UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MONIZE BARROS LIMA COSTA

A ARGUMENTAÇÃO DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO EXPRESSÕES ARITMÉTICAS

São Cristóvão – SE
2022

MONIZE BARROS LIMA COSTA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Adjane da Costa Tourinho e Silva

Co – Orientador: Prof. Dr. João Paulo Attie

São Cristóvão – SE
2022

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

C837a

Costa, Monize Barros Lima
A argumentação de alunos do ensino fundamental na solução de problemas envolvendo expressões aritméticas / Monize Barros Lima Costa; orientadora Adjane da Costa Tourinho e Silva. – São Cristóvão, SE, 2022.
191 f.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2022.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Aritmética. I. Silva, Adjane da Costa Tourinho e, orient. II. Título.

CDU 51

FOLHA DE APROVAÇÃO

A ARGUMENTAÇÃO DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO EXPRESSÕES ARITMÉTICAS

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA
EM 31 DE MAIO DE 2022

Adjane da C. T. e Silva.

PROFA. DRA. ADJANE DA COSTA TOURINHO E SILVA

Documento assinado digitalmente
gov.br
ANTONIO SALES
Data: 07/06/2022 19:04:02-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

PROF. DR. ANTONIO SALES

Documento assinado digitalmente
gov.br
Divanizia do Nascimento Souza
Data: 12/06/2022 08:50:55-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

PROFA. DRA. DIVANIZIA DO NASCIMENTO SOUZA

AGRADECIMENTOS

Encerra-se mais um ciclo, o mestrado. Não foi fácil, mas Deus sempre esteve ao meu lado. Obrigada meu Deus por nunca me abandonar, por não me deixar desistir em meios aos obstáculos, por ter me dado sabedoria, saúde e forças.

Aos meus pais Jene e Nivaldo, minha base, meus heróis! Nunca mediram esforços para me ver feliz. Obrigada por tanto amor, por acreditarem em mim, torcerem e estarem sempre ao meu lado. Amo vocês!

Ao meu esposo, companheiro e amigo Eldes, obrigada por todo apoio, dedicação, paciência e incentivo. Obrigada por enxugar minhas lágrimas e me incentivar a seguir nos momentos em que achava que não ia conseguir, te amo!

Minhas irmãs Michele Nayane, Moniele e Mônica, obrigada por estarem ao meu lado, por sempre estarem torcendo por mim, amo vocês.

Meus sobrinhos Pedro Otávio, Helena e Emanuelly, sempre digo que vocês são minha alegria diária. Obrigada por todo amor dedicado, desculpa as ausências, titia ama vocês!

A minha orientadora Adjane, que se tornou uma grande amiga. Um presente que o mestrado me deu, pegou em minha mão e apresentou esse lindo mundo da pesquisa. É maravilhoso ver sua dedicação em cada detalhe. Obrigada por ouvir minhas angustias, pelos conselhos e incentivo.

Meu coorientador João Paulo, que desde a graduação esteve ao meu lado, acreditou em mim, sempre incentivando. Obrigada por todo carinho, por todo ensinamento, sou eternamente grata!

Aos professores e pesquisadores Divanizia e Sales. Foi uma honra tê-los em minha banca. Obrigada pelas contribuições e ensinamentos!

Aos colegas da graduação e do mestrado Aila, Adriely, Evelyn, Matheus e Thiago, pelos momentos de estudos, pelo compartilhamento de conhecimentos e incertezas.

RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo analisar as características estruturais e de conteúdo dos argumentos elaborados por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, durante a resolução de problemas envolvendo Expressões Aritméticas. A pesquisa, de cunho qualitativo, foi desenvolvida em uma escola pública do interior do estado da Bahia e envolveu a proposição de seis questões aos alunos, quatro contextualizadas e duas descontextualizadas, versando sobre tal conteúdo. Os argumentos produzidos em resposta às questões propostas foram analisados por meio de categorias apresentadas por Antonio Sales e pelo modelo de argumento de Stephen E. Toulmin. Devido à pandemia da Covid-19, que ocasionou a determinação de suspensão das aulas a partir do dia 17 de março de 2020, os três encontros da pesquisadora com os alunos ocorreram virtualmente, por meio da plataforma *Google Meet.* O acesso às questões pelos alunos ocorreu através de um *link* disponibilizado na plataforma, o qual conduzia ao questionário no *Google Forms*. Os alunos respondiam às questões propostas e enviavam *on-line* suas respostas para que, em seguida, fosse desenvolvida uma discussão na sala de aula virtual, a fim de que apresentassem oralmente o raciocínio empregado na resolução. Houve um sistemático investimento da pesquisadora em estratégias que favorecessem a exposição dos argumentos pelos alunos, tanto na forma oral, quanto na escrita, a fim de que fosse possível compreender os seus raciocínios. A análise evidenciou que tal investimento contribuiu para que os alunos adotassem um pensamento metacognitivo, que é uma das diversas contribuições da argumentação. Os resultados indicam a habilidade da maioria dos estudantes com as operações matemáticas requeridas nas questões, e que eles tinham dificuldades, tanto para compreensão do contexto de cada uma delas, quanto na transformação da linguagem natural para a linguagem matemática, por meio de expressões aritméticas. Assim, inicialmente os alunos apresentavam certa habilidade na resolução das expressões quando descontextualizadas. Todavia, eles passaram, por meio da exposição e reflexão de suas ideias, com a mediação da pesquisadora, a superar as dificuldades iniciais e a resolver, com mais autonomia, as questões contextualizadas. Os argumentos apresentados, em sua maioria, contavam com dados, conclusões e garantias de inferência, estando os conhecimentos de base implícitos. Tendo em vista que as garantias de inferência apresentavam operações matemáticas e outros conhecimentos desse campo disciplinar que conectavam os dados à conclusão, dando suporte esta última, considerou-se que a maioria dos alunos adotou um argumento racional na resolução das questões. A pesquisa contribui para a compreensão do raciocínio de alunos acerca do conteúdo Expressões Aritméticas, bem como para a valorização da argumentação enquanto estratégia didática aliada ao ensino deste conteúdo de forma contextualizada, para superação de um ensino pautado na aplicação de algoritmos e memorização.

Palavras-chave: Aprendizagem de Matemática. Demonstração. Expressões Aritméticas.

ABSTRACT

This research aimed to analyze the structural and content characteristics of the arguments developed by students of the 7th year of Elementary School, during the resolution of problems involving Arithmetic Expressions. The research, of a qualitative nature, was developed in a public school in the upstate of Bahia and involved the proposition of six questions to the students, four contextualized and two decontextualized, dealing with such content. The arguments produced in response to the proposed questions were analyzed by means of categories presented by Antonio Sales and Toulmin's Pattern Argument. Due to the Covid-19 pandemic, which led to the suspension of classes from March 17, 2020, the researcher's three meetings with students took place virtually, through the Google Meet platform. Access to the questions by the students occurred through a link made available on the platform, which led them to the questionnaire in Google Forms. The students answered the proposed questions and sent their answers online so that, afterwards a discussion could then take place in the virtual classroom and then they could orally present the reasoning used to solve the questions. There was a systematic investment by the researcher in strategies that supported the exposition of arguments by the students, both orally and in writing, so that it was possible to understand their reasonings. The analysis showed that such investment contributed to the students' adoption of metacognitive thinking, which is one of the several contributions of argumentation. The results indicate the ability of most students with the mathematical operations required in the questions, and that they had difficulties, both for understanding the context of each one of them, and in transforming natural language into mathematical language, through arithmetic expressions. Thus, initially the students showed a certain ability to resolve expressions when decontextualized. However, through the exposition and reflection of their ideas, with the mediation of the researcher, they began to overcome the initial difficulties and resolve, with more autonomy, the contextualized questions. The arguments presented, for the most part, relied on data, conclusions and warrants, with backing being implicit. Considering that the warrants presented mathematical operations and other knowledge of this disciplinary field that connected the data to the conclusion, supporting them, it was considered that most students adopted a rational argument in solving the questions. The research contributes to the understanding of students' reasoning about the content Arithmetic Expressions, as well as to the valorization of argumentation as a didactic strategy allied to the teaching of this content in a contextualized way, to overcome a teaching based on the application of algorithms and memorization.

Keywords: Mathematics Learning. Demonstration. Arithmetic Expressions

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

PIBID – Programa Institucional de Bolsas de iniciação à Docência

PIBIC – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica

PAT – Padrão de Argumento de Toulmin

PEMAT- Programa de Pós-graduação em Ensino de matemática

TAD – Teoria antropológica do didático

TAP - Toulmin's Argument Pattern

TCC- Trabalho de Conclusão de Curso

UFRJ - Universidade Federal do Rio de Janeiro

UFMS- Universidade Federal de Mato Grosso do Sul

UEMS- Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul

PUC- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

UFMG- Universidade Federal de Minas Gerais

UFPA- Universidade Federal do Pará

UFSC- Universidade Federal de Santa Catarina

NTHU- National Tsing Hua University

UTFP- Universidade Tecnológica Federal do Paraná

UFF- Universidade Federal Fluminense

UM - Universidade do Minho

UA- Universidade de Aveiro

ZDP- Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

No ensino de matemática, tradicionalmente, costuma-se privilegiar a memorização e a repetição em detrimento da compreensão. Segundo Pais (2006), essa prática é muito frequente desde os primeiros anos do ensino fundamental e aparece "(...) com mais intensidade, quando o aluno é levado a fazer exercícios do mesmo tipo, com base em um modelo fornecido pelo livro ou pelo professor" (PAIS, 2006, p. 36). O aluno tende, assim, a se acostumar com a transmissão verbal do conteúdo, a cópia, o treino e a repetição das atividades, de modo que, a sua curiosidade, desvalorizada, começa a desaparecer.

A pesquisa em argumentação no ensino de matemática tem o potencial de contribuir significativamente para superar tal situação. A prática discursiva possibilita aos alunos a aquisição de mais autonomia para expor seus pontos de vista e o desenvolvimento do pensamento crítico (SILVA, E., 2003). Por meio dos argumentos acerca da resolução empregada nos problemas matemáticos, os alunos expressam seus raciocínios. Desta forma, os professores têm melhor acesso às ideias dos seus alunos, facilitando-se, assim, o processo de mediação do conhecimento. A utilização da argumentação em sala de aula configura, deste modo, um ensino de matemática que contribui para a interanimação de ideias, favorecendo a formação pessoal e social dos alunos.

Tendo em vista tais pressupostos, a pesquisa que apresentamos tem por objetivo analisar as características estruturais e de conteúdo dos argumentos elaborados por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de problemas envolvendo expressões aritméticas. Consideramos que, ao expor uma análise acerca de tais argumentos, a pesquisa possa contribuir para dar visibilidade à forma como os alunos se apropriam deste conteúdo em sala de aula. Dessa forma, este estudo colabora para que as comunidades de pesquisa e pedagógica tenham mais elementos para refletirem sobre estratégias didáticas que favoreçam a aprendizagem dos alunos em matemática.

A escolha pelo trabalho com a argumentação nesta pesquisa tem relações com a minha[1] experiência enquanto discente do curso de Licenciatura em Matemática. Ao iniciar em tal curso, deparei-me com disciplinas voltadas somente para a parte matemática, como por exemplo Cálculo I, Vetores e Geometria Analítica, Fundamentos de Matemática, dentre outras, em que eu e demais colegas estudávamos a respeito da utilização de certas fórmulas e procedimentos. Por volta do 5º período, iniciei os estudos nas disciplinas voltadas para o ensino de matemática, como por exemplo, Metodologia do Ensino de Matemática, Laboratório de Ensino, dentre outras, em que foi possível conhecer algumas características diferentes em relação aos processos de ensino e de aprendizagem nesse campo do conhecimento. Entre as demandas, o conteúdo envolvia as análises e discussões sobre as diversas formas de se planejar aula, as diferentes metodologias para o caso específico do ensino da matemática (modelagem, etnomatemática, utilização da história da matemática, ou das tecnologias de informação e comunicação etc.) e as diferenças entre aulas tradicionais e aulas não tradicionais.

Em paralelo, tive a oportunidade de participar do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), a partir do 5º período, e do PIBIC (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica), a partir do 6º período. No envolvimento com esses dois programas, elaborei um novo olhar sobre as maneiras de ensinar conteúdos matemáticos. Em particular, vivenciando as atividades, junto ao coordenador dos citados programas, tive a atenção despertada para a questão acerca do que há “por trás” de alguns algoritmos e fórmulas utilizados na matemática da Educação Básica. Considerando que, em nossa vida escolar, muitos dos questionamentos sobre determinados conteúdos fossem respondidos com expressões do tipo "é por definição", "é assim que funciona", comecei a buscar algumas dessas justificativas. Alguns dos “porquês” me foram apresentados ainda no PIBIC e, ao longo de discussões desse tipo, chamou-me atenção o ensino de expressões aritméticas pois, quando estava na Educação Básica, aprendi tal conteúdo de maneira muito esquematizada,

---

[1] Experiência da autora no curso de Licenciatura em Matemática. A opção pelo uso da primeira pessoa do singular nesta parte do texto foi feita tendo em vista que tal parte refere-se a descrição de uma experiência particular da autora, diferentemente do que ocorre nos demais momentos desta dissertação em que as descrições levam em conta a sua interlocução com a orientadora e seus referenciais teóricos.

decorando propriedades e aplicando-as em exercícios, tendo em vista alguns exemplos. No entanto, ao me apropriar do quanto é importante conhecer o processo da justificativa e da argumentação no ensino de matemática, decidi tornar essa importância um dos fundamentos desta pesquisa, pois entendo que justificar nossas ações e pontos de vista deva ser uma postura desejável em qualquer área da vida, seja na Educação, na vida profissional ou mesmo em nosso dia a dia.

O estudo envolvendo expressões aritméticas é visto pelos alunos como algo que remete a exercícios cansativos, com regras sem significados, em que é preciso ter o domínio destas e utilizá-las corretamente para que o resultado seja correto (FREITAS, H., 2014). Assim, torna-se importante que os professores estejam atentos para o fato de que "as expressões servem para traduzir uma situação real em números, para construir modelos utilizados na Física e na Engenharia e ainda para escrever um só número de forma extensa" (FERREIRA, A., 2014, p.01).

O conteúdo expressões aritméticas envolve vários símbolos e convenções que devem ser bem compreendidos pelos alunos, a fim de que possam aplicá-los conscientemente na resolução de problemas. Essas expressões são abstrações acerca de situações concretas. Quando os alunos partem de questões contextualizadas e chegam a expressá-las por meio de expressões, a fim de resolvê-las, conseguem transformar uma situação “real”, apresentada por meio de uma narrativa em sua linguagem usual, para a linguagem matemática. Partem, assim, do empírico e direcionam-se ao abstrato, em um percurso cuja mediação do professor é fundamental. Por isso, torna-se necessário que os alunos se deparem com situações descritas nos problemas e, a partir daí, passem gradativamente a representá-las por meio de expressões de modo a compreender o que estas, com seus símbolos e convenções, significam.

Todavia, ao que se sabe, não é assim que tradicionalmente ocorre. Em minha experiência enquanto aluna e também visitando salas de aula da Educação Básica ao longo da formação inicial, deparei-me frequentemente com essa prática: os alunos aprendem a utilizar as expressões de forma mecânica, de modo que sua compreensão é minimizada diante da memorização e repetição. Como fica o raciocínio dos alunos diante de tal situação? Como eles lidam com as regras aprendidas e sua aplicação diante de questões que apresentam narrativas de situações cotidianas, quando solicitados a fazê-lo? Essas são questões que impulsionam nossa pesquisa e entendemos que conhecer os argumentos dos alunos nessa perspectiva é um caminho promissor.

Partindo do pressuposto de que a argumentação é uma expressão do raciocínio, a pesquisa que estamos desenvolvendo origina-se da seguinte questão: "Quais as características dos argumentos elaborados pelos alunos na resolução de problemas envolvendo Expressões Aritméticas?"

A partir de tal questão, delineamos o objetivo geral, conforme já citamos: analisar as características estruturais e de conteúdo dos argumentos elaborados por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de problemas envolvendo expressões aritméticas. A partir deste, elaboramos os seguintes objetivos específicos: i) Identificar, na resolução dos problemas propostos e nas explanações orais dos alunos, os tipos de argumentos que utilizam; ii) Identificar, na resolução dos problemas propostos e nas explanações orais dos alunos, elementos característicos do Padrão de Argumento de Toulmin; iii) Agrupar os argumentos obtidos considerando as semelhanças em relação aos seus elementos estruturais constituintes e conteúdo e iv) Qualificar os tipos de argumentos obtidos tendo em vista os elementos componentes e o conteúdo envolvido.

Tendo em vista tais objetivos, adotamos uma abordagem qualitativa em que a coleta de dados envolveu a participação de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental na resolução de questões contextualizadas envolvendo expressões aritméticas. Os alunos fazem parte de uma escola pública do interior do estado da Bahia. As interações entre a pesquisadora e os alunos, bem como a resolução das questões ocorreram em três encontros virtuais (devido a pandemia Covid-19[2]) por meio da plataforma *Google Meet*. Os alunos tiveram acesso às questões por meio do link disponibilizado na plataforma, o qual os conduzia às questões no *Google Forms*. Os argumentos dos alunos, expressos em suas respostas escritas e nos debates desenvolvidos após a resolução de cada questão, foram submetidos à análise em que foram classificados a partir das categorias propostas por Sales (2011). Adotamos também o modelo de

[2] Está descrito no capítulo 3.3 desta dissertação.

Toulmin (2006), procurando identificar os elementos constituintes dos argumentos construídos e seus conteúdos, de modo a qualificá-los.

Dito isto, informamos que esta dissertação envolve 4 capítulos, além desta introdução, os quais descrevemos suscintamente a seguir.

No capítulo 1, Argumentação e Educação Matemática: pressupostos fundamentais, procuramos delinear a fundamentação teórico-metodológica da nossa pesquisa. Apresentamos também uma discussão envolvendo a descrição do movimento histórico em direção ao interesse pela linguagem e discursos na pesquisa em educação matemática.

No capítulo 2, Argumentação, Educação Matemática e Expressões Aritméticas: o que dizem as pesquisas, apresentamos uma revisão panorâmica de pesquisas referentes à temática “Argumentação Matemática” e “Expressões Aritméticas”, considerando o período de 2010 a 2021, compreendendo, assim, um espaço temporal de 11 anos.

No capítulo 3, Procedimentos Metodológicos, retomamos a nossa questão de pesquisa e os objetivos geral e específicos e, a partir daí, discutimos sobre o tipo e o contexto da pesquisa, os procedimentos de coleta e análise de dados e as categorias analíticas. Apresentamos, ainda, uma discussão sobre as questões aplicadas aos alunos.

No capítulo 4, Resultados e Discussões, apresentamos a análise dos resultados, envolvendo, assim, as características dos argumentos apresentados pelos alunos.

Nas Considerações Finais, tecemos considerações acerca dos resultados obtidos na pesquisa e seus desdobramentos.

1. ARGUMENTAÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Pressupostos Fundamentais

Esse capítulo apresenta, em sua primeira seção, uma discussão acerca da argumentação, suas características e percurso histórico, desde o seu surgimento na Grécia Antiga até à contemporaneidade. Em seguida, na segunda seção, tratamos do Padrão de Argumento de Toulmin (Toulmin's Argument Pattern – TAP), o qual foi proposto como forma de considerar a argumentação cotidiana, buscando romper com um padrão da Lógica Formal, com origem em Aristóteles. O TAP vem sendo bastante utilizado como ferramenta analítica no campo da educação, tendo sido também, usado em nossa pesquisa. Na terceira seção, o capítulo aborda a adoção da argumentação na educação, o que tem impulsionado pesquisas e novas estratégias pedagógicas. Assim, são apontadas relevantes contribuições desta prática discursiva para o processo de ensino e aprendizagem de um modo geral e, de forma mais específica, para a educação matemática, considerando categorias analíticas apresentadas na literatura deste campo disciplinar. Semelhantemente ao TAP, as categorias abordadas nesta seção foram utilizadas em nossa análise. Prosseguindo a discussão sobre as contribuições da argumentação, focaliza-se na quarta seção, como ela pode favorecer o processo de metacognição dos alunos.

1.1 RETÓRICA E ARGUMENTAÇÃO

Argumentação e retórica são temas com grande ênfase na educação há anos. Estudos mostram que a retórica nasceu no século V a.C., na Sicília, e foi introduzida em Atenas pelos sofistas. Estes são considerados os primeiros professores itinerantes de eloquência e filosofia, atividade pela qual eram muito bem remunerados. De acordo com Oliveira, H. e Oliveira, R. os sofistas foram os primeiros pedagogos e tinham a função de "preparar os jovens para o exercício da vida política, por exemplo, terem um desempenho satisfatório nas assembleias de cidadãos” (OLIVEIRA, H.; OLIVEIRA, R., 2018, p. 05). Os sofistas também eram conhecidos como “mestres da retórica” (EL-JAICK, 2016).

De acordo com Funari,

> Para os sofistas, os homens têm como característica em comum a razão e, graças a ela, podem persuadir-se uns aos outros. Para os sofistas, portanto, não há verdades absolutas: há opiniões mais ou menos certas e práticas, e o homem dotado de mais capacidade racional e melhor educação triunfa sobre os menos aptos. A isto chamam fazer com que se torne forte um argumento fraco, mas nunca se trata de defender valores ou verdades absolutas (FUNARI, 2002, p. 53).

Um argumento forte é o que convence, e os sofistas eram dotados desse saber, só lhe era necessário um tema para que pudessem debater sobre determinado assunto.

Os mais conhecidos sofistas que utilizaram a retórica foram Protágoras (481 – 420 a.C.), Górgias (483 – 376 a.C.) e Isócrates (436 – 338 a.C.). Foi com eles que a retórica ganhou relevância, tendo-se em vista que na Grécia Antiga, o homem grego tinha que dominar a capacidade de argumentar para se apresentar em vários atos públicos aos quais ele poderia ser submetido ao longo de sua vida, em especial nos atos políticos (CURADO, 2010).

Retórica significa a arte de falar bem, de se comunicar de forma clara, ou seja, de o orador conseguir expressar suas ideias com convicção e de forma convincente.

A Retórica foi muito utilizada no discurso jurídico, sendo também nos dias de hoje. “Ela continua envidada na política, nas campanhas publicitárias, em mensagens midiáticas, no comércio e em tantas outras relações que nos circundam” (LIMA, M., 2011, p.14).

Filósofos como Aristóteles e Platão eram contra os retóricos da época[3]. Tais filósofos criticavam as práticas retóricas e diziam que eles utilizavam subterfúgios aplicáveis à oratória. O filósofo Sócrates, de quem Platão (427 – 347 a. C.) foi discípulo, também criticava os sofistas pois, para ele, a retórica estava ocorrendo em prol da ambição e do poder (FUNARI, 2002). Todavia, Aristóteles (383-322 a. C.) reconhecia a retórica em si como positiva, ele a definia

[3] Os sofistas eram considerados mercadores de palavras, pois defendiam ideias opostas.

"não como arte de persuasão, mas como arte que permite determinar quais são os meios de persuasão mais adequados a cada caso" (NUNES, 2015, p.5).

De acordo com Oliveira, A., Teles e César (2002), Aristóteles foi

> o primeiro historiador e sistematizador do pensamento grego e a sua *Tékne Rethorike* (Arte Retórica) apresenta, como qualidades imprescindíveis para uma argumentação exemplar, a clareza e a adequação dos meios de expressão ao assunto e ao momento do discurso (OLIVEIRA, A.; TELES; CÉSAR, 2002, p. 217).

Assim, "Aristóteles, diferentemente de seus predecessores, percebeu o caráter lógico inerente à estrutura do discurso e dispôs as paixões e o caráter moral do orador como elementos usados na aquisição de provas" (NASCIMENTO, J., 2014, p. 14). Ele escreveu dois tratados sobre o discurso: *a Techne Poietike* (Arte Poética ou Poética) e *Techne Rhetorike* (Arte Retórica ou Retórica). Nessas obras ele tentou mostrar sua "retórica", que consistiu em três dimensões fundamentais: *Pathos* (voltada para tocar o sentimento ou às emoções do público), *Ethos* (que apela para a ética do orador e sua imagem diante do público) e *Logos* (lógica). Assim, ele aproximou a retórica da dialética, considerando que ambas lidam com questões do cotidiano e são praticadas pelas pessoas quando estas argumentam, contra-argumentam, defendem ou acusam, sempre que buscam convencer aquele(s) com quem debatem ou a quem dirigem seu discurso (NASCIMENTO, J., 2014). A arte do conhecimento e da argumentação ou a análise retórica está pautada na trilogia aristotélica do logos que é racional, do *ethos* e do *pathos* que são de ordem afetiva, componentes essenciais, sem os quais não haveria a argumentação nem a retórica (REBOUL, 2004, p.47-49).

A partir de Aristóteles, a Retórica ganhou um novo impulso, passando a ser definida como a arte de persuadir por meio da utilização do raciocínio fundamentado na Lógica Formal, ou seja, considerando-se meios adequados para persuadir, e não mais apenas como a arte da oratória, do bem falar, como era definida pelos sofistas. Para Aristóteles, o sofista manipula, para persuadir, os fatores irracionais considerados por ele como *ethos* (o caráter do orador) e *pathos* (as paixões do auditório). Nos seus ensinamentos, o pensador deixa claro que a sua proposta de Retórica se apoia no verossímil[4] ou racional.

---

[4] Aquilo que é plausível. Que parece verdadeiro.

Assim, para Aristóteles, a Arte Oratória desenvolvida pelos sofistas era a arte de enganar, primeiramente:

> [...] porque ela tinha colocado o conhecimento do objeto em segundo plano. A sua prioridade era o estudo das evidências exteriores à arte que poderiam ser úteis para promover e amplificar a emoção do auditório. [...] Em segundo lugar, [...] a sofística não se interessava por uma pesquisa adequada dos gêneros discursivos mais comuns no cotidiano da polis e, por isso mesmo, menos especializados. Pois são discursos em que o auditório não se encontra na posição de juiz de uma causa alheia, mas delibera em seu próprio benefício e o interesse da cidade. Em terceiro lugar, [...] o conhecimento da sofística não passava de simulacro, pois o raciocínio dessa parecia silogístico somente na forma. Um exame mais detido do mesmo seria capaz de demonstrar algum vício ou defeito que comprometia o caráter lógico, servindo para enganar o auditório. Pois, não se postulava correspondência entre a linguagem e a realidade (MENEZES, 2001, p. 183).

Focando na construção de argumentos, Aristóteles elaborou noções de lógica para o exercício da filosofia na busca por verdades. Assim, construiu conhecimentos que compõem o que conhecemos como Lógica Formal. Concebeu que argumentar envolve proposições (premissas) direcionadas a uma conclusão, sendo as proposições apenas as premissas e a conclusão, a partir desta classificação, apontará para a validade ou não do argumento construído (MACHADO; CUNHA, 2005).

Aristóteles defendeu a Lógica Formal, sendo o responsável por vários livros de lógica na matemática, em que se apresenta a denominada argumentação analítica (baseada na lógica). Já os “retóricos” manipulavam os efeitos exteriores da retórica, como a emoção. No entanto, a argumentação defendida por Aristóteles não foi capaz de suprimir a lógica informal ou cotidiana, que será considerada mais adiante por filósofos como Perelman e Toulmin.

Para estabelecer sua proposta, Aristóteles elaborou uma série de “recursos” que se ligam à Lógica Formal, a qual busca estudar as formas dos argumentos válidos, ou seja, os modos legítimos de se chegar a conclusões partindo-se de premissas consideradas sempre verdadeiras e inquestionáveis. A lógica aristotélica tinha a ver com argumentos analíticos em que a verdade das premissas é sempre evidente (VAN EEMEREN; GROOTENDORST, 2004). Essa Lógica Formal, demonstrativa, segue um raciocínio baseado em silogismos. Diferentemente do raciocínio analítico, o raciocínio considerado dialético, por sua vez, parte de premissas prováveis, das quais se podem extrair conclusões apenas verossímeis, representando uma forma diversa de raciocinar. Assim, o raciocínio dialético não tem um carácter demonstrativo, nem impessoal, como é característico dos raciocínios analíticos (OLÉRON, 1983; PERELMAN, 1993).

A dicotomia proposta por Aristóteles distingue tradicionalmente um campo mais objetivo da argumentação, em que argumentos são sustentados por premissas lógicas, e outro campo, no qual é aceitável a alteração de uma argumentação “racional” para a inclusão de figuras poéticas ou juízos morais a fim de se conseguir a adesão dos ouvintes à tese que se deseja defender, envolvendo uma visão mais subjetiva da argumentação. Nessa perspectiva, considera-se que os argumentos dialéticos ocorrem ao longo de um debate ou discussão e envolvem um raciocínio com premissas que não são evidentemente verdadeiras.

Considerando a tradição dos estudos sobre argumentação, Van Eemeren e Grootendorst (2004) discutem que esta prática discursiva pode se estruturar sob três diferentes formas: analítica, dialética e retórica. Na argumentação analítica, o argumento procede dedutivamente de um conjunto de premissas até chegar à conclusão. Os argumentos analíticos pertencem ao domínio do raciocínio formal. Os raciocínios informais, por sua vez, consideram as formas dialética e retórica de argumento. Os argumentos dialéticos ocorrem ao longo de um debate ou discussão e envolvem um raciocínio com premissas que não são evidentemente verdadeiras, como já informado. Os argumentos retóricos, por fim, passam a ser considerados aqueles com foco na oratória e compreendem técnicas empregadas por um orador para persuadir uma audiência.

Oliveira, H. e Oliveira, R. observam que a retórica ainda se faz presente no nosso dia a dia e em nossa sala de aula. Para eles,

> o ensino da retórica se faz presente nas aulas, estando “diluída” nas disciplinas escolares e em muitas estratégias pedagógicas, como, por exemplo, no júri simulado, na elaboração de uma redação ou na exposição oral de um trabalho (OLIVEIRA, H.; OLIVEIRA, R., 2018, p.05).

Vários outros autores trazem definições de argumentação e fica clara a sua importância na sala de aula. Van Eemeren e Grootendorst (2004) consideram a argumentação uma atividade verbal e social de raciocínio, desenvolvida por um locutor (falante ou escritor) cujo interesse é aumentar ou diminuir a aceitabilidade de um ponto de vista controverso por meio de uma série de proposições que visam justificar ou refutar o ponto de vista ante um julgamento racional.

Refletindo sobre o caráter social da argumentação, por meio da qual se expressa um raciocínio a uma audiência, pode-se considerar que, no contexto escolar, a problematização torna-se importante, pois ela incentiva a argumentação, fazendo com que os discentes se sintam mais confrontados e desafiados a opinar sobre um determinado assunto.

Concordamos com Oliveira, H. e Oliveira, R., quando afirmam que,

> não podemos abrir mão de problematizarmos nem entre o grupo de docentes, nem com nossos alunos, pois é através desse processo que conseguimos trilhar, em inúmeras situações, novos caminhos em relação a uma determinada questão, renovando as reflexões ou promovendo novas sobre um determinado assunto (OLIVEIRA, H.; OLIVEIRA, R., 2018, p. 04).

Em relação à matemática, é necessário que o docente tente problematizar. Para que o aluno possa ter subsídios para argumentar em sala de aula, é necessário que haja questionamentos a respeito do conteúdo.

De acordo com Van Eemeren e Grootendorst (2004, p.07) “a argumentação também pode ser vista como a “problematização” de uma resposta; isto é, como o reconhecimento da questão contida em uma determinada resposta”.

Oliveira, M. (2017, p.97) designa a argumentação como “a ação sistemática de organizar fatos, ideias ou razões que, associados entre si, apresentam uma unidade capaz de conquistar a adesão de outros espíritos”.

1.2 O PADRÃO DE ARGUMENTO DE TOULMIN

O estudo da argumentação adquiriu nova abordagem com Toulmin e Perelman. Estes autores defendiam a lógica informal[5], inseridos em um movimento que se originou na América do Norte no início dos anos 1950, com a insatisfação com a argumentação trazida nos livros de introdução à lógica (FREITAS, T., 2005).

Toulmin, inicialmente, procura desenvolver uma teoria do argumento capaz de compensar as lacunas apontadas na racionalidade platônico-cartesiana, e assim, assumir com um instrumento capaz de substituir a lógica trazida por Aristóteles na análise dos argumentos (OLIVEIRA, M., 2017).

Sobre isso, Van Eemeren e Grootendorst consideram que

> Suas abordagens são em ambos os casos caracterizadas pela tentativa de fornecer uma alternativa à Lógica Formal que seja mais adequada para lidar com a argumentação cotidiana na linguagem comum. Os Usos do Argumento de Toulmin (1958) apresenta um modelo dos vários elementos que constituem uma argumentação ('reivindicação', 'dados', 'garantia', etc.) (VAN EEMEREN; GROOTENDORST, 2004, p. 09) (tradução nossa).

Oliveira, M., mostra que "As críticas de Toulmin à lógica da sua época visavam, sobretudo, contestar o esforço de conjugação do ideal lógico com o tipo de raciocínio, de caráter indutivo, que vigora nas ciências" (OLIVEIRA, M., 2017, p.30).

Em seu modelo argumentativo, Toulmin (2006) tenta uma forma de superar a argumentação lógica, que seria a argumentação das ciências abstratas, como a matemática, pois este modelo lógico de argumentação não é suficiente para entender a argumentação do cotidiano. Assim, Toulmin observou que a lógica formal se distanciou dos usos práticos da lógica e, diante disso, considerou ser "necessário outro modelo lógico (que não o matemático) para que os argumentos práticos sejam avaliados" (VELASCO, 2009, p. 282).

Na Lógica Formal, temos premissa maior, premissa menor e conclusão. Vejamos o seguinte exemplo de argumentação lógica: Se todos os A são B e

[5] É o estudo dos argumentos apresentados na linguagem comum, em contraste com as apresentações de argumentos numa linguagem artificial, formal ou técnica.

todos os B são C, então todos os A são C. Segundo a perspectiva argumentativa analítica de Aristóteles, a validade do argumento é examinada com base nas normas da lógica formal. Daí, Toulmin apresenta um modelo de argumentação que possa valer para todas as disciplinas, não somente para matemática, podendo ser utilizado para entender as argumentações do cotidiano. Sua proposta com esse modelo é se opor ao esquema analítico formal, ao qual Aristóteles deu início. Desse modo, Toulmin propõe um modelo com um número maior de elementos.

De acordo com Velasco, na obra “Os usos do argumento”, de 1958:

> Stephen Toulmin critica o modo como algumas categorias lógicas, como a dedução, são expostas em livros afins. Segundo o autor, a abordagem usual dessas categorias priorizou determinados tipos de argumentos (a saber, os analíticos), os quais são pouco usuais na argumentação cotidiana (VELASCO, 2009, p.281).

Toulmin ainda questiona: “Que ligações há entre os cânones e métodos que usamos quando, na vida do dia a dia, avaliamos, de fato, a solidez, a força e o caráter conclusivo de argumentos?” (TOULMIN, 2006 *apud* VELASCO, 2009, p.281).

No modelo de Toulmin,

> (...) a avaliação de um argumento já não reproduz a mera equação de um cálculo sobre a modalidade das proposições envolvidas. O caminho proposto pelo autor terá, pois, de possibilitar o acesso a uma realidade mais complexa do que aquela que era presumida pela análise desenraizada da lógica tradicional, solicitando a construção de categorias que traduzam a real amplitude dos mecanismos acionados na prática argumentativa. A admissão de dados em suporte de uma alegação conduz, agora, à consideração do conteúdo proposicional, à concordância que é possível verificar entre a linguagem e os fatos, e à discussão eventual dos critérios invocados para a conjugação linguística dos eventos reproduzidos (OLIVEIRA, M., 2017, p.38).

Referimo-nos anteriormente que a estrutura do modelo de Toulmin rompe com a Lógica Formal, com isso, esse modelo possibilita analisar argumentos além da lógica tradicional. Apesar disso, para Van Eemeren e Grootendorst (2004, p. 47),

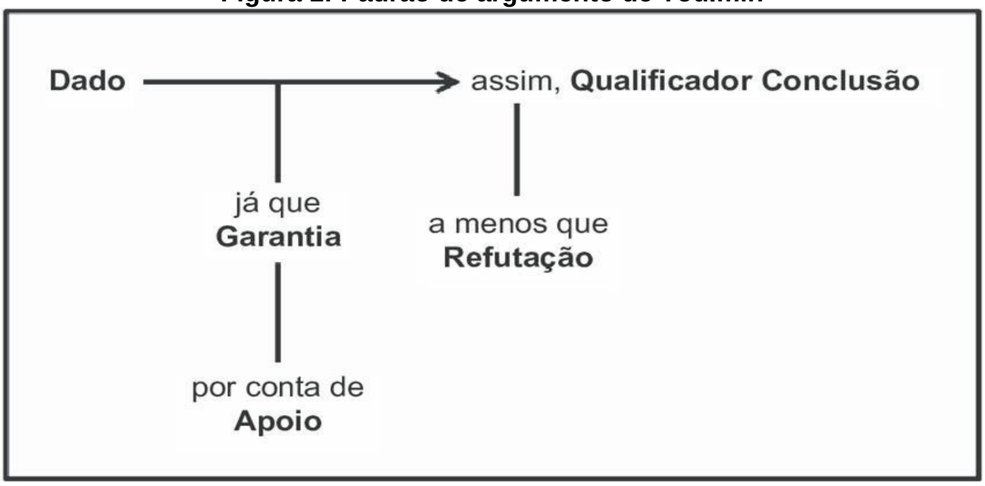
> o modelo de Toulmin resume-se, na verdade, a uma expansão do silogismo [...]. Apesar de antecipar as reações dos outros

> [interlocutores], o modelo pretende, antes de mais nada, representar a argumentação a partir do ponto de vista do orador [...] A outra parte continua, de facto, passiva: a aceitabilidade da conclusão não depende da ponderação sistemática dos argumentos a favor e contra.

Apesar dessa e de outras críticas dirigidas ao modelo, ele tem sido bem aproveitado na análise de dados orais de conversações em salas de aula e dados escritos, sobretudo quando se trata de pequenos textos argumentativos (GARCIA-MILA *et al*., 2013). Nascimento, S. e Vieira (2009) consideram que, pelo seu caráter normativo, o Modelo de Toulmin permite identificar um enunciado como um argumento ou não, promovendo certa facilidade ao processo de análise de situações argumentativas. Além disso, como apontam Oliveira, F., Cruz e Silva (2020), ele oferece a possibilidade de ressaltar o papel das evidências e dos conhecimentos teóricos na elaboração de explicações causais o que favorece a percepção acerca do raciocínio lógico dos alunos.

O esquema para representação dos argumentos proposto por Toulmin ficou conhecido como *Toulmin's Argument Pattern* (TAP), ou *Padrão de Argumento de Toulmin* (PAT), representado na Figura 1.

Figura 1: Padrão de argumento de Toulmin



Fonte: Adaptado de Toulmin, 2006, p.150

De acordo com esse modelo, temos os seguintes elementos: dado (D), garantia de inferência (G), apoio (A), qualificador (Q), refutação (R) e conclusão (C).

Dados: são o ponto de partida do argumento, correspondendo a alegações ou fatos, ou seja, afirmações que fundamentam uma conclusão.

Garantias: são afirmações que fornecem informações complementares ou que ilustram os dados, e funcionam como pontes que conectam os dados apresentados à conclusão.

> Há garantias de vários tipos, e elas podem conferir diferentes graus de força às conclusões que justificam. Algumas garantias nos autorizam a aceitar inequivocamente uma alegação, sendo os dados apropriados; estas garantias nos dão o direito, em casos adequados, de qualificar nossa conclusão com o advérbio 'necessariamente'; outras nos autorizam a dar provisoriamente o passo dos dados para conclusão; ou a só dá-lo sob certas condições, com exceções ou qualificações (TOULMIN, 2001, p.144).

Apoio: são bases teóricas para as garantias que justificam ou exemplificam um dado.

Refutação: são afirmações que se opõem aos dados ou às garantias, indicando circunstâncias em que as garantias não se aplicam ou condições de exceção à conclusão.

Qualificadores: são um complemento à estrutura do argumento. Eles vão modular o raciocínio mostrando qual o seu grau de probabilidade, sua força ou sua fraqueza. Então, por exemplo, quando usamos expressões que estão dentro das áreas da argumentação humana, tais como "provavelmente", "possivelmente", "presumivelmente", dentro de uma estrutura retórica, podemos atingir maior adesão dos envolvidos.

Conclusão: é aquilo que se procura estabelecer com a argumentação, ou seja, afirmações que buscamos legitimar como válidas.

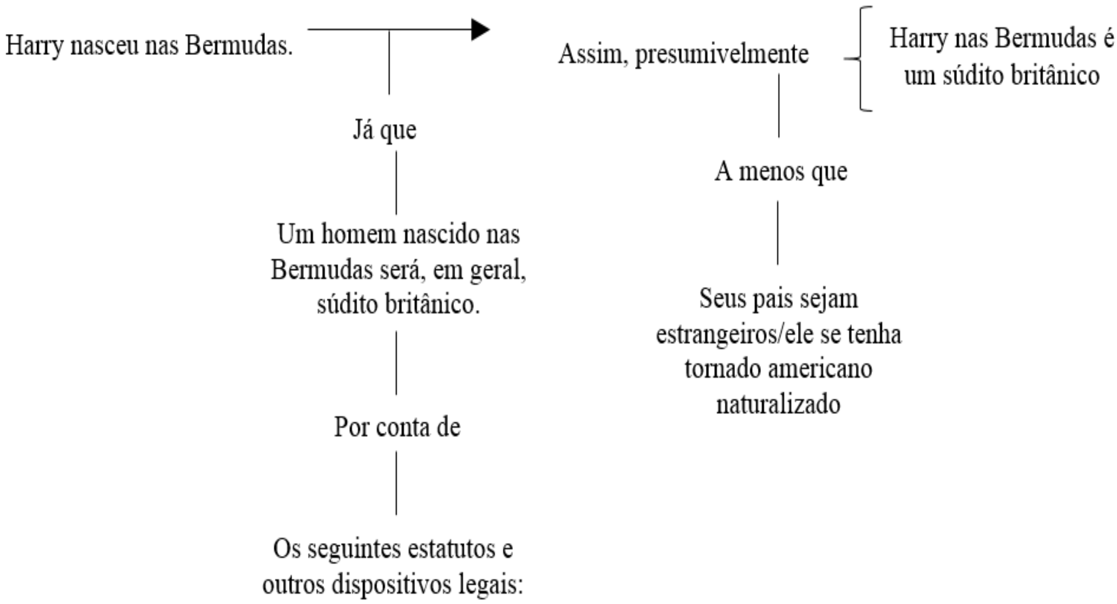
De acordo com Toulmin (2006), é possível construir um argumento com sua estrutura básica, contendo apenas dados, conclusão e garantias de inferência. Estas por sua vez podem ser melhor entendidas considerando a sua ancoragem em conhecimentos de base. Toulmin explica o papel das novas categorias no modelo argumentativo:

> Qualificadores modais (Q) e condições de exceção ou refutação (R) são diferentes tanto dos dados como das garantias, e merecem lugares separados em nosso layout. Assim como uma garantia (W) não é em si nem dado (D) nem alegação (C), visto que implicitamente faz referência a D e faz referência a C – a saber, (1) que o passo de um para o outro é legitimado; e (2) que, por sua vez, Q e R são em si diferentes de W, já que comentam implicitamente a relação entre W e aquele passo – assim também os qualificadores (Q) indicam a força conferida pela garantia a esse passo, e as condições de refutação (R)

> indicam circunstâncias nas quais se tem de deixar de lado a autoridade geral da garantia (TOULMIN, 2006, p. 145).

Na figura 2, apresentamos um exemplo de argumento estruturado de acordo com o Padrão de Argumento de Toulmin:

Figura 2: Exemplo do argumento no Padrão de Argumento de Toulmin



Fonte: Adaptado de Toulmin, 2006, p.151

Neste exemplo temos como Dado – “Harry nasceu nas Bermudas”, nosso ponto de partida; Garantia – “Um homem nascido nas Bermudas será, em geral, súdito britânico”, está dando informações complementares sobre nosso ponto de partida (Dado); Apoio – “Os seguintes estatutos e outros dispositivos legais:”, é uma base teórica para a garantia e uma explicação para o Dado; Qualificador – “presumivelmente”, está complementando à conclusão; Conclusão – “Harry nas Bermudas é um súdito britânico”, é uma afirmação obtida a partir dos dados e os elementos de ligação (Garantia de Inferência e Apoio); Refutação – “Seus pais sejam estrangeiros/ele se tenha tornado americano naturalizado”, essa afirmação se opõe aos dados ou as garantias e coloca assim, limites à conclusão alcançada.

O Modelo de Argumento de Toulmin originou-se considerando estudos no campo jurídico, mas tornou-se bastante difundido em outros domínios, tais como Comunicação, Filosofia e Didática das Ciências. Tendo em vista a argumentação no ensino de matemática, há uma quantidade considerável de pesquisas que fazem uso de tal modelo, voltando-se à caracterização tanto do discurso do professor, quanto o dos alunos. A diversidade das formas de apropriação das concepções matemáticas pelos alunos, dos modos como raciocinam e justificam as soluções que propõem aos problemas que lhes são apresentados pelo professor tem sido representada pelo modelo em distintas pesquisas.

O foco do Padrão de Argumento de Toulmin é a estrutura do argumento, os elementos que o compõem e as ligações entre eles, e não seu conteúdo, ou seja, por meio do TAP compreende-se a coerência argumentativa. Todavia, na perspectiva do ensino, de um modo geral e, em nosso caso, do ensino de matemática, voltamo-nos também para o conteúdo que se articula ao longo dos elementos estruturais, a fim de compreender como os alunos utilizam os conhecimentos matemáticos de modo a justificar os seus pontos de vista ou soluções que apresentam aos problemas propostos. Nessa perspectiva, cabe focalizar o quanto as garantias de inferência e apoio representam conteúdos que fazem parte dessa ciência e contribuem para estabelecer uma ligação adequada entre dados e conclusão, configurando argumentos denominados como racionais, bem como o quanto se afastam ou se aproximam desse tipo de argumento.

Sales (2010) discute que, quando se trata de um argumento pensado, responsável, ele sempre traz fatos, informações que funcionam como garantias que dão sustento ao argumento. Na Teoria Antropológica do Didático (TAD), tais garantias são denominadas de tecnologias ou conhecimentos teóricos.

O Padrão de argumento de Toulmin, envolve uma alegação que se busca legitimar, a qual na matemática é denominada de tese, a partir de dados, denominados de hipóteses, que se conectam à tese por meio das garantias. Estas podem se ancorar em conhecimentos mais gerais, denominados de conhecimentos de base ou apoio. Assim, quando ressaltamos a importância de focar nas garantias e apoio, estamos considerando que aí reside o cerne do raciocínio dos alunos, explicitando por meio de quais ideias eles partem dos dados e chegam às conclusões

Abaixo, apresentamos um exemplo em que o Modelo de Toulmin (2006) é aplicado à uma questão matemática:

Questão[6]: Quando, recorrendo ao recurso de um feixe de paralelas cortadas por uma transversal (fig. 10), um matemático diz:

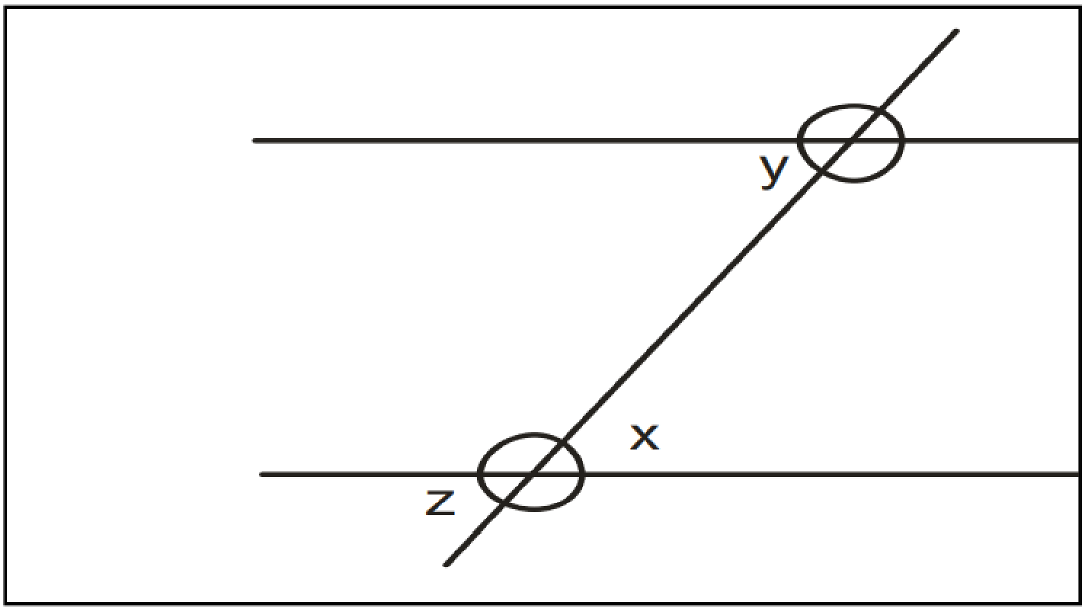
(1) X é alterno com y [e]

(2) os ângulos alternos internos são de mesma medida, [tendo em vista que]

(3) um é oposto pelo vértice ao ângulo (z) correspondente do outro, e

(4) vale para [sempre que tivemos] paralelas cortadas por uma transversal.

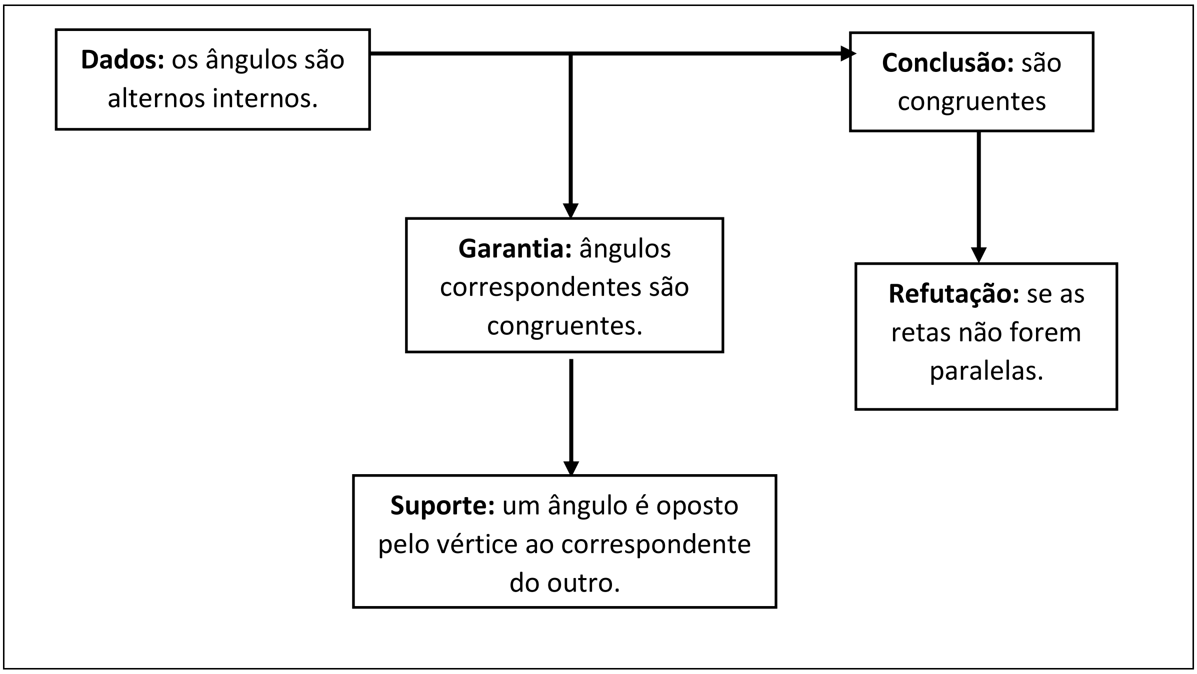
Figura 3 – Retas Paralelas cortadas por uma transversal



Fonte: Sales (2010, p. 111)

[6] Questão adaptada de Sales (2010, p.111)

Figura 4: Exemplo de aplicação do Modelo de Toulmin em Matemática



Fonte: Sales (2010, p.111)

Há na literatura também categorias analíticas para o discurso argumentativo que se voltam de forma mais específica para o campo da educação matemática. Tais categorias contribuem para o avanço nos estudos sobre argumentação. Na seção que segue, trataremos de algumas delas, as quais utilizamos em nossa pesquisa, além do Modelo de Toulmin.

1.3 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O ensino de matemática na Educação Básica tradicionalmente ocorre de forma mecânica, pautada em uma comunicação retórica, privilegiando, na maioria das vezes, técnicas e procedimentos repetitivos (MALHEIRO, 2005; BOA VIDA *et al*., 2008; ALMEIDA; MALHEIRO, 2018). Consideramos importante ressaltar, mais uma vez, que tal estado de coisas acontece a despeito dos esforços de uma grande parcela dos educadores matemáticos, empenhados na superação desse modelo de ensino.

Muitos alunos possuem dificuldades para explicar ou justificar os seus raciocínios, isso ocorre devido ao modelo tradicional de ensino/aula que não valoriza o processo de construção do conhecimento (VINCENT; CHICK; MCCRAE, 2005).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a capacidade de argumentar como uma das dez competências gerais propostas para a Educação Básica (BRASIL, 2017). Para o desenvolvimento desta competência na Educação Básica, o documento orienta a utilização de processos pedagógicos que promovam ações que estimulem e provoquem nos alunos

> processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum (BRASIL, 2017, p. 535).

A argumentação matemática possibilita aos alunos a aquisição de mais autonomia para expor seus pontos de vista e o desenvolvimento do pensamento crítico. Por meio dos argumentos acerca da resolução empregada nos problemas matemáticos, os alunos expressam seus raciocínios. A utilização da argumentação em sala de aula configura, deste modo, um ensino de matemática que contribui para a formação pessoal e social dos alunos. Porque ela o insere no contexto do cotidiano, que era a pretensão de Toulmin.

Assim, entendemos como muito importante estudar a argumentação no ensino e aprendizagem de matemática, como forma de superar uma tradição de ensino memorístico. A seguir passamos a apresentar categorias analíticas voltadas à argumentação nesse campo do conhecimento.

1.3.1 A ARGUMENTAÇÃO CONFORME SALES

A discussão que este autor apresenta acerca da argumentação no ensino de matemática, bem como as categorias de argumentação que propõe ancoram-se na Teoria Antropológica do Didático, elaborada por Yves Chevallard nos anos 1980. Assim, apresentaremos brevemente aspectos fundamentais de tal teoria antes de abordarmos as categorias por ele propostas, as quais serão utilizadas em nossa pesquisa.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD)

> [...] parte do pressuposto de que a ação de estudar matemática, no contexto específico da sala de aula ou fora dela, como sendo uma praxeologia. Essa praxeologia é o produto de uma construção social, mas tem uma finalidade específica: estudar matemática. A teoria leva em conta o conhecimento produzido socialmente e, embora tenha surgido no contexto específico da Didática da Matemática, tem aplicação em contextos de estudo de outras disciplinas (SALES, 2010, p. 26).

Assim, compreender os processos de negociação de significados que ocorrem nas salas de aula de matemática envolvendo as relações entre professor e alunos, implica a percepção acerca da natureza sociocultural de tais processos.

> Torna-se necessário estudar as características do saber matemático numa perspectiva tanto de sua origem como de sua função social. Conhecer fatores culturais que estão presentes no ato de estudar matemática e no ato de organizar, didaticamente, atividades matemáticas e os propósitos do ensino, isto é, o que a sociedade espera que o estudante saiba ao concluir o seu curso de estudos (SALES, 2010, p.14).

A atividade matemática é compreendida nessa teoria[7] como uma organização didática. Cada conteúdo matemático e cada conjunto de objetos matemáticos a serem trabalhados vão ter uma forma específica de serem abordados, para que o sujeito reorganize suas ideias e, posteriormente, mostre o que aprendeu (SALES, 2010).

Para Sales,

> A matemática é vista como uma produção do espírito humano. É uma construção social cujos conceitos estão imbricados com os objetos observáveis e manipuláveis nos quais se originam, a partir da mediação da experiência social, e para onde retornam com novos sentidos até que sejam plenamente abstraídos (SALES, 2010, p. 26).

O autor aponta que a teoria é denominada antropológica porque “pressupõe os processos do conhecimento como um produto social, algo que acontece no seio das instituições sociais” e é uma teoria do didático “porque é um estudo do objeto da didática” (SALES, 2010, p. 27).

---

[7] Podemos dizer que **Teoria** também é uma hipótese, uma conjectura, uma opinião formada diante de um fato. Uma teoria tenta explicar algo de difícil concretização. Na área da Matemática, teoria é qualquer proposição que, para ser admitida precisa de demonstração.

A TAD considera a existência de objetos matemáticos ostensivos[8] e não-ostensivos[9]. O termo ostensivo significa “mostrar-se, apresentar-se, apelar aos sentidos, insistir em ser percebido”. Já os não-ostensivos “são objetos cuja existência é institucional, isto é, sua existência é um atributo da criação humana que os determina, que os define” (SALES, 2010, p.35). Na TAD, a argumentação, sendo a expressão de raciocínio, é entendida como um objeto ostensivo usado para tornar acessível um objeto não-ostensivo, ou seja, as ideias, concepções ou os esquemas cognitivos. Assim, argumentar na perspectiva do ensino e aprendizagem de matemática é a ação de fazer ou de mostrar como se faz e é também a ação de justificar porque se faz. Vista desta forma, e de acordo com a TAD, a argumentação é uma técnica (o fazer, desenvolver um algoritmo), mas é também uma tecnologia (o justificar, dar sentido ao fazer). É um fazer e um recurso tecnológico.

Nessa direção, Sales (2011) considera dois tipos de argumentação: a explicativa e a justificatória ou justificativa. Defende esta última considerando que a mesma tem como objetivo convencer, ou seja, no caso do ensino de matemática, preocupa-se em exibir o porquê do procedimento envolvido na resolução de um problema ou questão qualquer; já a argumentação explicativa não tem a pretensão de convencer o indivíduo sobre a validade de determinado procedimento, mas apenas de repassá-lo como válido. Sendo assim, para Sales (2011), argumentar “é a ação de fazer ou de mostrar como se faz e é também a ação de justificar porque se faz” (SALES, 2011, p. 01).

Nas aulas de matemática defendemos a utilização da argumentação justificativa, em que se considera o porquê de determinado procedimento, pois entendemos que não basta apenas mostrar o algoritmo ao aluno, torna-se necessário justificar os procedimentos tomados.

A tecnologia na TAD é uma explicação lógica, nesse sentindo, a tecnologia corresponde a “uma argumentação justificatória e a técnica é uma argumentação explicativa. Explicar é dizer: “é assim que se faz”. Justificar é dizer: “porque que se faz” (SALES, 2010, p. 29). Considerando-se que a

---

[8] Ostensivos são aqueles percebidos com algum de nossos sentidos, como o toque, o olhar, o ouvir.

[9] Não-ostensivos são aqueles que não são percebidos com os sentidos, sendo objetos como intuições, ideias, conceitos e crenças.

argumentação “é a ação de fazer ou mostrar como se faz e é ação de justificar porque se faz, trata-se de uma técnica e é também uma tecnologia” (SALES, 2010, p.29).

De acordo com o exposto, a argumentação explicativa apresenta os métodos de resolução de problema, aproximando-se de um modelo tecnicista de ensino. Mostra como resolver, não tem a intenção de convencer. A argumentação justificatória, ao contrário, mostra “como se faz” e também “porque se faz de determinada maneira”. Segundo Sales (2011, p. 3), “ela consiste em explicar com a intenção de convencer”. Nesse caso, há uma organização das ideias; além de mostrar o resultado final irá legitimá-lo, buscando justificar as técnicas usadas. Ela mostra os processos lógicos que estão por trás dos procedimentos e algoritmos.

Observe os exemplos abaixo de uma argumentação explicativa e uma justificativa ou justificatória, utilizando expressão aritmética e potenciação:

Argumentação Explicativa (Expressão aritmética):

$$20 + 3x5 =$$

$$20 + 15 = 35$$

Argumentação Justificativa (Expressão aritmética):

$$20 + 3x5 =$$

$$20 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 35$$

Argumentação explicativa (Potenciação):

$$\frac{2^8}{2^3} = 2^5 \; usando \; a \; fórmula \; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Argumentação justificativa (Potenciação):

$$\frac{2^8}{2^3} = \frac{2.2.2.2.2.2.2.2}{2.2.2} = 2.2.2.2.2 = 2^5.$$

Observe que a argumentação explicativa só mostra como faz, não tem a intenção de trazer à tona a lógica subjacente ao procedimento tomado, enquanto a argumentação justificativa ou justificatória mostra como faz e apresenta também os procedimentos subjacentes aos algoritmos.

Concordamos com Sales, quando o autor discute que:

> Na perspectiva da TAD o matemático constrói e o aluno reconstrói os saberes, mas ambos estão fazendo matemática e uma matemática nova para o seu grau de familiaridade com as

> instituições didáticas e grau de familiaridade com o tema de estudo.
> Fazer matemática é uma atividade que consiste em desenvolver uma ação justificada por um discurso fundamentado na teoria. A matemática resultante dessa atividade sempre será nova para o seu produtor se o momento didático que está sendo vivenciado não consistir apenas na repetição de tarefas que utilizam a mesma técnica visando a consolidação de um conhecimento (SALES, 2010, p. 53).

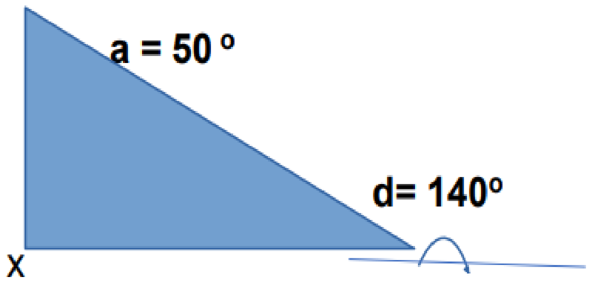
Nesse sentido, é necessário um ensino justificatório, que não seja baseado em repetições de tarefas, técnicas e regras matemáticas.

Considerando a argumentação justificativa ou justificatória, Sales (2011) considera ainda as seguintes categorias: racional, natural e folclórica. Reconhece assim que, a caminho de uma argumentação racional, os alunos podem apresentar outros níveis de argumento.

A argumentação é racional quando se encontra embasada em uma teoria, ou seja, é aquela que é desenvolvida baseada em algum conteúdo ou regra matemática. A natural é aquela embasada na experiência, mas não envolve uma sistematização teórico-formal. Assim, "há elaboração de um raciocínio, um encadeamento de ideias, uma articulação entre as partes do raciocínio, mas falta sistematização" (SALES, 2011, p.6). A folclórica tem por base, muitas vezes, a ingenuidade, sentimentos, mitos e desejos (SALES, 2010). Esse nível folclórico é ainda carregado de jargões, crenças, tradições e modismos que circulam por entre o imaginário das pessoas. Ele divide-se em duas subcategorias: a ingênua e a por tradição. A ingênua traz consigo toda argumentação que tenha algo de infantil e simplista; já a da tradição é uma argumentação que vai se fundamentar na vivência, em fatos observados e não questionados (SALES, 2011).

Abaixo, apresentamos alguns exemplos:

Exemplo 1: Determine o valor do ângulo interno **x**, dados os valores dos ângulos **a** (interno do triângulo) e **d** (externo do triângulo), em:



Argumentação Folclórica 1: x = 90º, pois os lados dele parecem estar se encontrando numa quina.

Argumentação Folclórica 2: x = 90º, pois em todos os exercícios desta aula, os triângulos têm um ângulo de 90º.

Argumentação Racional (também é uma demonstração): x = 90º, pois

i) **a = 50º** é um ângulo interno do triângulo;

ii) **x** também é um ângulo **interno** do triângulo;

iii) o terceiro ângulo interno do triângulo é complementar ao ângulo **d (140º)**, e assim, **d + i = 180º,** então **i = 40º**

iv) a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º.

Assim, **50º + 40º + x = 180º** e, portanto, **x = 90º.**

Exemplo 2: É verdade que a soma de dois números pares é sempre um número par?

Argumentação Natural: 2 + 4 = 6;
8 + 12 = 20;
14+ 24 = 38;
......

Como em todos os exemplos nos quais conseguimos pensar, o resultado é par, concluímos que a afirmação é verdadeira.

Exemplo 3: “Por que você acha que o time A vai ganhar do time B?” Sales (2011, p. 6).

Argumentação natural

1. “Porque ultimamente ele vem ganhando de times do porte de B.

2. Por que contratou fulano que vem mostrando um bom desempenho e

B não tem um jogador que se destaca".

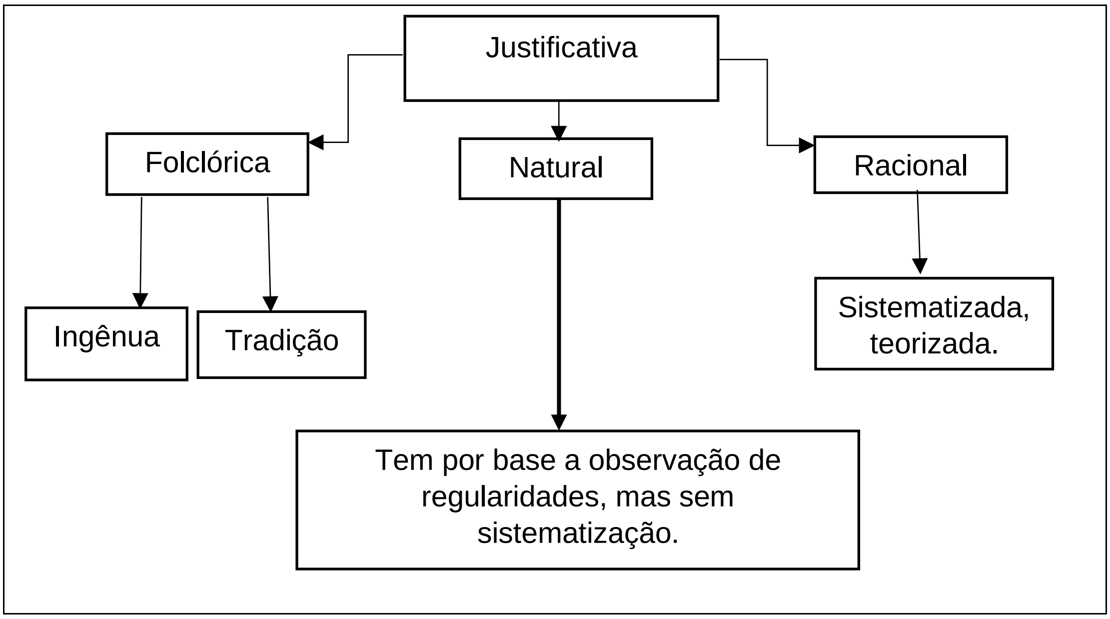
Sobre a argumentação natural, Sales ainda observa que:

> (...) é possível que um pai, ou mãe, pouco letrado, mas com boa vivência social, ao ver o filho efetuar a operação $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$, diga de imediato, que o cálculo está errado. Mas como aprendeu isso na experiência da vida poderá ter dificuldade para explicar e dirá apenas: "você não está vendo que não pode ser?" Pensamos que não se trata de um argumento folclórico porque há oculta em suas palavras uma lógica racional que por ser construída fora dos centros acadêmicos não está sistematizada, mas permite entrever uma compreensão do problema (SALES, 2011, p. 7).

Assim, a argumentação natural apresenta uma lógica construída em uma vivência e que, desse modo, não apresenta uma sistematização formal.

Para sintetizar as categorias que propõe e a relação entre elas, Sales (2011) monta o seguinte esquema:

Figura 5: Tipos de Argumentação Justificativa



Fonte: Adaptado de Sales, 2011, p.7

A argumentação justificativa racional pode ser, por sua vez, dividida em Prova e Demonstração (SALES, 2010). Prova é uma argumentação que possui coerência suficiente para convencer, de modo que ela é aceita por um grupo social, mas não envolve algo necessariamente rigoroso, pois depende do grau de exigência da comunidade envolvida no processo. Já a demonstração, que é um tipo particular de prova, é "toda argumentação que, além de convencer, possui uma forma definida socialmente. É realizada conforme um ritual aceito pelos especialistas: definição da hipótese e da tese e a justificação dos passos que conduzem da hipótese à tese” (SALES, 2010, p.97). Assim, há demonstração quando busca-se mostrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º; que a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa (teorema de Pitágoras), que uma circunferência tem 360º, por exemplo.

A demonstração

> é um caso particular de argumentação e prova. A demonstração nos conduz para um resultado já conhecido, portanto, seu papel é desfazer possíveis dúvidas, evidenciar ou confirmar uma verdade já conhecida. (...) a demonstração é fechada ao debate (SALES, 2010, p. 85).

Assim, a demonstração não deixa dúvidas quanto ao seu resultado, e não é discutível. Já a prova,

> é uma explicação ou argumentação aceita por um grupo social. Não se trata necessariamente de algo rigoroso. É uma argumentação que possui coerência suficiente para convencer. Encaixam-se nesse status as “demonstrações” feitas por computador, onde muitos experimentos são realizados, e os vários exemplos propostos em sala de aula que culminam por convencer o aluno da veracidade do que está sendo exposto (SALES, 2010, p. 85).

O resultado da prova não é incontestável, embora seja aceita por um grupo social, a dúvida poderá surgir.

Balacheff, diferencia explicação, prova e demonstração:

> Chamamos de **explicação** o discurso que visa tornar compreensível o caráter de verdade, apresentado pelo locutor, de uma proposição ou de um resultado. As razões podem ser discutidas, recusadas ou aceitas. Chamamos **prova** uma explicação aceita por certa comunidade num determinado momento. Esta decisão pode ser objeto de um debate em que o significado é a exigência de determinar um sistema de validação comum aos interlocutores. No contexto da comunidade matemática, apenas as explicações que adotam uma forma particular podem ser aceitas como provas. Elas são uma sequência de enunciados seguindo regras determinadas: um enunciado é conhecido como verdadeiro, ou é deduzido daqueles que o precedem por meio de uma regra de dedução tomada num conjunto bem definido de regras. Chamamos essas

> provas de **demonstração**. (BALACHEFF, 1987, p. 147- 148, tradução nossa[10]).

Assim, quando, por exemplo, um professor expõe para os alunos o Teorema de Pitágoras e mostra passo a passo como a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa, de acordo com os cânones da geometria, ele está fazendo uso de uma demonstração, a qual é uma forma de argumentação justificatória, conforme descrevemos. Como discutido por Sales (2010), a demonstração conduz para uma tese já conhecida, por meio de passos justificados, tendo o papel de desfazer possíveis dúvidas ou confirmar tal tese. Todavia, se o professor traz alguns exemplos específicos com valores numéricos a fim de comprovar o teorema de Pitágoras, ele de fato não está recorrendo a uma demonstração, mas a uma prova que pode convencer a audiência em função do nível de profundidade requerida naquele momento pelo grupo de ouvintes.

Grande parte das fórmulas matemáticas utilizadas na Química e na Física, por exemplo, requerem demonstrações para que se compreenda como foram geradas. Somente aplicar valores numéricos às fórmulas prontas ou discutir as relações entre as variáveis envolvidas para que sejam justificadas não corresponde a uma demonstração, mas a uma prova. Na Educação Básica, é cada vez mais comum não se recorrer à demonstração para apresentação de fórmulas, as quais envolvem conceitos importantes bem como a relação entre eles. Embora saibamos que, em alguns casos, certas demonstrações são inviáveis para o ensino no nível fundamental ou médio, tal situação também representa uma fragilidade do ensino na matemática e nas ciências da natureza. Abaixo, apresentamos outro exemplo:

Exemplo 4: É verdade que a soma de dois números pares é sempre um número par?

Prova: Tomemos o exemplo **14 + 24**, que podemos reescrever como **2.7 + 2.12 = 2. (7 + 12).**

Ora, a expressão **2. (7 + 12)** será par, pois, se um dos fatores é **2**, não importa o que esteja no parêntesis, o resultado será par.

---

[10] Tradução nossa dos vocábulos originais em frânces *explication*, *preuve* e *démonstration*, respectivamente.

Demonstração: Sejam dois números pares quaisquer, **2.n** e **2.p**. Como **2.n + 2.p** sempre pode ser escrito como **2. (n + p)**, concluímos que a soma será par, pois o parêntesis **(n + p)** sendo ímpar ou par, ao ser multiplicado pelo fator **2,** o resultado será um múltiplo de **2**, ou seja, um número par. (Observação: com **n** e **p** inteiros).

Na perspectiva do ensino de matemática, Sales (2010) discute que “evoluir da argumentação para a demonstração, mesmo quando exige uma ruptura cognitiva, é uma consequência necessária” (SALES, 2010, p. 110).

1.3.2 ARGUMENTAÇÃO E METACOGNIÇÃO

Dentre as várias contribuições que a prática argumentativa pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem já discutidas no início da seção anterior, vamos agora tratar de algumas relações entre argumentação e metacognição, considerando como esta última é favorecida pela primeira.

A argumentação tem o papel de mediação no processo do pensamento reflexivo, tendo a ver com a construção do conhecimento e o desenvolvimento das habilidades do raciocínio dos alunos. Esta prática discursiva possibilita ao aluno defender seus pontos de vista em relação a um problema, fazendo com que o mesmo repense sobre o que sabe e aprenda refletindo no decorrer de seu pensamento reflexivo (LEITÃO, 2007; LIMA; SILVA; NORONHA, 2018). Para Lima, Silva e Noronha (2018, p.126) “a argumentação trata de um movimento avaliativo que um sujeito realiza sobre o seu próprio conhecimento, tendo em vista o conhecimento do outro”. Tal atividade relaciona-se, intimamente, portanto, às habilidades metacognitivas.

A metacognição pode ser bem compreendida como a capacidade que o indivíduo tem de pensar sobre seu próprio pensar, expressando como está estruturando o pensamento a respeito de um determinado conhecimento, compreendendo as atividades cognitivas que executa na resolução de um problema ou questão em pauta e, se necessário, redefinindo as rotas de seu raciocínio de modo a encontrar soluções aos desafios propostos (SANTOS; OLIVEIRA, G.; SAAD, 2021).

Ribeiro mostra que os processos metacognitivos têm sido estudados desde a década de 1970, estes “coordenam as aptidões cognitivas envolvidas na memória, leitura, compreensão de textos, etc.” (RIBEIRO, 2003, p. 109). Para a autora, “a metacognição diz respeito, entre outras coisas, ao conhecimento do próprio conhecimento, à avaliação, à regulação e à organização dos próprios processos cognitivos (RIBEIRO, 2003, p. 110).

Para Leitão, o pensamento reflexivo

> [...] designa um processo auto - regulador do pensamento, processo este que se constitui quando um indivíduo toma suas próprias concepções sobre fenômenos do mundo (conhecimento) como objeto de pensamento e considera as bases em que estas se apoiam e os limites que as restringem. O pensamento reflexivo, assim definido, caracteriza-se, portanto, como um processo de natureza eminentemente metacognitiva (LEITÃO, 2007, p. 454).

A metacognição tem relação com reflexão. Quando o aluno pensa/reflete sobre como resolver um problema de matemática, por exemplo, ao verificar se o compreendeu e se dar conta que não, este é um processo da metacognição, que está diretamente ligado a consciência e ao automonitoramento do ato de aprender. Podemos dizer que metacognição é a habilidade de refletir sobre uma determinada tarefa/problema, como ler, calcular, pensar, tomar uma decisão e o aluno sozinho selecionar e usar o melhor método para resolver esta tarefa/problema (RIBEIRO, 2003; MELLO, 2008; DANTAS; RODRIGUES, 2013; MEDEIROS; SILVA; LOCATELLI, 2018; LIMA, SILVA, M.; NORONHA, 2018).

Autores como Valente, Salema, Morais e Cruz (1989, *apud* LEITÃO, 2007, p.110), mostram que

> a metacognição exerce influência em áreas fundamentais da aprendizagem escolar, tais como, na comunicação e compreensão oral e escrita e na resolução de problemas, constituindo assim, um elemento chave no processo de “aprender a aprender (LEITÃO, 2007, p 110).

A metacognição pode ainda exercer outras influências no comportamento dos estudantes, os quais passam a ter mais confiança em suas próprias capacidades e administrar seus próprios processos cognitivos (MORAIS; VALENTE, 1991 *apud* LEITÃO, 2007). Nesse sentido, o investimento dos professores em estratégias que favoreçam as habilidades metacognitivas dos alunos merecem ser destacados, como no caso da argumentação. Visando-se o desenvolvimento de tais habilidades, desenvolve-se um ensino que se direciona à formação de alunos independentes das situações cognitivas que o professor criou, favorecendo através do descentramento afetivo e da descentração cognitiva, o distanciamento que fomenta a tomada de consciência (SANTOS; OLIVEIRA, G.; SAAD, 2021).

Nesse momento, trazemos o conceito de consciência como proposto por Vygotsky (1993) para avançarmos na compreensão sobre como a argumentação favorece os mecanismos metacognitivos.

O termo consciência em Vygotsky apresenta um significado diferente daquele que assume num referencial freudiano (SILVA, A., 2000). Vygotsky (idem) discute consciência considerando-a como a capacidade de o sujeito compreender as atividades intelectuais que ancoram as suas ações, o que pode ser associado ao conceito de metacognição, termo utilizado primeiramente por John Hurley Flavell, no início da década de 1970 (SANTOS; OLIVEIRA, G.; SAAD, 2021). Essa consciência discutida por Vygotsky, diferencia, por exemplo, a realização de uma mesma atividade por duas crianças, em que apenas uma delas é capaz de explicar como a executou, ou seja, de demonstrar clareza e expressar o mecanismo envolvido em sua ação. Embora as duas crianças tenham desenvolvido a mesma atividade, apenas a que consegue compreender as operações intelectuais envolvidas está consciente dela, na perspectiva vygotskyana (VYGOTSKY, 1993).

Vygotsky (1993) considera que a tomada de consciência por parte de um indivíduo acerca das operações cognitivas associadas as tarefas que desempenha torna-o capaz de percebê-las de forma generalizante, de modo a trazê-las para contextos diferentes daquele em que ocorreu a aprendizagem, possibilitando assim o seu domínio. A tomada de consciência da criança de seus próprios processos mentais implica, portanto, a sua capacidade de generalizar.

Sendo assim, entendemos que, quando os professores investem em um modelo de ensino que prioriza a compreensão dos alunos acerca de seus próprios processos cognitivos, está favorecendo a sua tomada de consciência e, consequentemente, a sua capacidade de empregar os conhecimentos aprendidos em diferentes contextos. Desse modo, quanto mais o ensino investe em justificativas, por parte do professor, dos procedimentos envolvidos nos conteúdos que ensina e este demanda dos alunos que expressem seus pontos de vista de modo a refletirem sobre os seus processos cognitivos, maiores serão as chances de se ter uma aprendizagem consistente e não superficial.

Vale ressaltar, portanto, que, quando tratamos aqui da consciência dos processos mentais, não estamos, nos referindo aos processos mecânicos de aplicação de fórmulas, o que estariam mais ligados a uma associação frágil entre operações e formatos padronizados de aplicação. Antes, referimo-nos a um entendimento dos alunos acerca dos porquês dos procedimentos empregados, dos raciocínios envolvidos quando uma tarefa é realizada, pois quando algo fizer sentido para eles, é mais provável que o seu pensar reflexivo seja de fato desenvolvido.

Levando em conta as concepções de Vygotsky, entende-se que as interações dialógicas em sala de aula são fundamentais para que o professor possa estimular os processos cognitivos e metacognitivos dos alunos. Para Vygotsky (1993), o desenvolvimento cognitivo é a conversão de relações sociais em funções mentais. Assim, toda relação ou função psicológica superior aparece duas vezes: primeiro, no nível social ou interpessoal e, depois, no individual ou intrapessoal. Em sala de aula, torna-se, deste modo, necessário que as ideias sejam mobilizadas na dimensão social deste espaço para que sejam posteriormente apropriadas pelos alunos, constituindo seus processos internos de cognição. Considerando-se que o desenvolvimento cognitivo começa com as atividades sociais externas e termina com atividades pessoais internas, Vygotsky preocupou-se em descrever os mecanismos semióticos que conectam o social com o individual. Nessa perspectiva, valoriza-se a interação social, uma vez que, por meio desta, se estabelece o mecanismo dinâmico de transmissão inter–intrapessoal (SILVA, A., 2000).

Vygotsky (1998) traz ainda o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e a importância da atuação do professor ou outro parceiro social mais experiente neste espaço para possibilitar o avanço cognitivo do indivíduo e sua tomada de consciência. Esta zona corresponde à diferença entre o desenvolvimento real e o potencial da criança.

O desenvolvimento real diz respeito às funções mentais resultantes de certos ciclos de desenvolvimentos completados, representado pelo conjunto de informações e habilidades que a criança já possui. Tal desenvolvimento pode ser percebido empiricamente por meio de tarefas que ela consegue desenvolver sozinha. O desenvolvimento potencial corresponde a funções que poderão amadurecer, sendo determinado pela capacidade que a criança apresenta de solucionar problemas sob a orientação de adultos ou parceiros mais avançados (idem).

Vygotsky (idem) discute que, na ZDP, o professor e pares mais experientes auxiliam o aprendiz, como forma de uma consciência emprestada, até que este seja capaz de realizar as tarefas com sua própria consciência e controle.

> Portanto, na perspectiva de Vygotsky, exercer uma função de professor (considerando uma ZDP) implica assistir o aluno, proporcionando-lhe apoio e recursos, de modo que ele seja capaz de aplicar um nível de conhecimento mais elevado do que seria possível sem ajuda. Nas palavras de Bruner, atuar como professor considerando uma ZDP tem que ver com a maneira como se organiza o contexto, de modo que a criança possa atingir um patamar mais elevado ou mais abstrato, a partir do qual reflete. Patamar no que é capaz de ser mais consciente (Bruner, 1985). Não é, portanto, a instrução propriamente dita, mas a assistência tendo o conceito de interação social de Vygotsky, o que permite o aprendiz atuar no limite do seu potencial (FINO, 2001, p. 7).

Conforme podemos verificar, concepções fundamentais da teoria de Vygotsky colaboram substancialmente também para a valorização das estratégias didáticas que demandam a argumentação dos alunos em sala de aula. Considerando os dados de nossa pesquisa, tais concepções direcionaram, em algum nível, nossa atenção para a compreensão do avanço dos alunos acerca do conteúdo expressões aritméticas, tendo em vista as interações *online* mantidas entre a pesquisadora e os alunos, bem como sua atuação na ZDP, como será discutido mais adiante.

Nosso objetivo nesta pesquisa, foi investir nas estratégias que favorecessem a exposição dos argumentos dos alunos, tanto na forma oral, quanto na escrita, a fim de compreender os seus raciocínios. Com efeito, tal investimento fomentou, de certa forma, o pensamento reflexivo dos alunos acerca de suas próprias ideias, de modo a proporcionar uma evolução conceitual. Não foi nosso objetivo promover estratégias didáticas e mensurar, de alguma forma, essa evolução; todavia, a análise do processo argumentativo dos alunos diante das investidas da pesquisadora, bem como dos seus argumentos, revela um avanço das ideias relacionadas ao conteúdo abordado. Assim, alguma discussão nesse sentido será por nós apresentada.

2. ARGUMENTAÇÃO, EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E EXPRESSÕES ARITMÉTICAS: O QUE DIZEM AS PESQUISAS

Apresentaremos, neste capítulo, uma revisão de literatura sobre pesquisas referentes à temática “Argumentação Matemática e Expressões Aritméticas” considerando o período de 2010 a 2021, compreendendo, assim, um espaço temporal de 11 anos.

A pesquisa bibliográfica foi desenvolvida em bases de dados nacionais (SciElo, *Google* acadêmico, *Google Scholar*, CAPES e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)). As palavras chave utilizadas foram: Argumentação Matemática, Modelo de Toulmin e Expressões Aritméticas. Os conectivos utilizados foram “and” e “;”.

A fim de obter um pensamento inicial acerca da produção encontrada, as pesquisas obtidas foram classificadas por ano e local de publicação, instituição, nível de ensino, participantes envolvidos e tipo de produção (tese, dissertação, artigo etc.).

Como será possível verificar, não foram encontrados artigos relativos à argumentação em expressões numéricas, mas apenas uma dissertação de mestrado analisando tais expressões em livros didáticos, utilizando como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD), e um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) analisando as dificuldades encontradas por alunos do Ensino Médio.

De acordo com o nosso levantamento, a maioria das pesquisas em argumentação matemática volta-se ao conteúdo de Geometria e Álgebra. Dessa forma, entendemos que se faz necessário investir na temática que propomos, tendo em vista a importância de compreender que suportes podem ser desenvolvidos na perspectiva das interações a fim de que as expressões aritméticas sejam melhor exploradas em sala de aula.

2.1 VISÃO PANORÂMICA

Mostraremos a seguir um quadro (Quadro 1) com uma síntese dos resultados de nossa pesquisa nas bases de dados que, de acordo com Norma Ferreira (2002), pode ser definida como “estado da arte” ou “estado do conhecimento”. Pesquisas desse tipo

> tem caráter bibliográfico, que tem como objetivo mapear e discutir algumas produções acadêmicas em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares e de que formas e em que condições têm sido produzidas as dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários (FERREIRA, N., 2002, p. 258).

Sobre a metodologia, Norma Ferreira diz que se trata de:

> [...] uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais os fenômenos passam a ser analisado (FERREIRA, N., 2002, p.258).

Diante disso, verificamos como as produções pesquisadas estão sendo abordadas. Foram encontradas 19 pesquisas utilizando os descritores mencionados (Argumentação Matemática, Modelo de Toulmin e Expressões Aritméticas).

A grande maioria das pesquisas é de cunho qualitativo. Estas pesquisas estão voltadas à Argumentação em Matemática. Elas podem ser encontradas em duas ou três bases de dados simultaneamente.

Quadro 1 - Pesquisas

Nº	Nome do Autor(es)	Nome	Ano	Tipo de Produção Acadêmica	Base de dados	Participantes	Nível	Instituição do primeiro autor	País	Conteúdo matemático
1	Sales	Práticas Argumentativas no Estudo da Geometria por Acadêmicos de Licenciatura em Matemática	2010	Tese	BDTD	Alunos	Ensino Superior	UFMS	Brasil	Geometria
2	Sales e Pais	A Argumentação no Estudo da Geometria Euclidiana por Acadêmicos de Licenciatura em Matemática	2010	Artigo	Periódico do Programa de Pós-Graduação – Universidade do Estado de Mato Grosso	Alunos	Ensino Superior	UEMS	Brasil	Geometria Euclidiana
3	Sales	Argumentação e Raciocínio: uma revisão teórica	2011	Artigo	Google Acadêmico	_____	_____	UEMS	Brasil	_____
4	Viana	A Prática da Argumentação como Método de Ensino: O caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas	2011	Tese	Google Acadêmico	Alunos	Educação Básica	PUC	Brasil	Área e Perímetro de Figuras Planas
5	Aguilar Júnior e Nasser	Analisando justificativas e argumentações matemáticas de alunos do ensino fundamental	2012	Artigo	Periódicos UFN	Alunos e professores	Educação Básica	UFRJ	Brasil	Aritmética e Geometria
6	Reginaldo	Argumentação em atividades investigativas	2012	Dissertação	Repositório UFMG	Alunos	Educação Básica	UFMG	Brasil	Figuras Geométricas

		na sala de aula de Matemática								
7	Gil	A história da matemática no fomento de uma cultura de argumentação em sala de aula	2012	Tese	Repositório Universidade do Minho	Alunos	Educação Básica	Universidade do Minho	Portugal	História da Matemática
8	Nunes e Almouloud	O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em Matemática	2013	Artigo	SciELO	Alunos	Educação Básica	UFPA	Brasil	Área e Perímetro de figuras planas
9	Aguilar Junior e Nasser	Estudo sobre a visão do professor em relação a argumentação e prova matemática na escola	2014	Artigo	SciELO	Professores	Educação Básica	UFRJ	Brasil	____
10	Freitas	Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental	2014	Dissertação	BDTD	Alunos	Educação Básica	UFMG	Brasil	Expressões Numéricas
11	Matheus	Argumentação e prova na matemática escolar	2016	Dissertação	Biblioteca Digital USP	Alunos e Professores	Educação Básica	USP	Brasil	_____
12	Rosale	Argumentação e prova matemática na Educação Básica	2017	Dissertação	Biblioteca Digital USP	Alunos	Educação Básica	USP	Brasil	_____
13	Caldato, Utsumi e Nasser	Argumentação e Demonstração em Matemática: a visão de alunos e professores	2017	Artigo	Google Acadêmico	Alunos e Professores	Educação Básica	UFRJ	Brasil	Álgebra
14	Almeida e Malheiro	A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática	2018	Artigo	Periódico UFSC	Alunos e professores	Ensino superior	UFSC	Brasil	Área e Perímetro

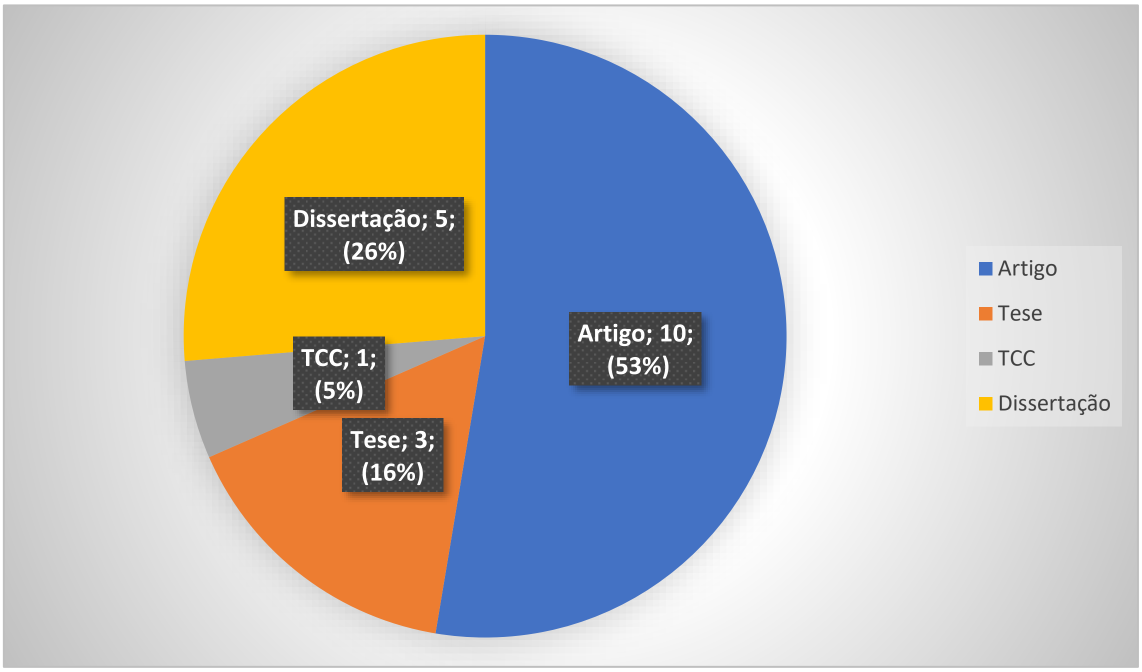
15	Lin	O desenvolvimento da argumentação matemática por estudantes de uma turma do Ensino Fundamental	2018	Artigo	Google Scholar	Alunos	Educação Básica	NTHU	Hsinchu -Taiwan	______
16	Rodrigues, Meneses e Ponte	Práticas de discussão em sala de aula de matemática: os casos de dois professores	2018	Artigo	SciELO	Professores	Educação Básica	Universidade de Aveiro	Brasil	Álgebra
17	Correia	Argumentação, prova e demonstração: uma investigação sobre as concepções de ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática	2018	Dissertação	BDTD	Alunos	Ensino Superior	UFRJ	Brasil	Álgebra
18	Rosa	Expressões aritméticas: dificuldades encontradas entre alunos ingressantes no primeiro ano do ensino médio da Escola Técnica Guaracy Silveira	2020	TCC	Google Scholar	Alunos	Ensino Médio	UTFP	Brasil	Expressões Aritméticas
19	Caldato e Aguilar Junior	Argumentação e prova em Matemática: uma análise dos itens públicos do PISA 2012	2020	Artigo	Google Scholar	Alunos	Educação Básica	UFF	Brasil	______

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

2.2 DADOS QUANTITATIVOS REFERENTES ÀS PESQUISAS

Iniciamos a discussão considerando o tipo de produção referente a cada trabalho. Dos 19 encontrados, 3 eram teses (16%), 5 eram dissertações (26%), 10 eram artigos (53%) e 1 era trabalho de conclusão de curso (TCC) (5%). Todos versam sobre a temática “Argumentação em Matemática”.

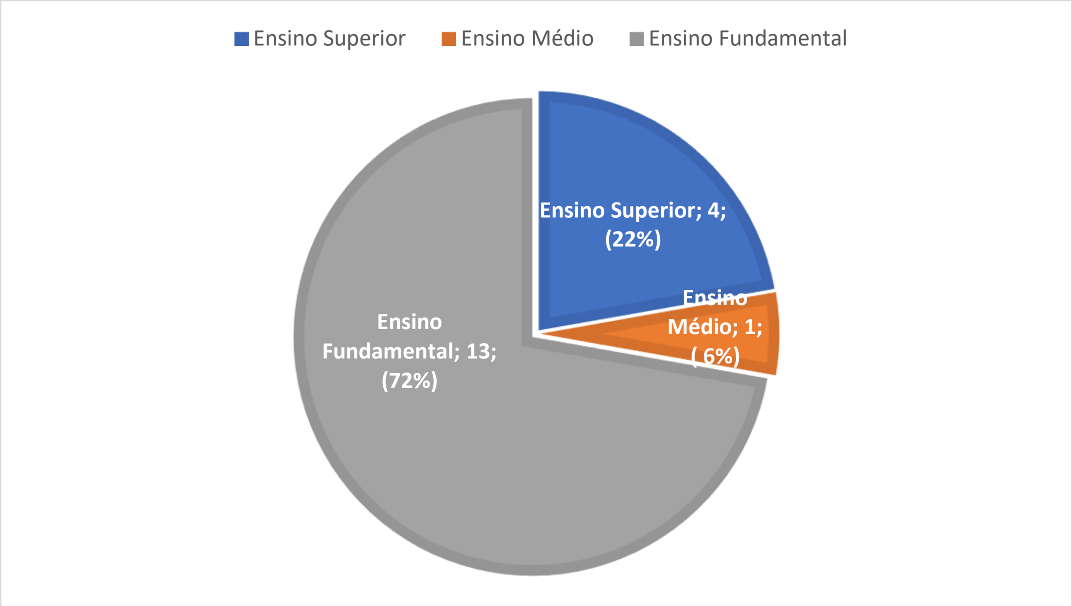
Figura 6 – Tipo de produção acadêmica (Tese, Dissertação, Artigo e TCC).



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Com relação ao nível de ensino pesquisado, temos que as pesquisas são desenvolvidas, em sua maioria, com interesse no Ensino Fundamental, sendo ao todo 13 (treze) pesquisas nesta categoria (72%); em segundo lugar vem aquelas voltadas ao Ensino Superior, correspondendo a 4 (quatro) pesquisas (22%), e apenas 1(uma) desenvolvida com participantes do Ensino Médio (6%). É possível observar que há uma preocupação em analisar os argumentos produzidos na Educação Básica, em especial no Ensino Fundamental. Isso realmente se faz necessário, pois é desde os primeiros anos escolares que o aluno desenvolve sua percepção crítica em relação à matemática, devendo ter uma mediação adequada do professor neste sentido. Com relação ao Ensino Superior o interesse recai nas concepções de ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática sobre argumentação, prova e demonstração. Considerando o quantitativo apresentado, temos que, apenas 1(uma) pesquisa não se enquadra nesta classificação, por tratar-se de um estudo teórico que não se restringe a determinado nível de ensino.

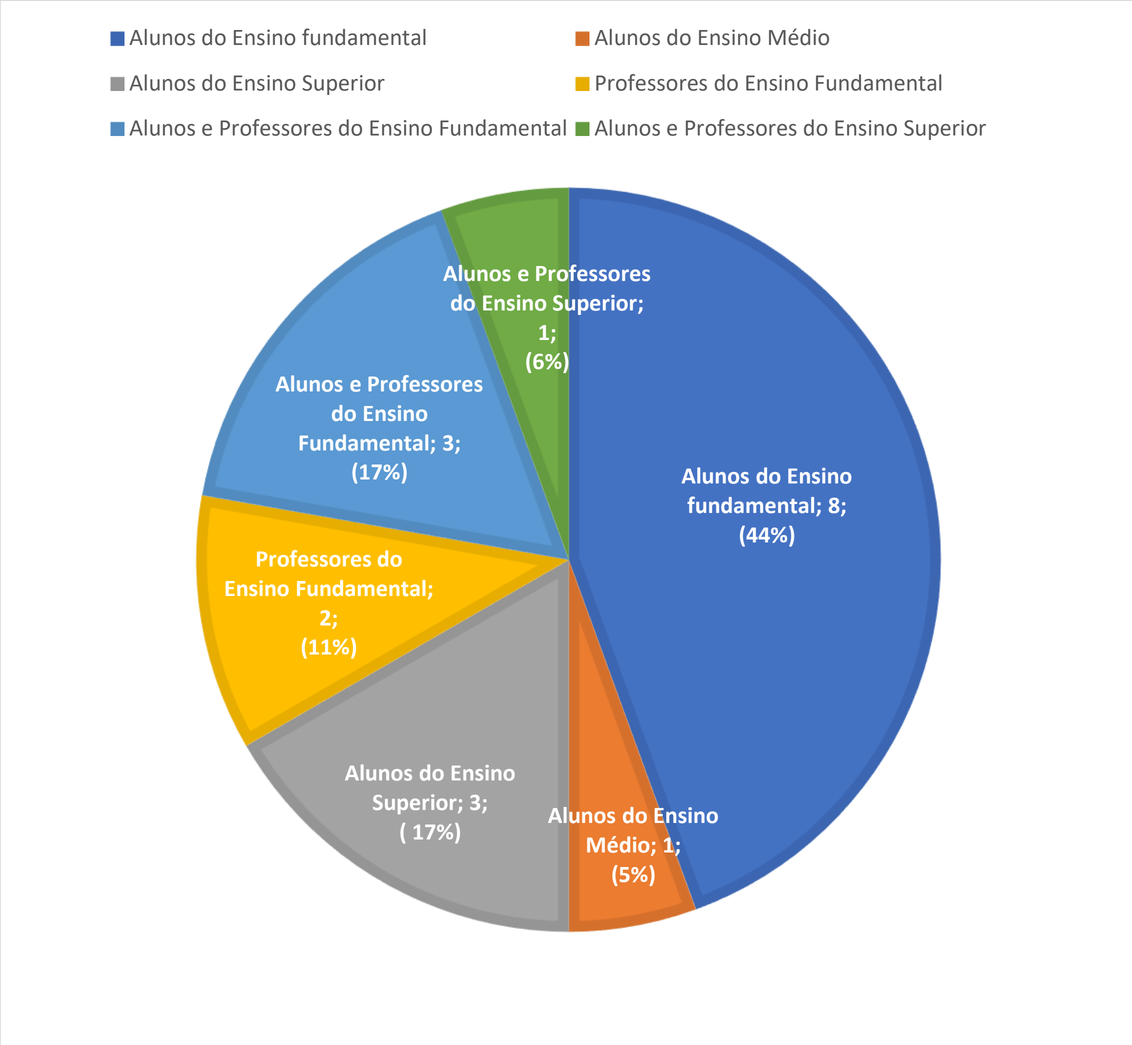
Figura 7 – Nível de Ensino Pesquisado



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Em relação aos participantes, temos que as pesquisas são desenvolvidas, em sua maioria, com Alunos do Ensino Fundamental, sendo ao todo 8 (oito) pesquisas nesta categoria (44%); em segundo lugar vem aquelas voltadas aos Alunos do Ensino Superior e Alunos e Professores do Ensino Fundamental, correspondendo a 3 (três) pesquisas cada uma (17%). Encontramos 2 (duas) pesquisas com Professores do Ensino Fundamental (11%) e apenas 1(uma) desenvolvida com Alunos do Ensino Médio (5%), como também 1(uma) com Alunos e Professores do Ensino Superior (6%). É possível observar que não há pesquisas sobre Professores do Ensino Médio ou Professores do Ensino Superior (sem foco simultâneo nos alunos). Da mesma forma, não encontramos pesquisas com enfoque em Alunos e Professores do Ensino Médio (focando ambos os participantes) e Alunos e Professores do Ensino Superior (focando ambos os participantes).

Figura 8 – Participantes da pesquisa



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

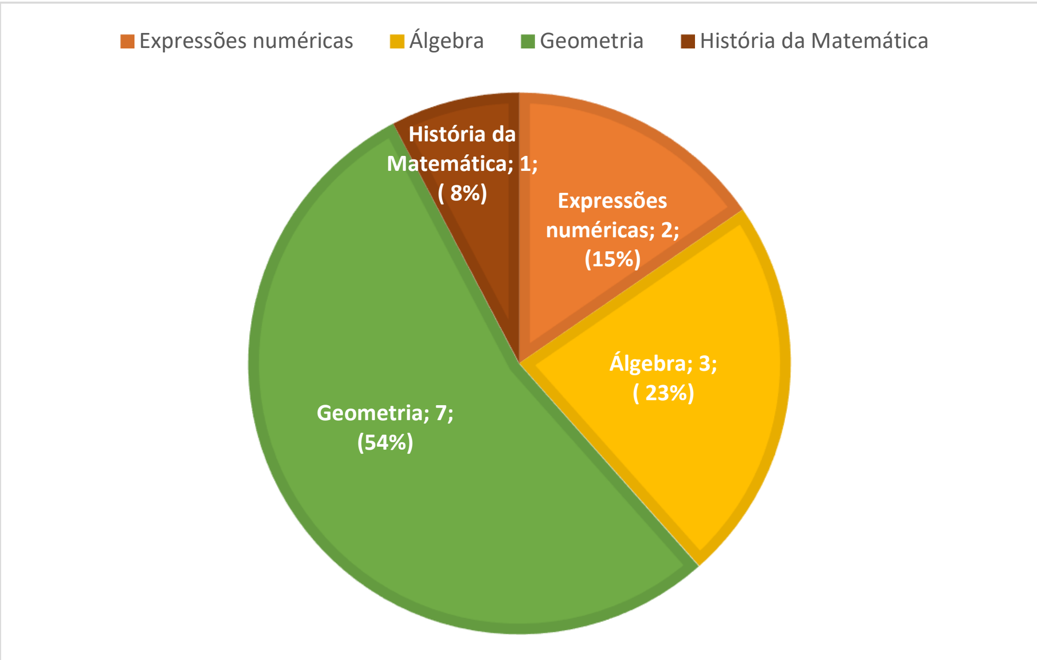
Se considerarmos, em todas as pesquisas, o participante focalizado, se alunos ou professores, seja qual for o nível de ensino, seja de forma exclusiva ou não (focando somente o professor ou os alunos, ou ambos os participantes), temos que 16 (dezesseis) pesquisas interessam-se pela argumentação dos alunos, sendo que 11 (onze) do Ensino Fundamental, 4 (quatro) do Ensino Superior e 1 (uma) do Ensino Médio; ao passo que, com relação aos professores tem-se, ao todo, 6 (seis) pesquisas apenas, sendo 5 (cinco) focalizando professores do Ensino Fundamental e 1 (uma) professores do Ensino Superior. Temos assim que a maior parte das pesquisas tem foco nos alunos, sendo estes do ensino fundamental. Os professores são menos pesquisados que os alunos, estando o seu maior foco também no Ensino Fundamental.

Apesar de o maior número de pesquisa voltar-se para o Ensino Fundamental, como foco nos alunos, como veremos a seguir muito pouco se tem explorado sobre o conteúdo Expressões Numéricas.

O conteúdo com maior discussão nas pesquisas é o de Geometria com 7(sete) trabalhos (54%) e Álgebra com 3(três) trabalhos (23%). Há apenas 2(dois) trabalhos tratando de Expressões Numéricas (15%) e 1(um) sobre História da Matemática (8%). Temos 6(seis) trabalhos que não abordam um conteúdo matemático específico, apenas discutem sobre argumentação, enfatizando a sua importância.

Tendo em vista a pequena quantidade de trabalhos que se voltam para as expressões numéricas, esta pesquisa se torna importante, pois analisa os argumentos dos alunos, evidenciando a importância de trabalhar com questões que trazem o cotidiano do aluno para sala de aula (contextualizadas).

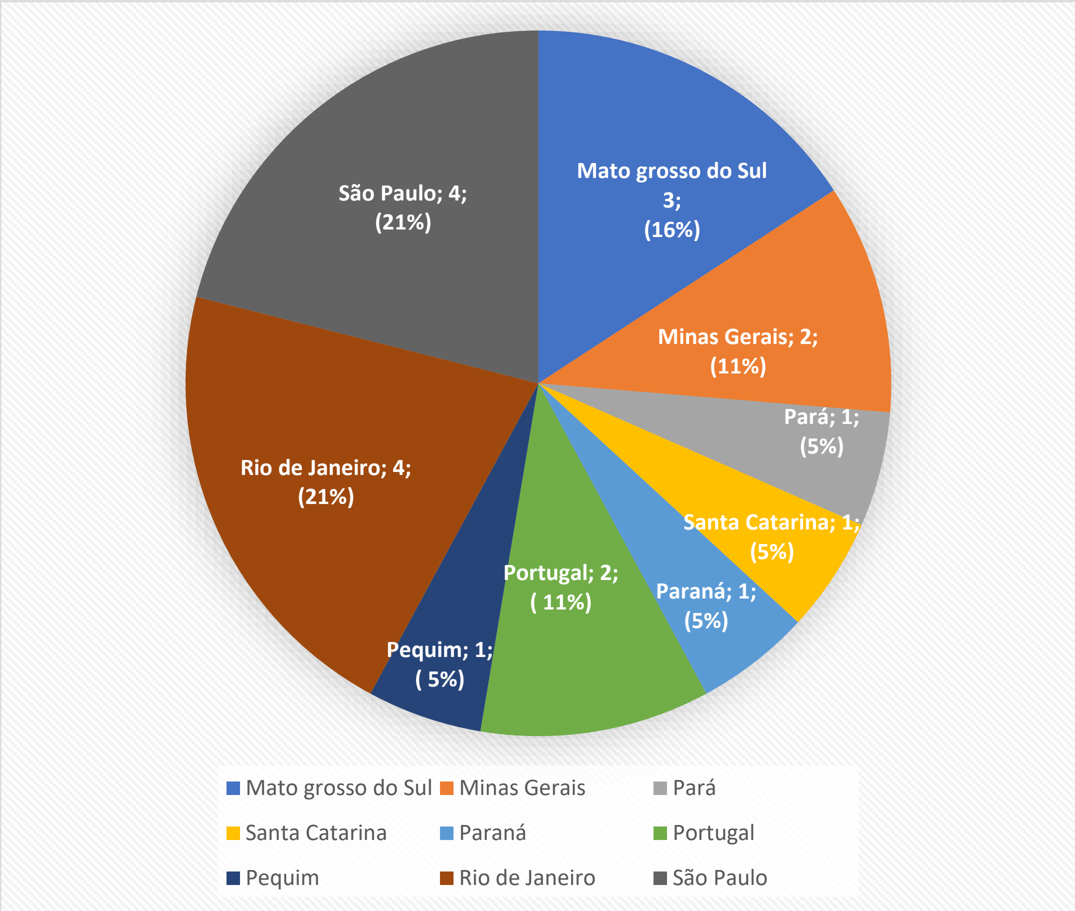
Figura 9 – Conteúdo Abordado nas Pesquisas



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

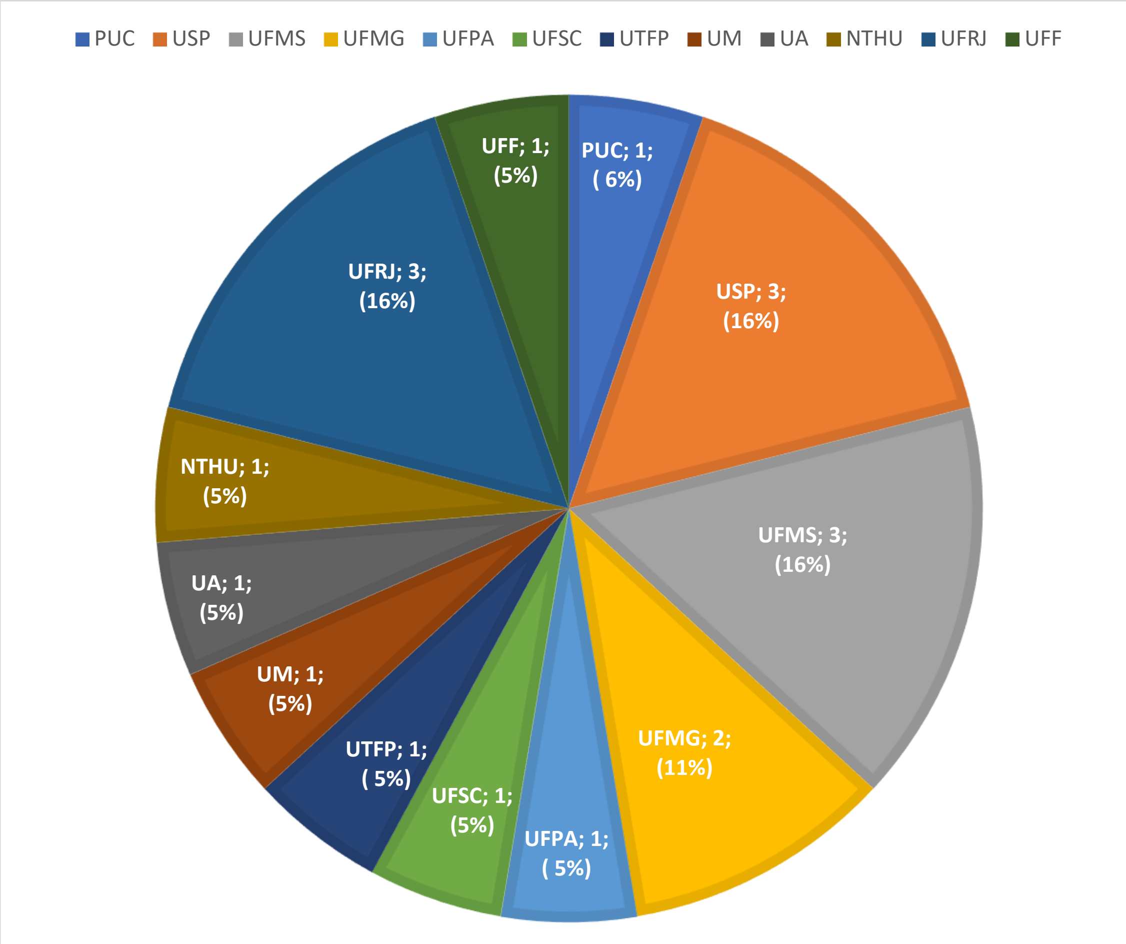
A Figura 10 mostra as cidades, estado e países onde ficam localizadas as instituições dos autores principais dos trabalhos e onde prevalece o maior número de publicações. A Figura 11 mostra as instituições do primeiro autor das pesquisas. O Rio de janeiro é o local em que há maior número de publicações, sendo os principais autores dos trabalhos filiados a UFRJ (21%) com 3 (três) trabalhos e UFF com 1 (um) trabalho. Em segundo lugar vem o estado de São Paulo, com os principais autores dos trabalhos filiados a USP (21%), com 3 (três) trabalhos, e PUC com 1 (um) trabalho; e, em terceiro lugar vem o Mato Grosso do Sul com os autores do trabalho filiados a UFMS (16%), com 3 (trabalhos).

Figura 10 – Publicação



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Figura 11- Instituição do Primeiro Autor



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

2.3 – O QUE DIZEM AS PESQUISAS

Apresentaremos abaixo algumas teses, dissertações e artigos que versam sobre o tema argumentação em matemática. Mostraremos apenas os que têm relação mais próxima com nossa pesquisa, seja na metodologia, nível de ensino considerado, referencial teórico ou, de forma mais específica, no uso do Modelo de Argumento de Toulmin.

Em “Práticas Argumentativas no estudo da Geometria por Acadêmicos de Licenciatura em Matemática”, Sales (2010) investigou o desenvolvimento da argumentação durante atividades aplicadas a estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, mais especificamente na disciplina de Geometria

Euclidiana, tendo como objetivo principal pesquisar o processo de desenvolvimento da argumentação, tanto explicativa quanto justificatória, na resolução de tarefas. Ele adotou como base para seu estudo a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e recorreu a Toulmin para analisar a estrutura dos argumentos justificatórios identificados. Observando uma relação entre argumentação e conceitos que compõem a TAD, Sales afirma que *“Tecnologia é uma argumentação justificatória e a técnica é uma argumentação explicativa. Explicar é dizer: “é assim que se faz”. Justificar é dizer porque é que se faz”* (SALES, 2010, p.28, grifos do autor). Estas são duas concepções que o autor adotou para análise dos argumentos dos estudantes: argumentação explicativa e argumentação justificatória, levando em conta a finalidade de convencer nas argumentações construídas, em detrimento daquela que ele denominou de “folclóricas”, ou seja, sem uma lógica racional.

O autor também discutiu a relação entre a demonstração e a argumentação no ensino de matemática, apontando diferenças entre os processos de argumentar, demonstrar e provar: “demonstração é um caso particular de prova” e a “prova é uma explicação ou argumentação aceita por um grupo social” (SALES, 2010, p.85). Ele pressupõe níveis entre tais processos posicionando a argumentação como mais abrangente. Assim, uma prova seria aquela argumentação que consegue convencer e a demonstração aquela que requer cumprimento de regras, um maior rigor, para aceitação por uma comunidade de especialistas. Como resultado da pesquisa, ele observou que o desenvolvimento da argumentação para demonstração é possível.

No artigo “A argumentação no estudo da Geometria Euclidiana por Acadêmicos de Licenciatura em Matemática”, Sales e Pais (2010) desenvolveram uma pesquisa de cunho qualitativo etnográfico, que teve como objetivo apresentar a análise da argumentação produzida por acadêmicos do primeiro ano de Licenciatura em Matemática na resolução de uma tarefa de Geometria Euclidiana. Os autores situam a argumentação no contexto das provas e demonstrações e discutem sua importância na Educação Matemática. Apresentam uma síntese da Teoria Antropológica do Didático, utilizando-a como suporte teórico para análise da atividade. Alguns resultados apontam para a possibilidade de evoluir da argumentação, como expressão do raciocínio lógico, para a demonstração e também para viabilidade do seu uso como recurso didático.

De acordo com Sales e Pais,

> [...] demonstrar, justificar e provar são ações presentes no estudo da Matemática, não necessariamente nessa ordem, mas sempre significando que o cumprimento da tarefa proposta não estará completo se não for devidamente comprovado, ou explicado, segundo regras pré-estabelecidas e aceitas como verdadeiras. São ações que desempenham um papel fundamental no estudo e no ato de fazer a Matemática (SALES; PAIS, 2010, p. 02).

Os autores observam que o estudante de Licenciatura em Matemática convive diariamente com demonstrações, provas e, na maioria das vezes, com a justificação, essa terceira sendo muita rara, pois estão acostumados com o ensino de forma mecânica. “A formalidade é uma característica essencial e inconfundível da Matemática” (SALES; PAIS, 2010, p.02).

Concordamos com Sales e Pais quando afirmam que,

> Em um contexto de estudo da Matemática entendemos que há momentos de informar, que consiste em explicar, apresentar o conhecimento; há momentos de convencer, que consiste em justificar, provar e demonstrar e há momentos de utilizar o conhecimento para resolver problemas. Estamos supondo que esses momentos de informar, convencer e resolver são muito próximos, indissociáveis e que os dois últimos são facilmente confundíveis, pois um problema está efetivamente resolvido quando a pessoa está convencida da resposta encontrada (SALES; PAIS, 2010, p.03).

O ato de argumentar torna-se de extrema importância, para que o aluno possa justificar suas ideias sobre determinado conteúdo ou assunto.

No artigo “Argumentação e raciocínio: uma revisão teórica”, Sales (2011), apresenta um panorama sobre a relação da argumentação com o estudo da Matemática. Utiliza a Teoria Antropológica do Didático para invocar e classificar a argumentação do ponto de vista didático.

Conforme já expresso anteriormente, para Sales (2011) “argumentar é a ação de fazer ou de mostrar como se faz e é também a ação de justificar porque se faz” (SALES, 2011, p. 01). O autor classifica a argumentação como explicativa e justificativa. A argumentação explicativa é aquela que não tem a pretensão de convencer alguém sobre determinado procedimento, já a argumentação justificativa tem por objetivo convencer, ou seja, no caso do ensino de matemática, preocupa-se em exibir o porquê do procedimento. No ensino de matemática defendemos a utilização da argumentação justificativa, pois entendemos que não basta apenas mostrar o algoritmo, faz-se necessário justificar como se faz, discutindo com o aluno o procedimento que há por trás das formulas, incentivando assim a argumentação em sala de aula.

Os autores destacam ainda que essa prática da argumentação explicativa é a que mais aparece no ensino de matemática. O professor inicia com conteúdo e exemplos e segue com exercícios, cópia e repetição. Alguns livros de matemática incentivam essa prática de não convencer, nestes aparecem apenas fórmulas, regras matemáticas seguidas por vários exercícios repetitivos. O aluno tem que reproduzir algo que não compreendeu, sendo incentivado a decorar. O professor, por usar por recurso apenas o livro didático, passa a reproduzir exatamente o que tem nele, tornando sua aula no que podemos chamar de tradicional. Isso gera um ciclo vicioso, em que os alunos passam a não compreender o conteúdo e acreditar que o que aprendem é algo indiscutível. A consequência de tal processo é não gostarem da disciplina de matemática, pois tudo aparece como um passe de "mágica", sem nenhuma justificativa do procedimento utilizado pelo professor. Em virtude disso, acaba-se não colaborando para formação de um cidadão crítico (COSTA, 2019).

No trabalho "Argumentação em atividades investigativas na sala de aula de Matemática", Reginaldo (2012) apresenta uma sequência de quatro atividades investigativas em três turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, tendo por objetivo compreender como se desencadeia e se desenvolve a argumentação dos estudantes em uma atividade de investigação com Figuras Geométricas. A abordagem metodológica adotada foi a qualitativa e os instrumentos de coleta de dados foram a observação participante, as notas em caderno de campo, gravações em áudio e vídeo e relatórios produzidos pelos alunos. Essa pesquisa utilizou os mesmos instrumentos de coleta de dados que utilizamos na nossa pesquisa, com exceção dos relatórios produzidos pelos alunos.

Os resultados da pesquisa apontam que os estudantes da escola básica são capazes de argumentar nas aulas de matemática de diversas maneiras: refutar por meio de contraexemplo, provar com o uso de um recurso não discursivo e demonstrar, dentre outras. A autora mostra que é possível desencadear e desenvolver a argumentação matemática dos alunos por meio da realização de intervenções adequadas. Nesse sentido, discute que é necessário que o professor compreenda o que é argumentação e conheça algumas formas de argumentar em sala de aula, para que possa estimular seus alunos a justificarem e a desenvolverem habilidades argumentativas. Desse modo, considera que os professores têm que mudar suas práticas utilizando diferentes atividades e estratégias na condução das aulas, de modo que os alunos participem das atividades.

Na nossa vivência constatamos que, na matemática escolar, a prática de provar e demostrar algo é corriqueiro, no entanto, muitas vezes não há a compreensão do aluno acerca do que está fazendo. Sendo que na pesquisa em matemática a “demonstração” tem sentido diferente do usual. O termo em matemática, se refere a uma prova sobre a validade de um argumento ou sobre a plausibilidade da aplicação de uma técnica ou resultado desta em usos do cotidiano ou em estudos matemáticos. Nesse sentido, é possível encontrar professores de matemática que confundem prova com demonstração. Desconhecem que a demonstração exige rigor. A sua prática segue um ritual que consiste em recorrer a argumentos já validados pela comunidade acadêmica, para concluir a validade de outro. Toda demonstração é conclusiva. A prova é apenas um argumento forte o suficiente para convencer alguém. Ela não é, necessariamente conclusiva e não segue necessariamente um ritual.

O ensino de matemática é marcado por um ensino tradicional, com elementos de conteúdo, cópia e repetição (ATTIE, 2016). Por se desenvolver uma aula tradicional, quando aparecem questionamentos por parte dos alunos, muitas vezes as respostas ouvidas são: *“é por definição”, ou “vocês só precisam saber que é desse jeito”, ou ainda “vocês verão isso mais tarde”.*

Concordamos com Reginaldo quando afirma que:

> A aplicação direta de técnicas e a repetição de exercícios podem fazer com que o aluno atue mecanicamente, dificultando a valorização da produção matemática, do raciocínio e do aprendizado com o erro (REGINALDO, 2012, p.17).

Essa prática de repetição faz com que o aluno pense que compreendeu o conteúdo, mas na verdade apenas “decorou” por ter repetido por várias vezes. É muito importante que o aluno saiba argumentar em sala de aula, “ele deve ser instigado a argumentar, a sentir a necessidade de fundamentar suas ideias e justificá-las" (REGINALDO, 2012, p.18).

No artigo "O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática", Nunes e Almouloud (2013) utilizaram o modelo de Toulmin (2006) como referencial para análise da prática da argumentação. Sua pesquisa teve como objetivo evidenciar que a prática da argumentação pode se apresentar como método que favorece a compreensão de noções matemáticas. Para alcançar este objetivo foi realizado um estudo de caso com alunos do 5º Ano do ensino Fundamental de uma escola pública localizada em Belém do Pará, considerando o conteúdo de Área e Perímetro de Figuras Planas. Foram utilizados dois ambientes de situações argumentativas: a sala de aula e o laboratório de informática.

Nesta pesquisa a prática da argumentação se revelou como um método que favoreceu a compreensão das noções de área e perímetro de figuras planas. A pesquisa auxilia na observação da aplicação do modelo de Toulmin (2006), com alguns problemas de matemática. Tal modelo também será utilizado em nossa pesquisa.

Segundo Nunes e Almouloud, o professor de matemática da Educação Básica, encontra-se em um grande desafio:

> o processo argumentativo apresenta-se como um grande desafio ao professor de matemática que precisa envolver os discentes em uma trama argumentativa que esteja de acordo com as normas da matemática (NUNES; ALMOULOUD, 2013, p.02).

No artigo "Estudo sobre a visão do professor em relação a argumentação e prova matemática na escola", Aguilar Junior e Nasser (2014) relatam a segunda fase de uma pesquisa em desenvolvimento no âmbito do mestrado acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEMAt-IMQ/ UFRJ). Seu objetivo foi entender como se dá a compreensão e a aceitação dos professores quanto às argumentações e provas apresentadas pelos alunos. A pesquisa procurou responder a duas questões: Como o professor desenvolve em seus alunos a habilidade de argumentação e prova em Matemática? Como o professor avalia os tipos de argumentação apresentados pelos alunos?

Esta segunda fase foi desenvolvida com nove professores da rede pública e privada do Ensino Básico do Rio de Janeiro. Os professores emitiram suas avaliações a respeito da prova matemática e analisaram as respostas dadas por alunos a duas questões que versavam sobre a temática da argumentação e prova de resultados matemáticos. A metodologia utilizada foi de caráter qualitativo, realizada por meio da aplicação de formulários e sua posterior análise. O levantamento inicial indica a preferência dos professores por argumentos e provas que se aproximam do modelo acadêmico de prova matemática. Para o autor, isso ocorreu pelo contato mais tecnicista com este tema e a pouca vivência do professor em sala de aula. Para tentar responder aos questionamentos da pesquisa, o autor irá aumentar a amostra de respostas aos formulários e também realizar entrevistas com alguns dos participantes.

Foram utilizados como referencial teórico Hanna, Knuth, Healy, Jahn e Pitta Coelho, Jones e Boavida. São autores que abordam o professor e sua relação com o ensino e aprendizagem de prova matemática no Ensino Básico. Para o estudo acerca de prova matemática, argumentação e justificação na sala de aula sob o olhar do aluno, os tipos e esquemas de prova percebidos nas respostas apresentadas foi feita com referência aos trabalhos de Balacheff, Hoyles, Godino e Recio, Hael e Sowder.

Os autores discutem que saber matemática não é ser bom em contas e na memorização de fórmulas, porém o senso comum corrobora para isso (AGUILAR JUNIOR; NASSER, 2014). Consideram, assim, que nas aulas de matemática é possível observar que “o conhecimento matemático dos alunos se restringe ao domínio de técnicas operacionais, fórmulas e procedimentos, sem que haja uma compreensão do que estão fazendo” (AGUILAR JUNIOR; NASSER, 2014, p.02).

Concordamos com Aguilar Junior e Nasser, quando mostram que é importante desenvolvimento do raciocínio do aluno. Torna-se necessário que

> o professor compreenda e aceite diversos níveis de argumentação que os alunos possam vir a apresentar para provar um dado resultado, compreender a relação dos elementos cognitivos com a faixa etária do educando e os conhecimentos adquiridos até a presente fase escolar (AGUILAR JUNIOR; NASSER, 2014, p. 04).

Para que isso ocorra, é necessário que o professor possa buscar inovar com novas metodologias, dando oportunidade de o aluno argumentar em sala de aula.

A pesquisa “Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental” de Freitas, H. (2014) teve como objetivo investigar a abordagem ao conteúdo expressões numéricas nos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental adotados por uma escola estadual de Cuiabá-MT no triênio 2011-2013. Teve como objetivos específicos: Caracterizar como o conteúdo das expressões numéricas é introduzido nos livros didáticos selecionados; verificar se os significados das expressões numéricas são contemplados pelos autores ao desenvolverem este conteúdo nos livros didáticos selecionados; e realizar uma análise praxeológica referente ao conteúdo das expressões numéricas de cada um dos livros das coleções selecionadas.

Para que o objetivo fosse efetivado, foram analisados dois volumes de livros didáticos adotados na escola, tendo em vista a introdução desse conteúdo como uma técnica de cálculo aritmético, que contém sinais de operações e associação.

A pesquisa teve cunho qualitativo, com análise interpretativa. Os dados foram obtidos por meio de pesquisa documental. O referencial teórico-metodológico utilizado para análise dos livros foi a Teoria Antropológica do Didático (TAD), em especifico as praxeologias propostas por Chevallard (1999). Por meio do estudo da organização matemática, o autor focou a análise nos tipos de tarefas e técnicas que contemplam o conteúdo das expressões numéricas. Em relação à organização didática, observou que: os dois livros introduzem as expressões numéricas a partir de situações problema, e buscam aspectos históricos da matemática. O autor constatou um número relativamente grande de imagens, gráficos e tabelas. O recurso da calculadora é bastante explorado em ambos os volumes. A análise praxeológica foi dividida em dois gêneros de organização matemática. No primeiro gênero foi analisado como é abordado o conceito de expressão numérica; no segundo gênero, as expressões numéricas com as quatro operações.

Para Freitas, H., o fracasso no ensino de matemática não está relacionado diretamente com a metodologia do professor. O autor considera que:

> Embora a metodologia utilizada pelo professor desempenhe um papel importante no processo de ensino-aprendizagem, a culpa pelo fracasso na disciplina, geralmente, é alocada no próprio aluno e admitida por ele, quando afirma, por exemplo: “não sou bem em matemática”. Desta forma, entre as responsáveis pelas reprovações e exclusões no sistema escolar está a disciplina de Matemática (FREITAS, H., 2014, p. 15).

Muitas vezes o aluno já chega na escola com essa visão de que a matemática é difícil de ser compreendida, dificultando assim o seu aprendizado. Desse modo, o autor considera que se chegássemos em uma sala de aula e, fizéssemos a seguinte pergunta: “Quem gosta de expressões numérica”? A resposta com certeza seria negativa (FREITAS, H., 2014). Isso ocorre, porque

> A realidade em questão deve-se ao fato de que as expressões numéricas representam para grande parte dos alunos, exercícios cansativos e sem significado, em que é preciso ter o domínio de muitas regras e utilizá-las corretamente para encontrar o resultado (FREITAS, H., 2014, p.28).

Tal situação relaciona-se ao fato de permanecer na sala de aula um ensino memorístico.

Para Freitas, H., uma expressão numérica,

> expressa, traduz ou descreve matematicamente uma situação. Essa descrição envolve números, associados por operações, que podem ou não estar agrupados por meio de sinais de associação, quais sejam, parênteses, colchetes e chaves. No que se refere às quatro operações, resolve-se, na ordem em que aparecem, primeiramente multiplicações e divisões e, depois, adições e subtrações. Em se tratando dos sinais de associação, deve-se eliminar parênteses, colchetes e chaves, nesta ordem (FREITAS, H., 2014. p. 28 e 29).

Os alunos acabam memorizando essas regras e não compreendendo. Não sabem o porquê de se resolver primeiro multiplicação e divisão antes da adição e subtração (COSTA, 2019).

No artigo “Argumentação e demonstração em matemática: uma visão de alunos e professores”, Caldato, Utsumi e Nasser (2017) tiveram como objetivo investigar a visão de alunos e professores sobre argumentação e demonstração matemática, usando como referencial a tipologia de provas de Balacheff (1988). Em sua metodologia, eles aplicaram um questionário[11] a professores da Educação Básica do interior do Estado de São Paulo. Observou-se a ausência

[11] Com questões de matemática do ensino básico, com intuito de analisar como os professores resolviam(demonstravam) essas questões.

de demonstrações nas aulas de Matemática, ao longo da Escola Básica, sob o ponto de vista de alunos e professores. Os resultados com as justificativas que poderiam ser acompanhado pelos alunos, são simplesmente apresentados, com fórmulas prontas, construindo nos alunos uma imagem da Matemática como ciência abstrata e compreendida por poucos. De acordo com os autores isso faz com que a relação entre o aluno e matemática seja ruim, e sua interpretação dessa ciência como um conjunto de fórmulas sem sentido.

Os autores sugerem que os cursos de licenciatura devem proporcionar aos futuros professores a oportunidade de conceber a argumentação e demonstração como um recurso metodológico a ser utilizado em sala de aula, a fim de criar um ambiente favorável à exploração-investigação da matemática.

Os resultados acompanhados com as justificativas, deveriam ser apresentados aos alunos, no entanto são apresentadas apenas fórmulas prontas. Isso constrói nos alunos a imagem de que a Matemática como ciência abstrata é compreendida por poucos. Também leva o aluno a ter a ideia de que há uma relação entre o gosto pela Matemática e a interpretação dessa ciência como um conjunto de fórmulas sem sentido (CALDATO; UTSUMI; NASSER, 2017).

Para Caldato, Utsumi e Nasser

> Aparentemente a demonstração na licenciatura não consiste num objeto de estudo, mas se limita a uma mera ferramenta para os licenciados, isto quando numa disciplina de conteúdo específico algum resultado é demonstrado pelo professor (CALDATO, UTSUMI; NASSER, 2017, p. 03).

Colaborando com essa ideia, Aguilar Júnior (2012) mostra que o curso de formação inicial não prepara o professor para o ensino da argumentação matemática em sua prática.

Na dissertação “Argumentação, prova e demonstração: uma investigação sobre as concepções de ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática”, Correia (2018) teve como objetivo investigar as concepções sobre argumentação, prova e demonstração de ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática. A pesquisa foi feita com 78 licenciandos de três instituições públicas do Ensino Superior, os quais participaram da coleta de dados que consistiu na aplicação de um questionário. O autor utilizou como referencial teórico as tipologias de prova de Balacheff e os esquemas de provas de Harel e Sowder.

Os resultados obtidos evidenciaram um conhecimento limitado por parte dos licenciados a respeito das potencialidades da prova[12] e que a simples aparência do argumento associado à linguagem algébrica, muitas vezes, é suficiente para convencê-los, ainda que seja logicamente contraditória. Na pesquisa de Caldato, Utsumi e Nasser (2017), eles puderam observar algo semelhante: que os estudantes de licenciatura não estão preparados para prova em Matemática.

Correia (2018) constatou também que, em geral, os estudantes associam tanto "demonstração" quanto "prova" ao significado de validar algo, apesar de que, muitos deles, assinalam a necessidade de verificar uma afirmação por meio de exemplos, mesmo depois de prová-la. De acordo com o autor, isso sugere que uma demonstração[13] nem sempre é suficiente para persuadir o licenciado sobre a veracidade de um enunciado. Em seguida o autor constatou que os participantes do seu estudo preferem as justificativas mais "formais", àquelas que se enquadram na prova conceitual e no esquema de prova analítica, ainda que, na prática, a maioria deles não saiba como desencadear uma argumentação lógica e não dominem as técnicas de prova, como, por exemplo, o Princípio de Indução Finita.

Concordamos com Correia quando afirma que,

> Isto pode ser um indicativo de que o ensino de Matemática, especialmente na Educação Básica, privilegia mais os procedimentos em detrimento da compreensão dos conceitos. [...] os cursos de formação inicial, devem proporcionar aos futuros professores, a oportunidade de conceber a temática da argumentação e provas como um recurso metodológico a ser utilizado em sala de aula, a fim de criar um ambiente favorável ao uso de atividades exploratório-investigativa (CORREIA, 2018, p. 09).

[12] Refere-se à prova matemática, às respostas dos alunos às questões proposta pelo pesquisador pois os alunos não fizeram demonstração das questões apresentadas.

[13] Segundo Yves Chevallard (1991), os termos argumentação, demonstração e prova não são objetos (ou noções) matemáticos, mas sim paramatemáticos. Os objetos paramatemáticos, diferentemente dos primeiros, geralmente não são ensinados de forma explícita, tampouco são avaliados diretamente. Eles se caracterizam por serem ferramentas auxiliares no processo de construção de conceitos matemáticos e são concebidos como "ideias possíveis de serem 'aprendidas' no fluxo da própria aprendizagem.

Vários autores, tais como Nunes e Almouloud (2013), Sales e Pais (2010), Caldato, Utsumi e Nasser (2017) defendem essa mesma ideia em suas pesquisas, indicando como necessário romper com o ensino memorístico.

No Trabalho de Conclusão de Curso “Expressões Aritméticas: dificuldades encontradas entre alunos ingressantes no primeiro ano do ensino médio da escola técnica Guaracy Silveira”, Rosa (2020) teve por objetivo identificar nos alunos ingressantes no 1º ano do Ensino Técnico Integrado ao Médio, da Escola Técnica Guaracy Silveira, as dificuldades em aproveitar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental na resolução de expressão aritmética, aplicando o processo de desenvolvimento de competências e habilidades, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para unidade temática “Números”. Na metodologia foi utilizado um levantamento, as informações obtidas foram por coleta de dados, foi aplicado um exercício de forma individual sobre expressões aritméticas. O exercício foi dividido em seis fases: Fase 0 (zero), Fase 1, Fase 2, Fase 3, Fase 4 e Fase 5 e para resolvê-lo, são necessárias as competências e habilidades adquiridas ao longo do Ensino Fundamental. O autor conclui que 78% dos alunos tiveram dificuldades na resolução de expressões aritméticas, assim como a aplicação de operações básicas e fundamentais que envolviam números naturais, números racionais e procedimentos de cálculo mental e escrito, o que dificultou o desenvolvimento de habilidades e competências na resolução de situações-problema, não somente no cotidiano da sala de aula, mas também fora da escola.

Concordamos com Rosa que:

> O Processo de ensino e de aprendizagem de matemática inicia-se com os processos aritméticos. A compreensão das quatro operações matemáticas é essencial para que o aluno dê prosseguimento aos seus estudos nos anos seguintes. É quando o aluno tem a oportunidade de desencadear o seu cognitivo e assim compreender o processo de ensino e de aprendizagem da matemática (ROSA, 2020, p. 15).

É de grande importância que os alunos compreendam as quatro operações, para que deem prosseguimentos aos demais conteúdos matemáticos, se não compreenderem as operações básicas, dificilmente terão facilidade com os demais conteúdos.

Por meio das pesquisas realizadas por outros autores, pudemos perceber a importância dada ao ensino de Matemática. Elas mostram como é necessário romper com o método tradicional em sala de aula e fazer com que o aluno se engaje nas atividades propostas. Para isso é necessário também que o ensino esteja voltado à realidade do discente, sempre com exemplos de seu cotidiano, assim será mais fácil para ele argumentar em sala de aula (AZAMBUJA, 2013).

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, discutiremos sobre o desenvolvimento metodológico desta pesquisa. Inicialmente, mostraremos nossa questão de pesquisa, e objetivos geral e específicos. Em seguida, abordaremos os procedimentos de coleta, tratamentos e análise dos dados.

3.1 QUESTÃO E OBJETIVOS DA PESQUISA

Partindo do pressuposto de que a argumentação é uma expressão do raciocínio, a pesquisa que estamos desenvolvendo origina-se da seguinte questão: “Quais as características dos argumentos elaborados pelos alunos na resolução de problemas envolvendo Expressões Aritméticas?”

A partir de tal questão, delineamos os seguintes objetivos.

3.1.1 Geral

Analisar as características estruturais e de conteúdo dos argumentos elaborados por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de problemas envolvendo Expressões Aritméticas.

3.1.2 Específicos

1- Identificar, na resolução dos problemas propostos e nas explanações orais dos alunos, os tipos de argumentos que utilizam.

1.2 – Identificar, na resolução dos problemas propostos e nas explanações orais dos alunos, elementos característicos do Padrão de Argumento de Toulmin.

1.3 - Agrupar os argumentos obtidos considerando as semelhanças em relação aos seus elementos estruturais constituintes e conteúdo.

1.4 - Qualificar os tipos de argumentos obtidos tendo em vista os elementos componentes e o conteúdo envolvido.

3.2 NATUREZA DA PESQUISA

A pesquisa se caracteriza como qualitativa, a qual envolve uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que vão constituir os objetos de pesquisa e adota multimétodos de investigação para o estudo do fenômeno investigado no local em que ocorre. Procura tanto compreender o sentido desse fenômeno quanto interpretar o significado que as pessoas dão a ele (CHIZZOTTI, 2003).

> O termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível e, após este tirocínio, o autor interpreta e traduz em um texto, zelosamente escrito, com perspicácia e competência científicas, os significados patentes ou ocultos do seu objeto de pesquisa (CHIZZOTTI, 2003, p.02).

A pesquisa qualitativa pode ter diferentes orientações filosóficas e tendências epistemológicas, recorrendo a diferentes métodos tais como entrevista, observação participante, história de vida, testemunho, análise do discurso, estudo de caso e podendo ser tipificada como pesquisa-ação, pesquisa participativa, teoria engendrada dentre outras (CHIZZOTTI, 2003).

De acordo com Lüdke e André

> o material obtido nessas pesquisas é rico em descrição de pessoas, situações, acontecimentos; inclui transcrições de entrevistas e de depoimentos, fotografias, desenhos e extratos de vários documentos. [...] Nesses estudos há sempre uma tentativa de capturar a “perspectiva dos participantes”, isto é, a maneira como os informantes encaram as questões que estão sendo focalizadas. Ao considerar os diferentes pontos de vista dos participantes, os estudos qualitativos permitem iluminar o dinamismo interno das situações, geralmente inacessível ao observador externo (LÜDKE; ANDRÈ,2018, p.11).

O estudo qualitativo é o que se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada (LÜDKE; ANDRÉ, 2018).

3.3 COLETA E TRATAMENTO DOS DADOS

Considerando a pandemia da Covid-19, desde o dia 17 de março de 2020, o Governo do Estado da Bahia suspendeu, por meio de decreto nº 031/2020, as atividades educacionais em todos os seus municípios, a partir de 18 de março de 2020, compreendendo, assim, todas as escolas, universidades e faculdades das redes de ensino pública e privada. Somente algumas escolas privadas voltaram de forma semipresencial em 13 de setembro de 2020.

Diante disso, os dados da pesquisa foram coletados por meio de questionário no *Google Forms*, o qual foi aplicado aos alunos ao longo de três encontros virtuais. Tais encontros ocorreram nos dias 24 e 31 de agosto e no dia 18 de novembro de 2021. Participaram desses encontros 10 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Governador Waldir Pires, do município de Heliópolis. Os encontros ocorreram nas aulas cedidas pelo professor de matemática da referida escola.

Vale ressaltar que, diante da pandemia, os alunos não eram obrigados a assistir as aulas virtuais, visto que nem todos poderiam ter acesso a internet, mas era fortemente recomendado que todos resolvessem as atividades propostas pelos professores, as quais eram disponibilizadas tanto pela internet como pela própria escola, em cópia física.

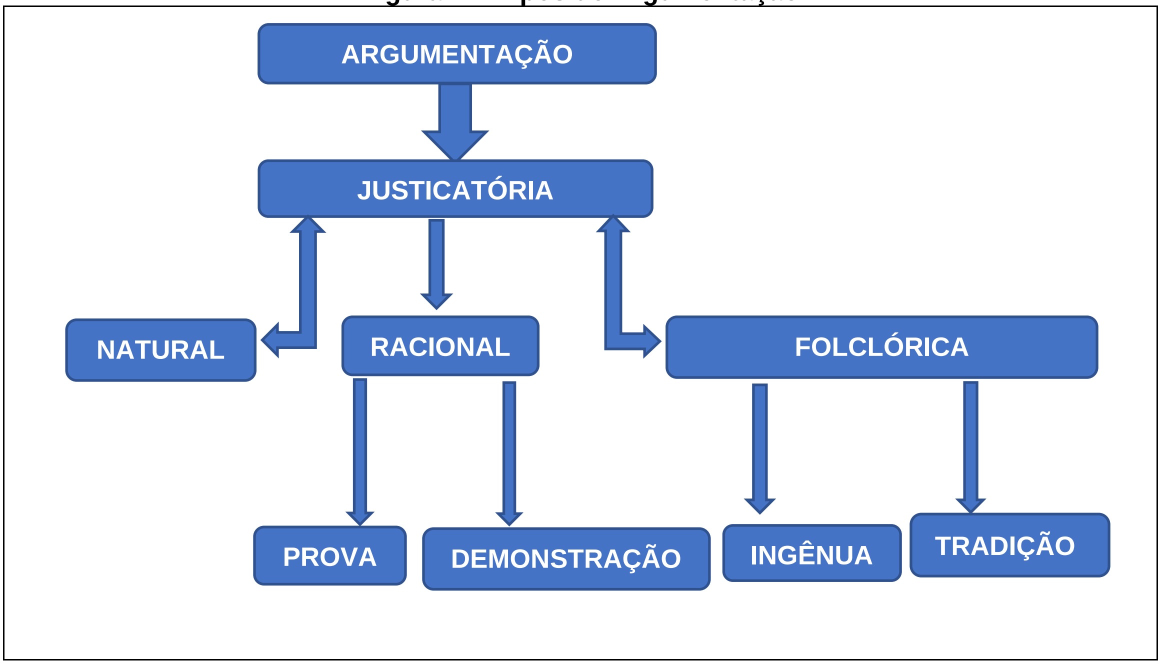
Em cada encontro, após as orientações da pesquisadora, os alunos respondiam às questões propostas, e enviavam *on-line* suas respostas para que, em seguida, fosse desenvolvida uma discussão na sala de aula virtual, a fim de que apresentassem oralmente o raciocínio empregado na resolução das questões. O questionário contou com seis questões envolvendo expressões aritméticas, sendo 4 delas contextualizadas e 2 descontextualizadas. Para cada questão proposta foi disponibilizado um tempo em torno de 15 minutos para que os alunos respondessem e, após a resolução de cada uma delas, foi aberto espaço para que explicassem como as resolveram, iniciando-se, a partir daí, um debate.

O tratamento dos dados envolveu transcrição das discussões registradas em vídeo e comparação com os dados escritos relativos à resolução dos problemas pelos alunos. A partir daí, aplicamos as categorias que se encontram abaixo descritas.

3.4 AS CATEGORIAS ANALÍTICAS

De posse dos dados transcritos e escritos, inicialmente caracterizamos os argumentos elaborados pelos alunos considerando as categorias propostas por Sales (2010): Argumentação racional, argumentação natural e argumentação folclórica, a qual inclui duas subcategorias (ingênua e por tradição). Tais categorias foram descritas no Capítulo 1 dessa dissertação. Vejamos a Figura 12, a seguir:

Figura 12: Tipos de Argumentação



Fonte: Elaborado pela autora com base em Sales, 2010

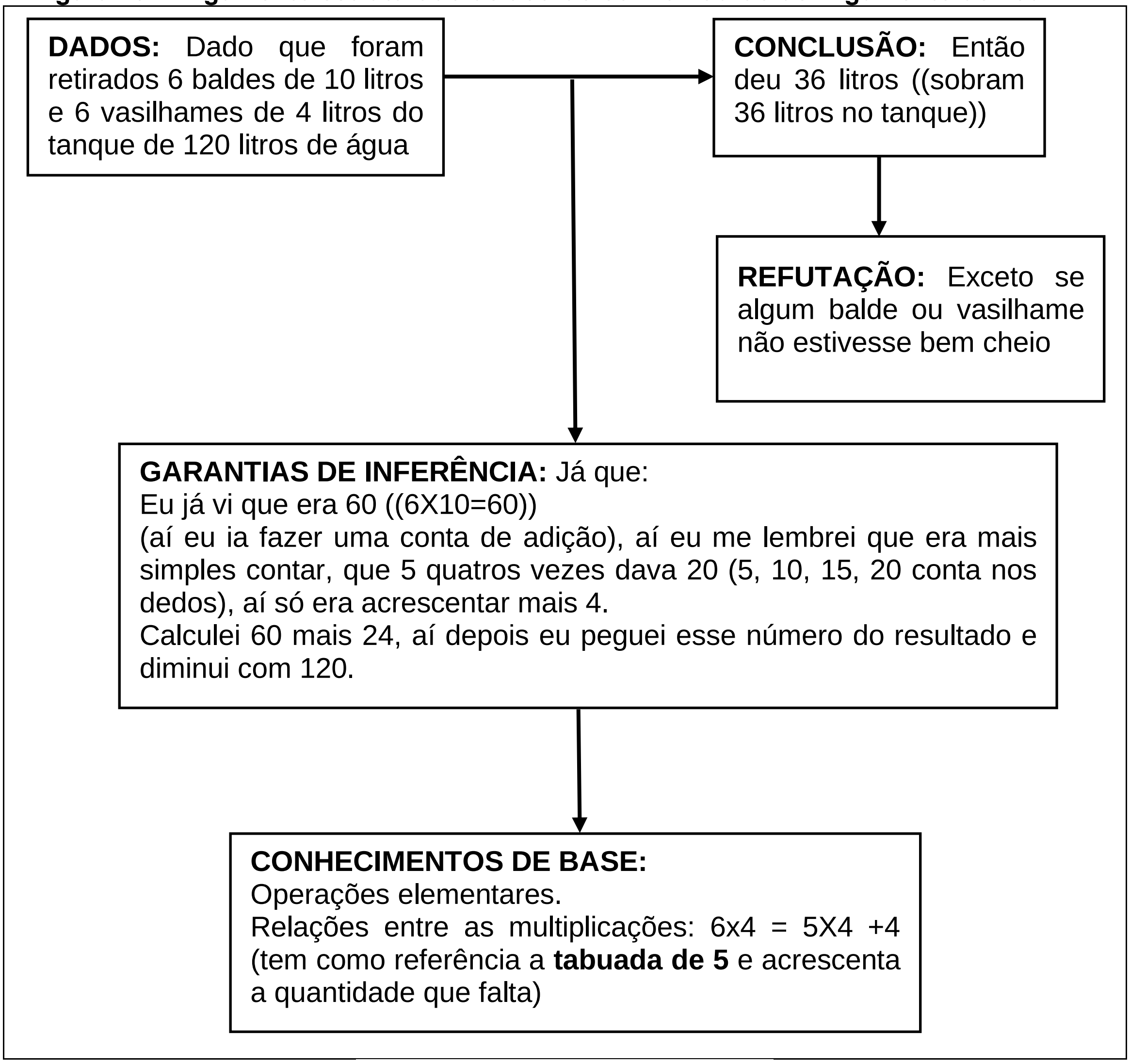
Após termos aplicado as categorias propostas por Sales (2010) às transcrições das discussões e textos escritos, empregamos o Modelo de Toulmin aos argumentos orais dos alunos, considerando, todavia, para melhor interpretação, uma triangulação com as suas repostas escritas. Identificamos, com base em Toulmin (2006) os elementos: dados, garantias de inferência, apoio, refutação, qualificador e conclusão.

Abaixo apresentamos um exemplo de argumento expresso de acordo com o modelo de Toulmin (2006), elaborado a partir dos dados de nossa pesquisa.

A questão relacionada a tal argumento é a seguinte:

Um tanque tinha 120 litros de água. Dele foram retirados 6 baldes de 10 litros cada um e 6 vasilhames com capacidade para 4 litros cada um. Todos os baldes e vasilhames cheios de água. Quantos litros de água restaram no tanque?

Figura 13 – Argumento estruturado de acordo com o Padrão de Argumento de Toulmin



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Esse será o modelo utilizado para análise dos argumentos produzidos pelos estudantes participantes desta pesquisa.

3.5 AS QUESTÕES ENVOLVENDO EXPRESSÕES ARITIMÉTICAS APLICADAS AOS ALUNOS

Antes de discutirmos as questões que foram respondidas pelos alunos, vamos discorrer sobre o conteúdo de tais questões, ou seja, as expressões aritméticas.

A aritmética é encontrada nos monumentos históricos do antigo Egito e na Babilônia, no 3º-2º milênio a.C.[14] Os matemáticos gregos também tiveram muita contribuição para o desenvolvimento da aritmética, em especial os pitagóricos.

O processo de ensino e aprendizagem de matemática inicia-se com a aritmética. A aritmética é a ciência dos números, está relacionada com a álgebra e teoria dos números. Torna-se importante o estudo das expressões aritméticas para resolver situações/problemas do cotidiano, tais como a soma dos valores dos produtos em uma compra no supermercado, ou a multiplicação do valor do litro da gasolina para saber quanto deverá para ser pago para encher o tanque do carro. Para que isso ocorra, é necessário compreender bem as quatro operações (soma, subtração, multiplicação e divisão) (ARRAIS, 2006). O estudo das expressões aritméticas ou numéricas são pré requisito para se estudar as expressões algébricas, onde o aluno terá que estudar letras e números em uma expressão (ROSA, 2020).

A seguir, discutimos sobre as questões que foram respondidas pelos alunos.

A 1ª questão proposta demandou que os alunos resolvessem um problema efetuando operações de soma, subtração e multiplicação, sem determinar que eles o fizessem por meio de uma expressão aritmética. Assim, os alunos poderiam fazer as operações necessárias na ordem em que achassem conveniente, desde que deixassem seus cálculos registrados em papel. Posteriormente, por meio de uma discussão em grupo, conforme comentamos, eles tiveram que explicar à pesquisadora e aos colegas como resolveram tal questão, justificando as suas opções, explicitando, assim, o seu raciocínio. Eles foram solicitados a apresentar, portanto, um argumento.

---

[14] Fonte: wikipedia.org/wiki/Hist

Como discute Sales (2011), com base na Teoria Antropológica do Didático (TAD), a argumentação é uma expressão do raciocínio. Trata-se de um objeto ostensivo, que torna acessível um objeto não-ostensivo, tais como ideias, conceitos, ou encadeamento de ideias e conceitos. O nosso interesse primeiro foi, então, verificar a lógica argumentativa do aluno, bem como as ideias e conceitos matemáticos trazidos juntos à tal lógica, tanto considerando os seus registros em papel, quanto às suas falas, ou seja, seus discursos oralmente produzidos.

Ainda na primeira questão, após elaborarem e apresentarem a resposta solicitada, os alunos tiveram que indicar, dentre as alternativas de expressões aritméticas apresentadas, aquelas que consideraram corretas e a que melhor representava a forma como resolveram a questão. Também, posteriormente, eles justificaram essa escolha diante do grupo.

Como tratou-se de uma primeira questão, optamos por não solicitar aos alunos que a respondessem de imediato por meio de expressões aritméticas; embora a eles fosse permitido fazer isso, se assim o desejassem. Consideramos, oportuno, ao tempo em que investigamos o raciocínio dos alunos, também informar a eles (implicitamente), por meio dessa primeira questão, o que estaria envolvido nas questões seguintes, dado que nestas seria requerido explicitamente que fizessem uso de expressões.

Não se tratava apenas de explicar como resolveram a questão, mas por que resolveram de tal forma. Tal argumentação consiste em explicar com a intenção de convencer. Assim, há uma elaboração prévia orientada à organização das ideias que se tornariam públicas.

Consideramos que as demandas da questão envolveram uma argumentação justificatória porque os alunos foram requeridos a tornar o seu raciocínio claro e convincente diante de uma audiência composta por professor e colegas. Inicialmente, eles tiveram que provar como alcançaram os resultados fazendo uso de diferentes linguagens (natural, simbólica, esquemática) a fim de convencer que resolveram a questão proposta, tornando claro seus raciocínios. Posteriormente, eles tiveram que usar uma linguagem semiformal, respeitando métodos e regras que expressam mais nitidamente os acordos legítimos da comunidade científica (matemática), por meio da expressão aritmética que, posteriormente, foi por eles discutida.

Em nossa análise, de posse dos dados transcritos e escritos, antes mesmo de atentarmos para os elementos constituintes dos argumentos, classificamos a argumentação, quanto ao nível de racionalidade, em **folclórica, natural e racional**, conforme também já discutimos. A depender do tipo da questão e também da resposta obtida, analisamos o argumento conforme o Modelo de Argumento de Toulmin.

O movimento analítico que descrevemos aqui considerando a 1ª questão foi aplicado às demais, com algumas variações.

Vamos à 1ª questão:

Questão1[15]- Um tanque tinha 120 litros de água. Dele foram retirados 6 baldes de 10 litros cada um e 6 vasilhames com capacidade para 4 litros cada um. Todos os baldes e vasilhames cheios de água. Quantos litros de água restaram no tanque?

Considerando que o aluno resolvesse adequadamente as operações necessárias à resposta, sem fazer uso de uma expressão aritmética, inferimos inicialmente como possível obter o seguinte raciocínio:

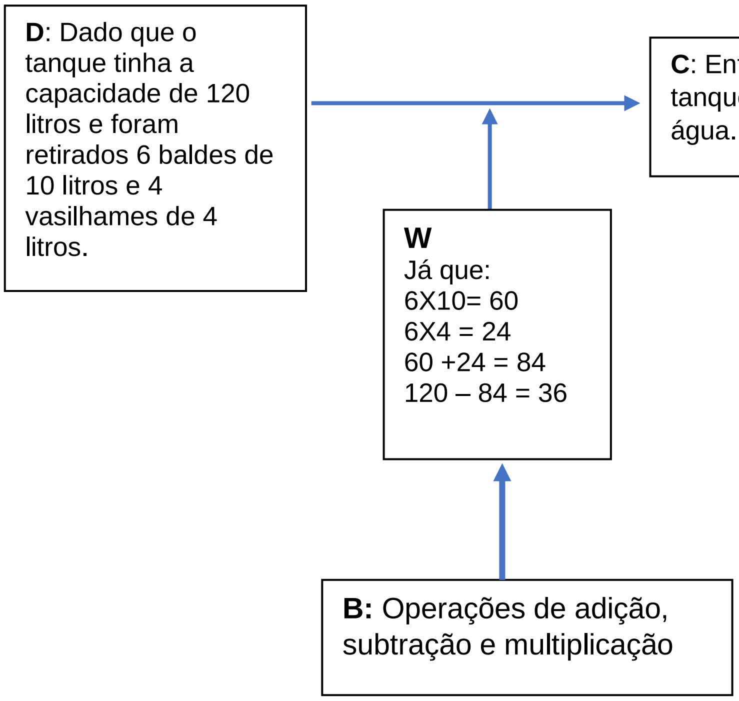
Foram retirados do tanque por meio de baldes, 60 litros de água, já que 6x10 é igual a 60; e 24 litros de água por meio de vasilhames, já que 6x4 é igual a 24. Como 60 +24 é igual a 84, foram retirados ao todo, de 120, 84 litros, o que resulta em 36 litros.

Assim, por meio de operações de multiplicação, soma e subtração, o aluno chegaria à sua resposta. Para expressar seu raciocínio, além dos cálculos, ele teria oportunidade de se expressar verbalmente, fazendo uso de outras linguagens.

A resposta assim apresentada, considerada uma argumentação racional, pode ser representada, de acordo com Padrão de Argumento de Toulmin, da seguinte forma:

[15] Fonte: Questão adaptada de FERREIRA, A.R. Expressões numéricas que fazem sentido. Nova escola. Edição 271, 01 de abril/2014.

Figura 14: Argumentação Racional no Padrão de Argumento de Toulmin



Fonte: Elaborado pela pesquisadora

Posteriormente, foi apresentada a seguinte pergunta.

Qual(is) das expressões abaixo você considera correta(s) e qual delas melhor expressa o seu raciocínio referente à resolução da questão 1?

a) 120 – 6 X 4 + 10

b) 120 – 6 X 4 – 10

c) 120 – 6 X (10 + 4)

d) 120 – [(6 X 10) + (6 X 4)]

e) [120 – (6 X 10)] – (6x4)

f) 120 – [(6 X 10) – (6x4)]

A discussão sobre as alternativas propostas e as opções indicadas pelos alunos teve como propósito possibilitar-nos a compreensão dos pontos de vista dos alunos e retomarmos determinadas normas envolvidas nas expressões, bem como “relembrar” as relações entre expressões e questões matemáticas contextualizadas; todavia, sem avançar demais nas explicações de modo a evitar adicionar informações àquelas já apreendidas pelos alunos na escola. Além disso, consideramos que poderíamos já ter mais acesso a como os alunos percebem e entendem o seu próprio movimento cognitivo, as operações intelectuais que elabora. Como já comentamos, esse investimento acabou por favorecer o processo de metacognição dos alunos.

A partir dessa questão, consideramos que, quando o aluno, ao ser solicitado a resolver questões por meio de expressões, o fizer, é porque tem o domínio das relações matemáticas requeridas, relacionando-as aos aspectos contextuais. Quando isso não acontece e ele consegue apenas resolver as expressões quando as encontra prontas, isso expressa que, no ensino que recebeu, a formalização antecipou-se ao entendimento do uso dos símbolos e convenções desse campo disciplinar, ou seja, o professor não investiu em um ensino contextualizado envolvendo argumentação justificativa. A literatura aponta que isso fragiliza o entendimento da própria resolução de uma expressão numérica dada (FERREIRA, A., 2014). Assim, não seria incomum encontramos alunos que não conseguissem resolvê-las mesmo sendo capazes de trabalhar com as operações envolvidas e solucionar os problemas sem fazer uso das expressões.

Pode-se considerar ainda que, nos casos em que os alunos são capazes de resolver expressões, mas não por meio de questões contextualizadas, o professor trabalhou com generalizações e referentes abstratos da matemática, tais como as regras, fórmulas e símbolos, antes de, ou mesmo sem, lidar com referentes específicos (situações particulares) no mundo empírico, em que ocorrem as situações do cotidiano dos alunos. Há, no contexto escolar, certa “pressa” em lidar com as generalizações e convenções acordadas na comunidade de matemáticos, sem que os alunos compreendam o sentido de tais generalizações e convenções. Além disso, não é explorada a modelagem matemática, ou seja, a capacidade de o aluno modelar uma dada situação por meio de uma expressão aritmética.

As questões que seguem possibilitam verificar a capacidade dos alunos em modelar diferentes situações por meio de expressões aritméticas. As respostas obtidas foram analisadas por meio das categorias já explicadas na seção 3.4. Retomando-as, informamos que, inicialmente, buscamos verificar as respostas, tendo em vista que se tratam de uma argumentação justificatória (dado que os alunos foram solicitados a expor os seus pontos de vista diante de uma plateia), foram entendidas com relação ao nível de racionalidade, em

Folclórica, Natural ou Racional. Prosseguimos a análise por meio do **Padrão de Argumento de Toulmin.**

Vejamos as demais questões:

***Questão 2[16]:* A vovó Rosa foi comprar presentes de Natal para seus netinhos. Ela comprou três bolas por R$ 14,00 cada, duas bonecas por R$ 25,00 cada e quatro carrinhos por R$ 19,00 cada. Se ela pagou as compras com uma nota de R$ 50,00 reais, e dividiu o saldo restante em duas parcelas, qual o valor a pagar por cada parcela?**

Resolva a questão acima por meio de uma expressão aritmética e tente explicar seu raciocínio posteriormente à turma. Caso não consiga resolver por meio de uma expressão, faça da forma que considere melhor, desde que deixe a sua resolução bem clara.

{[(3x14) + (2X25) + (4X19)] – 50} ÷ 2 =

Na questão seguinte, as expressões foram apresentadas sem contextualização a fim de verificarmos em que nível os alunos se apropriaram das regras matemáticas envolvidas na resolução das expressões, bem como compreendermos melhor se as dificuldades na resolução das questões envolvendo expressões residem na compreensão do contexto, das regras matemáticas e/ou na articulação entre essas dimensões.

Questão 3[17] – Resolva as expressões abaixo:

a) **10 + 4 x 5**

Na resolução da expressão acima, a primeira operação a ser realizada deve ser a multiplicação, 4x5=20, visto que representa o agrupamento de 5, quatro vezes (5+5+5+5=20). Assim, a multiplicação pode ser transformada em adição.

---

[16] Fonte: FERREIRA, A.R. Ensinando expressões numéricas através de jogos e histórias ilustradas. Disponível em: www.ensinandomatematica.com/expressoes-numericas-historias/

[17] Fonte: FREITAS, H. S. **Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental**. 2014. 111f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2014.

A adição será realizada em seguida, 10+20=30. Dessa forma, a resposta da expressão é 30. Porém, se a mesma expressão matemática fosse resolvida sem a adoção desse princípio, poderia gerar uma resposta absurda. Caso fosse efetuada a adição antes da multiplicação, ou seja, 10+4=14 e 14x5=70, obteríamos 70 como resultado da expressão.

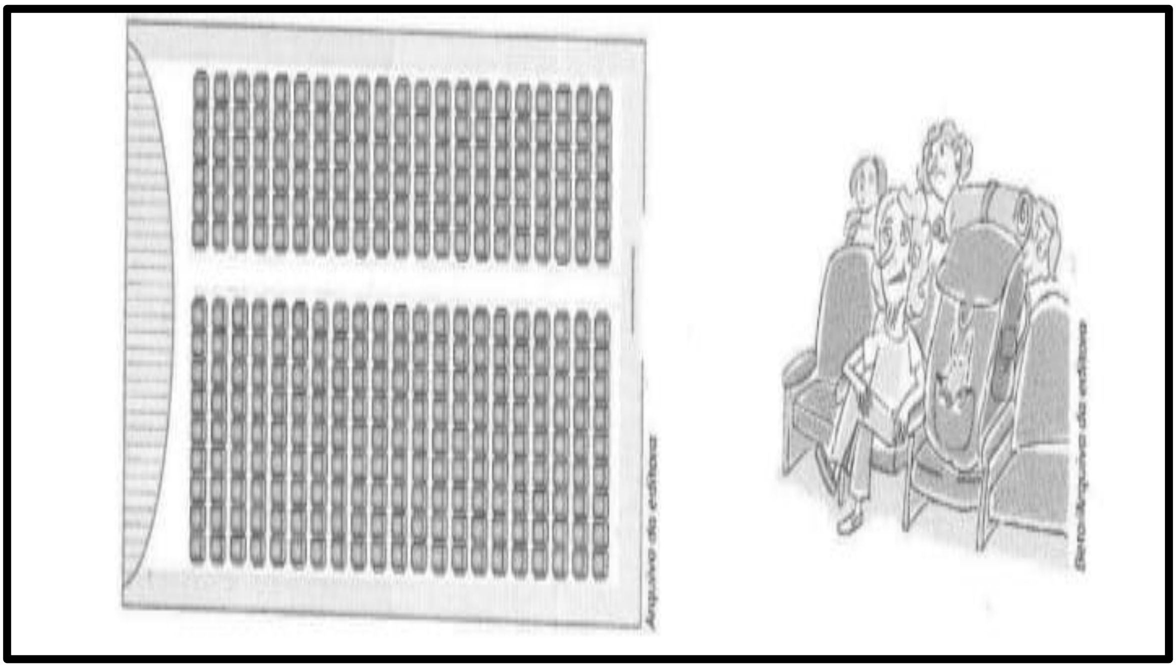
O conhecimento matemático é fundamental para a resolução da expressão.

b) **{[75 + (10 x 4) + (12 x 2) + (8 x 12)] – (20 + 15)}: 2**

Nessa expressão, as multiplicações dentro dos parênteses terão que ser resolvidas primeiramente, pois, por convenção, os parênteses devem ser eliminados antes dos colchetes, que por sua vez são eliminados antes das chaves, tendo as operações dentro desses elementos efetuadas antes de sua remoção. *Assim: (10x4) =40, (12x2) = 24 e (8x12) = 96 e (20+15) = 35*. Em seguida, as operações no interior dos colchetes são resolvidas: *[75+40+24+96] =235*. Por fim, resolve-se o que está dentro das chaves {} começando pelos *{235-35} =200*. Por fim, divide-se tal resultado por 2, *200:2= 100*.

Questão 4[18]: Em certo teatro, as cadeiras foram organizadas como mostra a imagem abaixo.

[18] Fonte: Questão adaptada de FREITAS, H. S. **Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental**. 2014. 111f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2014.



Neste teatro[19] foi apresentada uma peça, cujo preço do ingresso era R$10,00. Na primeira apresentação dessa peça foram vendidos 25 ingressos a menos que a capacidade total do teatro. Quantos reais foram arrecadados nessa primeira apresentação?

[(21x15) - 25] x 10= 2900

Na segunda apresentação dessa peça, foram vendidos todos os ingressos, dos quais 35 foram vendidos a R$20,00 cada um. Quantos reais foram arrecadados nessa apresentação?

Resolva as questões por meio de expressões numéricas e explique seu raciocínio posteriormente aos colegas.

[(21x15) - 35] x10 + (35x20) =3500

Questão 5[20]- Uma sala de aula tem 4 fileiras com 7 cadeiras cada uma e 2 fileiras com 6 cadeiras cada uma. Se 45 alunos vão ocupar a sala, quantas cadeiras a mais devem ser colocadas?

45 – [(4x7) + (2x6)] =

---

[19] Não foi possível disponibilizar essa figura do teatro no *Google Forms.*

[20] Fonte: FERREIRA, A.R. Ensinando expressões numéricas através de jogos e histórias ilustradas. Disponível em: www.ensinandomatematica.com/expressoes-numericas-historias/

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, apresentaremos os resultados obtidos da análise das respostas dos alunos às questões propostas, ou seja, dos seus argumentos.

Para identificar os alunos, utilizamos os códigos: **A1**, **A2**, **A3**, **A4**, **A5**, **A6 etc**. Para a Pesquisadora: **Pesq.**

Conforme informamos, os encontros ocorreram de forma remota na plataforma Google *Meet*, sendo disponibilizado, no *chat*, o link que dava acesso ao questionário no *Google Forms*.

Para cada questão proposta foi disponibilizado um tempo em torno de 15 minutos para que os alunos a respondessem e, após a resolução de cada uma delas, foi aberto espaço para que explicassem como as resolveram, iniciando-se, a partir daí, um debate.

4.1. ANÁLISE DOS DADOS

Iniciamos nossa análise pela Questão 1, a qual é retomada abaixo:

> **Um tanque tinha 120 litros de água. Dele foram retirados 6 baldes de 10 litros cada um e 6 vasilhames com capacidade para 4 litros cada um. Todos os baldes e vasilhames cheios de água. Quantos litros de água restaram no tanque?**

Na aplicação dessa primeira questão contávamos com 6 alunos na sala de aula virtual. Embora todos tivessem conseguido resolvê-la, somente 4 conseguiram de fato argumentar, devido a interferência do mau funcionamento da internet (ver transcrição dos dados, ANEXO I). Portanto, vamos apresentar a análise dos argumentos de 4 alunos (A1, A2, A4 e A6) que puderam permanecer até o final da aula e explicitar o raciocínio utilizado para a resolução da questão. As respostas das alunas **A3** e **A5** (Anexo IV) estão corretas, mas elas não apresentaram, na discussão, seus argumentos. Considerando os 4 alunos que argumentaram e conseguiram alcançar a resposta correta, 2 deles (A1 e A6) não fizeram isso de início, devido a alguns pequenos equívocos com as operações aritméticas e também com a interpretação da questão; todavia, ao longo da discussão elas já foram elaborando novas ideias, tendo em vista as contribuições dos colegas e as informações que a pesquisadora colocava. Elas foram percebendo alguns erros, e reviram seus resultados. Vejamos as falas das alunas **A1** e **A6**, com relação a isso:

> ***Pesq.:*** *Veja, um tanque tinha 120 litros de água. Foram retirados 6 baldes de 10 litros né? E 6 vasilhames com capacidade para 4 litros cada um. Então, a pergunta foi: Considerando que todos os baldes e vasilhames estavam completamente cheios, quantos litros de água restaram no tanque? Então A1, você pode completar agora.*
>
> ***A1:*** *44 litros sobrando ainda.*
>
> ***Pesq.:*** *Ficaram restando 44? Como foi que você chegou a esse resultado?*
>
> ***A1:*** *Como eu disse, né? Eu tinha visto lá, fiz a multiplicação de quantos baldes foram tirados e também as vasilhinhas, juntei tudo e depois subtrai pelo resultado original, que era 120, aí deu 44.*
>
> ***Pesq.:*** *120 menos quanto?*
>
> ***A1:*** *Menos 84*
>
> ***Pesq.:*** *Menos 84 e deu 44?*
>
> ***A1:*** *Hu rum..."*
>
> *[...]*
>
> ***"A1:*** *Sra. Pesq.*
>
> ***Pesq.:*** *Sim?*
>
> ***A1:****É porque eu também tava aqui fazendo de outro jeito, eu refiz a conta, e percebi que tinha me enganado, com o quatrozinho aqui do meio da conta. Aí o que eu faço, tenho que remandar (reenviar) o negócio (a questão) ou continua assim mesmo?*
>
> ***Pesq.:*** *Não, você pode ir falando, que a gente tá gravando. Ou envie por Whatzapp.*
>
> ***A1:*** *Ah, tá.*
>
> ***Pesq.:*** *Mas qual foi o seu erro? O que você acha que fez errado A1?*
>
> ***A1****: Foi no negócio aqui que era, na hora da subtração do 120 com 84, porque o que eu confundi foi o 4, porque em vez do 4 estar em cima, era o 0 (zero) que tava em cima, então teria que fazer outro negócio, teria que puxar do 2, entendeu? Aí eu confundi, aí se o 4 tivesse em cima continuaria 4, mas não, era pra ter puxado do 2, ia ficar lá, ia ficar 10, aí sim, eu tiraria por 4, entendeu? Foi um erro meu, que confundi aqui o número".*

A Aluna **A1** expõe claramente que havia se equivocado no momento de efetuar a conta da subtração, 120-84. Ela teria feito, provavelmente de cabeça, 124-80, trocando o lugar do zero pelo lugar do 4, o que resultaria, de fato, 44. Todavia, reconhecendo o equívoco, mentalizando corretamente 120-84, ela teria que “tirar do 2” para que o zero de 120 se tornasse 10 (“ia ficar 10”) e desse modo teria 10-4 (resultando 6, “36”) e não 4-0 (resultando 4, “44”), o resultado seria então 36.

Antes disso, **A1** também havia interpretado de forma equivocada a questão. Vejamos algumas de suas falas quando apresenta inicialmente o seu resultado à pesquisadora:

> ***Pesq***.*: Certo. E qual foi seu resultado A1?*
>
> ***A1***: *Foram 4 baldes e 1 vasilha, que faltava pra retirar a água por completo.*
>
> ***Pesq.***: *Humm. E o resultado final, quanto foi?*
>
> ***A1***: *4 baldes e 1 vasilha, foi o que falei, que faltava pra terminar o coisa.*
>
> ***Pesq.***: *Humm. Vamos lá...*
>
> ***A2:*** *(((interrompendo a professora)) Péra aí. Não era a quantidade de litros que tinha sobrado?*
>
> ***A1***: *Era pra adivinhar quantos litros tinha sobrado? Nossa! pensava que era pra adivinhar quanto que faltava pra tirar!!*
>
> ***Pesq.:*** *Naaaão! É mais simples até, né? ((Risos))*
>
> ***A1:*** *Nossa! Não tou acreditando!*

Como é possível perceber, a aluna supôs que deveria calcular (“adivinhar”) o número de baldes e vasilhas correspondente ao volume de água restado no tanque. Assim, teria que informar quantos baldes e vasilhas poderiam ainda ser preenchidos para que o tanque esvaziasse.

Apesar desses equívocos, consideramos que **A1** foi capaz de resolver a questão de modo a elaborar corretamente as operações requeridas no problema pois, rapidamente, ela conseguia identificar os erros que havia cometido, exibindo uma boa capacidade metacognitiva. O movimento discursivo apresentado por **A1** em interação com a professora e colegas mostra como ela tomou seu próprio raciocínio como objeto de reflexão. Leitão considera o *pensamento reflexivo* como:

> (...) um processo auto-regulador do pensamento, processo este que se constitui quando um indivíduo toma suas próprias concepções sobre fenômenos do mundo (conhecimento) como objeto de pensamento e considera as bases em que estas se apoiam e os limites que as restringem (LEITÃO, 2007, p. 454).

Nesse sentido, o pensamento reflexivo caracteriza-se como um processo de natureza eminentemente metacognitiva. A argumentação verbal da aluna instigada pela pesquisadora constituiu-se em condição que gerou espaço para tal processo.

Cabe retomar aqui as concepções subjacentes à relação que apontamos entre argumentação e metacognição, as quais discutimos no capitulo 1.4. Consideramos, em uma perspectiva vygotskyana, que a linguagem é constitutiva do pensamento e não um mero veículo que transporta ideias construídas à revelia dos signos linguísticos que se articulam em um plano social. Para Vygotsky (1978), as funções estritamente humanas, como, por exemplo, o pensamento verbal, têm sua gênese em um plano intermental ou interpsicológico, a partir do qual se se constitui o plano intramental. Não se trata, porém, de uma transferência direta de um plano exterior, social, para um plano psíquico, interior, mas de um processo por meio do qual os recursos semióticos originalmente formados para finalidades sociais, em especial, a linguagem, são ativamente reconstruídos internamente, tornando-se elementos da atividade mental dos indivíduos. Nessa perspectiva, é que consideramos que o engajamento em argumentação possibilita o desenvolvimento da reflexão e, assim, pudemos perceber como as ideias dos alunos modificaram-se e evoluíram por meio das intervenções de natureza lógica colocadas pela pesquisadora, e também pelos colegas, no fluxo dos seus raciocínios.

Leitão (2007) discute que uma implicação imediata do pressuposto teórico dessa relação entre cognição e linguagem impede que esses processos sejam isoladamente estudados. Assim, no caso da nossa pesquisa, entender a argumentação como expressão do raciocínio nos leva a considerar como tal raciocínio desenvolve-se por meio das relações dialógicas que se se articulam no plano social da sala de aula. O investimento na argumentação pelos alunos, instigado pela pesquisadora, envolve a atuação desta última na Zona de Desenvolvimento Proximal (VYGOTSKY, 1978). Vamos discutir mais sobre isso, considerando os dados dos demais encontros, sobretudo as discussões da pesquisadora com a aluna **A1**.

O caso da Aluna **A6** representa também, de forma mais explícita, como a mediação da pesquisadora promove um movimento metacognitivo. Neste caso, houve também um equívoco na interpretação da questão, só que de forma mais comprometedora que no caso de **A1**, pois chegou a dificultar a solução, devido a aluna pressupor a realização de subtrações com grandezas diferentes (volume de água e quantidades de baldes e vasilhas). Uma breve intervenção da pesquisadora no sentido de instigar a reflexão da aluna surtiu bons resultados para superação das dificuldades. Vejamos:

> ***Pesq***.: *Como é que você fez, A6, essa questão?*
>
> ***A6***: *Bom, eu peguei o 120 diminui menos 6, aí depois eu botei 10 menos 6, que deu outro resultado, aí depois eu somei mais 6, aí depois diminui menos 4, aí deu 24.*
>
> ***Pesq***.: *Sobraram 24 litros então?*
>
> ***A6***: *É*
>
> ***Pesq***.: *Mas por quê ... será que você pode dizer por que fez essas subtrações todas? Aliás, você pegou 120 e subtraiu 6 é isso?*
>
> ***A6***: *Isso*
>
> ***Pesq***.: *Porque você retirou 120 de 6? De 120 você retirou 6 ((corrigindo))?*
>
> ***A6***: *Porque lá tava dizendo que tinha um tanque que tinha 120 litros, aí depois diz que foram retirados 6 baldes, aí eu subtrai.*
>
> *[...]*
>
> ***Pesq.***: *Certo, mas quando você retira algo do tanque, você tá retirando do tanque, na verdade, o quê?*
>
> ***A6***: *Água? ((pergunta com certa apreensão)).*
>
> ***Pesq***.: *Água, muito bem. E esses 6 baldes, quanto de água eles tinham?*
>
> ***A6***: *10 litros cada um.*
>
> ***Pesq.***: *Cada um, mas você retirou 6, então quanto de água você retirou?*
>
> ***A6***: *24?*
>
> ***[...]***
>
> ***Pesq***.: *Certo, entendi, ok. Vá pensando aí um pouquinho. Você tá retirando água ou você tá retirando baldes do tanque? Retirando água ou retirando baldes?*
>
> ***A6***: *Água*
>
> ***Pesq***.: *Água por meio do?*
>
> ***A6***: *Baldes*
>
> ***Pesq.***: *Por meio do balde não é, então você tem que pensar, quanto de água você retira do tanque. Tá entendendo? Mas, você está no caminho.*

Após explicarem seus resultados, **A1** e **A6** perceberam que interpretaram a questão de forma errada ou se equivocaram nas contas. Finalizada a discussão, refletiram e refizeram a questão, apresentando novos argumentos.

Considerando os argumentos apresentados pelos quatro alunos, classificamos suas justificativas por meio das categorias folclórica, natural ou racional. Podemos perceber que todos os alunos utilizam raciocínio matemático, algumas vezes impreciso, justificado por meio dos critérios desta disciplina. Logo, classificamos 3 dos argumentos como racionais e um deles como natural. Os alunos trabalharam com operações matemáticas, mostrando consciência acerca do modo como realizaram a resolução da questão neste campo disciplinar. Embora com equívocos de algum deles, os alunos, por meio de uma lógica matemática, foram percebendo o que estava errado. A pesquisadora colocava breves informações ou questionamentos que os faziam refletir, mas ela não informava de imediato se as respostas estavam certas ou erradas.

Vejamos abaixo, exemplos dos argumentos de cada aluno, apresentados ao longo da discussão, após terem enviado suas resoluções por escrito.

> ***A1***: *Bem, como eu comecei foi simples, eu só peguei assim o resultado, fui lá coloquei o resultado em mente, eu fui lá, percebi não é, como tinham sido 6 baldes de 10 litros, eu já multipliquei lá 6 vezes 10, 60. Depois eu fui lá vi o outro que eram vasilhinhas lá que era de 4 litros, que esqueci agora a coisa, aí fui lá multipliquei os dois, usei a multiplicação, depois juntei os dois resultados, depois eu subtrai, aí depois eu fui lá, e de novo eu fiquei lá olhando né, o balde cabe 10 litros e aquele potezinho cabe 4, aí eu só fui lá fiz uma divisão simples, assim de cabeça mesmo, que era um número arredondado, facinho, e foi isso, aí deu o resultado, 4 baldes e uma vasilha.*

A1 apresenta para a questão um raciocínio racional, apesar de no início ter interpretado o que se pedia na questão de forma errônea, "**A1:** Foram 4 baldes e 1 vasilha, que faltava pra retirar a água por completo." **A1** desenvolveu um raciocínio que de acordo com Sales (2011) podemos chamar de sistematizado. E quando o aluno **A2** questiona "Não era a quantidade de litros que tinha sobrado?", indicando o que pedia a questão, **A1** diz - "Nossa pensava que era pra adivinhar quanto que faltava pra tirar!!". Após a pesquisadora explicar a questão, ela responde novamente, porém erra na subtração de 120 por 84, dando como resultado 44; todavia, seu raciocínio sobre como chegar ao resultado, nesse segundo momento, estava correto.

A2 também mostra um argumento racional, o aluno explica sua resolução e chega ao resultado correto da questão, que é 36. Vejamos:

> ***A2:*** *Foi assim, olhe, como tinha 6 baldes de 10 litros , eu já vi que era 60, aí tinha os vasilhames, que eram 6 vasilhames de 4 litros, aí eu ia fazer uma conta de adição, aí eu me lembrei que era mais simples contar, que 5 quatros vezes dava 20; 5, 10, 15, 20 ((conta nas falanges da mão fechada)), aí só era acrescentar mais 4, aí depois eu calculei 60 mais 24, aí depois eu peguei esse número do resultado e diminui com 120.*
>
> ***Pesq.****: E deu quanto?*
>
> ***A2****: Deu 36.*

Consideramos o argumento de **A2** também como racional, pois ele faz uso das operações matemáticas aprendidas formalmente, considerando uma melhor ou mais rápida forma para efetuar os cálculos. Inferimos que os “recursos” que utiliza para isso têm origem na escola, no uso da tabuada, algo que faz parte da cultura escolar, e não em sua vivência fora deste ambiente. Observem que, quando se trata de calcular o volume de água retirado por meio dos baldes, ele informa que “eu já vi que era 60”, pois a multiplicação de um número por 10, envolve sempre o acréscimo do 0 a tal número, assim 6 baldes de 10 litros (6X10) correspondem a 60 litros de água. Quando se trata de considerar o volume de água retirado por meio de vasilhames, o aluno informa que iria fazer uma conta de adição (possivelmente 4+4+4+4+4+4), o que sugere que percebe a multiplicação como uma soma de números iguais, mas resolveu recorrer à tabuada de 5, adicionando uma unidade à cada aparição do numeral 5. Assim, ainda que o aluno utilize tais artifícios, não entendemos que se trata de outro tipo de raciocínio, como o natural ou o folclórico.

A4 acerta a questão igualmente ao colega **A2**, e seu argumento pode ser caracterizado como natural, pois não explicita claramente o porquê dos procedimentos tomados. A aluna é mais breve em sua justificativa e não deixa claro seu raciocínio. Vejamos:

> ***A4****: Bem, primeiro, eu comecei a raciocinar bem sobre como ia fazer a conta, daí eu fiz uma conta de 120 menos, perai, perai que tenho que fazer um negócio rapidinho. Tá dando um erro aqui.*
>
> ***A4:*** *Bom, como eu ia dizendo, eu fiz uma conta de 120 menos 84, que deu 36.*
>
> ***A4****: Eu comecei, tipo assim, pela quantidade de baldes e pela quantidade de água, depois eu fiz a conta e vi que deu 36 e eu conclui que deu a resposta 36.*

Para Sales (2010, p. 6), na argumentação natural “(...) Há elaboração de um raciocínio, um encadeamento de ideias, uma articulação entre as partes do raciocínio, mas falta sistematização”. O autor ainda admite que, apesar de propor três categorias para a argumentação justificativa, podem existir diversos níveis de complexidade e, portanto, diversos níveis de argumentação. Assim, do raciocínio natural até o lógico-dedutivo há uma variedade, mesmo que não muito vasta, de possibilidades. Para o autor, é possível

> também ter um nível de raciocínio próximo do natural, mas já impregnado de algum conhecimento formal faltando apenas a incorporação de uma terminologia específica. Da mesma forma pode ocorrer a existência de um raciocínio pré-lógico-dedutivo, ao qual falta uma terminologia especializada, mas permite entrever o embrião de uma lógica formal (SALES, 2010, p.6).

A6 cometeu também seus equívocos, porém seu argumento sobre a questão foi também racional.

> ***A6***: *Bom, eu peguei o 120, aí depois eu multipliquei 6 vezes 10 que dá 60, e diminui que deu 60 ((referindo-se à subtração 120-60)), aí eu multipliquei, 6 vezes 4 que deu 24, aí eu diminui 60 menos 24 que deu 46.*

Observando os raciocínios empregados pelos quatro alunos, percebemos que **A1**, **A2** e **A4** fazem as multiplicações primeiro (6x10 e 6x4), soma os produtos obtidos (60+24) para depois realizarem a subtração (120-84). **A6** por sua vez, expressa um procedimento racional um pouco diferente: Após cada multiplicação, faz em seguida a subtração. Então, tem-se 6x10, resultando em 60, para depois vir 120-60. Prosseguindo, calcula 6x4, resultando em 24, para efetuar a nova subtração, 60-24, o que resulta em 36 e não 46, como informado pelo aluno.

É perceptível que tanto **A6** quanto **A1** se equivocaram com a subtração.

Antes de passarmos a representar os argumentos dos alunos no *layout* de Toulmin, expressaremos suas lógicas de resolução por meio de expressões aritméticas, discutindo sobre isso. Consideramos, com base na discussão e nos cálculos apresentados por escrito, que os alunos **A1**, **A2** e **A4** resolveram a questão 1 na forma da expressão “120 – [(6 X 10) + (6 X 4)]”, a qual corresponde à opção “d” apresentada na parte 2 da Questão 1; enquanto **A6** expressou algo semelhante à “[120 – (6 X 10)] – (6x4)” que corresponde à opção “e”.

Vamos, então, discutir agora sobre a parte 2 da questão 1

Qual(is) das expressões abaixo você considera correta(s) e qual delas melhor expressa o seu raciocínio?

a) 120 – 6 X 4 + 10

b) 120 – 6 X 4 – 10

c) 120 – 6 X (10 + 4)

d) 120 – [(6 X 10) + (6 X 4)]

e) [120 – (6 X 10)] – (6 X 4)

f) 120 – [(6 X 10) – (6 X 4)]

Três alunos (A1, A2 e A4) marcaram apenas a letra “d”, enquanto que um deles (A6) marcou as opções “d” e “f”. Eles não conseguiram perceber inicialmente que as letras “c” e “e” também estavam corretas. Ao justificarem porque indicaram tal opção, **A1** e **A2** fizeram uma correlação explicita entre o caminho de operações indicado na expressão e o caminho racional por eles tomado ao longo da resolução. Foi muito positivo perceber o modo como os alunos expressaram as relações entre as expressões aritméticas e a forma como raciocinaram e resolveram a questão, o que demonstra uma consciência acerca do raciocínio que empregaram. A tomada de consciência, na perspectiva vygotskyana é uma demonstração de aprendizagem.

Pesq.*: Vamos lá pra próxima.*

Pesq.*: Na questão seguinte vocês teriam que marcar a opção ou opções que expressam o raciocínio de vocês, quais foram a que vocês marcaram e por quê?*

A2*: A minha foi a d.*

A1*: A minha também foi a d.*

Pesq.: *Certo, por quê?*

A2*: Porque parece com a conta que eu fiz.*

A1*: É bem parecida com a minha também, deu quase igual, no caso foi igual.*

[...]

Pesq.*: A2 você pode explicar porque que foi a D?*

A2*:Porque parecia mais com minha questão, porque como normalmente resolve primeiro os parênteses, tá aí 6 vezes 10 igual 60, 6 vezes 4 igual a 24, aí depois foi tudo menos o 120, mas também tem a conta de mais, que era somando os dois entre os parênteses, foi mais ou menos assim que fiz.*

Pesq.*: Certo, então você já tem essa ideia de que resolve primeiro o que está dentro dos parênteses, não é?*

A2*: Mas, não é assim? ((intrigado))*

> ***Pesq**.: Sim, sim, eu sou estou querendo que fique explicito. [...]*
>
> ***[...]***
>
> ***A1:** Certo, voltando aí nesses negócios dos parênteses. Eu fiz exatamente como tava aí, eu resolvi primeiro esse negócio dos parênteses, lá o 6 vezes 10 e o 6 vezes 4, depois eu somei esses dois, depois eu subtrai com o 120 como tá escrito aí, certinho, bonitinho, foi por isso.*
>
> ***Pesq.**: Perfeito.*

Curiosamente, a aluna **A6**, não indicou a opção "e", ao contrário, indicou a "d" e a "f". A forma como se refere à opção "f" nos faz considerar a semelhança que tal opção tem com a opção "e", a qual estaria compatível com a forma como a aluna resolveu a questão. No momento em que **A6** explica, todavia, descreve (com alguns vícios na fala) a expressão da letra "e". Também podemos considerar a hipótese de que a aluna citou além da opção "f" a opção "d", devido ao efeito das respostas dos colegas **A1** e **A2**, apresentadas anteriormente à sua.

> ***Pesq.:** A "d" e a "f", você acha que a "f" também está certa?*
>
> ***A6**: Sim, eu acho*
>
> ***Pesq**.: Por quê?*
>
> ***A6**: Porque a gente já pegava o 120 ia somar o 10 vezes 6, que dá 60, ia diminuir (corrigindo)), depois ia fazer a multiplicação de 6 vezes 4, que vai dar 24, aí diminuir e dar o resultado.*
>
> ***Pesq.**: Lembra que tem os colchetes? Então, primeiro resolveríamos dentro dos colchetes, resolve os parênteses, colchetes, pra depois subtrair o resultado de 120, não é isso?*
>
> ***A6:** Isso*
>
> ***Pesq**.: Foi assim que você fez? Foi assim?*
>
> ***A6**: Mas eu acho que é a "d" que está correta, eu também marquei a "d", só que eu pensava que era pra marcar mais de uma, porque tava dizendo lá.*
>
> ***Pesq.**: Não, você está certa, pode marcar mais de uma opção. Explique porque você marcou a "d" também.*
>
> ***A6**: O jeito de fazer, que eu fiz igualzinho aqui.*

A6 não faz uma boa relação entre a expressão e o raciocínio que havia explicado anteriormente, como ocorreu com **A1** e **A2**. **A4**, por sua vez, não se pronunciou neste momento da discussão, devido a algum problema com a internet. Os alunos já haviam estudado (com algumas limitações, devido à pandemia) o conteúdo "expressões aritméticas", mas pelo que nós íamos aos poucos percebendo, isso não havia sido feito utilizando-se de questões contextualizadas.

Apenas após a explicação da pesquisadora, os alunos puderam perceber que a resolução de ambas as expressões (“c” e “e”) chegava ao mesmo resultado da letra “d”. Na discussão acerca da letra “c”, os alunos não percebiam que 6 x (10 + 4) daria o mesmo resultado que (6 x10) + (6 x4), o que corresponde a propriedade distributiva da multiplicação. O movimento discursivo que se desenvolve entre a pesquisadora e os alunos **A1** e **A2** mostra como eles iniciam esse entendimento. A fala de **A1** (Nossa, genial!!!) demonstra o entusiasmo com a aprendizagem de novos conteúdos.

Vejamos:

> ***Pesq***.: *Alguém marcou a letra “c”? Vocês acham que a letra “c” estaria correta também?*
>
> ***A1***: *Eu acho que não*
>
> ***A2***: *Eu também acho que não*
>
> ***Pesq***.: *Por quê?*
>
> ***A1***: *Porque ali, em vez de estar, porque tá assim, 10 mais 4*
>
> ***A2***: *Seria 14 vezes 6, 14 seis vezes menos 120*
>
> ***A1***: *É, aí não daria certo que nem a letra “d”*
>
> ***Pesq***.: *E quanto é 14 seis vezes A2?*
>
> ***A2***: *Sim, ué, porque ali tá entre os parênteses, 10 mais 4, é 14, aí 6 vezes, aí depois o resultado dá menos 120.*
>
> ***P1***: *Então, e com é que ficaria essa conta? Quanto é 14 vezes 6?*
>
> ***A2***: *Não acabei de explicar?*
>
> ***Pesq***.: *((risos)), o resultado?*
>
> ***A2***: *Oh, o resultado eu não sei, não calculei o 14 seis vezes.*
>
> ***Pesq***.: *Então coloca 14 vezes 6, pra ver quanto dá!!*
>
> ***A6***: *Dá 84!*
>
> ***Pesq***.: *Isso, aqui ((mostra na tela do computador, compartilhando a tela)) ou a gente poderia tá fazendo os parênteses primeiro...*
>
> ***A2***: *84 menos 120*
>
> ***Pesq.***: *Isso, vai ficar 120 menos 84 que daria o mesmo resultado da letra “d”, não é isso?*
>
> ***A1***: *Nossa, genial!!!*

Na discussão acerca da letra “e”, os alunos são instigados a perceber o papel dos colchetes na comparação entre tal opção e a letra “f”, já que a opção "f" está errada e só difere da opção "e", correta, apenas pela posição desse elemento. Vejamos:

> ***Pesq***.: *Deu pra ouvir, não é? Eu posso pedir então, pra que vocês observem a letra "e", se ela está correta ou errada?*
>
> ***A1***: *A letra "e" ou "f" que não entendi?*
>
> ***Pesq***.: *Desculpe, a letra "e".*
>
> ***A2***: *Letra "e".*
>
> ***Pesq***.: *A "f" a gente já discutiu.*
>
> ***A2***: *Acho que deve tá.*
>
> ***A6***: *Eu também acho que essa deve estar correta.*
>
> ***Pesq.***: *Por quê?*
>
> ***A2***: *Eu acho não, tenho certeza.*
>
> ***Pesq.***: *Mas podem explicar, porque acham que está correta?*
>
> ***A2***: *6 vezes 4 dá 24, 6 vezes 10 dá 60, aí diminui o 60 com 120 e depois o que sobrou diminui com os 24, o outro parêntese tá pra fora dos colchetes, isso é colchete.*
>
> ***Pesq***.: *Isso mesmo. Mais alguém?*
>
> *[...] Silêncio*
>
> ***Pesq***.: *Então, por meio dos 6 baldes foram retirados, 60 litros, é a primeira operação que está ocorrendo dentro do colchete, 6 vezes 10 dentro dos parênteses, que são os 6 baldes de 10 litros, retirados de 120 que é o volume total do tanque. Aí, depois que você tem o resultado disso, você subtrai, você retira ainda 6 vezes 4, que são os 6 vasilhames de 4 litros, então de qualquer forma está se fazendo aí, ...*
>
> ***A1***: *É só que foi feito por partes*
>
> ***Pesq***.: *Exatamente, só vai dar certo realmente se obedecer, fazer tudo que está dentro do colchete, pra depois resolver o que está fora, não é? Repare que o que muda da letra "e" pra letra "f" na estrutura, observe aí o que que muda?*
>
> ***A1***: *Colchetes?*
>
> ***Pesq.***: *Isso, o que dos colchetes?*
>
> ***A1***: *Que eles estão meio que ao redor do 120 e o 6 vezes 10*
>
> ***Pesq.***: *Exatamente*
>
> ***A1:*** *Muda a posição*
>
> ***Pesq.***: *A posição do colchete, mudou tudo, não mudou?*
>
> ***A1***: *Sim, mudou*
>
> ***A6***: *Sim, mudou*

A análise acima dá visibilidade à ideia de que os alunos atuam argumentando de uma perspectiva lógica, racional, fazendo uso das quatro operações na resolução de problemas, reconhecendo e superando dificuldades. Com relação aos conhecimentos acerca das expressões aritméticas, fica mais nítida a percepção de que eles sabem de algumas regras fundamentais, mas não têm o hábito de utilizar expressões para expressar a resolução de problemas envolvendo narrativas de situações, ou seja, não têm o hábito de resolver questões contextualizadas.

Os excertos das discussões entre a pesquisadora e os alunos, apresentados acima, apontam, sobretudo, para como as intervenções da primeira favorecendo a interação e argumentação dos alunos promovem uma reflexão acerca de suas ideias e um avanço em direção às concepções corretas no campo da matemática.

Abaixo, vamos apresentar os argumentos dos 4 alunos por meio do Modelo de Toulmin (2006).

Argumento da aluna A1:

A1: Bem, como eu comecei foi simples, eu só peguei assim o resultado, fui lá coloquei o resultado em mente, eu fui lá, percebi né, como tinham sido 6 baldes de 10 litros, eu já multipliquei lá 6 vezes 10, 60. Depois eu fui lá vi o outro que eram vasilhinhas lá que era de 4 litros, que esqueci agora a coisa, aí fui lá multipliquei os dois, usei a multiplicação, depois juntei os dois resultados, depois eu subtrai, aí depois eu fui lá, e de novo eu fiquei lá olhando né, o balde cabe 10 litros e aquele potezinho cabe 4, aí eu só fui lá fiz uma divisão simples, assim de cabeça mesmo, que era um número arredondado, facinho, e foi isso, aí deu o resultado, 4 baldes e uma vasilha*.*

DADO:

Dado que (...) como tinha sido 6 baldes de 10 litros. Depois eu fui lá vi o outro que eram vasilhinhas lá que era de 4 litros.

CONCLUSÃO: *Então,* 4 baldes e uma vasilha

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Multipliquei lá 6x10=60
- ✓ Aí fui lá multipliquei os dois
- ✓ Usei a multiplicação, depois juntei os resultados
- ✓ Depois subtrai.

CONHECIMENTO DE BASE:

Multiplicação, adição e subtração.

Argumento do aluno A2:

A2: Foi assim olhe, como tinha 6 baldes de 10 litros , eu já vi que era 60, aí tinha os vasilhames, que eram 6 vasilhames de 4 litros, aí eu ia fazer uma conta de adição, aí eu me lembrei que era mais simples contar, que 5 quatros vezes dava 20,((5, 10, 15, 20 conta nas falanges da mão fechada)), aí só era acrescentar mais 4, aí depois eu calculei 60 mais 24, aí depois eu peguei esse número do resultado e diminui com 120.
Pesq.: E deu quanto?
A2: Deu 36.

DADOS: *Dado que* foram retirados 6 baldes de 10 litros e 6 vasilhames de 4 litros.

CONCLUSÃO: *Então,* deu 36 litros ((sobram 36 litros no tanque))

GARANTIAS DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Eu já vi que era 60 ((6X10=60))
- ✓ aí eu ia fazer uma conta de adição, aí eu me lembrei que era mais simples contar que 5 quatros vezes dava 20; 5, 10, 15, 20 ((conta nas falanges)), aí só era acrescentar mais 4.
- ✓ Calculei 60 mais 24, aí depois eu peguei esse número do resultado e diminui com 120.

CONHECIMENTOS DE BASE:

Multiplicação, divisão, adição e subtração.

Relações entre as multiplicações: 6x4 = 5X4 +4 (tem como referência a **tabuada de 5** e acrescenta a quantidade que falta).

Argumento da aluna A4:

A4: Bem, primeiro, eu comecei a raciocinar bem sobre como ia fazer a conta, daí eu fiz uma conta de 120 menos, perai, perai que tenho que fazer um negócio rapidinho. Tá dando um erro aqui.
A4: Bom, como eu ia dizendo, eu fiz uma conta de 120 menos 84, que deu 36.
A4: Eu comecei, tipo assim, pela quantidade de baldes e pela quantidade de água, depois eu fiz a conta e vi que deu 36 e eu conclui que deu a resposta 36

No argumento de **A4**, não temos os “dados” que são enunciados na questão. Desta forma consideramos que eles estão implícitos.

DADO: (Implícito)

CONCLUSÃO: *Então*, deu 36 a resposta

GARANTIAS DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Eu comecei, tipo assim, pela quantidade de baldes e pela quantidade de água, depois eu fiz a conta (...)
- ✓ Eu fiz uma conta de 120 menos 84 (...)

CONHECIMENTO DE BASE: Multiplicação, divisão, adição e subtração.

Argumento da aluna A6:

A6: Bom, eu peguei o 120, aí depois eu multipliquei 6 vezes 10 que dá 60, e diminui que deu 60 ((referindo-se à subtração 120-60)), aí eu multipliquei, 6 vezes 4 que deu 24, aí eu diminui 60 menos 24 que deu 46.

DADO: (Implícito)

Conclusão: *Então***,** deu 46

Garantias:

Já que:

- ✓ eu peguei o 120,
- ✓ eu multipliquei 6 vezes 10 que dá 60, e diminui, que deu 60 ((referindo-se à subtração 120-60)),
- ✓ eu multipliquei, 6 vezes 4 que deu 24
- ✓ eu diminui 60 menos 24

CONHECIMENTOS DE BASE: Multiplicação, adição e subtração.

Considerando os argumentos elaborados pelos alunos de acordo com o Modelo de Toulmin, percebemos que todos eles apresentam estruturas semelhantes, compostas por elementos básicos do modelo (ainda que alguns implicitamente): dados, conclusão, garantias de inferências e conhecimentos de base. Todavia, cabe ressaltar que a aluna **A4**, que apresentou uma argumentação natural, conforme discutimos, apresentou fragilidades no conteúdo que corresponde à garantia de inferência, o que denota um argumento em que o raciocínio empregado na resolução da questão não fica devidamente claro. Assim, apontamos essa relação entre a estrutura do argumento de acordo com o Modelo de Toulmin e tal classe de argumento, de acordo com Sales (2010).

Análise do 2º Encontro:

Na aplicação dessa segunda questão contávamos com 10 alunos na sala de aula virtual. (Ver transcrição no ANEXO II).

Para os novos alunos foram designados os seguintes códigos: ***A7**, **A8**, **A9** e **A10**.*

A questão 2 é retomada abaixo:

Questão 2: A vovó Rosa foi comprar presentes de Natal para seus netinhos. Ela comprou três bolas por R$ 14,00 cada, duas bonecas por R$ 25,00 cada e quatro carrinhos por R$ 19,00 cada. Se ela pagou as compras com uma nota de R$ 50,00 reais, e dividiu o saldo restante em duas parcelas, qual o valor a pagar por cada parcela?

Resolva a questão acima por meio de uma expressão aritmética e tente explicar seu raciocínio posteriormente à turma. Caso não consiga resolver por meio de uma expressão, pode fazer da forma que seja possível, desde que deixe a sua resolução bem clara.

Essa questão pedia que o aluno montasse uma expressão aritmética e explicasse o seu raciocino aos colegas. Caso não conseguisse montar a expressão aritmética, deveria ainda resolver a questão e apresentar seu raciocínio de forma clara à pesquisadora e aos colegas.

Nove alunos (A1, A2, A3, A5, A6, A7, A8, A9 e A10) responderam à questão utilizando contas, mas não por expressão aritmética. Entretanto, apenas cinco alunos (A2, A3, A5, A7, A8) conseguiram chegar ao resultado correto da questão, incialmente, sem a ajuda da pesquisadora. Nenhum aluno conseguiu, de início, montar a expressão aritmética.

Apenas a aluna **A4** não conseguiu responder e nem argumentar, preferiu ficar apenas ouvindo as explicações dos colegas e da pesquisadora, apesar das várias tentativas para que ela pudesse informar se estava compreendendo a questão. A4 disse que “era muito tímida e preferia não falar”. Cinco alunos argumentaram, de diferentes formas, como resolveram a questão (A1, A2, A3, A5 e A6). O aluno A7 não argumentou sobre como havia resolvido a questão, apenas disse, timidamente, como chegou ao resultado. Por fim, três alunos, após insistência, conseguiram montar a expressão corretamente (A1, A2, A6) (ANEXO V).

Abaixo mostramos os argumentos dos 5 alunos:

A aluna **A1** resolveu a questão fazendo continhas. Não conseguiu no início montar a expressão aritmética, não compreendeu a questão de início, ficou com dúvidas sobre o que é “entrada” ao fazer uma compra, mas depois conseguiu montar a expressão corretamente. Vejamos:

Pesq.: *Todo mundo entende o que é entrada quando faz a compra?*

A1: *Eu não entendi muito bem.*

Pesq.: *Não entendeu, não é? É assim, quando você vai fazer uma compra, quando o vendedor diz assim “você vai dar uma entrada de tanto”, isso significa dizer o quê? Alguém sabe?*

A1: *Ah, uma certa quantia pra depois pagar o resto.*

Pesq.: *Pagar o restante, exatamente. É assim, você não vai pagar tudo de uma vez só, tá entendendo? Então vamos supor que você comprou, fez uma compra e deu R$150,00 reais, aí você dá uma entrada de R$50,00 reais e aí sobra quanto?*

A1: *R$100,00 reais*

Pesq.: *R$100,00 reais. Isso significa dizer que você não pagou tudo de uma vez, os R$150,00 não é? Você vai pagar R$50,00 e depois fica restando R$100,00 ainda para pagar que você pode até parcelar. Porque existem dois tipos de compra: uma quando você paga tudo à vista, você paga o valor total da compra, uma outra compra que é parcelada. Na compra parcelada, você não paga tudo de uma vez, você dá uma parcela, que dizer que você dá apenas uma parte logo na compra, e essa parte muitas vezes é chamada de entrada, “deu uma entrada”, é aquela parte que vocês pagam logo, entenderam? A mãe de vocês deve comentar isso com vocês, “eu comprei isso à vista, ou então isso aqui eu comprei parcelado, dei uma primeira parcela, faltam mais duas, faltam mais três”, tão entendendo?*

A1: *sim*

[...]

Pesq.: *Como foi então o início de sua expressão?*

A1: *Eu ajeitei minha questão e reenviei novamente com uma nova resposta, ok?*

Pesq.: *Ah, porque você entendeu melhor a informação da questão, não é isso?*

A1: *É que tinha esquecido o fato dela já ter pago os R$50,00 reais, no começo.*

Pesq.: *Enquanto A7 pensa um pouquinho, você quer explicar como você fez A1?*

A1: *Pode ser! Posso começar?*

Pesq.: *Vamos ver A1, então.*

A1: *Certo... Bem eu comecei fazendo as multiplicações normais, fui lá peguei o 14, que era 3 bolinhas, se não me engano, aí fiz a multiplicação, 14 por 3,* *depois fiz de novo lá, a multiplicação 25 por 25, 19 por 4, não 25 por 25 não, é por 2, aí fui lá, depois juntei todos, depois eu fui lá fiz o resultado, deu 168 e dividi por 2, aí depois eu peguei esse resultado, e tirei os 50 e depois deu o resultado.*

***Pesq.**: E qual foi o resultado?*

***A1**: 34*

***Pesq**.: Veja, o que você fez, pelo que eu estou entendendo, tá? É que você falou bem rapidinho, vou repetir o que você falou e se eu repetir errado aí você me conserta, tá?*

***A1**: Ai, desculpa, é que estou meio nervosa, aí não sei nem o que falo.*

***Pesq.**: Não, não, tá tranquilo, não tem problema. Fique tranquila! Você multiplicou 3 por 14 não foi?*

***A1**: Sim*

***Pesq.**: Porque, eu não estou entendendo, porque você multiplicou o 3 por 14?*
***A1**:Porque as bolinhas, os preços delas eram 14 reais, eram 3 bolinhas, aí eu fui lá e multipliquei.*

***Pesq.**: Isso, se uma bola custa R$14,00 reais, não é, 3 bolas vão valer quanto, 3 vezes 14, não foi isso que você fez?*

***A1**: Sim*

***Pesq**.: Perfeito, ótimo, aí depois você multiplicou 25 por quanto?*

***A1**: Por 2.*

***Pesq.**: Por 2, porque cada boneca custa 25, e a vovó Rosa comprou 2 bonecas, então 2 vezes 25.*

***A1:** Isso mesmo*

***Pesq.**: O que mais que você fez? Você multiplicou pelo que eu entendi, 4 por 19, não foi?*

***A1**: Sim, foram 4 carrinhos e cada um era R$19,00 reais, eu fui lá, 4 vezes 19.*

***Pesq.**: Isso, aí o resultado, depois que você fez essas multiplicações, você fez o quê?*

***A1**: Eu somei tudo isso.*

***Pesq.**: Perfeito, quando você soma tudo isso, qual é o resultado que dá?*

***A1**: Deu 168*

***Pesq.**: Então 168, esse valor corresponde a quê?*

***A1**: Ao valor absoluto das compras da senhora Rosa*

***Pesq**.: Isso, então a vovó Rosa, ela fez uma compra e nessa compra ela teria que pagar quanto?*

***A1:** 168*

***Pesq.**: R$168,00, muito bem, então ela tinha que pagar 168 reais, mas quanto foi que ela pagou logo?*

***A1**: Ela foi logo e deu uma entrada de R$50 reais*

***Pesq.**: Pronto, aí explique seu raciocínio, como é que você continuou aí?*

***A1**: Aí eu fui lá e só peguei o resultado de 168, porque, aí pera.... agora que percebi Jesus, meu Deus!*

***Pesq.**: Você percebeu o quê? (risos)*

***A1**: (risos) agora que percebi, que o negócio deu errado, aí eu fui lá porque era pra dividir em duas parcelas, certo? Duas.*

***Pesq**.: Isso*

***A1**:Aí eu fui lá, peguei os 168 e dividi por 2, aí depois que eu tive o resultado, foi ali, que eu tirei, os R$50 reais.*

***Pesq.**: E como é que você acha que deveria ter feito?*

***A1**: Eu acho que deveria ter tirado o 50 logo depois que eu tive o resultado antes de tipo dividir ele por 2.*

***Pesq.**: Certo, veja, você expressou isso em uma expressão numérica ou fez as continhas separadas?*

***A1**:No caso, eu fiz contas separadas, mas depois eu juntei tudo, de um jeito bem estranho, é o jeito que eu faço (risos).*

***Pesq**.: Você quer tentar fazer uma expressão numérica, a partir disso que você explicou?*

***A1**: Eu não sei muito, acho melhor não, mas pode ser também (risos)*

***Pesq**.: Você faz e envia, tá?*

***A1**: Já enviei*

Podemos perceber que a aluna **A1** teve uma evolução em suas ideias ao longo da discussão com a pesquisadora. Esta interagiu com **A1** de modo a favorecer a sua reflexão sobre o modo como havia resolvido a questão. Primeiro, a pesquisadora explicou o que é “entrada” em uma compra, de modo a favorecer o entendimento do contexto narrado na questão, depois ela foi guiando a discussão, de modo a fazer com que a aluna explicitasse passo a passo a sua resolução e pudesse refletir sobre o raciocínio que empregou. Desse modo, ela favoreceu a reflexão da aluna acerca de suas ideias, o que caracteriza uma forma de proporcionar o processo de metacognição. Assim, **A1** pode perceber onde errou, fez os ajustes em sua resolução e conseguiu montar sua expressão corretamente.

Nesse movimento interativo com a aluna, semelhante ao que ocorreu no Encontro 1, a pesquisadora atuou na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) (VYGOTSKY, 1988). Vygotsky diferencia o desenvolvimento real do desenvolvimento potencial das crianças. O primeiro é evidenciado pela capacidade da criança resolver sozinha as tarefas que lhes são propostas, enquanto que o segundo corresponde à situação em que a criança não consegue resolver sozinha tais tarefas, mas pode fazê-lo com a ajuda de um adulto ou parceiro mais experiente. Este funciona como uma espécie de consciência emprestada, até que a criança consiga autonomia suficiente para tal. A diferença entre o desenvolvimento real e o potencial corresponde ao que Vygotsky denomina de ZDP e a atuação do professor nesta zona, em ambiente escolar, é de fundamental importância para que os alunos avancem em suas ideias, adquirindo autonomia porque adquirem consciência acerca de seus próprios raciocínios.

Nesse momento, vale ressaltar que o objetivo de nossa pesquisa não foi promover um processo de ensino visando atingir uma meta escolar definida. Nossa pesquisa voltou-se para o entendimento dos argumentos dos alunos acerca das expressões aritméticas e, tendo em vista que os argumentos são expressão de raciocínio, investimos em explorar suas ideias. O movimento discursivo da pesquisadora, o qual envolvia lidar com os equívocos dos alunos e promover um movimento metacognitivo, tornou-se, assim, inseparável da promoção da evolução das ideias dos alunos rumo a argumentos racionais aliados às concepções matematicamente corretas.

Vamos aos demais argumentos apresentados para a questão 2.

O aluno **A2** compreendeu a questão e, através das continhas, conseguiu chegar ao resultado, mas, de início, não conseguiu montar a expressão aritmética. Percebemos que ele tinha conhecimento das regras matemáticas para resolução de expressões, mas não o costume de resolvê-las quando apresentadas de forma contextualizada.

> ***Pesq.**: Quem quer explicar como tinha feito? Mesmo que ache que tinha que ter feito de outra forma, mas o raciocínio que tinha feito...*
>
> ***A2**: Pode ser eu?*
>
> ***Pesq**.: Pode falar A2*
>
> ***A2**: Primeiro como tinha comprado 3 bolas, 2 bonecas e 4 carrinhos, aí eu multipliquei pelos valores, multipliquei pelos preços de cada um deles, os 3 carrinhos por 14, as 2 bonecas por 25, aí depois eu juntei todos eles, todos os valores pra saber quanto que custou tudo, aí deu 168, aí como ela já tinha ido pagar R$50,00 reais, ficou 118, aí depois ela dividiu em duas parcelas, era só dividir na metade, que deu 59.*
>
> ***Pesq**.: muito bem, você conseguiu montar a expressão A2?*
>
> ***A2**: Sim*

Da mesma forma que o aluno **A2**, a aluna **A3** conseguiu chegar ao resultado correto da questão através das continhas, mas não conseguiu montar a expressão. Como havia compreendido o que era pedido na questão, o mesmo não quis montar a expressão, pois disse que só sabia resolver da forma que havia feito.

> ***Pesq***.: *Quem pediu pra falar foi A3, não foi? A3 quer explicar como fez?*
>
> ***A3***: *Sim, primeiro eu expliquei passo a passo, do valor que valia as bonecas, essas coisas assim, depois o valor total que ela gastou.*
>
> ***Pesq.***: *E qual foi o valor total que deu?*
>
> ***A3***: *168*
>
> ***Pesq***.: *168, como você obteve esse 168?*
>
> ***A3***:*Eu fiz os cálculos*
>
> ***Pesq***.: *Muito bem, que cálculos?*
>
> ***A3***: *Das bonecas e das coisas que ela comprou.*
>
> ***Pesq***.: *E que cálculos são esses, qual o nome da operação que você fez?*
>
> ***A3***: *Nem eu sei do jeito que eu fiz (risos)*
>
> ***Pesq.***: *Você sabe, uma multiplicação, uma adição, uma subtração, essas coisas...*
>
> ***A3***: *Aí depois eu coloquei a entrada, o resto da parcela de vezes(x) e de mais (+) e depois eu consegui dar o valor de 59.*

As falas de **A3** no excerto acima nos fazem perceber que a aluna não consegue expressar com clareza as suas ideias, o que nos leva à hipótese de que se esquiva de um movimento metacognitivo *(**A3**: Nem eu sei do jeito que eu fiz (risos)).*

A aluna **A5** também resolveu a questão por continhas e chegou ao resultado correto.

> ***Pesq.***: *A5 você pode falar como você fez?*
>
> ***A5***: *Então eu peguei e somei os presentes primeiro, a bola, que cada bola era 14, foi 3 bolas, somei 14 vezes 3, deu 42, aí as bonecas, cada uma era 25, ela comprou duas, então somei 25 vezes 2 deu 50, aí os carrinhos, cada carrinho era 19, ela comprou 4, ai eu somei 19 vezes 4 que deu 76, aí eu somei os valores, aí eu somei 42 mais 50 mais 76 deu 168, aí ela gastou com isso 168, aí eu peguei somei o 168 menos o 50 que ela tinha dado de entrada 50, deu 118, aí ela dividiu pra duas parcelas , aí dividi aqui fiz uma continha 118 dividido por 2, como era 2 parcelas dividir por 2, deu 59.*
>
> ***Pesq***.: *Tá ótimo. Então você entendeu o conteúdo da questão, não foi A5?*
>
> ***A5***: *Isso*

Um aspecto que chama atenção na fala de **A5**, é que ela se refere a diferentes operações, tais como multiplicação e subtração, como adição. Embora resolva as operações adequadamente, a apropriação da linguagem da matemática torna-se necessária ao aprendizado dessa disciplina.

A aluna **A6** chegou ao resultado correto da questão resolvendo por continhas operações. Depois conseguiu montar a expressão aritmética e se equivocou ao diminuir a entrada R$ 50,00 reais, a qual foi colocada no início da expressão.

Pesq.*: Quem mais gostaria de falar como fez?*

A6: *Eu. Peguei os números, que foi 14, 25 e 19 e multipliquei por quanto ela comprou os objetos, tipo, ela comprou 3 bolas aí eu multipliquei, 14 vezes 3, que todas essas continhas de multiplicação deu um resultado, depois eu fiz uma continha de adição, que deu 168, quando deu 168 eu peguei e diminui menos 50 que foi o de entrada que ela pagou, e meu resultado final foi 118.*

Pesq.*: Foi 118, ou seja, se você, vamos lá, você multiplicou, vou repetir o que você falou pelo que entendi, me corrija se estiver errada, tá? Você multiplicou 3 vezes 14 não foi isso?*

A6: *Foi, o 25 vezes 2, e o 19 vezes 4*

Pesq.*: Perfeito, e aí depois você fez o que?*

A6: *Eu fiz uma continha de adição*

Pesq.: *Ah, adição, nessa conta de adição você obteve quanto?*

A6: *168 na adição*

Pesq.: *Certo, e depois que você fez essa adição, esse valor corresponde a que, esse 168?*

A6: *Eu diminui, fiz a continha de subtração, menos 50, que obtive o valor de 118.*

Pesq.*: Isso A6, muito bem, você tirou os 50 de 168. Porque você tirou esses 50 de 168?*

A6: *Porque ali estava dizendo que era o dinheiro que ela deu de entrada, aí depois estava perguntando quanto ela ia faltar pra pagar depois.*

Pesq.*: Isso, aí ela fica faltando pagar depois quanto?*

A6: *118*

Pesq.*: Muito bem, 118, você terminou aí? Ou fez mais alguma conta?*

A6: *Sim, fiz só isso*

[...]

Pesq.*: Pode continuar A6*

A6: *Sim, aí depois ia fazer uma continha de divisão, que ia dividir por 2, que ia dar 59?*

Pesq.*: Certo, você fez essa continha de divisão? Não né?*

A6: *Não*

***Pesq**.: Você está pensando agora, ótimo, e porque você vai dividir por 2?*

***A6**: Porque faltava depois duas parcelas restantes*

***Pesq**.: Ah certo, o saldo, vocês sabem o que é saldo? Saldo é o que sobra, não é? O saldo foi 118 né, porque 168 é o que ela devia, mas ela só deu 50, aí sobrou o saldo, foi 118, mas esse 118 ele foi dividido em quantas parcelas?*

***A6**: Em duas?*

***Pesq.**: Isso, perfeito. E aí você divide por 2, por isso, não é? Porque esse saldo vai ser dividido por duas vezes, aí deu quanto?*

***A6**: 59*

***Pesq**.: 59, perfeito. Veja, essa continha você não tinha feito ainda, porque você sentiu necessidade de fazê-la agora?*

***A6**: porque eu percebi um errinho que eu tinha feito aqui, que tava (estava) falando ali na explicação da questão 2.*

***Pesq**.: Certo!*

Depois que a pesquisadora questiona **A6**, ela pode perceber o erro que havia cometido na questão, por meio de um pensamento reflexivo.

O aluno **A7** também compreendeu a questão, não conseguiu montar a expressão aritmética completa (fez em duas partes), mas chegou ao resultado correto da questão.

***Pesq**.: Analisei as respostas de vocês, A7 você quer começar explicar como fez sua expressão?*

***A7:** Como assim explicar?*

***Pesq**.: Como você conseguiu resolver?*

***A7**: Vendo, lendo e tentando juntar as coisas.*

***Pesq**.: Certo, observei sua resposta e percebi que você montou a expressão, seu resultado deu quanto?*

***A7**: 59 parcelas*

***Pesq**.: 59 o quê?*

***A7**: Parcelas*

***Pesq**.: A7 vamos lá novamente, como você conseguiu resolver?*

***A7**: Eu tentei juntar o que aparecia no texto.*

***Pesq**.: Juntar o que aparecia no texto, ok. O que que você foi juntando A7?*

***A7**: Peri ainda, viu*

***Pesq**.: Certo, estou esperando...*

***A7**: Primeiro eu fiz a conta do que ela ia dar de entrada*

***Pesq**.: Ah, primeiro fez a conta do que ela ia dar de entrada.*

***A7**: Isso*

***Pesq**.: De quanto foi essa entrada A7?*

***A7**: De R$ 50,00*

***Pesq.**: R$50,00 reais, então esses R$50,00 reais foi o que ela pagou inicialmente, mas ele coloca aqui, dividiu o saldo restante em duas parcelas, o quer dizer isso?*

***A7**: Que ela parcelou o restante.*

***Pesq**.: Ou seja, ela deu uma entrada e parcelou o restante. Pode continuar como é que você fez essa continha.*

***A7**: É pra falar número por número é?*

***Pesq**.: Do jeito que você achar melhor, faz de conta que você tá explicando pra uma pessoa que não soube fazer a conta, faz de conta que eu não sei fazer, que vários colegas seus não tenham entendido direito, aí você vai explicar.*

***A7**: Mas eu não sei explicar não...*

***Pesq**.: (Risos) Mas, eu acho que você começou bem...*

***A7**: E foi? ((Risos))*

***Pesq**.: Foi, começou bem, pode ir continuando, tente um pouquinho.*

***A7**: Sei lá ((Risos)).*

***Pesq**.: Pode falar como você fez a expressão, como você montou a expressão.*

***A7**: Peri aí..., pra explicar a expressão todinha?*

***Pesq**.: Vá falando e a gente complementa...*

***A7**: Eu não sei não como explicar isso...*

Sabemos que, para muitos alunos, não é algo simples expressar como elaboraram suas ideias. Aliás, para muitas pessoas, a depender do que tenham realizado, a tarefa de explicitar seu raciocínio não é algo simples. O aluno resolveu a questão sem demora, demonstrando capacidade de interpretar o contexto e expressá-lo matematicamente. Todavia, devido ao seu “silêncio” não pudemos compreender melhor como lidava de fato com a relação entre o contexto e a matemática formal. A capacidade de explicar uma ação realizada, e não apenas realizá-la, pode ser relacionada à “consciência”, no sentido vygotskyano, que o indivíduo tem acerca de seu raciocínio. Essa consciência é fruto de um movimento metacognitivo. Podemos considerar que o aluno não tenha se expressado apenas por timidez. Uma outra hipótese é a de que não costuma investir em uma reflexão de suas próprias ideias.

Podemos perceber que houve uma reflexão pela aluna **A1**. Após discutir a questão com a pesquisadora, ela faz a questão novamente e a reenviou.

***A1**: Ela foi logo e deu uma entrada de R$50 reais*

***Pesq.**: Pronto, aí explique seu raciocínio, como é que você continuou aí?*

***A1**: Aí eu fui lá e só peguei o resultado de 68, porque, aí pera, agora que percebi Jesus, meu Deus!*

***Pesq**.: Você percebeu o que? (risos)*

***A1**: (risos) agora que percebi, que o negócio deu errado, aí eu fui lá porque era pra dividir em duas parcelas, certo? Duas?*

***Pesq**.: Isso*

***A1**:Aí eu fui lá, peguei os 168 e dividi por 2, aí depois que eu tive o resultado, foi ali, que eu tirei, os R$50 reais.*

***Pesq.**: E como é que você acha que deveria ter feito?*

***A1**: Eu acho que deveria ter tirado o 50 logo depois que eu tive o resultado antes de tipo dividir ele por 2.*

***Pesq**.: Certo, veja, você expressou isso em uma expressão numérica ou fez as continhas separadas?*

***A1**:No caso, eu fiz contas separadas, mas depois eu juntei tudo, de um jeito bem estranho, é o jeito que eu faço ((risos)).*

O aluno **A2** conseguiu responder corretamente através de continhas e, posteriormente, conseguiu montar a expressão.

***Pesq**.: Você conseguiu montar a expressão A2?*

***A2:** Sim.*

Logo depois o aluno **A2** montou a expressão e reenviou, aí ele explica como montou:

***A2**: Eu fiz aqui um parêntese aí eu botei as três multiplicações que são 14 vezes 3 mais 25 vezes 2 mais 19 vezes 4, aí botei menos 50 depois dividi por 2.*

***Pesq.**: Porque vocês resolvem primeiro a multiplicação antes da adição e subtração? Vocês sabem dizer porquê?*

***A2**: O motivo eu não sei, mas sei que tem uma ordem, que primeiro resolve parênteses, colchetes, chaves, aí depois vem a potenciação, radiciação, multiplicação, divisão, adição e subtração, como aí não tem potenciação e nem radiciação, vai a multiplicação.*

As falas de **A2** expressam que ele sabe das regras, mas não conhece claramente o porquê delas.

A aluna **A6,** ao argumentar como havia resolvido a questão, percebeu seu erro ao discuti-la com a pesquisadora.

***Pesq.**: Pode continuar A6*

***A6**: Sim, aí depois ia fazer uma continha de divisão, que ia dividir por 2, que ia dar 59?*

***Pesq**.: Certo, você fez essa continha de divisão? Não né?*

***A6**: Não*

***Pesq**.: Você está pensando agora, ótimo, e porque você vai dividir por 2?*

***A6**: Porque faltava depois duas parcelas restante*

***Pesq**.: Ah certo, o saldo, vocês sabem o que é saldo? Saldo é o que sobra, não é? O Saldo foi 118 né, porque 168 é o que ela devia, mas ela só deu 50, aí sobrou o saldo foi 118, mas esse 118 ele foi dividido em quantas parcelas?*

***A6**: Em duas?*

***Pesq**.: Isso, perfeito. E aí você divide por 2 por isso, não é? Porque esse saldo vai ser dividido por duas vezes, aí deu quanto?*

***A6**: 59*

***Pesq.**: 59, perfeito. Veja, essa continha você não tinha feito ainda, porque você sentiu necessidade de fazê-la agora?*

***A6**: porque eu percebi um errinho que eu tinha feito aqui, que tava falando ali na explicação da questão 2.*

Os argumentos dos alunos **A1**, **A2, A5** e **A6** são argumentos racionais pois estão embasados em uma teoria, já o argumento da aluna **A3** é natural, pois ela não consegue explicar com clareza seu raciocínio, não houve um nítido encadeamento de ideias em suas falas, apesar das investidas da pesquisadora. Já **A7** não conseguiu de fato, formalizar um argumento nítido.

Abaixo, vamos apresentar os argumentos dos 5 alunos por meio do Modelo de Toulmin (2006).

Argumento da aluna A1:

A1: Certo... Bem eu comecei fazendo as multiplicações normais, fui lá peguei o 14, que era 3 bolinhas, se não me engano, aí fiz a multiplicação, 14 por 3, depois fiz de novo lá, a multiplicação 25 por 25, 19 por 4, não 25 por 25 não, é por 2, aí fui lá depois juntei todos, depois eu fui lá fiz o resultado de 168 e dividi por 2, aí depois eu peguei esse resultado, e tirei os 50 e depois deu o resultado.
Pesq.: E qual foi o resultado?
A1: 34

DADO:

Dado que (...) que era 3 bolinhas ((demais dados implícitos)).

CONCLUSÃO: Então 34

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Multipliquei 14x3

- ✓ Multipliquei 25x2
- ✓ Juntei todos, depois fui lá, fiz o resultado de 168 e dividi por 2
- ✓ Depois peguei o resultado e tirei os 50

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos de multiplicação, divisão, soma e subtração.

Vale ressaltar que esse argumento completo corresponde ao momento em que a aluna apresenta inicialmente à resolução da questão. Depois, em interação com a pesquisadora, ela reelabora as suas ideias e torna explícito que percebeu os equívocos cometidos.

Argumento do aluno A2:

A2: Primeiro como tinha comprado 3 bolas, 2 bonecas e 4 carrinhos, aí eu multipliquei pelos valores, multipliquei pelos preços de cada um deles, os 3 carrinhos por 14, as 2 bonecas por 25, aí depois eu juntei todos eles, todos os valores pra saber quanto que custou tudo, aí deu 168, aí como ela já tinha ido pagar R$50,00 reais, ficou 118, aí depois ela dividiu em duas parcelas, era só dividir na metade, que deu 59.

DADO:

Dado que (...) tinha comprado 3 bolas, 2 bonecas e 4 carrinhos (...)

((havia)) os preços de cada um deles

CONCLUSÃO: *Então* deu 59

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Multipliquei pelos preços de cada um deles: os 3 carrinhos ((bolas)) por 14; as 2 bonecas por 25,
- ✓ Aí depois juntei todos eles (...) deu 168
- ✓ como ela já tinha ido pagar R$50,00, ficou 118
- ✓ depois ela dividiu em duas parcelas, era só dividir na metade.

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos de multiplicação, divisão, soma e subtração.

Argumento da aluna A3:

A3: Sim, primeiro eu expliquei passo a passo, do valor que valia as bonecas, essas coisas assim, depois o valor total que ela gastou.
A3: 168
A3: Das bonecas e das coisas que ela comprou.
A3: Aí depois eu coloquei a entrada, o resto da parcela de vezes(x) e de mais (+) e depois eu conseguir dar o valor de 59.

DADO: (Implícito)

CONCLUSÃO: Então, (...) o valor de 59

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que

- ✓ (...) valor que valia as bonecas, essas coisas assim, depois o valor total que ela gastou.
- ✓ Coloquei a entrada, o resto da parcela de vezes e de mais.

CONHECIMENTO DE BASE: *Com base* nos conhecimentos *de* Multiplicação, divisão, soma e subtração.

O argumento de **A3** conforme já comentamos é bastante frágil. Em certo momento a aluna informou que nem sabia do jeito que tinha feito, o que nos fez classificar tal argumento como natural.

Argumento da aluna A5:

A5: Então eu peguei e somei os presentes primeiro, a bola que cada bola era 14, foi 3 bolas, somei 14 vezes 3, deu 42, aí as bonecas cada uma era 25, ela comprou duas, então somei 25 vezes 2 deu 50, aí os carrinhos, cada carrinho era 19 ela comprou 4, ai eu somei 19 vezes 4 que 76, aí eu somei os valores, aí eu somei 42 mais 50 mais 76 deu 168, aí ela gastou com isso 168, aí eu peguei somei o 168 menos o 50 que ela tinha dado de entrada 50 deu 118, aí ela dividiu pra duas parcelas , aí dividir aqui fiz uma continha 118 dividido por 2, como era 2 parcelas dividir por 2, deu 59.

DADO:

*Dado que***,** cada bola era 14, foi 3 bolas (...) as bonecas cada uma era 25, ela comprou duas, (...) cada carrinho era 19 ela comprou 4, (...) que ela tinha dado de entrada 50, (...) ela dividiu pra duas parcelas

CONCLUSÃO: *Então,* deu 59

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Somei os presentes primeiro, a bola que cada bola era 14
- ✓ Somei 14x3, deu 42
- ✓ Somei 25x2, deu 50
- ✓ Somei 19x4, que deu 76
- ✓ Somei 42+50+76, deu 168
- ✓ 168-50, deu 118
- ✓ Dividi 118:2, deu 59

CONHECIMENTO DE BASE: *Com base nos conhecimentos de* multiplicação, divisão, soma e subtração.

Argumento da aluna A6:

A6: Eu. Peguei os números, que foi 14, 25 e 19 e multipliquei por quanto ela comprou os objetos, tipo, ela comprou 3 bolas aí eu multipliquei, 14 vezes 3, que todas essas continhas de multiplicação deu um resultado, depois eu fiz uma continha de adição, que deu 168, quando deu 168 eu peguei e diminui menos 50 que foi o de entrada que ela pagou, e meu resultado final foi 118.
A6: 59

DADO: (Implícito)

CONCLUSÃO: *Então,* 59

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Peguei os números, que foi 14, 25 e 19 e multipliquei por quanto ela comprou os objetos
- ✓ (...) ela comprou 3 bolas aí eu multipliquei, 14 vezes 3
- ✓ (...) depois eu fiz uma continha de adição, que deu 168
- ✓ (...) quando deu 168 eu peguei e diminui menos 50

CONHECIMENTO DE BASE: *Com base* nos conhecimentos de multiplicação, divisão, soma e subtração.

O aluno **A7** não conseguiu formalizar seu argumento.

Após essa segunda questão, nós passamos à terceira, a qual envolveu dois itens: a e b. No item "a", apresentamos uma expressão aritmética simples, a qual os alunos conseguiram resolver (alguns, parcialmente), mas não souberam explicar porque se resolvia a multiplicação antes da adição, por exemplo. Apenas disseram que sabiam que tinham que resolver primeiro a multiplicação, mas não conseguiam apresentar uma justificativa. Depois foi deixada a letra “b” para que eles resolvessem em casa e enviassem a foto da resolução (ANEXO VII).

Vejamos a terceira questão:

Questão 3 – Resolva as expressões abaixo:

a) 10 + 4 x 5

Pesq.: *Por que vocês resolvem primeiro a multiplicação antes da adição e subtração? Vocês sabem dizer por que?*

A2: *O motivo eu não sei, mas sei que tem uma ordem, que primeiro resolve parênteses, colchetes, chaves, aí depois vem a potenciação, radiciação, multiplicação, divisão, adição e subtração, como aí não tem potenciação e nem radiciação, vai a multiplicação.*

Pesq.: *Certo, mas vocês não sabem porque é que se resolve a multiplicação primeiro. Nessa expressão aí, a gente resolveria as multiplicações e depois a soma, vocês não sabem dizer o porquê?*
A2: *Não*
A1: *Não*
A6: *Não*
Pesq.: *Vocês acham que é uma regra somente, que deve ser seguida, resolver a multiplicação antes da adição?*
A1: *Tem um porquê, só que eu não consigo explicar, qual é o porquê, porque por exemplo, nessa conta mesmo se a gente for, por exemplo, pegar pra fazer primeiro a soma e não a multiplicação vai dar errado, só que eu não sei explicar a regrinha certinha do porque o certo é fazer a multiplicação primeiro.*
[...]
Pesq.: *Todos começaram pela multiplicação?*
A2: *É*
A1: *Sim*
A2: *Por causa dessa ordem que existe*
A1: *É, a gente foi ensinado, só que não foi ensinado o porquê dela*
A2: *Tem uma razão, eu só não sei qual.*

Fica explicito que os alunos sabem as regrinhas matemáticas, mas não sabem o porquê dela. Como já discutimos, o ensino de matemática ainda é muito marcado pela memorização e repetição de algoritmos. Esse tipo de questão incentiva a memorização e a repetição.

Os alunos não sentiram dificuldades em resolver a expressão pronta, mas sentiram ao resolver as questões contextualizadas, que envolviam uma interpretação e correlação entre a linguagem natural e a matemática e não somente a aplicação de regras. De forma semelhante, o argumento dos alunos segue fragilizado na perspectiva da matemática. Eles lembram das regras, sabem aplicá-las, mas não sabem explicar o porquê dos procedimentos. Como na expressão aritmética acima só havia multiplicação e adição, eles estavam cientes de que deveriam resolver primeiro a multiplicação, e assim todos fizeram, só não souberam argumentar o porquê dessa escolha, como é possível ver na transcrição acima (Ver respostas dos alunos no ANEXO VI).

b) {[75+(10 x 4) + (12 x 2) + (8 x 12)] – (20 + 15)}: 2

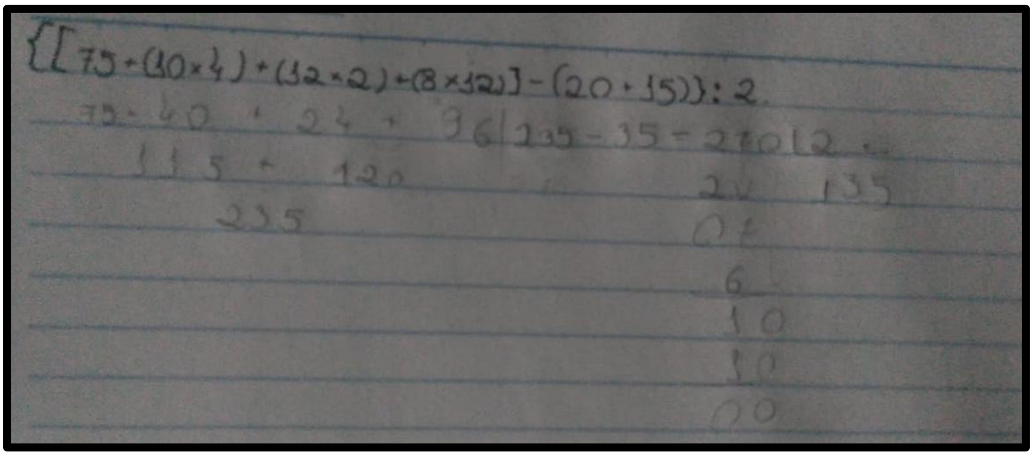
Essa questão foi deixada pra que eles resolvessem em casa e enviassem via WhatsApp para pesquisadora. Responderam à questão os alunos **A1, A2, A3, A6** e **A7**.

Podemos observar que eles têm mais facilidade em resolver a expressão aritmética pronta. Em conversa com os alunos pelo WhatsApp foi feita a seguinte pergunta: “Você sentiu alguma dificuldade em resolver essa expressão?” (pesquisadora pergunta aos alunos que enviaram a questão). Todos responderam que não. Falaram que é mais fácil, pois não precisa pensar pra montar a expressão aritmética, uma vez que esta já está pronta.

Inferimos que os alunos sejam ‘acostumados’ a resolver questões desse tipo, já que eles não sentiram grandes dificuldades, diferentemente com o que aconteceu com as questões contextualizadas.

Abaixo apresentamos as respostas dos alunos.

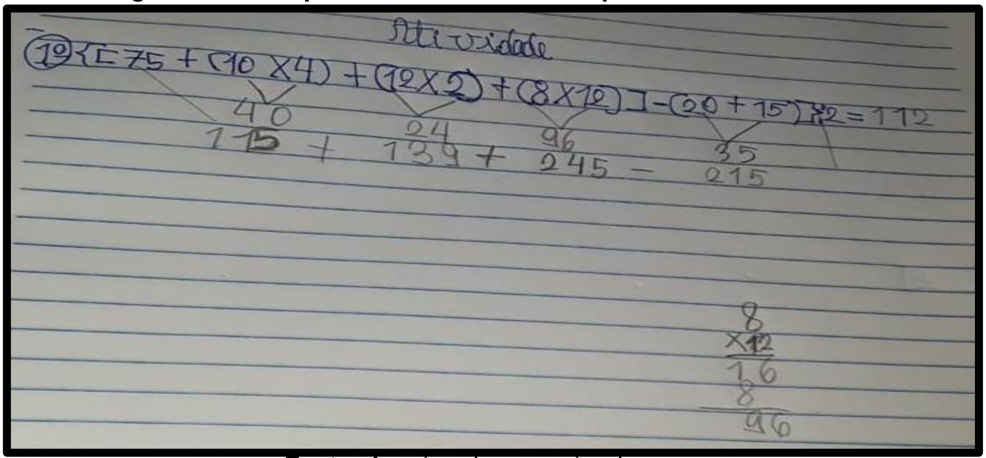
Figura 15 – Resposta da Aluna A1 à Expressão 2



Fonte: Arquivo da pesquisadora

A aluna **A1** já havia demonstrado saber as regrinhas matemáticas, na questão anterior, e podemos perceber isso na resolução dessa questão. Ela sentiu dificuldades nas questões contextualizadas, mas nas prontas não, apesar de não alcançar o resultado correto da expressão (100) devido a erros nas continhas.

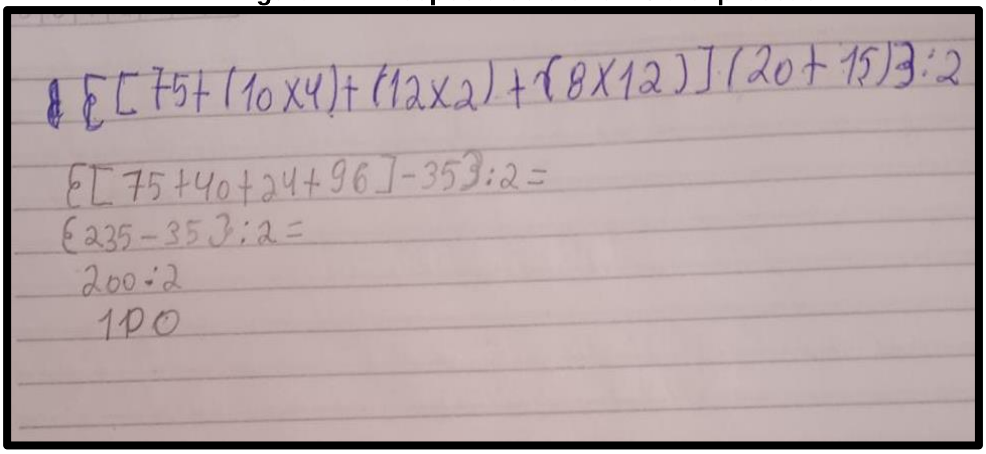
Figura 16 – Resposta do Aluno A2 à Expressão 2



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Do mesmo modo que a aluna **A1**, **A2** também errou o resultado final da expressão, apesar de não ter sentido dificuldades em operar com as convenções. Este aluno desde o início mostrava ter bastante facilidade com as regras das expressões aritméticas. Podemos observar em seus argumentos que apesar de, no início, não conseguir montar a expressão, sempre resolvia corretamente às questões, mesmo através de continhas, e seu raciocínio sempre estava coerente com o que a questão pedia.

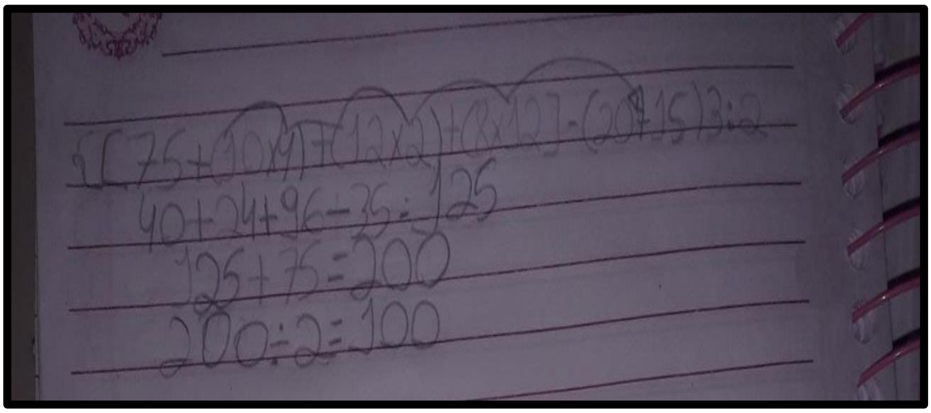
Figura 17 – Resposta da aluna A3 à expressão 2



Fonte: Arquivo da pesquisadora

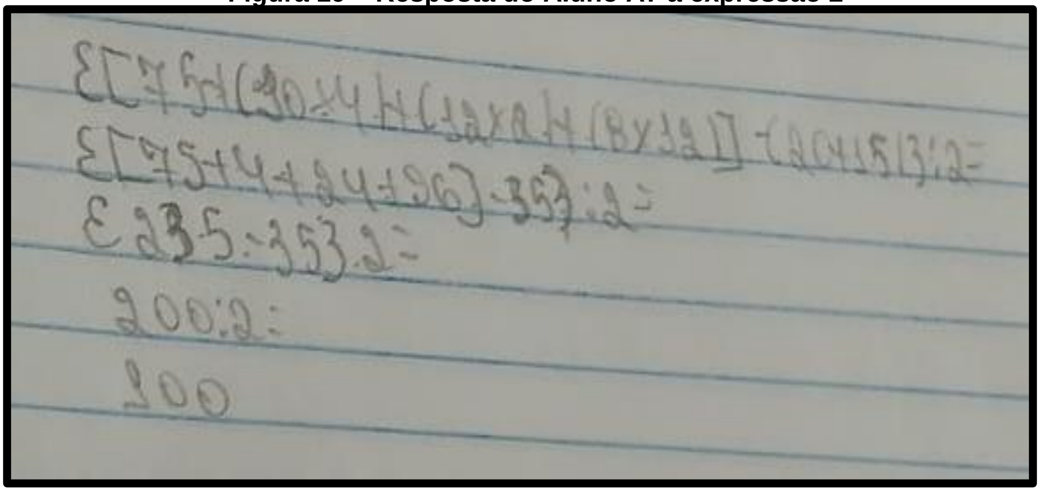
A aluna **A3** chegou ao resultado correto da questão. Nas questões contextualizadas muitas vezes sentia dificuldade em expressar seus argumentos.

Figura 18 – Resposta da aluna A6 à Expressão 2



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 19 – Resposta do Aluno A7 à expressão 2



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Os alunos **A6** e **A7** chegaram ao resultado correto da expressão.

Análise do 3º Encontro:

No 3º encontro foi aplicada a 4ª questão. Neste encontro contávamos com 5 alunos (A1, A2, A6, A9 e A11) na sala de aula virtual. (Ver transcrição no ANEXO III).

Para o novo aluno foi designado o código **A11**. Por interferência na internet o aluno **A11** não conseguiu ficar até o final da aula, não conseguiu enviar a atividade e nem argumentar.

A questão 4 é retomada abaixo:

Questão 4[21]: Em certo teatro, temos 21 fileiras com 15 cadeiras cada uma. Neste teatro foi apresentada uma peça, cujo preço do ingresso era R$10,00. Na primeira apresentação dessa peça foram vendidos 25 **ingressos a menos que a capacidade total do teatro. Quantos reais foram arrecadados nessa primeira apresentação?**

Na segunda apresentação dessa peça, foram vendidos todos os ingressos, dos quais 35 foram vendidos a R$20,00 cada um. Quantos reais foram arrecadados nessa apresentação?

Resolva as questões por meio de expressões numéricas e explique seu raciocínio posteriormente aos colegas.

Na aplicação dessa questão os quatro alunos (A1, A2, A6 e A9) a resolveram, mas apenas três conseguiram argumentar (A1, A2 e A6). A aluna **A9,** apesar de muita insistência nossa para que falasse, se disse muito tímida e não conseguiu explicar como fez a questão, nem mesmo se estava entendendo.

A aluna **A1** conseguiu montar a expressão aritmética corretamente e chegou ao resultado correto da questão.

Pesq.*: A1 montou a expressão, pode explicar como fez?*

A1: *Primeiramente eu tinha que descobrir a quantidade de cadeiras né, como a senhora falou, aí fui lá peguei lá, 21 vezes 15 (21x15) porque era 21 fileiras*

[21] A questão foi apresentada aos alunos dessa forma, pois não foi possível colocar a imagem da questão do auditório no *Google Forms*, então optamos por colocar os números das fileiras e das cadeiras no enunciado da questão, pois foi apresentado a imagem de um teatro meramente ilustrativa.

e 15 cadeiras em cada uma, aí fui lá, depois eu percebi, que como tava dizendo lá, 25 pessoas não tinham comparecido lá, 25 ingressos a menos da capacidade total, então fui lá entre parênteses, resolvendo os parênteses eu diminuir menos 25, aí depois fechou o parênteses lá, como cada ingresso era 10 reais eu fui lá e multipliquei vezes 10, aí no caso deu 2900

***Pesq.**: Ótimo, muito bom.*

[...]

***Pesq.**: Todas as cadeiras foram preenchidas?*

***A1:** Não, é por isso que a gente tinha que tirar as 25, que 25 pessoas do total ali não compareceram.*

***Pesq.**: Ficaram vazias não é isso? A2 e A1 vocês sentiram necessidade de ver as cadeirinhas para sair somando, contando uma por uma no dedo?*

***A1:** Não*

***Pesq**.: Você fez o que, multiplicou logo, não é? Porque se você sabe que tem 21 fileiras e cada fileira tem 15, então você ia somar 15 da primeira, 15 da segunda, 15 da terceira, 15 da quarta..., então são 15, vão se repetindo 21 vezes, então vocês transformaram essa soma em uma multiplicação, foi 21 vezes 15 (21x15), ok?*

Considerando a transcrição acima, podemos perceber nitidamente que a aluna teve uma evolução em relação aos encontros anteriores, pois desta vez ela consegue compreender o problema da questão, montar a expressão aritmética corretamente e resolvê-la, o que não havia ocorrido de imediato anteriormente. Vejamos os argumentos para a segunda parte da questão:

***Pesq.**: Quem gostaria de começar a explicar como fez essa segunda parte da questão?*

***A1:** poderia começar?*

***Pesq**.: Sim, pode.*

***A1**: Abrindo aqui uma ressalva, eu tava com pouco de dúvida nessa aqui, não vou mentir, tava com um pouco de dificuldade pra responder essa aqui, mas eu comecei assim, eu fui lá peguei o total de cadeiras, como o negócio foi lotado lá, eu fui lá peguei o total de cadeiras e diminui menos 35 pra ver só quais que dariam 10 reais. Aí fui lá peguei essa aí, depois fechei os parênteses 315 menos 35 (315-35) fechei o primeiro parêntese, depois eu coloquei vezes 10 que esse valor aí seria aquele que pagaram só 10 reais por ingresso, aí depois eu fechei, aí não lembro o nome, reticências, acho que é um negócio assim.*

***Pesq.**: As chaves.*

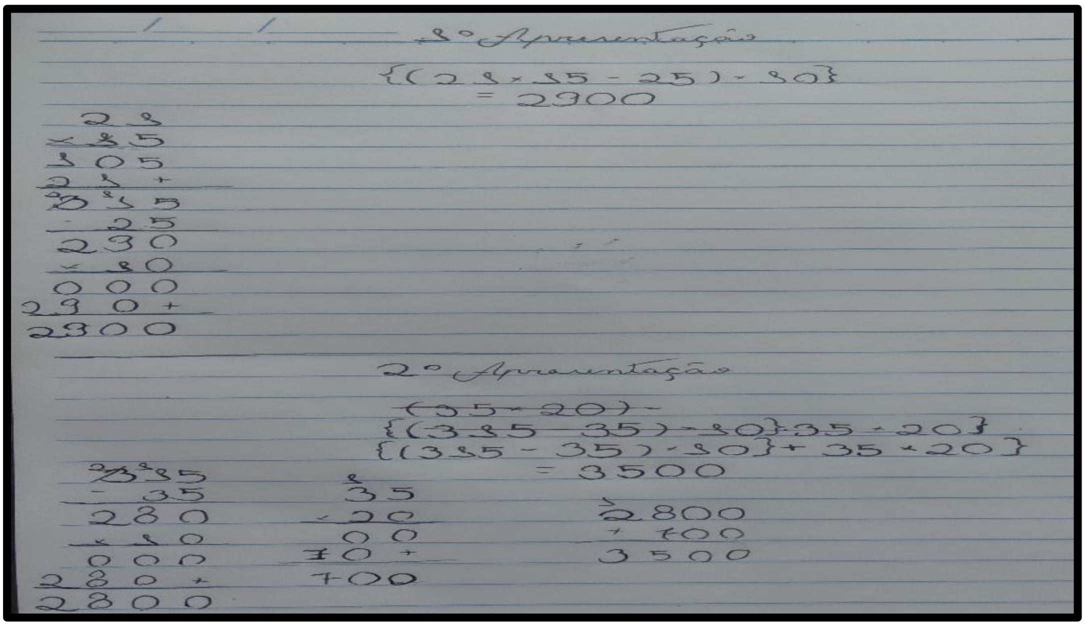
***A1:** Aí depois que fiz a multiplicação por 10 fechei as chaves, aí depois fui lá coloquei o sinalzinho de mais (+) de adição que era pra depois eu juntar os dois resultados, aí logo na frente , eu coloco 35 vezes 20 e esse aí era porque 35 pessoas pagaram por 20 reais pelo ingresso, ou seja fui lá peguei 35 pessoas multipliquei vezes 20 (35x20) pra dar o resultado, aí esse sinal de mais (+) é porque eu ia pegar o resultado do 35 vezes 20 e o resultado da conta anterior pra juntar pra dar o resultado, e é isso aí deu o resultado 3.500.*

***Pesq.**: Isso, muito bom. Vocês entenderam o raciocínio de A1? A1 já colocou os 315 ali porque 315 corresponde ao número total de cadeiras, não é? Ela obteve multiplicando 21 por 15 (21x15), como vocês todos já fizeram aí, já discutiu, 21 vezes 15 (21x15), número total de cadeiras, menos 35, porque 35 não vão pagar R$10,00 reais, vão pagar a quanto?*

***A1:** R$ 20,00 reais.*

Considerando a transcrição, entendemos que a aluna **A1** apresentou um argumento racional.

Figura 20 - Resposta da Aluna A1 à questão 4



Fonte: Arquivo da pesquisadora

O aluno **A2** não conseguiu montar a expressão aritmética da primeira parte da questão, resolveu por continhas, mas chegou ao resultado correto. Considerando o seu argumento, foi possível perceber que o aluno compreendeu o que a questão pedia. Vejamos:

***Pesq.**: Quem gostaria de explicar como fez?*

***A2:** Posso?*

***Pesq.**: Pode sim*

***A2**: Primeiro eu tinha olhado que era 21 fileiras, 15 cadeiras cada, aí multipliquei por 21 vezes 15 (21x15), que deu 315.*

***Pesq.**: A2 porque você multiplicou 21 vezes 15 (21x15)?*

***A2:** Porque se era pra saber a quantidade de cadeiras que tinha ao todo no teatro, eu multipliquei a quantidade de cadeira pela quantidade que tinha em cada fileira.*

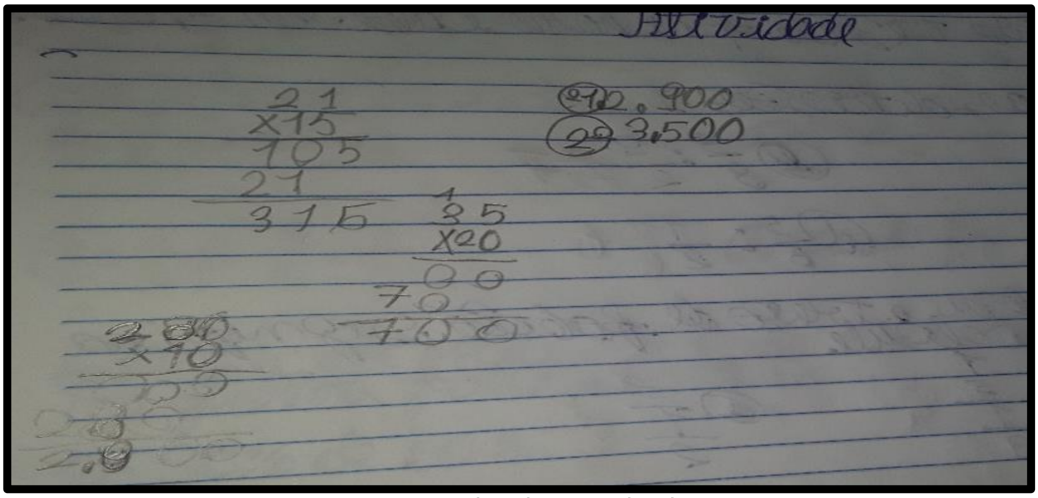
***Pesq.**: Certo, então você fez isso para verificar o total de cadeiras que tem no teatro, não é?*

***A2:** É, porque era pra saber quanto dinheiro tinha rendido de todas as cadeiras, só que como tinha dado 315 mais tinha sido 25 a menos de todas as cadeiras, acabei tendo que diminuir, que tinha dado 290, aí eu multipliquei por 10 porque cada uma valia 10 reais, aí tinha chegado em 2900.*

***Pesq.**: Então o que se rendeu no teatro né, a venda dos ingressos que foi arrecadado foi 2900, não é?*

***A2:** É, na primeira parte.*

Figura 21- Resposta do aluno A2 primeira parte da questão 4



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Na segunda parte da questão, o aluno **A2** conseguiu montar a expressão aritmética e a resolveu corretamente. Ele já havia resolvido a parte 1 e a parte 2 da questão apenas por continhas, no entanto, foi pedido que o mesmo tentasse montar a expressão aritmética e ele conseguiu, embora tenha se equivocado em alguns resultados. Ao tentar novamente, ele conseguiu chegar ao resultado correto da questão. Vejamos:

[...]

***Pesq.**: Alguém fez igual ou diferente e gostaria de explicar porque? A2, A6, A9...*

***A2:** como dessa vez tinha vendido todos os ingressos, pere aí, agora notei uma coisa, que não tinha notado antes, já volto.*

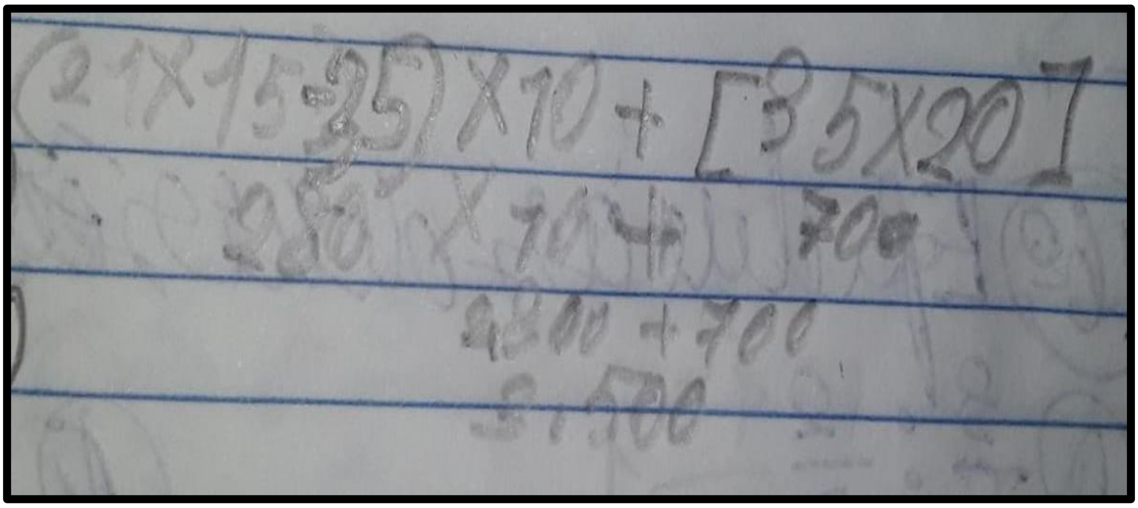
***Pesq.**: Você está notando o que A2?*

***A2:** Que tinha vendido tudo, só que agora me lembrei que tinha ainda usado os dos 2900, só que tirei 10 porque tava dizendo que tinha usado 35 de todo, como ainda tinha usado só 25, como só tinha 25 sem usar, como usaram agora todo, descobri que 25 dessas cadeiras, nesse caso, aumentaram mais 10, aí venderam por 35 dessas cadeiras por R$ 20,00, então eu tinha feito a conta 35* *vezes 20 (35x20) pra saber quanto de dinheiro que eles conseguiram ganhar com essa venda.*

***Pesq.**: Certo*

***A2:** Aí depois eu tinha tirado 10 dos 290, que tinha tirado mais 10 das cadeiras, aí eu acabei somando tudo.*

Figura 22 – Resposta do Aluno A2 à segunda parte da questão 4



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Percebemos que o aluno **A2** identificou onde errou e consertou sua questão. Ele constrói um argumento racional.

A aluna **A6** tentou montar a expressão aritmética, mas não conseguiu e errou em contas.

***Pesq.**: A6 gostaria de explicar?*

***A6:** eu tava olhando aqui, percebi um erro, aí não gostaria de falar porque percebi agora um erro.*

***Pesq.**: E qual foi o erro que você teve A6?*

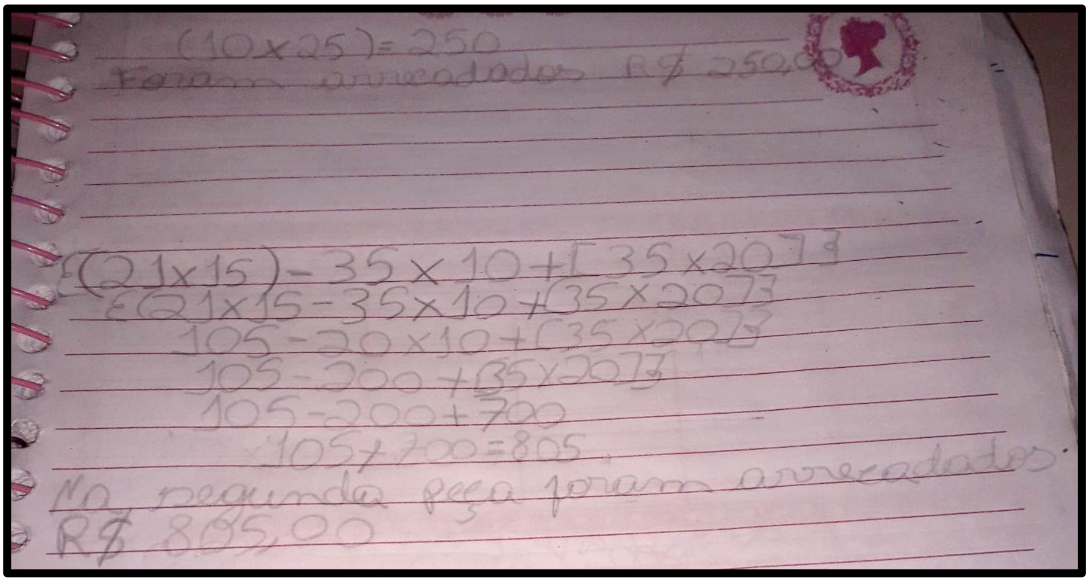
***A6:** Foi assim, é que fiz a conta, na pressa eu peguei os 21 vezes 15 (21x15) que era pra dar 315 e na verdade eu coloquei os 105, aí foi isso.*

***Pesq.**: Ah, mas o resto você fez igual?*

***A6:** Eu acho que também errei o resto.*

***Pesq.**: Você quase acerta, acho que foi a pressa...*

Figura 23 – Resposta refeita da aluna A6 à segunda parte da questão



Fonte: Arquivo da pesquisadora

A aluna **A6** percebeu que errou e tentou concertar o erro, seus argumentos são racionais.

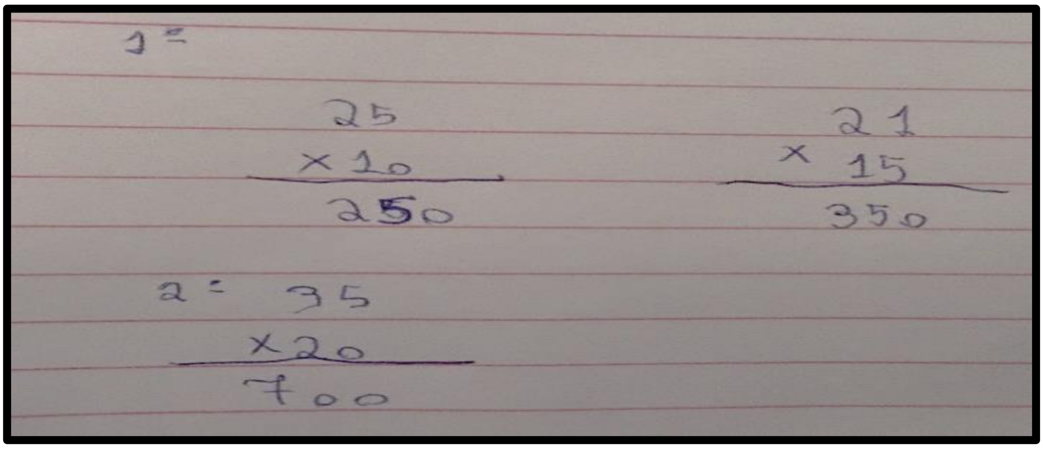
A aluna **A9** resolveu a questão por continhas, não conseguiu montar a expressão aritmética e não sabemos se compreendeu a questão, pois a mesma não quis argumentar como havia feito a questão, dizendo ser tímida.

Pesq.*: A9 quer falar, quer explicar como você fez?*

A9: *Não professora, estou de boa aqui, não sei explicar não como fiz.*

Pesq.: *Certo, aí você vai prestando atenção, e em outro momento você fala.*

Figura 24 – Resposta da Aluna A9



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Somente a aluna **A9,** dentre todos os alunos**,** não argumentou. Tendo em vista os demais alunos, podemos observar que apresentam argumentos racionais. Eles fazem uso das quatro operações na resolução do problema, reconhecem onde errou e consertam os erros.

Abaixo vamos apresentar os argumentos dos 3 alunos relativos à primeira parte da questão por meio do Modelo de Toulmin (2006).

Argumento da aluna A1:

A1: Primeiramente eu tinha que descobrir a quantidade de cadeiras né, como a senhora falou, aí fui lá peguei lá, 21 vezes 15 (21x15) porque era 21 fileiras e 15 cadeiras em cada uma, aí fui lá, depois eu percebi, que como tava dizendo lá, 25 pessoas não tinham comparecido lá, 25 ingressos a menos da capacidade total, então fui lá entre parênteses, resolvendo os parênteses eu diminuir menos 25, aí depois fechou o parênteses lá, como cada ingresso era 10 reais eu fui lá e multipliquei vezes 10, aí no caso deu 2900.

DADO:

Dado que **(...)** era 21 fileiras e 15 cadeiras em cada uma, 25 pessoas não tinham comparecido lá, 25 ingressos a menos da capacidade total, (...) cada ingresso era 10 reais.

CONCLUSÃO: *Então* deu 2900

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Peguei 21 vezes15
- ✓ Diminui menos 25
- ✓ Multipliquei vezes 10

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos da multiplicação, divisão, soma e subtração.

Argumento do aluno A2:

A2: Primeiro eu tinha olhado que era 21 fileiras, 15 cadeiras cada, aí multipliquei por 21 vezes 15 (21x15), que deu 315.
A2: É porque era pra saber quanto dinheiro tinha rendido de todas as cadeiras, só que como tinha dado 315, mas tinha sido 25 a menos de todas as cadeiras, acabei tendo que diminuir, que tinha dado 290, aí eu multipliquei por 10 porque cada uma valia 10 reais, aí tinha chegado em 2900.

DADO:

Dado que tinha olhado que era 21 fileiras, 15 cadeiras cada (...). Tinha sido 25 a menos de todas as cadeiras. (...) porque cada um ((ingresso)) valia 10 reais.

CONCLUSÃO: *Então*, tinha chegado em 2900

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Multipliquei 21 vezes 15, que deu 315.
- ✓ Diminui ((315 – 25)), que tinha dado 290.
- ✓ Multipliquei por 10.

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos da multiplicação, divisão, soma e subtração

Argumento da aluna A6:

A6: Foi assim, é que fiz a conta na pressa, eu peguei os 21 vezes 15 ((21x15)) que era pra dar 305 e na verdade eu coloquei os 105, aí foi isso.

DADO: ((Implícito))

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Multipliquei 21x15

CONHECIMENTO DE BASE:

Multiplicação.

Abaixo vamos apresentar os argumentos dos 3 alunos da segunda parte da questão por meio do Modelo de Toulmin (2006).

Argumento da aluna A1:

A1: Abrindo aqui uma ressalva, eu tava com um pouco de dúvida nessa aqui, não vou mentir, tava com pouco de dificuldade pra responder essa aqui, mas eu comecei assim, eu fui lá peguei o total de cadeiras, como o negócio foi lotado lá, eu fui lá peguei o total de cadeiras e diminui menos 35 pra ver só quais que dariam 10 reais. Aí fui lá peguei essa aí, depois fechei os parênteses, 315 menos 35 ((315-35)), fechei o primeiro parêntese, depois eu coloquei vezes 10 que esse valor aí seria aquele que pagaram só 10 reais por ingresso, aí depois eu fechei, aí não lembro o nome, reticências, acho que é um negócio assim.
A1: Aí depois que fiz a multiplicação por 10 fechei as chaves, aí depois fui lá coloquei o sinalzinho de mais (+) de adição que era pra depois eu juntar os dois resultados, aí logo na frente , eu coloco 35 vezes 20 e esse aí era porque 35

pessoas pagaram por 20 reais pelo ingresso, ou seja fui lá peguei 35 pessoas multipliquei vezes 20 ((35x20)) pra dar o resultado, aí esse sinal de mais (+) é porque eu ia pegar o resultado do 35 vezes 20 e o resultado da conta anterior pra juntar pra dar o resultado, e é isso aí deu o resultado 3.500.

DADO: ((Implícito))

CONCLUSÃO: *Então*, deu 3.500

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que

- ✓ Peguei o total de cadeiras e diminui menos 35 pra ver só quais que dariam 10 reais.
- ✓ depois eu coloquei vezes 10, que esse valor aí seria aquele que pagaram só 10 reais por ingresso.
- ✓ depois fui lá coloquei o sinalzinho de mais (+) de adição que era pra depois eu juntar os dois resultados.
- ✓ aí logo na frente, eu coloco 35 vezes 20 e esse aí era porque 35 pessoas pagaram por 20 reais pelo ingresso.
- ✓ aí esse sinal de mais (+) é porque eu ia pegar o resultado do 35 vezes 20 e o resultado da conta anterior pra juntar pra dar o resultado.

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos de multiplicação, divisão, soma e subtração.

Vale ressaltar que, cada garantia de inferência da aluna traz em si mesma uma justificativa. Os procedimentos tomados que justificam a conclusão vem em si justificados.

Argumento do aluno A2:

A2: Que tinha vendido tudo, só que agora me lembrei que tinha ainda usado os dos 2900, só que tirei 10 porque tava dizendo que tinha usado 35 de todo. Como ainda tinha usado só 25, como só tinha 25 sem usar, como usaram agora todo, descobri que 25 dessas cadeiras, nesse caso aumentaram mais 10, aí venderam por 35 dessas cadeiras por R$ 20,00 então eu tinha feito a conta 35 vezes 20 (35x20) pra saber quanto de dinheiro que eles conseguiram ganhar com essa venda.
A2: Aí depois eu tinha tirado 10 dos 290 que tinha tirado mais 10 das cadeiras, aí eu acabei somando tudo.

DADO: ((Implícito))

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ (...) a conta 35 x 20
- ✓ (...) tirado 10 de 290
- ✓ Soma tudo

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos de multiplicação, divisão, soma e subtração.

A aluna **A6** cometeu um equívoco ao resolver a segunda parte da questão.

Passemos, agora, à análise da questão 5, a qual é retomada abaixo:

Questão 5- Uma sala de aula tem 4 fileiras com 7 cadeiras cada uma e 2 fileiras com 6 cadeiras cada uma. Se 45 alunos vão ocupar a sala, quantas cadeiras a mais devem ser colocadas?

Na aplicação dessa questão contávamos com 4 alunos na sala de aula virtual. Todos conseguiram resolver, mas somente 3 conseguiram argumentar, devido a timidez da aluna **A9**. Portanto vamos apresentar a análise dos argumentos de 3 alunos (A1, A2 e A6) que puderam permanecer até o final da aula e explicar o raciocínio utilizado para a resolução da questão.

A resposta da aluna **A9** não está correta. Ela resolveu por meio de continhas e errou as mesmas. Não pudemos saber se ela havia compreendido a questão, pois ela não argumentou, apesar da insistência da pesquisadora. Percebemos que os demais alunos tinham compreendido a questão, montaram a expressão, mas fizeram a conta de cabeça para encontrar quantas cadeiras deveriam ser colocadas na sala de aula. Eles não perceberam que tinham que colocar o número 45 no início da expressão aritmética, uns colocaram no final dando um resultado negativo (ver ANEXO IX).

Vejamos a fala da aluna **A1**:

> ***A1**: Primeiro eu fui lá percebi, eram 4 fileiras com 7 cadeiras, então fui lá primeiro botei um parêntese 4 vezes 7, depois fechei os parênteses coloquei um sinalzinho pra adicionar, aí eu peguei o 4 vezes 6, era o que? 2 fileiras com 6 cadeiras, aí depois fui lá fechei lá as chaves, aí depois eu coloquei pra adicionar o mais 5, porque nesse resultado deu 40, só que era 45 alunos que ia sentar ali, no caso precisaria de mais 5 cadeiras, aí deu 45.*
>
> ***Pesq.**: Muito bem, legal! Agora vou fazer a mesma perguntinha, de onde é que você tirou o 5?*

> ***A1**: O 5 é o que no caso é o que precisava pra chegar no resultado 45, no caso seria mais 5 cadeiras.*
>
> ***Pesq**.: Então, você tá fazendo um raciocínio, se eu tenho 40, pra chegar a 45 eu preciso de mais 5 não é?*
>
> ***A1**: Sim*
>
> ***Pesq.**: Você tá fazendo uma continha em sua cabeça, antes de colocar no papel, que continha é essa que você fez?*
>
> ***A1**: Adição?*
>
> ***Pesq**.: Será que foi uma adição? De 40 pra chegar a 45 eu preciso de mais 5, muito bem, nesse caso seria uma adição, mas como você chegou a esse 5, na verdade você não está subtraindo, 45 menos 40?*
>
> ***A1**: Pode repetir, por favor?*
>
> ***Pesq**.: Você percebeu que você chegou a 40 ali não foi?*
>
> ***A1**: Sim*
>
> ***Pesq**.: Mas você precisava chegar a 45 não é? Você tem 40, mas 40 não são suficientes, você tem que chegar a 45, aí de 40 pra 45 você precisa de mais 5 não é?*
>
> ***A1**: sim*
>
> ***Pesq**.: Mas na verdade que continha você fez na sua cabeça, você fez 45 menos 40, não é verdade ou não?*
>
> ***A1**: No caso eu peguei 40 pra adicionar 5, foi uma adição de 40 mais 5, eu não fiz 45 pra tirar 40*
>
> ***Pesq**.: E como foi que você chegou aos 5?*
>
> ***A1**: Eu pensei, eu tenho 40 pra chegar a 45 preciso de mais 5*
>
> ***Pesq.**: Então você fez assim como se você tivesse uma reta, você está em 40 não é, aí você tem que andar 1,2,3, 4,5 pra chegar a 45 não é?*
>
> ***A1**: É*
>
> ***Pesq.**: então você está em uma situação menor e precisa chegar a uma maior, não é?*
>
> ***A1**: Isso*
>
> ***Pesq.**: Nesse caso você fez uma adição, é, tudo bem, mas assim, esses 5 aí surgiu de uma conta feita em sua cabeça, como é que a gente poderia colocar essa conta no papel? Eu entendi a conta que você fez em sua cabeça, tá perfeito, A6 também, tá certo, não se preocupem com isso tá tudo certo. Agora como é que a gente poderia colocar isso aí no papel pra chegar esse 5, tá entendendo? Eita que a professora tá querendo demais, será? Não tem sentido o que a professora tá pedindo (Risos).*

Podemos perceber na fala da aluna que ela entendeu como se resolvia a questão, e tentou montar a expressão aritmética, mas não visualizou onde colocar o 45 em tal expressão, fazendo a conta mentalmente para chegar ao resultado que faltava. Seu argumento tende ao racional, pois parte de uma lógica matemática; todavia, houve dificuldade em montar a expressão corretamente, ou seja, ela não conseguiu sistematizar adequadamente essa operação na expressão. Vejamos.

Partindo da ideia de que a sala de aula deveria ter 45 alunos e a quantidade de carteiras era inferior ao total de alunos, a expressão adequada ao problema envolveria subtrair do número total de alunos o número total de carteiras. Assim, teríamos:

$$45 - [(4X7) + (2X6)]$$
$$= 45 - [28 + 12]$$
$$= 45 - 40$$
$$= 5$$

Ou seja, o número carteiras que faltavam na sala de aula era 5.

A aluna **A1**, entretanto, não soube como colocar o 45 na expressão. Desse modo, ela montou a seguinte estrutura: [(4X7) + (2X6)]. Esta, uma vez resolvida, resultou em 40. Para chegar aos 45, a aluna considerou que somaria 5 aos 40, ou seja, o resultado final não resultaria da sua expressão e sim de uma conta que teria feito mentalmente, além da expressão. Tendo em vista tal resposta, a pesquisadora perguntou como ela chegou ao número 5 (de onde é que você tirou o 5?), o que ela prontamente respondeu como sendo por meio de uma conta de adição, ou seja, para chegar aos 45, ele adicionaria 5 aos 40. O 5 seria resultado de um acréscimo gradual de unidades ao 40. Assim, ela não expressou a percepção de que o 5 seria obtido por meio de uma subtração. Nesse sentido, entendemos que a dificuldade da aluna em montar a expressão, residiu sobretudo na sua percepção de subtração e relação dessa operação com a adição.

O aluno **A2,** por sua vez**,** de início se equivocou ao resolver a questão, confundiu-se em relação as fileiras, mas, percebeu seu erro e refez a questão. Vejamos:

> ***A2****: Eu olhei primeiro de como a sala tinha 4 fileiras normalmente com 7 cadeiras, mas tinha 2 na metade das fileiras que tinha 6, então como era duas, 6x2=12 e nas outras que tinha sete, 7x2=14, aí pra saber todas as cadeiras que tinha, 14+12 que deu 26, aí pra saber o quanto faltava pra chegar em 45 eu subtrai 45 menos 26 (45-26=21) que tinha dado 21.*

***Pesq.**: Eu entendi, você colocou isso na forma de expressão?*

***A2:** Sim*

***Pesq.**: Tá, deixa eu repetir seu raciocínio. A sala de aula tem 7 fileiras...*

***A2:** Não tinha 4!*

***Pesq**.: Desculpa! (Risos). Já vai eu explicar falando errado. A sala de aula tinha 4 fileiras e mais 2 fileiras, não é? Só que 4 fileiras tinham 7 cadeiras e 2 fileiras 6, seguindo o que você falou, você multiplicou 2 vezes 6 (2x6) não é?*

***A2:** Oh pere, tinha 2 fileiras a mais, eu achei que era só as 4*

***Pesq.**: Como? Você pode dizer...*

***A2:** É que é o seguinte, tinha 4 fileiras com 7 cadeiras e mais 2 com 6, eu achei que era 2 fileiras com 7 e 2 com 6, achei que era tudo as mesmas quatro fileiras*

***Pesq.**: É isso que eu tava dizendo, porque que ele multiplicou o 7 vezes 2 (7x2), não foi? Você colocou o sete vezes duas (7x2), você quer refazer com relação a isso?*

***A2:** Vou aqui refazer a conta.*

O aluno **A2** refez as contas (ver Figura 64), mas com dificuldade semelhante à da aluna **A1,** adicionou o 45 ao final da equação: *[(4X7) + (2X6)] – 45*, gerando um resultado negativo que, para ele mesmo, ficava sem sentido. Apesar das dificuldades em montar a expressão, consideramos que a justificativa que elaborou para chegar ao resultado tende o racional.

A aluna **A6,** da mesma forma que **A1** e **A2** iniciou a expressão corretamente e, para saber o resultado de quantas cadeiras deveria adicionar na sala de aula, fez a continha mentalmente, não sabendo representar na forma de expressão aritmética. Vejamos seus argumentos:

***A6**: Sim. Bom eu peguei o 4 vezes 7 que dá 28 (4x7=28), aí depois eu peguei o 6 vezes 2 que dá 12, aí somei deu 40 e pra ter mais cadeira tinha que ter mais 5 cadeiras pra caber no total de alunos que é 45.*

***Pesq**.: Muito bem. E como foi que você chegou a esse total de 5?*

***A6**: Eu coloquei o 40 mais o 5 que deu 45, eu somei mais o 5*

***Pesq.**: Não, você subtraiu não foi?*

***A6**: É subtrair, que deu 5?*

***Pesq.**: Porque você não colocou o 45 na expressão A6?*

***A6**: Pronto então vou refazer e vou colocar viu?*

***Pesq**.: Não.... Antes de você refazer, pense onde você colocaria o 45 na expressão.*

***A6**: Depois de fazer a subtração*

A aluna **A6** também não conseguiu colocar o 45 na expressão aritmética,

Abaixo, vamos apresentar os argumentos dos 3 alunos por meio do Modelo de Toulmin (2006).

Argumento da aluna A1:

A1: Primeiro eu fui lá percebi, eram 4 fileiras com 7 cadeiras, então fui lá primeiro botei um parêntese 4 vezes 7 depois fechei os parênteses coloquei um sinalzinho pra adicionar, aí eu peguei o 4 vezes 6 era o que 2 fileiras com 6 cadeiras, aí depois fui lá fechei lá as chaves aí depois eu coloquei pra adicionar o mais 5, porque nesse resultado deu 40, só que era 45 alunos que ia sentar ali, no caso precisaria de mais 5 cadeiras, aí deu 45.

DADO: *Dado que* eram 4 fileiras com 7 cadeiras, 2 fileiras com 6 cadeiras.

CONCLUSÃO: *Então***,** no caso precisaria de mais 5 cadeiras

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Multipliquei 4 x 7
- ✓ Multipliquei 4 x 6
- ✓ Somei mais 5

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos de multiplicação, divisão, soma e subtração.

Argumento do aluno A2:

A2: Eu olhei primeiro de como a sala tinha 4 fileiras normalmente com 7 cadeiras, mas tinha 2 na metade das fileiras que tinha 6, então como era duas, 6x2=12 e nas outras que tinha sete, 7x2=14, aí pra saber todas as cadeiras que tinha, 14+12 que deu 26, aí pra saber o quanto faltava pra chegar em 45 eu subtrair 45 menos 26 (45-26=21) que tinha dado 21.

DADO: *Dado que,* tinha 4 fileiras normalmente com 7 cadeiras, 2 na metade das fileiras que tinha 6.

CONCLUSÃO: *Então,* tinha dado 21

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Multipliquei 6 x 2= 12
- ✓ Multipliquei 7 x 2 = 14

- ✓ Somei 14 + 10 = 26
- ✓ Subtrair 45 – 26 = 21

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos de multiplicação, divisão, soma e subtração.

Vale ressaltar que, como vimos, **A2** refez seus cálculos, após verificar seus equívocos.

Argumento da aluna A6:

A6: Sim. Bom eu peguei o 4 vezes 7 que dá 28 (4x7=28), aí depois eu peguei o 6 vezes 2 que dá 12, aí somei deu 40 e pra ter mais cadeira tinha que ter mais 5 cadeiras pra caber no total de alunos que é 45.
A6: Eu coloquei o 40 mais o 5 que deu 45, eu somei mais o 5
A6: É subtrair, que deu 5?

DADO: (Implícito)

CONCLUSÃO: *Então***,** (...) tinha que ter mais 5 cadeiras pra caber no total de alunos (...)

GARANTIA DE INFERÊNCIA:

Já que:

- ✓ Peguei 4 x 7 = 28
- ✓ Peguei 6 x 2 = 12
- ✓ Somei deu 40
- ✓ Somei 40 + 5 = 45

CONHECIMENTO DE BASE:

Com base nos conhecimentos de multiplicação, divisão, soma e subtração.

Podemos perceber ao término desse terceiro encontro, que os alunos tiveram mais facilidade de montar uma expressão a partir de uma questão contextualizada. Todavia, apresentaram certa dificuldade em montar a expressão aritmética que requeria clareza na percepção da subtração como operação inversa à adição. Apesar disso, eles afirmaram que estavam ficando já acostumados com o tipo de questão que aplicamos em nossa pesquisa, em que tinham que pensar pra depois resolver, tornando mais “fácil” a compreensão da matemática.

Levando em conta todo o processo de coleta de dados, ou seja, os três encontros, pudemos verificar que, inicialmente, os argumentos orais e as respostas escritas dos alunos indicaram que eles conseguiam resolver as expressões aritméticas prontas, no nível considerado em nossa pesquisa, mas tinham muitas dificuldades em montar uma expressão a partir de questões contextualizadas, o que nos fez inferir que eles não haviam ainda resolvido questões do tipo que aplicamos, envolvendo uma situação cotidiana. Isso nos foi confirmado posteriormente em conversas com o professor da disciplina. Pudemos perceber que eles estavam acostumados a resolver as expressões prontas, como ocorreu com a expressão que foi deixada para que eles resolvessem em casa. Eles demonstraram também que sabiam de regras fundamentais para resolução de expressões aritméticas, mas muitas vezes não compreendem o porquê e a finalidade delas. Os argumentos elaborados por eles foram racionais, mas também houve os naturais.

A utilização dos modelos de argumentação nos fez perceber os raciocínios dos alunos ao tempo em que instigou suas percepções acerca das próprias ideias, erros e acertos, favorecendo assim um processo de metacognição. Isso contribuiu para que no terceiro encontro as dificuldades verificadas inicialmente houvessem se reduzido, a ponto de eles mesmo afirmarem já estar “acostumados” com “esse tipo de questão”. Assim, acreditamos que se os professores investirem em questões que tratem de situações cotidianas, demandando a argumentação dos alunos, a aprendizagem matemática será facilitada e os procedimentos matemáticos melhor compreendidos, o que pode ser expresso na qualidade dos argumentos dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa que desenvolvemos teve por objetivo analisar as características estruturais e de conteúdo dos argumentos elaborados por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental durante a resolução de problemas envolvendo Expressões Aritméticas. Diante de tal objetivo, apresentamos a alunos deste nível de ensino, de uma escola pública de uma cidade do interior da Bahia, quatro questões contextualizadas e duas descontextualizadas. Os alunos foram solicitados a resolver tais questões e apresentarem oralmente suas justificativas para as respostas elaboradas à pesquisadora e aos colegas, o que gerava um movimento interativo - discursivo entre eles, durante os 3 encontros em que as questões foram aplicadas.

Tendo em vista as discussões, identificamos nas resoluções dos problemas propostos e nas explanações orais e escritas dos alunos, os tipos de argumentos que eles utilizaram com base nas categorias propostas por Sales (2010), e elementos característicos do Padrão de Argumento de Toulmin (2006). Os argumentos elaborados pelos alunos tendiam ao racional, ancorando-se nos conhecimentos sistematizados da matemática, mas encontramos também argumentos naturais. Com relação ao modelo de Toulmin, a maioria dos argumentos apresentou os elementos básicos, tais como dados, conclusão e garantias de inferência, estando os conhecimentos de base implícitos. Os dados em algumas situações também se encontravam implícitos. Os argumentos naturais apresentavam garantias de inferência frágeis, relacionando as categorias de Sales com o Modelo de Argumento de Toulmin, pudemos verificar tal associação.

Os argumentos dos alunos confirmaram que eles tinham conhecimento de regras e convenções que ancoravam os procedimentos para a resolução de expressões, mas não sabiam o porquê delas. Assim, os resultados produzidos indicaram a habilidade da maioria dos alunos com as operações matemáticas requeridas nas questões e a compreensão, com alguns obstáculos, do contexto de cada uma delas, mas dificuldades em expressar tais questões por meio de expressões, apesar da capacidade de resolvê-las quando descontextualizadas.

Questões contextualizadas favorecem o desenvolvimento de um raciocínio crítico nos alunos, no entanto, questões prontas, descontextualizadas, auxiliam na memorização e repetição de fórmulas.

Não foi surpresa para nós eles terem mais facilidade na resolução das questões descontextualizadas, pois o ensino de matemática na Educação Básica contribui pra que isso ocorra. Como já mencionamos, trata-se, na maioria das vezes, de um ensino memorístico, pautado na memorização e repetição de fórmulas e procedimentos. A argumentação em matemática pode contribuir para romper com o ensino mecânico e a pesquisa que desenvolvemos mostrou como o investimento nesta prática discursiva favoreceu o processo de aprendizagem dos alunos, por demandar um raciocínio metacognitivo. As questões contextualizadas que propomos fomentou uma discussão que possibilitou aos alunos a compreensão de certas regras matemáticas, que eles conheciam, mas não compreendiam; uma melhor compreensão do contexto da questão; a passagem da linguagem natural para a matemática e, portanto, a percepção da relação entre essas duas formas de “registro”.

Logo, este estudo colabora para que os professores e pesquisadores tenham mais elementos para refletirem sobre estratégias e metodologias didáticas que favoreçam a aprendizagem dos alunos com relação ao conteúdo aqui abordado.

REFERÊNCIAS

AGUILAR JÚNIOR, C.A.; NASSER, L. Analisando justificativas e argumentação matemática de alunos do ensino fundamental. **VIDYA**, Santa Maria v. 32, n. 2, p.133-147, jul./dez., 2012.

AGUILAR JÚNIOR, C. A.; NASSER, L. Estudo sobre a Visão do Professor em Relação à Argumentação e Prova Matemática na Escola. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.28, n.50, p. 1012-1031, dez. 2014.

ALMEIDA, W. N. C.; MALHEIRO, J. M. S. A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática. **Alexandria**: Revista de educação em Ciências e Tecnologia, Florianópolis, v.11, n. 2, p. 57-83, nov. 2018.

ATTIE, J.P. **Argumentação no ensino de Matemática**. Anais do III Seminário Internacional de Estudos em Discurso e Argumentação. p. 2259-2268. São Cristóvão, 2016.

ARRAIS, U.B. **Expressões aritméticas: Crenças, concepções e competências no entendimento do professor Polivalente**. 2006. 178 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo, PUC, São Paulo, 2006.

AZAMBUJA, M.T. **O uso do Cotidiano para o Ensino de Matemática em uma Escola de Caçapava do Sul**. 2013. 32 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Exatas) - Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul.

BALACHEFF, N. **Processus de preuve et situations de validation**. Educational Studies in Mathematics, n. 18, p. 147-176, 1987.

BALACHEFF, N. – **Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège**. Thèse d'état. Grenoble: Université Joseph Fourier, 1988.

BOA VIDA, A. M. R. *et al*. **A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1º e 2º ciclos do ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação, 2008. Disponível em:https://www.academia.edu/20946694/A_experiencia_matematica_no_Ensino_Basico_Programa_de_Formacao_Continuada_em_Matematica_para_Professores_dos_1_o_e_2_o_Ciclos_do_Ensino_Basico. Acesso em: 7 fevereiro de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão; Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017.

BARREIROS, A. Aritmética. 2018. Disponível em: querobolsa.com.br/enem/matematica/aritmetica acesso em 14 de abril de 2022.
CALDATO, J.; UTSUMI, M. C.; NASSER, L. Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores. **Revista Triângulo**, Uberaba - MG, v. 10, n. 2, p. 74–93, 2018. DOI: 10.18554/rt.v10i2.2583. Disponível em: https://seer.uftm.edu.br/revistaeletronica/index.php/revistatriangulo/article/view/2583. Acesso em: 22 ago. 2022.

Caldato, J.; Aguilar Júnior, C. A. (2020). Argumentação e Prova em Matemática: uma análise dos itens públicos do PISA 2012. ***Revista Baiana De Educação Matemática***, *1*, e202021. https://doi.org/10.47207/rbem.v1i.10321

CORREIA, J. C.C. **Argumentação, prova e demonstração: uma investigação sobre as concepções de ingressantes no curso de licenciatura em Matemática**. 2018. 219 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

COSTA, M.B.L. **Argumentação no processo de ensino e aprendizagem de Expressões aritméticas nos livros didáticos.** 2019. 30 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão.

CURADO, E. B. F. **O movimento Sofista e o ensino da Areté**. 2010. 121 p. Tese (Doutorado em educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiás – 2010.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1991.

CHEVALLARD, Y. **L'analise de pratiques enseignantes em théorie antropologique du didactique**. Recherches em Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage – Editions, v.19, n. 2, p. 221-265, 1999.

CHIZZOTTI, A. A Pesquisa qualitativa em Ciências Humanas e Sociais: Evolução e Desafios. **Revista Portuguesa de Educação**, v,16, n.2, p. 221-236, 2003.

DANTAS, C.; RODRIGUES, C. C. Estratégias metacognitivas como intervenção psicopedagógica para o desenvolvimento do automonitoramento**. Revista Psicopedagogia**. v.30, n. 93, São Paulo, 2013.

EL-JAICK, A. P. O discurso é um grande soberano: O poder da linguagem e um elogio aos sofistas. **Revista Ética e Filosofia Política**. n. XIX, vol. II, dezembro 2016.

FERREIRA, N. S. de A. **As pesquisas denominadas "Estado da arte".** Educação & Sociedade, ano XXIII, n. 79, agosto,2002.

FERREIRA, A. R. **Expressões Numéricas que fazem sentido**. Nova Escola, Edição 271, 01 de abril, 2014.

FREITAS, H. S. **Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental**. 2014. 111 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2014.

FREITAS, T. S. **A lógica da argumentação Jurídica no pensamento de Chaim Perelman: reflexos na interpretação do direito**. São Paulo: Malheiros, 2005.

FINO, C. N. **Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas**. In Revista Portuguesa de Educação, vol. 14, nº 2, pp. 273-291, 2001.

FUNARI, P.P. **Grécia e Roma**. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

GARCIA-MILA, M. *et al*. **The Effect of Argumentative Task Goal on the Quality of Argumentative Discourse**. Science Education, v.97, n.4, p. 497-523, 2013.

GIL, P.D.B. **A história da matemática no fomento de uma cultura de argumentação em sala de aula**. 2012. 736 p. Tese (Doutorado em Ciências da Educação) - Universidade do Minho, Instituto de Educação, 2012.

KOCH, S.H. da S.; PASSERINO, L. M. **Aprender a aprender: Evidenciando o processo metacognitivo para construção de uma aprendizagem consciente.** XIII Seminário Internacional de Educação. Novo Hamburgo, RS. 2013.

LEITÃO, S. Argumentação e Desenvolvimento do Pensamento Reflexivo. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, 20 (3), 454-462, 2007.

LIMA, M. A. **A Retórica em Aristóteles: Da orientação das Paixões ao aprimoramento da Eupraxia**. IFRN, p. 140, Natal, 2011.

LIMA, P. J. dos S.; SILVA, M. G. L. da.; NORONHA, C. A. Estratégias metacognitivas na resolução de problemas verbais de matemática no ensino fundamental. **AmazRECM**. v.14 (29). Especial Metacognição, p. 125-142, Jan-Jun 2018.

LIN, P. O. O desenvolvimento da argumentação matemática por estudantes de uma turma do ensino fundamental. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 43, n.3, p. 1171-1192, jul./set.2018.

LÜDKE, M.; ANDRE, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2018.

MACHADO, J. N.; CUNHA, M. O. **Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MALHEIRO, J. M. S. **Panorama da educação fundamental e média no Brasil: o modelo da aprendizagem baseada em problemas como experiência na**

prática docente.2005. 197 p. Dissertação (Mestrado em Educação, Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

MATHEUS, A. dos R. **Argumentação e prova na matemática escolar**. 2016. 146 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, São Paulo, 2016.

MEDEIROS. E.F. de.; SILVA. M, G. L. da.; LOCATELLI. S. W**.** A argumentação e o potencial metacognitivo de uma atividade experimental baseada na POA (Previsão – Observação – Argumentação). **AmazRECM**. v.14(29), p. 27-42, 2018

MELLO, T. A. **Argumentação e metacognição na solução de problemas aritméticos de divisão**. 2008. 366 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Campinas - Campinas, SP, 2008.

MENEZES, W. A. **Faces e usos da argumentação**. In: MARI, H., MACHADO, I. L.; MELLO, R (Org.). Análise do discurso: fundamentos e práticas. Belo Horizonte: FALE/UFMG, p. 179-199, 2001.

NASCIMENTO, J. S. **O Entimema na Arte Retórica de Aristóteles: sua estrutura lógica e sua relação com o páthos e o éthos**. 2014. 79 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Filosofia) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, SE, 2014.

NASCIMENTO, S. S; VIEIRA, R. D. **A argumentação em sala de aula de física: limites e possibilidades de aplicação do padrão de Toulmin**. In: NASCIMENTO, S. S; PLANTIN, C. (Org.). Argumentação e ensino de Ciências. v. 1, p. 17-37, 2009.

NUNES, Á. Argumentação e Retórica. **Revista Crítica**, [s.l.], 04 jul. 2015. Disponível em: https://criticanarede.com/anunesargumentacaoeretorica.html. Acesso em: 26 agosto 2021.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOUD, S.A**.** O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em Matemática. **Educação Matemática**, São Paulo, v.15, n.2, p.487-512, 2013.

OLÉRON, P. **A argumentação**. Lisboa: Publicações Europa – América, 1983.

OLIVEIRA, H. S. J. de.; OLIVEIRA, R. J. de. Retórica e argumentação: contribuições para a educação escolar. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v.34, n.70, p. 197-212, Jul./ago. 2018.

OLIVEIRA, A.; TELES, L.; CÉSAR, M. As Duas Faces da Lua: uma outra visão da Matemática. **Actas do Profmat**, Viseu: APM, 2002.

OLIVEIRA, F. S; CRUZ, M. C. P; SILVA, A. C. T. Desenvolvimento da argumentação em uma sequência de ensino investigativa sobre termoelétrica. **Quím. Nova esc**. – São Paulo, v. 42, n.2, p. 186-201, maio 2020.

OLIVEIRA, M. G. de. **A questão do relativismo na teoria da argumentação de Stephen Toulmin**. 2017. 115 p. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Faculdade de Letras, Universidade de Coimbra, 2017.

PARMEGIANI, R. **Contextualizando o Ensino das Expressões numéricas no Ensino Fundamental**. Relato de Experiência. Congresso Nacional de Educação Matemática. Universidade de Caxias do Sul, junho 2011.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2006.

PERELMAN, C. **O Império Retórico – retórica e argumentação**. Rio Tinto: Edições Asa. 1993.

REBOUL, O. **Introdução à retórica**. Trav, Ivone Castilho Benedetto. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

REGINALDO, B. K. S. **Argumentação em atividades investigativas na sala de aula de Matemática**. 2012. 155 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MF, 2012.

RIBEIRO, C. Metacognição: Um apoio ao Processo de Aprendizagem. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, 16 (1), p.109-116, 2003.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. da. **Práticas de discussão em sala de aula de Matemática: os casos de dois professores**. Bolema, Rio Claro (SP), v.32, n.61, p.398-418, ago. 2018.

ROSA, C. A. S. **Expressões Aritméticas: Dificuldades encontradas entre alunos ingressantes no primeiro ano do ensino médio da Escola Técnica Guaracy Silveira.** 2020. 60 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Práticas Educacionais em Ciências e Pluralidade) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, São Paulo.

ROSALE, A.R. **Argumentação e prova matemática na Educação Básica**. 2017. 133 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

SALES, A. **Práticas Argumentativas no Estudo da Geometria por Acadêmicos de Licenciatura em Matemática**. 2010. 243p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande/MS, 2010.

SALES, A.; PAIS, L.C. **Da Argumentação para a Demonstração: Análise de um Processo**. Perspectivas da Educação Matemática, Campo Grande, MS, v. 4, n. 7, p. 63-79, jan./jun., 2010.

SALES, A. **Argumentação e Raciocínio: uma revisão teórica**. Nova Andradina: Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, 2011.

SALES, A; PAIS, L. C. A Argumentação no Estudo da Geometria Euclidiana por Acadêmicos de Licenciatura em Matemática. In: XIII **Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife/PE. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática-XIII CIAEM.** Recife/PE: Brascolar Gráfica e Editora Ltda, 2011.

SALES, A.; PAIS, L. C. A argumentação nas atividades de Geometria desenvolvidas por acadêmicos de um curso de Licenciatura em Matemática. **Revista da Faculdade de Educação**, 2010.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S.; SANTOS SAAD, N. A metacognição e estratégias metacognitivas no processo de ensino e aprendizagem da matemática. **Revista Valore**, v. 6, p. 23-39, 2021.

SERGIPE, Governo do Estado. Decreto 40560, de 16/03/2020. Disponível em www.legisweb.com.br/legislacao/?id=390773 acesso em 22 de agosto de 2021

SILVA, E.R. da. O desenvolvimento do senso crítico no exercício de identificação e escolha de argumentos. Universidade de Taubaté. **Rev. Brasileira de Linguística Aplicada**, v.3, n.1, p. 57-184, 2003.

SILVA, A. C. T. **Contribuições da Experimentação para a Evolução Conceitual no Ensino de Química**. 2000. 184 p. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2000.

TOULMIN, S. **Os usos do argumento**. 2.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

TOULMIN, S. (1958). **Os Usos do Argumento**. Tradução de Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VAN EEMEREN, F. H.; GROOTENDORST, R. **Developments in Argumentation Theory**. University of Amsterdam, 2004.

VAN EEMEREN, F. H.; GROOTENDORST, R. **A Systematic Theory of Argumentation**. The pragma-dialectical approach. Cambridge: Cambridge University Press. p. 1-9, 2004.

VELASCO, P. D N. Sobre a Crítica Toulminiana ao Padrão Analítica – dedutivo de Argumento. **Cognitio**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 281-292, jul,/dez. 2009.

VINCENT, J.; CHICK, H.; MACCRAE, B. Argumentation profile charts as tools for analysing studentes argumentations. In H. L. CHICK; J. L. VINCENT (Eds.) **Proceedings of the 29 th Conference of the International Group for the Psycholgy of Mathematics education** (v. 4, p. 281-288). Melborne:PME, 2005.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in Society**: The Development of Higher Psychological

Processes. Cambridge MA: Harvard University Press, 1978.

VIGOTSKI, L.S. Linguagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKI, L.S.; LURIA, A.R.; LEONTIEV, A.N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 6. ed. São Paulo: EDUSP, 1998. p. 103-117.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. (J. L. Camargo, Trad.). 3ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

ANEXOS I

Quadro 2: Transcrição do Encontro 1

Tempo	Transcrição das Falas	Comentários Textuais
09:00		Os alunos começam a entrar na sala virtual do Google meet.
09:05		A pesquisadora se apresenta e informa como serão desenvolvidas as atividades e aplicação das questões.
09:06		O professor titular da turma se apresenta e cumprimenta os alunos.
09:07		A pesquisadora disponibiliza o link para os alunos terem acesso às questões no Google forms e informa que eles têm 15 minutos para resolução. Os alunos começam acessar às questões. Ocorrem conversas paralelas dos alunos. Alguns não estavam conseguindo ter acesso às questões. Muitos problemas com a internet. Os alunos estavam com dificuldades em enviar a foto de suas questões resolvidas. Todos em silêncio. Os alunos respondem à questão Alguns alunos começam a enviar a foto da questão resolvida e outros pedem mais um tempinho.
09:24		A pesquisadora concede um pouco mais de tempo para resolução da questão.
09:29		A pesquisadora verifica se todos já responderam e enviaram a resposta no Google Forms. Alguns alunos pedem para ela que explique novamente a questão. A pesquisadora explica a questão. Alunos perguntam se as questões chegaram à pesquisadora.

		A pesquisadora aguarda os alunos resolverem. Os alunos sinalizam que terminaram. Mais um aluno entra na sala, pois estava com problemas de internet. A pesquisadora explica a questão para o aluno que entrou atrasado e dá mais um tempinho pra que ele responda. Conversas sobre alunos que queriam participar da aula e não puderam por problemas com a internet. Conversas sobre alunos que enviaram foto via google forms e via WhatsApp. A pesquisadora compartilha a tela para alunos que não conseguiram acessar às questões por problemas no e-mail
09:40 09:41	**Pesq**.: Quando terminarem avisem. **Alunos:** Terminei, terminei, eu também... **Pesq.**: Quem gostaria de explicar como fez, como chegou ao resultado da questão? **A1**: Eu posso começar? **Pesq**.: Pode sim! **A1**: Bem, como eu comecei foi simples, eu só peguei assim o resultado, fui lá coloquei o resultado em mente, eu fui lá, percebi né, como tinham sido 6 baldes de 10 litros, eu já multipliquei lá 6 vezes 10, 60. Depois eu fui lá vi o outro que eram vasilhinhas lá que era de 4 litros, que esqueci agora a coisa, aí fui lá multipliquei os dois, usei a multiplicação, depois juntei os dois resultados, depois eu subtrai, aí depois eu fui lá, e de novo eu fiquei lá olhando né, o balde cabe 10 litros e aquele potezinho cabe 4, aí eu só fui lá fiz uma divisão simples, assim de cabeça mesmo, que era um número arredondado, facinho (fácil), e foi isso, aí deu o resultado, 4 baldes e uma vasilha. **Pesq**.: Certo. E qual foi seu resultado A1? **A1**: Foram 4 baldes e 1 vasilha, que faltava pra retirar a água por completo.	
09:43	**Pesq.**: Humm. E o resultado final, quanto foi? **A1**: 4 baldes e 1 vasilha, foi o que falei, que faltava pra terminar o coisa.	
09:44 09:45	**Pesq.**: Humm. Vamos lá... **A2**: (((interrompendo a professora)) Péra aí. Não era a quantidade de litros que tinha sobrado? **A1**: Era pra adivinhar quantos litros tinha sobrado?	

	A2: É	
	Pesq.: É, quantos litros tinham sobrado?	
09: 47	**A1**: Nossa! pensava que era pra adivinhar quanto que faltava pra tirar!!	
	Pesq.: Naaaão! É mais simples até, não é? Risos	
	A1: Nossa! Não tou acreditando!	
	Pesq.: Veja, um tanque tinha 120 litros de água. Foram retirados 6 baldes de 10 litros, não é? E 6 vasilhames com capacidade para 4 litros cada um. Então, a pergunta foi: Considerando que todos os baldes e vasilhames estavam completamente cheios, quantos litros de água restaram no tanque? Então A1, você pode completar agora.	
09:50	**A1**: 44 litros sobrando ainda.	
	Pesq.: Ficaram restando 44? Como foi que você chegou a esse resultado?	
	A1: Como eu disse né. Eu tinha visto lá, fiz a multiplicação de quantos baldes foram tirados e também as vasilhinhas, juntei tudo e depois subtrai pelo resultado original, que era 120, aí deu 44.	
	Pesq.: 120 menos quanto?	
	A1: Menos 84	
	Pesq.: Menos 84 e deu 44?	
	A1: Hu rum...	
	Pesq.: Certo. **A2** você que já estava perguntando sobre isso, como foi que você fez? Fez como A1 fez também?	
09:59	**A2**: Foi assim olhe, como tinha 6 baldes de 10 litros , eu já vi que era 60, aí tinha os vasilhames, que eram 6 vasilhames de 4 litros, aí eu ia fazer uma conta de adição, aí eu me lembrei que era mais simples contar, que 5 quatros vezes dava 20,((5, 10, 15, 20 conta nas falanges da mão fechada)), aí só era acrescentar mais 4, aí depois eu calculei 60 mais 24, aí depois eu peguei esse número do resultado e diminui com 120.	
10:00	**Pesq.**: E deu quanto?	
10:02	**A2**: Deu 36.	
10: 05	**Pesq**.: Certo, muito bem, deu 36. Achei interessante que você fez uma coisinha assim, quando você foi 6 baldes, não, 6 vasilhames de 4 litros, aí você fez uma continha de um jeitinho um pouco diferente, você explica de novo?	
	A2: Oh é, que aquilo foi o seguinte, é um negócio que eu faço, que com os dedos vai cinco, dez, quinze e vinte, aí tipo é quase uma tabuada, vai de cinco em cinco.	
10:09	**Pesq**.: Ah, você foi de cinco em cinco e depois acrescentou quatro.	
	A2: Aí quando chegou na parte do quatro, eu acrescentei mais quatro, já que era seis vezes.	
	Pesq.: Seis vezes quatro, aí você colocou, cinco vezes quatro e depois adicionou quatro, foi isso?	
	A2: Foi	

	Pesq.: Muito bom, interessante, e o seu deu 36 não é? Quem mais gostaria de falar?	A pesquisadora chama pelo nome dos alunos e pergunta quem quer falar...Todos em silêncio!!
	Pesq.: Eita gente! Ninguém quer falar?	
	A6: Eu gostaria de falar então, já que ninguém quer falar!	
	Pesq.: Pode falar, já ia te chamar mesmo, (risos)	
	Pesq.: Como é que você fez A6 essa questão?	
	A6: Bom, eu peguei o 120 diminui menos 6, aí depois eu botei 10 menos 6, que deu outro resultado, aí depois eu somei mais 6, aí depois diminui menos 4, aí deu 24.	
10:18	**Pesq**.: Sobraram 24 litros então?	
	A6: É	
10:20	**Pesq**.: Mas porque, será que você pode dizer, porque fez essas subtrações todas? Aliás, você pegou 120 e subtraiu 6 é isso?	
	A6: Isso	
	Pesq.: Porque você retirou 120 de 6? De 120 você retirou 6?	
	A6: Porque lá tava dizendo que tinha um tanque que tinha 120 litros, aí depois diz que foram retirados 6 baldes, aí eu subtrai.	
	Pesq.: Ah! Você tirou 6 baldes. Mas esses baldes...	
10:25	**A6**: Isso	
10:26	**Pesq.:** Ah, certo, aí você tirou 6 de 120, porque foram 6 baldes, né?	
	A6:Isso	
	Pesq.: Certo, mas quando você retira algo do tanque, você tá retirando do tanque na verdade o que?	
	A6: Água?	
	Pesq.: Água, muito bem, e esses 6 baldes, quanto de água eles tinham?	
	A6: 10 litros cada um	
	Pesq.: Cada um, mas você retirou 6, então quanto de água você retirou?	
	A6: 24?	
	Pesq.: É? O que você acha?	
	A6: Eu acho que é 36, mas eu tou entre 24 e 36.	
	Pesq.: Certo, entendi, ok. Vá pensando aí um pouquinho. Você tá retirando água ou você tá retirando baldes do tanque? Retirando água ou retirando baldes?	
10:31	**A6**: Água	
10:31	**Pesq**.: Água por meio do?	
	A6: Baldes	
10:32	**Pesq.**: Por meio do balde né, então você tem que pensar, quanto de água você retira do tanque. Tá entendendo? Mas, você está no caminho.	
	A6: Tá bom, eu vou pensar aqui, fazer umas contas na minha cabeça aqui, tá bom, depois eu falo o resultado.	
10: 35	**Pesq**.: Certo, você pode até colocar no papel e depois você fala.	
	A1: Sr.ª **Pesq**.	
	Pesq.: Sim?	

10:37	**A1**:É porque eu também tava aqui fazendo de outro jeito, eu refiz a conta, e percebi que tinha me enganado, com o quatrozinho aqui do meio da conta. Aí o que eu faço, tenho que remandar o negócio ou continua assim mesmo? **Pesq**.: Não você pode ir falando, que a gente tá gravando. Ou envie por Whatzapp. **A1**: Ah, tá. **Pesq**.: Mas qual foi o seu erro? O que você acha que fez errado A1?	
10:40	**A1**: Foi no negócio aqui que era, na hora da subtração do 120 com 84, porque o que eu confundi foi o 4, porque em vez do 4 estar em cima, era o zero que tava em cima, então teria que fazer outro negócio, teria que puxar o 2, entendeu? Aí eu confundi, aí se o 4 tivesse em cima continuaria 4, mas não, era pra ter puxado do 2, ia ficar lá, ia ficar 10, aí sim eu tiraria por 4, entendeu? Foi um erro meu, que confundi aqui o número. **Pesq**.: Certo, mas você acha que o seu jeito de raciocinar tá certo? Você se confundiu apenas na hora da subtração, não é? **A1**: Aram **Pesq**.: Pronto, seu resultado agora deu quanto? **A1**: 36 **Pesq.:** 36, considerou A1 e A2. Alguém mais gostaria de falar?	
10:43	**Pesq**.:A3? **A1**: Ela tinha saído	
10:45	**Pesq**.: ((Verifica alunos que falaram e os que não falaram)).	[...]Conversas paralelas sobre a saída de A3.
10:47		Pesq.: Chama o aluno A5, mas verifica que a conexão da internet dele caiu, e ele não se encontra mais na sala de aula virtual. Professores da turma explicam que o aluno A5 mora numa região da zona rural, onde o acesso à internet é complicado.
10:49	**Pesq**.: E A4? Gostaria de falar? **Pesq.**: Quem mais gostaria de falar como chegou ao resultado? **Pesq**.: Pode falar A4 como você chegou ao resultado? **Pesq**.: A4 seu microfone está desligado. **Pesq**.: Pronto, pode falar. **A4**: Bem, primeiro, eu comecei a raciocinar bem sobre como ia fazer a conta, daí eu fiz uma conta de 120 menos, perai, perai que tenho que fazer um negócio rapidinho. Tá dando um erro aqui. **A4**: Pronto, voltei!	A4 liga o microfone.
10:51	**Pesq**.: Ah sim, pode falar! **A4:** Bom, como eu ia dizendo, eu fiz uma conta de 120 menos 84, que deu 36.	

	Pesq.: E como é que você fez essa conta? Como é que você chegou ao 36? **A4**: Eu comecei, tipo assim, pela quantidade de baldes e pela quantidade de água, depois eu fiz a conta e vi que deu 36 e eu concluir que deu a resposta 36. **Pesq**.: Ok.	
10:54	**Pesq**.: A6 você quer falar alguma coisa? **A6**: Sim, eu fiz agora a conta e deu 46 **Pesq**.: 46, como é que você fez essa conta A6? **A6**: Bom, eu peguei o 120, aí depois eu multipliquei 6 vezes 10 que dá 60, e diminui que deu 60, aí eu multipliquei, 6 vezes 4 que deu 24, aí eu diminui 60 menos 24 que deu 46.	
10:56	**Pesq.:** Muito bem, ok. É, vocês concordam com o raciocínio de A6? As outras pessoas, o que vocês acham? Já que a gente está no final dessa parte, né. Vocês concordam? A2, A1, A3. **A1**: Perdão, que eu não tinha entendido direito a fala dela **Pesq**.: Pode falar A6. **A6**:Eu gostaria de saber que horas vai acabar, porque a prova do projeto de vida o professor deu até 11:40 pra enviar a prova.	
10:58	**Pesq**.: Ah meu Deus, já está perto de terminar. Bem pertinho, vamos pra outra questão. Mas iremos andar mais rápido agora.	
	Pesq.: Vocês concordam com o resultado? E qual foi o resultado? **A1**: Sim concordo, foi 36 **A2**: Concordo, 36.	Professora da turma informa que falará com o professor pra prolongar o tempo da prova. A pesquisadora agradece à professora!
11:00	**Pesq**.: A6 você só teve um errinho apenas na conta de subtração final, mas seu raciocínio, está bacana. **A6:** Ah, 46 menos 4, né? **Pesq**. 120 menos 84, que dá 36. **A6**: Ah, entendi. **Pesq**.: Mas, você entendeu que o que sai do tanque é água não é balde, né? Por isso, que não dava certo você tirar 6 de 120, porque dava a impressão que você tinha retirado 6 litros e na verdade você retirou 6 baldes de 10 litros, que dá 60, né? E seis vasilhames de quatro litros que dá 24. **Pesq**.: Vamos lá pra próxima.	
11:04	**Pesq**.: Na questão seguinte vocês teriam que marcar a opção ou opções que expressam o raciocínio de vocês, quais foram a que vocês marcaram e porquê? **A2**: A minha foi a D **A1**: A minha também foi a D **Pesq.:** Certo, porque? **A2**: Porque parece com a conta que eu fiz **A1**: É bem parecida com a minha também, deu quase igual, no caso foi igual. **Pesq.**: Alguém marcou a C?	

	A2: Então a resposta era C?	
11:07	**Pesq**.: Não, a D está correta, mas alguém marcou a letra C?	
	Pesq.: A2 você pode explicar porque que foi a D?	
11:09	**A2**:Porque parecia mais com minha questão, porque como normalmente resolve primeiro os parênteses, tá aí 6 vezes 10 igual 60, 6 vezes 4 igual a 24, aí depois foi tudo menos o 120, mas também tem a conta de mais, que era somando os dois entre os parênteses, foi mais ou menos assim que fiz	
	Pesq.: Certo, então você já tem essa ideia de que resolve primeiro o que está dentro dos parênteses, não é?	
	A2: Mas, não é assim?	
11:12	**Pesq**.: Sim, sim, eu sou estou querendo que fique explicito. Veja A2, só tem uma coisinha um pouquinho diferente do que você fez, não é? Porque você não somou 6 vezes 4 desse jeito, não é, sua forma de multiplicação foi um pouquinho diferente né, você somou 5 vezes 4 e depois ...	
	A2: Eu só somei 5 vezes 4 e acrescentei mais 4, pra resolver de um pouquinho mais fácil a forma de 6 vezes 4.	
	Pesq.: Isso mesmo, ótimo, você resolveu desse jeitinho que você considerou mais fácil, mas é isso mesmo. Vamos lá. Alguém respondeu a letra C?	
11:15	**A6**: Eu marquei na D e na F	
	Pesq.: Na D e na F?	
	A6: Sim, isso na D e na F	
	Pesq.: Porque? Pode explicar?	
	A1: É pra explicar eu ou A6?	
	Pesq.: Pode começar	
11:18	**A1:** Certo, voltando aí nesses negócios dos parênteses. Eu fiz exatamente como tava aí, eu resolvi primeiro esse negócio dos parênteses, lá o 6 vezes 10 e o 6 vezes 4, depois eu somei esses dois, depois eu subtrai com o 120 como tá escrito aí, certinho, bonitinho, foi por isso.	
	Pesq.: Perfeito.	
	Pesq.: A6 você marcou a F? Não foi?	
	A6: A D e a F	
	Pesq.: A D e a F, você acha que a F também está certa?	
	A6: Sim, eu acho	
	Pesq.: Porque?	
11:21	**A6**: Porque a gente já pegava o 120 ia somar o 10 vezes 6, que dá 60, ia diminuir, depois ia fazer multiplicação de 6 vezes 4, que vai dar 24, aí diminuir e dar o resultado.	
	Pesq.: Lembra que tem os colchetes? Então primeiro resolveríamos dentro dos colchetes, resolve os parênteses, colchetes, pra depois subtrair o resultado de 120, não é isso?	
	A6: Isso	
	Pesq.: Foi assim que você fez? Foi assim?	

11:26	**A6**: Mas eu acho que é a D que está correta, eu também marquei a D, só que eu pensava que era pra marcar mais de uma, porque tava dizendo lá.	
	Pesq.: Não, você está certa, pode marcar mais de uma opção. Explique porque você marcou a D também.	
	A6: O jeito de fazer, que eu fiz igualzinho aqui	
	Pesq.: Certo! Aí você observa que a letra D o que está mudando é a soma e na F temos uma subtração	
	A6: É então eu acho que é a D	
	Pesq.: Porque?	
	A6: É a D. Não vai dar o mesmo resultado porque seria pra somar	
	Pesq.: Isso, a F iria subtrair, então o resultado não daria o mesmo que na letra D, não é? Então, qual você considera correta, D ou F?	
	A6: Eu acho que a F	
	Pesq.: A F porquê?	
	A6: Porquê no final diminuiu. Porque se na letra D fosse pra somar daria 84.	
11:28	**Pesq**.: Então, mas seguindo o raciocínio da questão anterior, a gente tinha um tanque com 120 litros de água, deles foram retirados 10 baldes com 6 litros	
	Pesq.: Seguindo o raciocino da questão, que foram retirados do tanque 6 vezes 10 e 6 vezes 4.	
	A6: Então a certa é a D, que está somando e vai dar 84	
	Pesq.: Isso mesmo, a letra F não daria 84 porque é subtração.	
	Pesq.: Alguém marcou a letra C? Vocês acham que a letra C estaria correta também?	
	A1: Eu acho que não	
	A2: Eu também acho que não	
	Pesq.: Porquê?	
	A1: Porque ali, em vez de estar, porque tá assim, 10 mais 4	
	A2: Seria 14 vezes 6, 14 seis vezes menos 120	
	A1: É, aí não daria certo que nem a letra D	
	Pesq.: E quanto é 14 seis vezes A2?	
11:32	**A2**: Sim, ué, porque ali tá entre os parênteses, 10 mais 4, é 14, aí 6 vezes, aí depois o resultado dá menos 120	
	P1: Então, e com é que ficaria essa conta? Quanto é 14 vezes 6?	
	A2: Não acabei de explicar?	
	Pesq.: Risos, o resultado?	
	A2: Oh, o resultado eu não sei, não calculei o 14 seis vezes.	
	Pesq.: Então coloca 14 vezes 6, pra ver quanto dá!!	
	A6: Dá 84	
11: 38	**Pesq**.: Isso, aqui (mostra na tela do computador, compartilhando a tela) ou a gente poderia tá fazendo os parênteses primeiro...	
	A2: 84 menos 120	

	Pesq.: Isso, vai ficar 120 menos 84 que daria o mesmo resultado da letra D, não é isso? **A1**: Nossa, genial!!! **Pesq.** Perceberam? **A1**: Hamra **A6**: Sim **Pesq**.: Não daria a mesma coisa, o mesmo resultado? Porque aqui (mostra na tela do computador, compartilhando a tela com os alunos) ou vocês resolvem logo aqui, o 10 mais 4, que fica 14 e depois multiplica por 6, que dá 84, depois fica 120 menos 84, que resulta em 36. Ou poderia fazer a distributiva, que ficaria 6 vezes 10, mais 6 vezes 4, que daria a mesma coisa também dessa outra (aponta pra letra D). **Pesq**.: Vocês já viram a propriedade distributiva ou lembram? **A1**: Por nome assim eu não lembro não. **A6**: Eu também não **Pesq**.: Certo, mas é como havia falado, 6 vezes 10 mais 6 vezes 4 na letra D é resultante do que está na letra C, porque o que está fora dos parênteses vai multiplicar por tudo que está dentro dos parênteses, não é? Então vai ser 6 vezes 10 mais 6 vezes 4, ou seis vezes 14, que é 10 mais 4, entendeu A2?	
11:45	**A2**: Porque pelo que o professor falou, tinha dito: primeiro resolve os parênteses, depois vai a de vezes e pôr fim a de mais e menos, que tinha uma ordem lá, que ele explicou. **Pesq**.: Isso, está correto. **A2**: Potenciação, radiciação, vezes, divisão, mais e menos. **Pesq**.: Isso, e se você resolve dentro dos parênteses, vai ficar ... **A2:** O professor ainda tá aqui (refere-se ao professor de matemática da turma)? **Prof**.: Estou aqui, A2. Você falou tudo certinho, só interpretou errado, mas falou tudo, exatamente, o que eu havia dito rapidamente. Você resolveu os parênteses (10+4) depois não ficou a multiplicação? Então você está indo bem, só falta só amarrar umas coisinhas, que é com o tempo, risos, tá beleza é isso. **Pesq.:** Exatamente, o seu cálculo está certo, o que está chamando a atenção dele, é que inicialmente ele não tinha percebido que 14 vezes 6 vai dar justamente igual a outra conta 6 vezes 10 mais 6 vezes 4, aí entra a distributiva. Mas você viu que daria o mesmo resultado e você faria corretamente seguindo também como você fez, corretamente, seguindo essa ideia, somar dentro, tirar os parênteses pra depois multiplicar, é correto, e vai dar o mesmo resultado. Falei rápido demais?	
11:50	**A2**: Não deu pra ouvir	

12:00 12:15	**Pesq**.: Deu pra ouvir, não é? Eu posso pedir então, pra que vocês observem a letra E, se ela está correta ou errada? **A1**: A letra E ou F que não entendi? **Pesq**.: Desculpe, a letra E. **A2**: Letra E **Pesq**.: A F a gente já discutiu **A2**: Acho que deve tá **A6**: Eu também acho que essa deve estar correta **Pesq.**: Por quê? **A2**: Eu acho não, tenho certeza **Pesq.**: Mas podem explicar, porque acham que está correta? **A2**: 6 vezes 4 dá 24, 6 vezes 10 dá 60, aí diminui o 60 com 120 e depois o que sobrou diminui com os 24, o outro parêntese tá pra fora dos colchetes, isso é colchete. **Pesq**.: Isso mesmo. Mais alguém? [...] Silêncio **Pesq.**: Então essa aqui (mostra na tela do computador) vai ficar como A2 acabou de falar, como aqui tem os colchetes, aí resolve o que está dentro né, vamos resolver seis vezes 10 que vai dar 60, aí fica 120 menos 60, aí depois resolve esse aqui, 6 vezes 4 que dá 24. Subtraindo dá o resultado que é 36. De qualquer forma, na letra E, vocês estão subtraindo 24 de 60, não é? Repare que 120 menos 60, que são 6 vezes 10 dão 60 não é A6? Então ali, dentro desses colchetes, vocês estão, na verdade, retirando os 6 baldes de 10 litros dos 120 que o tanque tem, não é? Não foi assim que fez, tirou 6 baldes de 10 litros? **A6:** Sim **Pesq**.: Então, por meio dos 6 baldes foram retirados, 60 litros, é a primeira operação que está ocorrendo dentro do colchete, 6 vezes 10 dentro dos parênteses, que são os 6 baldes de 10 litros, retirados de 120 que é o volume total do tanque. Aí, depois que você tem o resultado disso, você subtrai, você retira ainda 6 vezes 4, que são os 6 vasilhames de 4 litros, então de qualquer forma está se fazendo aí, ... **A1**: É só que foi feito por partes **Pesq**.: Exatamente, só vai dar certo realmente se obedecer, fazer tudo que está dentro do colchete, pra depois resolver o que está fora, não é? Repare que o que muda da letra E pra letra F na estrutura, observe aí o que que muda? **A1**: Colchetes? **Pesq.**: Isso, o que dos colchetes? **A1**: Que eles estão meio que ao redor do 120 e o 6 vezes 10 **Pesq.**: Exatamente **A1:** Muda a posição	[...] Os alunos começam a conversar sobre a prova que teriam. [...] Explicação que o professor daria mais tempo pra fazer a prova e que a aula já iria terminar por causa do tempo.

	Pesq.: A posição do colchete, mudou tudo, não mudou? **A1**: Sim, mudou **A6**: Sim, mudou **Pesq.**: A letra F está errada, por causa da posição dos colchetes. Mas, a letra E está correta, por causa dessa posição dos colchetes. Então tem que seguir, aquelas, no caso quando os colchetes aí estão dessa forma, você vai retirar, 60 de 120 e depois 24 desse resultado, e do jeito que está na letra F, você vai tirar 24, 6 vezes 4 é 24, vai subtrair 24 de 60, aí vai dar errado, porque na prática você não tira 24 de 60, você soma 24 com 60 porque tudo isso foi retirado do 120. Deu pra perceber? [...] conversas paralelas sobre o próximo encontro. [...] Agradecimento aos professores e alunos [...] Alunos falam que gostaram das questões e aguardam o próximo encontro. [...} Despedidas Finaliza a aula	

Fonte: Elaborado pela pesquisadora

ANEXO II

Quadro 3 - Transcrição do Encontro 2

Tempo	Transcrição das Falas	Comentários Textuais
9:00		Os alunos começam a entrar na sala virtual do Google Meet. A pesquisadora se apresenta e informa como serão desenvolvidas as atividades e aplicação das questões. A pesquisadora disponibiliza o link para os alunos terem acesso às questões no Google Forms e informa que eles têm 15 minutos para resolução. Os alunos começam acessar às questões. ***Pesq.***: Explica sobre como resolver a questão, pois na aula anterior não era necessário montar a expressão aritmética. Faz a leitura da questão e explica.
9:40	**Pesq.:** *Vamos começar a discussão da segunda questão?* **A1**: *Bora* **Pesq**.: *Analisei as respostas de vocês, A7 você quer começar explicar como fez sua expressão?* **A7**: *Como assim explicar?*	
9:42	**Pesq.**: *Como você conseguiu resolver?* **A7:** *Vendo, lendo e tentando juntar as coisas* **Pesq.**: *Certo, observei sua resposta e percebi que você montou a expressão, seu resultado deu quanto?* **A7:** *59 parcelas* **Pesq.**: *59 o que?* **A7:** *Parcelas* **Pesq.**: *A7 vamos lá novamente, como você conseguiu resolver?* **A7**: *Eu tentei juntar o que aparecia no texto.* **Pesq**.: *Juntar o que aparecia no texto, ok. O que que você foi juntando A7?* **A7**: *Peri ainda, viu.* **Pesq.**: *Certo, estou esperando...* **A7:** *Primeiro eu fiz a conta do que ela ia dar de entrada* **Pesq**.: *Ah, primeiro fez a conta do que ela ia dar de entrada.* **A7**: *Isso* **Pesq**.: *Todo mundo entende o que é entrada quando faz a compra?* **A1**: *Eu não entendi muito bem.*	Conversas paralelas sobre as questões que ainda não havia sido enviada devido à internet está ruim.
10:00	**Pesq.:** *Não entendeu, não é. É assim, quando você vai fazer uma compra, quando o vendedor diz assim "você vai dar*	

10:05 10:10	*uma entrada de tanto", isso significa dizer o que? Alguém sabe?* **A1**: *Ah, dar certa quantia pra depois pagar o resto.* **Pesq.**: *Pagar o restante, exatamente. É assim, você não vai pagar tudo de uma vez só, tá entendendo? Então vamos supor que você comprou, fez uma compra deu R$150,00 reais, aí você dar uma entrada de R$50,00 reais aí sobra quanto?* **A1**: *R$100,00 reais* **Pesq**.: *R$100,00 reais isso significa dizer que você não pagou tudo de uma vez, os R$150,00 não é? Você vai pagar R$50,00 e depois fica restando R$100,00 ainda a pagar, que você pode até parcelar, porque existe dois tipos de compra, uma quando você paga tudo à vista, você paga o valor total da compra, uma outra compra que é parcelada, na compra parcelada você não paga tudo de uma vez, você dar uma parcela, que dizer que você dar apenas uma parte, e essa parte muitas vezes chamada de entrada, "deu uma entrada", é aquela parte que vocês pagam logo, entenderam? A mãe de vocês deve comentar isso com vocês, "eu comprei isso à vista, ou então isso aqui eu comprei parcelado, dei uma primeira parcela, faltam mais duas, faltam mais três", tão entendendo?* **A1**: *sim* **A6**: *sim* **Pesq**.: *Ficou claro, não é? Existe esses dois tipos de compra, aí a vovó Rosa, ela comprou vários presentes de natal, mas A7 entendeu que ela pagou uma parcela, não foi, primeiro?* **A7**: *Isso* **Pesq.:** *De quanto foi essa entrada A7?* **A7**: *De R$ 50,00* **Pesq**.: *R$50,00 reais, então esses R$50,00 reais foi o que ela pagou inicialmente, mas ele coloca aqui, dividiu o saldo restante em duas parcelas, o quer dizer isso?* **A7**: *Que ela parcelou o restante.* **Pesq**.: *Ou seja, ela deu uma entrada e parcelou o restante. Pode continuar como é que você fez essa continha.* **A7**: *É pra falar número por número é?* **Pesq**.: *Do jeito que você achar melhor, faz de conta que você tá explicando pra uma pessoa que não soube fazer a conta, faz de conta que eu não sei fazer, que vários colegas seus não tenha entendido direito, aí você vai explicar.* **A7**: *Mas eu não sei explicar não...* **Pesq**.: *(Risos) Mas, eu acho que você começou bem...* **A7**: *E foi? (Risos)* **Pesq**.: *Foi, começou bem, pode continuando, tente um pouquinho.* **A7**: *Sei lá (Risos).* **Pesq**.: *Pode falar como você fez a expressão, como você montou a expressão.* **A7**: *Peri aí..., pra explicar a expressão todinha?* **Pesq**.: *Vá falando e agente complementa...* **A7:** *Eu não sei não como explicar isso...* **Pesq.**: *Como foi então o início de sua expressão?* **A1**: *Eu ajeitei minha questão e reenviei novamente com uma nova resposta, ok?* **Pesq**.: *Ah porque você entendeu melhor a informação da questão, não é isso?*	

10:15 10:25	**A1***: É que tinha esquecido o fato dela já ter pago os R$50,00 reais, no começo.* **Pesq***.: Enquanto A7 pensa um pouquinho, você quer explicar como você fez A1?* **A1**: *Pode ser! Posso começar?* **Pesq***.: A7 depois volto pra você, pode ser A7?* **A7:** *Vai voltar ainda é? (Risos)* **A3***: Depois pode ser eu?* **Pesq***.: Pode.* **Pesq***.: Vamos ver A1, então.* **A1***: Certo... Bem eu comecei fazendo as multiplicações normais, fui lá peguei o 14, que era 3 bolinhas, se não me engano, aí fiz a multiplicação, 14 por 3, depois fiz de novo lá, a multiplicação 25 por 25, 19 por 4, não 25 por 25 não, é por 2, aí fui lá depois juntei todos, depois eu fui lá fiz o resultado de 168 e dividir por 2, aí depois eu peguei esse resultado, e tirei os 50 e depois deu o resultado.* **Pesq***.: E qual foi o resultado?* **A1***: 34* **Pesq***.: Veja, o que você fez, pelo que eu estou entendendo, tá, é que você falou bem rapidinho, vou repetir o que você falou e se eu repetir errado aí você me concerta tá?* **A1:** *Ai, desculpa, é que estou meio nervosa, aí não sei nem o que falo.* **Pesq.***: Não, não, tá tranquilo, não tem problema. Fique tranquila. Você multiplicou 3 por 14 não foi?* **A1***: Sim* **Pesq***.: Porque, eu não estou entendendo, porque você multiplicou o 3 por 14?* **A1***:Porque as bolinhas, os preços delas eram 14 reais, eram 3 bolinhas, aí eu fui lá e multipliquei.* **Pesq***.: isso, se uma bola custa R$14,00 reais, não é, 3 bolas vão valer quanto, 3 vezes 14, não foi isso que você fez?* **A1**: *Sim* **Pesq***.: Perfeito, ótimo, aí depois você multiplicou 25 por quanto?* **A1***: Por 2.* **Pesq***.: Por 2, porque cada boneca custa 25, e a vovó Rosa comprou 2 bonecas, então 2 vezes 25* **A1***: Isso mesmo* **Pesq***.: O que mais que você fez? Você multiplicou pelo que eu entendi, 4 por 19, não foi?* **A1**: *Sim, foram 4 carrinhos e cada um era R$19,00 reais, eu fui lá, 4 vezes 19.* **Pesq***.: Isso, aí o resultado, depois que você fez essas multiplicações, você fez o quê?* **A1***: Eu somei tudo isso.* **Pesq***.: Perfeito, quando você soma tudo isso, qual é o resultado que dar?* **A1***: Deu 168* **Pesq***.: Então 168, esse valor corresponde a que?* **A1***: Ao valor absoluto das compras da senhora Rosa* **Pesq***.: Isso, então a vovó Rosa, ela fez uma compra e nessa compra ela teria que pagar quanto?* **A1***: 168* **Pesq***.: R$168,00 reais, muito bem, então ela tinha que pagar 168 reais, mas quanto foi que ela pagou logo?* **A1***: Ela foi logo e deu uma entrada de R$50 reais* **Pesq.***: Pronto, aí explique seu raciocínio, como é que você continuou aí?*	

10:30 10:33	**A1**: *Aí eu fui lá e só peguei o resultado de 68, porque, aí pera, agora que percebi Jesus, meu Deus!* **Pesq**.: *Você percebeu o que? (risos)* **A1**: *(risos) agora que percebi, que o negócio deu errado, aí eu fui lá porque era pra dividir em duas parcelas, certo? Duas?* **Pesq**.: *Isso* **A1**:*Aí eu fui lá, peguei os 168 e dividir por 2, aí depois que eu tive o resultado, foi ali, que eu tirei, os R$50 reais.* **Pesq.**: *E como é que você acha que deveria ter feito?* **A1**: *Eu acho que deveria ter tirado o 50 logo depois que eu tive o resultado antes de tipo dividir ele por 2.* **Pesq**.: *Certo, veja, você expressou isso em uma expressão numérica ou fez as continhas separadas?* **A1**:*No caso, eu fiz contas separadas, mas depois eu juntei tudo, de um jeito bem estranho, é o jeito que eu faço (risos)* **Pesq**.: *Você quer tentar fazer uma expressão numérica, a partir disso que você explicou?* **A1**: *Eu não sei muito, acho melhor não, mas pode ser também (risos)* **Pesq.**: *Você faz e reenvia novamente, tá?* **A1:** *Já enviei* **Pesq.**: *Quem pediu pra falar foi A3, não foi? A3 quer explicar como fez?* **A3**: *Sim, primeiro eu expliquei passo a passo, do valor que valia as bonecas, essas coisas assim, depois o valor total que ela gastou.* **Pesq**.: *E qual foi o valor total que deu?* **A3**: *168* **Pesq**.: *168, como você obteve esse 168?* **A3**: *Eu fiz os cálculos* **Pesq**.: *Muito bem que cálculos?* **A3**: *Das bonecas e das coisas que ela comprou.* **Pesq.**: *E que cálculos são esses, qual o nome da operação que você fez?* **A3**: *Nem eu sei do jeito que eu fiz (risos),* **Pesq**.: *Você sabe, uma multiplicação, uma adição, uma subtração, essas coisas...* **A3:** *Aí depois eu coloquei a entrada, o resto da parcela de vezes(x) e de mais (+) e depois eu conseguir dar o valor de 59* **Pesq**.: *Quem mais gostaria de falar como fez?* **A6**: *Eu peguei os números, que foi 14, 25 e 19 e multipliquei por quanto ela comprou os objetos, tipo, ela comprou 3 bolas aí eu multipliquei, 14 vezes 3, que todas essas continhas de multiplicação deu um resultado, depois eu fiz uma continha de adição, que deu 168, quando deu 168 eu peguei e diminuir menos 50 que foi o de entrada que ela pagou, e meu resultado final foi 118.* **Pesq**.: *Foi 118, ou seja, se você, vamos lá, você multiplicou, vou repetir o que você falou pelo que entendi, me corrija se estiver errada, tá? Você multiplicou 3 vezes 14 não foi isso?* **A6**: *Foi, o 25 vezes 2, e o 19 vezes 4* **Pesq**.: *Perfeito, e aí depois você fez o que?* **A6**: *Eu fiz uma continha de adição* **Pesq**.: *Ah, adição, nessa conta de adição você obteve quanto?* **A6**: *168 na adição* **Pesq.**: *Certo, e depois que você fez essa adição esse valor corresponde a que esse 168?*	

10:40 10:50	**A6:** *Eu diminuir fiz a continha de subtração menos 50 que obtive o valor de 118.* **Pesq**.: *Isso A6, muito bem, você tirou os 50 de 168 porque você tirou esses 50 de 168?* **A6**: *Porque ali estava dizendo, que era o dinheiro que ela deu de entrada, aí depois estava perguntando quanto ela ia faltar pra pagar depois.* **Pesq**.: *Isso, aí ela fica faltando pagar depois quanto?* **A6**: *118* **Pesq**.: *Muito bem, 118, você terminou aí? Ou fez mais alguma conta?* **A6:** *Sim, fiz só isso* **Pesq**.: *Eu achei ótimo que você falou, mas tem alguém que gostaria de continuar de onde A6 parou?* **A1:** *Pode ser eu?* **Pesq.**: *A1 você já havia falado não era?* **A1:** *Sim, só que agora eu repetir o negócio (questão) todo.* **Pesq.**: *Eu entendi como você falou, quem gostaria de falar que ainda não falou?* **A6:** *Eu de novo (risos)* **Pesq.**: *Pode continuar A6* **A6**: *Sim, aí depois ia fazer uma continha de divisão, que ia dividir por 2, que ia dar 59?* **Pesq**.: *Certo, você fez essa continha de divisão? Não né?* **A6**: *Não* **Pesq**.: *Você está pensando agora, ótimo, e porque você vai dividir por 2?* **A6**: *Porque faltava depois duas parcelas restante* **Pesq**.: *Ah certo, o saldo, vocês sabem o que é saldo? Saldo é o que sobra, não é? O Saldo foi 118 né, porque 168 é o que ela devia, mas ela só deu 50, aí sobrou o saldo foi 118, mas esse 118 ele foi dividido em quantas parcelas?* **A6**: *Em duas?* **Pesq**.: *Isso, perfeito. E aí você divide por 2 por isso, não é? Porque esse saldo vai ser dividido por duas vezes, aí deu quanto?* **A6**: *59* **Pesq.**: *59, perfeito. Veja, essa continha você não tinha feito ainda, porque você sentiu necessidade de fazê-la agora?* **A6**: *porque eu percebi um errinho que eu tinha feito aqui, que tava falando ali na explicação da questão 2.* **Pesq.**: *Certo!* **Pesq.**: *Quem quer explicar como tinha feito? Mesmo que ache que tinha que ter feito de outra forma, mas o raciocínio que tinha feito...* **A2:** *Pode ser eu?* **Pesq.**: *Pode falar A2* **A2**: *Primeiro como tinha comprado 3 bolas, 2 bonecas e bonecas e 4 carrinhos, aí eu multipliquei pelos valores, multipliquei pelos preços de cada um deles, os 3 carrinhos por 14, as 2 bonecas por 25, aí depois eu juntei todos eles, todos os valores pra saber quanto que custou tudo, aí deu 168, aí como ela já tinha ido pagar R$50,00 reais, ficou 118, aí depois ela dividiu em duas parcelas, era só dividir na metade que deu 59.* **Pesq.**: *muito bem, você conseguiu montar a expressão A2?* **A2**: *Sim* **Pesq.**: *A5 você pode falar como você fez?*	Conversas paralelas entre a pesquisadora e os alunos pra saber quem já havia falado.

10:55	**A5**: *Então eu peguei e somei os presentes primeiro, a bola que cada bola era 14, foi 3 bolas, somei 14 vezes 3, deu 42, aí as bonecas cada uma era 25, ela comprou duas, então somei 25 vezes 2 deu 50, aí os carrinhos, cada carrinho era 19 ela comprou 4, ai eu somei 19 vezes 4 que 76, aí eu somei os valores, aí eu somei 42 mais 50 mais 76 deu 168, aí ela gastou com isso 168, aí eu peguei somei o 168 menos o 50 que ela tinha dado de entrada 50 deu 118, aí ela dividiu pra duas parcelas , aí dividir aqui fiz uma continha 118 dividido por 2, como era 2 parcelas dividir por 2, deu 59.* **Pesq.**: *Tá ótimo. Então você entendeu o conteúdo da questão, não foi A5?* **A5:** *Isso* **Pesq.**: *Entendeu a informação de saldo, porque as vezes o aluno se atrapalha, entender o que é saldo, parcela, aí as vezes comete um errinho, depois que entende melhor, aí ele vai concertando. E assim, quais foram as alterações ... Deixa-me perguntar pra qualquer pessoa: Porque que teve que multiplicar, por exemplo, a quantidade de bolas por 3?* **A1:** *Porque eram 3 bolas* **A2**: *Porque ela comprou 3 bolas e cada uma custava 14* **A6:** *Cada bola custava 14 reais.*	Chama pelos alunos que ainda não argumentaram e pergunta se querem falar. A aluna A9 diz não querer falar pois “não sabe explicar”. A Pesquisadora diz que pode explicar “do seu jeito”, mas a aluna não explica e diz que se “confundiu nas contas” ...
11:00	**Pesq**.: *Aí vocês multiplicaram 3 vezes 14, se vocês não pudessem fazer a multiplicação, como é que vocês chegariam a esse resultado de 42?* **A6**: *Poderia também somar 14 + 14 + 14, três vezes.* **A2**: *14+ 14+14* **Pesq**.: *Pronto, isso, porque a multiplicação eu posso entender então como sendo, que relação tem a multiplicação com a soma?* **A1**: *Porque a multiplicação é um jeito mais fácil, mais prático e rápido de agente fazer uma soma de números um pouco maiores.* **Pesq**.: *Isso, porque é mais fácil fazer 14 vezes 3 do que somar 14 mais 14 mais 14, não é?* **A1**: *Isso mesmo* **Pesq**.: *Certo, muito bom. Então a multiplicação ela pode ser entendida também como uma soma?* **A1**: *Acho que sim* **A2**: *Talvez* **A6**: *Pode* **Pesq**.: *A soma de parcelas iguais ou diferentes?* **A6**: *Iguais?* **A1**: *Parcelas iguais* **Pesq.**: *Ok, vocês acharam melhor resolver essa questão sem montar a expressão?* **A2:** *Eu acho que sim, fiz um monte de conta* **Pesq.**: *Certo, agora a gente gostaria que vocês colocassem na forma de expressão*	Pesq. pede pra que eles montem a expressão e explica que eles podem usar colchetes, chaves...
11:15	**Pesq**.: *A6 gostaria de falar como você fez sua expressão?* **A6**: *Sim* **A6**: *Na minha expressão primeiro eu coloquei as chaves, depois eu coloquei os parênteses, fiz a multiplicação 14 vezes 3 aí depois coloquei o sinal de adição coloquei 25 vezes 2, botei outro sinal de adição e botei 19 vezes 4 e por último botei parênteses e depois a chave, depois na frente coloquei menos 50 que eu diminuir todo aquele valor por*	Conversas dos alunos perguntando se teria que enviar novamente.

11:20 11:25	*menos o 50 e depois coloquei todo aquele valor menos o 50 dividido por 2 que dar 59.* **Pesq**.*: Alguém mais gostaria de falar como montou a expressão?* **A2***: Eu fiz aqui um parêntese aí eu botei as três multiplicações que são 14 vezes 3 mais 25 vezes 2 mais 19 vezes 4, aí botei menos 50 depois dividi por 2.* **Pesq.***: Porque vocês resolvem primeiro a multiplicação antes da adição e subtração? Vocês sabem dizer porquê?* **A2***: O motivo eu não sei, mas sei que tem uma ordem, que primeiro resolve parênteses, colchetes, chaves, aí depois vem a potenciação, radiciação, multiplicação, divisão, adição e subtração, como aí não tem potenciação e nem radiciação, vai a multiplicação.* **Pesq.***: Certo, mas vocês não sabem o porquê, que resolve a primeira multiplicação, nessa expressão aí, agente resolveria as multiplicações e depois a soma, vocês não sabem dizer o porquê?* **A2***: Não* **A1***: Não* **A6***: Não* **Pesq**.*: Vocês acham que é uma regra somente, que deve ser seguido, resolver a multiplicação antes da adição?* **A1***: Tem um porque só que eu não consigo explicar, qual é o porquê, porque por exemplo, nessa conta mesmo se a gente for por exemplo pegar pra fazer primeiro a soma e não a multiplicação vai dar errado, só que eu não sei explicar a regrinha certinha do porque o certo é fazer a multiplicação primeiro.* **Pesq**.*: Certo, a expressão que coloquei pra vocês foi 10+4x5, todos conseguiram resolver essa expressão?* **A2***: Sim* **A1***: Sim* **A6***: Sim* **A3***: Sim* **Pesq**.*: Todos começaram pela multiplicação?* **A2***: É* **A1***: Sim* **A2***: Por causa dessa ordem que existe* **A1***: É, agente foi ensinado, só que não foi ensinado o porquê dela* **A2***: Tem uma razão, eu só não sei qual.* **Pesq**.*: Certo, nessa expressão que a gente tinha que era 10+4x5, a gente começa resolvendo pela multiplicação, 4x5, porque esse 4x5 a gente pode transformar ele em uma adição, em uma soma, vai ficar 5+5+5+5, quatro vezes, não é isso? Então agente transforma em uma soma e fica 10 + 5 + 5 + 5 + 5, o 5 quatro vezes, então a multiplicação gente a transformou em uma adição, só que adição a gente não tem como transformar em uma multiplicação, mas podemos transformar a multiplicação em adição, toda multiplicação podemos transformar em uma adição.* **A2***: Mas não deve dar pra transformar uma divisão numa subtração, mas dar pra transformar uma potenciação em uma multiplicação e uma multiplicação numa adição.* **Pesq.***: Isso mesmo, entendeu. Como a multiplicação na verdade é uma adição de fatores iguais, transforma tudo em adição pra depois fazer essas adições. Lembra que quando eu coloquei assim, cada bola era R$14,00 reais, aí você*	Aluna A6 envia outra resposta depois de entender melhor a questão.

11:50 12:00	*multiplica 3 por 14, não é isso? 3 vezes 14, não foi isso A6, A2, A1 e os outros que fizeram A3, A7, eu perguntei a vocês, se vocês tivessem que fazer sem multiplicação, o que foi que vocês disseram?* **A6***: a gente poderia fazer com a adição também* **Pesq***.: Com a adição, 14 + 14 +14, né, como a multiplicação ela é uma adição de parcelas iguais, aí você transforma, pra não interferir nessa soma de parcelas iguais, você transforma essa multiplicação em soma e depois faria essa soma toda junta. Mas você não vai precisar transformar em soma, você faz a multiplicação primeiro e você tem ali o resultado de uma soma de parcelas iguais, aí você depois junta tudo.* **Pesq***.: Vocês já tinham resolvido expressão numérica partindo de um problema, como esse da vovó Rosa?* **A7***: Eu não* **A6***: Nunca* **Pesq.:** Vocês gostaram dessas questões ou acharam complicadas? **A6**: Eu gostei **A2:** Foi divertido **A7:** Gostei **A1:** Gostei, só que me atrapalhei muito, principalmente porque estou nervosa aí complicou mais ainda. **Pesq.**: É quando se tem um contexto, a gente tem que entender o contexto, tem que entender o que é parcela, saldo, uma coisa simples atrapalha o aluno, aí depois que lembra da compra que a mãe fez e falou, olha essa geladeira comprei em tantas parcelas, dei tanto de entrada, entendeu, que faz parte do dia a dia da gente. **A1:** Eu entendi, até sabia o que era.	Conversas paralelas de agradecimentos à turma.

Fonte: elaborado pela pesquisadora

ANEXO III

Quadro 4 - Transcrição do Encontro 3

Tempo	Transcrição das Falas	Comentários Textuais
8:00		Os alunos começam a entrar na sala virtual do Google Meet. A pesquisadora se apresenta e informa como serão desenvolvidas as atividades e aplicação das questões. A pesquisadora disponibiliza o link para os alunos terem acesso às questões no Google Forms e informa que eles têm 15 minutos para resolução. Os alunos começam acessar às questões. Explicação da questão.
8:30	**Pesq.**: Quem gostaria de explicar como fez? **A2:** Posso **Pesq.**: pode sim ***A2***: Primeiro eu tinha olhado que era 21 fileiras, 15 cadeiras cada, aí multipliquei por 21 vezes 15 (21x15), que deu 315. **Pesq.**: A2 porque você multiplicou 21 vezes 15 (21x15)? **A2:** Porque se era pra saber a quantidade de cadeiras que tinha ao todo no teatro, eu multipliquei a quantidade de cadeira pela quantidade que tinha em cada fileira. **Pesq.**: Certo, então você fez isso para verificar o total de cadeiras que tem no teatro, não é? **A2:** É porque era pra saber quanto dinheiro tinha rendido de todas as cadeiras, só que como tinha dado 315 mais tinha sido 25 a menos de todas as cadeiras, acabei tendo que diminuir, que tinha dado 290, aí eu multipliquei por 10 porque cada uma valia 10 reais, aí tinha chegado em 2900.	
8:35	**Pesq.**: Então o que se rendeu no teatro né, a venda dos ingressos que foi arrecadado foi 2900, não é? **A2:** É, na primeira parte. **Pesq.**: Vamos deixar na primeira parte, pra todo mundo responder a primeira, pode ser? **A2:** viu **Pesq.**: Todo mundo entendeu o que A2 fez? **Pesq.:** Quantas não foram vendidas? **A2*:*** 25 **Pesq.**: Entendeu A9? **Pesq.:** É difícil explicar sem o quadro, o giz... **Pesq.**: A1 montou a expressão, pode explicar como fez? **A1:** Primeiramente eu tinha que descobrir a quantidade de cadeiras né, como a senhora falou, aí fui lá peguei lá, 21 vezes 15 (21x15) porque era 21 fileiras e 15 cadeiras em cada uma, aí fui lá, depois eu percebi, que como tava dizendo lá, 25 pessoas não tinham comparecido lá, 25	

	ingressos a menos da capacidade total, então fui lá entre parênteses, resolvendo os parênteses eu diminuir menos 25, aí depois fechou o parênteses lá, como cada ingresso era 10 reais eu fui lá e multipliquei vezes 10, aí no caso deu 2900	
8:40	**Pesq.**: Ótimo, muito bom.	Compartilha tela e mostra o desenho do teatro, para facilitar o entendimento dos alunos. A pesquisadora juntamente com os alunos conta as fileiras e as cadeiras.
	Pesq.: Todas as cadeiras foram preenchidas? **A1:** Não, é por isso que a gente tinha que tirar as 25, que 25 pessoas do total ali não compareceram. **Pesq.**: Ficaram vazias não é isso? A2 e A1 vocês sentiram necessidade de ver as cadeirinhas para sair somando, contando uma por uma no dedo? **A1:** Não **Pesq.**: Você fez o que, multiplicou logo, não é? Porque se você sabe que tem 21 fileiras e cada fileira tem 15, então você ia somar 15 da primeira, 15 da segunda, 15 da terceira, 15 da quarta..., então são 15, vão se repetindo 21 vezes, então vocês transformaram essa soma em uma multiplicação, foi 21 vezes 15 (21x15), ok? Certo A9, vá pensado aí tá? Vamos pra segunda parte da segunda questão? A2 você sentiu dificuldade em montar a expressão? **A2:** Não	Conversas sobre envio das fotos da questão.
9:00	**Pesq.**: Quem gostaria de começar a explicar como fez essa segunda parte da questão? **A1:** poderia começar? **Pesq**.: Sim, pode. **A1**: Abrindo aqui uma ressalva, eu tava com pouco de dúvida nessa aqui, não vou mentir tava com pouco de dificuldade pra responder essa aqui, mas eu comecei assim, eu fui lá peguei o total de cadeiras, como o negócio foi lotado lá, eu fui lá peguei o total de cadeiras e diminuir menos 35 pra ver só quais que dariam 10 reais. Aí fui lá peguei essa aí, depois fechei os parênteses 315 menos 35 (315-35) fechei o primeiro parêntese, depois eu coloquei vezes 10 que esse valor aí seria aquele que pagaram só 10 reais por ingresso, aí depois eu fechei, aí não lembro o nome, reticências, acho que é um negócio assim. **Pesq.**: As chaves. **A1:** Aí depois que fiz a multiplicação por 10 fechei as chaves, aí depois fui lá coloquei o sinalzinho de mais (+) de adição que era pra depois eu juntar os dois resultados, aí logo na frente , eu coloco 35 vezes 20 e esse aí era porque 35 pessoas pagaram por 20 reais pelo ingresso, ou seja fui lá peguei 35 pessoas multipliquei vezes 20 (35x20) pra dar o resultado, aí esse sinal de mais (+) é porque eu ia pegar o resultado do 35 vezes 20 e o resultado da conta anterior pra juntar pra dar o resultado, e é isso aí deu o resultado 3.500.	
9:10	**Pesq.**: Isso, muito bom, vocês entenderam o raciocínio de A1? A1 já colocou os 315 ali porque 315 corresponde ao	

	número total de cadeiras, não é? Ela obteve multiplicando 21 por 15 (21x15), como vocês todos já fizeram aí, já discutiu, 21 vezes 15 (21x15), número total de cadeiras, menos 35, porque 35 não vão pagar R$10,00 reais, vão pagar a quanto? **A1:** R$ 20,00 reais. **Pesq.:** R$ 20,00 reais, então ela tirou dos 35 e multiplicou por 10 e esses 35 ela vai multiplicar por 20, não é? Porque foram 35 pessoas que pagaram R$ 20,00 reais. Alguém fez igual ou diferente e gostaria de explicar porque? A2, A6, A9... **A2:** como dessa vez tinha vendido todos os ingressos, pere aí, agora notei uma coisa, que não tinha notado antes, já volto.	
9:15	**Pesq.**: Você está notando o que A2? **A2:** Que tinha vendido tudo, só que agora me lembrei que tinha ainda usado os dos 2900 só que tirei 10 porque tava dizendo que tinha usado 35 de todo como ainda tinha usado só 25, como só tinha 25 sem usar como usaram agora todo, descobrir que 25 dessas cadeiras, nesse caso aumentaram mais 10, aí venderam por 35 dessas cadeiras por R$ 20,00 então eu tinha feito a conta 35 vezes 20 (35x20) pra saber quanto de dinheiro que eles conseguiram ganhar com essa venda. **Pesq.**: Certo **A2:** Aí depois eu tinha tirado 10 dos 290 que tinha tirado mais 10 das cadeiras, aí eu acabei somando tudo. **Pesq**.: Muito bem certo, semelhante ao que A1 fez, não é? A6 gostaria de explicar? **A6:** eu tava olhando aqui, percebi um erro, aí não gostaria de falar porque percebi agora um erro. **Pesq.**: E qual foi o erro que você teve A6? **A6:** Foi assim, é que fiz a conta, na pressa eu peguei os 21 vezes 15 (21x15) que era pra dar 305 e na verdade eu coloquei os 105, aí foi isso. **Pesq.**: Ah, mais o resto você fez igual? **A6***:* Eu acho que também errei o resto. **Pesq.**: Você quase acerta, acho que foi a pressa... Vocês gostaram dessa questão? Acharam complicada? **A1:** Eu gostei, achei bem interessante. **Pesq**.: A9 quer falar, quer explicar como você fez?	
9:20	***A9:*** Não professora, estou de boa aqui, não sei explicar não como fiz. **Pesq.**: Certo, aí você vai prestando atenção, e em outro momento você fala. Sentiram dificuldade na questão? **A1:** Eu gostei, senti dificuldade em montar uma expressão pra ela, na primeira foi mais fácil, mas na segunda tive um pouquinho mais de problema, mas depois ajeitei minha cabeça, me acalmei e deu certo.	
		Pesq.: Projeta a questão para os alunos e explica. Dar mais 10 minutos para resolverem a questão. Os alunos enviam a foto da questão.
	Pesq.: Quem gostaria de explicar o raciocínio de como resolveu a questão? **A2:** Eu posso?	

 9:35 9:40 9:45	**Pesq.**: Pode sim A2 **A2**: Eu olhei primeiro de como a sala tinha 4 fileiras normalmente com 7 cadeiras, mas tinha 2 na metade das fileiras que tinha 6, então como era duas, 6x2=12 e nas outras que tinha sete, 7x2=14, aí pra saber todas as cadeiras que tinha, 14+12 que deu 26, aí pra saber o quanto faltava pra chegar em 45 eu subtrair 45 menos 26 (45-26=21) que tinha dado 21. **Pesq.**: Eu entendi, você colocou isso na forma de expressão? **A2:** Sim **Pesq.**: Tá, deixa eu repeti seu raciocínio. A sala de aula tem 7 fileiras... **A2:** Não tinha 4! **Pesq.**: Desculpa! (risos). Já vai eu explicar falando errado. A sala de aula tinha 4 fileiras e mais 2 fileiras, não é? Só que 4 fileiras tinham 7 cadeiras e 2 fileiras 6, seguindo o que você falou, você multiplicou 2 vezes 6 (2x6) não é? **A2:** Oh pere, tinha 2 fileiras a mais, eu achei que era só as 4 **Pesq.**: Como? Você pode dizer... **A2:** É que é o seguinte, tinha 4 fileiras com 7 cadeiras e mais 2 com 6, eu achei que era 2 fileiras com 7 e 2 com 6 achei que era tudo as mesmas quatro fileiras **Pesq.**: É isso que eu tava dizendo, porque que ele multiplicou o 7 vezes 2 (7x2), não foi você colocou o sete vezes duas(7x2), você quer refazer com relação a isso? **A2:** Vou aqui refazer a conta **Pesq.**: Refaça, tudo bem. Outra pessoa, A6 gostaria de explicar? **A6**: Sim. Bom eu peguei o 4 vezes 7 que dar 28 (4x7=28), aí depois eu peguei o 6 vezes 2 que dar 12, aí somei deu 40 e pra ter mais cadeira tinha que ter mais 5 cadeiras pra caber no total de alunos que é 45. **Pesq.**: Muito bem. E como foi que você chegou a esse total de 5? **A6**: Eu coloquei o 40 mais o 5 que deu 45, eu somei mais o 5 **Pesq.**: Não, você subtraiu não foi? **A6**: É subtrair, que deu 5 **Pesq.**: Porque você não colocou o 45 na expressão A6? **A6**: Pronto então vou refazer e vou colocar viu? **Pesq.**: Não! Antes de você refazer, onde você colocaria o 45 na expressão, fale? **A6**: Depois de fazer a subtração **Pesq.**: A2 ou A1 gostariam de falar? **A1**: Eu posso? **Pesq.**: Sim **A1**: Primeiro eu fui lá percebi, eram 4 fileiras com 7 cadeiras, então fui lá primeiro botei um parêntese 4 vezes 7 depois fechei os parênteses coloquei um sinalzinho pra adicionar, aí eu peguei o 4 vezes 6 era o que 2 fileiras com 6 cadeiras aí depois fui lá fechei lá as chaves aí depois eu coloquei pra	 Projeta a tela do computador e mostra a questão de A6 na tela. [...] explicação mostrando a tela aos alunos onde a aluna colocaria os 45 na expressão.

9:50 9:55 10:00	adicionar o mais 5, porque nesse resultado deu 40, só que era 45 alunos que ia sentar ali, no caso precisaria de mais 5 cadeiras, aí deu 45. **Pesq.**: Muito bem, legal! Agora vou fazer a mesma perguntinha, de onde é que você tirou o 5? **A1**: O 5 é o que no caso é o que precisava pra chegar no resultado 45, no caso seria mais 5 cadeiras. **Pesq**.: Então, você tá fazendo um raciocínio, se eu tenho 40 pra chegar a 45 eu preciso de mais 5 não é? **A1**: Sim **Pesq.**: Você tá fazendo uma continha em sua cabeça, antes de colocar no papel, que continha é essa que você fez? **A1**: Adição? **Pesq**.: Será que foi uma adição? De 40 pra chegar a 45 eu preciso de mais 5, muito bem nesse caso seria uma adição, mas como você chegou a esse 5, na verdade você não está subtraindo 45 menos 40? **A1**: Pode repetir por favor? **Pesq.**: Você percebeu que você chegou a 40 ali não foi? **A1**: Sim **Pesq**.: Mas você precisava chegar a 45 não é? Você tem 40, mas 40 não são suficientes, você tem que chegar a 45, aí de 40 pra 45 você precisa de mais 5 não é? **A1**: sim **Pesq**.: Mas na verdade que continha você fez na sua cabeça, você fez 45 menos 40, não é verdade ou não? **A1**: No caso eu peguei 40 pra adicionar 5, foi uma adição de 40 mais 5, eu não fiz 45 pra tirar 40 **Pesq**.: E como foi que você chegou aos 5? **A1**: Eu pensei, eu tenho 40 pra chegar a 45 preciso de mais 5 **Pesq.**: Então você fez assim como se você tivesse uma reta, você está em 40 não é, aí você tem que andar 1,2,3, 4,5 pra chegar a 45 não é? **A1**: É **Pesq.**: então você está em uma situação menor e precisa chegar a uma maior, não é? **A1**: Isso **Pesq.**: Nesse caso você fez uma adição, é tudo bem, mas assim esses 5 aí surgiu de uma conta feita em sua cabeça, como é que a gente poderia colocar essa conta no papel? Eu entendi a conta que você fez em sua cabeça, tá perfeito, A6 também, tá certo, não se preocupem com isso tá tudo certo. Agora como é que a gente poderia colocar isso aí no papel pra chegar esse 5, tá entendendo? Eita que a professora tá querendo demais, será? Não tem sentido o que a professora tá pedindo (Risos). A2 gostaria de falar? **Pesq.**: Gostaram da questão? **A6**: Sim, gostei muito **A2***:* Sim **A1**: Sim, achei até interessante porque, esse negócio dessa pegadinha dela **Pesq**.: Vocês entenderam agora, porque teria que colocar o 45 no início e não no final? **A6**: Sim	[...] pesq.: mostra a resposta da aluna A1 e ela começa a explicar como fez. [...]Conversas paralelas sobre como montar a expressão pra encontrar o resultado “5”. Pesq. explica (compartilhando a tela do computador) como ficaria a expressão. [...] Agradecimentos e despedidas.

ANEXO III

Questões do *Google Forms*

Figura 25 – Primeira questão

Atividade de Matemática 1

monizelima.mblc@gmail.com Alternar conta

A foto e o nome associados à sua Conta do Google serão registrados quando você fizer upload de arquivos e enviar este formulário.. Seu e-mail não faz parte da resposta.

*Obrigatório

Expressões Aritméticas

Enviar foto da resposta!

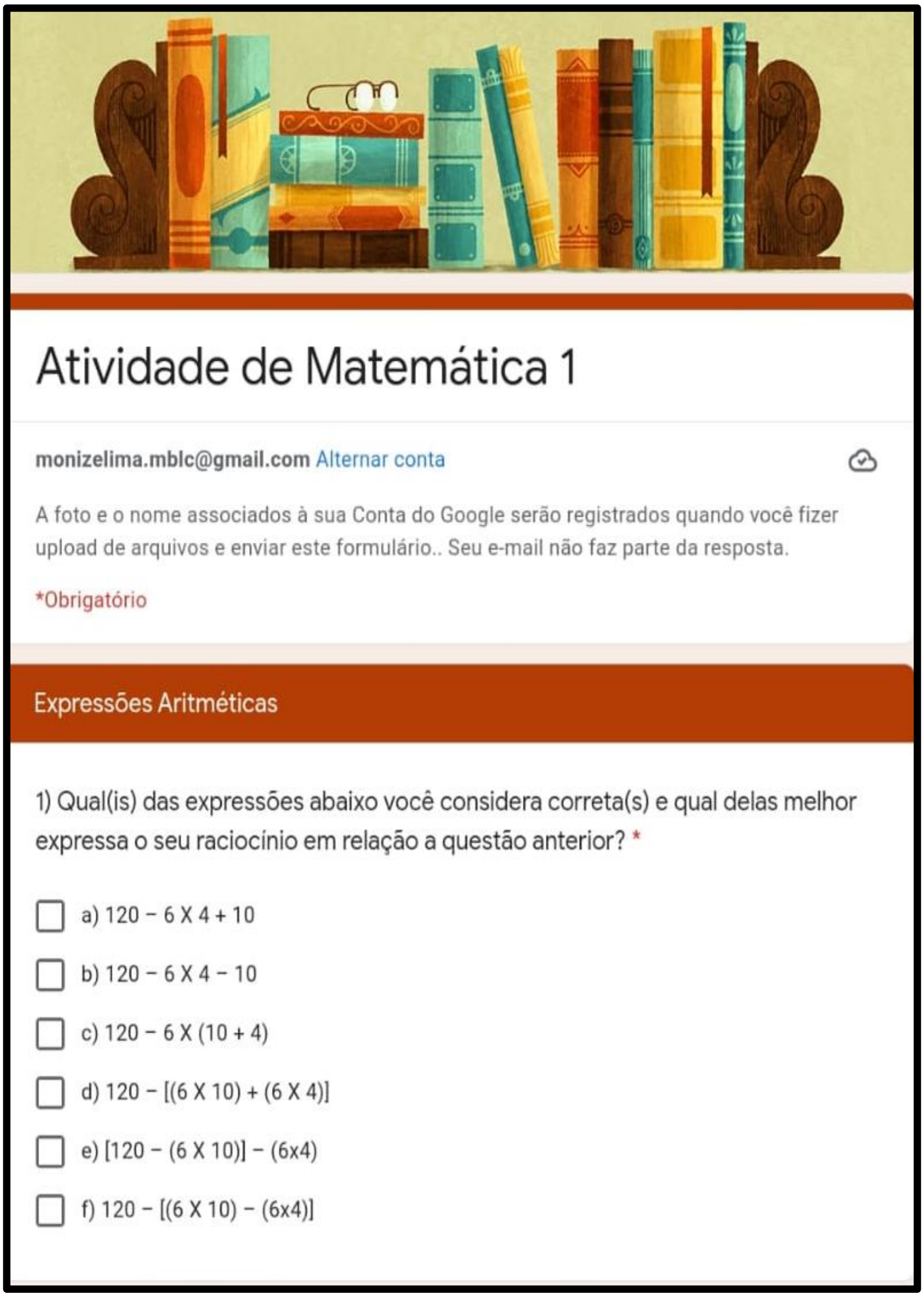
1) Um tanque tinha 120 litros de água. Dele foram retirados 6 baldes de 10 litros cada um e 6 vasilhames com capacidade para 4 litros cada um. Considerando que todos os baldes e vasilhames estavam completamente cheios, quantos litros de água restaram no tanque? Responda em uma folha e envie a foto de sua resposta! *

Responda em uma folha e envie a foto de sua resposta!

Adicionar arquivo

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 26 – Expressões da primeira questão



Atividade de Matemática 1

monizelima.mblc@gmail.com Alternar conta

A foto e o nome associados à sua Conta do Google serão registrados quando você fizer upload de arquivos e enviar este formulário.. Seu e-mail não faz parte da resposta.

*Obrigatório

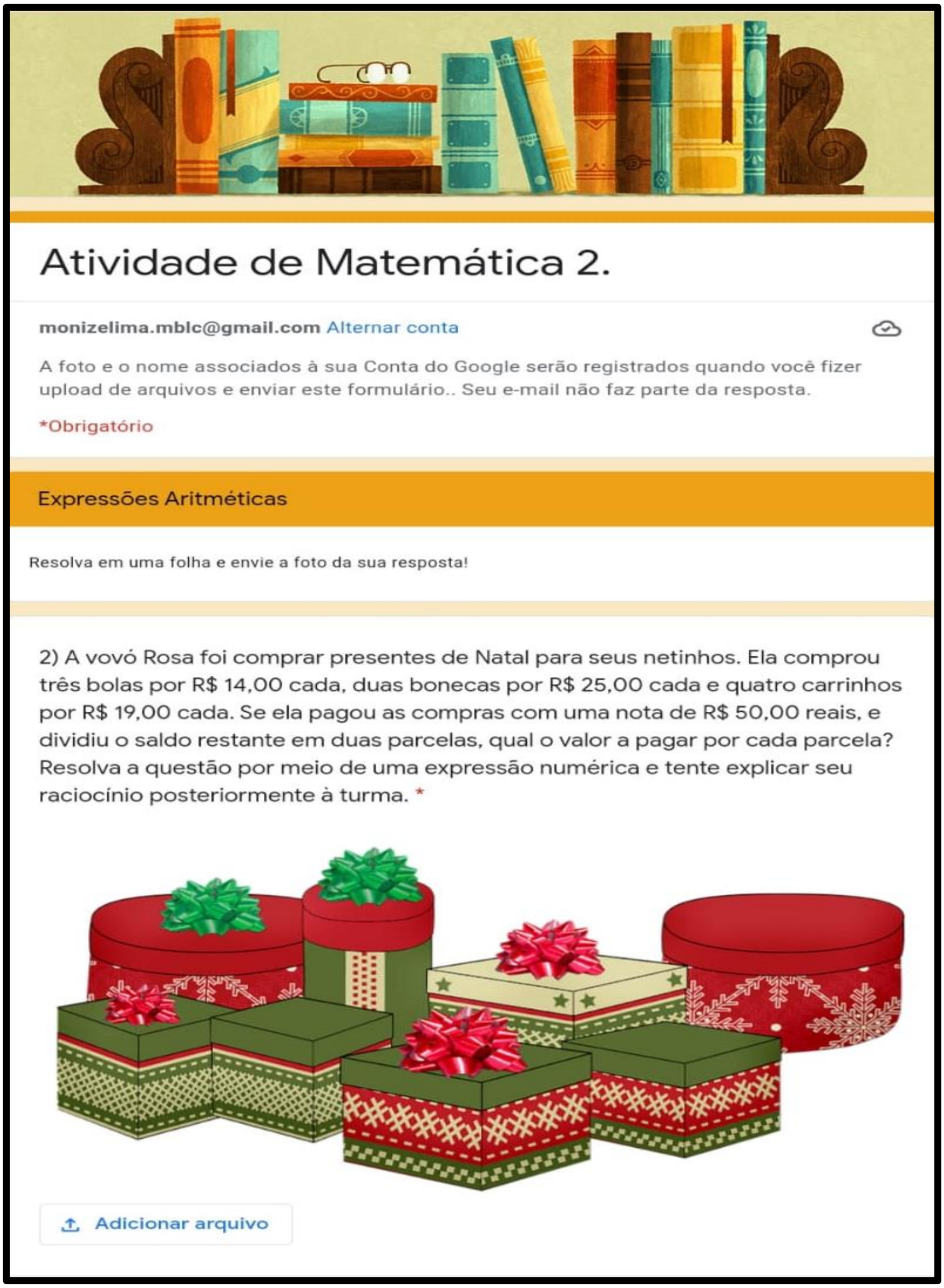
Expressões Aritméticas

1) Qual(is) das expressões abaixo você considera correta(s) e qual delas melhor expressa o seu raciocínio em relação a questão anterior? *

- [ ] a) 120 – 6 X 4 + 10
- [ ] b) 120 – 6 X 4 – 10
- [ ] c) 120 – 6 X (10 + 4)
- [ ] d) 120 – [(6 X 10) + (6 X 4)]
- [ ] e) [120 – (6 X 10)] – (6x4)
- [ ] f) 120 – [(6 X 10) – (6x4)]

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 27 – Segunda questão



Atividade de Matemática 2.

monizelima.mblc@gmail.com Alternar conta

A foto e o nome associados à sua Conta do Google serão registrados quando você fizer upload de arquivos e enviar este formulário.. Seu e-mail não faz parte da resposta.

*Obrigatório

Expressões Aritméticas

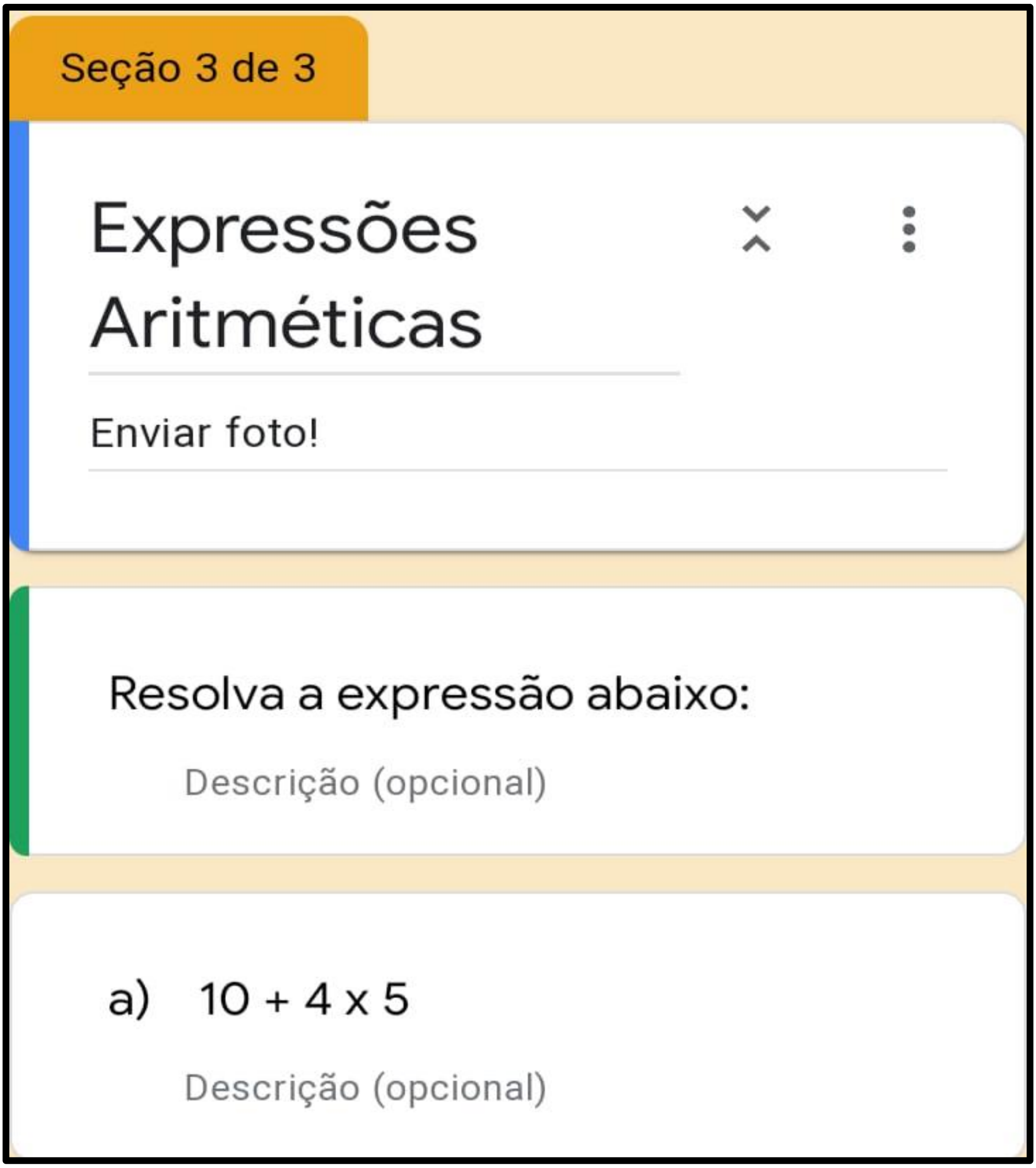
Resolva em uma folha e envie a foto da sua resposta!

2) A vovó Rosa foi comprar presentes de Natal para seus netinhos. Ela comprou três bolas por R$ 14,00 cada, duas bonecas por R$ 25,00 cada e quatro carrinhos por R$ 19,00 cada. Se ela pagou as compras com uma nota de R$ 50,00 reais, e dividiu o saldo restante em duas parcelas, qual o valor a pagar por cada parcela? Resolva a questão por meio de uma expressão numérica e tente explicar seu raciocínio posteriormente à turma. *

Adicionar arquivo

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 28 – Terceira questão



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 29 – Quinta questão

Questão: Em certo teatro, temos 21 fileiras com 15 cadeiras cada uma. Neste teatro foi apresentada uma peça, cujo preço do ingresso era R$10,00. Na primeira apresentação dessa peça foram vendidos 25 ingressos a menos que a capacidade total do teatro. Quantos reais foram arrecadados nessa primeira apresentação? Na segunda apresentação dessa peça, foram vendidos todos os ingressos, dos quais 35 foram vendidos a R$20,00 cada um. Quantos reais foram arrecadados nessa apresentação? Resolva as questões por meio de expressões numéricas e explique seu raciocínio posteriormente aos colegas. *

Adicionar arquivo

Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 30 – Sexta questão

Questão: Uma sala de aula tem 4 fileiras com 7 cadeiras cada uma e 2 fileiras com 6 cadeiras cada uma. Se 45 alunos vão ocupar a sala, quantas cadeiras a mais devem ser colocadas? *

Adicionar arquivo

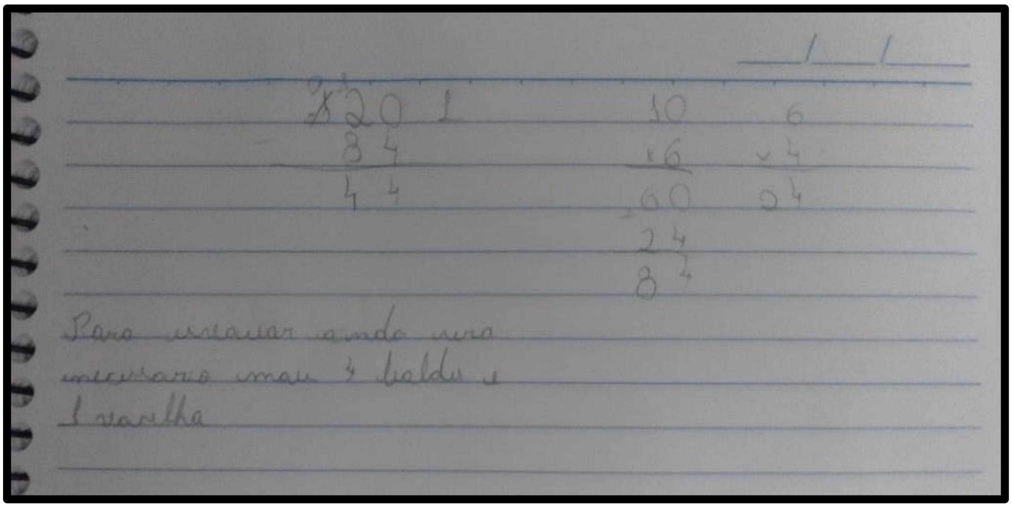
Ver pasta

Fonte: Arquivo da pesquisadora

ANEXO IV

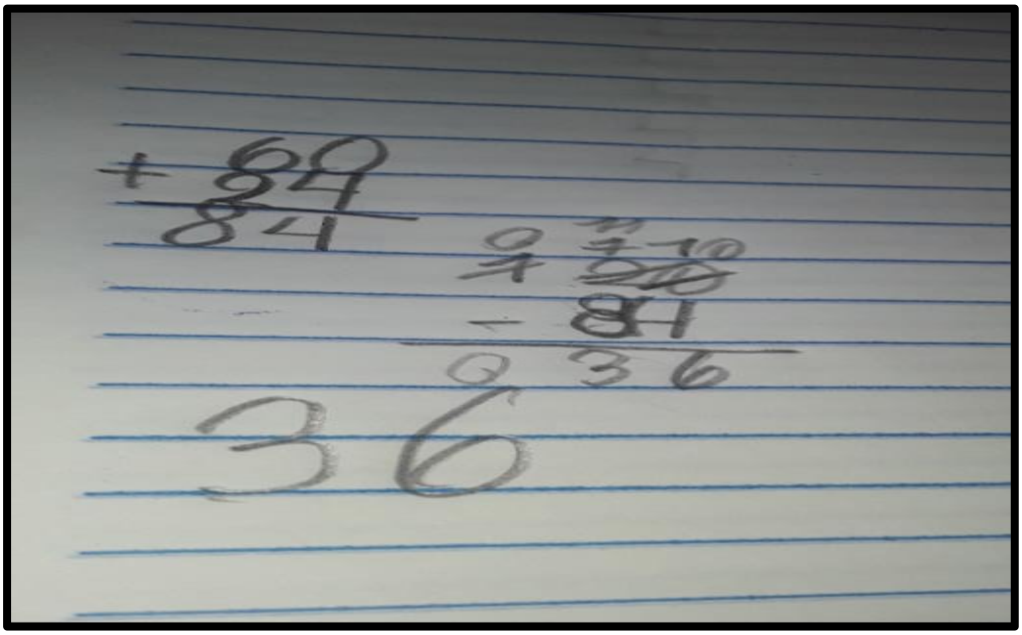
Respostas dos Alunos da Primeira questão

Figura 31 – Resposta da Aluna A1



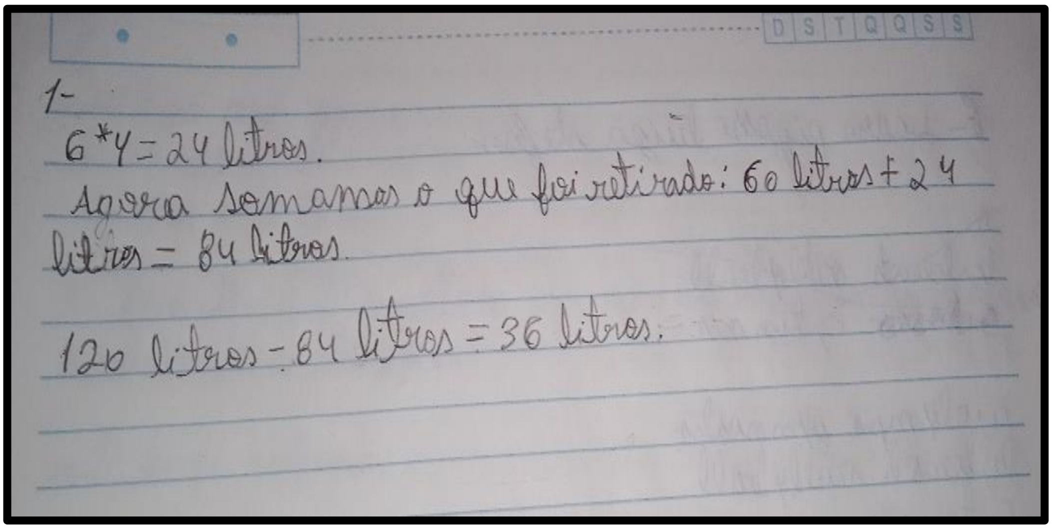
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 32- Resposta do aluno A2



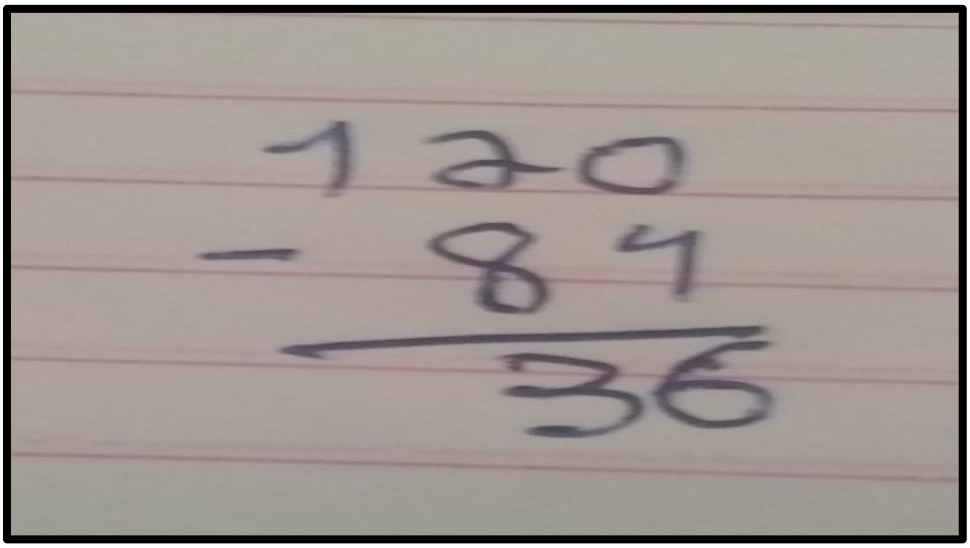
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 33 – Resposta da Aluna A3



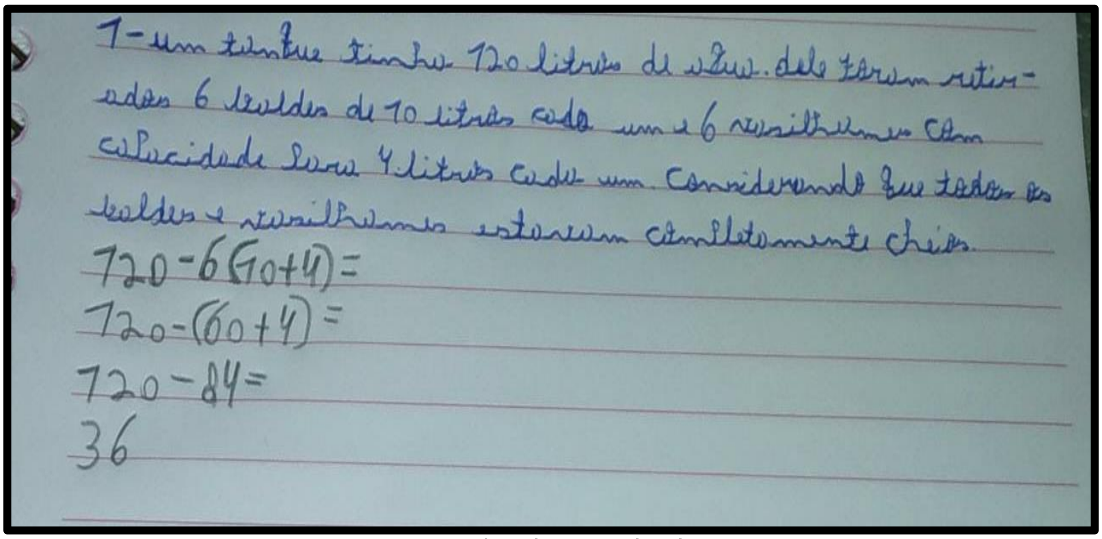
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 34 – Resposta da Aluna A4



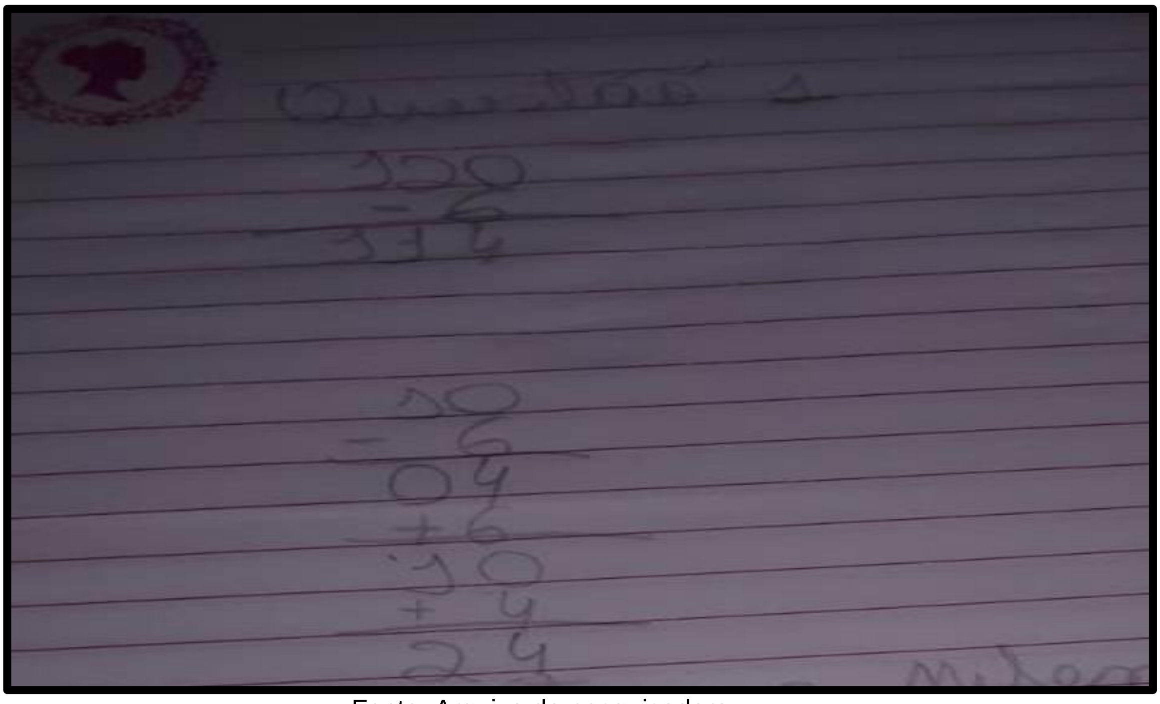
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 35 – Resposta da Aluna A5



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 36 - Resposta da Aluna A6

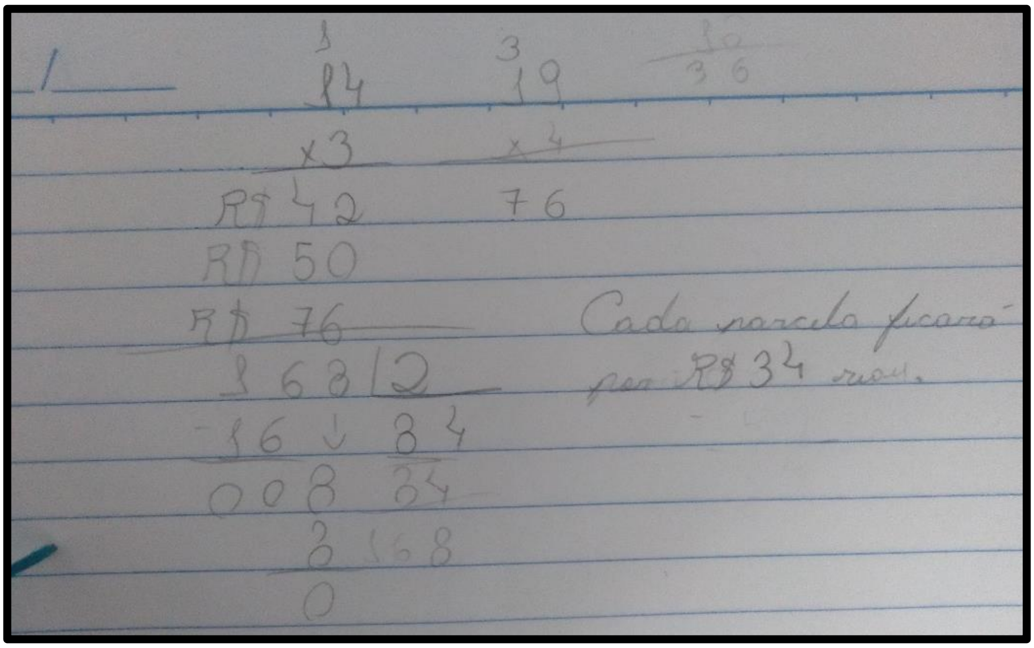


Fonte: Arquivo da pesquisadora

ANEXO V

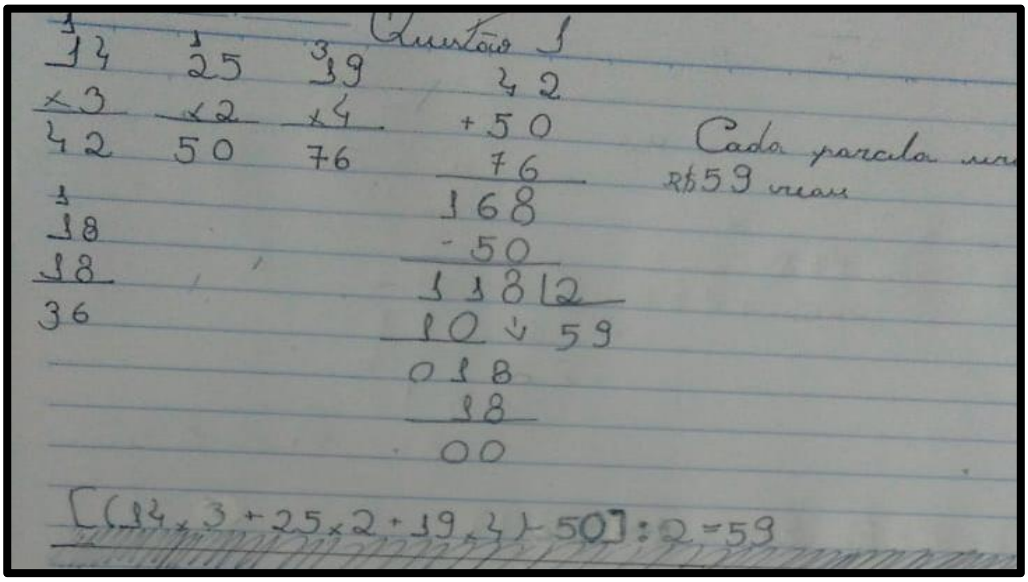
Respostas dos alunos da questão 2

Figura 37 – Resposta da Aluna A1



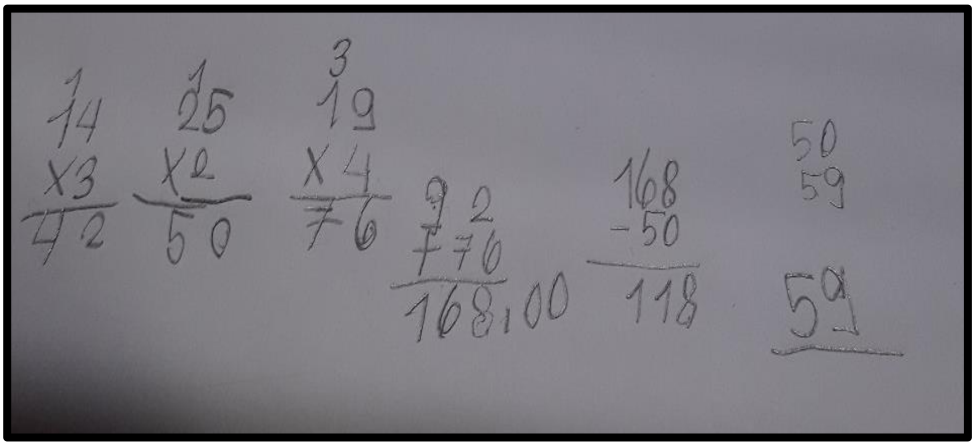
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 38 – Resposta refeita da Aluna A1



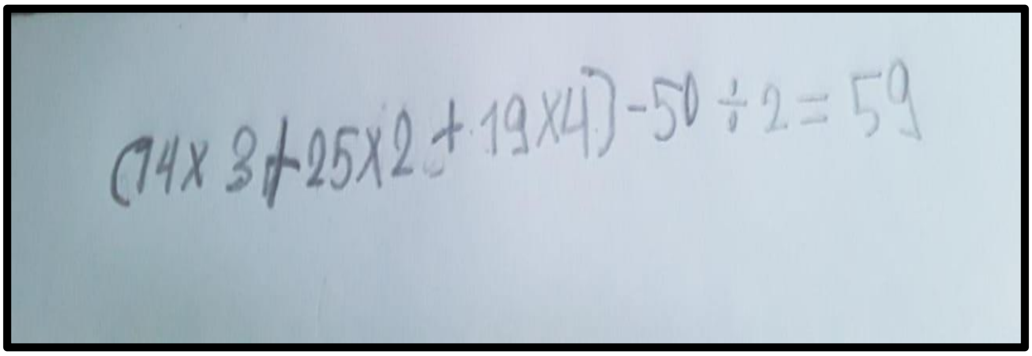
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 39 – Resposta do Aluno A2



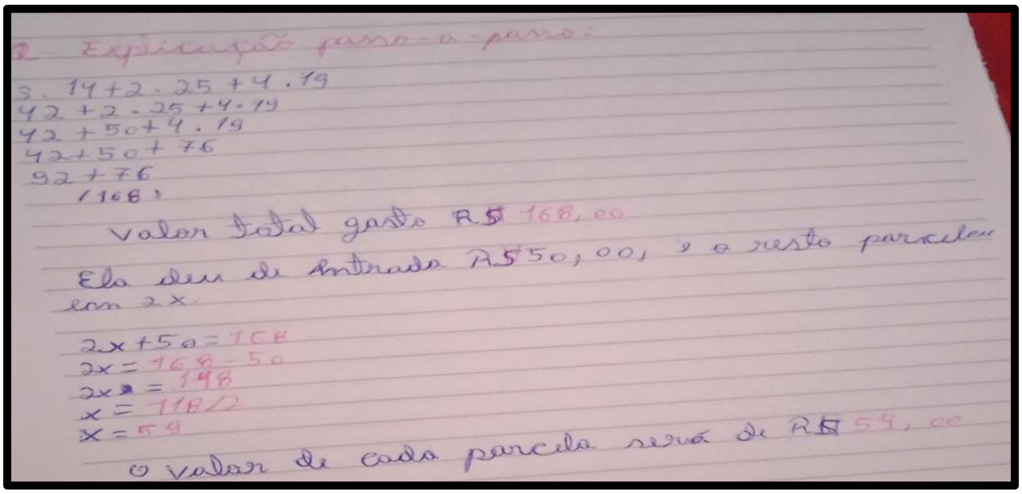
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 40 – Resposta refeita do Aluno A2



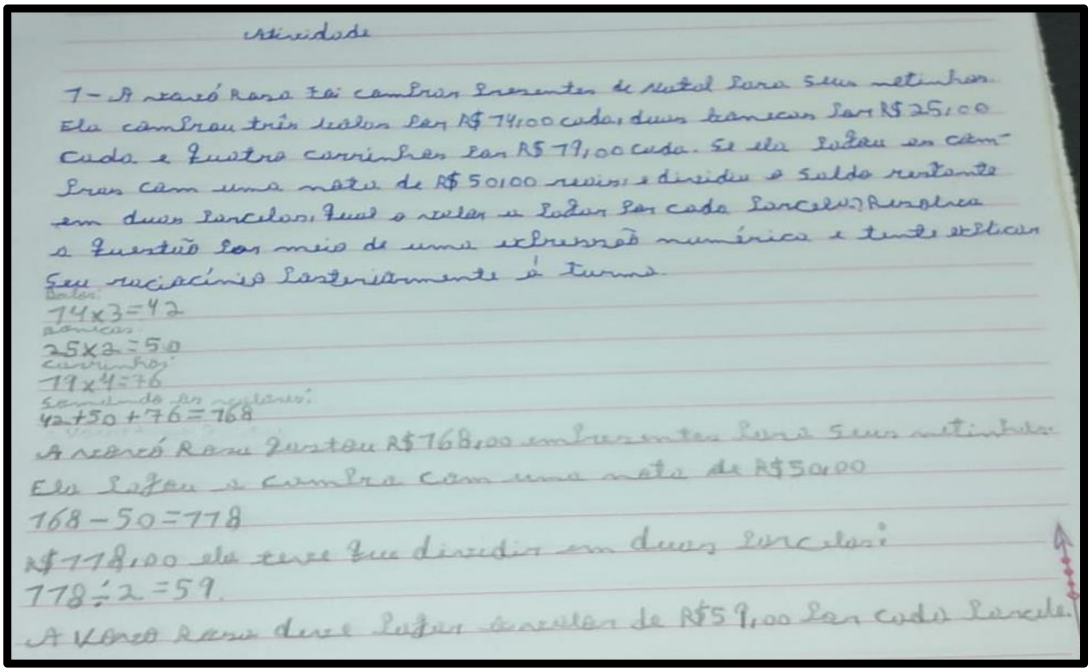
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 41 – Resposta da Aluna A3



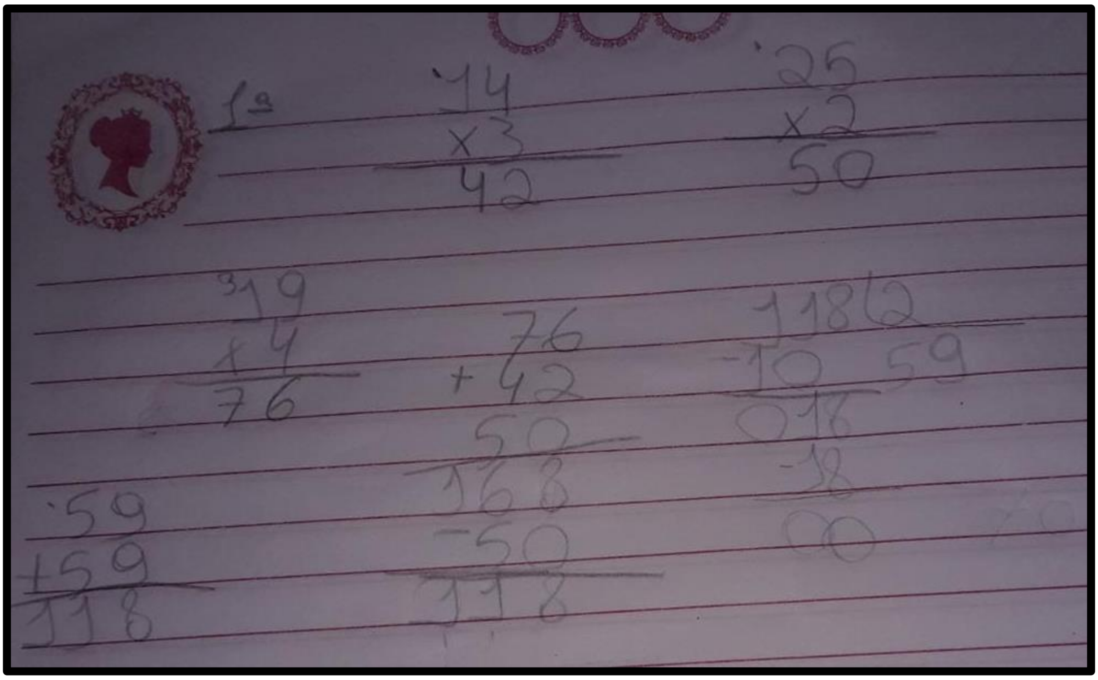
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 42 - Resposta da Aluna A5



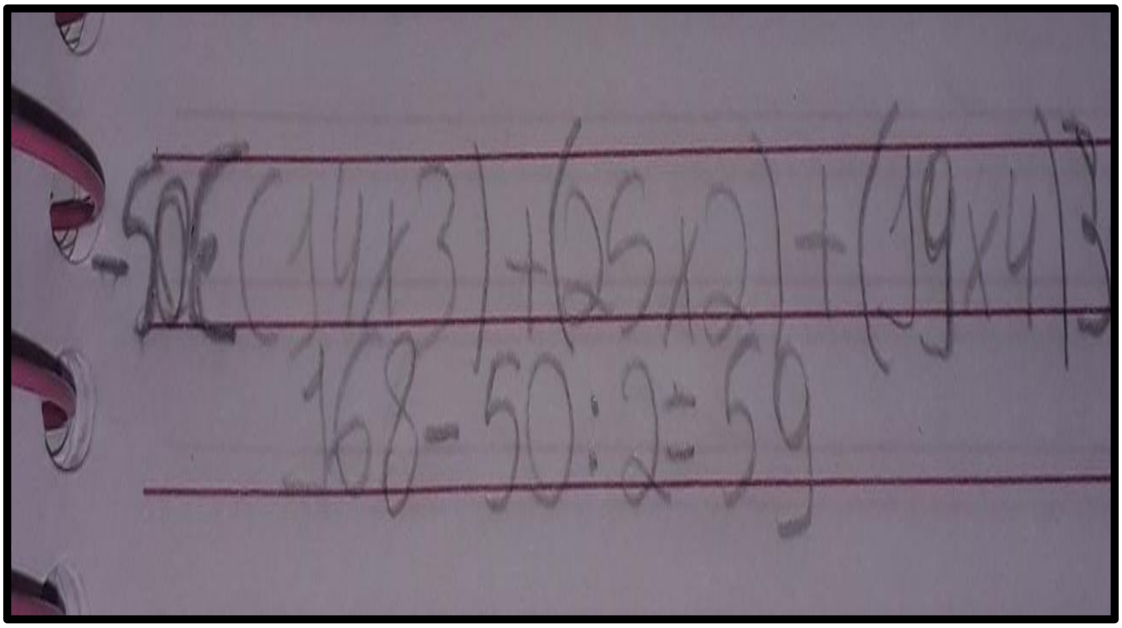
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 43 – Resposta da Aluna A6



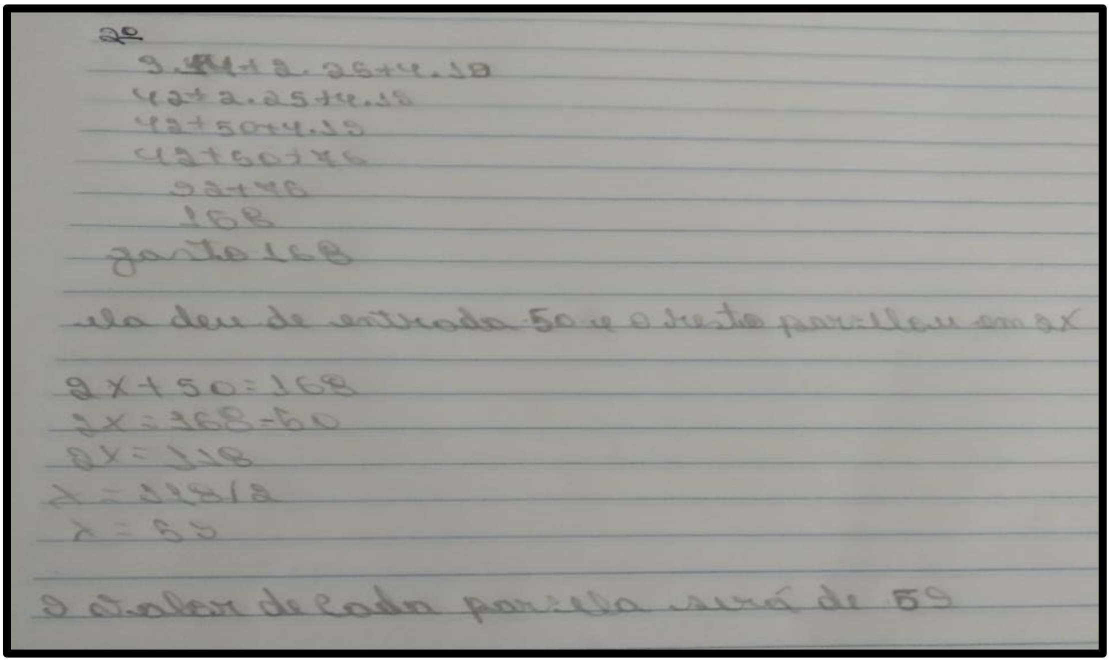
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 44 – Resposta refeita da Aluna A6



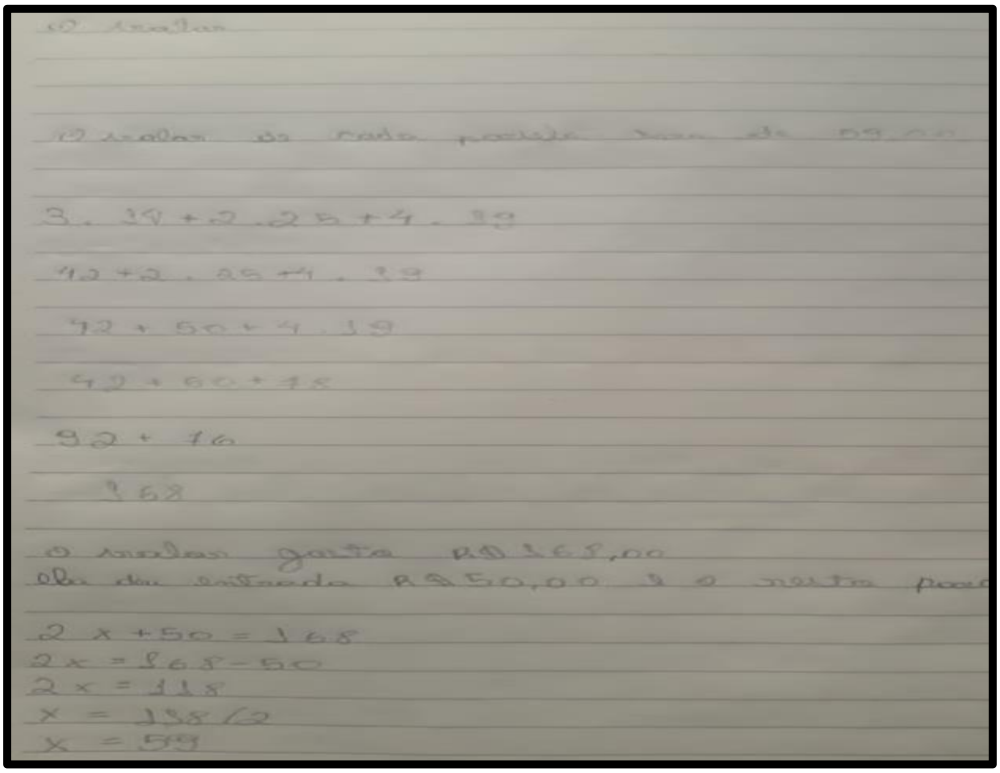
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 45 – Resposta do Aluno A7



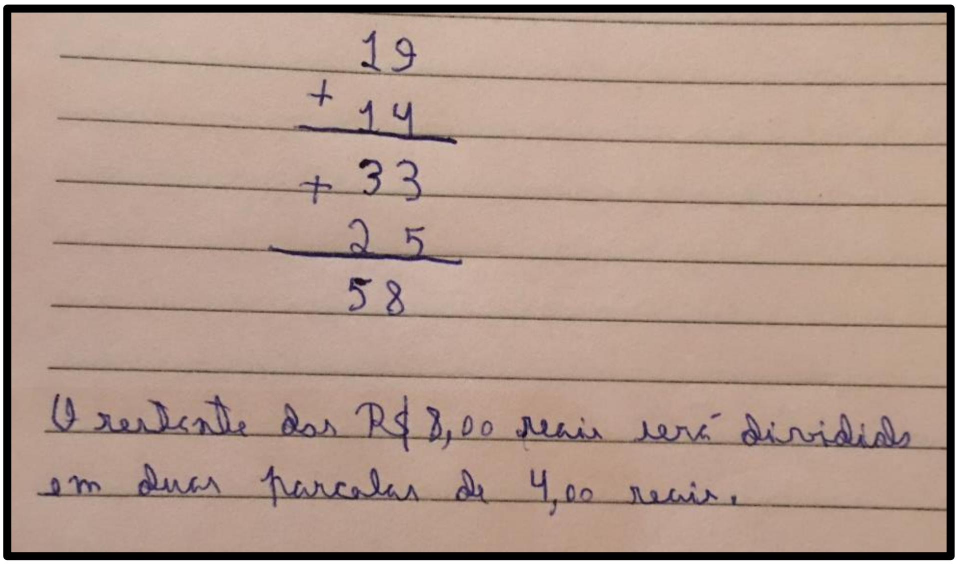
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 46 - Resposta da Aluna A8



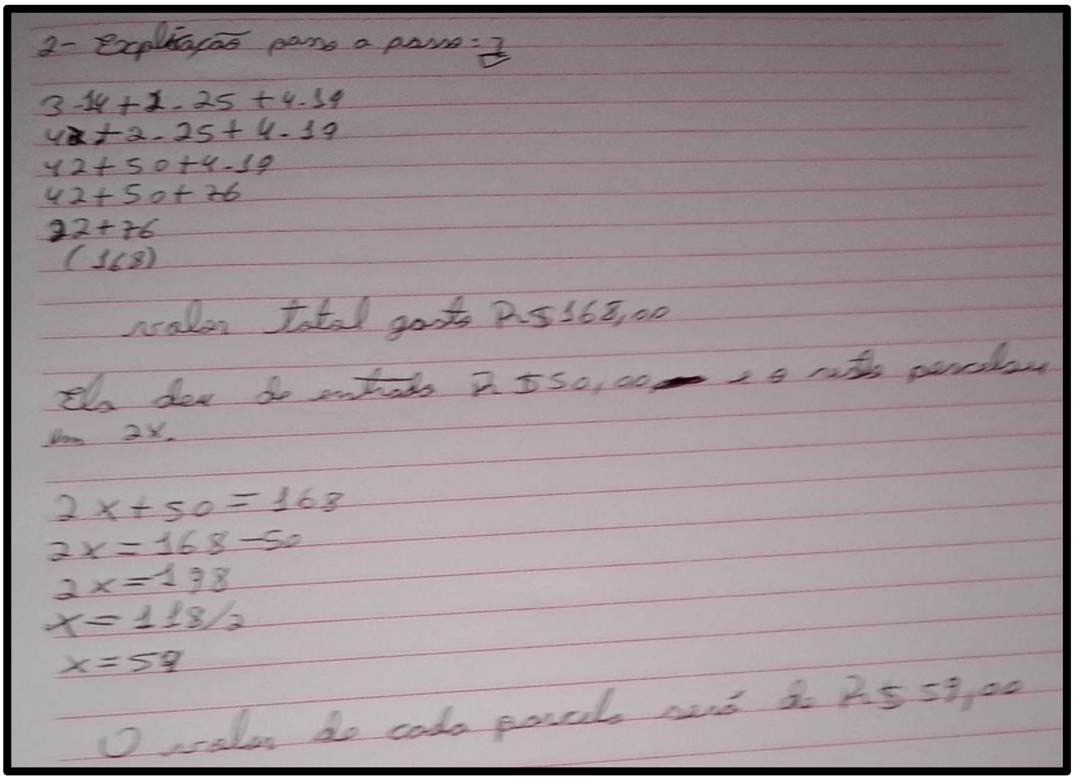
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 47 – Resposta da Aluna A9



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 48 – Resposta da Aluna A10



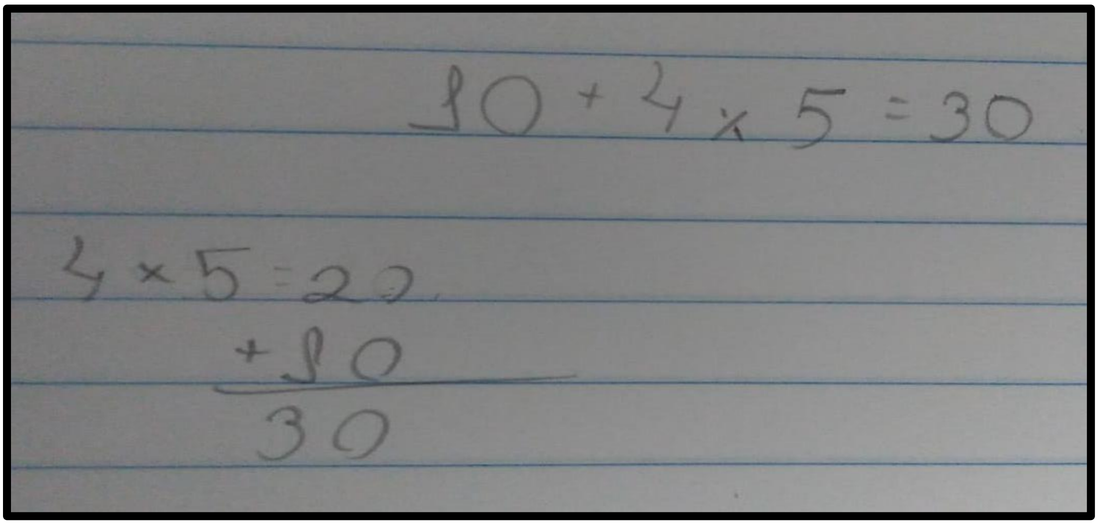
Fonte: Arquivo da pesquisadora

ANEXO VI

Respostas dos alunos da questão 3 item “A”

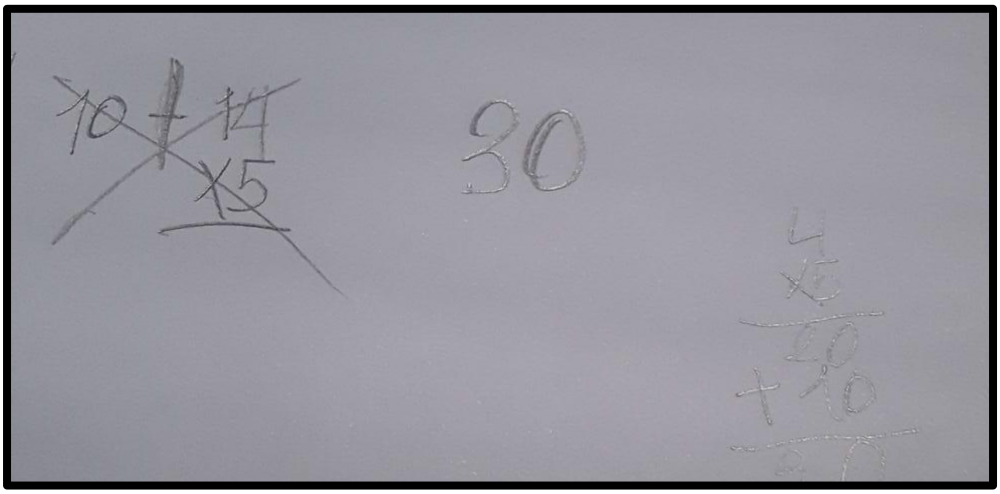
Expressão Aritmética 10 + 4 x 5=?

Figura 49 – Resposta da expressão 1 do Aluno A1



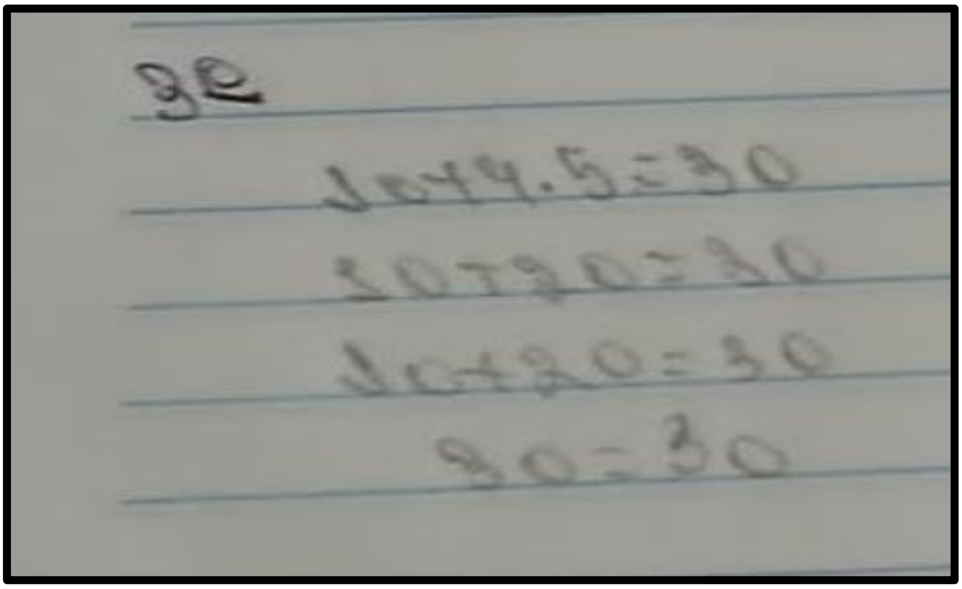
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 50 – Resposta da expressão 1 do Aluno A2



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 51 - Resposta da expressão 1 do Aluno A7



Fonte: Arquivo da pesquisadora

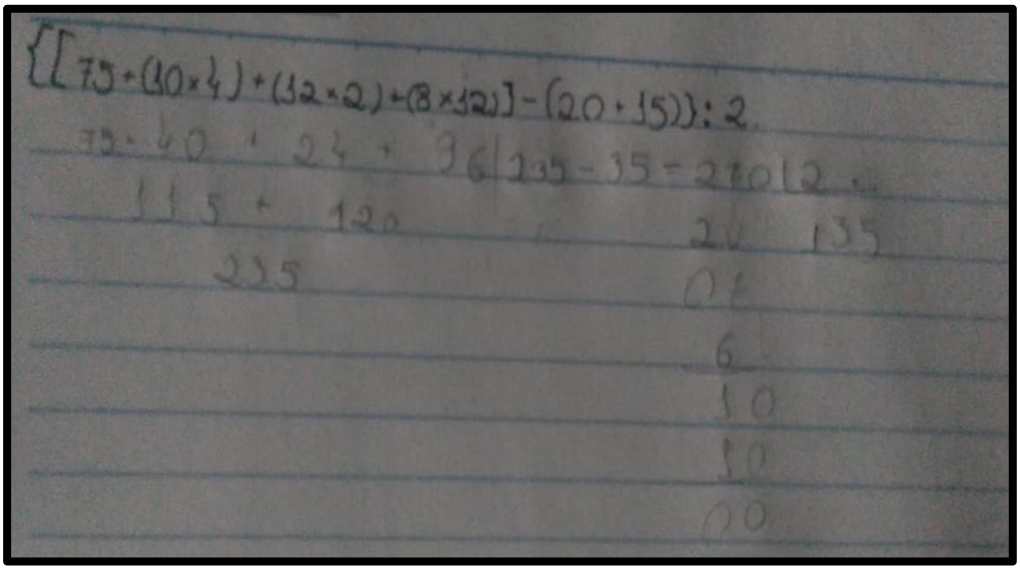
ANEXO VII

Respostas dos alunos questão 3 item “B”

Expressão Aritmética:

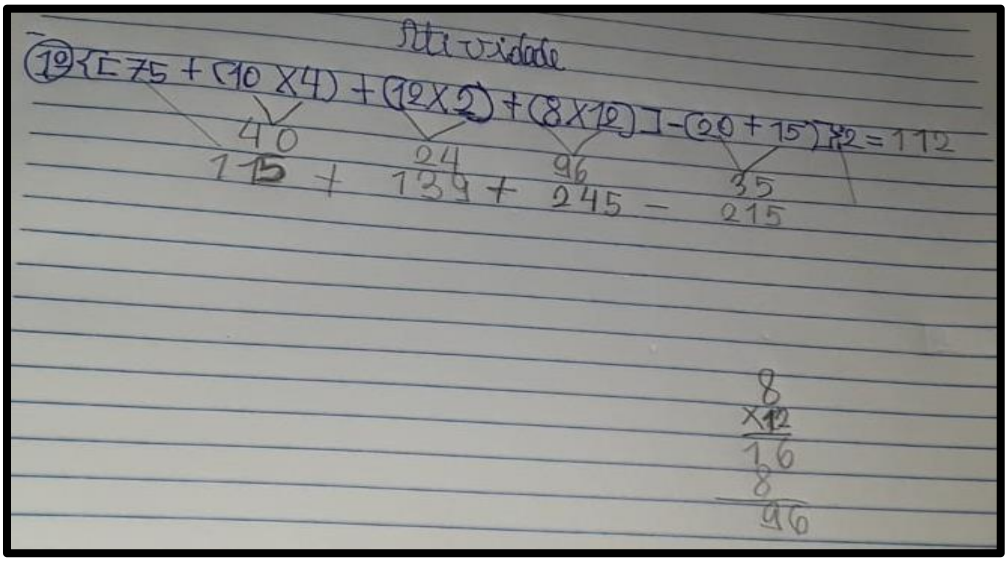
{[75+(10 x 4) + (12 x 2) + (8 x 12)] – (20 + 15)}: 2 =?

Figura 52 – Resposta da expressão 2 da Aluna A1



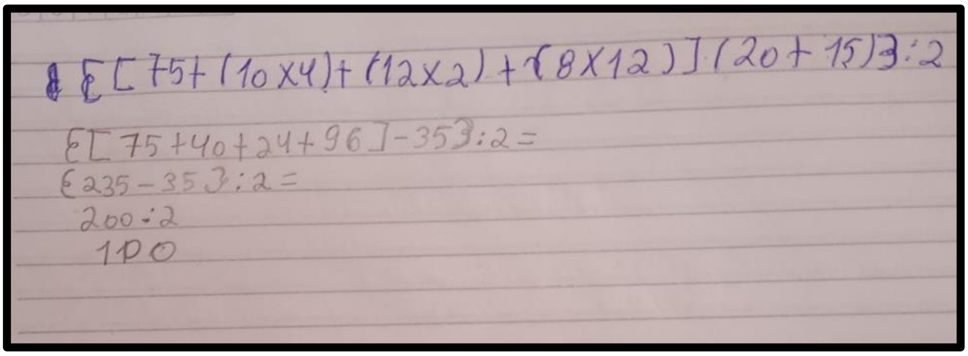
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 53 – Resposta da expressão 2 Aluno A2



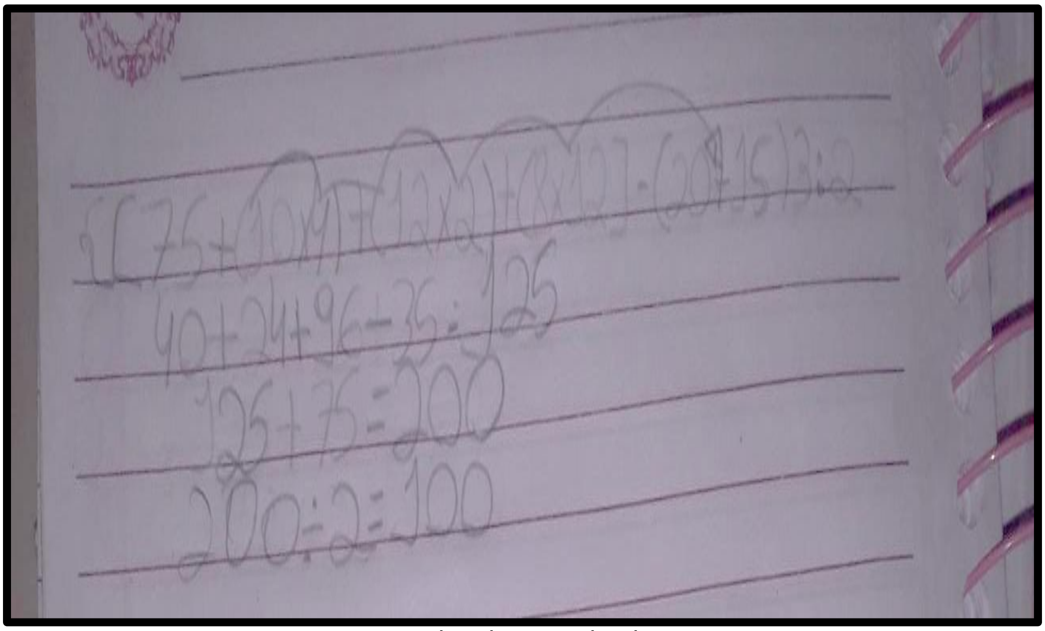
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 54 - Resposta da expressão 2 da aluna A3



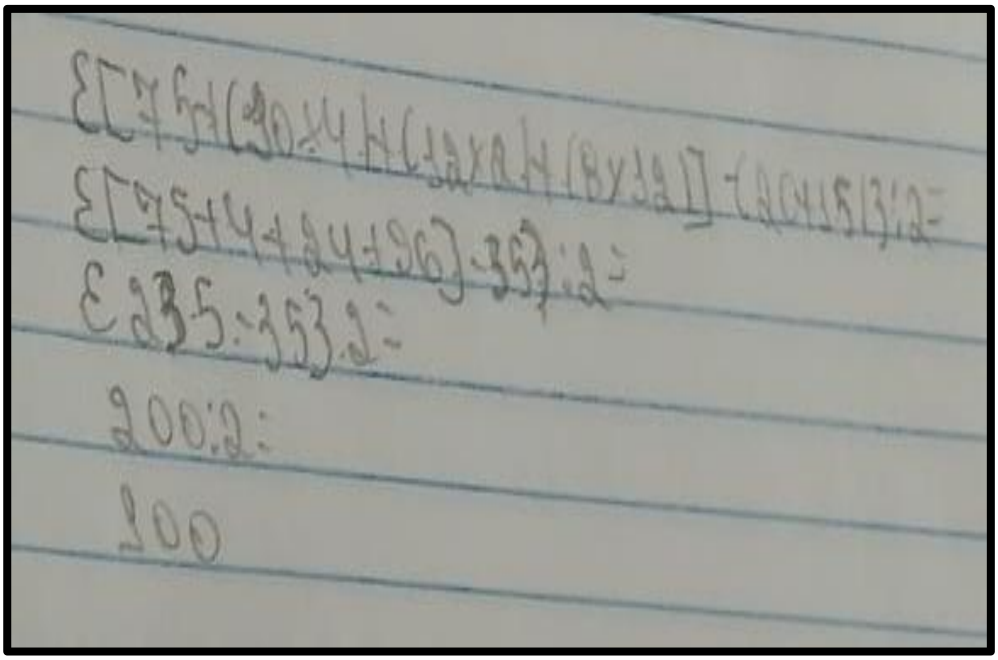
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 55 – Resposta da expressão 2 da aluna A6



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 56 – Resposta da expressão 2 Aluno A7

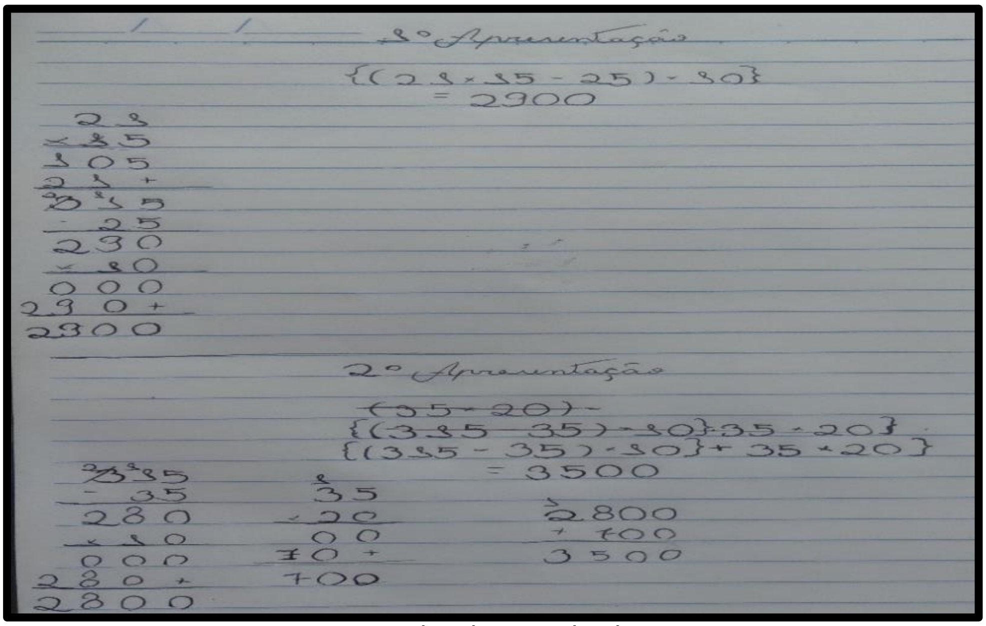


Fonte: Arquivo da pesquisadora

ANEXO VIII

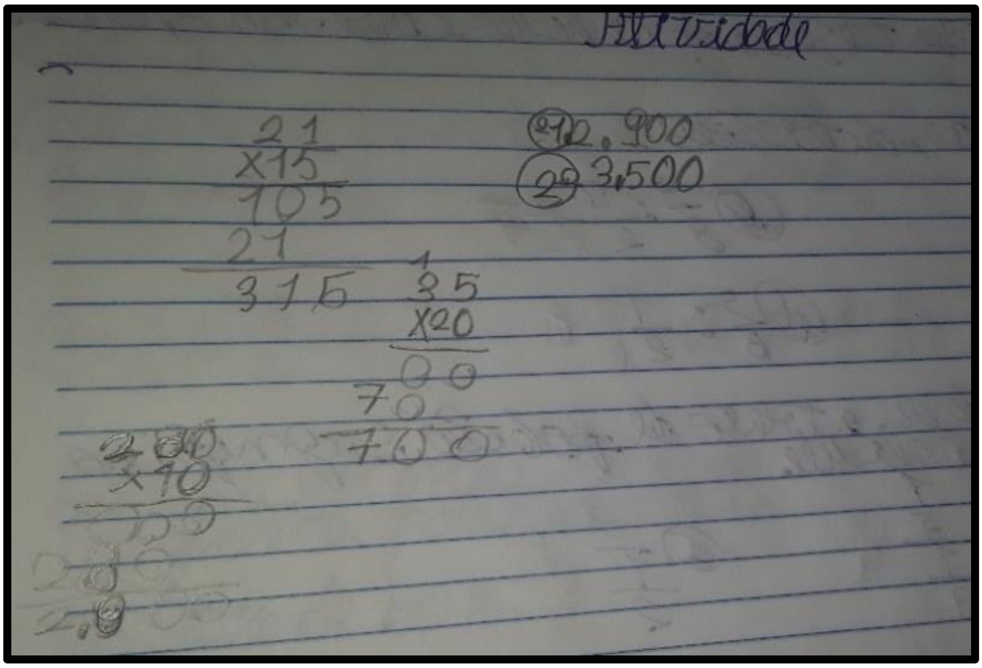
Respostas dos alunos questão 4

Figura 57 – Resposta da Aluna A1



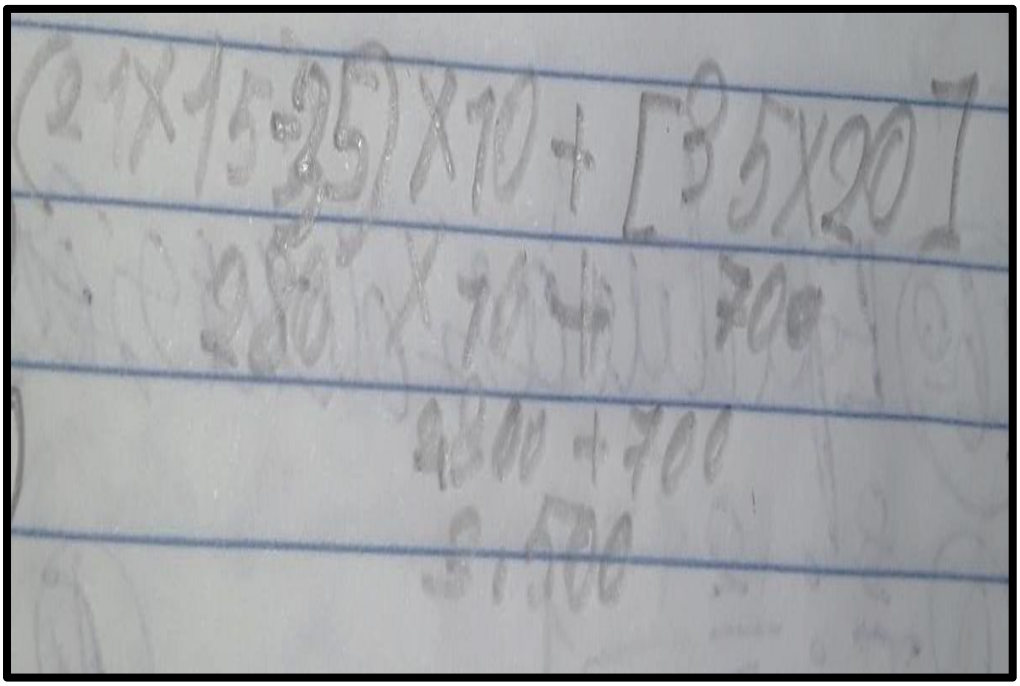
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 58 – Resposta do aluno A2 primeira parte da questão



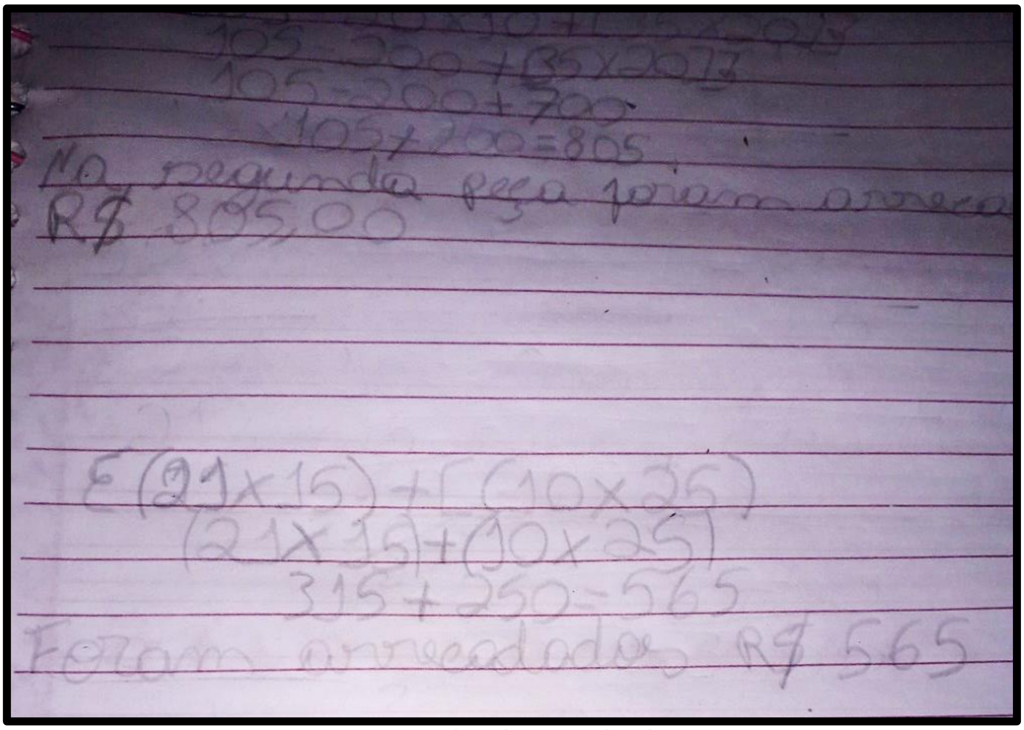
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 59 – Resposta do aluno A2 segunda parte da questão



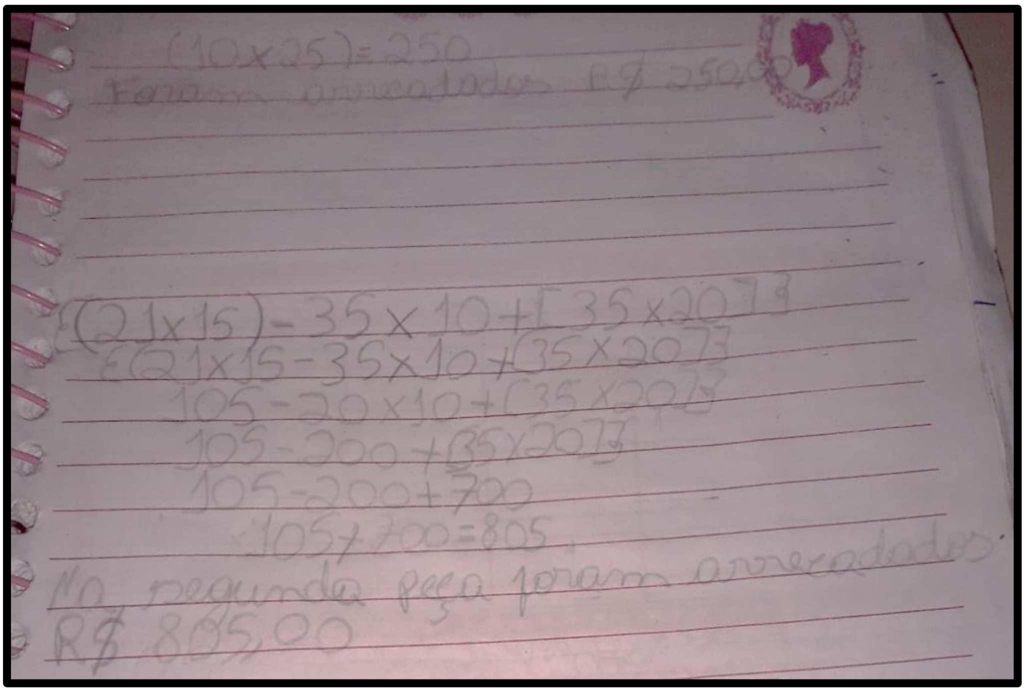
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 60 – Resposta da Aluna A6



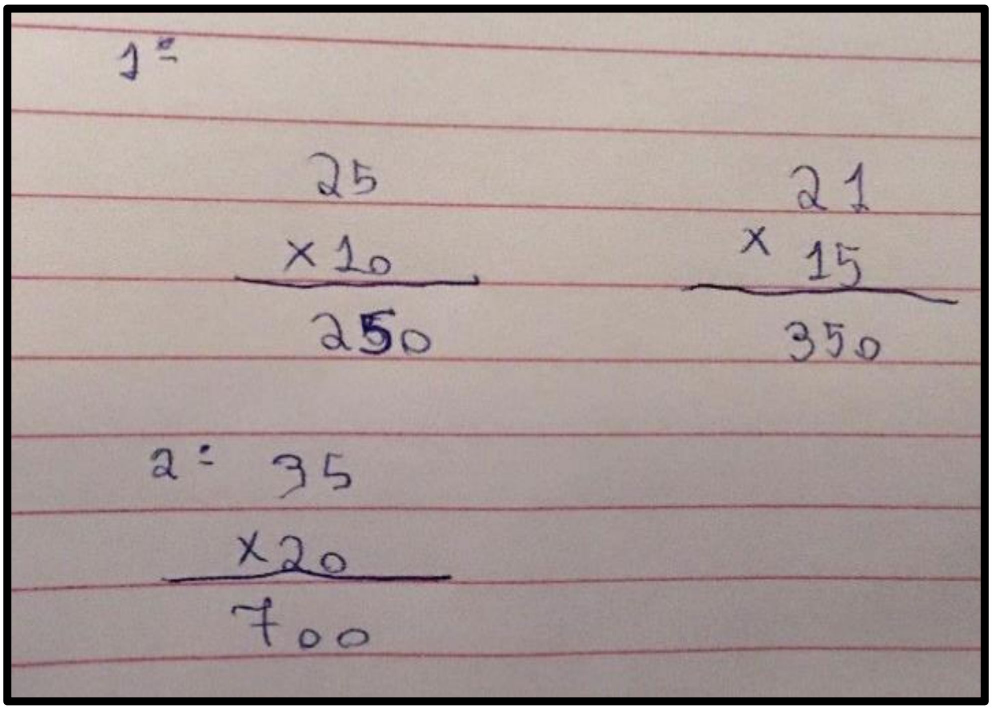
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 61 – Resposta da Aluna A6 refeita



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 62 - Resposta da Aluna A9

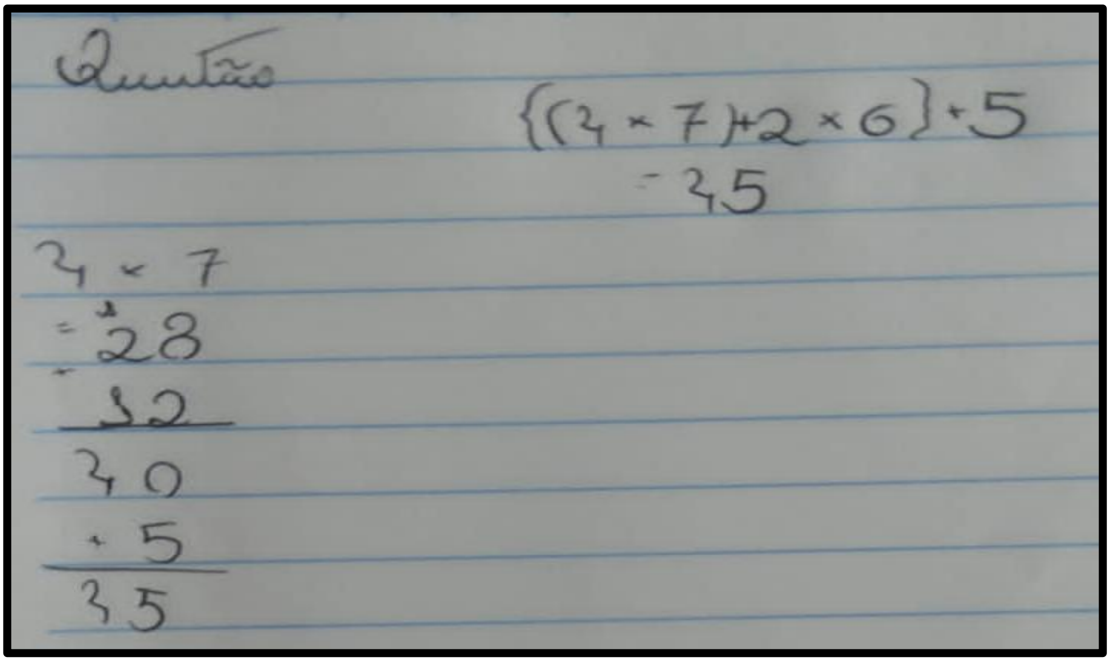


Fonte: Arquivo da pesquisadora

ANEXO IX

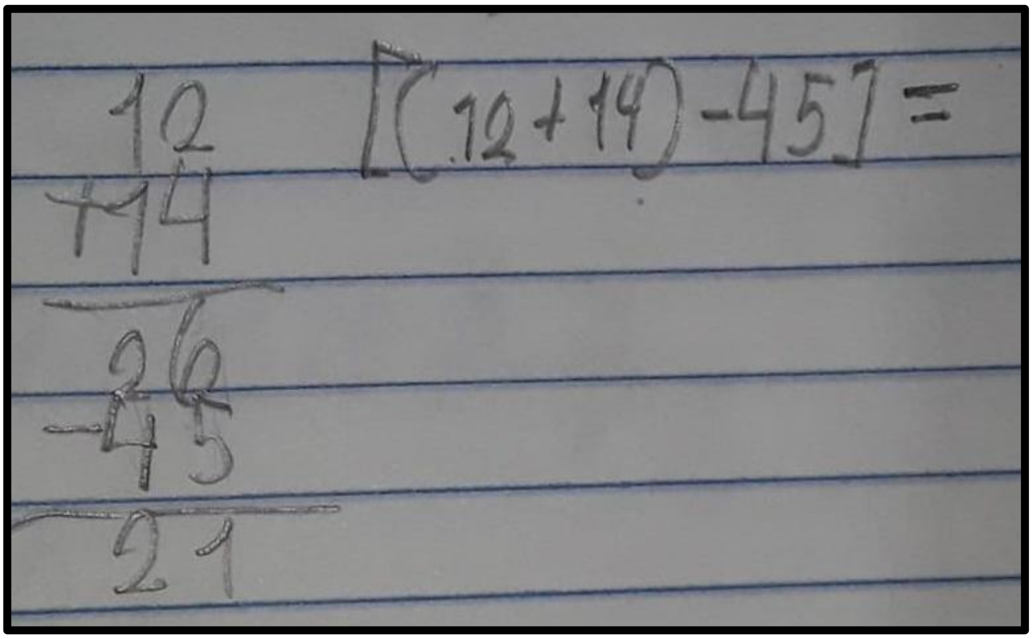
Respostas dos alunos questão 5

Figura 63 – Resposta da Aluna A1



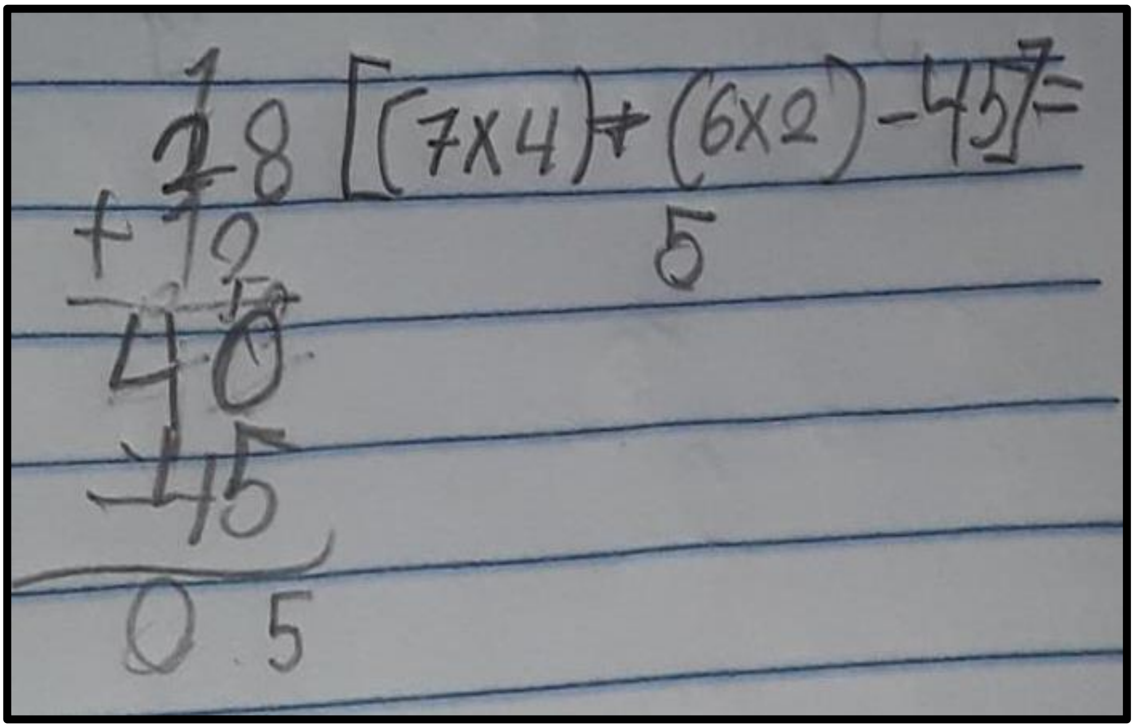
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 64 – Resposta do Aluno A2



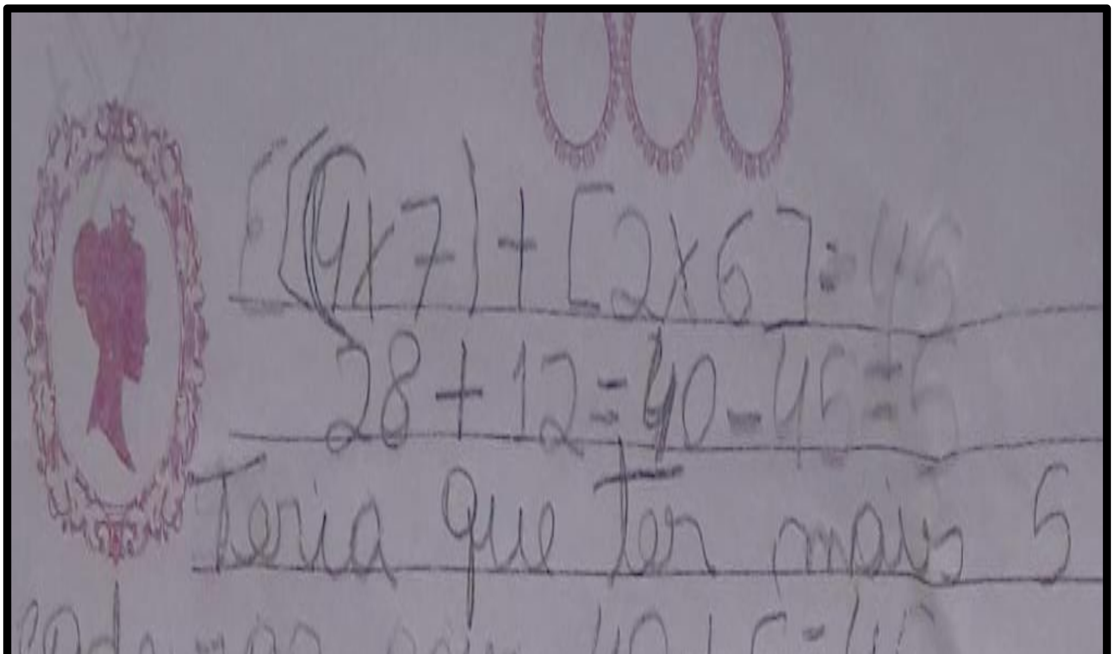
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 65 – Resposta do aluno A2 refeita



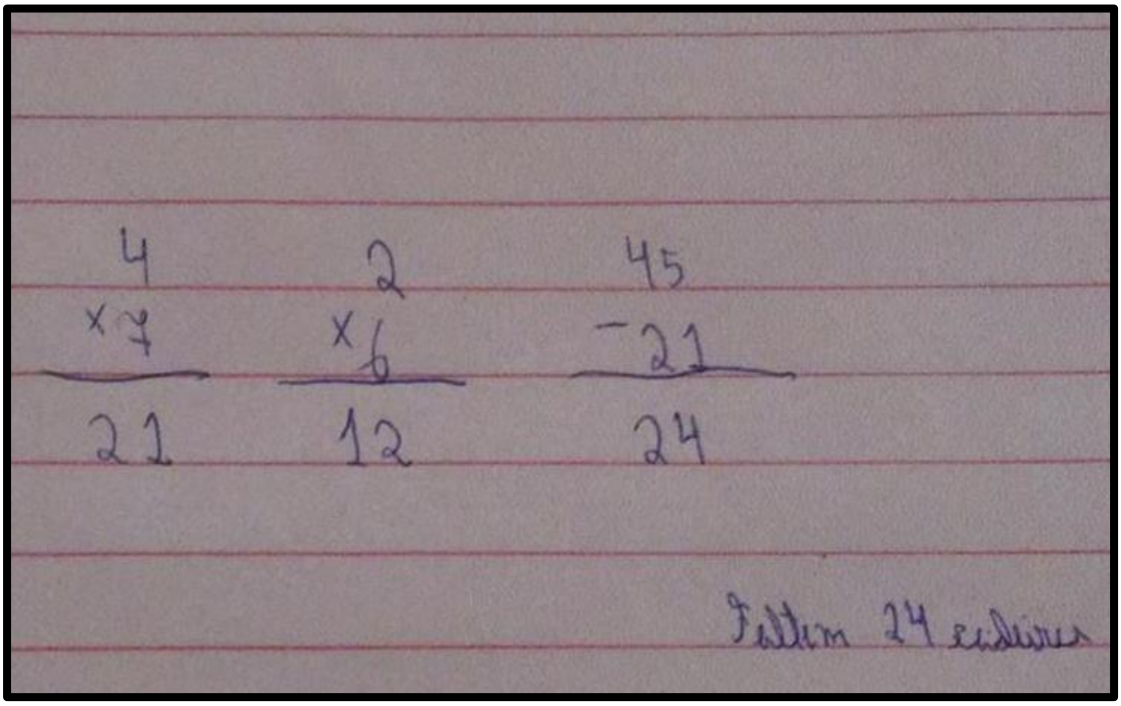
Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 66 – Resposta do Aluno A6



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Figura 67 – Resposta da Aluna A9



Fonte: Arquivo da pesquisadora