5 Resultados e discussões

Uma vez formulados ambos modelos de carregamento, dá-se início ao emprego dos mesmos no algoritmo implementado, de modo a comparar o desempenho dos resultados numéricos ante os experimentais. A Figura 28 contempla o comparativo dos valores de aceleração obtidos através do modelo proposto por Varela e as medições realizadas.

Figura 28 – Respostas dinâmicas de aceleração: numérica e experimental (modelo de Varela).

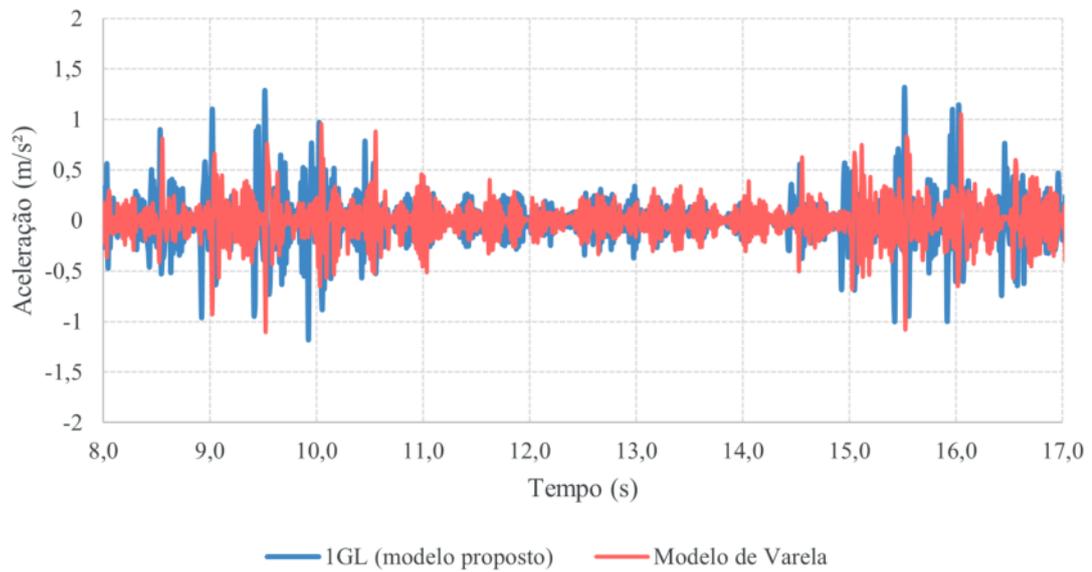


Fonte: autor.

Através da imagem comparativa, verifica-se uma pequena defasagem entre os picos medidos e os resultados numéricos, comportamento já esperado em decorrência da variação de velocidade do indivíduo durante as medições (conforme mencionado na subseção 4.4.1). Todavia observa-se uma aproximação (e recorrência) entre os picos de aceleração ao longo do trajeto tomado, ressaltando a coerência dos valores obtidos.

A Figura 29 compara as acelerações obtidas através do modelo de 1GL com aquelas provenientes do modelo de Varela. Torna-se evidente a concordância entre os resultados, haja vista a periodicidade dos picos e as amplitudes dos mesmos. Todavia ressalta-se que o modelo biodinâmico apresenta valores de aceleração superiores em relação ao carregamento em comparação – resultado do impacto induzido pela função de interação proposta.

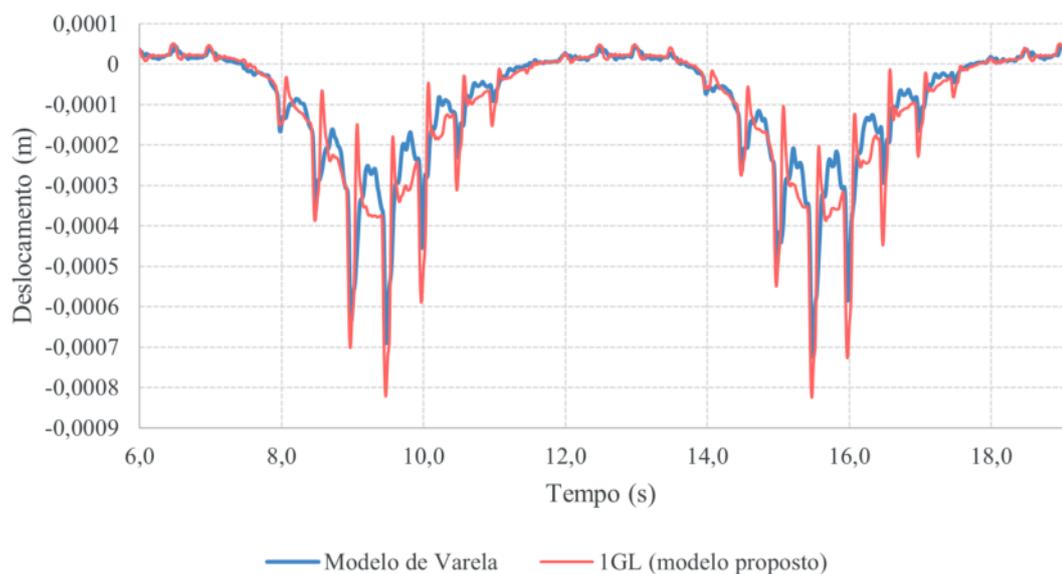
Figura 29 – Respostas dinâmicas de aceleração: modelo de 1GL e modelo de Varela.



Fonte: autor.

Em se tratando da função de interação, de modo a verificar se os valores arbitrados para os parâmetros de elevação e velocidade (subseção 4.4.3) apresentam coerência, comparam-se os deslocamentos provenientes do emprego do modelo de 1GL com aqueles dispostos pelo modelo proposto por Varela. A Figura 30 apresenta os gráficos de deflexão do nó observado ao longo do trajeto tomado.

Figura 30 – Verificação de compatibilidade entre deslocamentos.

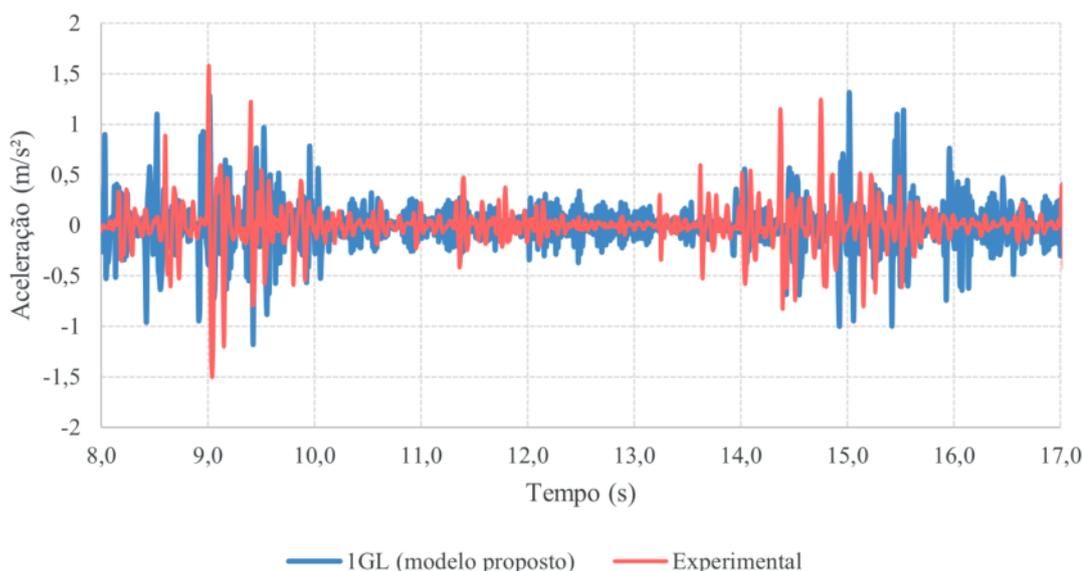


Fonte: autor.

A notória compatibilidade dos deslocamentos, obtidos através dos distintos modelos, evidencia a coerência dos parâmetros da função de interação. Apesar da ausência de medições experimentais, o gráfico da deflexão ao longo do tempo do modelo biodinâmico apresenta comportamento esperado. Os picos provenientes do impacto do calcanhar e as respostas imediatas – em razão da consideração de interação pessoa-estrutura, somente observadas mediante emprego do grau de liberdade associado – são notórias na figura.

A Figura 31 contempla as acelerações obtidas através do modelo de 1GL em comparação com os resultados experimentais. De maneira análoga àquela observada durante o emprego do carregamento móvel (modelo de Varela), os picos de aceleração aqui dispostos apresentam notória concordância em relação às medições realizadas, apesar da já explicitada defasagem entre os sinais.

Figura 31 – Respostas dinâmicas de aceleração: numérica e experimental (modelo biodinâmico).

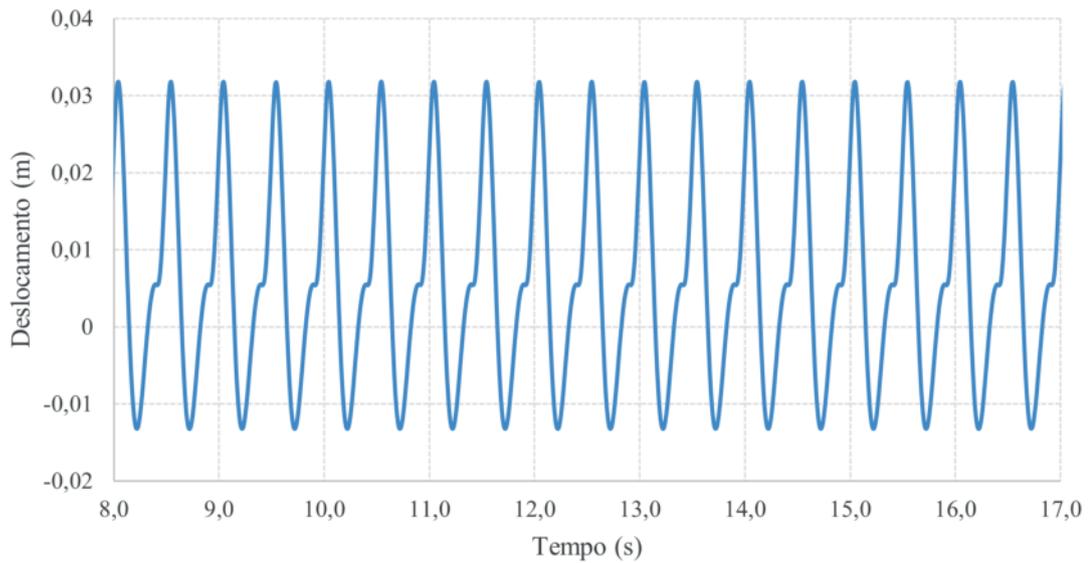


Fonte: autor.

Embora os resultados de ambos modelos sejam satisfatórios, é válido ressaltar que as acelerações obtidas através do modelo biodinâmico apresentam picos mais compatíveis com as medições experimentais, em relação à mesma comparação para a carga móvel (modelo de Varela). As amplitudes sobressalentes evidenciadas na Figura 29 aproximam-se mais das respostas medidas na estrutura.

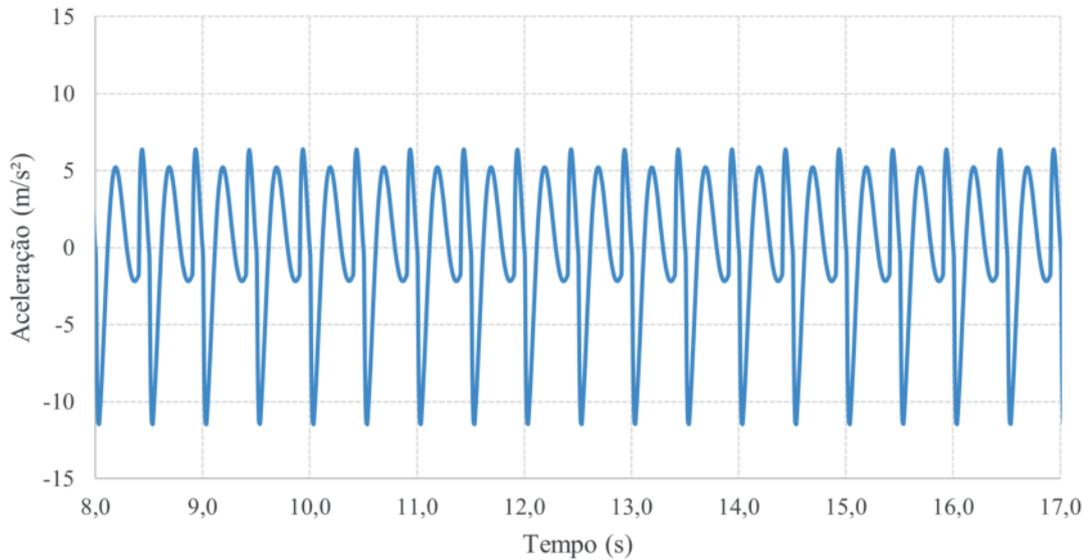
Quanto ao comportamento do grau de liberdade atribuído ao indivíduo, a Figura 32 apresenta os valores de deslocamento obtidos ao longo do trajeto tomado pelo modelo, enquanto a Figura 33 contempla as acelerações resultantes do mesmo percurso. Os gráficos supracitados evidenciam a periodicidade do impacto do calcanhar, induzindo deslocamentos significativos na massa (conforme objetivado na seção 3.6) e o já esperado elevado amortecimento, haja vista as altas taxas associadas ao corpo humano, dispostas na literatura.

Figura 32 – Resposta dinâmica de deslocamento do grau de liberdade associado.



Fonte: autor.

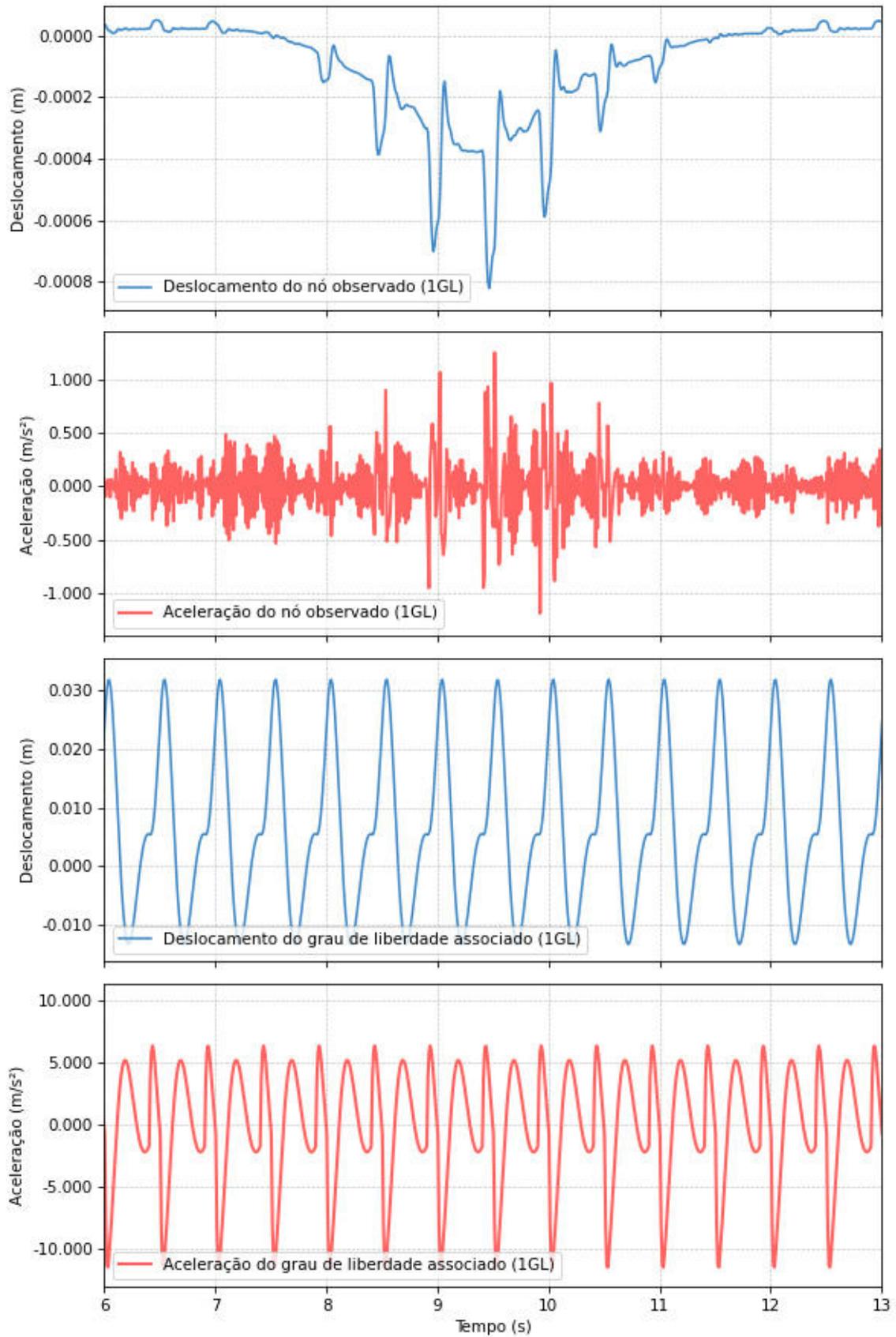
Figura 33 – Resposta dinâmica de aceleração do grau de liberdade associado.



Fonte: autor.

De modo a sintetizar os resultados do modelo biodinâmico empregado, a Figura 34 contempla os valores de aceleração e deslocamento no mesmo domínio do tempo, obtidos tanto para o nó observado como para o grau de liberdade associado, facilitando a análise do comportamento da estrutura e da pessoa ao longo do trajeto.

Figura 34 – Síntese de resultados do Modelo biodinâmico.



Fonte: autor.

6 Conclusões

Tendo em vista os resultados obtidos e a comparação com as medições experimentais realizadas ainda na etapa de validação (seção 4.3), o software desenvolvido, apesar de contemplar somente elementos de barra, mostrou-se capaz de simular o comportamento da estrutura de maneira coerente, considerando que as frequências naturais encontradas e a resposta ao impacto único foram satisfatoriamente acuradas. Tal coerência da saída do programa, agrega confiabilidade às respostas do modelo biodinâmico posteriormente implementado.

Ainda sobre a ferramenta, o sucesso no desenvolvimento da mesma, resulta num algoritmo apto a realizar outras simulações (para quaisquer estruturas discretizadas), além da análise através do emprego de demais modelos biodinâmicos e (ou) carregamentos móveis. Não se resumindo a obras sujeitas ao caminhar humano, visto que as funcionalidades do programa podem contemplar um amplo espectro da dinâmica estrutural.

Quanto à proposta do modelo biodinâmico de 1GL com emprego da função de interação:

- a) de modo geral, o modelo mostrou-se capaz de emular o caminhar humano de maneira satisfatória, uma vez que as acelerações obtidas, mediante emprego do mesmo, mostraram-se ainda mais acuradas com as medições experimentais que o modelo de carregamento móvel proposto por Varela;
- b) o gráfico de deslocamento ao longo do tempo, do nó observado, evidencia a interação entre pessoa-estrutura, contendo não somente o pico proveniente do impacto do calcanhar, como a resposta subsequente da estrutura ao súbito carregamento;
- c) os deslocamentos e acelerações do grau de liberdade associado comportaram-se de acordo com a expectativa, evidenciando tanto o impacto provocado pelo emprego da função de interação, como também o elevado amortecimento da massa do indivíduo.

No âmbito das perspectivas e sugestões de futuros trabalhos, baseando-se nos conteúdos abordados ao longo desta obra, destacam-se:

- a) a parametrização da função de interação, mediante realização de vastas medições com estruturas e indivíduos devidamente instrumentados;
- b) o emprego de um modelo biodinâmico com 2GL, preservando a consideração da função de interação pessoa-estrutura e precisando ainda mais os resultados, em virtude dos parâmetros ligados ao solado do calçado (associados ao segundo grau de liberdade);
- c) a análise comparativa entre resultados obtidos através do emprego do modelo de 1GL ou 2GL (inclusive função de interação) com modelos mais complexos de até 15GL (sem uso da função proposta), de modo a comparar a precisão das respostas ante

medições experimentais e ponderar o emprego de sistemas mecânicos que demandem tanto processamento.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7190*: Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 1997. Citado na página 11.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8800*: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008. Citado na página 11.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118*: Projeto de estruturas de concreto armado - procedimento. Rio de Janeiro, 2014. Citado na página 11.

BUTZ, C. et al. *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges*. [S.l.]: Publications Office, 2009. Citado na página 11.

COSTA, N. d. P. A. *Modelo Biodinâmico do Caminhar Humano Tendo em Vista a Interação Dinâmica Pessoa-Estrutura*. Tese (Doutorado) — COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 11, 13, 15 e 39.

COSTA, N. d. P. A. d. et al. Interação dinâmica pessoa-estrutura de passarelas em material compósito. Universidade Federal do Amazonas, 2013. Citado na página 16.

LIMA, R. V.; OLIVEIRA, M. C.; SANTOS, E. F. Redução de vibração em piso de madeira usando atenuador dinâmico tipo massa-mola. *Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira*, Florianópolis, Santa Catarina, n. 17, 2021. Citado na página 33.

LIMA, R. V. et al. *Avaliação estrutural do piso de madeira da panificação Casa do Pão*. Aracaju, Sergipe, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 30, 31, 32 e 37.

NIGAM, S. P.; MALIK, M. A Study on a Vibratory Model of a Human Body. *Journal of Biomechanical Engineering*, v. 109, n. 2, p. 148–153, 05 1987. ISSN 0148-0731. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.

VARELA, W. D. *Modelo teórico-experimental para análise de vibrações induzidas por pessoas caminhando sobre lajes de edifícios*. Tese (Doutorado) — COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2004. Citado 6 vezes nas páginas 12, 13, 14, 15, 26 e 27.

APÊNDICE A – Matrizes do elemento (referencial local)

A.1 Matriz de massa discreta do elemento

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix}
 \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{\rho LI_x}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL^3}{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL^3}{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho LI_x}{2} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL^3}{24} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL^3}{24}
 \end{bmatrix}$$

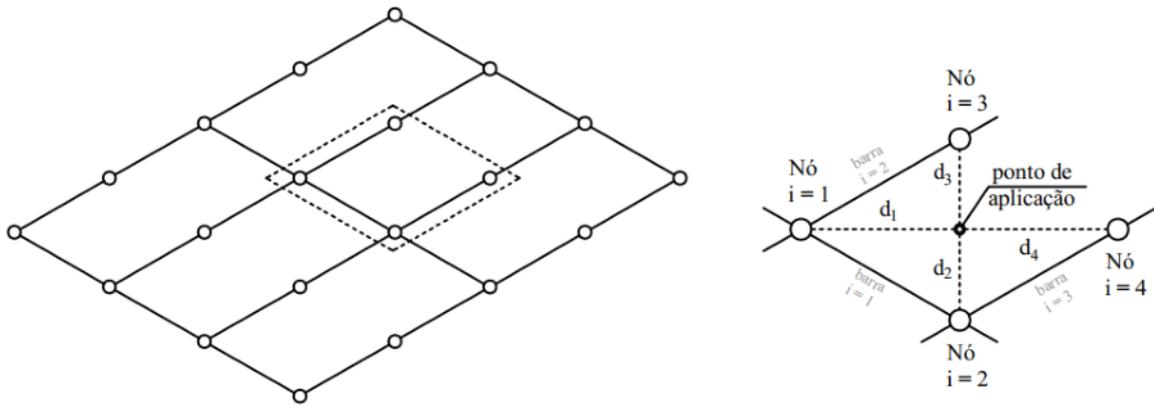
onde ρ corresponde a massa específica do material, A a área do elemento e L o comprimento do mesmo.

APÊNDICE B – Formulações adicionais

B.1 Repartição de carga

O acoplamento da pessoa à estrutura ocorre em até quatro nós e se dá mediante consideração de que os elementos possuem elevada rigidez, desprezando assim contribuições de momentos. As forças que atuam nos nós são ponderadas conforme a distância do ponto de aplicação do carregamento para os nós adjacentes num determinado instante. A Figura 35 ilustra alguns dos elementos a serem considerados.

Figura 35 – Repartição de carga.



Fonte: autor.

Seja K_i a variável definida como o fator de contribuição da distância d_i ¹ no somatório das distâncias entre o ponto de aplicação da carga e os quatro nós mais próximos.

$$K_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^4 d_i} \quad (\text{B.1})$$

É evidente que maior a distância do ponto de aplicação ao nó i , maior o fator de contribuição K_i . Todavia é intuitivo que menor tal distância, maior a transferência de carga para o nó em questão. Desse modo, o coeficiente de repartição de carga é tomado tendo como base o complementar do fator de contribuição (Equação B.2).

$$K_i^c = 1 - K_i \quad (\text{B.2})$$

¹ Tomada do ponto de aplicação da carga ao nó i

De modo a garantir que o somatório dos coeficientes de repartição de carga corresponda a unidade, emprega-se uma constante γ ao fator de contribuição da distância na Equação B.2. Desse modo:

$$q_i = 1 - \gamma K_i \quad (\text{B.3})$$

Substituindo a Equação B.1 na Equação B.3, e valendo-se da consideração do somatório unitário, obtém-se:

$$\sum_{i=1}^4 q_i = \sum_{i=1}^4 \left(1 - \gamma \frac{d_i}{\sum_{i=1}^4 d_i}\right) = 1 \quad (\text{B.4})$$

$$\therefore \gamma = 3$$

O emprego de γ é suficiente para garantir o somatório unitário dos coeficientes de repartição de carga. Todavia, a fim de evitar coeficientes negativos que provocariam súbita mudança no sentido de aplicação da carga, a equação empregada no presente trabalho não admite valores inferiores a zero (Equação B.5).

$$q_i = \begin{cases} 1 - \frac{3 \cdot d_i}{\sum_{i=1}^4 d_i} & \text{se } \frac{3 \cdot d_i}{\sum_{i=1}^4 d_i} < 1 \\ 0 & \text{se } \frac{3 \cdot d_i}{\sum_{i=1}^4 d_i} \geq 1 \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

onde q_i corresponde ao coeficiente de repartição de carga do i -ésimo nó e d_i representa a distância do ponto de aplicação ao i -ésimo nó.

B.2 Deslocamento do Modelo

Por definição, o vetor deslocamento é definido como a diferença entre o vetor posição final e inicial. Considere os vetores posição \mathbf{P}_n e \mathbf{P}_t , tomados a partir de um mesmo referencial, respectivamente correspondentes ao ponto de destino (fixo) e o ponto de origem no instante t . O vetor deslocamento unitário, entre os pontos em questão, é definido por:

$$\mathbf{R}_t = \frac{(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_t)}{\|(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_t)\|} \quad (\text{B.6})$$

O vetor deslocamento unitário \mathbf{R}_t é paralelo ao vetor velocidade do modelo no instante t , portanto, consoante definição, tem-se:

$$\mathbf{V}_t = k\mathbf{R}_t \quad (\text{B.7})$$

onde k representa o escalar genérico proveniente da consideração de paralelismo entre os vetores dispostos na Equação B.7.

Uma vez conhecido o módulo do vetor velocidade do modelo implementado para qualquer instante t – visto se tratar de uma variável de entrada do algoritmo – e tendo em mente que o vetor deslocamento \mathbf{R}_t é unitário, segue:

$$\|\mathbf{V}_t\| = v = k\|\mathbf{R}_t\| \quad (\text{B.8})$$

$$\therefore k = v$$

onde v corresponde ao módulo do vetor velocidade do modelo.

O vetor velocidade do modelo pode ser definido como a razão entre o vetor deslocamento do modelo e o intervalo de tempo Δt percorrido. Deste modo:

$$\mathbf{V}_t = \frac{\mathbf{U}_{t+\Delta t}}{\Delta t} \quad (\text{B.9})$$

onde $\mathbf{U}_{t+\Delta t}$ corresponde ao vetor deslocamento do modelo e Δt o intervalo de tempo.

Substituindo a Equação B.6, Equação B.7 e Equação B.8 na Equação B.9 e isolando o vetor de deslocamento, tem-se:

$$\mathbf{U}_{t+\Delta t} = \frac{(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_t)}{\|(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_t)\|} v \Delta t \quad (\text{B.10})$$

Ressalta-se ainda que no instante de tempo subsequente $t + \Delta t$, o vetor posição do novo ponto de origem pode ser definido por:

$$\mathbf{P}_{t+\Delta t} = \mathbf{P}_t + \mathbf{U}_{t+\Delta t} \quad (\text{B.11})$$