



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**PEDRO HENRIQUE SIQUEIRA COSTA SANDES**

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO:  
DIFERENTES ALTERNATIVAS DE PROJETO**

**SÃO CRISTÓVÃO – SE  
Julho, 2022**

**PEDRO HENRIQUE SIQUEIRA COSTA SANDES**

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO:  
DIFERENTES ALTERNATIVAS DE PROJETO**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe para a obtenção do Grau de Engenheiro Civil, sob a orientação da Prof<sup>ª</sup> Nilma Fontes de Araújo Andrade

**SÃO CRISTÓVÃO – SE**  
**Julho, 2022**



ATA DE DEFESA

Pedro Henrique Siqueira Costa Sandes

**Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado:  
Diferentes Alternativas de Projeto**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe (UFS) como requisito para o título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: **07 de julho de 2022**

<b>Banca Examinadora</b>	<b>Nota</b>
Orientadora: Prof <sup>ª</sup> . Dra. Nilma Fontes de Araujo Andrade (UFS)	- 9,0
Examinador: Prof. Dr. Jorge Carvalho Costa (UFS)	- 9,0
Examinador: Prof. Dr. Emerson Figueiredo dos Santos	- 9,0
<b>Média Final:</b>	<b>9,0</b> (nove)

  
Prof<sup>ª</sup>. Dra. Nilma Fontes de Araujo Andrade (UFS)  
Orientadora

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, meu Criador e Senhor, que me capacitou e permitiu mais essa vitória em minha vida e que em todo tempo esteve me conduzindo para que eu estivesse onde estou hoje. Toda honra e glória sejam dadas ao Seu Nome.

A minha esposa Gabriele, pelo apoio incondicional e cuidado para comigo, sem os quais eu não seria capaz de me dedicar a este trabalho da maneira como fiz, e pela paciência em suportar muitas vezes a minha ausência enquanto me debruçava nos estudos. A você pertence o meu coração para todo o sempre, minha flor.

Aos meus pais Ana e Carlos, pelo incentivo aos estudos desde a tenra idade e pela confiança em enxergar em mim a capacidade de poder ir mais além; e ao meu irmão Lucas, pela parceria e privilégio de poder ter crescido ao lado de alguém que faz parte de muito de quem sou hoje.

A família da minha esposa: Rita, Genivaldo, Otávio e Rodrigo, vocês são presentes de Deus em minha vida, por isso desde já agradeço pelo carinho, acolhimento e respeito oferecidos a mim desde o início.

A minha orientadora professora Nilma Fontes, pela confiança e disponibilidade constante em atender às minhas dúvidas e questionamentos, e por ter acreditado junto comigo na realização deste trabalho.

Ao professor Emerson Figueiredo, pelas dicas e *insights* em sala de aula que me auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus colegas de curso, pelas aventuras e desventuras vividas nesses 5 anos de curso, que com certeza jamais me esquecerei, e pelo companheirismo e fraternidade que encontrei junto com vocês.

Ao Araras Aerodesign, pela oportunidade de desenvolver habilidades técnicas e sociais, pelas amizades geradas com tanta sinceridade e pela oportunidade de poder representar a minha universidade fora do Estado em uma competição oficial.

A CRU Campus, pela parceria e incentivo de viver uma fé cristã genuína onde quer que eu estivesse. Que Deus os abençoe grandemente, continuem sendo instrumentos de edificação na vida de outros cristãos e que o evangelho de Cristo alcance ainda mais vidas, amém.

A todos vocês, muitíssimo obrigado por terem feito parte da minha jornada enquanto estudante universitário.

## **RESUMO: PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO: DIFERENTES ALTERNATIVAS DE PROJETO**

Punção é um fenômeno que ocorre nos sistemas estruturais compostos apenas por lajes e pilares, mais conhecido como lajes lisas, no qual o pilar, devido a uma força concentrada em uma área relativamente pequena, perfura a laje, causando a sua ruptura. Este sistema estrutural possui diversas vantagens em relação a outros sistemas, contudo, o perigo que a punção representa a torna um problema deveras preocupante ao se realizar um projeto de laje lisa. Este trabalho, então, buscou compreender melhor o comportamento de uma laje lisa ao se verificar a sua resistência a punção, e como a alteração de alguns parâmetros interferem nessa resistência. Para isso, foram desenvolvidos 4 projetos, onde cada um representa uma alternativa de dimensionamento, e precisam ser verificados quanto à punção de acordo com os requisitos normativos da NBR 6118/2014 da ABNT. O PROJETO 1 trata-se de uma laje lisa dimensionada a partir do Método dos Pórticos Múltiplos, cuja armadura de flexão foi dimensionada, mas que falhou nas verificações de resistência à punção. Os projetos 2, 3 e 4 surgem como alternativas para que a mesma laje do PROJETO 1 tenha a sua aplicação viabilizada e aprovada pela referida Norma Brasileira. O PROJETO 2 alterou a espessura da laje do PROJETO 1, e com isso alterou também o carregamento considerado para dimensioná-la. O PROJETO 3 adotou como alternativa o uso de armadura de punção, para oferecer maior resistência à ligação laje-pilar. O PROJETO 4 fez uso de um “drop panel” na laje, para que com o aumento da espessura apenas na região da ligação laje-pilar, a laje fosse capaz de combater o efeito da punção. Dessa maneira, concluiu-se que os projetos alternativos foram verificados e aprovados, baseados nos critérios da NBR 6118/2014, e que demonstram como esse sistema apresenta uma gama de possibilidades para serem alternativas de soluções de projeto que atendam aos critérios normativos exigidos.

**Palavras-Chave:** Lajes lisas, Punção, *Drop Panel*, Pilar de Canto.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	11
1.1	OBJETIVO .....	13
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	13
2	LAJES LISAS .....	16
2.1	PUNÇÃO .....	17
2.2	PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR .....	19
2.2.1	RESISTÊNCIA DO CONCRETO À TRAÇÃO.....	19
2.2.2	TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO TRACIONADA.....	19
2.2.3	DIMENSÕES E GEOMETRIA DO PILAR.....	20
2.2.4	ALTURA ÚTIL DA LAJE .....	20
2.2.5	PRESENÇA DE ARMADURA DE PUNÇÃO .....	21
2.2.6	EFEITO DE ESCALA ou “SIZE EFFECT” .....	23
3	DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS .....	25
3.1	DADOS INICIAIS.....	25
3.2	MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS.....	25
3.3	CARREGAMENTOS .....	27
3.4	DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES POSITIVOS E NEGATIVOS NAS FAIXAS DA LAJE .....	28
3.5	CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO .....	30
3.6	VERIFICAÇÃO QUANTO À PUNÇÃO .....	32
3.6.1	CÁLCULO DAS TENSÕES RESISTENTES.....	33
3.6.2	CÁLCULO DAS TENSÕES SOLICITANTES .....	36
3.7	USO DE ÁBACOS OU “DROP PANEL” .....	42
3.8	ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO .....	45
4	METODOLOGIA DO TRABALHO .....	47

5	EXEMPLOS.....	51
5.1	PROJETO 1 – DIMENSIONAMENTO DA LAJE LISA E VERIFICAÇÃO QUANTO À PUNÇÃO: .....	51
5.1.1	DADOS INICIAIS .....	51
5.1.2	MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS .....	53
5.1.3	CARREGAMENTOS: .....	54
5.1.4	CÁLCULO DOS ESFORÇOS NO FTOOL .....	55
5.1.5	DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS PARA CADA FAIXA DA LAJE ..	57
5.1.6	CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO.....	60
5.1.7	VERIFICAÇÃO QUANTO À PUNÇÃO.....	62
5.2	PROJETO 2 – AUMENTO DA ALTURA DA LAJE .....	68
5.2.1	DADOS INICIAIS .....	69
5.2.2	MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS .....	69
5.2.3	CARREGAMENTOS: .....	69
5.2.4	CÁLCULO DOS ESFORÇOS NO FTOOL .....	70
5.2.5	DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS PARA CADA FAIXA DA LAJE ..	73
5.2.6	CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO.....	74
5.2.7	VERIFICAÇÃO QUANTO À PUNÇÃO.....	75
5.2.8	ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO .....	80
5.3	PROJETO 3 – APLICAÇÃO DA ARMADURA DE PUNÇÃO.....	82
5.3.1	DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA DE PUNÇÃO .....	82
5.3.2	VERIFICAÇÃO NO CONTORNO C' .....	84
5.3.3	VERIFICAÇÃO NO CONTORNO C'': .....	84
5.3.4	ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO .....	88
5.4	PROJETO 4 – APLICAÇÃO DE ÁBACO .....	90
5.4.1	DIMENSIONAMENTO DO ÁBACO .....	90
5.4.2	VERIFICAÇÃO NO CONTORNO C1' .....	92

5.4.3	ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO .....	95
6	CONCLUSÃO .....	97
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	98

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Vista em perspectiva de uma laje sem vigas .....	11
Figura 2: Colapso parcial da laje lisa do 4º pavimento do <i>Pipers Row Car Park</i> .....	12
Figura 3: Exemplo de uso de barras dobradas em lajes .....	14
Figura 4: Superfícies de ruptura devidas à punção em ligações laje-pilar em lajes lisas	18
Figura 5: Tipos de ruptura devido ao fenômeno da punção em lajes com armadura de punção .....	18
Figura 6: Armadura contra colapso progressivo .....	19
Figura 7: Lajes sem vigas com capitel e ábaco na ligação com o pilar .....	21
Figura 8: Tipos de armadura de punção para lajes lisas.....	22
Figura 9: Arranjos para distribuição das armaduras de punção .....	23
Figura 10: Exemplo de laje possível de ser dimensionada pelo Método dos Pórticos Múltiplos, devido ao alinhamento dos pilares .....	26
Figura 11: Exemplo da definição da largura de influência dos pórticos definidos para aplicação do Método dos Pórticos Múltiplos.....	26
Figura 12: Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos.....	28
Figura 13: Diagrama simplificado de tensões na viga de concreto sob flexão .....	30
Figura 14: Superfície crítica da laje .....	33
Figura 15: Perímetros críticos para pilares internos, de borda e de canto.....	33
Figura 16: Vista em corte da Altura útil ( $d$ ) da laje e seção para o cálculo da taxa de armadura $\rho$ .....	35
Figura 17: Exemplo de vista em planta da seção da laje a ser considerada para o cálculo da taxa de armadura .....	35
Figura 18: Situações de verificação de pilares de canto .....	36
Figura 19: Dimensões de $c_1$ e $c_2$ do pilar .....	38
Figura 20: Excentricidade do perímetro crítico reduzido para o contorno $C'$ , em pilares de canto .....	39
Figura 21: Disposição da armadura de punção em corte .....	42
Figura 22: Lajes cogumelo com capitel e ábaco na ligação com o pilar.....	42
Figura 23: Definição da altura útil no caso de ábaco ou capitel .....	43
Figura 24: Vista em planta do capitel e seus contornos $C_1'$ e $C_2'$ .....	43
Figura 25: Detalhamento do perímetro crítico em capitel intermediário.....	44

Figura 26: Armadura contra colapso progressivo .....	45
Figura 27: Fluxograma de etapas para dimensionamento da armadura de flexão da laje lisa analisada neste trabalho .....	47
Figura 28: Fluxograma das etapas de verificação da resistência à punção da laje analisada neste trabalho .....	48
Figura 29: Planta da laje lisa, analisada neste trabalho (unidades em cm) .....	51
Figura 30: Largura de influência $L_f$ da laje (unidade em cm).....	53
Figura 31: Divisão das faixas da laje .....	54
Figura 32: Pórtico plano da laje de estudo .....	56
Figura 33: Esforços no pórtico plano da laje de estudo (Unidades em kN e kNm).....	57
Figura 34: Porcentagens de distribuição dos momentos para cada faixa da laje .....	58
Figura 35: Seção da laje do PROJETO 1 para cálculo de $\rho$ .....	64
Figura 36: Pórtico plano da laje do PROJETO 2 com carregamento $Q_d$ .....	71
Figura 37: Esforços no pórtico plano da laje de estudo (unidades em kN e kNm).....	72
Figura 38: Seção da laje do PROJETO 2 para cálculo de $\rho$ (unidades em cm) .....	77
Figura 39: Vista em planta da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 2 .....	80
Figura 40: Vista em corte da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 2 .....	81
Figura 41: Disposição da armadura de punção da laje do PROJETO 3 (unidades em cm) .	82
Figura 42: Seção da laje do PROJETO 3 para cálculo de $\rho$ (unidades em cm) .....	85
Figura 43: Vista em planta da disposição armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 3 .....	89
Figura 44: Vista em corte da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 3 .....	89
Figura 45: Vista em planta do ábaco da laje do PROJETO 4 (unidades em cm) .....	91
Figura 46: Vista em corte do ábaco da laje do PROJETO 4 (unidades em cm) .....	91
Figura 47: Detalhe dos parâmetros de cálculo do perímetro crítico reduzido no ábaco do PROJETO 4.....	93
Figura 48: Vista em planta da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 4 .....	95
Figura 49: Vista em corte da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 4 .....	95

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores de $\rho_{min}$ para cada $f_{ck}$ .....	32
Tabela 2: Valores do coeficiente K.....	38
Tabela 3: Perímetros críticos reduzidos para pilares de canto .....	39
Tabela 4: Excentricidade dos perímetros críticos para pilares de canto .....	40
Tabela 5: Valores de $W_{p1}$ para pilares de canto .....	41
Tabela 6: Resumo dos esforços no pórtico plano da laje de estudo.....	57
Tabela 7: Resumo dos momentos distribuídos por metro de laje .....	60
Tabela 8: Valores da área de aço para cada momento por metro de laje .....	61
Tabela 9: Número de barras e espaçamento para cada momento fletor na laje .....	62
Tabela 10: Valores de $L_f$ e Larguras das faixas internas e externas no PROJETO 2 ....	69
Tabela 11: Resumo dos esforços no pórtico plano da laje do PROJETO 2.....	72
Tabela 12: Resumo dos momentos distribuídos por metro de laje .....	73
Tabela 13: Valores da área de aço para cada momento por metro de laje do PROJETO 2	74
Tabela 14: Número de barras e espaçamento para cada momento fletor na laje do PROJETO 2.....	75

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas;

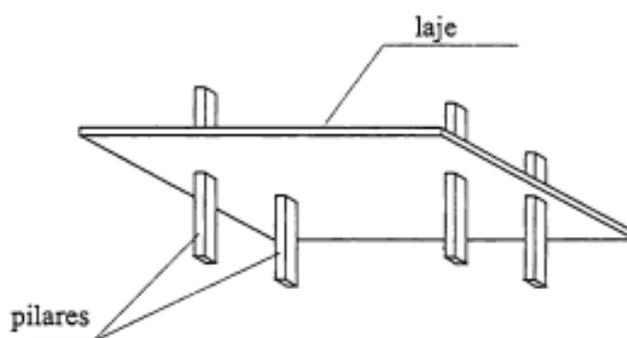
NBR – Norma Brasileira;

ELU – Estado Limite Último.

# 1 INTRODUÇÃO

A indústria da construção civil apresenta diversos modelos de sistema estrutural para edificações, sendo o mais usual aquele constituído por lajes que se apoiam em vigas que, por sua vez, se apoiam nos pilares. Dessa forma, as ações que atuam diretamente nas lajes, são transmitidas para as vigas, em seguida para os pilares e estes, finalmente, as transmitem às fundações. O sistema de lajes lisas, porém, elimina o uso de vigas para a distribuição do carregamento na estrutura, de modo que as lajes se apoiam diretamente sobre os pilares e devem estar rigidamente ligadas a eles (CARVALHO e PINHEIRO, 2009), como ilustrado na Figura 1.

Figura 1: Vista em perspectiva de uma laje sem vigas



Fonte: CARVALHO e PINHEIRO (2009)

Esse sistema de lajes sem vigas foi empregado pela primeira vez pelo engenheiro americano Claude A. P. Turner, em 1906, na construção do edifício C. A. Bovey Building, em Minneapolis, Minnesota, causando grande alvoroço entre os engenheiros da época, dos quais uns endossavam a iniciativa de Turner, enquanto outros a combatiam fortemente. Em 1908, na Rússia, o engenheiro A. F. Loylet construiu um edifício de 4 pavimentos utilizando esse mesmo sistema, para ser utilizado como depósito de produtos lácteos em Moscou. Na Europa, o primeiro exemplo de sua aplicação é creditado ao engenheiro Maillart, que construiu um edifício de lajes sem vigas em Zurique, no ano de 1910. A partir desses eventos, a construção de edifícios sem vigas se proliferou e começou a ser implementado em todo o mundo (CARVALHO e PINHEIRO, 2009), sendo bastante usual em países da América do Norte e Europa. No Brasil, o uso desse sistema também é comum, sendo aplicado especialmente em edifícios comerciais (SANTOS, 2018).

As lajes lisas proporcionam uma série de vantagens construtivas pelo fato de não possuírem vigas no seu projeto, como a simplificação das formas, da concretagem e das instalações prediais. Porém, as lajes lisas também apresentam desvantagens pela ausência de vigas, como:

maiores deslocamentos transversais na laje em comparação com lajes convencionais, instabilidade do edifício a ações laterais e o risco de ocorrer ruptura da laje por punção, que é o efeito do pilar perfurar a laje devido ao esforço normal concentrado do pilar em uma pequena área da laje, sendo que essa ruptura é abrupta e frágil, quando ocorre (CARVALHO e PINHEIRO, 2009).

Desde o início de sua aplicação, colapsos estruturais devido à punção em lajes lisas já ocorreram ao redor do mundo. Um dos casos de colapso estrutural ocorrido por causa de falha na resistência à punção ocorreu no edifício Pipers Row Car Park, em Wolverhampton, Inglaterra, em 20 de março de 1997, onde uma seção de 15 x 15 m da laje do 4º pavimento do estacionamento colapsou durante a madrugada (WOOD, 1997). A Figura 2 ilustra como ficou a laje do estacionamento após o colapso:

Figura 2: Colapso parcial da laje lisa do 4º pavimento do *Pipers Row Car Park*



Fonte: WOOD (1997)

Outros acidentes ainda mais recentes também ocorreram em Montreal, Canadá, em 2008 no caso do colapso parcial do estacionamento do edifício 135 Deguire Boulevard; em Christchurch, Nova Zelândia, em 2011, onde um pátio de estacionamento colapsou parcialmente após um terremoto; e em Krasnodar, Rússia, em 2013, onde ocorreu um colapso parcial da

estrutura da piscina do complexo desportivo do estádio Kuban (SANTOS, 2018). Pelo fato desses eventos trágicos serem bastantes recentes, é possível de se perceber a importância do estudo do fenômeno da punção para os dias atuais. Desta forma, esse presente trabalho buscou verificar o comportamento de lajes lisas por meio do uso de diferentes alternativas de projeto que atendam aos requisitos exigidos pela NBR 6118/2014 (ABNT, 2014).

## 1.1 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho engloba os seguintes quesitos:

- Analisar o comportamento de uma laje lisa, verificando se as tensões resistentes são maiores que as tensões solicitantes atuantes na laje, ao se alterar parâmetros de projeto, como a espessura da laje, a adoção de armadura de punção e adoção de ábaco ou “drop panel”;
- Verificar a viabilidade de uso desse tipo de sistema, em cada caso de projeto a ser apresentado.

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise das lajes lisas e suas peculiaridades é uma atividade que já foi realizada por professores e pesquisadores há bastante tempo. Em sua pesquisa sobre o comportamento de lajes lisas e da ligação laje-pilar, VANDERBILT (1972) percebeu que duplicar o reforço em aço da armadura de punção da laje apenas resulta em um pequeno acréscimo da resistência ao cisalhamento, o que demonstra que esses fatores não se comportam de forma linear. Portanto, o acréscimo indiscriminado de aço não é uma ação que se deve tomar, pois não garante que haverá um melhor desempenho estrutural.

Analisando as condições da punção assimétrica e das propriedades de lajes lisas com barras dobradas, que são armaduras dispostas de forma inclinada na região da ligação laje-pilar a fim de que as barras tracionadas também forneçam resistência ao puncionamento à ligação, conforme ilustradas na Figura 3, TASSINARI (2011) concluiu que seus ensaios laboratoriais em lajes desse tipo permitiram compreender melhor o quanto as barras levantadas contribuem para a resistência à punção, como também os mecanismos de ancoragem da armadura. O modelo experimental desenvolvido em seu estudo permitiu demonstrar o perfil de deformação das barras dobradas nas lajes ensaiadas, levando em conta a geometria das mesmas e o efeito das barras levantadas no critério de falha da laje.

Figura 3: Exemplo de uso de barras dobradas em lajes



Fonte: TASSINARI (2011)

Em seus estudos sobre os métodos de cálculo para dimensionamento de lajes à punção de várias normas, ALBUQUERQUE (2015) concluiu que o procedimento de cálculo da NBR 6118/2014 produz estimativas de capacidade de carga para lajes sem e com armadura de punção melhores quando se aplica o perímetro crítico reduzido, o que demonstra o peso que esse fator possui na determinação dos esforços resistentes. As médias das relações entre cargas últimas e cargas estimadas foi de 1,13 nas lajes sem armadura de punção; e 1,18 nas lajes com armadura de punção, sendo considerado pela autora como satisfatórios, porém nos ensaios experimentais a previsão da superfície de ruptura da NBR não foi tão precisa, pois houve divergências na superfície prevista em uma das lajes ensaiadas experimentalmente.

RABELLO (2010), em sua dissertação, comparou os critérios normativos da ACI 318/08 (Norma Americana), BS 8110/97 (Norma Britânica), EUROCODE e NBR 6118/2003, a versão anterior da atual NBR 6118/2014. Apesar de apresentar resultados baseados em normas que atualmente estão ultrapassadas, é válido notar que o autor concluiu que a Norma Brasileira apresenta procedimentos de cálculo que resultam em valores de resistência mais próximos da média dentre os valores obtidos pelas outras normas e relações tensão resistente e solicitante sempre próxima de 1, o que “pode significar um melhor aproveitamento da armadura transversal” (RABELLO, 2010). Como já visto no trabalho de ALBUQUERQUE (2015), a NBR 6118/2014 manteve esse nível de qualidade em seus critérios.

Em uma série de ensaios de ruptura de lajes, analisados para sua tese de doutorado, FERREIRA (2010) observou que na maioria das lajes, as superfícies de ruptura estavam bem

definidas, com poucos casos apresentando várias fissuras inclinadas ao longo da espessura da laje. As fissuras observadas eram íngremes, atravessando apenas a 1ª camada das armaduras de punção, o que levou o autor a acreditar que isso se deu pela elevada quantidade de armaduras de punção por camada nessas lajes, logo, com taxas de armadura menores por camada, a fissuração tende a ser menos inclinada, ultrapassando um maior número de camadas.

Uma investigação experimental feita por MARZOUK e HUSSEIN (1991) sobre o comportamento de lajes de concreto de alta resistência trouxe algumas percepções sobre os critérios normativos da Norma Americana. Os resultados dos testes foram publicados e concluíram que ao se utilizar a raiz quadrada da resistência do concreto, como a ACI 318/89 faz, se estaria superestimando a influência desse parâmetro, o que reduziria eventualmente as margens de segurança desta norma. Assumir que a resistência à punção é proporcional à raiz cúbica da resistência à compressão do concreto, segundo os autores, proporciona resultados mais consistentes quando comparados com os resultados experimentais.

Estudando sobre os efeitos do uso de pilares retangulares em lajes cogumelo, MOURO (2007) realizou uma série de ensaios experimentais buscando representar edifícios residenciais com lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares e então verificou como a punção ocorre sob diferentes dimensões de pilares retangulares. Foram realizados 8 ensaios de ruptura em lajes quadradas de 1,80 metros e 13 cm de espessura, e observou-se que à medida que o índice de retangularidade do pilar aumentava, a resistência à flexão e à punção diminuía, demonstrando assim a influência que as dimensões dos pilares exercem na capacidade de resistência da laje aos esforços nela submetidos.

## 2 LAJES LISAS

Os sistemas estruturais de lajes sem vigas podem ser do tipo lajes lisas ou lajes cogumelo. Ainda segundo CARVALHO e PINHEIRO (2009), o sistema estrutural em laje lisa apresenta certas vantagens e desvantagens. Seguem abaixo algumas delas:

- VANTAGENS:
  - Adaptabilidade a diversas formas ambientais, pois devido ao fato de apresentar tetos contínuos e sem interrupção, a laje lisa oferece mais liberdade na definição de espaços internos, facilitando a realização de modificações futuras e de reformas;
  - Simplificação da execução das fôrmas, pois apresenta menor consumo se comparado aos sistemas convencionais com vigas e são mais facilmente montadas e desmontadas;
  - Simplificação de concretagem, devido ao fato de existirem poucos recortes, o que vem a facilitar o acesso de vibradores a regiões que antes eram de difícil alcance do equipamento;
  - Simplificação das instalações prediais elétricas e hidráulicas, pois diminui a quantidade de curvas e a necessidade de contornar vigas ou perfurá-las.
  
- DESVANTAGENS:
  - A possibilidade de ocorrer o fenômeno da punção devido à ausência das vigas, além do mecanismo de ruptura por flexão;
  - Os deslocamentos transversais da laje (flechas), tanto no centro quanto nas bordas, são maiores do que os de lajes convencionais;
  - Diminuição da estabilidade do edifício às ações laterais, pois devido à ausência de vigas, não há a formação de pórticos de contraventamento.

## 2.1 PUNÇÃO

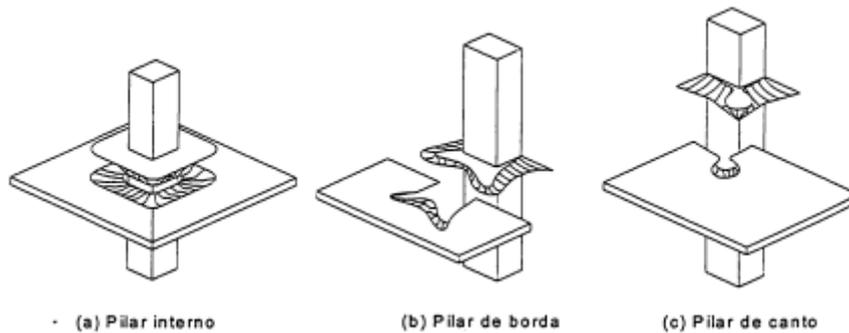
A ruptura por punção é caracterizada pela formação de fissuras inclinadas na laje ao redor de apoios ou cargas concentradas e a não observância de grandes deslocamentos na laje antes da ruptura, ou seja, a ruptura ocorre de forma repentina por ser do tipo frágil (SANTOS, 2018), por isso é importante que sejam utilizados meios para que os elementos da estrutura apresentem uma boa ductilidade para que então sofram deformações excessivas antes de alcançar sua resistência última. Segundo CARVALHO e PINHEIRO (2009), ensaios destrutivos realizados em pilares interiores e lajes carregadas simetricamente demonstraram que a superfície de ruptura nesses elementos possui forma de tronco de cone e tem inclinação entre 30° a 35° em relação ao plano médio da laje.

De acordo com TASSINARI (2011), é possível classificar a punção com base na simetria do carregamento da laje em relação ao pilar, da seguinte forma:

- Centrada: ocorre no caso do carregamento possuir dois planos de simetria cuja interseção coincide com o centro geométrico do pilar e não ocorre transferência de momento fletor ao pilar. Costuma ocorrer em pilares internos de pavimentos cujos vãos são iguais em todas as direções ou em pilares internos de pavimentos com vãos de medidas diferentes em cada direção, porém regulares como mostrado na Figura 4a;
- Excêntrica: ocorre para os casos onde a resultante do carregamento não coincide com o centro geométrico do pilar, logo ocorre transferência de momento fletor ao pilar. Pilares de borda, de canto e mesmo internos, quando há aberturas próximas à ligação laje-pilar ou os vãos são desiguais, se enquadram nessa categoria de exemplos onde pode ocorrer esse tipo de punção (Figuras 4b e 4c).

Para uma melhor visualização do efeito da punção, seguem abaixo alguns exemplos, com base no livro de CARVALHO e PINHEIRO (2009), das superfícies de ruína devido à punção para cada tipo de ligação laje-pilar:

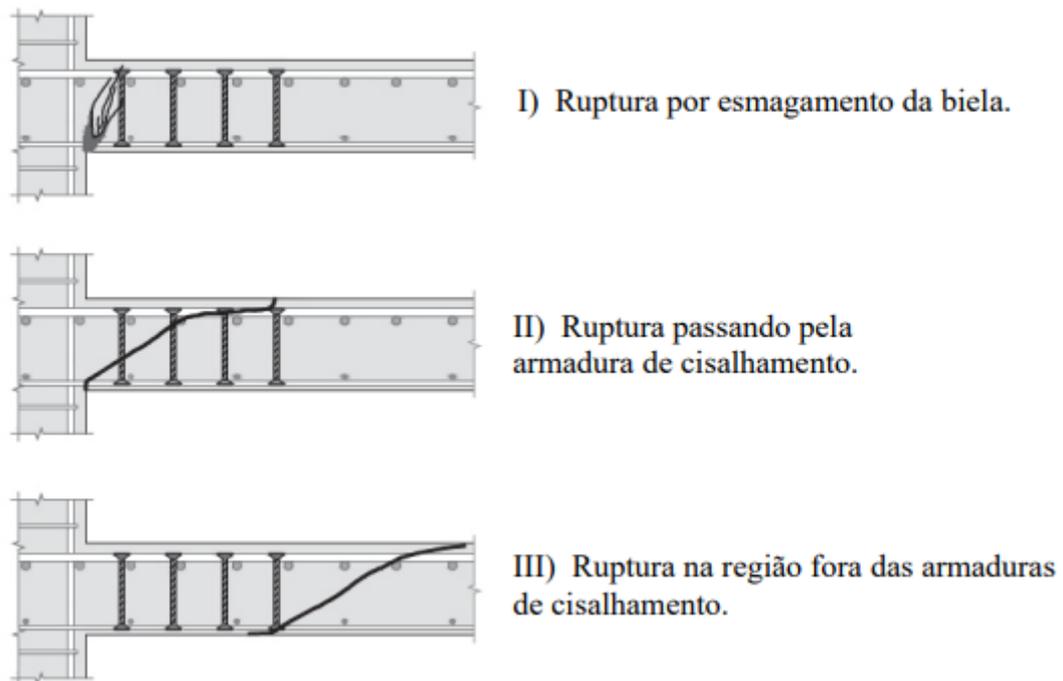
Figura 4: Superfícies de ruptura devidas à punção em ligações laje-pilar em lajes lisas



Fonte: CARVALHO e PINHEIRO (2009)

De acordo com FERREIRA (2010), a ruptura pode ocorrer de 3 modos diferentes, mesmo na presença da armadura de punção (Figura 5).

Figura 5: Tipos de ruptura devido ao fenômeno da punção em lajes com armadura de punção

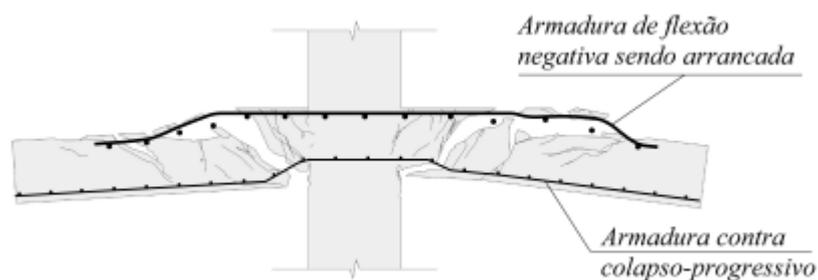


Fonte: FERREIRA (2010)

Diversos autores têm se debruçado em pesquisar e estudar mais o fenômeno da punção, pois além de provocar uma ruptura repentina, a mesma também pode desencadear a ruína total da estrutura por meio do colapso progressivo (NETO, 2013). Segundo SANTOS (2018), após a ruptura por punção ocorre uma redistribuição dos esforços para as outras ligações laje-pilar que, caso não suportem esse acréscimo de tensão, podem vir a romper também, sendo esse

sequenciamento denominado colapso progressivo. Uma maneira de evitar esse colapso é oferecendo uma resistência pós-puncionamento por meio de uma armadura específica disposta longitudinalmente na parte inferior da laje, interceptando o pilar, sendo essa armadura prevista pela NBR 6118/2014, como ilustrada na figura abaixo.

Figura 6: Armadura contra colapso progressivo



Fonte: SANTOS (2018)

## 2.2 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR

Existe uma série de fatores que devem ser levados em conta ao determinar a resistência à punção de uma ligação laje-pilar. O estudo e análise desses parâmetros é de suma importância, afinal conhecer o quanto cada fator influencia e impacta o projeto, tanto permite um melhor desenvolvimento do mesmo como permite uma tomada de decisões mais consciente.

### 2.2.1 RESISTÊNCIA DO CONCRETO À TRAÇÃO

De acordo com LEDO (2016), a resistência do concreto à tração é fundamental para se combater a ruptura por punção, por isso é necessário estimar a resistência à tração do concreto a partir da resistência à compressão do mesmo. Com esse objetivo em mente, muitos pesquisadores buscaram estabelecer uma correlação entre a resistência ao cisalhamento da ligação laje-pilar com a resistência à compressão do concreto utilizado, como por exemplo MARZOUK e HUSSEIN (1991) que através de experimentos perceberam que com o aumento da resistência à compressão ocorria também um aumento da resistência à punção, porém com essa variando a uma taxa inferior à raiz quadrada da resistência à compressão.

### 2.2.2 TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO TRACIONADA

A definição da taxa de armadura de flexão tracionada é a razão entre a área de armadura de flexão tracionada pela área de concreto da seção transversal. Segundo RABELLO (2010), a taxa de armadura é um fator importante devido a sua influência sobre o efeito de pino da

armadura longitudinal de tração após a fissuração da borda tracionada da peça e sobre a manutenção do engrenamento dos agregados. Um dos efeitos buscados pelo aumento da taxa de armadura é a menor incidência de fissuras, o que já oferece uma proteção contra a perda de resistência ao cisalhamento do concreto.

### 2.2.3 DIMENSÕES E GEOMETRIA DO PILAR

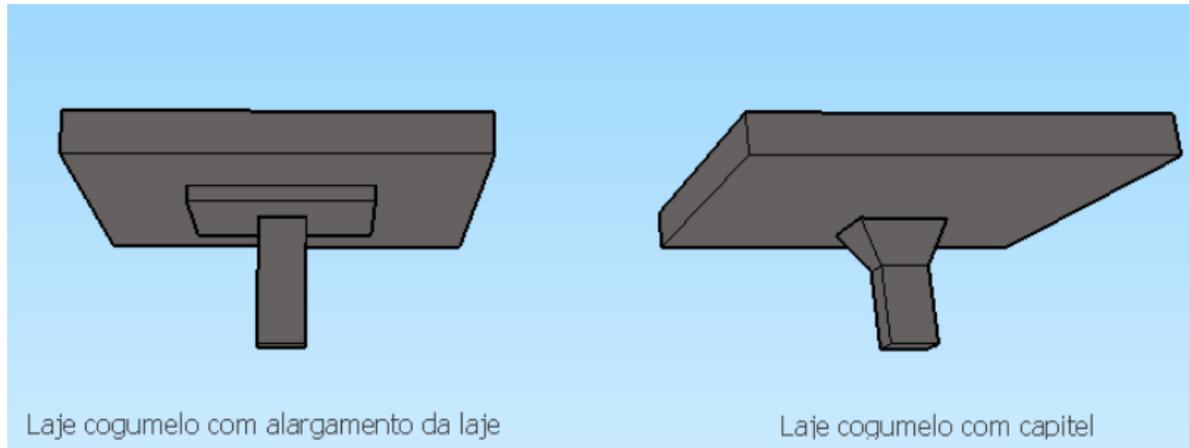
Devido ao fato de as dimensões e a geometria da seção transversal do pilar definirem o fluxo de tensões na região da ligação laje-pilar, estes parâmetros também irão afetar a resistência à punção. É uma propriedade fácil de se observar e perceber que, quanto maior a seção do pilar, menor será a tensão ali desenvolvida, o que permite uma maior capacidade de carga da ligação laje-pilar. É comum para o sistema de lajes lisas o uso de capitéis pois visam justamente atender a essa condição de arrefecer a transferência de esforços entre a laje e o pilar.

De acordo com VANDERBILT (1972), pilares com seção transversal quadrada apresentam menor resistência ao cisalhamento do que os pilares com seção circular devido à concentração de tensões nos vértices dos pilares quadrados.

### 2.2.4 ALTURA ÚTIL DA LAJE

Segundo RABELO (2010), o aumento da espessura da laje auxilia a combater a punção, pois com uma espessura maior, a laje possui maior capacidade de resistência aos esforços cortantes na ligação laje-pilar. A modificação da altura útil para toda a laje provoca mudanças nas ações permanentes, que resulta em alterações das tensões solicitantes, o que pode acabar não sendo uma opção viável economicamente nem tecnicamente, a depender do caso. Caso se opte pelo uso de capitéis e/ou “drop panels” (ábacos) como ilustrado na Figura 7, para engrossar a laje apenas na região da ligação com o pilar, esta pode também vir a ser uma situação inconveniente pois dessa maneira se perde as características de um teto liso e a estética no tocante a aspectos arquitetônicos.

Figura 7: Lajes sem vigas com capitel e ábaco na ligação com o pilar



Fonte: ALVES (2017)

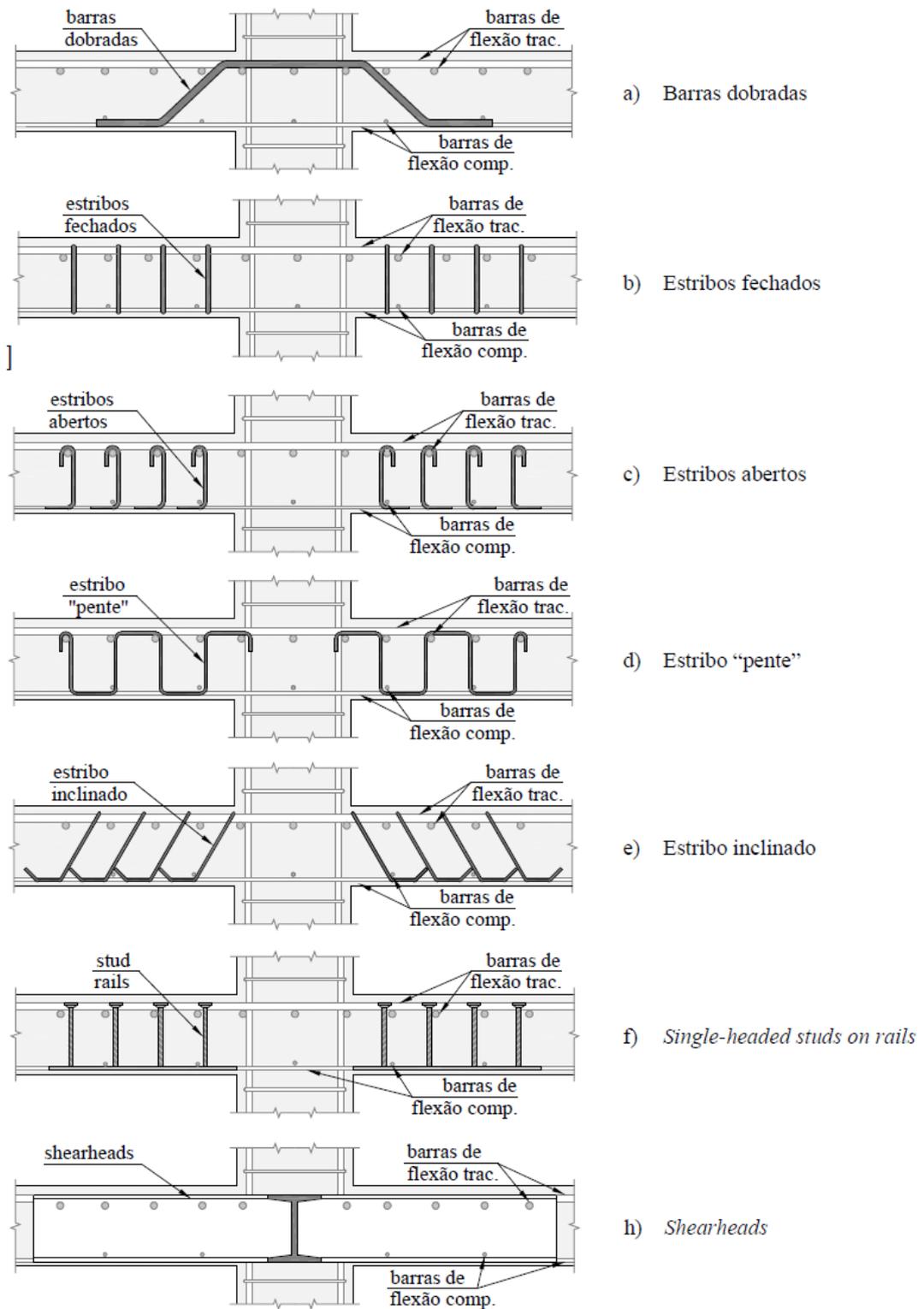
### 2.2.5 PRESENÇA DE ARMADURA DE PUNÇÃO

De acordo com RABELO (2010), armaduras de punção são aquelas que permitem o uso de espessuras mais delgadas da laje sem que haja necessidade do uso de capitéis ou ábacos. É uma solução que busca manter as principais vantagens do uso de lajes sem viga. Os efeitos do uso da armadura de punção são principalmente o aumento da ductilidade da ligação laje-pilar e da sua resistência ao cisalhamento, o que vai proporcionar que a ruptura não ocorra mais de forma frágil e repentina, sendo então um fator que colabora com a segurança da estrutura.

Existem diversos tipos de armaduras de punção, que ao longo do tempo foram testadas a fim de se avaliar sua eficiência técnica e construtiva (FERREIRA, 2010). As primeiras armaduras a serem utilizadas foram as barras dobradas, as mesmas analisadas por TASSINARI (2011) em sua dissertação, que conseguem ser eficientes no combate à punção, porém demandam maior cuidado para que se evite a ocorrência da ruptura na região posterior às barras dobradas. Os estribos são mais uma opção de armaduras de punção, podendo ser do tipo fechados, abertos, “pente” e inclinados. Segundo FERREIRA (2010), a ancoragem de estribos em lajes é problemática, mesmo ao se dobrar as suas extremidades em ângulos de 90° ou 180° e utilizar barras horizontais que passem por dentro dessas dobras em ambas as extremidades do estribo. As armaduras do tipo pino, também denominados de conectores, são as mais populares hoje em dia de serem aplicadas nas lajes devido ao fato de serem industrializadas, logo não precisam ser confeccionadas no canteiro de obras, e pela facilidade de se garantir o correto espaçamento entre as diferentes linhas de armadura ao redor do pilar, uma vez que os pinos estão soldados em guias de aço. Outro exemplo de armadura de punção são os *shearheads*: perfis de aço soldados de modo a formar uma grelha. Por ser esse um tipo de armadura mais cara, geralmente é aplicado apenas quando há necessidade de se realizar grandes furos próximos ao pilar, exigindo

ajustes na armadura de flexão. A Figura 8 ilustra os diferentes tipos de armadura de punção citados anteriormente.

Figura 8: Tipos de armadura de punção para lajes lisas

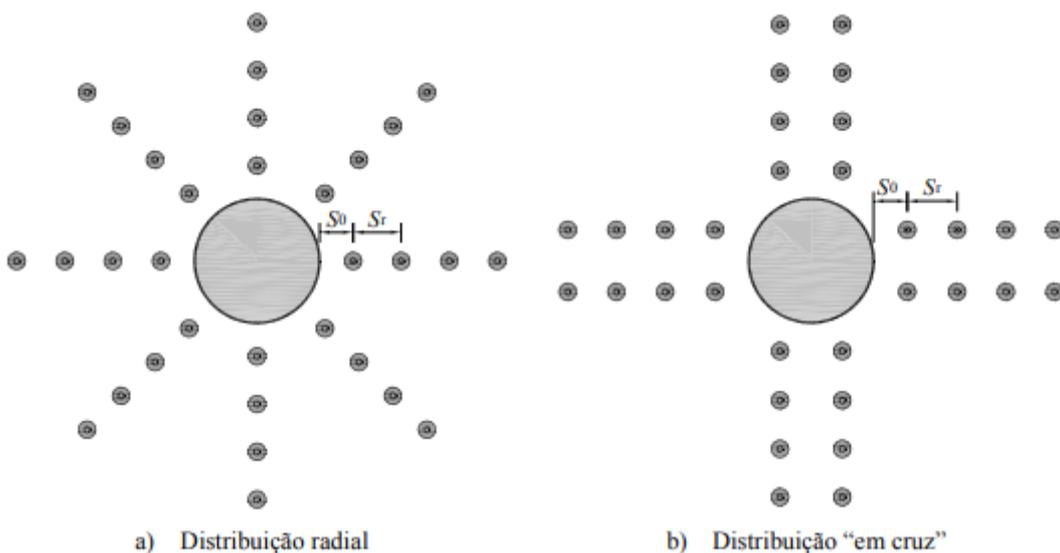


Fonte: FERREIRA (2010)

Segundo a NBR 6118/2014 (ABNT, 2014), no caso de a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, deve ser prevista armadura de punção, mesmo que as tensões solicitantes sejam menores que as resistentes, devendo a armadura equilibrar um mínimo de 50% da força de reação proveniente da laje no pilar.

De acordo com FERREIRA (2010), a quantidade e o arranjo destas armaduras também influenciam na eficácia em combater o efeito da punção. O arranjo ideal seria, na teoria, aquele no qual as armaduras fossem distribuídas em torno da superfície de ruptura de maneira igualitária, porém muitas vezes isso não é um processo de fácil execução devido a interferências das armaduras de flexão e de punção na região da ligação laje-pilar, e por isso opta-se por outro arranjo com faixas ortogonais em um arranjo de cruz, como pode ser observado na Figura 9.

Figura 9: Arranjos para distribuição das armaduras de punção



Fonte: FERREIRA (2010).

As distâncias da primeira camada até a face do pilar ( $S_0$ ) e o espaçamento entre camadas ( $S_r$ ) são parâmetros importantes para distribuição das armaduras, pois a depender desses valores, a região com maior probabilidade de ocorrência da ruptura pode variar, situando-se muito próxima ao pilar caso  $S_0$  seja muito grande ou entre as armaduras caso  $S_r$  seja muito grande.

#### 2.2.6 EFEITO DE ESCALA OU "SIZE EFFECT"

Como dito anteriormente, a altura útil da laje tem efeito benéfico à resistência à punção. Porém, esse benefício possui limites, a partir dos quais os materiais constituintes do concreto assumem papel preponderante na resistência da ligação laje-pilar às tensões solicitantes. Isso se conclui pelo fato de análises de lajes com altura úteis diferentes sob as mesmas condições,

demonstraram que a partir de certo ponto as lajes de menor altura útil são mais resistentes que as lajes mais espessas, segundo RABELLO (2010). Observações em modelos experimentais de tamanhos diferentes, porém geometricamente semelhantes, revelaram que as dimensões dos materiais constituintes do concreto influenciaram na resistência do modelo à medida que as dimensões da peça foram alteradas. Em lajes lisas sujeitas à punção, o aumento da altura útil provocou aumento da carga resistente à punção, mas uma redução na tensão resistente média, pelo fato da armadura de tração perder sua capacidade de controlar a fissuração ao longo de toda a altura da seção, além da possibilidade de maior heterogeneidade do concreto em lajes mais espessas. A limitação da influência da altura útil decorre do efeito de escala entre a altura útil da peça e o diâmetro máximo dos agregados empregados na fabricação do concreto.

### 3 DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS

O dimensionamento de lajes lisas e a verificação quanto ao efeito da punção são realizados por meio de uma série de etapas e cálculos que foram descritos abaixo.

#### 3.1 DADOS INICIAIS

Para realizar a série de procedimentos matemáticos necessários para dimensionar a laje lisa, sua armadura de flexão e armadura de punção, algumas informações são necessárias de serem definidas *a priori* dos procedimentos. São elas:

- Classe de agressividade do ambiente, que influencia diretamente a resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) a ser adotado e o cobrimento mínimo necessário; e o  $\gamma_c$ , o coeficiente de ponderação da resistência do concreto, de acordo com a Tabela 12.1 da NBR 6118/2014;
- Ações permanentes e variáveis, com descrições de acordo com a NBR 6120/2019, e respectivos coeficientes de majoração, de acordo com a Tabela 11.1 da NBR 6118/2014;
- Dimensões dos pilares;
- Dimensões da laje: vão entre os eixos dos pilares (L) e a altura da laje (h);
- Tipo de aço a ser adotado para a armadura passiva e de punção, e o seu  $\gamma_s$ , coeficiente de ponderação da resistência, de acordo com a Tabela 12.1 da NBR 6118/2014.

#### 3.2 MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

De acordo com a NBR 6118/2014 (ABNT, 2014), a análise estrutural de lajes lisas deve ser realizada mediante emprego de procedimento numérico adequado, por exemplo, elementos finitos, elementos de contorno ou diferenças finitas, enfim, com o objetivo de se determinar os esforços atuantes na laje. O método dos pórticos múltiplos é um procedimento de obtenção dos esforços solicitantes para os casos de lajes em concreto armado, por meio de uma série de pórticos tomados nas duas direções, cujos pilares estejam dispostos em filas ortogonais de forma regular e com pouca diferença entre os vãos, como demonstrado através do exemplo da Figura

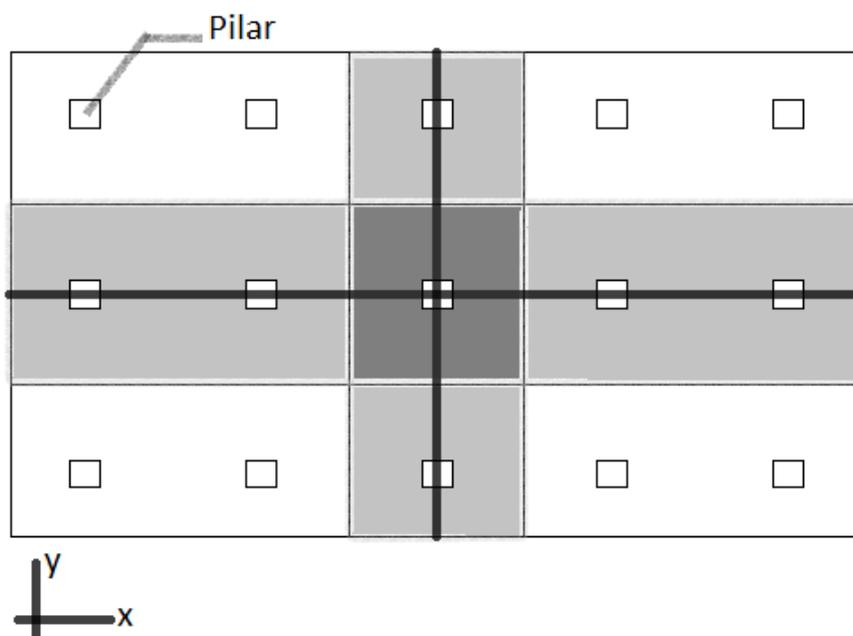
10. É importante destacar que as verificações quanto à punção descritas na Seção 3.6 independem do método escolhido para se determinar os esforços solicitantes.

Figura 10: Exemplo de laje possível de ser dimensionada pelo Método dos Pórticos Múltiplos, devido ao alinhamento dos pilares



Fonte: Autor (2022)

Figura 11: Exemplo da definição da largura de influência dos pórticos definidos para aplicação do Método dos Pórticos Múltiplos



Fonte: Autor (2022)

O método considera que os pórticos sejam definidos para cada direção da laje e recebam as cargas da laje calculadas para as ações verticais contidas em sua área de influência. Esses

pórticos devem ser centrados nas linhas que unem os centros dos pilares e ter largura delimitada pelas linhas centrais dos painéis adjacentes (CARVALHO e PINHEIRO, 2009, p. 116), ou até a borda do painel, no caso do pórtico escolhido ser composto apenas por pilares de canto e/ou borda. O modelo estrutural do pórtico é o de engaste na base dos pilares.

### 3.3 CARREGAMENTOS

O cálculo dos carregamentos é realizado a partir da definição da largura de influência do pórtico dos pilares da laje, obtido pelo método dos pórticos múltiplos. Os componentes do carregamento e suas respectivas equações estão descritos abaixo:

- Peso Próprio:

$$PP = \gamma_{conc} \cdot h \cdot L_f \quad (\text{Equação 3.1})$$

onde:

$PP$  – Carregamento do peso próprio;

$\gamma_{conc}$  – Peso próprio do concreto;

$h$  – Altura da laje;

$L_f$  – Largura de influência da laje.

- Revestimento:

$$REV = Q_{rev} * L_f \quad (\text{Equação 3.2})$$

onde:

$Q_{rev}$  – Carga nominal do revestimento.

- Variável:

$$VAR = Q_{var} * L_f \quad (\text{Equação 3.3})$$

onde:

$Q_{var}$  – Ação variável devido ao ambiente.

- Carregamento de Cálculo:

$$Q_d = \gamma_g * (PP + REV) + \gamma_q * (VAR) \quad (\text{Equação 3.4})$$

onde:

$Q_d$  – Carregamento de cálculo;

$\gamma_g$  – Coeficiente de ponderação das ações permanentes;

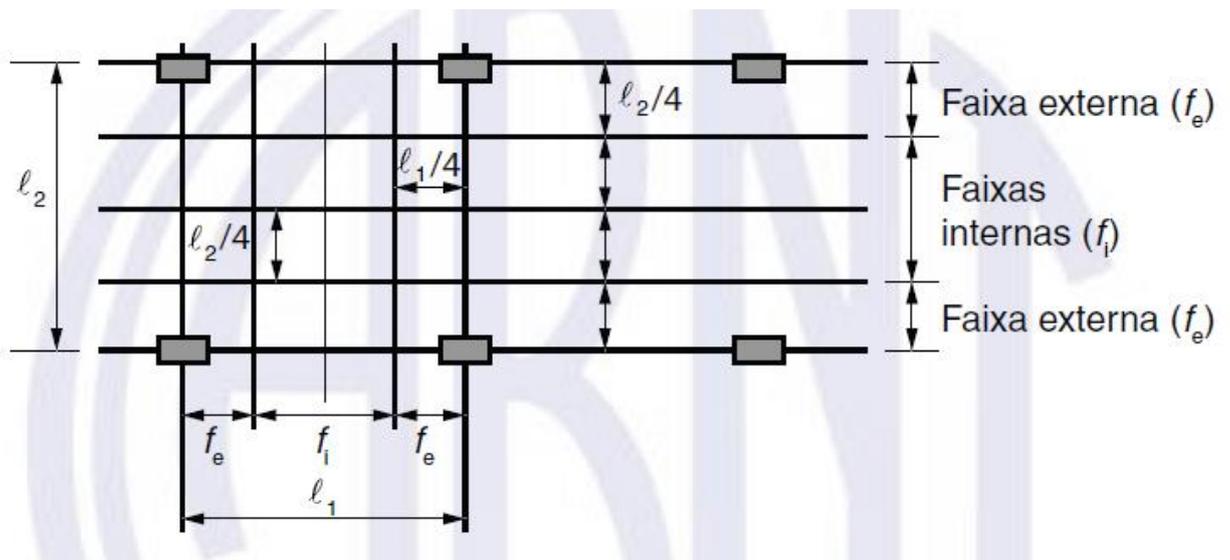
$\gamma_q$  – Coeficiente de ponderação das ações variáveis.

Obtido o carregamento de cálculo e definido o modelo estrutural do pórtico, considerando a largura da seção transversal da viga igual à largura de influência, então é possível calcular os esforços de cálculo no pórtico, os momentos fletores positivos e negativos, através de algum software de cálculo como o Ftool.

### 3.4 DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES POSITIVOS E NEGATIVOS NAS FAIXAS DA LAJE

Por meio do método dos pórticos múltiplos é possível determinar os momentos fletores na laje para o dimensionamento no Estado Limite Último (ELU), devendo ser distribuídos para as faixas delimitadas de acordo com a Figura 12, retirada da NBR 6118/2014:

Figura 12: Faixas de laje para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos



Fonte: ABNT (2014)

Com os painéis divididos dessa maneira, a distribuição é feita da seguinte forma:

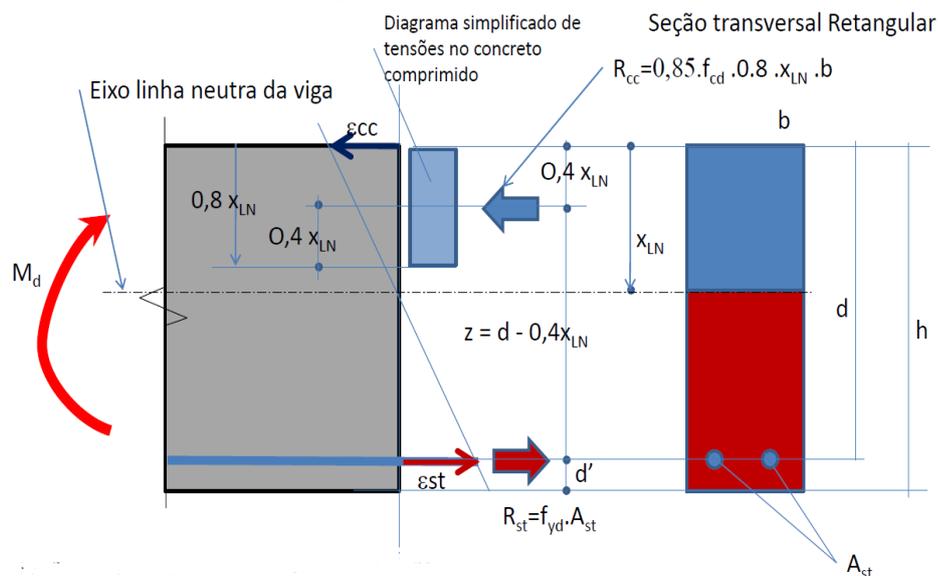
- 45% dos momentos positivos para duas faixas internas (faixas centrais);
- 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas (faixas dos pilares);
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas (faixas centrais);
- 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas (faixas dos pilares).

Segundo ARAÚJO (2010, p.206), os momentos negativos resultantes desse procedimento de cálculo são os valores que devem ser usados para o dimensionamento da armadura de flexão, sendo proibido arredondar os valores obtidos no diagrama de momentos fletores sobre os apoios. Quanto à verificação dos pilares ao fenômeno da punção, são necessárias as forças normais nos pilares, sendo permitido adotar a média, e não a soma, entre os valores obtidos dos dois pórticos aos quais pertence o pilar em questão (ARAÚJO, 2010, p. 207), pois apesar do carregamento atuante sobre o pilar variar de acordo com a largura de influência em cada direção, somar esses esforços seria considerar 2 vezes as ações atuantes sobre a largura de influência na região desse pilar, como já ilustrado na Figura 11.

### 3.5 CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO

O procedimento de cálculo da armadura de flexão de lajes é semelhante ao de vigas, sendo realizado de maneira simples a partir do equilíbrio das forças atuantes na seção, como demonstrado na Figura 13:

Figura 13: Diagrama simplificado de tensões na viga de concreto sob flexão



Fonte: USP (2022)

onde:

$x_{LN}$  – Profundidade da linha neutra (m);

$h$  – Altura total (m);

$d$  – Altura útil (m);

$d'$  – Diferença entre a altura total e sua altura útil (m);

$z$  – Braço de alavanca do momento provocado pela força atuante no concreto (m);

$M_d$  – Momento de cálculo (kNm).

“A capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for  $x/d$ , tanto maior será essa capacidade”, segundo a NBR 6118/2014, por isso o item 14.6.4.3 desta Norma limita o valor de  $x/d$  para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas e lajes, sendo esses limites:

- a)  $x/d \leq 0,45$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;

b)  $x/d \leq 0,35$ , para concretos com  $50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$ .

Para se obter o valor de  $x$ , o qual define a posição da linha neutra, basta que encontre a resolução do seguinte polinômio do segundo grau (CARVALHO e PINHEIRO, 2014):

$$x = \frac{0,68 \cdot d \pm \sqrt{(0,68 \cdot d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544} \quad (\text{Equação 3.5})$$

onde:

$b_w$  – Largura da faixa da laje (m);

$f_{cd}$  – Resistência de cálculo à compressão do concreto.

Definida a posição da linha neutra, é possível determinar o braço de alavanca  $z$  por meio da seguinte equação:

$$z = d - 0,4 \cdot x \quad (\text{Equação 3.6})$$

Por fim, obtém-se a área de aço necessária para combater o momento atuante na seção por meio da equação abaixo:

$$A_s = \left( \frac{M_d}{z \cdot f_{cd}} \right) \quad (\text{Equação 3.7})$$

onde  $A_s$  é área de aço necessária.

Após o cálculo das áreas de aço correspondentes a cada faixa da laje, faz-se necessário verificar se a taxa mínima de aço ( $\rho_{min}$ ) foi atendida de acordo com os índices da Tabela 1, extraída da NBR 6118/2014, por meio do cálculo da taxa de armadura na seção, obtida por meio da expressão abaixo:

$$\rho = \frac{A_s}{A_{conc}} \quad (\text{Equação 3.8})$$

Onde:

$A_{conc}$  – Área da seção de concreto (cm<sup>2</sup>)

Tabela 1: Valores de  $\rho_{min}$  para cada  $f_{ck}$

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}^a (A_{s,min}/A_c)$ %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

Fonte: ABNT (2014)

Atendida as condições de área mínima de aço, deve-se adotar algum diâmetro comercial de barra de aço a ser utilizado, e a partir da área da bitola dessa barra adotada obtém-se a quantidade necessária de barras na seção e seu espaçamento ao longo da largura da seção da laje, por meio das equações abaixo:

$$n = \frac{A_s}{A_{bitola}} \quad (\text{Equação 3.9})$$

$$s = \left( \frac{b_w}{n-1} \right) \quad (\text{Equação 3.10})$$

onde:

$n$  – Número de barras de aço (arredondado para cima);

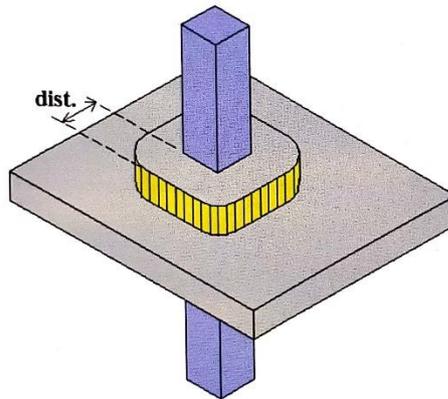
$A_{bitola}$  – Área da bitola da barra de aço;

$s$  – Espaçamento entre as barras ao longo da largura da seção da laje.

### 3.6 VERIFICAÇÃO QUANTO À PUNÇÃO

A verificação de lajes quanto ao fenômeno da punção, proposta pela NBR 6118/2014, tem como base o método da superfície crítica, onde se calcula uma tensão solicitante uniforme de cisalhamento em uma determinada superfície crítica, perpendicular ao plano médio da laje, localizada a uma determinada distância da face do pilar ou da área carregada, e compara-se o valor obtido com uma determinada tensão resistente (ABNT, 2015, p. 401).

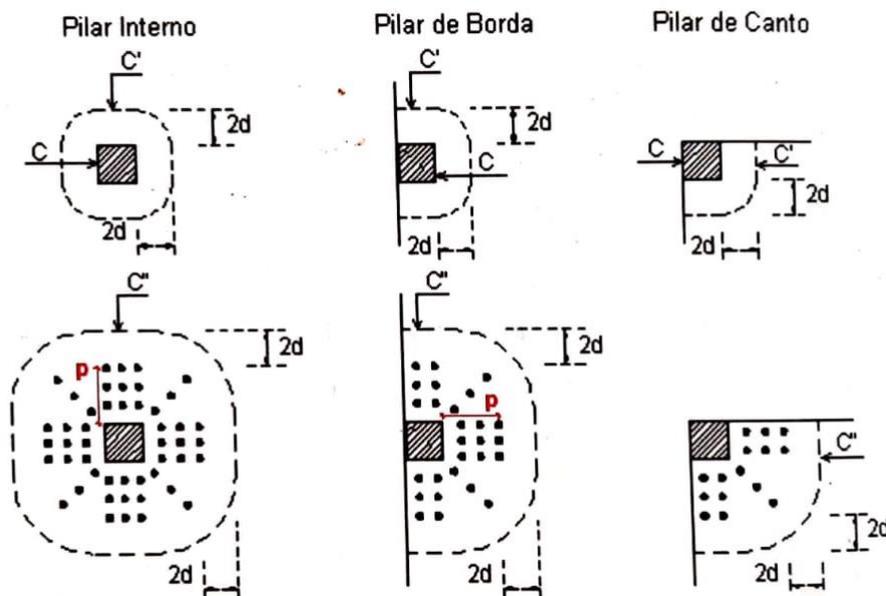
Figura 14: Superfície crítica da laje



Fonte: ABNT (2015)

As superfícies críticas são o produto dos perímetros críticos pela altura útil da laje  $d$ , sendo esses perímetros denominados  $C$  (na face do pilar),  $C'$  (à distância  $2d$  do pilar) e  $C''$  (à distância  $2d$  da última linha de armadura de punção), como demonstrado na Figura 15:

Figura 15: Perímetros críticos para pilares internos, de borda e de canto



Fonte: ABNT (2015)

onde  $p$  é a distância entre a face do pilar e a última linha de conectores.

### 3.6.1 CÁLCULO DAS TENSÕES RESISTENTES

Para o cálculo das tensões resistentes, são utilizadas as seguintes expressões:

- Contorno  $C$  (face do pilar):

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (\text{Equação 3.11})$$

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (\text{Equação 3.12})$$

onde  $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto e  $f_{cd}$  é a resistência de cálculo à compressão do concreto.

- Contorno C' (a 2d da face do pilar) para lajes sem armadura transversal e também C'' (a 2d da região armada) para lajes armadas transversalmente:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (\text{Equação 3.13})$$

onde:

d – Altura útil da laje, dada por  $d = \frac{d_x + d_y}{2}$ ; (Equação 3.14)

k – Fator de escala do mecanismo resistente à punção, que deve respeitar o limite de  $\left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \leq 2$ ;

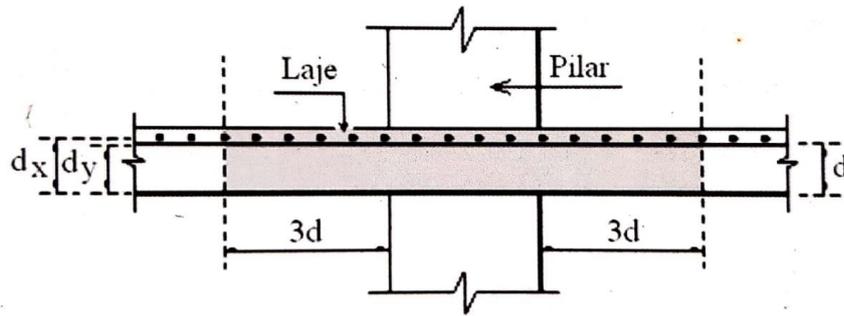
$\rho$  – Taxa geométrica de armadura longitudinal, dada por

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}; \text{ sendo que } \rho \leq 0,02 \quad (\text{Equação 3.15})$$

$\sigma_{cp}$  – Tensão normal (Em MPa e positiva, se compressão).

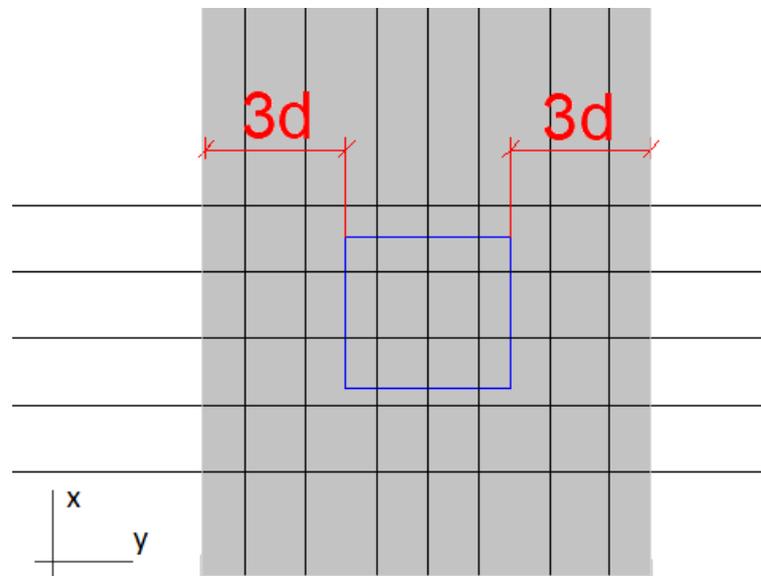
Para o cálculo da taxa de armadura  $\rho$  e a altura útil em cada direção, deve-se considerar uma faixa de largura igual à dimensão do pilar, para o caso de lajes sem armadura de punção ou igual à dimensão da região armada, para o caso de lajes com armadura de punção, mais 3d para cada lado, ou até a borda se essa for mais próxima. A descrição dessa faixa a ser considerada pode ser melhor visualizada nas Figuras 15 e 16:

Figura 16: Vista em corte da Altura útil (d) da laje e seção para o cálculo da taxa de armadura  $\rho$



Fonte: ABNT (2015)

Figura 17: Exemplo de vista em planta da seção da laje a ser considerada para o cálculo da taxa de armadura



Fonte: Autor (2022)

- Contorno C' (a 2d da face do pilar) em lajes armadas transversalmente:

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d}$$

(Equação 3.16)

onde:

$A_{sw}$  – Área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C';

$f_{ywd}$  – Resistência de cálculo da armadura de punção (MPa). O valor de  $f_{ywd}$  não poderá ser superior a 300 MPa (para conectores), para lajes com espessura de até 15 cm. Caso essa

altura seja superior a 35 cm,  $f_{ywd}$  poderá chegar a 435 MPa. Para valores intermediários da altura da laje, permite-se fazer a interpolação linear;

$\alpha$  – Inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

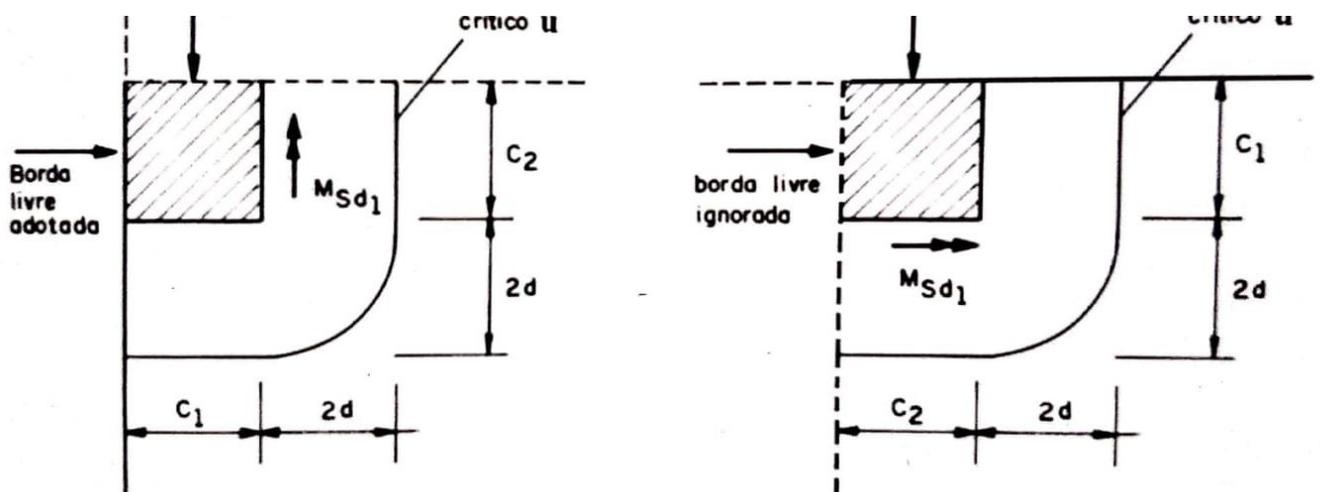
$s_r$  – Espaçamento radial entre linhas de conectores (cm);

$u$  – Perímetro crítico do Contorno  $C'$  (cm).

### 3.6.2 CÁLCULO DAS TENSÕES SOLICITANTES

As tensões solicitantes variam de acordo com a posição em que o pilar se encontra. Portanto como para esse trabalho serão analisados apenas pilares de canto, as verificações para esse caso são realizadas separadamente para cada uma das direções, sendo que, para cada borda adotada, deve-se considerar o momento no plano perpendicular a ela (Figura 18).

Figura 18: Situações de verificação de pilares de canto



Fonte: ABNT (2015)

Seguem abaixo as expressões para o cálculo das tensões solicitantes nos contornos críticos em pilares de canto:

- Expressão de cálculo para o contorno C (face do pilar):

No contorno C apenas a força normal de cálculo no pilar será considerada para o cálculo da tensão solicitante, desconsiderando os esforços de momento fletor, como descrito na expressão abaixo:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* \cdot d} \quad (\text{Equação 3.17})$$

onde:

$F_{Sd}$  – Força normal de cálculo;

$u^*$  - Perímetro crítico reduzido;

- Expressão de cálculo para o contorno C' para lajes sem armadura transversal ou com armadura transversal, e C'' para lajes armadas transversalmente:

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{Sd}}{W_{p1} \cdot d} \quad (\text{Equação 3.18})$$

onde:

$M_{Sd}$  – Momento de cálculo resultante, dado pela expressão

$$M_{Sd} = (M_{Sd1} - M_{Sd}^*) \geq 0; \quad (\text{Equação 3.19})$$

$K_1$  – Coeficiente que fornece a parcela de momento que é transmitida ao pilar por cisalhamento, e depende da relação  $\frac{c_1}{c_2}$  entre as dimensões dos pilares, sendo  $c_1$  a dimensão do pilar na direção da excentricidade e  $c_2$  a dimensão do pilar na direção perpendicular à excentricidade;

$W_{p1}$  – Módulo de resistência plástica do perímetro crítico.

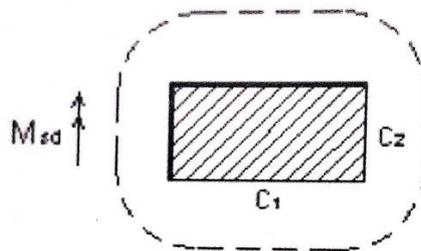
O coeficiente K é obtido por meio da Tabela 2, através da relação  $\frac{c_1}{c_2}$ , como mostrado abaixo:

Tabela 2: Valores do coeficiente K

$c_1/c_2$	0,5	1	2	3
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Fonte: ABNT (2015)

Figura 19: Dimensões de  $c_1$  e  $c_2$  do pilar



Fonte: ABNT (2015)

O perímetro crítico reduzido  $u^*$  para pilares de canto é obtido por meio da Tabela 3 abaixo, onde:

$$a_1 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d \\ 0,5 \cdot c_1 \end{cases} \quad \text{(Equação 3.20)}$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d \\ 0,5 \cdot c_2 \end{cases} \quad \text{(Equação 3.21)}$$

Tabela 3: Perímetros críticos reduzidos para pilares de canto

Contorno Crítico	Perímetro Crítico Reduzido $u^*$
<b>C</b>	$u^* = a_1 + a_2$
<b>C'</b>	$u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d$
<b>C''</b>	<p><math>u^*</math> : depende da distribuição de armadura. No caso da figura 15, para distribuição radial em relação aos cantos do pilar, tem-se a expressão:</p> $u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot p}{2}$

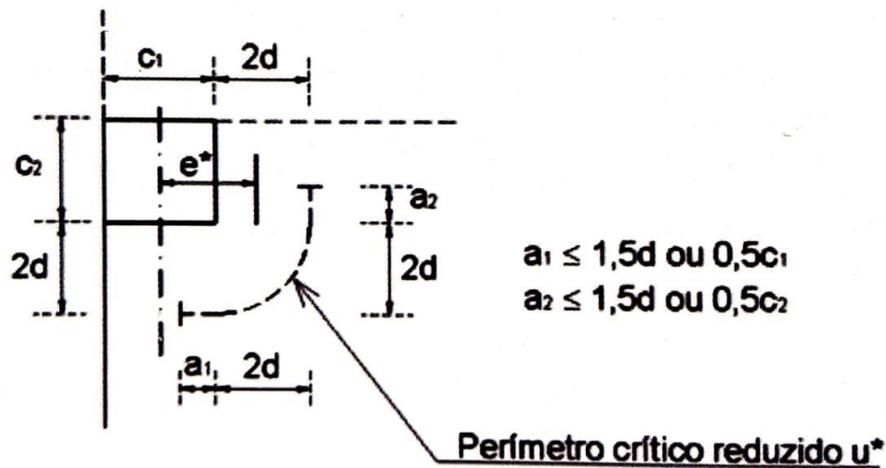
CS Digitalizado.com CamScanner

Fonte: ABNT (2015)

Para determinar-se o momento de cálculo resultante  $M_{Sd}$ , necessita-se obter o  $M_{Sd}^*$ , que se trata do momento resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido  $u^*$  em relação ao centro do pilar, no plano perpendicular à borda livre, de acordo com a seguinte expressão:

$$M_{Sd}^* = F_{Sd} \cdot e^* \quad \text{(Equação 3.22)}$$

Figura 20: Excentricidade do perímetro crítico reduzido para o contorno C', em pilares de canto



CS Digitalizado.com CamScanner

Fonte: ABNT (2015)

A excentricidade  $e^*$  pode ser calculada por meio das expressões da Tabela 4:

Tabela 4: Excentricidade dos perímetros críticos para pilares de canto

Contorno Crítico	Excentricidade do perímetro crítico $e^*$
<b>C</b>	Não se considera a influência do momento fletor neste perímetro crítico
<b>C'</b>	$e^* = \frac{c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)}$
<b>C''</b>	<p><math>e^*</math>: depende da distribuição de armadura. No caso da figura 15, para distribuição adial em relação aos cantos do pilar, tem-se a expressão:</p> $e^* = \frac{\left( c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 2 \cdot a_2 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot c_1}{2} + 2 \cdot p^2 \right)}{2 \cdot \left( a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot p}{2} \right)}$

CS Digitalizado com CamScanner

Fonte: ABNT (2015)

O módulo de resistência plástica  $W_{p1}$  de pilares de canto é calculado por meio das expressões da Tabela 5, o qual antes necessita do valor da excentricidade do perímetro da superfície crítica em relação à borda livre  $e_C$ :

Tabela 5: Valores de  $W_{p1}$  para pilares de canto

Contorno Crítico	$W_{p1}$
<b>C</b>	O conceito de $W_{p1}$ não se aplica a este contorno crítico, pois, na verificação deste perímetro crítico, não se considera a influência do momento fletor
<b>C'</b>	<p>O valor de <math>W_{p1}</math> pode ser calculado em função da excentricidade do perímetro da superfície crítica <math>C'</math> em relação à borda livre (<math>e_{C'}</math>), dada pela expressão apresentada por LOUREIRO (2005):</p> $e_{C'} = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d \cdot c_2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 4 \cdot d^2}{c_1 + c_2 + \pi \cdot d}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se <math>e_{C'} \leq c_1</math>, então: <math>W_{p1} = e_{C'}^2</math></li> <li>• Se <math>c_1 &lt; e_{C'} \leq c_1 + 4 \cdot d/\pi</math>, então:           <math display="block">W_{p1} = c_1 \cdot \left( e_{C'} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left( c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_{C'} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{C'})</math> </li> <li>• Se <math>e_{C'} &gt; c_1 + 4 \cdot d/\pi</math>, então:           <math display="block">W_{p1} = c_1 \cdot \left( e_{C'} - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left( e_{C'} - c_1 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_{C'})</math> </li> </ul>
<b>C''</b>	<p><math>W_{p1}</math> : depende da distribuição de armadura. No caso da figura 15, para distribuição radial em relação aos cantos do pilar, tem-se as expressões:</p> $e_{C''} = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left[ c_1 + \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} \right] + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d)}{c_1 + c_2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d)}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se <math>e_{C''} \leq c_1</math>, então: <math>W_{p1} = 2 \cdot e_{C''}^2</math></li> <li>• Se <math>c_1 &lt; e_{C''} \leq c_1 + 2 \cdot (p + 2 \cdot d)/\pi</math>, então:           <math display="block">W_{p1} = c_1 \cdot \left( e_{C''} - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left( c_1 + \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} - e_{C''} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{C''})</math> </li> <li>• Se <math>e_{C''} &gt; c_1 + 2 \cdot (p + 2 \cdot d)/\pi</math>, então:           <math display="block">W_{p1} = c_1 \cdot \left( e_{C''} - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left( e_{C''} - c_1 - \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_{C''})</math> </li> </ul>

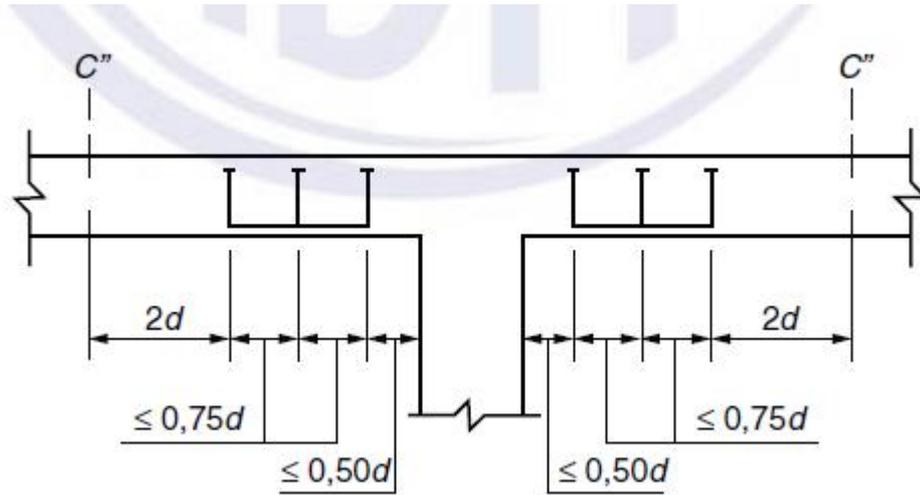
CS Digitalizado com CamScanner

Fonte: ABNT (2015)

Para garantir que a armadura de punção irá resistir satisfatoriamente às tensões cisalhantes, há a necessidade de se atender aos espaçamentos máximos entre as linhas de armadura de punção, para que a mesma “costure” a superfície crítica e tenha maior eficiência em resistir aos esforços (ABNT, 2015, p. 414):

- $s_r \leq 0,75d$ : espaçamento entre duas linhas de conectores;
- $s_o \leq 0,5d$ : espaçamento entre a face do pilar e a primeira linha de conectores;
- $s_e \leq 2d$ : espaçamento entre os conectores mais afastados do pilar.

Figura 21: Disposição da armadura de punção em corte

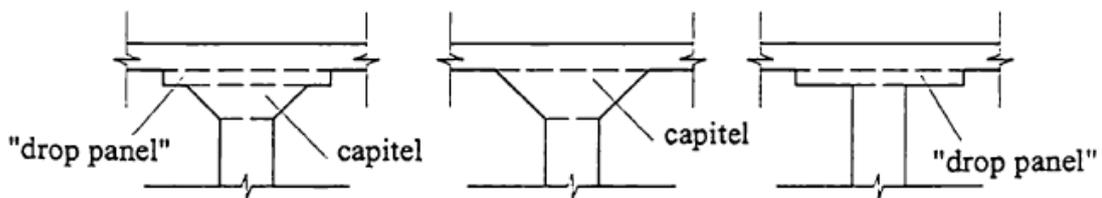


Fonte: ABNT (2014)

### 3.7 USO DE ÁBACOS OU “DROP PANEL”

Com o objetivo de diminuir as tensões e evitar a possibilidade de puncionamento, as lajes podem ter um aumento de altura da sua seção na região de ligação com o pilar, sendo esse aumento denominado de ábaco ou “drop panel” (CARVALHO e PINHEIRO, p.81, 2009). É importante salientar que a aplicação desse aumento na espessura caracteriza a laje não mais como laje lisa e sim como laje cogumelo. A utilização de “drop panel” pode ocorrer conjuntamente com capitéis, que consiste em um alargamento do pilar, no formato de tronco de cone, no topo deste (Figura 22). Há situações onde o capitel é usado isoladamente.

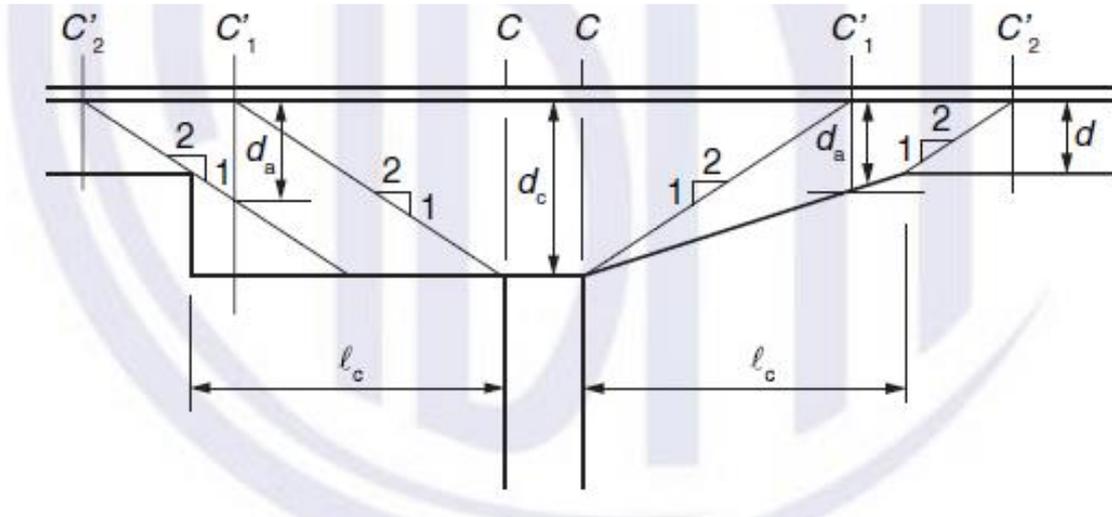
Figura 22: Lajes cogumelo com capitel e ábaco na ligação com o pilar



Fonte: CARVALHO e PINHEIRO (2009)

Para o dimensionamento do “drop panel”, a NBR 6118 (ABNT, 2014) orienta que devem ser realizadas verificações nos contornos  $C_1'$  e  $C_2'$  da laje, como indicados na Figura 23:

Figura 23: Definição da altura útil no caso de ábaco ou capitel



Fonte: ABNT (2014)

onde:

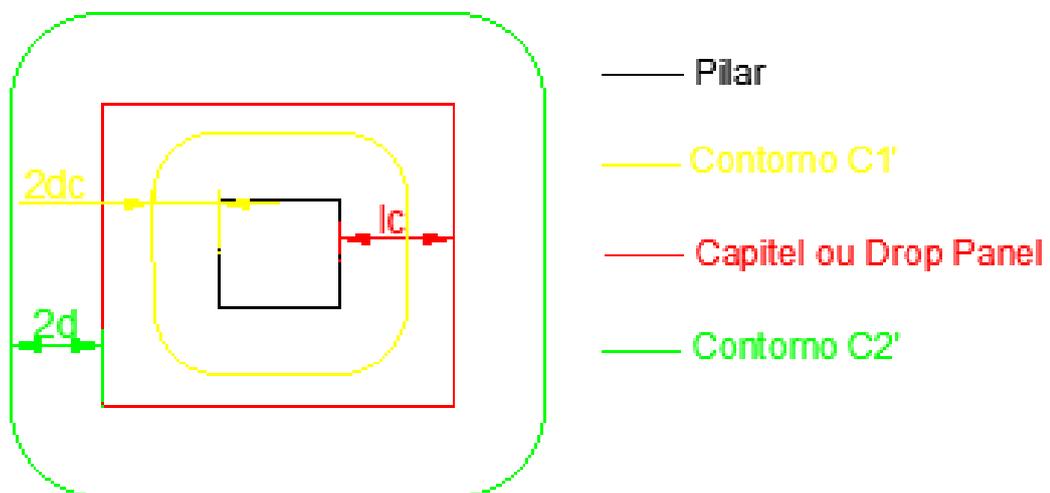
$d$  – Altura útil da laje no contorno  $C_2'$ ;

$d_c$  – Altura útil da laje na face do pilar;

$d_a$  – Altura útil da laje no contorno  $C_1'$ ;

$l_c$  – Distância entre a borda do capitel e a face do pilar.

Figura 24: Vista em planta do capitel e seus contornos  $C_1'$  e  $C_2'$



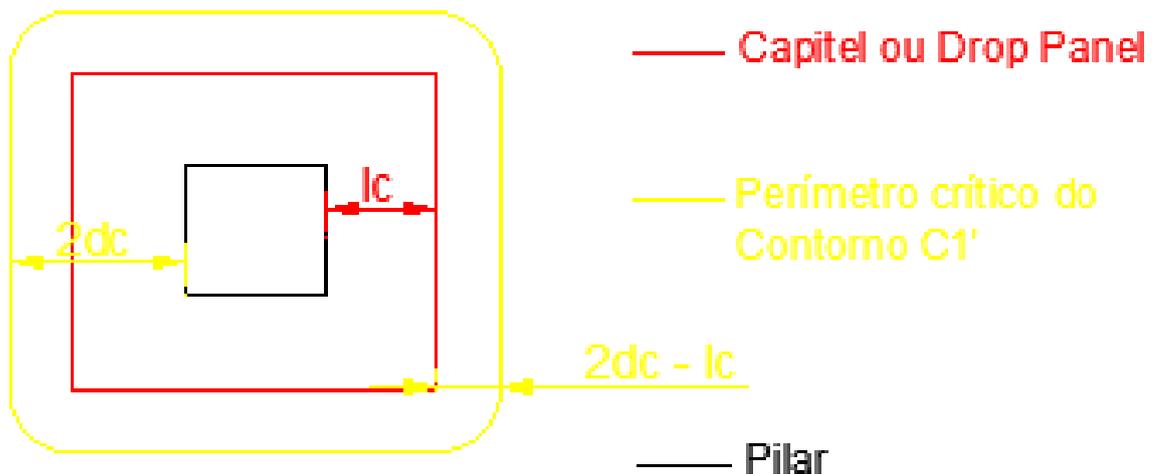
Fonte: Autor (2022)

A NBR 6118 (ABNT, 2014) também traz os seguintes critérios de verificação que, segundo OLIVEIRA (2015), “divide os capitéis em 3 tipos”:

- Capitel Curto:  $l_c \leq 2(d_c - d)$  - Basta verificar o contorno  $C_2'$ ;
- Capitel Intermediário:  $2(d_c - d) < l_c \leq 2d_c$  - Basta verificar o contorno  $C_1'$ ;
- Capitel Longo:  $l_c > 2d_c$  - Necessário verificar os contornos  $C_1'$  e  $C_2'$ .

As verificações nesses contornos ocorrem de forma semelhante às realizadas para a laje lisa, avaliando-se se a tensão resistente é maior que a tensão solicitante, sendo necessário observar as mudanças causadas pela alteração da altura útil  $d$  para  $d_c$ . Para este trabalho, aplicou-se a solução de ábacos apenas quando a verificação no contorno  $C'$  falhou, portanto, considerou-se que as tensões resistentes para a verificação dos contornos  $C_1'$  e/ou  $C_2'$  são as mesmas obtidas para o contorno  $C'$  em lajes lisas. O procedimento de cálculo das tensões solicitantes baseia-se nas seguintes considerações:  $c_1$  e  $c_2$  são as dimensões do ábaco; os parâmetros de cálculo do perímetro crítico  $u^*$  variam de acordo com o tipo de ábaco; a excentricidade do perímetro crítico  $e^*$  e o módulo de resistência plástica  $W_{p1}$  consideram a altura útil no contorno onde se está verificando a resistência do capitel à punção. Para melhor visualização dos parâmetros do perímetro crítico, segue demonstração da Figura 25.

Figura 25: Detalhamento do perímetro crítico em capitel intermediário

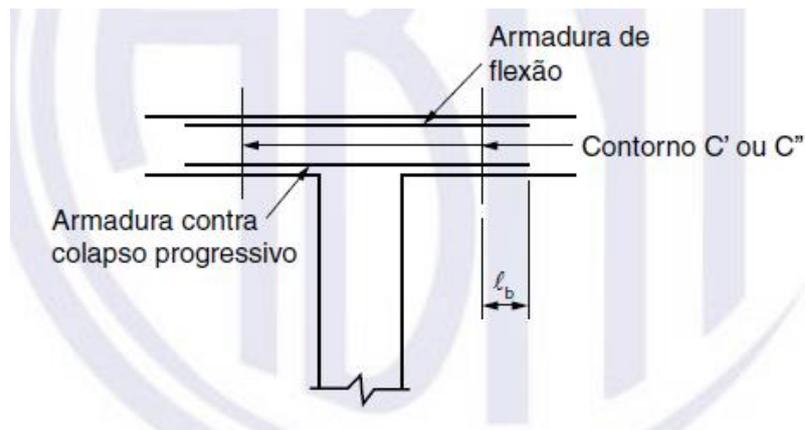


Fonte: Autor (2022)

### 3.8 ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO

A armadura contra colapso progressivo é constituída por barras posicionadas na face inferior da laje, passando pelos pilares ou ancorados neles, a fim de melhorar a ductilidade da ligação laje-pilar, como ilustrada na Figura 26:

Figura 26: Armadura contra colapso progressivo



Fonte: ABNT (2014)

Para dimensionar a armadura contra colapso progressivo, basta efetuar a seguinte verificação:

$$A_{s,ccp} \cdot f_{yd} \geq 1,5 \cdot F_{Sd} \quad (\text{Equação 3.23})$$

onde:

$A_{s,ccp}$  – Soma das áreas das barras que cruzam cada uma das faces do pilar ( $\text{cm}^2$ );

$f_{yd}$  – Valor de cálculo da resistência do aço ( $\text{kN}/\text{cm}^2$ );

$F_{Sd}$  – Pode ser calculado com coeficiente de majoração igual a 1,2.

Para determinar  $A_{s,ccp}$  é preciso antes calcular o número de barras da armadura de flexão que passam pelo pilar, verificar quantas faces do pilar são atravessadas por essas barras e então contabilizar a área de aço que ultrapassa as faces do pilar. As Equações 3.24 a 3.26 descrevem esse procedimento de cálculo:

$$n_{x,colapso} = \frac{c_1}{s_x} \quad (\text{Equação 3.24})$$

$$n_{y,colapso} = \frac{c_2}{s_y} \quad (\text{Equação 3.25})$$

$$A_{s,ccp} = n_{faces,x} \cdot (n_{x,colapso} \cdot A_{barra,x}) + n_{faces,y} \cdot (n_{y,colapso} \cdot A_{barra,y}) \quad (\text{Equação 3.26})$$

onde:

$n_{x,colapso}$  - Número de barras na direção  $x$  que passam pelo pilar;

$n_{y,colapso}$  - Número de barras na direção  $y$  que passam pelo pilar;

$s_x$  - Espaçamento da armadura longitudinal na direção  $x$ ;

$s_y$  - Espaçamento da armadura longitudinal na direção  $y$ ;

$n_{faces,x}$  - Número de faces do pilar ultrapassadas pela armadura na direção  $x$ ;

$n_{faces,y}$  - Número de faces do pilar ultrapassadas pela armadura na direção  $y$ ;

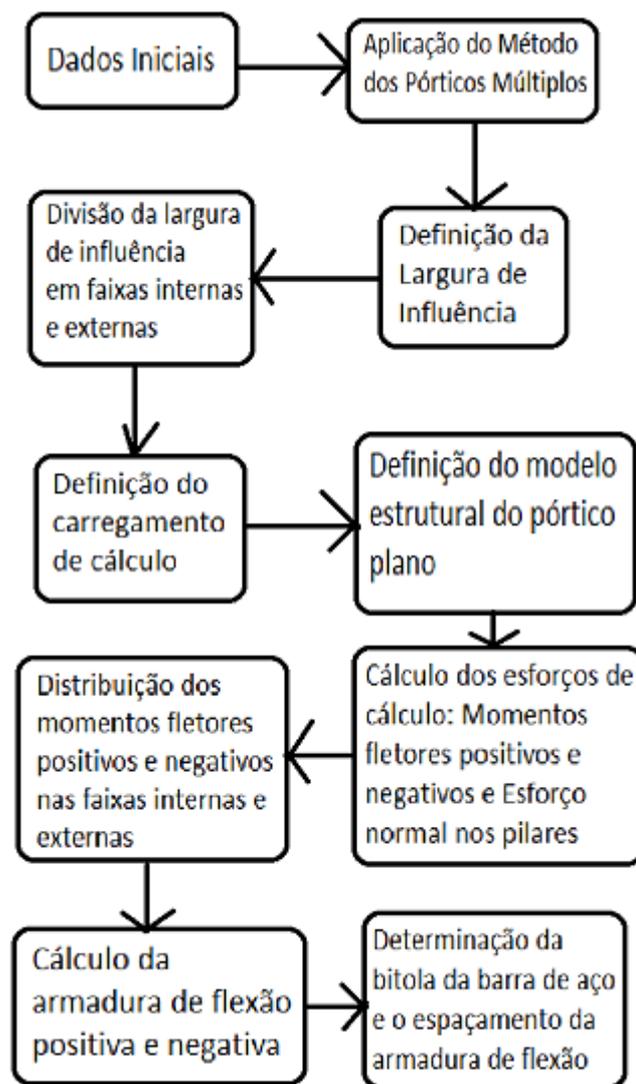
$A_{barra,x}$  - Área da barra de aço da armadura longitudinal na direção  $x$ , em  $\text{cm}^2$ ;

$A_{barra,y}$  - Área da barra de aço da armadura longitudinal na direção  $y$ , em  $\text{cm}^2$ .

## 4 METODOLOGIA DO TRABALHO

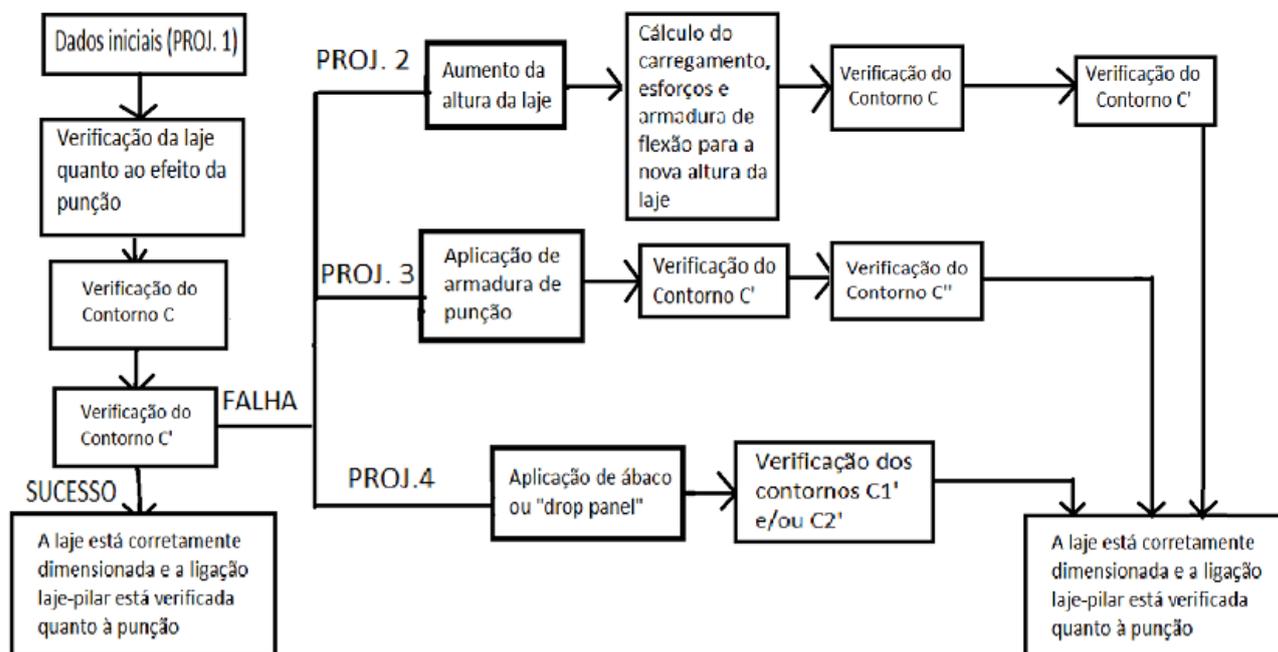
Este trabalho seguiu uma série de passos em seu desenvolvimento, sendo resumidos nos fluxogramas a seguir. Na Figura 27 encontra-se o fluxograma das etapas para o dimensionamento da armadura de flexão. Já na Figura 28, é mostrado o fluxograma da verificação quanto à punção, bem como as possíveis correções quando a verificação falha

Figura 27: Fluxograma de etapas para dimensionamento da armadura de flexão da laje lisa analisada neste trabalho



Fonte: Autor (2022)

Figura 28: Fluxograma das etapas de verificação da resistência à punção da laje analisada neste trabalho



Fonte: Autor (2022)

Este trabalho abordou o desenvolvimento de 4 projetos:

- PROJETO 1: Dimensionamento de laje lisa e verificação da resistência à punção. Neste projeto, uma das verificações não foi atendida e então foram analisadas mais três opções de projetos;
- PROJETO 2: Aumento da espessura da laje e redimensionamento da laje lisa do PROJETO 1;
- PROJETO 3: Adoção de armadura de punção na laje lisa do PROJETO 1
- PROJETO 4: Adoção de ábaco na laje lisa do PROJETO 1.

Como descrito acima, os PROJETOS 2, 3 e 4 representam variações do PROJETO 1, e têm como objetivo exemplificar o quanto certos parâmetros de projeto influenciam na resistência à punção da ligação laje-pilar.

O início do dimensionamento do PROJETO 1 demandou a definição dos dados iniciais do projeto: geometria da laje e dos pilares, propriedades dos materiais, tipo de ação variável e coeficientes de ponderação e majoração de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014). Definidos

esses dados iniciais, aplicou-se o método dos pórticos múltiplos, que estabelece que se tome uma linha de pilares da laje e se forme um pórtico a partir destes. Estes pilares receberam o carregamento atuante em sua largura de influência, compreendida entre os vãos médios dos painéis adjacentes aos pilares (Figura 11). Dividiu-se, em seguida, a largura de influência em faixas internas e externas, sendo as internas as faixas centrais do painel da laje, e as externas as faixas dos pilares. A partir disso, calculou-se o carregamento de cálculo, considerando-se a carga permanente de peso próprio da laje e do revestimento, e a carga de ação variável devido ao tipo de uso da edificação, aplicando-se em seguida os coeficientes de majoração dos esforços indicados pela NBR 6118/2014. Em seguida, determinou-se o modelo estrutural do pórtico plano para que o cálculo dos esforços fosse realizado, obtendo-se os momentos fletores positivos e negativos e o esforço normal no pilar. Realizou-se então a distribuição de percentuais dos momentos fletores encontrados para as faixas internas e externas, e a partir desses valores, foi possível a determinação da área de aço necessária para suportar esses esforços. Definiu-se então um diâmetro comercial de barras de aço e calculou-se o seu espaçamento; com isso, concluiu-se o dimensionamento da armadura de flexão positiva e negativa da laje.

Seguindo para as verificações de norma quanto a resistência à punção, inicialmente determinou-se a altura útil média das armaduras de flexão negativas para as direções  $x$  e  $y$ , a partir do cobrimento definido no projeto e o diâmetro comercial escolhido para essas armaduras. As verificações de resistência à punção consistem na comparação entre a tensão resistente no contorno indicado com a tensão solicitante nesse mesmo contorno. A verificação é considerada bem-sucedida no caso dessa tensão resistente ser superior a solicitante. No caso do PROJETO 1, a verificação no contorno C foi bem sucedida, o que não ocorreu para o contorno C', demandando a aplicação de alguma solução, resultando no desenvolvimento dos PROJETOS 2, 3 e 4.

O PROJETO 2 trata-se do aumento da altura da laje, que resultou na necessidade de que fossem refeitos os cálculos do carregamento para essa nova altura, visto que o peso próprio da laje foi modificado. Refeitos os mesmos procedimentos de cálculo realizados para o PROJETO 1 (cálculo do carregamento, obtenção dos esforços de cálculo, distribuição dos esforços nas faixas da laje e dimensionamento da armadura de flexão) e definidos o diâmetro da bitola da barra de aço e o espaçamento da armadura de flexão, realizou-se a verificação do contorno C, e depois do contorno C', as quais ambas foram bem sucedidas, o que atesta a capacidade da laje do PROJETO 2 em resistir ao efeito da punção sem a necessidade de uma armadura específica para este efeito. Após isso, realizou-se a verificação da armadura de colapso progressivo de acordo com o espaçamento e o diâmetro das barras, para armadura de flexão, definidos no

PROJETO 2, diferente do espaçamento definido no PROJETO 1, e essa verificação também foi bem sucedida.

O PROJETO 3 trata-se da adoção da armadura de punção, a qual foi dimensionada e então verificada no contorno  $C'$ , e caso houvesse novamente falha nessa verificação, seriam necessárias alterações na disposição dos conectores ou o acréscimo de mais linhas de armadura para aumentar a tensão resistente no contorno  $C'$ . Após o sucesso da verificação do contorno  $C'$ , efetuou-se a verificação no contorno  $C''$ , a qual também foi bem sucedida. Logo, o PROJETO 3 também atendeu às exigências de norma quanto a resistência à punção da laje. Após isso, realizou-se a verificação da armadura de colapso progressivo de acordo com o espaçamento e o diâmetro das barras já definidas no PROJETO 1, e essa verificação também foi bem sucedida.

O PROJETO 4, por fim, compreendeu a aplicação de um ábaco na região da ligação da laje com o pilar. Inicialmente, dimensionou-se o ábaco e a partir do seu comprimento e dos critérios da NBR 6118/2014 mostrados no Capítulo 3.7, o mesmo foi definido como um ábaco intermediário, logo, apenas precisou-se verificar o contorno  $C_1'$ . A tensão resistente para esse contorno neste projeto pôde ser a mesma calculada para o contorno  $C'$  no PROJETO 1, não havendo necessidade de calcular-se um novo  $\rho$  (taxa de armadura na seção). Calculou-se então a tensão solicitante no contorno  $C_1'$  e verificou-se que era menor do que a tensão resistente, portanto, o ábaco está devidamente dimensionado e oferecendo resistência suficiente para combater a punção. Após isso, realizou-se a verificação da armadura de colapso progressivo de acordo com o espaçamento e o diâmetro das barras já definidas no PROJETO 1, e essa verificação também foi bem sucedida.

## 5 EXEMPLOS

A seguir se inicia a execução dos projetos de dimensionamento da laje lisa e verificação da resistência à punção.

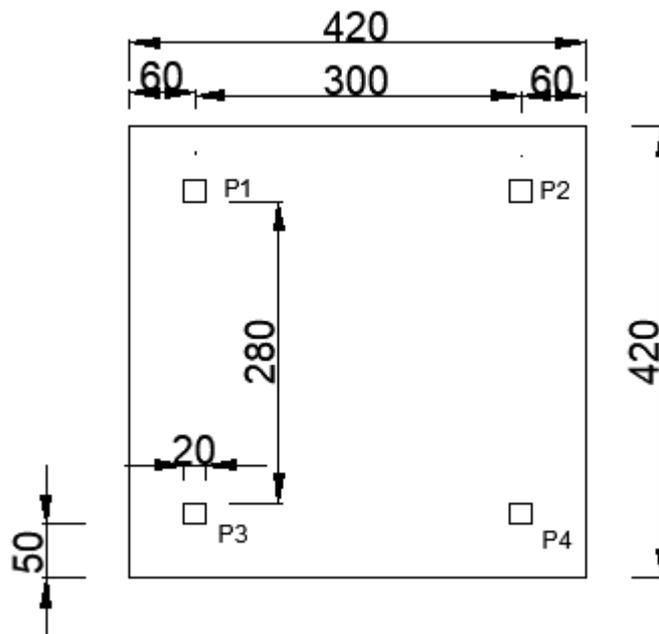
### 5.1 PROJETO 1 – DIMENSIONAMENTO DA LAJE LISA E VERIFICAÇÃO QUANTO À PUNÇÃO:

Inicialmente, foi realizado o PROJETO 1, que trata do dimensionamento da laje lisa e a execução da série de verificações descritas na NBR 6118/2014 quanto à resistência da ligação laje-pilar ao efeito da punção em vários contornos críticos definidos ao redor dos pilares da laje.

#### 5.1.1 DADOS INICIAIS

A Figura 29 apresenta a geometria da laje lisa analisada neste trabalho:

Figura 29: Planta da laje lisa, analisada neste trabalho (unidades em cm)



Fonte: Autor (2022)

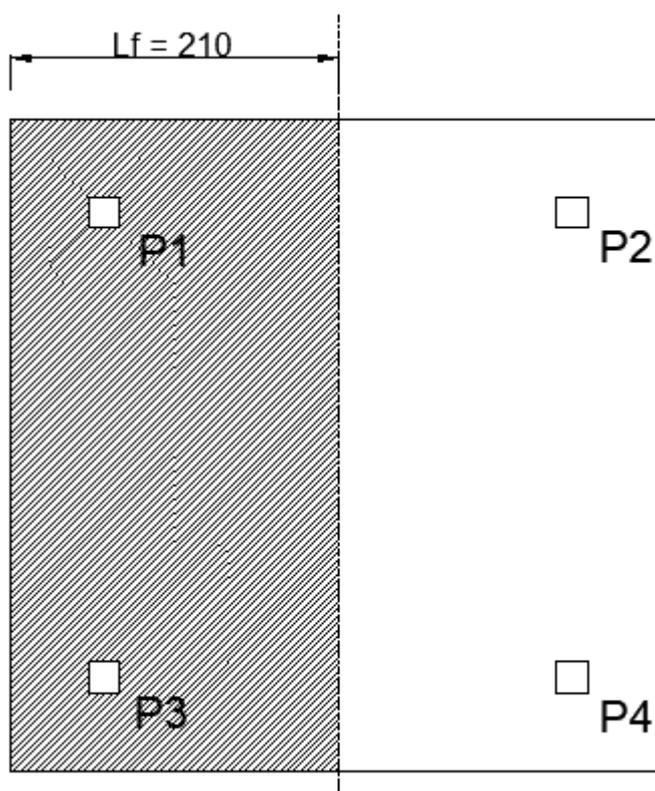
Seguem abaixo os parâmetros iniciais de cálculo adotados para o dimensionamento da laje lisa apresentada na Figura 29:

- Classe de agressividade do ambiente II –  $f_{ck} = 25$  MPa, com  $\gamma_c = 1,4$ , de acordo com a Tabela 12.1 da NBR 6118/2014, portanto,  $f_{cd} = \frac{25}{1,4} = 17,86$  MPa; Cobrimento = 2,5 cm;
- Ações permanentes, com coeficiente de majoração de 1,4, de acordo com a Tabela 11.1 da NBR 6118/2014:
  - Peso específico de Concreto Armado:  $\gamma_{conc} = 25$  kN/m<sup>3</sup>;
  - Revestimento de pisos e edifícios residenciais e comerciais com 5 cm de espessura, de acordo com a Tabela 4 da NBR 6120/2019:  $Q_{rev} = 1,0$  kN/m<sup>2</sup>;
- Ações variáveis, com coeficiente de majoração de 1,4, de acordo com a Tabela 11.1 da NBR 6118/2014:
  - Edifícios residenciais (Dormitório), de acordo com a Tabela 10 da NBR 6120/2019:  $Q_{var} = 1,5$  kN/m<sup>2</sup>;
- Dimensões dos pilares:
  - Seção transversal: 20 cm x 20 cm;
  - Altura: 3 metros;
- Dimensões da laje:
  - Vão entre os eixos dos pilares:  $L = 3$  metros;
  - Altura da laje:  $h = 16$  cm;
  - Altura útil inicial:  $d = 16 - 2,5 = 13,5$  cm
  - Balanço da laje: 50 cm, em ambas as direções;
- Aço CA 50, com coeficiente  $\gamma_s = 1,15$ , de acordo com a NBR 6118/2014, portanto,  $f_{yd} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \frac{kN}{cm^2} = 434,78$  MPa.

### 5.1.2 MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

O dimensionamento da laje lisa se inicia pela execução do método elástico dos pórticos múltiplos, já apresentado no Capítulo 3, que resulta na obtenção dos esforços de cálculo. Para aplicação desse método, considera-se que todo o carregamento da laje atua na largura de influência de uma faixa de pilares, formando um pórtico que será analisado para se obter os esforços solicitantes na laje para realização do dimensionamento da armadura de flexão e em seguida verificação quanto à punção. A largura de influência da faixa dos pilares está compreendida entre a metade dos painéis das lajes adjacentes. Como no caso da laje da Figura 29 só há um painel, a largura de influência,  $L_f$ , será considerada da metade do painel até a borda do trecho em balanço da laje, e como há dupla simetria neste exemplo, tal largura é a mesma para ambas as direções,  $x$  e  $y$ , como representado na Figura 30:

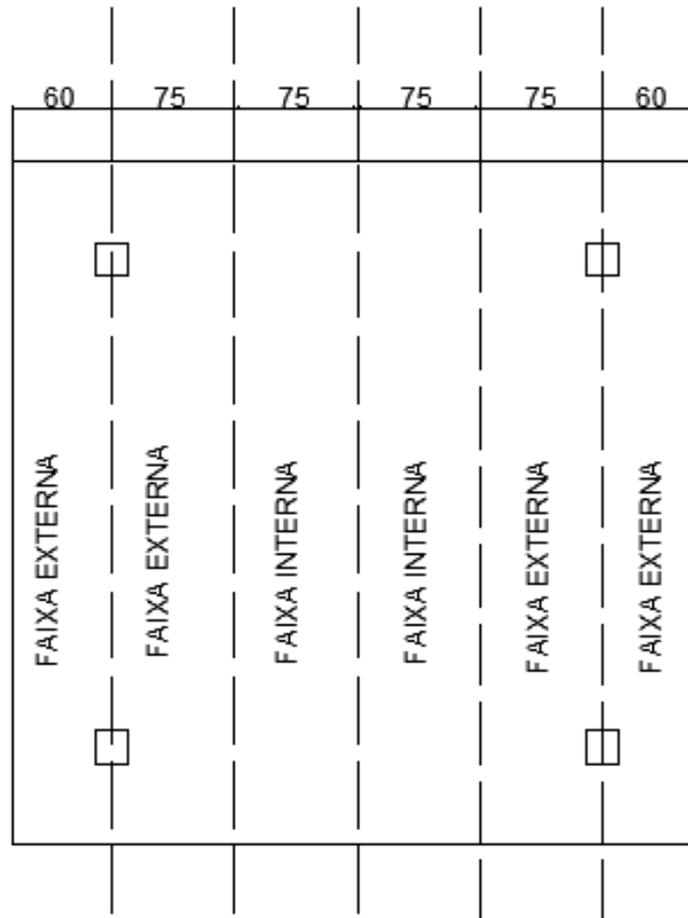
Figura 30: Largura de influência  $L_f$  da laje (unidade em cm)



Fonte: Autor (2022)

A laje foi dividida em faixas como representado na Figura 31 e cada faixa possui largura igual à largura do painel dividida por 4, sendo, portanto, nesse caso igual a 75 cm, lembrando que o painel nesse caso é o quadrado de 3x3 metros que vai de um eixo do pilar até o outro. As faixas dos pilares são consideradas como as faixas externas, enquanto que as faixas internas são as faixas centrais do painel da laje. Tais faixas da laje receberam a contribuição dos momentos encontrados no pórtico, e sua divisão está representada na Figura 31:

Figura 31: Divisão das faixas da laje



Fonte: Autor (2022)

### 5.1.3 CARREGAMENTOS:

O cálculo dos carregamentos está descrito abaixo a partir dos dados iniciais definidos no Capítulo 5.1 e das Equações 3.1 a 3.4:

- Peso Próprio:

$$PP = \gamma_{conc} \cdot h \cdot L_f$$

$$PP = 25 \text{ kN/m}^3 * 0,16 \text{ m} * 2,1 \text{ m} = 8,4 \text{ kN/m}$$

- Revestimento:

$$REV = Q_{rev} * L_f$$

$$REV = 1,0 \text{ kN/m}^2 * 2,1 \text{ m} = 2,1 \text{ kN/m}$$

- Variável:

$$VAR = Q_{var} * L_f$$

$$VAR = 1,5 * 2,1 = 3,15 \text{ kN/m}$$

- Carregamento de Cálculo ( $Qd$ ):

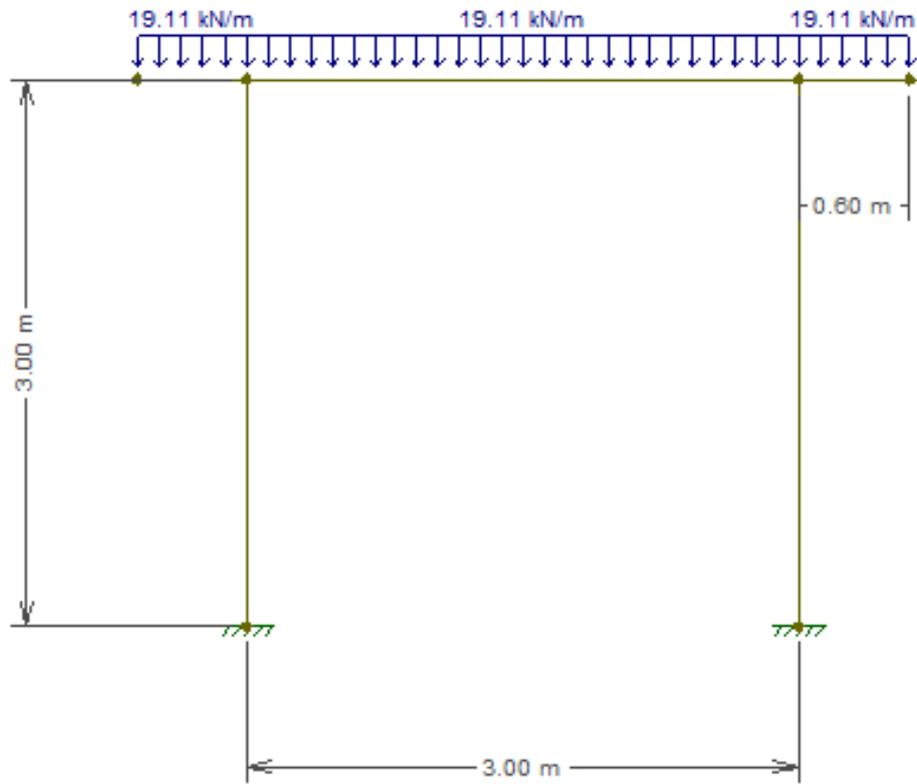
$$Qd = 1,4 * (PP + REV) + 1,4 * (VAR)$$

$$Qd = 1,4 * (8,4 + 2,1) + 1,4 * (3,15) = 19,11 \text{ kN/m}$$

#### 5.1.4 CÁLCULO DOS ESFORÇOS NO FTOOL

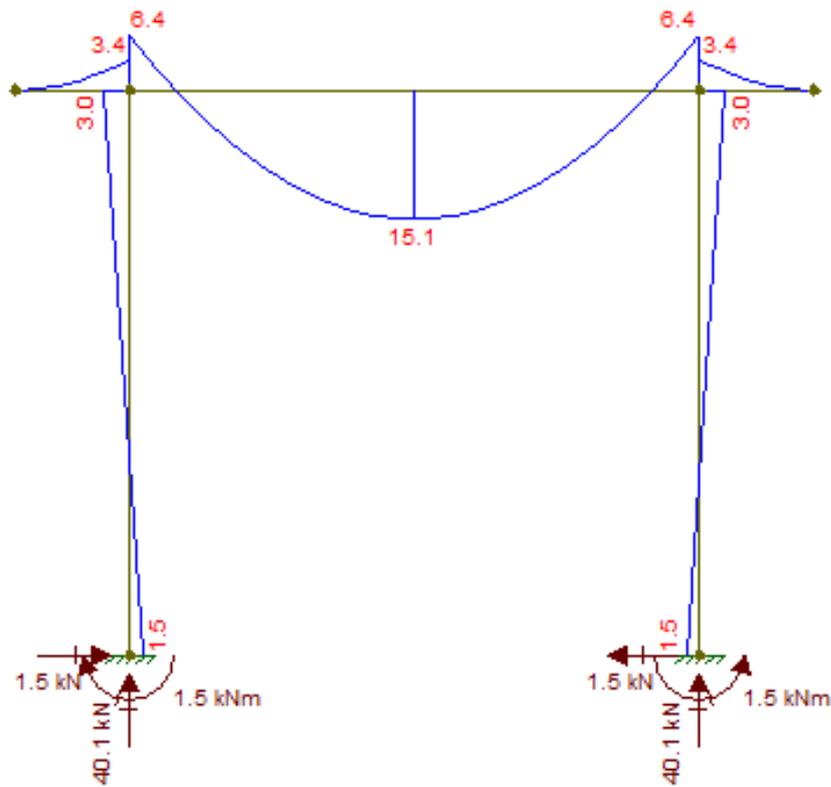
O método dos pórticos múltiplos requer que a estrutura seja representada por meio de um pórtico plano, e que este receba o carregamento da laje em sua área de influência. Através do software de cálculo de esforços em estruturas no plano *Ftool* é possível determinar os esforços no pórtico plano da laje, sendo que esse pórtico é o mesmo em ambas as direções  $x$  e  $y$  (devido à dupla simetria) e está representado na Figura 32, com o carregamento de cálculo  $Qd$  obtido na Seção 5.1.3, considerando no modelo estrutural do pórtico engaste na base dos pilares:

Figura 32: Pórtico plano da laje de estudo



Fonte: Autor (2022)

Figura 33: Esforços no pórtico plano da laje de estudo (Unidades em kN e kNm)



Fonte: Autor (2022)

Portanto, seguem abaixo os resultados dos esforços obtidos pelo software *Ftool*, já considerando os coeficientes de ponderação:

Tabela 6: Resumo dos esforços no pórtico plano da laje de estudo

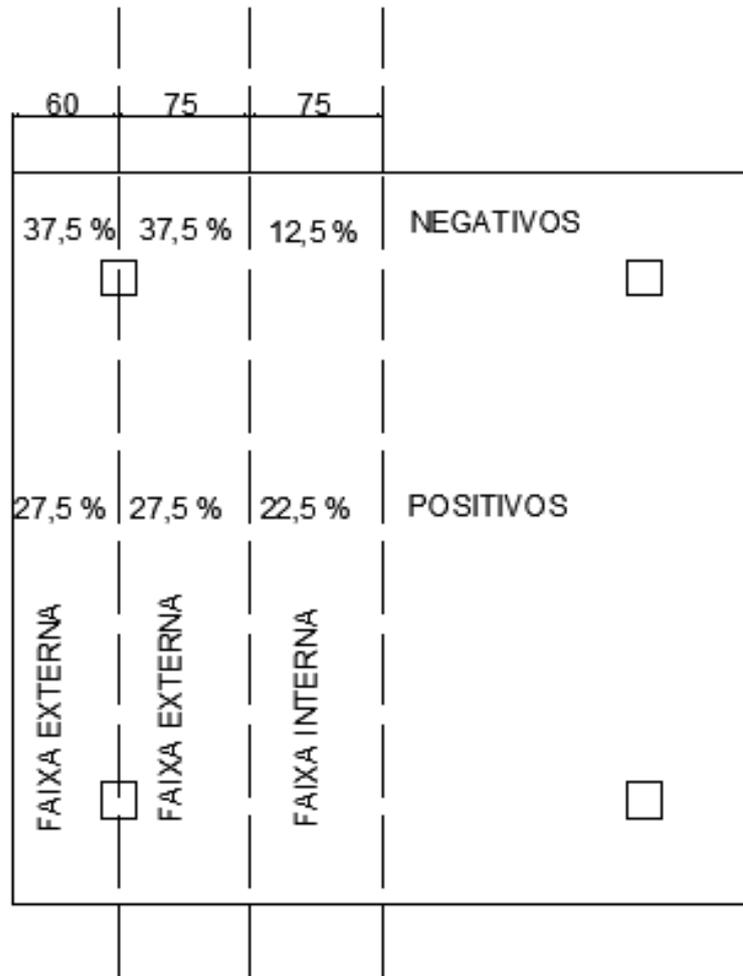
ESFORÇOS CALCULADOS NO FTOOL	
Momento positivo no vão	15.1 kNm
Momento negativo nos pilares	6.4 kNm
Esforço normal nos pilares	40.1 kN

Fonte: Autor (2022)

### 5.1.5 DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS PARA CADA FAIXA DA LAJE

Em seguida, realizou-se a distribuição dos momentos fletores positivos e negativos encontrados para cada faixa de laje de acordo com a proporção indicada na NBR 6118/2014, demonstrada na Figura 34:

Figura 34: Porcentagens de distribuição dos momentos para cada faixa da laje



Fonte: Autor (2022)

É possível notar que as faixas externas possuem dimensões diferentes pelo fato de uma delas ser limitada pela borda da laje, porém, considerou-se para a distribuição dos momentos fletores nestas faixas externas apenas a menor largura (0,60 m), pois dessa forma encontra-se um momento fletor por metro maior, o que torna o dimensionamento a favor da segurança ao considerar um esforço de cálculo maior do que o esforço que de fato ocorre na estrutura.

Portanto, de acordo com a Figura 34, os momentos positivos foram distribuídos da seguinte maneira:

- Faixa Interna:

$$M_{fi}^+ = 22,5\% * \frac{M_d^+}{L_{faixa}} \quad (\text{Equação 5.1})$$

$$M_{fi}^+ = 22,5\% * \frac{15,1}{0,75} = 4,53 \text{ kNm/metro}$$

onde:

$Mfi^+$  - Momento fletor positivo distribuído na faixa interna;

$Md^+$  - Momento fletor positivo calculado no pórtico;

$L_{faixa}$  - Largura da faixa da laje.

- Faixa Externa:

$$Mfe^+ = 27,5\% * \frac{Md^+}{L_{faixa}} \quad (\text{Equação 5.2})$$

$$Mfe^+ = 27,5\% * \frac{15,1}{0,6} = 6,92 \text{ kNm/metro}$$

onde:

$Mfe^+$  - Momento fletor positivo distribuído na faixa externa.

A distribuição dos momentos negativos foi realizada de forma semelhante:

- Faixa Interna:

$$Mfi^- = 0,125 * \frac{Md^-}{L_{faixa}} \quad (\text{Equação 5.3})$$

$$Mfi^- = 0,125 * \frac{6,4}{0,75} = 1,07 \text{ kNm/metro}$$

onde:

$Mfi^-$  - Momento fletor negativo distribuído na faixa interna;

$Md^-$  - Momento fletor negativo calculado no pórtico.

- Faixa Externa:

$$Mfe^- = 0,375 * \frac{Md^-}{L_{faixa}} \quad (\text{Equação 5.4})$$

$$Mfe^- = 0,375 * \frac{6,4}{0,6} = 4,0 \text{ kNm/metro}$$

onde:

$Mfe^-$  - Momento fletor negativo distribuído na faixa externa;

Tabela 7: Resumo dos momentos distribuídos por metro de laje

DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES	FAIXA INTERNA	FAIXA EXTERNA
POSITIVOS (kNm/m)	4.53	6.92
NEGATIVOS (kNm/m)	1.07	4.00

Fonte: Autor (2022)

#### 5.1.6 CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO

Determinados os momentos fletores atuantes por metro de laje, o passo seguinte foi dimensionar a armadura à flexão necessária para combater tais momentos. Tendo-se em vista que esses esforços atuam por metro de laje, a área de aço obtida é por metro de laje. Por meio das Equações 3.5 a 3.8, e dos valores de  $\rho_{min}$  da Tabela 1, foi possível obter a área de aço para cada metro por faixa de laje, considerando o  $b_w$  (largura da seção) igual a 1 metro, como demonstrado na Tabela 8 abaixo:

Tabela 8: Valores da área de aço para cada momento por metro de laje

MOMENTOS FLETORES	POSITIVOS		NEGATIVOS	
FAIXA	INTERNA	EXTERNA	INTERNA	EXTERNA
Momento por metro de faixa (kNm/m)	4.53	6.92	1.07	4.0
x1 (m)	0.33	0.33	0.34	0.34
x2 (m)	0.0028	0.0043	0.0007	0.0025
x adotado(m)	0.0028	0.0043	0.0007	0.0025
d (m)	0.135	0.135	0.135	0.135
x/d	0.021	0.032	0.005	0.018
z (m)	0.134	0.133	0.135	0.134
As (cm <sup>2</sup> /m)	0.7782	1.1942	0.1821	0.6865
ρ	0.049%	0.075%	0.011%	0.043%
ρ min (Taxa de arm. mínima)	0.150%	0.150%	0.150%	0.150%
As, min (cm <sup>2</sup> /m)	2.40	2.40	2.40	2.40
As adotada (cm <sup>2</sup> /m)	2.40	2.40	2.40	2.40

Fonte: Autor (2022)

Importante notar que os valores de  $x_1$  são maiores que a altura da laje de 16 cm, por isso foram adotados os valores de  $x_2$  para dar continuidade aos cálculos. Os valores de  $x/d$  encontrados foram bem abaixo do limite de 0,45 imposto pela NBR 6118 (ABNT, 2014), e as áreas de aço calculadas para as faixas da laje, sejam internas ou externas, ficaram abaixo do valor mínimo exigido pela norma brasileira, portanto, adotou-se o valor mínimo de área de aço, de 2,4 cm<sup>2</sup>/m, para as faixas internas e externas.

Após a determinação das áreas de aço por metro, foi necessário definir o número de barras de aço e o espaçamento entre as mesmas utilizando as Equações 3.9 e 3.10. No entanto, antes foi preciso escolher algum diâmetro comercial de barras de aço CA-50. Nesse caso, escolheu-se barras de 6,3 mm de diâmetro. Como a área de aço por metro adotada para cada momento na laje foi a mesma, o número de barras e o espaçamento também foram os mesmos, como descritos abaixo:

$$n = \frac{2,4}{\frac{\pi}{4} * (0,63)^2} = 7,7 \text{ barras} \approx 8 \text{ barras}$$

$$s = \left( \frac{1,0}{8 - 1} \right) * 100 = 14,29 \text{ cm} \approx 14 \text{ cm}$$

Calculados esses valores, entendendo que o resultado para o espaçamento é um valor máximo, e que esses valores são os mesmos para cada direção  $x$  e  $y$ , os espaçamentos das armaduras positiva e negativa de flexão da laje foram definidos e estão apresentados na Tabela 9:

Tabela 9: Número de barras e espaçamento para cada momento fletor na laje

MOMENTOS FLETORES	POSITIVOS		NEGATIVOS	
FAIXA	INTERNA	EXTERNA	INTERNA	EXTERNA
Md por metro de faixa (kNm/m)	4.53	6.92	1.07	4.0
Bitola da barra e espaçamento	Ø6.3 c/13	Ø6.3 c/13	Ø6.3 c/13	Ø6.3 c/13

Fonte: Autor (2022)

### 5.1.7 VERIFICAÇÃO QUANTO À PUNÇÃO

Os esforços a serem considerados nessa etapa de verificação são os momentos fletores negativos nos pilares de 6,4 kNm e o esforço normal de 40,1 kN, descritos na Tabela 6. Um parâmetro necessário para o início dessa etapa é a definição da altura útil da laje  $d$  que, de acordo com a Equação 3.14, é a média entre os valores de  $d_x$  e  $d_y$ , altura útil da armadura de flexão nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Considerando que a armadura de flexão em  $x$  está mais próxima da face superior da laje, e que o diâmetro adotado para a armadura de flexão foi 6,3 mm, calculou-se  $d_x$  do seguinte modo:

$$d_x = h - \text{cobrimento} - \frac{\phi}{2} \quad (\text{Equação 5.5})$$

$$d_x = 16 - 2,5 - \frac{0,63}{2} = 13,18 \text{ cm}$$

onde:

$d_x$  – Altura útil da armadura na direção  $x$ , em cm;

$\phi$  – Diâmetro da bitola da barra de aço da armadura de flexão, em cm.

Encontrado o valor de  $d_x$ ,  $d_y$  foi calculado de acordo com a expressão abaixo:

$$d_y = d_x - \phi \quad (\text{Equação 5.6})$$

$$d_y = 13,19 - 0,63 = 12,56 \text{ cm}$$

onde:

$d_y$  – Altura útil da armadura na direção  $y$ , em cm.

Logo, de acordo com a Equação 3.14:

$$d = \frac{13,19 + 12,56}{2} = 12,87 \text{ cm}$$

- Contorno C (face do pilar):

O contorno C apenas considera a tensão solicitante causada pelo esforço normal no pilar sobre a área definida pelo perímetro crítico reduzido e a altura útil da laje, sem considerar a tensão proveniente do momento fletor atuante na ligação laje-pilar.

- Tensão Resistente, obtida por meio das Equações 3.11 e 3.12:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,9$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * 0,9 * 17,86 = 4,34 \text{ MPa}$$

- Tensão Solicitante, obtida por meio da Equação 3.17, das expressões de perímetro crítico reduzido e de  $a_1$  e  $a_2$ , apresentados na Tabela 3 e nas Equações 3.20 e 3.21, respectivamente:

*Como o pilar é quadrado, logo  $c_1 = c_2 = 20$ :*

$$a_1 = a_2 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d = 1,5 * 12,87 = 19,31 \text{ cm} \\ 0,5 \cdot c_1 = 0,5 * 20 = 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_1 = a_2 = 10 \text{ cm}$$

O perímetro crítico, portanto, foi calculado a partir das equações da Tabela 3 para o contorno C:

$$u^* = a_1 + a_2 = 2 * 10 = 20 \text{ cm}$$

Finalmente, a tensão solicitante nesse contorno crítico, calculada a partir da Equação 3.17, foi igual a:

$$\tau_{sd} = \frac{40,1}{20 * 12,87} = 1,58 \text{ MPa}$$

Portanto, como  $\tau_{Rd2} \geq \tau_{sd}$ , a ligação laje-pilar no contorno C atende às exigências da verificação quanto ao efeito da punção.

- Contorno C' (a 2d da face do pilar):

Como o pilar é quadrado e os momentos fletores negativos nas duas direções são iguais, a verificação para cada uma das bordas do pilar será a mesma. Para esse caso, considerou-se que  $\sigma_{cp}$  (tensão normal à seção da laje) é igual a zero, por não se tratar de uma laje lisa protendida, por exemplo, que possui esforços normais à seção da laje.

- Tensão Resistente, obtida por meio das Equações 3.13 e 3.15:

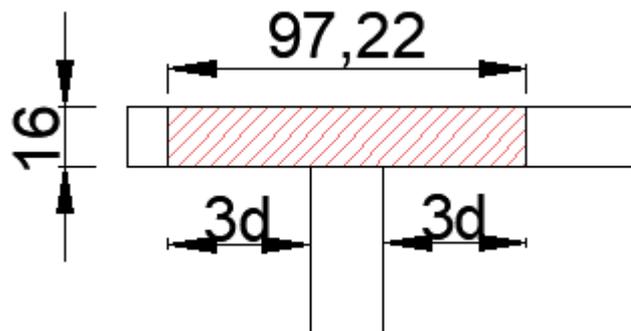
Para calcular  $\rho$ , considerou-se a seguinte seção da laje:

$$\text{Largura da seção de cálculo de } \rho = 3 \cdot d + \text{dimensão do pilar} + 3 \cdot d \quad (\text{Equação 5.7})$$

Como  $c_1$  é igual a  $c_2$ , logo a largura da seção de cálculo de  $\rho$  foi a mesma nas duas direções  $x$  e  $y$ .

$$\text{Largura da seção de cálculo de } \rho = 3 * 12,87 + 20 + 3 * 12,87 = 97,22 \text{ cm}$$

Figura 35: Seção da laje do PROJETO 1 para cálculo de  $\rho$



Fonte: Autor (2022)

A partir dessa seção, calculou-se a quantidade de barras de aço que estão dentro dessa seção em cada direção  $x$  e  $y$  por meio das expressões abaixo:

$$Q_x = \frac{(3.d+c_2+3.d)}{s_x} \quad (\text{Equação 5.8})$$

$$Q_x = \frac{(3 * 12,87 + 20 + 3 * 12,87)}{13} = 7,47 \text{ barras} \cong 7 \text{ barras}$$

$$Q_y = \frac{(3.d+c_1+3.d)}{s_y} \quad (\text{Equação 5.9})$$

$$Q_y = \frac{(3 * 12,87 + 20 + 3 * 12,87)}{13} = 7,47 \text{ barras} \cong 7 \text{ barras}$$

onde:

$Q_x$  – Quantidade de barras na direção  $x$ ;

$d$  – Altura útil média da armadura de flexão, em cm;

$s_x$  – Espaçamento da armadura na direção  $x$ , em cm;

$s_y$  – Espaçamento da armadura na direção  $y$ , em cm

$c_1$  – Dimensão do pilar perpendicular à direção  $x$ , em cm;

$c_2$  – Dimensão do pilar perpendicular à direção  $y$ , em cm.

O número de barras,  $Q_x$  e  $Q_y$ , foi arredondado para um valor inferior a fim de que os cálculos considerassem menos barras de aço do que estão de fato inseridas na seção, tornando o dimensionamento a favor da segurança ao considerar uma tensão resistente menor do que a presente na ligação laje-pilar nesse contorno crítico.

A taxa de armadura de flexão na seção de cálculo em cada direção  $x$  e  $y$  é obtida por meio da seguinte equação:

$$\rho_x = \frac{Q_x \cdot A_{barra,x}}{d_x \cdot (3.d+c_2+3.d)} \quad (\text{Equação 5.10})$$

$$\rho_x = \frac{7 * 0,31}{13,18 * (3 * 12,87 + 20 + 3 * 12,87)} = 0,0017023$$

$$\rho_y = \frac{Q_y \cdot A_{barra,y}}{d_y \cdot (3.d+c_1+3.d)} \quad (\text{Equação 5.11})$$

$$\rho_y = \frac{7 * 0,31}{12,56 * (3 * 12,87 + 20 + 3 * 12,87)} = 0,0017877$$

onde:

$\rho_x$  – Taxa de armadura longitudinal na direção  $x$ ;

$\rho_y$  – Taxa de armadura longitudinal na direção  $y$ ;

$A_{barrax}$  – Área da barra de aço da armadura longitudinal na direção  $x$ , em  $\text{cm}^2$ ;

$A_{barray}$  – Área da barra de aço da armadura longitudinal na direção  $y$ , em  $\text{cm}^2$ ;

$d_x$  – Altura útil da armadura na direção  $x$ , em  $\text{cm}$ ;

$d_y$  – Altura útil da armadura na direção  $y$ , em  $\text{cm}$ .

A taxa geométrica de armadura longitudinal foi obtida pela Equação 3.15 e está descrita abaixo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$\rho = \sqrt{0,0017023 * 0,0017877} = 0,00174$$

O fator de escala  $k$  do mecanismo resistente à punção deve respeitar o limite de ser menor ou igual a 2, logo:

$$k = \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) = 1 + \sqrt{\frac{20}{12,87}} = 2,25 > 2, \text{ portanto, } k = 2$$

A tensão resistente de cálculo do contorno C' foi calculada pela Equação 3.13, como descrita abaixo:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot (2) \cdot (100 * 0,00174 * 25)^{1/3} + 0,10 * 0,0 = 0,42479 \text{ MPa ou } 424,79 \text{ kPa}$$

- Tensão Solicitante, obtida por meio da Equação 3.18:

Inicialmente, foi preciso definir o perímetro crítico reduzido para esse contorno. Como a altura útil é constante para toda a laje, os valores de  $a_1$  e  $a_2$  foram os mesmos calculados para o contorno C, logo:

$$a_1 = a_2 = 10 \text{ cm}$$

O perímetro crítico reduzido  $u^*$  do contorno C' foi calculado por meio das equações da Tabela 3 e está descrito abaixo:

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d = 10 + 10 + \pi \cdot 12,87 = 60 \text{ cm}$$

O coeficiente K é obtido por meio da Tabela 2, através da relação  $c_1/c_2$ . Como  $c_1 = c_2$ , logo a razão  $c_1/c_2 = 1$ , então o coeficiente K é igual a 0,6.

A excentricidade do perímetro crítico foi calculada a partir da equação presente na Tabela 4 e está descrita abaixo:

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)}$$

$$e^* = \frac{20 \cdot 10 - 10^2 + 10 \cdot 20 + 4 \cdot 10 \cdot 12,87 + 8 \cdot 12,87^2 + \pi \cdot 12,87 \cdot 20}{2 \cdot (10 + 10 + \pi \cdot 12,87)} = 24,4 \text{ cm}$$

O momento resultante da excentricidade  $e^*$  e o momento de cálculo resultante foram obtidos por meio das Equações 3.19 e 3.22:

$$M_{Sd}^* = F_{Sd} \cdot e^*$$

$$M_{Sd}^* = 40,1 \text{ kN} \cdot 0,244 \text{ m} = 9,78 \text{ kNm}$$

$$M_{Sd} = (M_{Sd1} - M_{Sd}^*) \geq 0$$

$$M_{Sd} = (6,4 - 9,78) = -3,38 \text{ kNm} \geq 0, \text{ portanto, } M_{Sd} = 0 \text{ kNm}$$

Para que fosse determinado o módulo de resistência plástica  $W_{p1}$ , antes foi preciso determinar  $e_c$ , a excentricidade do perímetro da superfície crítica em relação à borda livre, a qual foi calculada por meio das equações da Tabela 5:

$$e_c = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d \cdot c_2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 4 \cdot d^2}{c_1 + c_2 + \pi \cdot d}$$

$$e_c = \frac{0,5 \cdot 20^2 + 20 \cdot 20 + 2 \cdot 12,87 \cdot 20 + \pi \cdot 12,87 \cdot 20 + 4 \cdot 12,87^2}{20 + 20 + \pi \cdot 12,87} = 32,15 \text{ cm}$$

Calculou-se, ainda outro parâmetro essencial para determinar  $W_{p1}$ :

$$c_1 + 4 * \frac{d}{\pi} = 20 + 4 * \frac{12,87}{\pi} = 36,39 \text{ cm}$$

Logo, como  $c_1 = 20 \text{ cm} \leq e_c = 32,15 \text{ cm} \leq c_1 + 4 * \frac{d}{\pi} = 36,39 \text{ cm}$ ,  $W_{p1}$  foi obtido por meio da seguinte equação:

$$W_{p1} = c_1 \cdot \left( e_c - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left( c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_c \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_c)$$

$$W_{p1} = 20 \cdot \left( 32,15 - \frac{20}{2} \right) + \pi * 12,87 * \left( 20 + \frac{4 * 12,87}{\pi} - 32,15 \right) + 20$$

$$* (20 + 2 * 12,87 - 32,15) = 886,04 \text{ cm}^2 = 0,089 \text{ m}^2$$

Portanto, a tensão solicitante no contorno C' foi calculada através da Equação 3.18 e está descrita abaixo:

$$\tau_{sd} = \frac{40,1}{0,6 * 0,1287} + \frac{0,6 \cdot 0,0}{0,089 * 0,1287} = 0,52 \text{ MPa}$$

Logo,  $\tau_{sd} = 0,52 \text{ MPa} \geq \tau_{Rd1} = 0,43 \text{ MPa}$ , então a laje falhou na verificação de resistência à punção no contorno C'. É válido destacar que mesmo com a adoção de armadura mínima, ocorreu falha na verificação quanto à punção, o que demonstra a importância das verificações exigidas pela NBR 6118/2014. Portanto, devido a falha na verificação, a laje do PROJETO 1 não está apta a ser executada, exigindo para isso alterações nos parâmetros iniciais de projeto ou a aplicação de métodos que ofereçam mais resistência a ligação laje-pilar ao efeito da punção.

## 5.2 PROJETO 2 – AUMENTO DA ALTURA DA LAJE

A partir da falha do PROJETO 1, desenvolveu-se o PROJETO 2 como uma solução para que a laje fosse aprovada nas verificações de norma quanto ao efeito da punção. Este PROJETO buscou então como forma de oferecer mais resistência à ligação laje-pilar o aumento da altura da laje, o que resulta na necessidade de calcular novamente o carregamento atuante na laje e os esforços de cálculo, redistribuir os momentos fletores e redimensionar a armadura de flexão. O aumento na espessura de 4 cm não seguiu nenhum critério técnico específico, sendo apenas uma livre escolha do Autor.

### 5.2.1 DADOS INICIAIS

Os parâmetros iniciais são os mesmos definidos para o PROJETO 1 no Capítulo 5.1.1, com exceção da altura da laje que foi definida como apresentado abaixo:

- Dimensões da laje:
  - Vão entre os eixos dos pilares:  $L = 3 \text{ metros}$ ;
  - Altura da laje:  $h = 20 \text{ cm}$ ;
  - Altura útil inicial:  $d = 20 - 2,5 = 17,5 \text{ cm}$
  - Balanço da laje: 50 cm, em ambas as direções;

### 5.2.2 MÉTODO DOS PÓRTICOS MÚLTIPLOS

A largura de influência  $L_f$  e largura das faixas internas e externas que recebem os momentos distribuídos da laje não se alteram, apesar da mudança de altura da laje, portanto, permanecem inalteradas para o PROJETO 2.

Tabela 10: Valores de  $L_f$  e Larguras das faixas internas e externas no PROJETO 2

LARGURAS	
Influência $L_f$ (m)	2.10
Faixa Interna (m)	0.75
Faixa Externa (m)	0.60

Fonte: Autor (2022)

### 5.2.3 CARREGAMENTOS:

Pelo fato da altura da laje ter sido alterada, o cálculo dos carregamentos necessitou ser refeito, e portanto, está descrito abaixo a partir dos novos dados iniciais definidos no Capítulo 5.2.1 e das Equações 3.1 a 3.4:

- Peso Próprio:

$$PP = \gamma_{conc} \cdot h \cdot L_f$$

$$PP = 25 \text{ kN/m}^3 * 0,20 \text{ m} * 2,1 \text{ m} = 10,5 \text{ kN/m}$$

- Revestimento:

$$REV = Q_{rev} * L_f$$

$$REV = 1,0 \text{ kN/m}^2 * 2,1 \text{ m} = 2,1 \text{ kN/m}$$

- Variável:

$$VAR = Q_{var} * L_f$$

$$VAR = 1,5 * 2,1 = 3,15 \text{ kN/m}$$

- Carregamento de Cálculo ( $Qd$ ):

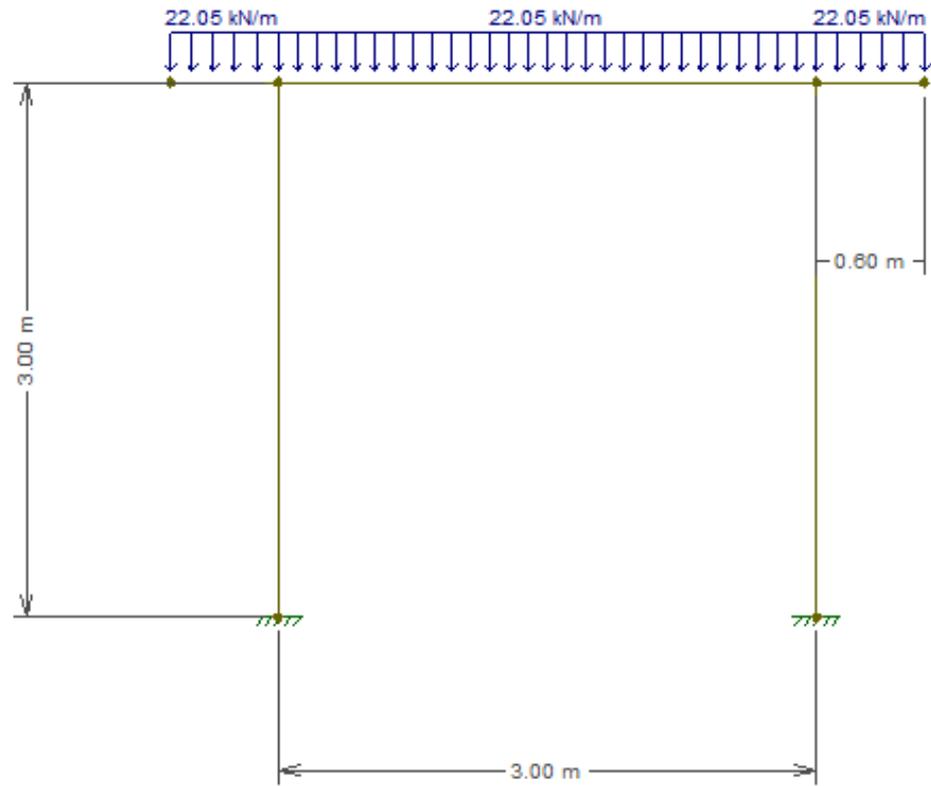
$$Qd = 1,4 * (PP + REV) + 1,4 * (VAR)$$

$$Qd = 1,4 * (10,5 + 2,1) + 1,4 * (3,15) = 22,05 \text{ kN/m}$$

#### 5.2.4 CÁLCULO DOS ESFORÇOS NO FTOOL

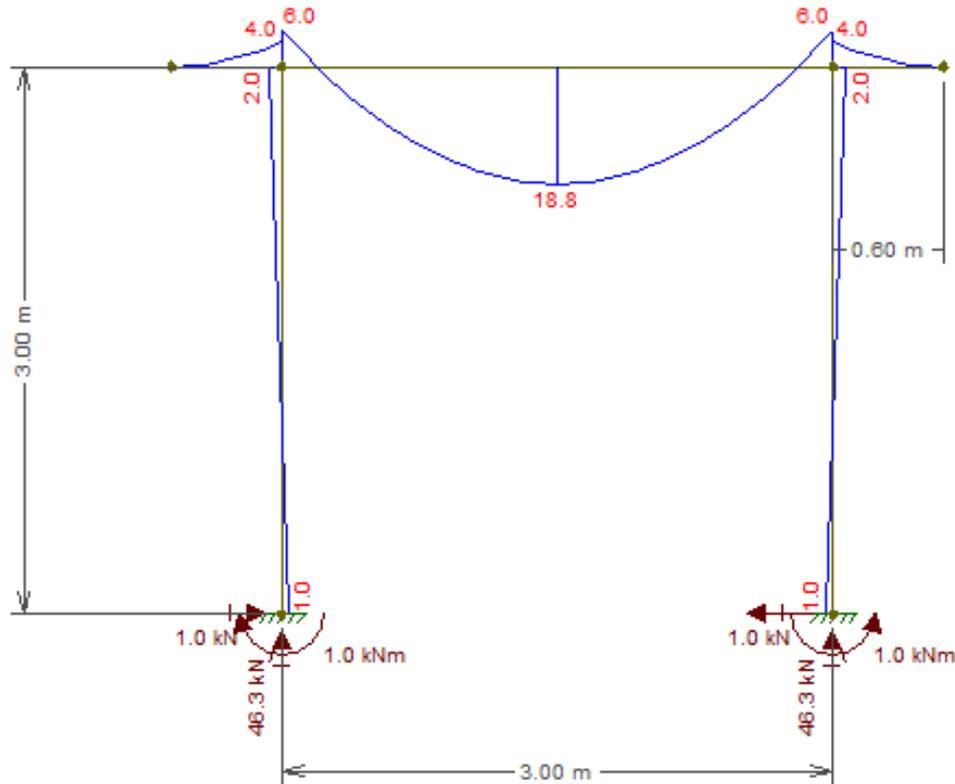
Através do software de cálculo de esforços em estruturas no plano *Ftool* foi possível determinar os esforços no pórtico plano da laje para o PROJETO 2, sendo importante salientar que esse pórtico é o mesmo em ambas as direções  $x$  e  $y$  (devido à dupla simetria) e está representado na Figura 36, com o carregamento de cálculo  $Qd$  obtido no Capítulo 5.2.3, considerando no modelo estrutural do pórtico engaste na base dos pilares:

Figura 36: Pórtico plano da laje do PROJETO 2 com carregamento Qd



Fonte: Autor (2022)

Figura 37: Esforços no pórtico plano da laje de estudo (unidades em kN e kNm)



Fonte: Autor (2022)

Portanto, seguem abaixo os resultados dos esforços obtidos pelo software *Ftool*:

Tabela 11: Resumo dos esforços no pórtico plano da laje do PROJETO 2

ESFORÇOS CALCULADOS NO FTOOL	
Momento positivo no vão	18.8 kNm
Momento negativo nos pilares	6.0 kNm
Esforço normal nos pilares	46.3 kN

Fonte: Autor (2022)

### 5.2.5 DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS PARA CADA FAIXA DA LAJE

A distribuição dos momentos fletores positivos e negativos encontrados para cada faixa de laje, de acordo com a proporção indicada na NBR 6118/2014, está demonstrada na Figura 34. Portanto, de acordo com a Figura 34 e as Equações 4.1 e 4.2, os momentos fletores positivos foram distribuídos da seguinte maneira:

- Faixa Interna:

$$Mfi^+ = 0,225 * \frac{18,8}{0,75} = 5,64 \text{ kNm/metro}$$

- Faixa Externa:

$$Mfe^+ = 0,275 * \frac{18,8}{0,6} = 8,62 \text{ kNm/metro}$$

A distribuição dos momentos negativos foi realizada do seguinte modo, através das Equações 4.3 e 4.4:

- Faixa Interna:

$$Mfi^- = 0,125 * \frac{6,0}{0,75} = 1,0 \text{ kNm/metro}$$

- Faixa Externa:

$$Mfe^- = 0,375 * \frac{6,0}{0,6} = 3,75 \text{ kNm/metro}$$

Tabela 12: Resumo dos momentos distribuídos por metro de laje

DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS FLETORES	FAIXA INTERNA	FAIXA EXTERNA
POSITIVOS (kNm/m)	5.64	8.62
NEGATIVOS (kNm/m)	1.0	3.75

Fonte: Autor (2022)

## 5.2.6 CÁLCULO DA ARMADURA DE FLEXÃO

A partir dos valores dos momentos fletores atuantes por metro de laje, das Equações 3.5 a 3.8, e dos valores de  $\rho_{min}$  da Tabela 1, foi possível obter a área de aço para cada metro por faixa de laje, considerando  $b_w$  (largura da seção) igual a 1 metro, como demonstrado na Tabela 13 abaixo:

Tabela 13: Valores da área de aço para cada momento por metro de laje do PROJETO 2

MOMENTOS FLETORES	POSITIVOS		NEGATIVOS	
	INTERNA	EXTERNA	INTERNA	EXTERNA
FAIXA				
Momento por metro de faixa (kNm/m)	5.64	8.62	1.00	3.75
x1 (m)	0.435	0.433	0.437	0.436
x2 (m)	0.0027	0.0041	0.0005	0.0018
x adotado(m)	0.0027	0.0041	0.0005	0.0018
d (m)	0.175	0.175	0.175	0.175
x/d	0.015	0.023	0.003	0.010
Z (m)	0.174	0.173	0.175	0.174
As (cm <sup>2</sup> /m)	0.7458	1.1432	0.1316	0.4949
$\rho$	0.037%	0.057%	0.007%	0.025%
$\rho_{min}$	0.150%	0.150%	0.150%	0.150%
As, min (cm <sup>2</sup> /m)	3.00	3.00	3.00	3.00
As, adotada (cm <sup>2</sup> /m)	3.00	3.00	3.00	3.00

Fonte: Autor (2022)

Importante notar que as áreas de aço calculadas para as faixas da laje, sejam internas ou externas, novamente ficaram abaixo do valor mínimo exigido pela norma brasileira, portanto, adotou-se o valor mínimo de área de aço para as faixas internas e externas de 3,0 cm<sup>2</sup>/m.

Através das Equações 3.9 e 3.10, e definido o diâmetro das barras de aço da armadura como barras de 6,3 mm, e sabendo que como a área de aço por metro adotada para cada momento na laje foi a mesma, o número de barras e o espaçamento também foram os mesmos, foram calculados o número de barras e o espaçamento da armadura de flexão:

$$n = \frac{3,0}{\frac{\pi}{4} * (0,63)^2} = 9,62 \text{ barras} \approx 10 \text{ barras}$$

$$s = \left( \frac{1,0}{10 - 1} \right) * 100 = 11,11 \text{ cm} \approx 11 \text{ cm}$$

Calculados esses valores, entendendo que o resultado para o espaçamento é um valor máximo, e que esses valores são os mesmos para cada direção  $x$  e  $y$ , os espaçamentos das armaduras positiva e negativa de flexão da laje do PROJETO 2 foram definidos e estão apresentados na Tabela 14:

Tabela 14: Número de barras e espaçamento para cada momento fletor na laje do PROJETO 2

MOMENTOS FLETORES	POSITIVOS		NEGATIVOS	
	FAIXA INTERNA	FAIXA EXTERNA	FAIXA INTERNA	FAIXA EXTERNA
Momento por metro de faixa (kNm/m)	5.64	8.62	1.0	3.75
Bitola da barra e espaçamento	Ø6.3 c/10	Ø6.3 c/10	Ø6.3 c/10	Ø6.3 c/10

Fonte: Autor (2022)

### 5.2.7 VERIFICAÇÃO QUANTO À PUNÇÃO

Os esforços a serem considerados nessa etapa de verificação são os momentos fletores negativos nos pilares de 6,0 kNm e o esforço normal de 46,3 kN, descritos na Tabela 11. De acordo com as Equação 3.14, 4.5 e 4.6, calculou-se a altura útil da laje  $d$ , que é a média entre os valores de  $d_x$  e  $d_y$ , altura útil da armadura de flexão nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Considerando que a armadura de flexão em  $x$  está mais próxima da face superior da laje, e que o diâmetro adotado para a armadura de flexão foi 6,3 mm, calculou-se  $d_x$ ,  $d_y$  e  $d$  do seguinte modo:

$$d_x = 20 - 2,5 - \frac{0,63}{2} = 17,19 \text{ cm}$$

$$d_y = 17,19 - 0,63 = 16,56 \text{ cm}$$

$$d = \frac{17,19 + 16,56}{2} = 16,87 \text{ cm}$$

- Contorno C (face do pilar):

O contorno C apenas considera a tensão solicitante causada pelo esforço normal no pilar sobre a área definida pelo perímetro crítico reduzido e a altura útil da laje, sem considerar a tensão proveniente do momento fletor atuante na ligação laje-pilar.

- Tensão Resistente, obtida por meio das Equações 3.11 e 3.12:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,9$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 * 0,9 * 17,86 = 4,34 \text{ MPa}$$

- Tensão Solicitante, obtida por meio da Equação 3.17, das expressões de perímetro crítico reduzido e de  $a_1$  e  $a_2$ , apresentados na Tabela 3 e nas Equações 3.20 e 3.21, respectivamente:

*Como o pilar é quadrado, logo  $c_1 = c_2 = 20$ :*

$$a_1 = a_2 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d = 1,5 * 16,87 = 25,31 \text{ cm} \\ 0,5 \cdot c_1 = 0,5 * 20 = 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_1 = a_2 = 10 \text{ cm}$$

O perímetro crítico, portanto, foi calculado a partir das equações da Tabela 3 para o contorno C:

$$u^* = a_1 + a_2 = 2 * 10 = 20 \text{ cm}$$

Finalmente, a tensão solicitante nesse contorno crítico, calculada a partir da Equação 3.17, foi igual a:

$$\tau_{sd} = \frac{46,3}{20 * 16,87} = 1,37 \text{ MPa}$$

Portanto, como  $\tau_{Rd2} \geq \tau_{sd}$ , a ligação laje-pilar no contorno C atende às exigências da verificação quanto ao efeito da punção.

- Contorno C' (a 2d da face do pilar):

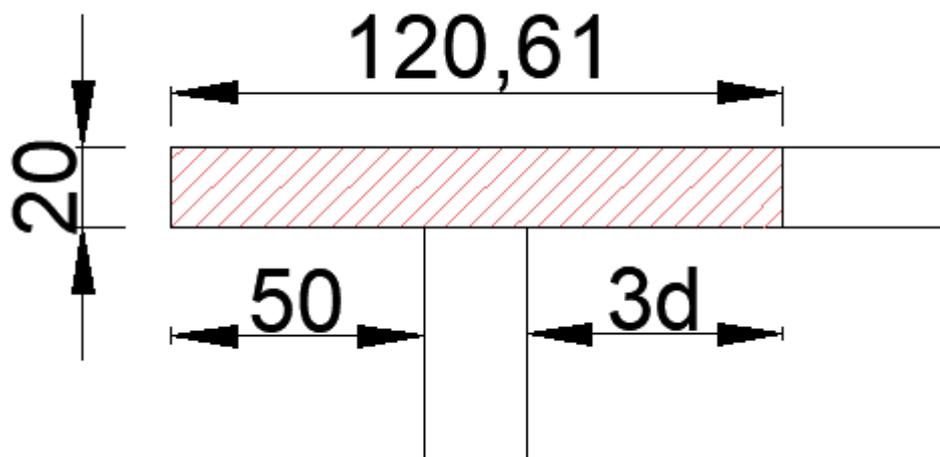
Como o pilar é quadrado e os momentos fletores negativos nas duas direções são iguais, a verificação separada para cada uma das bordas do pilar será a mesma. Para esse caso, considerou-se que  $\sigma_{cp}$  (tensão normal a seção da laje) é igual a zero, por não se tratar de uma laje lisa protendida, por exemplo, que possui esforços normais à seção da laje.

- Tensão Resistente, obtida por meio das Equações 3.13 e 3.15:

Para calcular  $\rho$ , considerou-se a seguinte seção da laje, obtida por meio da Equação 5.7, porém, como a distância 3 vezes  $d$  é maior que a distância da face do pilar até a borda, a largura da seção de cálculo de  $\rho$  foi definida como demonstrado a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Largura da seção de cálculo de } \rho &= 3 * 16,87 + 20 + 50 \text{ (balanço)} \\ &= 120,21\text{cm} \end{aligned}$$

Figura 38: Seção da laje do PROJETO 2 para cálculo de  $\rho$  (unidades em cm)



Fonte: Autor (2022)

A partir dessa seção, calculou-se a quantidade de barras de aço que estão dentro dessa seção e a taxa de armadura longitudinal em cada direção  $x$  e  $y$ , por meio das Equações 5.8 a 5.11:

$$Q_x = \frac{(3 * 16,87 + 20 + 50)}{10} = 11,81 \text{ barras} \cong 11 \text{ barras}$$

$$Q_y = \frac{(3 * 16,87 + 20 + 50)}{10} = 11,81 \text{ barras} \cong 11 \text{ barras}$$

$$\rho_x = \frac{11 * 0,31}{17,19 * (3 * 16,87 + 20 + 50)} = 0,001646$$

$$\rho_y = \frac{11 * 0,31}{16,56 * (3 * 16,87 + 20 + 50)} = 0,0017086$$

A taxa geométrica de armadura longitudinal foi obtida pela Equação 3.15 e está descrita abaixo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$\rho = \sqrt{0,001646 * 0,0017086} = 0,001677$$

O fator de escala  $k$  do mecanismo resistente à punção ( $k$ ) deve respeitar o limite de ser menor ou igual a 2, logo:

$$k = \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) = 1 + \sqrt{\frac{20}{16,87}} = 2,09 \leq 2, \text{ portanto, } k = 2$$

A tensão resistente de cálculo do contorno C' foi calculada pela Equação 3.13, como descrita abaixo:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot (2) \cdot (100 * 0,001677 * 25)^{1/3} + 0,10 * 0,0 = 0,419 \text{ MPa ou } 419,24 \text{ kPa}$$

- Tensão Solicitante, obtida por meio da Equação 3.18:

Inicialmente, foi preciso definir o perímetro crítico reduzido para esse contorno. Como a altura útil é constante para toda a laje, os valores de  $a_1$  e  $a_2$  foram os mesmos calculados para o contorno C, logo:

$$a_1 = a_2 = 10 \text{ cm}$$

O perímetro crítico reduzido  $u^*$  do contorno C' foi calculado por meio da equação da Tabela 3 e está descrito abaixo:

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d = 10 + 10 + \pi * 16,87 = 73 \text{ cm}$$

O coeficiente K é obtido por meio da Tabela 2, através da relação  $\frac{c_1}{c_2}$ . Como  $c_1 = c_2$ , logo a razão  $\frac{c_1}{c_2} = 1$ , então o coeficiente K é igual a 0,6.

A excentricidade do perímetro crítico foi calculada a partir da equação presente na Tabela 4 e está descrita abaixo:

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)}$$

$$e^* = \frac{20 * 10 - 10^2 + 10 * 20 + 4 * 10 * 16,87 + 8 * 16,87^2 + \pi * 16,87 * 20}{2 * (10 + 10 + \pi * 16,87)} = 29,53 \text{ cm}$$

O momento resultante da excentricidade  $e^*$  e o momento de cálculo resultante foram obtidos por meio das Equações 3.19 e 3.22:

$$M_{Sd}^* = F_{Sd} \cdot e^*$$

$$M_{Sd}^* = 46,3 \text{ kN} * 0,2953 \text{ m} = 13,67 \text{ kNm}$$

$$M_{Sd} = (M_{Sd1} - M_{Sd}^*) \geq 0$$

$$M_{Sd} = (6,4 - 13,67) = -7,67 \text{ kNm} \geq 0, \text{ portanto, } M_{Sd} = 0 \text{ kNm}$$

Para que fosse determinado o módulo de resistência plástica  $W_{p1}$ , antes foi preciso determinar  $e_c$ , a excentricidade do perímetro da superfície crítica em relação à borda livre, a qual foi calculada por meio das equações da Tabela 5:

$$e_c = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d \cdot c_2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 4 \cdot d^2}{c_1 + c_2 + \pi \cdot d}$$

$$e_c = \frac{0,5 \cdot 20^2 + 20 * 20 + 2 * 16,87 * 20 + \pi * 16,87 * 20 + 4 * 16,87^2}{20 + 20 + \pi * 16,87} = 37,35 \text{ cm}$$

Calculou-se, ainda outro parâmetro essencial para determinar  $W_{p1}$ :

$$c_1 + 4 * \frac{d}{\pi} = 20 + 4 * \frac{16,87}{\pi} = 41,48 \text{ cm}$$

Logo, como  $c_1 = 20 \text{ cm} \leq e_c = 37,35 \text{ cm} \leq c_1 + 4 * \frac{d}{\pi} = 41,48 \text{ cm}$ , o  $W_{p1}$  foi obtido por meio da seguinte equação, extraída da Tabela 5:

$$W_{p1} = c_1 \cdot \left( e_c - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left( c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_c \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_c)$$

$$W_{p1} = 20 \cdot \left( 37,35 - \frac{20}{2} \right) + \pi * 16,87 * \left( 20 + \frac{4 * 16,87}{\pi} - 37,35 \right) + 20 * (20 + 2 * 16,87 - 37,35) = 1093,85 \text{ cm}^2 = 0,1093 \text{ m}^2$$

Portanto, a tensão solicitante no contorno C' foi calculado através da Equação 3.18 e está descrita abaixo:

$$\tau_{sd} = \frac{46,3}{0,6 * 0,1687} + \frac{0,6 * 0,0}{0,1093 * 0,1687} = 0,38 MPa$$

Logo,  $\tau_{sd} = 0,38 MPa \leq \tau_{Rd1} = 0,42 MPa$ , então a laje está de acordo com a verificação de resistência à punção no contorno C'.

### 5.2.8 ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO

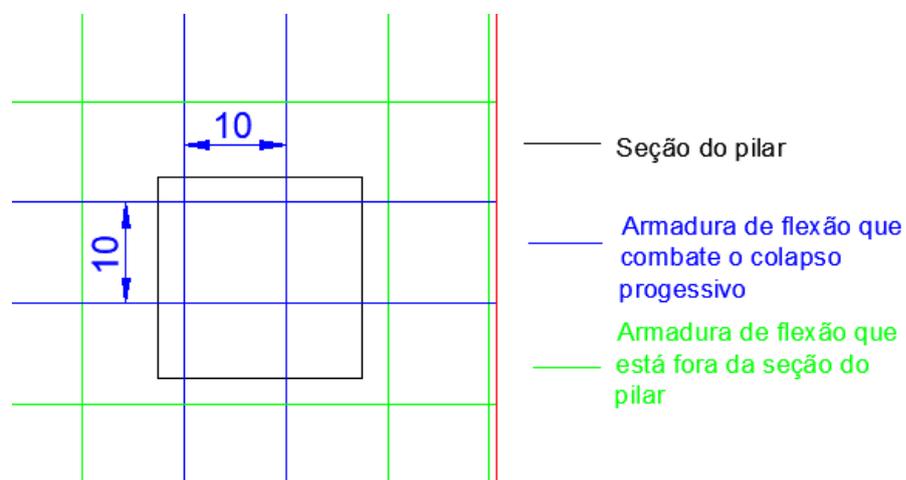
Após a verificação da resistência nos contornos críticos da laje, foi realizada a verificação da armadura para resistir ao colapso progressivo, utilizando-se as Equações 3.23 a 3.26. Como as dimensões do pilar são iguais ( $c_1 = c_2$ ), e os espaçamentos das armaduras de flexão são iguais nas duas direções,  $x$  e  $y$ , o número de barras que passam pelo pilar são iguais nas duas direções, como descrito abaixo:

$$n_{x,colapso} = \frac{c_2}{s_r} = \frac{20}{10} = 2 \text{ barras}$$

$$n_{y,colapso} = \frac{c_1}{s_r} = \frac{20}{10} = 2 \text{ barras}$$

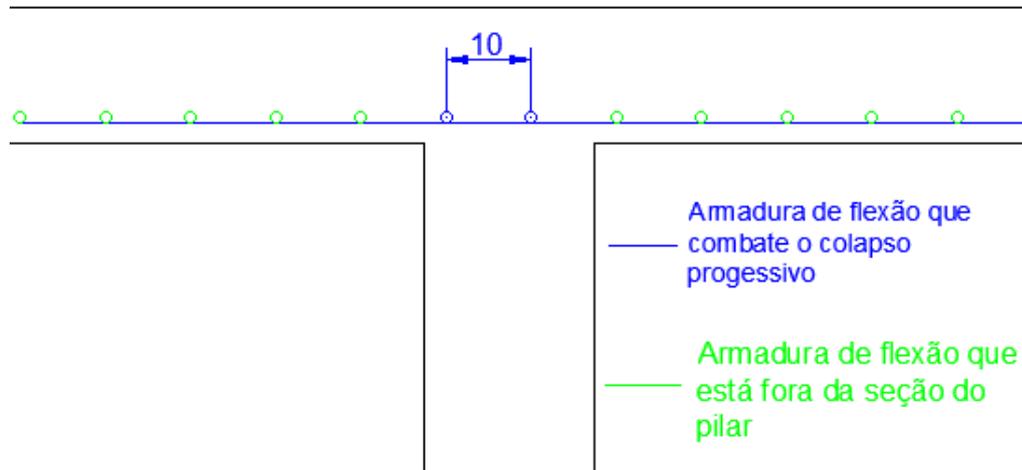
As Figuras 38 e 39 ilustram a disposição da armadura contra o colapso progressivo, indicando as barras da armadura que passam pela seção do pilar:

Figura 39: Vista em planta da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 2



Fonte: Autor (2022)

Figura 40: Vista em corte da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 2



Fonte: Autor (2022)

Como a armadura contra colapso progressivo ultrapassa as duas faces do pilar em cada direção  $x$  e  $y$ , e o diâmetro da armadura de flexão é de 6,3 mm, tem-se:

$$A_{s,ccp} = 2 * (2 \text{ barras} * 0,31 \text{ cm}^2) + 2 * (2 \text{ barras} * 0,31 \text{ cm}^2) = 2,49 \text{ cm}^2$$

onde  $A_{s,ccp}$  é a soma das áreas das barras que cruzam cada uma das faces do pilar, que representa a armadura de combate ao colapso progressivo.

Por fim, de acordo com a verificação da Equação 3.23, a verificação da armadura contra colapso progressivo foi realizada da seguinte forma:

$$A_{s,ccp} \cdot f_{yd} \geq 1,5 \cdot F_{Sd}$$

$$2,49 \text{ cm}^2 * \frac{50 \text{ kN/cm}^2}{1,15} \geq 1,5 * \left( \frac{46,3 \text{ kN}}{1,4} * 1,2 \right)$$

$$108,43 \text{ kN} \geq 59,53 \text{ kN}$$

Portanto, como a verificação  $A_{s,ccp} \cdot f_{yd} \geq 1,5 \cdot F_{Sd}$  foi bem sucedida, e como a NBR 6118 (ABNT, 2014) não exige mais nenhuma verificação após essa, a laje do PROJETO 2 está aprovada e apta a ser executada.

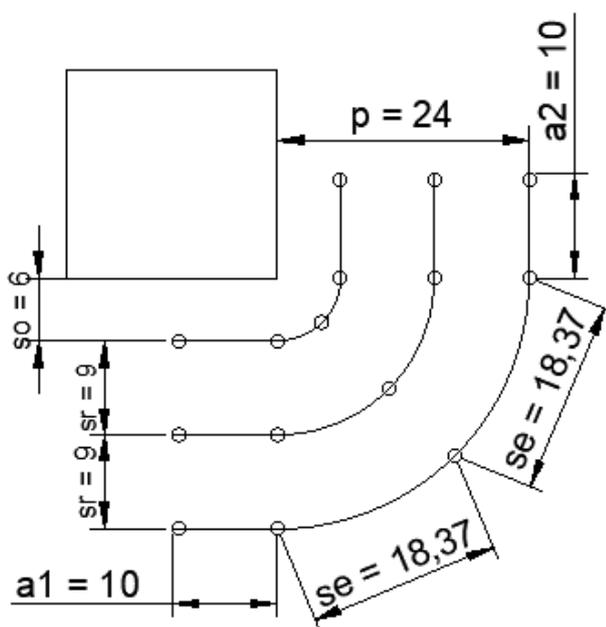
### 5.3 PROJETO 3 – APLICAÇÃO DA ARMADURA DE PUNÇÃO

A partir da falha do PROJETO 1, desenvolveu-se também o PROJETO 3 como uma solução para que a laje fosse aprovada nas verificações de norma quanto ao efeito da punção. Este PROJETO buscou então como forma de oferecer mais resistência à ligação laje-pilar a adoção da armadura de punção, para que então a laje do PROJETO 1 fosse capaz de ser aprovada na verificação do contorno C'. O PROJETO 3 é exatamente igual ao PROJETO 1, até o ponto da verificação do contorno C', onde agora inova aplicando como solução a armadura de punção, que visa acrescer o valor da tensão resistente da laje nesse contorno crítico.

#### 5.3.1 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA DE PUNÇÃO

O dimensionamento da armadura consiste em definir os parâmetros da armadura, calcular a nova tensão resistente por meio da Equação 3.16 e verificar se a mesma está acima da tensão solicitante. Logo, os valores de  $s_0$ ,  $s_r$  e  $s_e$  foram adotados de acordo com os limites indicados na Seção 3.6.2, adotou-se conectores com 6,3 mm de diâmetro, 3 linhas de armadura (mínimo exigido pela NBR 6118/2014, item 19.5.3.3) e 5 conectores por linha. É importante ressaltar que esses parâmetros foram definidos de acordo com as prescrições da NBR 6118/2014, e por meio destes foi possível determinar a nova tensão resistente para o contorno C', que necessita ser superior à tensão solicitante nesse mesmo contorno para que a disposição da armadura de punção esteja aprovada. Na Figura 41 está ilustrada a disposição adotada para a armadura de punção do PROJETO 3:

Figura 41: Disposição da armadura de punção da laje do PROJETO 3 (unidades em cm)



Fonte: Autor (2022)

onde:

- $s_r = 9 \text{ cm} \leq 0,75 * 12,87 = 9,65 \text{ cm};$
- $s_o = 6 \text{ cm} \leq 0,5 * 12,87 = 6,43 \text{ cm};$
- $s_e = 18,37 \text{ cm} \leq 2 * 12,87 = 25,74 \text{ cm};$
- 3 linhas de armadura de punção;
- 5 conectores por linha de armadura;
- Diâmetro do conector: 6,3 mm -  $A_{bitola} = 0,31 \text{ cm}^2;$
- $A_{sw} = 5 \text{ conectores} * 0,31 \text{ cm}^2 = 1,56 \text{ cm}^2;$
- Ângulo de disposição dos conectores:  $90^\circ;$
- $p = 24 \text{ cm};$
- $a_1 = 10 \text{ cm};$
- $a_2 = 10 \text{ cm}.$

Calculou-se ainda  $f_{ywd}$ , a resistência de cálculo do conector da armadura de punção, que de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) não poderá ser superior a 300 MPa (para conectores), para lajes com espessura de até 15 cm. Caso essa espessura seja superior a 35 cm,  $f_{ywd}$  poderá chegar a 435 MPa, sendo preciso realizar a interpolação linear para valores intermediários de espessura da laje, que é o caso da laje do PROJETO 3, a qual possui 16 cm, como descrito abaixo:

$$\frac{435 \text{ MPa} - 300 \text{ MPa}}{35 \text{ cm} - 15 \text{ cm}} = \frac{435 \text{ MPa} - f_{ywd} \text{ MPa}}{35 \text{ cm} - 16 \text{ cm}}$$
$$\frac{135}{20} = \frac{435 - f_{ywd}}{19}$$
$$6,75 * 19 = 435 - f_{ywd}$$
$$f_{ywd} = 435 - 128,25 = 306,75 \text{ MPa}$$

### 5.3.2 VERIFICAÇÃO NO CONTORNO C'

A partir dos parâmetros definidos na Seção 5.3.1 da armadura de punção, foi possível calcular as tensões resistentes e solicitantes de cálculo no contorno C'.

- Tensão Resistente de Cálculo ( $\tau_{Rd3}$ ):

De acordo com a Equação 3.16, a tensão resistente para o contorno C' é igual a:

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen}\alpha}{u \cdot d}$$

$$\begin{aligned} \tau_{Rd3} &= 0,10 * (2) * (100 * 0,00174 * 25)^{1/3} + 0,10 * 0,0 + 1,5 * \frac{12,87}{9} * \frac{1,56 * 306,75 * 1}{60 * 12,87} \\ &= 1,65 \text{ MPa} \end{aligned}$$

É importante ressaltar que a armadura de punção considerada para o cálculo da tensão resistente é aquela situada dentro dos limites de  $a_1$  e  $a_2$ , contudo nada impede a aplicação de mais conectores ao redor do pilar, a fim de que a laje tenha um desempenho ainda maior ao resistir à punção, sendo essencial que se atente aos limites financeiros da obra para que essa aplicação extra de conectores não seja antieconômica e comprometa a saúde financeira do empreendimento.

- Tensão Solicitante de Cálculo ( $\tau_{Sd}$ ):

Como a inserção de armadura de punção não alterou nenhuma das propriedades geométricas da laje, logo a tensão solicitante de cálculo no contorno C' também será a mesma que a calculada no PROJETO 1, sendo ela  $\tau_{Sd} = 0,52 \text{ MPa}$ . Como  $\tau_{Sd} = 0,52 \text{ MPa} \leq \tau_{Rd3} = 1,65 \text{ MPa}$ , logo a verificação foi bem sucedida para a resistência da ligação laje-pilar no contorno C'.

### 5.3.3 VERIFICAÇÃO NO CONTORNO C'':

O contorno C'' está situado a 2d da última linha de armadura de punção aplicada na região da ligação laje-pilar, estando então no caso da laje do PROJETO 2, a 25,74 cm da última linha de conectores e a 49,74 cm da face do pilar.

- Tensão Resistente, obtida a partir da equação 3.13 e 3,15:

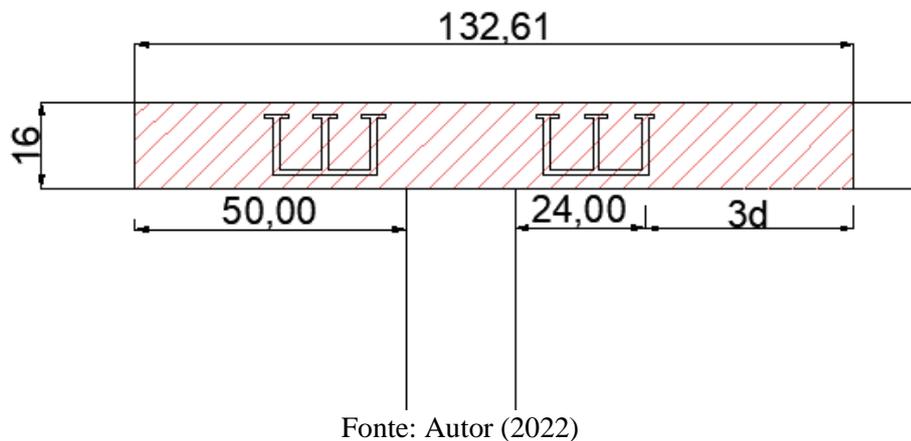
Para calcular  $\rho$  no contorno crítico C'', considerou-se a seguinte seção da laje, obtida por meio da Equação 5.12, porém, como a distância 3 vezes  $d$  mais  $p$  é maior que a distância da face do pilar até a borda, a largura da seção de cálculo de  $\rho$  foi definida como demonstrado a seguir:

$$\text{Largura da seção de cálculo de } \rho = 3 \cdot d + p + \text{dimensão do pilar} + p + 3 \cdot d$$

(Equação 5.12)

$$\text{Largura da seção de cálculo de } \rho = 3 * 12,87 + 24 + 20 + 50 \text{ (balanço)} = 132,61 \text{ cm}$$

Figura 42: Seção da laje do PROJETO 3 para cálculo de  $\rho$  (unidades em cm)



A partir dessa seção, calculou-se a quantidade de barras de aço que estão dentro dessa seção e a taxa de armadura longitudinal em cada direção  $x$  e  $y$ , por meio das Equações 4.7 a 4.10:

$$Q_x = \frac{(3 * 12,87 + 24 + 20 + 50)}{13} = 10,008 \text{ barras} \cong 10 \text{ barras}$$

$$Q_y = \frac{(3 * 12,87 + 24 + 20 + 50)}{13} = 10,008 \text{ barras} \cong 10 \text{ barras}$$

$$\rho_x = \frac{10 * 0,31}{13,18 * (3 * 12,87 + 24 + 20 + 50)} = 0,001817$$

$$\rho_y = \frac{10 * 0,31}{12,56 * (3 * 12,87 + 24 + 20 + 50)} = 0,001908$$

A taxa geométrica de armadura longitudinal foi obtida pela Equação 3.15 e está descrita abaixo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$\rho = \sqrt{0,001817 * 0,001908} = 0,001862$$

O fator de escala ( $k$ ) do mecanismo resistente à punção deve respeitar o limite de ser menor ou igual a 2, logo:

$$k = \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) = 1 + \sqrt{\frac{20}{12,87}} = 2,24 \leq 2, \text{ portanto, } k = 2$$

A tensão resistente de cálculo do contorno C'' foi calculada pela Equação 3.13, como descrita abaixo:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot (2) \cdot (100 * 0,001862 * 25)^{1/3} + 0,10 * 0,0 = 0,434 \text{ MPa ou } 434,13 \text{ kPa}$$

○ Tensão Solicitante, obtida por meio da Equação 3.18:

Como a altura útil é constante para toda a laje, os valores de  $a_1$  e  $a_2$  foram os mesmos calculados para o contorno C, logo:

$$a_1 = a_2 = 10 \text{ cm}$$

O perímetro crítico reduzido  $u^*$  do contorno C' foi calculado por meio das equações da Tabela 3 e está descrito abaixo:

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi}{2} \cdot p = 10 + 10 + \pi * 12,87 + \frac{\pi}{2} * 24 = 98,13 \text{ cm}$$

O coeficiente K é obtido por meio da Tabela 2, através da relação  $c_1/c_2$ . Como  $c_1 = c_2$ , logo a razão  $\frac{c_1}{c_2} = 1$ , então o coeficiente K é igual a 0,6.

A excentricidade do perímetro crítico foi calculada a partir da equação presente na Tabela 4 e está descrita abaixo:

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 2 \cdot a_2 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot c_1}{2} + 2 \cdot p^2}{2 \cdot \left( a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot p}{2} \right)}$$

$$e^* = \frac{20 \cdot 10 - 10^2 + 10 \cdot 20 + 4 \cdot 10 \cdot 12,87 + 8 \cdot 12,87^2 + \pi \cdot 12,87 \cdot 20 + 2 \cdot 10 \cdot 24 + 8 \cdot 12,87 \cdot 24 + \frac{\pi \cdot 24 \cdot 20}{2} + 2 \cdot 24^2}{2 \cdot \left( 10 + 10 + \pi \cdot 12,87 + \frac{\pi \cdot 24}{2} \right)}$$

$$e^* = 39,77 \text{ cm}$$

O momento resultante da excentricidade  $e^*$  e o momento de cálculo resultante foram obtidos por meio das Equações 3.19 e 3.22:

$$M_{Sd}^* = F_{Sd} \cdot e^*$$

$$M_{Sd}^* = 40,1 \text{ kN} \cdot 0,3977 \text{ m} = 15,95 \text{ kNm}$$

$$M_{Sd} = (M_{Sd1} - M_{Sd}^*) \geq 0$$

$$M_{Sd} = (6,4 - 15,95) = -9,55 \text{ kNm} \geq 0, \text{ portanto, } M_{Sd} = 0 \text{ kNm}$$

Para que se determine o módulo de resistência plástica  $W_{p1}$ , antes foi preciso determinar  $e_c$ , a excentricidade do perímetro da superfície crítica em relação à borda livre, a qual foi calculada por meio das equações da Tabela 5:

$$e_c = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left[ c_1 + \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} \right] + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d)}{c_1 + c_2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d)}$$

$$e_c = \frac{0,5 \cdot 20^2 + 0,5 \cdot \pi \cdot (24 + 2 \cdot 12,87) \cdot \left[ 20 + \frac{2 \cdot (24 + 2 \cdot 12,87)}{\pi} \right] + 20 \cdot (20 + 24 + 2 \cdot 12,87)}{20 + 20 + 0,5 \cdot \pi \cdot (24 + 2 \cdot 12,87)} = 47,67 \text{ cm}$$

Calculou-se ainda outro parâmetro essencial para determinar  $W_{p1}$ :

$$c_1 + 2 \cdot \frac{(p + 2 \cdot d)}{\pi} = 20 + 2 \cdot \frac{(24 + 2 \cdot 12,87)}{\pi} = 51,67 \text{ cm}$$

Logo, como  $c_1 = 20 \text{ cm} \leq e_c = 47,67 \text{ cm} \leq c_1 + 2 \cdot \frac{(p+2 \cdot d)}{\pi} = 51,67 \text{ cm}$ ,  $W_{p1}$  foi obtido por meio da seguinte equação, extraída da Tabela 5:

$$W_{p1} = c_1 \cdot \left( e_c - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5 \cdot \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left( c_1 + \frac{2 \cdot (p + 2 \cdot d)}{\pi} - e_c \right) + c_2 \cdot (c_1 + p + 2 \cdot d - e_c)$$

$$\begin{aligned} W_{p1} &= 20 \cdot \left( 47,67 - \frac{20}{2} \right) + 0,5 \cdot \pi \cdot (24 + 2 \cdot 12,87) \\ &\quad * \left( 20 + \frac{2 \cdot (24 + 2 \cdot 12,87)}{\pi} - 47,67 \right) + 20 \\ &\quad * (20 + 24 + 2 \cdot 12,87 - 47,67) = 1506,86 \text{ cm}^2 = 0,1507 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Portanto, a tensão solicitante no contorno C' foi calculada através da Equação 3.18 e está descrita abaixo:

$$\tau_{sd} = \frac{40,1}{0,9813 \cdot 0,1287} + \frac{0,6 \cdot 0,0}{0,1507 \cdot 0,1287} = 0,32 \text{ MPa}$$

Logo,  $\tau_{sd} = 0,32 \text{ MPa} \leq \tau_{Rd1} = 0,43 \text{ MPa}$ , então a laje está de acordo com a verificação de resistência à punção no contorno C''.

#### 5.3.4 ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO

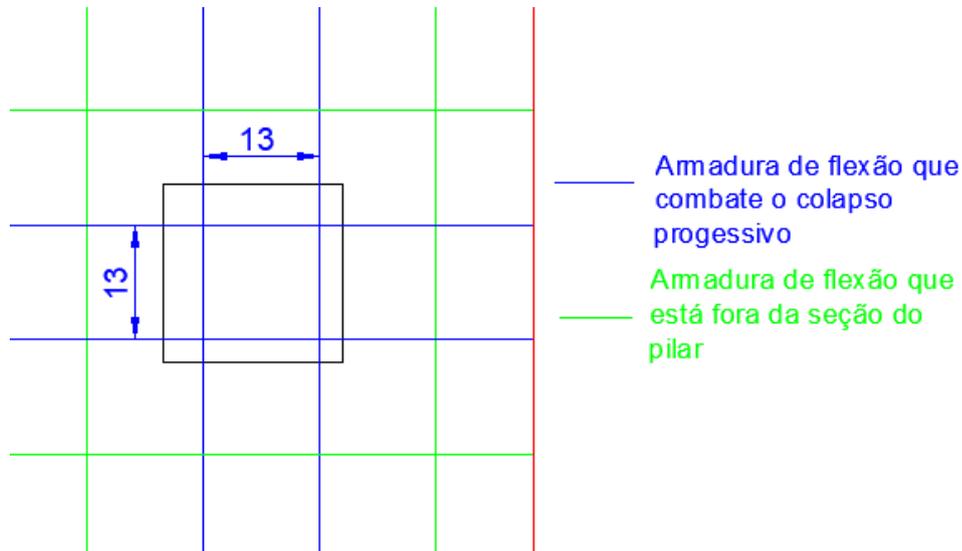
Após a verificação da resistência nos contornos críticos da laje, foi realizada a verificação da armadura para resistir ao colapso progressivo, utilizando-se as Equações 3.23 a 3.26. Como as dimensões do pilar são iguais ( $c_1 = c_2$ ), e os espaçamentos das armaduras de flexão são iguais nas duas direções,  $x$  e  $y$ , o número de barras que passam pelo pilar são iguais nas duas direções, como descrito abaixo:

$$n_{x,colapso} = \frac{20}{13} = 1,53 \text{ barras} \cong 2 \text{ barras}$$

$$n_{y,colapso} = \frac{20}{13} = 1,53 \text{ barras} \cong 2 \text{ barras}$$

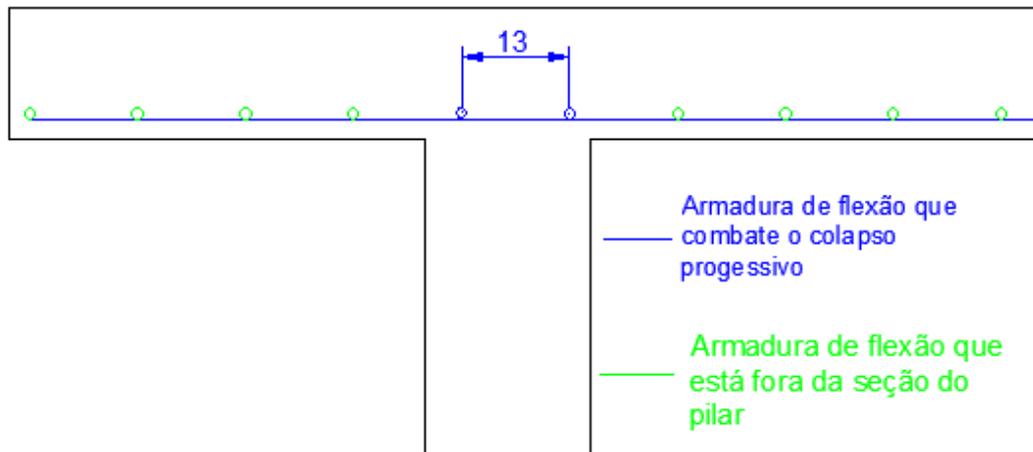
As Figuras 38 e 39 ilustram a disposição da armadura contra o colapso progressivo, indicando as barras da armadura que passam pela seção do pilar:

Figura 43: Vista em planta da disposição armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 3



Fonte: Autor (2022)

Figura 44: Vista em corte da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 3



Fonte: Autor (2022)

Como a armadura contra colapso progressivo ultrapassa as duas faces do pilar em cada direção  $x$  e  $y$ , e o diâmetro da armadura de flexão é de 6,3 mm, tem-se:

$$A_{s,ccp} = 2 * (2 \text{ barras} * 0,31 \text{ cm}^2) + 2 * (2 \text{ barras} * 0,31 \text{ cm}^2) = 2,49 \text{ cm}^2$$

onde  $A_{s,ccp}$  é a soma das áreas das barras que cruzam cada uma das faces do pilar, que representa a armadura de combate ao colapso progressivo.

Por fim, de acordo com a verificação da Equação 3.23, a verificação da armadura contra colapso progressivo foi realizada da seguinte forma:

$$A_{s,ccp} \cdot f_{yd} \geq 1,5 \cdot F_{Sd}$$

$$2,49 \text{ cm}^2 * \frac{50 \text{ kN/cm}^2}{1,15} \geq 1,5 * \left( \frac{40,1 \text{ kN}}{1,4} * 1,2 \right)$$

$$108,43 \text{ kN} \geq 51,55 \text{ kN}$$

Portanto, como a verificação  $A_{s,ccp} \cdot f_{yd} \geq 1,5 \cdot F_{Sd}$  foi bem sucedida, e como a NBR 6118 (ABNT, 2014) não exige mais nenhuma verificação após essa, a laje do PROJETO 3 está aprovada e apta a ser executada.

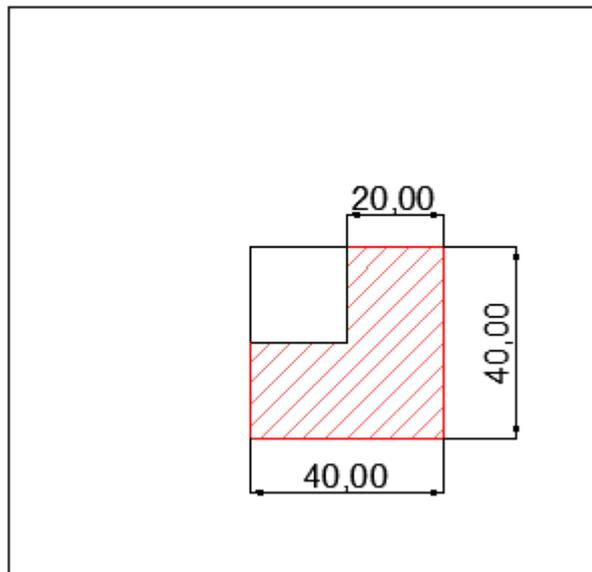
## 5.4 PROJETO 4 – APLICAÇÃO DE ÁBACO

A partir da falha do PROJETO 1, desenvolveu-se também o PROJETO 4 como uma solução para que a laje fosse aprovada nas verificações de norma quanto ao efeito da punção. Este PROJETO buscou então como forma de oferecer mais resistência à ligação laje-pilar a aplicação de um ábaco, para que então a laje do PROJETO 1 fosse capaz de ser aprovada na verificação do contorno C'. O PROJETO 4 é exatamente igual ao PROJETO 1, até o ponto da verificação do contorno C', onde foi adotada como solução o uso de ábaco, que visa acrescer o valor da tensão resistente da laje nesse contorno crítico. Apesar do uso de ábaco teoricamente alterar as propriedades de resistência à punção da ligação laje-pilar (como por exemplo a taxa de armadura), esse impacto pode ser desprezado e a tensão resistente para o contorno C1' e/ou C2' do ábaco ser a mesma calculada para a laje sem ábaco, devido ao fato do acréscimo de concreto na seção transversal da laje ocorrer apenas na região de ligação. Portanto, mantiveram-se inalterados a disposição da armadura de flexão e a tensão resistente de cálculo  $\tau_{Rd1}$ , como também realizado na dissertação de OLIVEIRA (2015).

### 5.4.1 DIMENSIONAMENTO DO ÁBACO

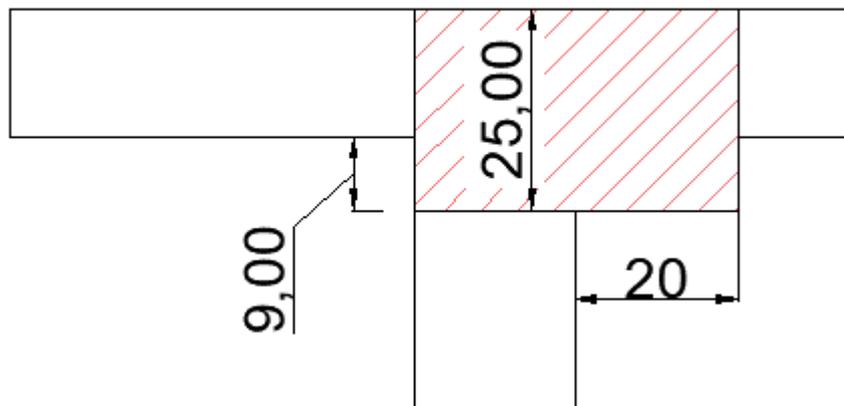
O dimensionamento do ábaco consiste na definição das suas dimensões, na determinação do contorno crítico a ser verificado e no cálculo da nova tensão solicitante por meio da Equação 3.18 e, por fim, na verificação se a mesma está abaixo da tensão resistente já calculada no PROJETO para o contorno C'. Portanto, adotou-se valores de  $h_{\text{ábaco}}$ ,  $d_c$  e  $l_c$ , e foram realizadas as verificações da NBR 6118/2014. Adotou-se um ábaco assimétrico neste PROJETO pelo fato de todos os pilares serem de canto. Nas Figuras 44 e 45 está ilustrada a disposição adotada para o ábaco do PROJETO 4:

Figura 45: Vista em planta do ábaco da laje do PROJETO 4 (unidades em cm)



Fonte: Autor (2022)

Figura 46: Vista em corte do ábaco da laje do PROJETO 4 (unidades em cm)



Fonte: Autor (2022)

onde:

- $h_{\text{ábaco}} = \text{Altura total do ábaco} = 25 \text{ cm};$
- $d_c = 22,5 \text{ cm};$
- $2 \cdot d_c = 45 \text{ cm};$
- $2 \cdot (d_c - d) = 19,26 \text{ cm}$
- $l_c = 20 \text{ cm};$
- $c_1 = \text{Dimensão do pilarna direção } x + l_c = 20 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm};$

- $c_2 = \text{Dimensão do pilar na direção } y + l_c = 20 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 40 \text{ cm}.$

Como  $2.(d_c - d) = 19,26 \text{ cm} \leq l_c = 20 \text{ cm} \leq 2.d_c = 45 \text{ cm}$ , logo, o ábaco é considerado intermediário e necessita apenas que se verifique o contorno C1'.

#### 5.4.2 VERIFICAÇÃO NO CONTORNO C1'

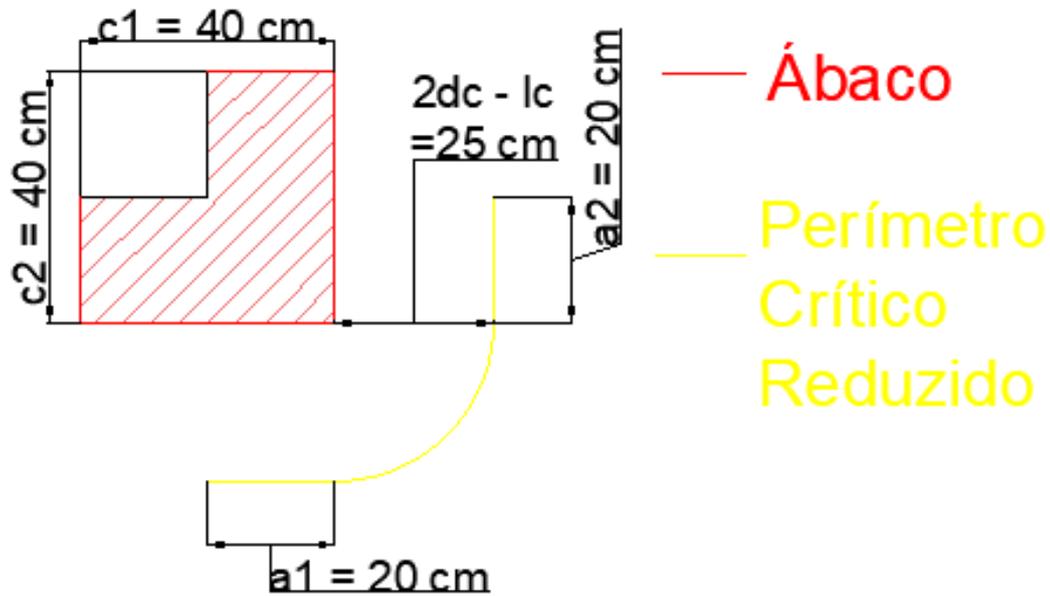
De acordo com a Figura 23, o contorno C1' está a uma distância 2 vezes  $d_c$  da face do pilar, portanto, nesse caso está a uma distância de 45 cm da face do pilar, além do comprimento do ábaco. Sendo assim, a altura útil nesse contorno será a altura útil da laje fora do ábaco igual a 12,87 cm. Como dito no início do Seção 5.4.1, a tensão resistente considerada para esse contorno será a mesma já calculada para o contorno C' no PROJETO 1, então:

$$\tau_{Rd1} = 0,42479 \text{ MPa ou } 424,79 \text{ kPa}$$

- Tensão Solicitante, obtida por meio da Equação 3.18:

O procedimento de cálculo para a verificação no contorno C1' é idêntico ao procedimento para o contorno C', tendo como exceções o valor de  $d$  para determinar  $a_1$  e  $a_2$ , onde se utilizou a altura útil do capitel; o valor de  $d$  na expressão do perímetro crítico reduzido, expresso por  $(2.d_c - l_c)/2$ , pois esse valor representa metade do raio do arco de circunferência que define o perímetro crítico reduzido ao redor do ábaco, como já ilustrado na Figura 25; e por fim o valor de  $d$  no cálculo da excentricidade do perímetro crítico  $e^*$  e excentricidade do perímetro crítico reduzido em relação à borda livre  $e_c$ , onde se utilizou o valor da altura útil do capitel. Para o restante do dimensionamento, se utilizou a altura útil da laje igual a 12,87 cm.

Figura 47: Detalhe dos parâmetros de cálculo do perímetro crítico reduzido no ábaco do PROJETO 4



Fonte: Autor (2022)

Inicialmente, foi preciso definir os valores de  $a_1$  e  $a_2$ , já que  $c_1$  e  $c_2$  foram alterados pelo ábaco:

$$a_1 = a_2 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d_c = 1,5 \cdot 22,5 = 33,75 \text{ cm} \\ 0,5 \cdot c_1 = 0,5 \cdot 40 = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_1 = a_2 = 20 \text{ cm}$$

O perímetro crítico reduzido  $u^*$  do contorno C1' foi calculado por meio das equações da Tabela 3 e está descrito abaixo:

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot \frac{2 \cdot d_c - l_c}{2} = 20 + 20 + \pi \cdot \frac{2 \cdot 22,5 - 20}{2} = 79,27 \text{ cm}$$

O coeficiente K é obtido por meio da Tabela 2, através da relação  $\frac{c_1}{c_2}$ . Como  $c_1 = c_2$ , logo a razão  $\frac{c_1}{c_2} = 1$ , então o coeficiente K é igual a 0,6.

A excentricidade do perímetro crítico foi calculada a partir da equação presente na Tabela 4 e está descrita abaixo:

$$e^* = \frac{c_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot c_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)}$$

$$e^* = \frac{40 \cdot 20 - 20^2 + 20 \cdot 40 + 4 \cdot 20 \cdot 22,5 + 8 \cdot 22,5^2 + \pi \cdot 22,5 \cdot 40}{2 \cdot (20 + 20 + \pi \cdot 22,5)} = 44,62 \text{ cm}$$

O momento resultante da excentricidade  $e^*$  e o momento de cálculo resultante foram obtidos por meio das Equações 3.19 e 3.22:

$$M_{Sd}^* = F_{Sd} \cdot e^*$$

$$M_{Sd}^* = 40,1 \text{ kN} \cdot 0,4462 \text{ m} = 17,89 \text{ kNm}$$

$$M_{Sd} = (M_{Sd1} - M_{Sd}^*) \geq 0$$

$$M_{Sd} = (6,4 - 17,89) = -11,49 \text{ kNm} \geq 0, \text{ portanto, } M_{Sd} = 0 \text{ kNm}$$

Para que se determine o módulo de resistência plástica  $W_{p1}$ , antes foi preciso determinar  $e_c$ , a excentricidade do perímetro da superfície crítica em relação à borda livre, a qual foi calculada por meio das equações da Tabela 5:

$$e_c = \frac{0,5 \cdot c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d_c \cdot c_2 + \pi \cdot d_c \cdot c_1 + 4 \cdot d_c^2}{c_1 + c_2 + \pi \cdot d}$$

$$e_c = \frac{0,5 \cdot 40^2 + 40 \cdot 40 + 2 \cdot 22,5 \cdot 40 + \pi \cdot 22,5 \cdot 40 + 4 \cdot 22,5^2}{40 + 40 + \pi \cdot 22,5} = 60,07 \text{ cm}$$

Calculou-se, ainda outro parâmetro essencial para determinar  $W_{p1}$ :

$$c_1 + 4 \cdot \frac{d_c}{\pi} = 20 + 4 \cdot \frac{22,5}{\pi} = 68,65 \text{ cm}$$

Logo, como  $c_1 = 40 \text{ cm} \leq e_c = 60,07 \text{ cm} \leq c_1 + 4 \cdot \frac{d_c}{\pi} = 68,65 \text{ cm}$ , o  $W_{p1}$  foi obtido por meio da seguinte equação, retirada da Tabela 5:

$$W_{p1} = c_1 \cdot \left( e_c - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left( c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_c \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_c)$$

$$W_{p1} = 40 \cdot \left( 60,07 - \frac{40}{2} \right) + \pi \cdot 12,87 \cdot \left( 40 + \frac{4 \cdot 12,87}{\pi} - 60,07 \right) + 40 \cdot (40 + 2 \cdot 12,87 - 60,07) = 3206 \text{ cm}^2 = 0,321 \text{ m}^2$$

Portanto, a tensão solicitante no contorno C' foi calculado através da Equação 3.18 e está descrita abaixo:

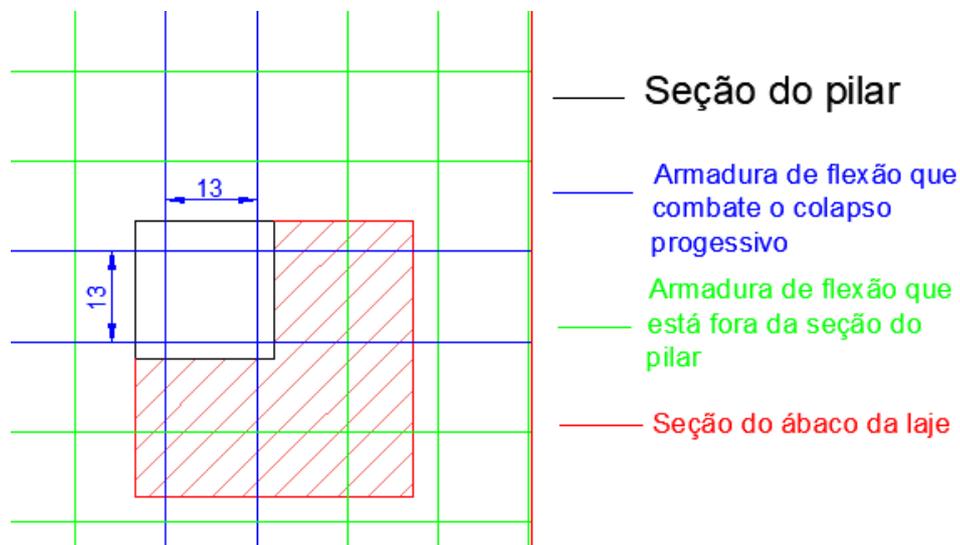
$$\tau_{Sd} = \frac{40,1}{0,7927 \cdot 0,1287} + \frac{0,6 \cdot 0,0}{0,321 \cdot 0,1287} = 0,39 \text{ MPa}$$

Logo,  $\tau_{sd} = 0,39 \text{ MPa} \leq \tau_{Rd1} = 0,42 \text{ MPa}$ , então a laje está de acordo com a verificação de resistência à punção no contorno C1'.

### 5.4.3 ARMADURA CONTRA COLAPSO PROGRESSIVO

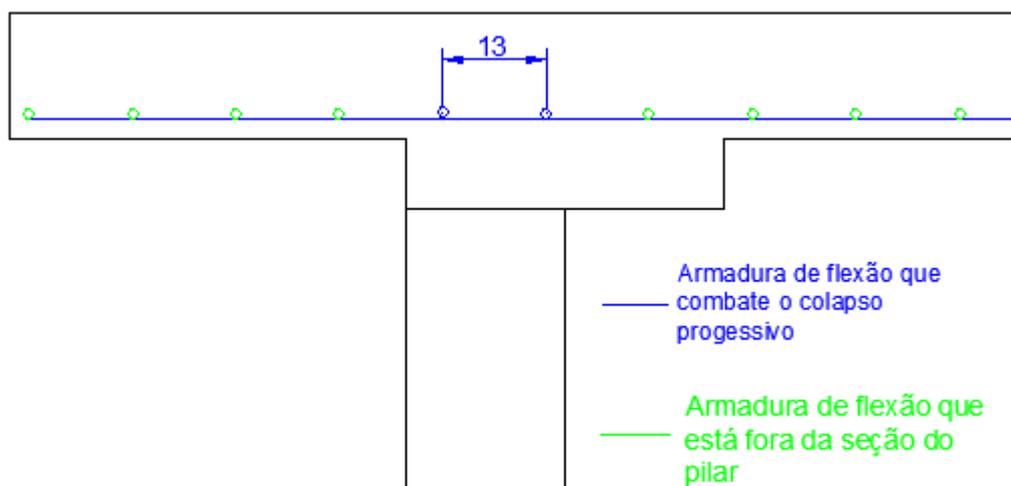
Após a verificação da resistência nos contornos críticos da laje, foi realizada a verificação da armadura para resistir ao colapso progressivo, utilizando-se as Equações 3.23 a 3.26. Como os parâmetros de cálculo dessa verificação são iguais às do PROJETO 3, logo a disposição da armadura de combate ao colapso progressivo foi semelhante:

Figura 48: Vista em planta da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 4



Fonte: Autor (2022)

Figura 49: Vista em corte da disposição da armadura de combate ao colapso progressivo da laje do PROJETO 4



Fonte: Autor (2022)

A verificação da resistência da armadura contra o colapso progressivo também foi igual à do PROJETO 3:

$$A_{s,ccp} \cdot f_{yd} \geq 1,5 \cdot F_{Sd}$$

$$2,49 \text{ cm}^2 * \frac{50 \text{ kN/cm}^2}{1,15} \geq 1,5 * \left( \frac{40,1 \text{ kN}}{1,4} * 1,2 \right)$$

$$108,43 \text{ kN} \geq 51,55 \text{ kN}$$

Portanto, como a verificação  $A_{s,ccp} \cdot f_{yd} \geq 1,5 \cdot F_{Sd}$  foi bem sucedida, e como a NBR 6118 (ABNT, 2014) não exige mais nenhuma verificação após essa, a laje do PROJETO 4 está aprovada e apta a ser executada.

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho abordou algumas soluções alternativas a serem aplicadas no caso de falhas nas verificações de norma quanto ao efeito da punção em lajes lisas. Como demonstrado, após a falha do PROJETO 1, que se refere a um caso simples de laje lisa que não atendeu aos requisitos de resistência à punção da NBR 6118/2014 (ABNT, 2014), os PROJETOS 2, 3 e 4 comprovaram-se eficazes em suprir as falhas do PROJETO 1 para que essa mesma laje fosse aprovada. O PROJETO 2 demonstrou que com o aumento de 4 cm na espessura da laje, a ligação laje-pilar foi fortalecida o suficiente para ser bem sucedida na verificação quanto à punção no contorno C'; o PROJETO 3 apresentou o uso da armadura de punção, que foi aprovada com folga na verificação do contorno C', e mesmo no contorno C'', obteve uma tensão resistente 33% maior que a tensão solicitante; e por fim, o PROJETO 4 adotou um ábaco intermediário, que conseguiu atender à verificação quanto à punção. Portanto, fica atestada a viabilidade de uso e aplicação dessas soluções para o desenvolvimento de projetos de lajes lisas, demonstrando o quanto esse sistema estrutural é versátil em oferecer alternativas de concepção de projeto.

Além disso, foi possível analisar e compreender o comportamento de uma laje lisa sob diferentes situações de projeto, o que permitiu compreender melhor como o fenômeno da punção ocorre nesse sistema e quais são os possíveis caminhos para combatê-lo. A escolha de qual solução aplicar vai depender, obviamente, das condições prévias do projeto, como por exemplo viabilidade financeira, disponibilidade de material e recursos e mão de obra capacitada, etc.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, E. J. P. (2015). **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilar de Canto Reentrante**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 002 A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 379 p.

ALVES, V. S. S. **Avaliação do efeito de punção em lajes lisas de concreto com fibras com a variação do índice de retangularidade**. 2017. 142 f. Dissertação (mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, MG, 2017

ARAÚJO, José Milton de. **Curso de concreto armado**. 3. Ed. Rio Grande: Dunas, 2010. v. 4.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2014 Comentários e Exemplos de Aplicação**. 1 ed. São Paulo: IBRACON, 2015.

CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: Volume 2**. 1 ed. São Paulo: Pini, 2009.

CARVALHO, Roberto Chust; FILHO, Jasson Rodrigues de Figueiredo. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado: segundo a NBR 6118:2014**. 4 ed. São Paulo: EdUFSCar, 2014.

FERREIRA, Maurício de Pina. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. 2010. Tese (Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Distrito Federal, 2010.

LEDO, Maurício Menéndez. **Análise experimental à punção de lajes lisas tipo BubbleDeck com pilar interno**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental). Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Distrito Federal, 2016.

MARZOUK, H.; HUSSEIN, A. **Experimental Investigation on the Behaviour of High-Strength Concrete Slabs**. 1991. *Aci Structural Journal* – Technical Paper, November, 1991.

MOURO, Valéria Conceição. **Punção em lajes cogumelo: estudo da retangularidade dos pilares.** 2007. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil, 2007.

NETO, Bernardo Nunes De Moraes. **Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico.** 2013. Tese (Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Distrito Federal, 2013.

OLIVEIRA, Túlio Pessoa Souto Maior. **Utilização de capitéis para aumento de resistência à punção em Lajes de concreto armado.** Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Recife, 2015.

RABELLO, Fernando Toppan. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Florianópolis, Santa Catarina, 2010

SANTOS, Eduardo Veloso dos. **Punção em Lajes Lisas: Métodos de Cálculo, Prescrições Normativas e Exemplos de Aplicação.** 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Distrito Federal, 2018.

TASSINARI, L. **Poinçonnement asymetrique des dalles em béton armé avec armature de pionçonnement.** Thèse EPFL. N. 5030. Laussane, Suíça, 2011. 197p.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – USP. **Solicitações normais na flexão simples: vigas de concreto armado – Simplificação da segundo ABNT NBR 6118.** Notas de Aula. São Paulo. Disponível em: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5670573/mod\\_resource/content/1/200914%20solicitacoes%20normais%20na%20flexao%20simples%20rev%20A.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5670573/mod_resource/content/1/200914%20solicitacoes%20normais%20na%20flexao%20simples%20rev%20A.pdf). Acesso em: 07 jun. 2022

VANDERBILT, M. D. **Shear Strenght of Continuous Plates.** *Journal os Structural Division, Proceedings*, ASCE. V98. N. ST5. 1972.

WOOD, J. G. M. **Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997.** Structural Studies & Design Ltd. Inglaterra, 209p. 1997.