



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ANDRÉ LUIS SANTOS

**ARGUMENTAÇÃO NOS PROJETOS INTEGRADORES DO PROGRAMA
NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO 2021**

SÃO CRISTÓVÃO, SE

2022

ANDRÉ LUIS SANTOS

**ARGUMENTAÇÃO NOS PROJETOS INTEGRADORES DO PROGRAMA
NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO 2021**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIMA, da Universidade Federal de Sergipe, como requisito à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Linha de pesquisa: Currículo, Didáticas e Métodos de Ensino das Ciências Naturais e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Edson José Wartha.

SÃO CRISTÓVÃO, SE

2022

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA
CENTRAL UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

Santos, André Luis

S237a Argumentação nos projetos integradores do programa nacional do livro didático 2021 / André Luis Santos; orientador Edson José Wartha. – São Cristóvão, SE, 2022.

120 f.; il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) –

Universidade Federal de Sergipe, 2022.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Livros didáticos. I. Wartha, Edson José orient. II. Título.

CDU 51:37

**ARGUMENTAÇÃO MATEMÁTICA NOS PROJETOS INTEGRADORES DO
PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO 2021**

APROVADA PELA COMISSÃO ORGANIZADORA EM
30 DE MAIO DE 2022

BANCA DA DISSERTAÇÃO



Dr. Edson José Wartha – PPGECIMA – UFS



Membro externo à Instituição
Dr. Marcus Bessa de Menezes – UFCG



Membro interno ao Programa
Dr. João Paulo Attie – UFS

SÃO CRISTÓVÃO, SE
2022

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus por todas as oportunidades que Ele me proporcionou na vida acadêmica e literária, bem como pelas oportunidades de crescimento no âmbito profissional e pessoal. Agradeço pela inspiração, pela força e por colocar em meus caminhos pessoas ímpares.

Agradeço aos meus pais, Maria Soares e Antônio Manoel (in memoriam), aos meus nove irmãos, aos meus amigos e amigas e aos meus colegas de trabalho. Muito obrigado, por me apoiarem mesmo que indiretamente. Amo todos vocês!

Aos professores da Banca Examinadora João Paulo Attie e ao Marcus Bessa de Menezes por toda disponibilidade, presteza, sugestões, análises e indicações para a melhoria da pesquisa nesta dissertação.

Por fim, gostaria de agradecer a pessoa que contribuiu muito para a realização deste trabalho, que me mostrou o caminho da pesquisa científica e possibilitou-me subir mais um degrau na vida acadêmica, o meu orientador Edson Whartha. Obrigado por me mostrar que somos capazes, mesmo diante de tantas tribulações e momentos difíceis vividos no pós- pandemia.. Lembrarei sempre da sua generosidade e sua humanidade, em todos os momentos.

Gratidão a todos.

ARGUMENTAÇÃO

No mundo matemático
A argumentação é a razão
É o poder da persuasão
Existe justificação?
Ou apenas aplicação?
Quem sabe explicar?
Quando e como utilizar?
A matemática está alicerçada,
Segundo a BNCC (2018): no raciocínio
lógico, Pensamento independente,
Criatividade, Capacidade de resolver
problemas.
Para Leitão (2011), a argumentação:
Envolve o processo de comprovação,
Persuasão, Criticidade
Favorecendo ao pensamento reflexivo,
Produção de conhecimento,
Desencadeando o processo de
aprendizagem.
Attie (2016) vem dizer que
argumentação: É a compreensão
instrumental,
E compreensão relacional.
Primeira explica,
A segunda justifica.
E afinal, o que é argumentação?
Tente aí descobrir, Vamos viajar,
E nessa perspectiva embalar,
A engrenagem da argumentação
E quais as categorizações.
Vamos adentrar nesse universo
Matemático?

Autor: André Luis (2021)

RESUMO

O ensino aprendizagem de Matemática, conforme os percentuais das avaliações externas, como Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), apontam índices significativos de estudantes que não estão conseguindo atingir o nível de proficiência no letramento matemático. Cordeiro e Oliveira (2015) apontam características do processo de ensinar essa área do conhecimento, no qual prevalece uma prática metodológica baseada na transmissão expositiva e conseqüentemente na resolução de exercícios de fixação, bem como na memorização de fórmulas e regras matemáticas, de modo que os alunos apenas reproduzam. Consideramos que o professor e o aluno têm papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, no qual o livro didático é um recurso importante para essas finalidades. Destacamos que a argumentação tem papel importante no processo de ensino da matemática. Defendemos que o ensino da Matemática deve estar respaldado na compreensão da argumentação e dos procedimentos que justifiquem a sua aplicação. Na Educação Matemática, a argumentação pode ser categorizada, segundo as ideias de Balacheff (1988), Sales (2010), Attie (2016), Carvalho, Santos e Attie (2016) para subsidiar na literatura sobre a argumentação justificativa e/ou explicativa. A partir desses estudos foi delineada a pesquisa documental, com aspectos qualitativos e descritivos, a fim de verificar a argumentação nos documentos oficiais, bem como analisar a argumentação nos livros didáticos de matemática do Guia Nacional do Livro Didático (PNLD) 2021. No aporte de argumentação nos documentos norteadores o Parâmetro Curricular Nacional (2017) e Base Nacional Comum Curricular (2018). A análise das dez coleções do livro de matemática do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2021, nos volumes que abordam a Geometria Plana a partir dessa investigação, constatou que na sua maioria aparece a argumentação explicativa.

Palavras-Chave: Argumentação no Ensino da Matemática. Educação Matemática. Livro didático de Matemática. PNLD de Matemática/2021.

ABSTRACT

The teaching and learning of Mathematics, according to the percentages of external assessments, such as the International Student Assessment Program (PISA) and the Basic Education Assessment System (SAEB), indicate significant rates of students who are not able to reach the level of proficiency in the math literacy. Cordeiro and Oliveira (2015) point out characteristics of the process of teaching this area of knowledge, in which a methodological practice based on expository transmission prevails and, consequently, on the resolution of fixation exercises, as well as on the memorization of mathematical formulas and rules, so that the students just play. We consider that the teacher and the student have a fundamental role in the teaching and learning process, in which the textbook is an important resource for these purposes. We emphasize that argumentation plays an important role in the process of teaching mathematics. We defend that the teaching of Mathematics must be supported by the understanding of the arguments and procedures that justify its application. In Mathematics Education, argumentation can be categorized, according to the ideas of Balacheff (1988), Sales (2010), Attie (2016), Carvalho, Santos and Attie (2016) to support the literature on justifying and/or explanatory argumentation. Based on these studies, the documentary research was designed, with qualitative and descriptive aspects, in order to verify the argumentation in the official documents, as well as to analyze the argumentation in the mathematics textbooks of the National Guide to the Didactic Book (PNLD) 2021. arguments in the guiding documents the National Curricular Parameter (2017) and National Curricular Common Base (2018). The analysis of the ten collections of the mathematics book of the Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2021, in the volumes that address Plane Geometry from this investigation, found that most of the explanatory arguments appear.

Keywords: Argumentation in Mathematics Teaching. Mathematics Education. Mathematics textbook. PNLD of Mathematics/2021.

LISTA DE SIGLAS

BDTD - Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES - Catálogo de Teses e Dissertações

CNE - Conselho Nacional de Educação

FNDE - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

LDB – Lei de Diretrizes e Base

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PNBE - Programa Nacional Biblioteca na Escola

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

RI – UFS - Repositório Institucional da Universidade Federal de Sergipe

SCIELO - Scientific Electronic Library Online

PISA – Programa Internacional de Avaliação de Estudantes

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

PPP - Projeto Político Pedagógico

UFS – Universidade Federal de Sergipe

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Mapeamento Horizontal- sobre “argumentação” and “Matemática” and “Livro didático”. (título, ano, autor e instituição).....	22
Quadro 2: Mapeamento vertical (título, autor, objetivos, aporte teórico).....	32
Quadro 3: Temas e Competências que o PNL D aborda.....	69
Quadro 4: Mapeamento das obras aprovadas da área de Matemática e suas Tecnologias.....	71

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Estrutura da dissertação.....	17
Figura 2: Divisões da Argumentação (o Autor).....	48
Figura 3: Modelo de Toulmin.....	49
Figura 4: Não-Prova e Prova. (Stylianides, 2009).....	50
Figura 5: Estrutura das obras didáticas por área do conhecimento PNLD (2021).....	68
Figura 6: Temas Integradores.....	69
Figura 7: Relação de área do quadrado com $(a + b)^2$	78
Figura 8: Relação de área do paralelogramo com retângulo.....	79
Figura 9: Relação de área do triângulo com paralelogramo.....	80
Figura 10: Relação de área do triângulo equilátero.....	80
Figura 11: Região limitada por um trapézio.....	81
Figura 12: Área do trapézio.....	82
Figura 13: Área do losango.....	82
Figura 14: Área de triângulo.....	84
Figura 15: Área de figuras.....	84
Figura 16: Área de retângulo.....	86
Figura 17: Área do pentágono.....	86
Figura 18: Cálculo de área de um quadrilátero aplicando a fórmula de Heron.....	87
Figura 19: Área de figuras plana.....	88
Figura 20 Área do retângulo e quadrado.....	89
Figura 21: Relação de perímetro e área.....	89
Figura 22: Relação de perímetro e área.....	89
Figura 23: Relação de perímetro e área.....	90
Figura 24: Relação de perímetro e área.....	91
Figura 25: Área de polígono regular.....	92
Figura 26: Área de polígono regular.....	93
Figura 27: Apótema do polígono regular.....	93
Figura 28: Área do polígono regular.....	94
Figura 29: Área do losango.....	95
Figura 30: Relação métrica do quadrado inscrito na circunferência.....	96
Figura 31: Construção de um pentágono inscrito em uma circunferência.....	97
Figura 32: Cálculo da área do paralelogramo.....	98
Figura 33: Cálculo da área do paralelogramo e losango.....	99
Figura 34: Cálculo da área de figuras.....	100

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	12
ARTIGO 1. MAPEAMENTO DA ARGUMENTAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	19
1. Introdução	20
2. A Argumentação no Ensino da Matemática.....	22
3. Considerações Finais.....	38
4. Referências.....	40
ARTIGO 2 - ARGUMENTAÇÃO, MATEMÁTICA E LIVRO DIDÁTICO.....	43
1. Introdução	44
2. Argumentação e a Retórica.....	46
2.1 Argumentação n contexto da Educação Matemática.....	47
2.2 Argumentação e os documentos norteadores	52
2.3 Livro didático.....	55
2.4 Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).....	56
3. Considerações	58
4. Referências	61
ARTIGO 3 - CARACTERIZAÇÃO E AVALIAÇÃO DA ARGUMENTAÇÃO NOS MANUAIS DIDÁTICOS DO PNLD/2021.....	64
1. Introdução.....	65
2. Estruturação do PNLD 2021.....	67
3. Análise das unidades de Matemática e a análise de argumentações.....	76
3.1 A Geometria e seu contexto histórico.....	77
4. Análise dos livros didáticos.....	78
4.1 Matemática em Contextos (DANTE E VIANA, 2020)	79
4.2 Ser protagonista: Matemática e suas tecnologias (SMOLE E DINIZ, 2020).....	84
4.3 Quadrante Matemática e suas tecnologias (CHAVANTE E PRESTES, 2020).....	86
4.4 Matemática nos dias de hoje: Medidas e Geometria (CEVADA et al 2020).....	88
4.5 Matemática Interligada: Geometria Espacial e Plana (ANDRADE et al 2020).....	89
4.6 Multiversos Matemática: Geometria (SOUZA, 2020).....	92
4.7 Prisma Matemática (BONJORNIO et al 2020).....	95
4.8 Conexões – Matemática e suas tecnologias (LEONARDO, 2020).....	97
4.9 Diálogo – Matemática e suas tecnologias (TEIXEIRA, 2020).....	99
RESULTADOS FINAIS.....	103
REFERÊNCIAS.....	107
Apêndice	110

1. INTRODUÇÃO

O mundo moderno na sua configuração e pesquisas vem despertando o interesse de muitos estudiosos da área da matemática que se deve pensar em mudanças no modelo de ensino, pois mesmo há uma necessidade urgente de se avaliar métodos, materiais didáticos, recursos. Dessa forma é esperado um ensino que propicie aos alunos uma melhor compreensão de mundo para intervir de modo crítico e consciente, favorecendo os elementos responsáveis por proporcionar ao educando uma aprendizagem construtiva, significativa e satisfatória conforme as diretrizes curriculares existentes no Brasil.

O ensino de Matemática de acordo com as análises realizadas pelos pesquisadores Cordeiro e Oliveira (2015), aponta que entre as principais características do processo de ensinar essa área do conhecimento, prevalece uma prática metodológica baseada na transmissão expositiva e conseqüentemente em resolução de exercícios de fixação, bem como a memorização de fórmulas e regras matemáticas, de modo que os alunos apenas reproduzam, pois com esse tipo de ensino, essa atribuição simplesmente não acontece.

Nesse contexto, o ensino de Matemática, atualmente, exige um tratamento didático que seja capaz de captar a atenção e o envolvimento do aluno nas aulas de matemática, além de aproximar os conteúdos sugeridos nos documentos norteadores oficiais, a trabalhar em sala de aula com a realidade vivenciada pelos alunos, como propõem os novos paradigmas educacionais e é evidenciada a construção das habilidades e competências por parte dos alunos, afirmamos isso com base nos níveis de desempenho no Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA) consiste em um estudo internacionalmente realizado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) visando analisar um dos pressupostos à aprendizagem, o letramento matemático, contribuindo com informações sobre o desempenho dos estudantes e também aos principais fatores que moldam sua aprendizagem, dentro e fora da escola.

Nessa perspectiva a OCDE aponta os principais desafios:

identificou disparidades consideráveis no acesso à educação e nos resultados do Brasil em todos os níveis, principalmente devido à situação socioeconômica e à localização geográfica dos estudantes. A OCDE também observou que o Brasil enfrenta altas taxas de evasão escolar no ensino médio, que refletem um baixo nível de habilidades sociais e cognitivas fundamentais. Também identificou-se o constante desafio de garantir que todos os jovens deixem as escolas com as habilidades exigidas no mercado de trabalho. Associado a isso, a OCDE relatou desafios relacionados à garantia de uma avaliação e capacidade de antecipação rigorosas e sistemáticas de habilidades, medidas para identificar conhecimentos prévios e reduzir a heterogeneidade

da oferta de formação acadêmica. Por fim, a OCDE observou que o Brasil tem enfrentado altos níveis de desemprego entre os jovens de 18 a 24 anos (Education Policy Outlook, 2021).

O Brasil iniciou sua parceria com a OCDE na década de 1990, quando ingressou no Comitê de Aço, passando a participar das reuniões no ano de 1996. No ano de 2012, o país recebeu o convite para participar do Programa de Engajamento Ampliado, com isso, solidificando ainda mais a relação que se estabelecia entre a OCDE e o Brasil. E essa relação é visando a promoção de políticas públicas para melhorar a qualidade da educação no país, sendo o principal objetivo dessa relação.

Nesse contexto, o Brasil amplia e cria algumas ações e programas para a análise dos índices educacionais de todo o país, analisando, assim, os alunos de turmas de séries iniciais e finais, tanto do ensino fundamental menor quanto o maior, bem como do novo ensino médio. E o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) permite que as escolas, as redes municipais e estaduais e, por amostragem, redes particulares de ensino, avaliem a qualidade da educação oferecida aos seus estudantes. O resultado dessa avaliação é um indicativo da qualidade do ensino brasileiro e oferece subsídios para a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas educacionais com base em evidências das Matrizes de Referência dos Testes do SAEB (2001) da Língua Portuguesa e Matemática (BRASIL, 2019b, p. 98).

Na edição do PISA 2018 o Brasil ocupou a posição a 71ª posição, dentre o agrupamento de 79 países participantes, revelando assim que

68,1% dos estudantes brasileiros estão no pior nível de proficiência em matemática e não possuem nível básico de Matemática, considerado como o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Mais de 40% dos jovens que se encontram no nível básico de conhecimento são incapazes de resolver questões simples e rotineiras. Apenas 0,1% dos 10.961 alunos participantes do Pisa apresentou nível máximo de proficiência na área (INEP, 2019).

As pesquisas educacionais evidenciam os questionamentos, apontam os resultados apresentando que a maioria dos alunos da Educação Básica não tem conseguido obter resultados satisfatórios quanto à aprendizagem dos conteúdos na área da Matemática. Partindo de pesquisas e associando ao desenvolvimento da prática pedagógica em Matemática, que juntos impactam na qualidade do ensino, e por fim, no resultado da aprendizagem obtido pelos alunos, merece a atenção incessantemente de pesquisadores e professores, visando à melhoria, esclarecimentos e entendimentos dessas questões, se faz necessário uma ampliação e implementação de pesquisas científicas com foco na

educação matemática.

Diante da necessidade de se analisar as pesquisas com foco no processo de ensino e aprendizagem, as discussões do modo como a argumentação está sendo apresentada nos livros de matemática, a superação do modelo tradicional de ensino e com isso, são inúmeras as pesquisas na tentativa de superação desse modelo, baseando-se na memorização e na repetição, na busca incessante de imergir na prática educacional, fica a inquietação de como os procedimentos matemáticos nos métodos de provar ou justificar configuram-se ficando em segundo plano no processo de ensino.

O objeto de estudo ‘nasce’ do seguinte questionamento: Por que os discentes, na maioria das vezes, não conseguem argumentar matematicamente de forma objetiva?

Desta forma, a inquietação de se buscar respostas surge atualmente à luz dos estudos desenvolvidos no Programa de Pós-Graduação de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe, em especial a última disciplina cursada no programa que foi o Seminário de Pesquisa I.

Nessa disciplina, pudemos perceber que outros colegas do programa estavam também estudando sobre a argumentação matemática, nos debates e teorias estudadas pudemos perceber a necessidade de se discutir sobre o assunto com base em Sales (2010), Attie (2016), Carvalho, Santos e Attie (2016) para subsidiar na literatura sobre a argumentação justificativa e/ou explicativa. No aporte de argumentação nos documentos norteadores, o Parâmetro Curricular Nacional (2017) e Base Nacional Comum Curricular (2018).

O Ensino da Matemática diante de tantas evidências que de acordo com os resultados e indicadores dos perfis da aprendizagem da matemática vem passando por reformulações temporalmente. Essa percepção já era discutida por E. Roxo e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil desde a de 1920, a sua proposta era que a disciplina deveria ser ensinada e explorada em diversas áreas de modos diferentes, com esse entendimento ganha ênfase com o movimento ganha expansão, no período de 1960 a 1980, sob forte influência da educação estadunidense após a Segunda Guerra Mundial, a necessidade de trabalhadores qualificados para a formação tecnológica e armamentista. Com isso, influencia a educação brasileira não se restringindo apenas na reforma curricular, bem como a formação qualificada do professor, pois havia a carência do aparelhamento das escolas, enquanto estrutura e da qualificação docente para atender a tal demanda (SANTOS, 2020).

A ideia de se estudar sobre a argumentação matemática, já vinha desde antes do

ingresso no programa do mestrado. Após, a seleção do mestrado e o orientador analisar a linha de pesquisa, já tinha proposto na submissão do projeto, a área de pesquisa de argumentação, e em reunião, o mesmo sugere se já havia pensado no objeto de estudo.

Nesse sentido, estudar sobre a “Argumentação Matemática nos Projetos Integradores do Programa Nacional do Livro Didático”, em que os documentos norteadores sinalizam a importância do aluno aprender e desenvolver essas **competências cognitivas e habilidades** para sua formação ao longo da educação básica. A inquietação levou-se a questão inicial do “por que os discentes, na maioria das vezes, não conseguem argumentar matematicamente de forma objetiva?”, relativizando assim, aos alunos (aprendizagem) e ao objetivo de analisar os livros didáticos (o ensino).

A pretensão de se aprofundar no uso do livro didático é que ele possui papel fundamental no ensino e na aprendizagem em relação à educação básica. Documento de acervo de conteúdos é importante recurso de estudo do saber, além disso, é um recurso que torna-se significativo para o aluno, pois para muitos é o único acesso de conhecimento científico, mesmo estando vivendo em um mundo globalizado, e para o professor a “ferramenta” de trabalho.

Ao definir o objeto de estudo da pesquisa, evidenciamos a argumentação no ensino, por isso, delineamos a hipótese: Como a argumentação está posta nos livros de matemática do Novo Ensino Médio?. Enfatizamos que nosso questionamento no presente estudo é investigar “como a argumentação está apresentada pelos autores de livros didáticos, indicados pelo Guia do Plano Nacional de Livro e do Material Didático (PNLD) 2021 do Objeto 2?”

Esse recorte se faz na necessidade de investigar a partir da pesquisa documental os livros didáticos por área do conhecimento, nesse sentido a Matemática. Tendo em vista que nas diversas áreas do conhecimento a argumentação pode se fazer presente, logo nosso foco em especial é a Matemática.

Para responder a esse questionamento o objetivo geral da pesquisa é verificar como a argumentação está sendo trabalhada nos projetos integradores Guia do Programa Nacional do Livro Didático do ano 2021.

Com relação aos objetivos específicos, propomos:

- Realizar mapeamento vertical e horizontal das produções científicas da argumentação na Educação Matemática;
- Verificar a argumentação e fundamentação nos documentos oficiais;
- Analisar a argumentação dos materiais didáticos da matemática do Ensino

Médio Guia do PNLD 2021.

No que se refere à metodologia adotada um dos pilares é a pesquisa documental baseada em revisão bibliográfica segundo Tozoni-Reis (2009, p. 24) a revisão acontece de forma articulada, os estudos revisados com o estudo proposto agregando ao problema da pesquisa, a relação entre o objeto de estudo e o aprofundamento ou temas paralelos ao pesquisado. Nesse sentido, pretende-se buscar as diferentes posições teóricas conceituais relacionadas ao objeto de estudo. Utilizando-se do formato *Multipaper* que “é uma coletânea de artigos publicáveis, por sua vez, refere-se à apresentação de uma dissertação ou tese como uma, acompanhados, ou não, de um capítulo introdutório e de considerações finais” (MUTTI e KLUBER, 2018).

No âmbito da Educação Matemática, esse formato de dissertação optou pelo *multipaper*, que corresponde a um acervo de artigos. Esse formato, além de exercitar o pesquisador por meio de publicações em periódicos, remete ao pesquisador o poder e desafio de difusão dos resultados das pesquisas Barbosa (2015) *apud* Morais (2019, p. 31). A pertinência desta investigação é destacada por Barbosa (2015, p. 363) ao citar D’Ambrósio e Lopes (2015) e Skovsmose e Greer (2015), quando diz da necessidade de questionamento dos “padrões de produção de pesquisa [...] [e da] própria representação da pesquisa” e a reflexão acerca da possibilidade de elaboração de dissertações e teses em outros formatos, que ele chama de insubordinados, pois “[...] rompem com a representação tradicional da pesquisa educacional nestas modalidades de trabalho acadêmico” (BARBOSA, 2015), como é o caso do *Multipaper*. Possibilitando que se desenvolvesse o estudo adotando metodologias diversificadas, mapeamento vertical e horizontal das produções científicas da argumentação na Educação Matemática, o levantamento da argumentação matemática nos documentos norteadores, a caracterização e avaliação da argumentação nos manuais didáticos do PNLD/2021.

O livro didático é recurso fundamental na estruturação e organização curricular e adotado pelo professor, bem como usado pelo aluno como recurso basilar para fundamentação do seu conhecimento, nesse caso, a matemática escolar

O Guia do PNLD de 2021 foi publicado a partir do Edital 03/2019, em 13 de dezembro 2019, algumas alterações deverão ser consideradas que são os cinco Objetos, ou seja, o programa foi dividido por objetos do conhecimento, bem como a escolha efetuada por etapas:

- Objeto 1 - Obras de Projetos Integradores e de Projeto de Vida:

As escolhas do PNLD do Ensino Médio foram feitas em duas fases. A primeira delas é referente ao Objeto 1. Os materiais da Fase 1 são novas propostas no contexto escolar. Até o último

PNLD do Ensino Médio, os livros eram por componente curricular. Uma das mudanças sugeridas pela BNCC é enriquecer e complementar o trabalho a partir da metodologia de projetos. Havendo assim, uma transição muito importante nas escolas, com professores e alunos convivendo com os livros disciplinares escolhidos no PNLD 2018 e também com livros para o trabalho com projetos.

Objeto 2 - Obras por área de conhecimento: nessa etapa as obras didáticas por Áreas do Conhecimento para Estudantes e Professores são compostas por seis volumes por área. E Obras Didáticas Específicas para Estudantes e Professores com apenas um volume. (PNLD/2021).

Objeto 3 - Obras de Formação Continuada: essa coletânea tem a composição para a formação continuada docente.

Objeto 4 – Recursos Educacionais Digitais: esse o objeto corresponde aos recursos educacionais digitais (REDs). Além dos componentes curriculares, os REDs abrangem temas integradores, que abordam outras habilidades e competências e são articulados com temas sociais e contemporâneos (PNLD/2021).

Objeto 5 - Obras Literárias: Obras Literárias contemplando alguns Temas e definidos por gêneros literários.

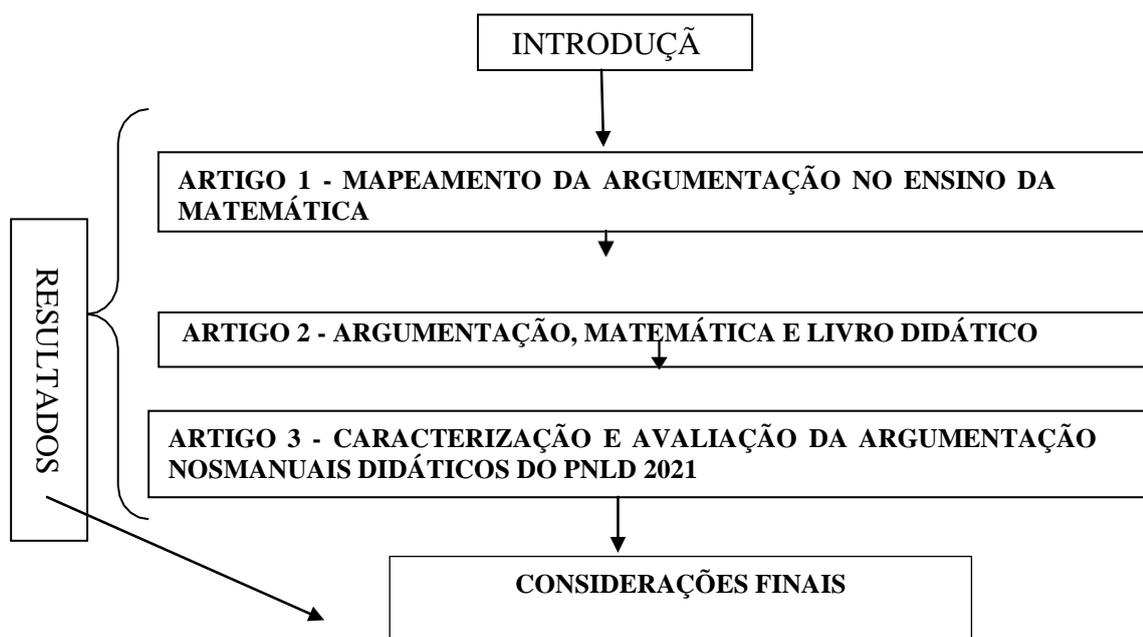
Argumentamos que a nossa escolha para a análise do livro didático é que esse é um dos principais recursos adotados pelo professor no processo de ensino na educação básica. Desta forma, com as orientações para a formulação do PNLD e as diretrizes educacionais, consideramos relevante investigar como a argumentação está inserida nos livros didáticos de matemática.

Para a apresentação desse trabalho os estudos foram organizados em três artigos que apresentam os resultados desta dissertação. Cada artigo é formado por características próprias que nos permitem publicá-los isoladamente, no entanto, ressaltamos que para melhor compreensão dos objetivos desta pesquisa a leitura integral dos três artigos faz-se necessária.

Dessa forma, apresentamos os resultados a partir de três artigos, cada um com a sua metodologia e organização própria, no entanto, com interligação, a partir do elo que nos permitiu realizar uma análise transversal dos mesmos, de modo a atender aos objetivos da nossa investigação, para assim, chegarmos à conclusão da análise dos livros didáticos.

Por fim, apresentamos as nossas considerações finais acerca da presente investigação, as referências em cada artigo, apêndices e anexos.

Assim, esboçamos a estrutura do corpo da dissertação a seguir, na Figura 1:

Figura 1 - Estrutura da dissertação

Fonte: o Autor.

No primeiro artigo, visando alicerçar, e dar consistência a esse trabalho, buscou-se realizar o mapeamento vertical e horizontal, além de realizar a análise da produção científica em artigos publicados em revistas e anais de eventos científicos no Brasil e/ou no exterior que realizaram suas investigações sobre a argumentação no ensino da matemática.

No segundo artigo, discutiu-se sobre a Argumentação, Matemática e o livro didático e desta reflexão fazem-se as seguintes apreciações: no tocante à argumentação, discorrendo sobre várias referências bibliográficas, e percebendo que essa área ainda é tímida em pesquisa na Educação Matemática, ou seja, pouco explorada, no entanto, significativamente importante para o ensino da matemática e a forma como é abordada nos livros didáticos.

No terceiro artigo, a caracterização e validação da argumentação em matemática são essenciais em diversos níveis de ensino, no entanto, a forma como está sendo tratada em Matemática tem necessitado aprofundamento sobre o tema, e realizando a análise do manual do professor do livro didático de Matemática. No intuito de validação desta pesquisa sobre as categorias da argumentação justificativa e/ou argumentação explicativa, a partir da análise documental dos manuais do livro didático do professor, no objeto do conhecimento na Geometria Plana, fizemos esse delineamento, por investigar a forma como a geometria plana está sendo trabalhada nos livros didáticos.

ARTIGO 1 – MAPEAMENTO DA ARGUMENTAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

RESUMO

O presente artigo faz parte de uma coletânea que compõe a pesquisa de dissertação de mestrado desenvolvida em formato *multipaper*. Tem como finalidade apresentar um panorama das pesquisas, como teses – dissertações-artigos em periódicos que investigaram a argumentação no Ensino da Matemática e no livro didático de matemática no período de 2007 a 2022. Para isso, foram realizados mapeamentos horizontais e verticais dos trabalhos pesquisados. Nosso corpus de pesquisa é composto por arquivos retirados dos bancos de dados da Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD), o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e o Repositório Institucional da Universidade Federal de Sergipe (RI - UFS). Como filtros de pesquisa foram utilizadas as palavras chaves “Argumentação”, “Ensino de Matemática” e “Livro Didático”. Para Cavalcanti (2015) o mapeamento horizontal (localidade), o mapeamento vertical (análise de pesquisas) que nos permitiu visualizar a realidade da pesquisa científica acerca da argumentação e ensino da matemática. De acordo com as análises das dissertações e artigos publicados chegamos a conclusão que no âmbito da argumentação utilizou-se as ideias de Balacheff (1988), Sales (2010) a argumentação no ensino da matemática, a seguir Attie (2016) e Toulmin (2001).

Palavras-chave: Mapeamento. Argumentação. Ensino da Matemática. Livro Didático.

ABSTRACT

This article is part of a collection that makes up the research of a master's thesis developed in multipaper format. Its purpose is to present an overview of research, such as theses - dissertations-articles in journals that investigated the argumentation in Mathematics Teaching and in the mathematics textbook in the period from 2007 to 2022. For this, horizontal and vertical mappings of the researched works were carried out. Our research corpus is composed of files taken from the databases of the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD), the CAPES Theses and Dissertations Catalog and the Institutional Repository of the Federal University of Sergipe (RI – UFS). The keywords “Argumentation”, “Mathematics Teaching” and “Didactic Book” were used as search filters. For Cavalcanti (2015) the horizontal mapping (locality), the vertical mapping (research analysis) that allowed us to visualize the reality of scientific research on the argumentation and teaching of mathematics. According to the analysis of the dissertations and published articles, we came to the conclusion that in the scope of the argumentation, the ideas of Balacheff (1988), Sales (2010) the argumentation in the teaching of mathematics were used, then Attie (2016) and Toulmin (2001).

Keywords: Mapping. Mathematical argumentation. Mathematics teaching.

1. INTRODUÇÃO

Apresentamos neste artigo, o panorama e a análise da produção científica em artigos publicados em revistas e anais de eventos científicos no Brasil e/ou no exterior que realizaram suas investigações sobre a argumentação no Ensino da Matemática. Desse modo, consideramos para essa realização do mapeamento, tomamos como base teórico Biembengut (2008).

Mapear é um processo de revelar conhecimento, ao fazer o mapeamento, precisamos efetuar um cuidadoso estudo dos entes envolvidos e dos procedimentos e técnicas a serem utilizadas para minimizar possíveis distorções e, desta forma, a representação dos resultados- o mapa- disponha de artefatos visíveis dotados de autonomia e com propriedades especiais para servir como guia, como meio de comunicação de conhecimento. Importa compreender a questão de tal forma a organizar os dados e traçar, em um mapa esquemático, a variação destes em um contexto (BIEMBENGUT, 2008, p. 63).

Este trabalho constitui-se como um levantamento que visa realizar o mapeamento vertical e horizontal das produções científicas da argumentação no ensino Educação Matemática e apresentar um panorama das pesquisas que abordam a argumentação no ensino da matemática através dos livros didáticos. Por meio de uma abordagem qualitativa, desenvolveu-se primeiramente um levantamento de dados das pesquisas brasileiras e/ou internacionais, sobre a temática e posteriormente, ocorreu o delineamento da metanálise da produção com base nas características identificadas das pesquisas encontradas, para Cavalcanti (2015) o mapeamento é um tipo de insubordinação criativa que subsidia a pesquisa e conhecer o objeto de estudo.

A produção científica em Educação Matemática demonstra através de levantamento e descrição de informações das pesquisas desenvolvidas em um campo de estudo específico, visando entender o lugar e o período de tempo das produções. Tais informações são consideradas relevantes.

Em síntese, compreendemos o mapeamento da produção científica em Educação Matemática como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações de onde e quando estão acontecendo essas publicações, por exemplo, onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período pré-determinado, bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016).

A discussão vem sendo pesquisada historicamente em diversos momentos o recorte temporal dado a esta investigação centrou-se no mapeamento enquanto possibilidade de se compreender o objeto de estudo, um fato, questionamentos a serem respondidos, e

então, sejam observados caminhos, forma de mudar e melhorar, prever ou criar algo relativo ao fenômeno, ou fato em questão (BIEMBENGUT, 2008, p. 71), nesse caso apontamentos de como se estrutura a argumentação nos livros didáticos do Guia do PNL D 2021 - objeto 2 à reformulação do Novo Ensino Médio.

Apresentando o mapeamento descritivo (horizontal) e o mapeamento analítico (vertical), buscando conhecer as produções científicas que investigam a argumentação no ensino da matemática (VALE, 2019, p. 54).

Para o mapeamento dos trabalhos, foram utilizados bancos de dados confiáveis: a Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações (BDTD), o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e o Repositório Institucional da Universidade Federal de Sergipe (RI – UFS), Scientific Electronic Library Online (SciELO). Os bancos de dados são as principais fontes de disseminação de textos completos defendidos em instituições, significando a visibilidade da produção científica e acadêmica para a comunidade em geral. Com isso, foram usados filtros de pesquisa sendo as palavras-chave “Argumentação”, “Ensino de Matemática” e “Livro Didático”. Foram encontrados um total de 60 (sessenta) trabalhos que tratam da argumentação no Ensino da Matemática. De início foram desconsiderados aqueles estudos que mediante a leitura do título e/ou resumo, não se enquadraram, a exemplo, a modelagem matemática com a finalidade de revisar conteúdos e resolver problemas reais, para alunos do 2º Ano do Ensino Médio. E outra que tratava-se de competências argumentativas por estudantes do 1º Ano do Ensino Fundamental para a resolução de problemas com adição, adotando-se os princípios da Engenharia Didática. No entanto, houve um delineamento com foco na argumentação nos livros didáticos do PNL D.

Não se tratando apenas de levantar as pesquisas existentes e relatá-las como parte sequencial e temporal, a partir das palavras-chave, mas sim, identificar os pontos relevantes ou significativos que respaldam como norteadores para compreender os segmentos já pesquisados e expressos de forma a nos permitir um sistema de explicação ou de interpretação Biembengut (2008). Além da analogia do mapeamento, identificando o local onde se pesquisou, distinguindo mapeamento horizontal e mapeamento vertical.

Para Biembengut (2008), o mapeamento horizontal trata-se de elementos mais voltados para a topologia do território, sinalizando apenas questões do tipo: quantos, quem e onde foram realizadas publicações e estudos. O mapeamento vertical abrange as questões mais importantes, exigindo do pesquisador um estudo mais analítico, pontuando tendências, o que pode ser desenvolvido a partir do que foi pesquisado, dentre outros elementos. Nesse caso, assemelha-se como uma metanálise que se caracteriza como uma

revisão de estudos bibliográficos que visa “realizar uma análise crítica de um conjunto de estudos já realizado tentando extrair deles informações adicionais que permitam produzir novos resultados, transcendendo aqueles anteriormente obtidos” (FIORENTINI; LORENZATTO, 2009, p. 71).

A argumentação no ensino da matemática é essencial em diversos níveis de ensino, no entanto, se faz necessário analisar como a forma que a geometria plana está sendo tratada nos livros didáticos de Matemática tem necessitado aprofundamento sobre o tema. As discussões sobre essa temática ainda vem sendo discutida esporadicamente, e pouco pautada, diante disso, se faz necessário esse estreitamento de discussão e abordagem de pensamentos de autores na linha de pesquisa em educação matemática. Com isso, há a necessidade de se aprofundar no objeto de estudo a partir das reformulações curriculares que vêm ocorrendo na história do Brasil. Para isso, apresentando o mapeamento descritivo (horizontal) e o mapeamento analítico (vertical), buscando conhecer as produções científicas que investigam a Argumentação Matemática (VALE, 2019, p. 54).

2. A Argumentação no Ensino da Matemática

A produção científica sobre a argumentação no Ensino da Matemática ainda é pouco debatida, mas com as reformas curriculares nesta área fizeram surgir pesquisas sobre a argumentação no ensino e na aprendizagem em diferentes níveis de escolaridade, em especial o campo da pesquisa que aborda a sala de aula Lin (2018).

No levantamento das produções sobre a argumentação, levaram-se em consideração os questionamentos, de onde, quem e quando estão debatendo sobre o assunto. Cabe salientar que, neste artigo, adotamos às duas formas de mapeamento, realizando o mapeamento horizontal, que consiste em um método mais descritivo, para apresentar e descrever os trabalhos identificados, e o mapeamento vertical para realizarmos uma análise mais aprofundada e crítica dos elementos identificados nas publicações. Nessa perspectiva, esse artigo se alicerça aos mapeamentos realizados por Cavalcanti (2015).

Os questionamentos quantos, quem e onde já fizeram algo a respeito? Apontaria para um estudo exploratório horizontal se concentrando mais no relevo observável das produções científicas, isto é, na topologia do território. Já os questionamentos „que avanços foram conseguidos e quais problemas estão em aberto para serem levados adiante“ indicariam um estudo vertical que poderia ter como orientação o que está sob (isto é, os trabalhos já desenvolvidos – indicariam tendências) e o que está sobre (isto é, os trabalhos que podem ser desenvolvidos – indicaram perspectivas) a superfície da literatura científica (CAVALCANTI, p. 2019).

É notória a necessidade de a Educação Matemática levantar sempre questões de como as pesquisas estão acontecendo? Quem está realizando? Onde está sendo debatido e Por quem? A fim de produzir conhecimento para a interpretação da realidade, a pesquisa qualitativa na educação, e esse processo possuem algumas grandes etapas: compreensão mais aprofundada do tema através de autores e obras que tratam do mesmo tema ou temas próximos, conhecimento da realidade a ser interpretada pela busca de dados sobre os fenômenos investigados. Com isso, foram detectados 23 (vinte e três), entre tese e dissertações, artigos, isso após um novo refinamento, observando as palavras-chave, agora no texto de resumo que podem ser identificados no Quadro 1 abaixo:

Quadro 1 - Mapeamento Horizontal- sobre “argumentação” and “Educação Matemática” and “Livro didático”. (título, ano, autor e instituição).

N ^o	T ¹ ou D ou A	Título	Ano	Autor(es)	Instituição de Ensino
1	D	Argumentação e prova no ensino médio: análise de uma coleção didática de matemática	2007	Edna Santos de Souza Barbosa	Pontificia Universidade Católica de São Paulo
2	D	Análise do processo de argumentação e prova em relação ao tópico logaritmos, numa coleção de livros didáticos e numa sequência de ensino	2007	Fernando Tavares da Silva	Pontificia Universidade Católica de São Paulo
3	D	Abordagens no ensino da prova e argumentação escolar: análise de uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental	2007	Sueli Maffei Jamelli	Pontificia Universidade Católica de São Paulo
4	D	Uma análise da abordagem sobre argumentações e provas numa coleção do ensino médio	2007	Lourival Junior Mendes	Pontificia Universidade Católica de São Paulo
5	D	Argumentação e prova no ensino fundamental: análise de uma	2008	Flávio Pereira da Cruz	Pontificia Universidade Católica de São Paulo

¹ Legenda: N^o para ordem numérica. T: Teses; D: Dissertação; A: Artigos.

		coleção didática de matemática			
6	D	Práticas argumentativas no estudo da geometria por acadêmicos de Licenciatura em Matemática	2010	Antonio Sales	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
7	D	Análise da contextualização da função exponencial e da função logarítmica nos livros didáticos do ensino médio.	2014	Michelle Noberta Araújo de Oliveira	Universidade Federal de Campina Grande
8	D	Raciocínio lógico: uma proposta para o ensino fundamental II	2015	Marisane Soares Vilas Santi	Universidade Federal da Grande Dourados
9	A	Processos de argumentação no ensino fundamental: frações e potências	2016	Leane Oliveira de Carvalho; Thamires Ferreira dos Santos; João Paulo Attie	Universidade Federal de Sergipe
10	T	O mundo da vida na Matemática: análise do livro didático de matemática sob uma perspectiva bakhtiniana	2017	Franceliza Monteiro da Silva Dantas	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
11	D	O manual do professor de Matemática nos livros didáticos: uma análise no fomento à argumentação	2017	Regina Coelly Mendes da Silva	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
12	A	O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma turma do Ensino Fundamental	2018	Pi-Jen Lin	Univewrsidade Federal do Rio Grande do Sul
13	A	A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática	2018	Willa Nayana Correa Almeida; João Manoel da Silva Malheiro	Universidade Federal de Santa Catarina
14	A	Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e	2018	João Caldato, Miriam Cardoso Utsumi, Lilian Nasser.	Universidade Federal do Triângulo Mineiro

		professores			
15	A	O papel do Educador no favorecimento da Argumentação no Ensino de Matemática	2019	Willa Nayana Correa Almeida; João Manoel da Silva Malheiro	Universidade Federal de Santa Catarina
16	A	Argumentação em livros didáticos: equações do 1º grau	2019	Evelyn dos Santos Nascimento, Matheus Matuceli dos Santos, Monize Barros Lima Costa	Universidade Federal de Sergipe
17	A	Argumentação em Livros Didáticos de Matemática: Brasil e Canadá. Interfaces Brasil e Canadá	2020	João Paulo Attie; Cathy Marks Krpan	Universidade Federal de Sergipe

Fonte: Mapeamento do Autor.

Vale salientar que, pode haver outros trabalhos publicados, sendo que com base na adoção das palavras-chave: argumentação; ensino da matemática e livro didático foram apontados essas produções como mostra o Quadro 1. A partir das análises, observou-se que a produção científica acerca da argumentação aparece nos livros didáticos de Matemática. De forma geral, ela é tratada em seu sentido amplo propiciado por sua natureza multidisciplinar e multi-referencial, pois se percebe que a argumentação está posta em todas as áreas do conhecimento.

O mapeamento horizontal corresponderá a uma delimitação do conjunto de referências bibliográficas acerca da relação ao saber do professor que será realizada a partir da análise do apêndice A de Cavalcanti (2015), foram uma (01) tese, dez (10) dissertações e oito (08) artigos nos bancos de dados, com base no levantamento e pesquisas, o mapeamento vertical e análise. A seguir descreveremos os levantamentos.

Em síntese, a autora **Dantas** (2017) em sua tese, aborda dois questionamentos, sobre o livro didático de matemática e as atividades abordadas, e como os enunciados estão presentes nas atividades do livro didático de matemática. Com base nisso, selecionou-se livros didáticos do PNL (2011-2014), procurando verificar se, como e até que ponto “o mundo” se faz presente nessas obras. Compreende-se que o ensino de Matemática, fortalecida por uma prática sociointeracionista e voltada ao mundo da vida, favorece uma

maior compreensão daquela ciência, pois ao contribuir para a interação, humanização e aproximação da Matemática à vida, propicia a aquisição de um melhor nível de interpretação e compreensão oportunizando uma maior contextualização do aluno, fazendo-o sair do mero papel de espectador para o de construtor do conhecimento matemático.

De forma implícita, a autora aborda as categorias de argumentação explicativa e argumentação justificativa no transcrever da sua tese, visto que aborda a aproximação da matemática no cotidiano.

A respeito das dissertações foram encontradas 10 (dez) e foram analisadas as teorias em sínteses sinalizadas pelos autores em ordem cronológica:

Barbosa (2007) o objetivo foi estudar como é tratado o tema da argumentação e prova em coleção didática do Ensino Médio, visando contribuir com o Projeto Argumentação e Prova na Matemática, pesquisa de cunho documental, analisando a questão da argumentação e da prova na coleção didática, observou que as características apresentadas nas tarefas encontradas na coleção se confirmam relevante para a escolha e adoção.

Silva (2007) o objeto de estudo foi investigar a abordagem conferida a prova e demonstrações do objeto matemático logaritmo, em uma coleção de livros didáticos para o Ensino Médio, além de conceber e aplicar uma sequência didática para introduzir o aluno do ensino médio ao pensamento matemático dedutivo. Ao analisar conclui-se que o autor da coleção se preocupa em oferecer categorias de justificativa ou demonstração para os elementos apresentados.

Jamelli (2007) em sua pesquisa teve como principais objetivos levantar um mapa de concepções sobre argumentação e prova de alunos adolescentes em escola pública do Estado de São Paulo. A autora por meio da formação de grupos colaborativos para elaboração de situações de aprendizagem, visou envolver os alunos nos processos de construção de conjecturas e provas em contextos informatizados. Concluiu-se que a abordagem diagnóstica sobre provas ou justificações, há pouca ênfase em situações que envolvem alunos na produção de provas.

Mendes (2007) na sua pesquisa propõe investigar o papel que as provas e demonstrações no livro didático de matemática no Ensino Médio. Objetivando investigar, analisar e propor atividades para a aprendizagem de provas e demonstrações na matemática escolar, voltada para uma coleção de Manoel Paiva pelo PNLEM, distribuída para escolas públicas de Ensino Médio do estado de São Paulo.

Cruz (2008) objetivou analisar como a coleção Matemática e Realidade aborda a

argumentação e prova quando se trata do Teorema Fundamental da Aritmética e do Teorema de Pitágoras, em que está inserido no Projeto AProvaMe (Argumentação e Prova na Matemática Escolar) que propõe a investigação de concepções de argumentação e prova no ensino de matemática em escolas do estado de São Paulo e formar grupo de pesquisadores para elaborar situações de aprendizagem envolvendo argumentação e prova para serem investigadas em sala de aula. Pautando-se em Balacheff (2001), que apresenta possíveis atividades que podem envolver a argumentação e prova, classificando-as em vários níveis. Ao final, da sua pesquisa, constatou-se que a coleção não visa o trabalho com argumentação e prova, então, propondo assim, atividades dinâmicas que pudessem complementar as que estão na coleção.

Sales (2010) teve como objetivo pesquisar o processo de desenvolvimento da argumentação, tanto a explicativa quanto a justificativa. O desenvolvimento da argumentação ingênua para a argumentação lógica; do discurso do cotidiano, sem forma definida, e do discurso didático, coloquial, para o discurso sistemático e embasado em uma teoria foi o enfoque da pesquisa. Adotando como método a Etnografia, apoiando-se no Referencial teórico, os parâmetros da Teoria Antropológica do Didático A análise da estrutura do argumento justificatório foi processada em conformidade com o esquema elaborado por Stephen Toulmin. E os seus resultados indicam que o desenvolvimento da argumentação para a demonstração é possível e que é possível também elaborar uma organização didática.

Oliveira (2014) realizou análise de como os livros de Matemática do Ensino Médio motivam o estudo das funções exponenciais e logarítmicas, e das questões contextualizadas sugeridas como atividades realizadas pelos alunos, abordando questões contextualizadas, servindo como instrumento pedagógico e ou como suporte para a formação do professor.

Vilassanti (2015) em sua dissertação, buscou-se reunir atividades pedagógicas que possibilitaram a estruturação do pensamento e o desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos, visando auxiliar aos professores que trabalham com a disciplina de Raciocínio Lógico no Ensino Fundamental II. Estruturando sua dissertação na definição de raciocínio lógico, fundamentando seu trabalho na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986), posteriormente sugeriu atividades para serem trabalhadas na disciplina de Raciocínio Lógico.

Silva (2017) se propôs a analisar os manuais do Professor de Matemática nos livros didáticos, pautados sob a luz da Argumentação discutidas por Wenzel (1990), identificando as perspectivas: retórica, dialética e analítica. Além de investigar se as

atividades propostas dão conta para que o professor realize seu trabalho tencionando para o desenvolvimento das habilidades. Realizando assim, a identificação à lógica informal, o desenvolvimento do pensamento crítico e a metacognição. O campo de estudo foi realizado em livros didáticos aprovados pelo PNLD/2015.

Nascimento (2022) a autora propôs duas variáveis que possuem ligação direta na aprendizagem do aluno, que é o professor e o livro didático. Na pesquisa a argumentação pode ser classificada segundo Sales (2010) e Attie (2016), duas categorias: a explicativa e a justificativa. Tem por objetivo identificar os tipos de argumentos utilizados no ensino das operações fundamentais com números inteiros, a partir de discursos de professores da educação básica e de textos de livros didáticos, indicados pelo Guia do Plano Nacional do Livro e Material Didático, o PNLD, de 2020. Alicerça-se na pesquisa qualitativa, com relevância exploratória e descritiva. A partir da análise dos dados coletados, de acordo com a técnica da Análise de Conteúdo, a autora constata que a maioria dos livros analisados, apresentam recursos mínimos de argumentação justificativa, apesar de déficit de repertório em apresentação do conteúdo analisado. Para a investigação com os docentes, observou-se o foco maior na argumentação justificativa com relação à adição e subtração de números inteiros, enquanto na multiplicação, o que se concentra é a argumentação explicativa, respaldado pela recorrência de regras e na fundamentação para os procedimentos.

Em relação ao campo dos artigos, sinaliza-se que:

Carvalho Santos e Attie (2016) na pesquisa dos autores, o objetivo foi identificar e analisar tipos de argumentação em livros didáticos, relativos a certos conteúdos. Associado à concepção de que, em sua formação, o aluno deverá ser capaz de criar conjecturas através de pensamentos lógicos e criatividade - ratificando os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1997), além da fundamentação em autores como Sales (2011) e Toulmin (2006). A metodologia utilizada foi a análise de livros didáticos indicados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD, 2014), os conteúdos que fizeram parte do estudo foram potências e frações, buscando apontar os tipos de argumentação nos livros. Chegando a conclusão que a prevalência de argumentações explicativas. Além de propor alguns tipos de argumentações que consideraram justificativa no que tange aos conteúdos analisados.

Caldato, Utsumie Nasser (2017) buscaram investigar a visão de alunos e professores sobre argumentação e demonstração matemática, à luz da tipologia de provas de Balacheff (1988), aplicando um questionário a professores da Educação Básica do

interior do Estado de São Paulo. A partir da análise dos questionários, selecionaram duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, de professores e escolas públicas distintas que resolveram um teste para avaliar o nível de prova desses alunos. Dentre os resultados obtidos, verificou-se que, em geral, os docentes adotam como sinônimos os termos argumentação, explicação e demonstração, e isto é refletido nas resoluções dos discentes, que apresentam o nível de prova classificado como empirismo ingênuo. Os autores acreditam que os cursos de licenciatura devem proporcionar aos futuros professores a oportunidade de conceber a argumentação e demonstração como um recurso metodológico a ser utilizado em sala de aula, a fim de criar um ambiente favorável à exploração-investigação da matemática.

Lin (2018) evidencia que o uso de argumentos válidos não surge de maneira espontânea, sendo adquirido apenas com a prática. Buscando desenvolver estudos para proporcionar, aos estudantes, oportunidades planejadas de atividades motivadoras para desencadear a argumentação em turmas do Ensino Fundamental. Com isso, o foco do artigo foi de compreender como a argumentação evoluiu quando os estudantes envolvidos na conjectura a incorporaram ao ensino regular de matemática durante dois anos consecutivos.

Na sua pesquisa trabalhou-se com um grupo de 6 professores para desenvolver tarefas de conjectura e estratégias pedagógicas para apoiá-los no ensino e, com isso, melhorar a qualidade da argumentação de 24 estudantes do 3º e do 4º ano. E os dados coletados consistiram principalmente de tarefas de conjectura, gravações em áudio e vídeo de observações em sala de aula e das folhas de trabalho dos estudantes. Os resultados indicaram que a evolução da argumentação foi identificada por dois aspectos: as características e a qualidade da argumentação.

Almeida e Malheiro (2018) a pesquisa desses autores teve início a partir da reflexão da prática deles, em que buscaram analisar as contribuições das intervenções da professora- monitora para o surgimento e desenvolvimento da argumentação entre discentes participantes de um clube de ciências, durante uma atividade experimental investigativa sobre os conceitos introdutórios de área e perímetro. A pesquisa se caracteriza como qualitativa, sendo utilizada a Análise de Conteúdo para interpretação das informações levantadas a partir de videograções. Participaram como sujeitos sete discentes. O espaço investigado é considerado um ambiente alternativo destinado ao ensino, pesquisa e extensão de ações didáticas voltadas às Ciências e Matemáticas. Durante as análises realizadas percebeu-se que as intervenções como professora-monitora auxiliam no surgimento da argumentação e na construção do conhecimento matemático.

Verificou-se que surgiram organismos argumentativos completos de acordo com o padrão de Toulmin, assim como diversas formas de ação e pensamento.

Almeida e Malheiro (2019) a pesquisa analisou os propósitos e ações da professora-monitora para o favorecimento da argumentação entre sete discentes participantes do Clube de Ciências "Prof. o Dr. Cristovam W. P. Diniz", durante uma atividade experimental investigativa que buscava discutir os conceitos de área e perímetro, tanto como objeto geométrico quanto grandeza. Para tanto, utilizaram as ideias teóricas de Sasseron (2013) acerca das intenções e atitudes que o educador pode desenvolver em sala de aula para possibilitar o debate de ideias e surgimento de argumentos. A pesquisa se caracteriza como qualitativa, sendo utilizada a Análise de Conteúdo para interpretação das informações levantadas a partir de videograções.

Nascimento, Santos e Costa (2019) sinalizam que concordam com os PCNs (1998) quando demonstraram que precisam desenvolver a capacidade de argumentar, apresentar e representar seus resultados relatar um estudo realizado, relativo à identificação das categorias de argumentação presentes nos livros didáticos indicados pelo PNLD 2017, com relação ao conteúdo de Equações do 1º Grau. Para fundamentação, adotaram o entendimento de autores como Balacheff (1998), Sales (2011) e Attie (2016). Por meio da análise documental e da leitura de diversos textos e livros, chegaram ao resultado de que os livros verificados apresentaram argumentação justificativa.

Attie e Krpan (2020) apontam diferenças entre Brasil e Canadá em relação a aprendizagem de Matemática, conforme dados do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), com isso, buscaram apresentar semelhanças e diferenças nos processos de argumentação no ensino da disciplina, relacionados aos principais livros didáticos adotados nas duas regiões. A partir de uma pesquisa sobre os sistemas educacionais dos dois países, as coleções escolhidas para análise foram as recomendadas pelo Plano Nacional do Livro Didático, PNLD (National Textbook Plan), no Brasil, e pela Trillium List, no Canadá.

Fundamentaram-se nas categorias de argumentação esboçadas inicialmente por Balacheff (1988), e depois descritas por Attie (2016), a argumentação explicativa e a argumentação justificativa e consideraram adequado proceder à análise de conteúdo (Bardin, 2010). Com os resultados, perceberam que os livros canadenses possuem uma maior preocupação em incentivar alguns aspectos como a autonomia e a busca de padrões, por exemplo, mas, apesar de uma diferença relevante na abordagem, os autores concluem que “ao analisarmos mais profundamente o enfoque no ensino dos conteúdos, em alguns casos, aparecem em algumas coleções canadenses, assim como na quase totalidade dos

livros brasileiros, o que consideramos um apego excessivo às regras, em detrimento da exposição do processo envolvido no desenvolvimento das mesmas” (ATTIE e KR PAN, 2020).

Sá e Attie (2020) propuseram a investigação sobre os processos de argumentação presentes no livro didático do PNL D de 2014, voltado à Educação de Jovens e Adultos, nível de Ensino Médio. Procuraram evidenciar os tipos de argumentações existentes nas três unidades de conteúdos matemáticos do referido material didático. Adotando o entendimento de Freitas (2009) sobre livro didático e as definições atribuídas por Sales (2010) e Attie (2016), a partir de Balacheff (1988), às categorias de argumentação, explicativa e justificativa.

Como resultado, apontaram tendo sido identificado que as duas categorias de argumentação aparecem, havendo a predominância da argumentação explicativa.

Quadro 2: Mapeamento vertical (título, autor, objetivos, aporte teórico)

MAPEAMENTO VERTICAL				
	TÍTULOS	AUTOR (A)	OBJETIVOS	APORTE TEÓRICO
1	Argumentação e prova no ensino médio: análise de uma coleção didática de matemática	Edna Santos de Souza Barbosa	Estudar como são tratadas as questões da argumentação e da prova em uma coleção didática para o Ensino Médio, e visa contribuir com o Projeto Argumentação e Prova na Matemática Escolar (AProvaME).	Balacheff et al. (2001).
2	Análise do processo de argumentação e prova em relação ao tópico logaritmos, numa coleção de livros didáticos e numa seqüência de ensino	Fernando Tavares da Silva	Investigar a abordagem conferida a provas e demonstrações do objeto matemático logaritmo, numa coleção de livros didáticos para o Ensino Médio, bem como conceber e aplicar uma seqüência didática para introduzir o aluno da primeira série do Ensino Médio ao pensamento matemático dedutivo.	Balacheff (1982).

3	Abordagens no ensino da prova e argumentação escolar: análise de uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental	Sueli Maffei Jamelli	Levantar um mapa das concepções sobre argumentação e prova de alunos adolescentes (14-15 anos) em escolas do Estado de São Paulo; formar grupos colaborativos compostos por pesquisadores e professores para elaboração de situações de aprendizagem, visando a envolver alunos em processos de construção de conjecturas e provas em contextos integrando ambientes informatizados; avaliar estas situações de aprendizagem, em termos da compreensão dos alunos sobre a natureza e funções da prova em Matemática.	Balacheff (1988).
4	Uma análise da abordagem sobre argumentações e provas numa coleção do ensino médio	Lourival Junior Mendes.	Investigar o papel que assume as provas e demonstrações no livro didático de matemática do Ensino Médio.	Balacheff (1988); Gravina (2001).
5	Argumentação e prova no ensino fundamental: análise de uma coleção didática de matemática	Flávio Pereira da Cruz	Analisar como a coleção Matemática e Realidade aborda argumentação e prova quando trata do Teorema Fundamental da Aritmética e do Teorema de Pitágoras.	Balacheff et al. (2001); Nasser e Tinoco (2001).

6	Práticas argumentativas no estudo da geometria por acadêmicos de Licenciatura em Matemática	Antonio Sales	Pesquisar o processo de desenvolvimento da argumentação, tanto explicativa quanto justificatória, na resolução de tarefas da disciplina de Geometria Euclidiana. O desenvolvimento da argumentação ingênua para a argumentação lógica; do discurso do cotidiano, sem forma definida, e do discurso didático, coloquial, para o discurso sistemático e embasado em uma teoria foi o enfoque da pesquisa.	Chevallard, Bosch e Gascón (2001).
7	Análise da contextualização da função exponencial e da função logarítmica nos livros didáticos do ensino médio.	Michelle Noberta Araújo de Oliveira	Análise de como os livros didáticos de Matemática do Ensino Médio motivam o estudo das funções exponenciais e logarítmicas, e das questões contextualizadas sugeridas como atividades a serem realizadas pelos alunos.	Lima (2010).
8	Raciocínio lógico: uma proposta para o ensino fundamental II	Marisane Soares Vilasanti	Reunir atividades pedagógicas que possibilitassem a estruturação do pensamento e o desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos, visando auxiliar os professores que trabalham com a disciplina Raciocínio Lógico no Ensino Fundamental II.	Brousseau (1986).

9	Processos de argumentação no ensino fundamental: frações e potências	Leane Oliveira de Carvalho, Thamires Ferreira dos Santos e João Paulo Attie.	Identificar e analisar tipos de argumentação em livros didáticos, relativos a certos conteúdos. Associado à concepção de que, em sua formação, o aluno deverá ser capaz de criar conjecturas através de pensamentos lógicos e criatividade	Sales (2011); Toulmin (2006).
10	O mundo da vida na Matemática: análise do livro didático de matemática sob uma perspectiva bakhtiniana	Franceliza Monteiro da Silva Dantas	Verificar se, como e até que ponto o mundo da vida se faz presente nos livros didáticos de Matemática selecionados no PNLD de 2011 e 2014.	Rego (1995), Moysés (1997); Klüsener (2006); Machado (2001, 2009 e 2012); Smolee Diniz (2001).
11	O manual do professor de Matemática nos livros didáticos: uma análise no fomento à argumentação	Regina Coelly Mendes da Silva	Analisar os potenciais didáticos suscitados nos Manuais do Professor de Matemática nos Livros Didáticos concernente ao fomento às habilidades argumentativas do aluno	Wenzel (1990).
12	O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turma do Ensino Fundamental	Pi-Jen Lin	Proporcionar, aos estudantes, oportunidades planejadas de atividades motivadoras para desencadear a argumentação em turmas do Ensino Fundamental.	Knipping (2008).

13	A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática	Willa Nayana Corrêa Almeida e João Manoel da Silva Malheiro	Analisar as contribuições das intervenções da professora-monitora para o surgimento e desenvolvimento da argumentação entre discentes participantes de um clube de ciências, durante uma atividade experimental investigativa sobre os conceitos introdutórios de área e perímetro.	Toulmin (2001).
14	Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores	João Caldato, Miriam Cardoso Utsumi, Lilian Nasser	Investigar a visão de alunos e professores sobre argumentação e demonstração matemática	Balacheff (1988).
15	O Papel do Educador no Favorecimento da Argumentação no Ensino de Matemática	Willa Nayana Corrêa Almeida e João Manoel da Silva Malheiro	Analisar os propósitos e ações da professora-monitora para o favorecimento da argumentação entre sete discentes participantes do Clube de Ciências “Prof. Dr. Cristovam W. P. Diniz”, durante uma atividade experimental investigativa que buscava discutir os conceitos de área e perímetro, tanto como objeto geométrico quanto grandeza.	Sasseron (2013).

16	Argumentação em livros didáticos: equações do 1º grau	Evelyn dos Santos Nascimento, Matheus Matuceli dos Santos e Monize Barros Lima Costa.	Relatar um estudo realizado, relativo à identificação das categorias de argumentação presentes nos livros didáticos indicados pelo PNLD 2017, com relação ao conteúdo de Equações do 1º Grau	Balacheff (1998); Sales (2011); Attie (2016).
17	Argumentação em Livros Didáticos de Matemática: Brasil e Canadá. Interfaces Brasil/Canadá	João Paulo Attie e Cathy Marks Krpan	Apresentar semelhanças e diferenças nos processos de argumentação no ensino da disciplina, relacionados aos principais livros didáticos adotados em duas regiões (Brasil e Canadá)	Balacheff (1988); Attie (2016); Bardin (2010).
18	Argumentações presentes nos conteúdos de matemática no livro didático da educação de jovens e adultos.	Eloar Barreto Feitoza Sá e João Paulo Attie	Evidenciar os tipos de argumentações existentes nas três unidades de conteúdos matemáticos no livro didático recomendado pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2014 à Educação de Jovens e Adultos, nível ensino médio.	Sales (2010); Attie (2016); Balacheff (1988).
19	Argumentação no Ensino de operações com números inteiros	Evelyn dos Santos Nascimento	Identificar os argumentos utilizados no processo de ensino do conteúdo do conjunto dos números inteiros.	Sales (2010); Attie (2016); Balacheff (1988).

Fonte: o Autor.

Mediante o processo de levantamento e mapeamento, o próximo passo a ser adotado foi realizar a análise de cada pesquisa descrita nos documentos, realizando assim, um mapeamento mais analítico dos artigos. Desse modo, essa formatação de mapeamento descreve elementos mais aprofundados e que caracterizam os trabalhos. Para identificarmos esses elementos, realizamos o estudo detalhado de cada trabalho, com uma leitura de reconhecimento e depois uma leitura analítica na qual buscamos identificar as etapas de ensino, disciplinas, natureza do trabalho (teórico, empírico, revisão da literatura), aspectos metodológicos (tipo de pesquisa e instrumentos utilizados) e as abordagens teóricas presentes nos trabalhos.

A maioria dos trabalhos foram publicados em repositório de Universidades Federais e Revistas na área da Educação. Voltados a pesquisa de cunho documental e outras de pesquisa de campo, sendo a modalidade a ser pesquisada o ensino fundamental e/ou médio, com abordagem em pesquisa qualitativa, com a utilização de gravações de vídeo, questionários e/ou entrevistas.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa científica tem respaldo na literatura produzida por pesquisadores da Educação Matemática, que nesse caso, podemos identificar onde, quando, como e por quem ela está sendo executada. Nesse sentido, o mapeamento da produção científica acerca da Argumentação e o Livro Didático em anais de eventos, revistas e periódicos publicados no Brasil e/ou exterior nos permitiu conhecer o cenário existente acerca dessa temática. Propiciou, dessa forma, uma apreciação tanto do que vem sendo desenvolvido, quanto de como está sendo o desenvolvimento dessa produção.

Com intuito de atingir nosso objetivo que foi identificar através do mapeamento sobre a argumentação no ensino da matemática e realizado um mapeamento dos trabalhos que abordavam a temática, utilizando três bancos de dados (BDTD, Catálogo da CAPES e RI – UFS) obtivemos um total de 19 trabalhos que abordam a temática da argumentação no ensino da Matemática e nos livros didáticos, cabe lembrar que podem ter outros trabalhos pautados na argumentação, em decorrência da adoção das palavras-chave, observou-se o quantitativo no quadro 1.

De forma sintética, evidenciou-se que argumentação é um fenômeno social, importante para o desenvolvimento reflexivo e analítico para com os alunos. E que o livro

didático e a sua abordagem de argumentação, certamente influência para o uso da lógica e do raciocínio. O livro é portador de escolhas sobre o saber matemático esteja alicerçado na argumentação, que os alunos consigam identificar e explicar porque assim realizam a atividade, aplicando os conhecimentos e objetos do conhecimento, a ser estudado. Mesmo com um material didático assertivo, de acordo com os documentos norteadores, explicitamos que os professores nesse percurso didático de ensino e aprendizagem são recursos humanos indispensáveis à construção e identificação de argumentos matemáticos. Pois, professores com qualificação e que se debruçam em estudar, analisar o material didático que será utilizado pelos alunos, certamente é assertivo no que se configura um ensino com recursos de qualidade.

Pode-se concluir que no âmbito da argumentação justificativa e argumentação explicativa, os autores mais citados foram Balacheff (1988) teve suas ideias e defesas utilizadas pela grande maioria dos trabalhos, em seguida Sales (2010) utilizando-se da mesma vertente, a seguir Attie (2016) e Toulmin (2001).

Nessa perspectiva, em consonância com Cavalcanti (2018), acreditamos que o mapeamento que apresentamos neste trabalho é de suma importância, pois nos permitiu visualizar a realidade da pesquisa científica acerca da argumentação e ensino da matemática, revelando elementos que agregam em nossa pesquisa, bem como, em futuras investigações que busquem explorar a temática ou instigar a outros pesquisadores a desenvolver esse tipo de mapeamento.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, WillaNayana Corrêa. MALHEIRO, João Manoel da Silva. **A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática**. Alexandria: R. Educ. Ci. Tec., Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. ISSN 1982-5153, 2018.

_____. **O Papel do Educador no Favorecimento da Argumentação no Ensino de Matemática**. Revista Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática v. 12, n. 2, 2019.

ATTIE, João Paulo, KR PAN, Cathy Marks Krpan. **Argumentação em Livros Didáticos de Matemática: Brasil e Canadá**. Interfaces Brasil/Canadá. Florianópolis/Pelotas/São Paulo, v. 20, 2020, p. 1-20, e 20.09.

AZEVEDO, Simone Aparecida dos Anjos. **O desafio de argumentar nas aulas de Matemática: uma investigação com estudantes do 1º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 259

f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na pesquisa educacional**. 1. Ed. – Ciência Moderna, 2008.

BARBOSA, Edna Santos de Souza. **Argumentação e prova no ensino médio: análise de uma coleção didática de matemática**. 2007. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

CALDATO, João. UTSUMI, Miriam Cardoso. NASSER, Lilian. **Argumentação E Demonstração em Matemática: a visão de alunos e professores**. Revista Triângulo ISSN 2175-1609. Uberaba, MG v. 10 n. 2 p.74-93 Jul.-Dez. 2017

CARVALHO, Leane Oliveira de. SANTOS, Thamires Ferreira dos. ATTIE, João Paulo.

Processos de Argumentação no Ensino Fundamental: frações e potências. Educação

Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

CAVALCANTI, J. D. B. **A noção de relação ao saber: história e epistemologia, panorama geral e mapeamento de sua utilização na literatura científica brasileira**. Doutorado em Ensino de Ciências – Universidade Federal Rural de Pernambuco, UFPE, Brasil. 2011-2015.

CRUZ, Flávio Pereira da. **Argumentação e prova no ensino fundamental: análise de uma coleção didática de matemática**. 2008. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

DANTAS, Franceliza Monteiro da Silva. **O MUNDO DA VIDA NA MATEMÁTICA: análise do livro didático de matemática sob uma perspectiva bakhtiniana** 11/09/2017 undefined f. Doutorado em ESTUDOS DA LINGUAGEM Instituição de Ensino:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE, Natal Biblioteca
Depositária:undefined.

FIorentini, D. **Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil**. *Revista Zetetiké*, ano 3, n.4, p.1-38, 1995.

FIorentini, D.; LOrenzato, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

FIorentini, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001 a 2012**. Campinas: FE - Unicamp, 2016. v. 1

JAMELLI, Sueli Maffei. **Abordagens no ensino da prova e argumentação escolar: análise de uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental**. 2007. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

LIN, Pi-Jen. O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turma de Ensino Fundamental. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 43, n. 3, p. 1171-1192, jul./set. 2018.

MENDES, Lourival Junior. **Uma análise da abordagem sobre argumentações e provas numa coleção do ensino médio**. 2007. 92 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MORAIS, Mariana Ferreira da Silva. **A relação ao saber matemático de professores no contexto da educação do campo do município de Belo Jardim-PE**. Caruaru, 2019. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco.

MUTTI, Gabriele de Sousa Lins; KLuber, Tiago Emanuel. **Formato Multipaper nos Programas de Pós-Graduação Stricto Sensu brasileiros das áreas de Educação e Ensino: um panorama**. V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos, Foz do Iguaçu, junho de 2018.

NASCIMENTO, Evelyn dos Santos. SANTOS, Matheus Matuceli dos. COSTA, Monize Barros Lima. **Argumentação em livros didáticos: equações do 1º grau**. **EDUCON 2019**: Eixo: 20. Educação e ensino de matemática, ciências exatas e ciências da natureza. Universidade Federal de Sergipe, 2019.

OLIVEIRA, M. N. A. de. **Análise da contextualização da função exponencial e da função logarítmica nos livros didáticos do ensino médio**. 2014. 118 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2014.

PASINI, Mirtes Fátima. **Argumentação e prova: explorações a partir da análise de uma coleção didática**. 2007. 225 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SÁ, Eloar Barreto Feitoza, ATTIE, João Paulo. **Argumentações presentes nos**

conteúdos de matemática no livro didático da educação de jovens e adultos. Disponível em <https://revistahorizontes.usf.edu.br/horizontes/article/view/980>, acesso em 15 de agosto de 2021.

SANTOS, Elciane de Jesus. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: uma renovação do ensino de matemática nas décadas de 1960 a 1980.** Número Especial – IV Seminário Cearense de História da Matemática. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática -Volume 07, Número 20, 370–379 (2020).

SILVA, Fernando Tavares da. **Análise do processo de argumentação e prova em relação ao tópico logaritmos , numa coleção de livros didáticos e numa sequência de ensino.** 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, Regina Coelly Mendes da. **O manual do professor de Matemática nos livros didáticos: uma análise no fomento à argumentação.** 2017. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2017.

TONELLO, Tancredo Heriberto. **Argumentação em atividades de modelagem matemática.** Mestrado Profissional. Universidade Federal da Fronteira Sul. (Dissertação de Mestrado), 2017.

VALE, Maria Luceilda de Oliveira do. **A relação ao saber matemático de professores dos anos iniciais:** um olhar a partir da realidade do município de Caruaru-PE. (Dissertação) do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, 2019.

VILASANTI, Marisane Soares. **Raciocínio lógico:** uma proposta para o ensino fundamental II. 2015.107 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática)–Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados, MS, 2015.

ARTIGO 2 - ARGUMENTAÇÃO, MATEMÁTICA E LIVRO DIDÁTICO

RESUMO

Para a produção desta pesquisa documental foi feito um recorte teórico com foco na verificação da argumentação e fundamentação nos documentos oficiais norteadores, tais como Lei de Diretrizes e Base da Educação (1996), Parâmetro Curricular Nacional (1997), Base Nacional Comum Curricular (2018), com a intencionalidade de evidenciar a abordagem da caracterização à presença da argumentação por Toulmin (2006), Leitão (2011), Sales (2011), Attie(2016), Lin (2018), Sá e Attie (2020), categorizando a argumentação explicativa e justificativa, sendo a primeira como se faz, ou seja, explicitando com o objetivo de tornar inteligível uma proposição ou resultado e a segunda por que se faz, quer dizer, compreender uma exposição das razões que os legitimam, buscando a compreensão lógica do aluno. Para Stacey e Vicent (2009) as categorias: empírico, empírico- lógico e lógico, também se incluem na área da matemática. Chegando a conclusão que é perceptível e a defesa da implementação da argumentação, aliada ao ensino e a aprendizagem por meio de competências e habilidades, norteadas pela BNCC (2018), a figura do professor em sala de aula de estudo é primordial, e nesse caso, quando esse faz a escolha do livro didático, política pública para todas as escolas públicas, em muitos casos o único acesso que os alunos possuem de subsídio de conhecimento matemático escolar e que sua escolha que de forma assertiva, deve ser baseando-se nos tipos de argumentação explicativa e justificativa.

Palavras-Chave: Argumentação Justificativa. Argumentação Explicativa. Ensino de Matemática. Livro didático.

ABSTRACT

For the production of this documental research, a theoretical approach was made with a focus on verifying the argumentation and reasoning in the official guiding documents, such as the Lei de Diretrizes e Base da Educação (1996), Parameter Curricular Nacional (1997), Base Nacional Comum Curricular (2018), with the intention of highlighting the characterization approach to the presence of argumentation by Toulmin (2006), Leitão (2011), Sales (2011), Attie(2016), Lin (2018), Sá and Attie (2020), categorizing the explanatory argumentation and justification, the first being how it is done, that is, explaining with the aim of making a proposition or result intelligible and the second why it is done, that is, understanding an exposition of the reasons that legitimize them, seeking logical understanding of the student. For Stacey and Vicent (2009) the categories: empirical, empirical-logical and logical, are also included in the area of mathematics. Arriving at the conclusion that it is noticeable and defending the implementation of the argumentation, combined with teaching and learning through skills and abilities, guided by the BNCC (2018), the figure of the teacher in the study classroom is paramount, and in this case, when choosing a textbook, public policy for all public schools, in many cases the only access that students have to subsidy school mathematical knowledge and that their choice, which in an assertive way, should be based on the types of explanatory argumentation and justification.

Keywords: Justifiable Argumentation. Explanatory Argument. Mathematics Teaching. Textbook.

1. INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática tem se configurado pela forma tradicionalista, "apesar dos esforços de professores e educadores matemáticos no sentido da superação [...] ainda há a predominância dessa modalidade na sala de aula" (SÁ, ATTIE, 2020, p. 01), de uso incessante de fórmulas e repetições para resolução de questões matemáticas, por parte dos alunos na educação básica. Nesse contexto, a forma tradicionalista e reprodutiva da matemática leva a inquietação de se verificar como a argumentação e a sua fundamentação estão pautadas nos documentos oficiais.

Cordeiro e Oliveira (2015) sinalizam nessa problemática, que o ensino da matemática não tem apresentado resultados satisfatórios em termos de aprendizagem dos alunos, esses dados aparecem nas pesquisas e nos percentuais resultados no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Prova Brasil e outras avaliações externas. Mesmo com as avaliações externas atuais, como citadas, ainda prevalece a afirmativa de Pavanello (1995, p. 7) apresenta que as dificuldades apresentadas pelos alunos são evidenciadas "Quando se avalia o ensino de Matemática realizado em nossas escolas [...]" e os alunos demonstram que "[...] não conseguem utilizar com sucesso os conceitos e processos matemáticos para solucionar problemas", nesse sentido limitando-se a um processo de memorização de fórmulas e regras matemáticas, de modo que os alunos podem não ser capazes de relacionar os conteúdos matemáticos com as suas vivências diárias, nem tão pouco aprender as competências e habilidade necessárias que a argumentação propõe.

Desse modo, apoiamos veementemente que o ensino da Matemática deverá estar respaldado na compreensão da argumentação e dos procedimentos que justifiquem a sua aplicação, pois "os mesmos possuem, predominantemente, ou uma falta de argumentos convincentes sobre a questão, ou uma pressa demasiada em apresentar o algoritmo, revelando a preferência pelo ensino do procedimento, em detrimento da compreensão do processo" (ATTIE, 2016, p. 2268)."

Argumentar é dirigir a um interlocutor um argumento, isto é, uma boa razão, para fazê-lo admitir uma conclusão e, claro está, os comportamentos adequados. Uma argumentação compõe-se de dois elementos essenciais: um argumento → uma conclusão" (Chistian Plantin (1989). *Argumenter*. Paris: CNDP, Ficha nº 2). O autor enfatiza que para haver o processo da argumentação, há a necessidade de um motivo que

se desencadeia por fatores que os respaldam e confirmam a conclusão.

Nos anos 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997, p. 15) já afirmavam que o modelo de prática pedagógica desenvolvido em Matemática, indicava que havia “[...] problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno”. Ressaltava também a necessidade de reformular “[...] objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama”. O processo de ensino e aprendizagem em sala de aula deve estar associado como orientam os documentos norteadores atualmente.

Mesmo com o ensino tradicional de matemática, os documentos norteadores, apontam que o modo de ensinar Matemática está configurado no desenvolvimento do raciocínio lógico, estimulando o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas.

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados (BRASIL, 1997, p. 19).

Nos PCN (1997) verifica-se que um dos objetivos gerais do ensino é que o aluno seja capaz de questionar a realidade formulando problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. Sendo assim, as pesquisas em Educação Matemática apontam que é evidente enfatizar a compreensão, ou seja, precisa-se de mais raciocínio.

Pesquisas em educação matemática apontam que é necessário enfatizar mais a compreensão, o envolvimento do aluno e a aprendizagem por descoberta. Ambos, compreensão e descoberta, exigem mais pensamento (DANTE, 2010, p. 09).

A pesquisa em Educação Matemática se faz necessária e importante para dar luz ao analisar o processo de ensino e de aprendizagem e tentar amenizar as problemáticas e déficit dessa área quando se analisam os dados e indicadores percentuais nas avaliações externas.

O processo cognitivo de aprendizagem, com relação com a compreensão, aprendizagem por descoberta, exigindo mais pensamento, e esse, mais argumentação, ou

seja, é necessário que desde as séries iniciais os alunos já comecem a aprender as habilidades e competências necessárias, seja para a vivência de mundo, bem como a vida escolar. É importante destacar que consideramos que o ensino da matemática precisa estar pautado na argumentação, que o aluno consiga aprender a relacionar, decodificar e codificar o que se aprende nos livros didáticos de matemática.

Nesse sentido, consideramos que se fazem necessários estudos do campo da Educação Matemática com base na pesquisa documental, para verificar a argumentação e sua fundamentação nos documentos oficiais. Elencando a argumentação, Matemática e livro didático, como acontece essa relação. Para isso, buscou-se os pilares Sales (2010), Carvalho, Santos e Attie (2016), BNCC (2018), Triantafyllou, Spiliotopoulou e Potari (2016) respaldando essa relação, como veremos nas próximas seções.

2. ARGUMENTAÇÃO E A RETÓRICA

A arte retórica ou a arte da oratória tem como fundadores dois sicilianos, que na época, a Sicília era parte da Grécia, os idealizadores das regras forenses. São eles considerados os profissionais responsáveis por essa área, desenvolvendo os preceitos de como defender seus direitos em assembleias e por conseguinte, ganhar a causa. No transcorrer da história, na segunda metade do século V a. C, em Atenas, um grupo de filósofos, detentores de um saber enciclopédico, inicia o segundo momento da filosofia grega: o período socrático ou antropológico. Os sofistas destinavam-se a mudar a tradicional educação grega que era apenas formar atletas e guerreiros.

Nesse sentido, um novo processo de ensino, pautado em formar cidadãos atenienses mais críticos, e objetivando a habilidade de saber seu papel fundamental na sociedade democrática “[...] essa técnica, considerada um valioso instrumento social e político, desenvolvia a capacidade de argumentar numa atividade crítica, valorizando a eloquência” Oliveira (2002, p. 213).

A arte retórica ou oratória da palavra torna-se a arte suprema. Tratava-se da capacidade de argumentar, desenvolvia a criticidade, obtendo-se o poder de decisão no campo da política e do direito. Isócrates (436 – 338 a. C.) cidadão ateniense, elaborou discursos que são padrões de eloquência ática, auxiliando de forma marcante para o desenvolvimento da retórica.

Aristóteles (383-322 a. C.), discípulo de Platão e preceptor de Alexandre Magno,

foi o primeiro historiador e sistematizador do pensamento grego e a sua *Tékne Rhetorike* (Arte Retórica) apresenta, como qualidades imprescindíveis para uma argumentação exemplar, a clareza e a adequação dos meios de expressão ao assunto e ao momento do discurso. Logo, a argumentação se faz importante e necessária desde a história da humanidade. Para ele, a persuasão está ligada, principalmente, a três provas técnicas da retórica: a) o caráter do orador; b) as disposições em que se colocam os ouvintes; c) o próprio discurso, uma vez que funciona demonstrando ou parecendo demonstrar (1967, p. 1356a).

É notório que na história da evolução humana, a área da educação passa e continua sendo objeto de estudos da Ciência em Educação, sendo estudada na atualidade e orientada em documentos norteadores e regulamentadores. Pautando-se em que “a argumentação envolve o processo de comprovação, persuasão, criticidade favorecendo ao pensamento reflexivo, produção de conhecimento, desencadeando o processo de aprendizagem” (LEITÃO, p. 2011) estes estão estreitamente relacionados. Além disso, ao engajar-se na argumentação o indivíduo é levado a embasar, demonstrar e respaldar claramente seus pontos de vista e suas razões para que sejam aceitáveis.

2.1 Argumentação no contexto da Educação Matemática

Nos PCN (BRASIL, 1998) a argumentação se vincula à capacidade de raciocinar, demonstrar, em Pais (2006) a argumentação está relacionada com a validação de proposições, conseqüentemente, a compreensão da validade de um enunciado, conjectura e demonstrações.

A demonstração de uma proposição era uma atividade intelectual que visava nos convencer e a convencer os outros, racional, mas também psicologicamente, da veracidade dessa proposição (DOMINGUES, 2002, p. 51). Com isso, a demonstração fundamentada na evidência intuitiva deixa de satisfazer tendo em vista o grau de desenvolvimento da área da Matemática.

Silva (2022) defende que a demonstração possui várias finalidades, estão elencadas “estabelecer a veracidade relativa de um enunciado”, “convencer-nos da veracidade da tese que demonstra” e exercer uma função de descobertas na área da matemática. Segundo o autor a demonstração tendo o aspecto lógico-epistemológico acaba encerrando o debate apresentando fatos e argumentos.

“A argumentação é considerada um processo social no qual dois ou mais

indivíduos se engajam em um discurso matemático” (LIN, 2018, p. 6), ou seja, o alunos que desenvolve e/ou aprende os processos da argumentação explicativa ou justificativa, pode possuir a habilidade de expressão e eloquência em seu discurso de oratória. Com isso, pode envolver a persuasão e a comprovação. A comprovação é o processo que um indivíduo utiliza para resolver as dúvidas, ou seja, se subsidia em fatores que lhe respaldam no discurso da oratória, ou seja, o indivíduo que possuem o artifício da argumentação, possui uma oratória mais plausível, bem como seu discurso com bases sólidas e respaldos em fatos ou explicações. Já a persuasão é o processo de resolver as dúvidas dos outros, o poder “argumentativo de convencimento do outro” (HAREL; SOWDER, 2007, p. 10), para aceitar as premissas citadas como verdadeiras.

Em aulas em que é valorizado o raciocínio, a explicação e a justificação são aspectos chave da atividade dos alunos e, assim, “uma ênfase no raciocínio, em todos os níveis da educação matemática, atrai a atenção para a argumentação e justificação” (YACKEL; HANNA, 2003, p. 228).

A aprendizagem argumentativa pode ocorrer quando o sujeito é solicitado a explicar, relacionar ou defender posicionamentos perante aos outros, nesse caso, o uso da comprovação pode ser um pilar para esse processo, a partir do elaborar ou defender estruturadamente seu posicionamento aos outros, baseado em conceitos ou explicações (MAKAR; BAKKER; BEN-ZVI, 2015, p. 40).

A argumentação é entendida como uma atividade de natureza discursiva e social, que se realiza pela defesa de pensamentos, objeções e proposições de alternativas, mediação no desenvolvimento do pensamento reflexivo. Tendo a relação do objeto do conhecimento com a sua aplicabilidade, o aluno pode conseguir argumentar sobre o que se trata, relacionando a ideia lógica com base em teorias ou exemplos.

Na caracterização de argumentação Eemeren e Grootendorst (2004) categorizam como verbal (uso da oralidade e da linguagem escrita), social (envolvendo duas ou mais pessoas) e racional (intelectual), essas visam à defesa de um ponto de vista, nesse caso, embasando-se de forma lógica e com explicações. Pautando-se nesses autores a argumentação possui as formas citadas, geralmente reconhecidas: analítica – que se fundamenta na teoria lógica e procedem de forma indutiva ou dedutiva. No raciocínio indutivo, parte-se de proposições iniciais e chega-se a uma proposição final, que engloba genericamente as proposições iniciais. Com relação ao raciocínio dedutivo observa-se o fato de que parte-se de proposições iniciais para se chegar a uma nova proposição, entretanto, parte-se da informação que as proposições já continham.

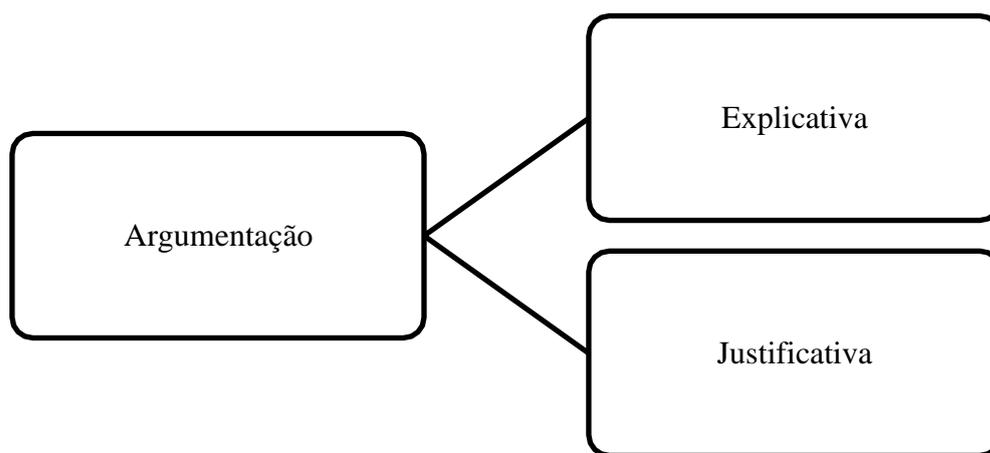
De acordo com Sales (2011, p. 01) “argumentar é a ação de fazer ou de mostrar como se faz e é também a ação de justificar porque se faz”, nesse sentido a argumentação é uma expressão do raciocínio lógico, podendo ser uma simples explicação, até mesmo a apresentação de habilidades comunicativas ou uma maneira de convencimento e compreensão.

No termo compreensão pautando-se em Skemp (1980) "o mesmo autor considera que o conceito de compreensão deve ser utilizado quando o indivíduo não somente sabe o que fazer, mas também o porque fazer" (ATTIE, 2016, p. 2261). Para diferenciar esses significados, Skemp (1980) faz uso dos termos “compreensão instrumental” para o primeiro e “compreensão relacional” para o segundo.

A relação de compreensão, a formulação e a resolução de situações problemas, nesse objeto de estudo, o campo da matemática estão baseadas na argumentação, esta é uma normatização de competência da BNCC (2018), indispensável para a realização de muitas tarefas específicas em todas as atividades humanas, pois é fundamental para a estruturação do pensamento crítico, reflexivo e argumentativo, tendo em vista que em todas as áreas do conhecimento, respalda-se na habilidade argumentativa.

A argumentação em Attie (2016) baseando-se em Sales (2010); o autor sinaliza duas categorias de argumentação que aparecem no ensino da matemática, denominadas de “argumentação explicativa”² e de “argumentação justificativa”. Segue abaixo, em nível de exemplificação, uma figura que representa a divisão proposta pelo autor.

Figura 2: Divisões da Argumentação



Fonte: o Autor.

² Attie (2016) cita que essa categoria de argumentação está imbricada ao uso de fórmulas e técnicas, quando o professor apresenta o conteúdo sem contextualizações históricas ou sociais e/ou sem justificativas plausíveis para a utilização dessas fórmulas e seu uso é frequentemente legitimado por respostas do tipo “é por definição”.

Segundo Attie (2016) no desenvolvimento do ensino, a argumentação explicativa acontece quando se tenta convencer o aluno ao mostrar como se resolvem as questões e problemas, mais que situações problemas. A argumentação justificativa aborda a compreensão dos conteúdos e porque se faz, buscando a construção lógica por parte do aluno, apresentando no processo de ensino não apenas como se faz, mas também porque se faz de acordo com a sequência lógica de entendimento, pois a habilidade da argumentação está associada ao desenvolvimento da criticidade, uma vez que ela pode favorecer o pensamento reflexivo, a produção do conhecimento, e como cadeia, o processo de aprendizagem.

A argumentação baseada em Toulmin (2003) apresenta os seguintes elementos: reivindicações, dados, garantias, apoio, qualificadores e refutações³. As reivindicações são ações que avançam uma posição tomada, ou seja, análise dos dados para nesse sentido a análise dos fatos, então assim as tomadas de decisões por parte dos alunos. Os dados envolvem as observações, medições e fatos, entre outros, que podem ser usados como subsídio para provar ou apoiar a afirmação. Já as garantias são as conexões lógicas entre os dados, evidências, apoios e reivindicações que dão suporte para a refutação de uma reconvenção. Os apoios respaldam a validade das garantias. Os qualificadores referem-se à força e certeza que a própria argumentação tem, enquanto a refutação contesta qualquer elemento apresentado por terceiros.

Segundo Toulmin (2006) a argumentação é uma atividade humana situada em contextos sociais específicos e basicamente os elementos fundamentais como afirmações, certezas, incertezas e refutações. A seguir o modelo de Toulmin:

Figura 3: Modelo de Toulmin



Fonte: Toulmin (2006)

³ (FERREIRA, 2013, p. 591) - Parte do discurso que se destina a contestação de argumentos.

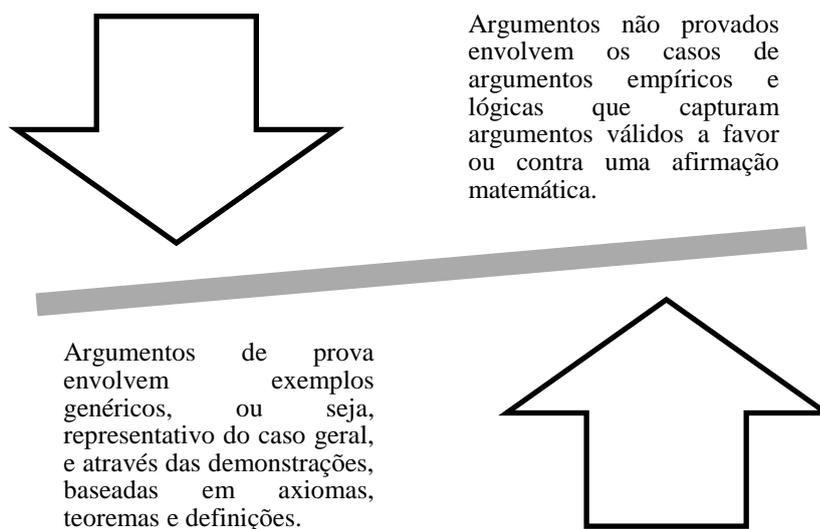
De acordo com esse modelo, os elementos do argumento são: dado (D), garantia (G), apoio (A), qualificador (Q), refutação (R), conclusão (C). Os dados, podendo ser premissas ou fatos, podem ser afirmações que fundamentam uma conclusão. A(s) garantia(s) são declarações, informações complementares que ilustram esses dados como garantia que ligam os dados apresentados à conclusão. Os apoios são subsídios teóricos para as garantias que justificam esse dado. As refutações são afirmações que se contrapõem aos dados ou as garantias não irão se aplicar às condições de exceção. Os qualificadores moldam o dado, além de circunstâncias específicas sinalizando que o argumento é válido, logo, os limites da veracidade. A conclusão é aquilo que se procura estabelecer com a argumentação.

Toulmin (2003) defende com esse modelo que para realizar uma análise de argumentação, considerando como argumento adequado e plausível a depender do contexto. Para isso, o modelo acima fornece uma estrutura menos ambígua, fornecendo ênfase ao argumento e possibilitando a flexibilidade de adequação de elementos ao contexto. Com isso, no ensino esse contexto adequado para esse modelo é a sala de aula, laboratório e espaço de aprendizagem quando bem estruturada pedagogicamente, surgindo assim, a dimensão da atividade matemática desconhecida na Matemática escolar (incluindo a Matemática universitária) (LUCAS et al., 2014).

Pautado na argumentação, alguns autores como citados a seguir exemplificam. Van Dormelon (1986) identificou em: Teóricos – teoremas, definições, axiomas. Algoritmos - métodos explícitos ou como fazer uma operação ou procedimentos específicos. E lógico – afirmações sobre como se deve trabalhar usando a teoria, essas categorias são evidentes nos livros didáticos, segundo o autor.

Tratando-se de uma abordagem analítico-metodológica Stylianides (2009) com base em abordagem metodológica para alunos em atividade de raciocínio e prova, ele identifica a argumentação: não-prova e argumentos de prova.

Figura 4: Não-Prova e Prova.



Fonte: Stylianides (2009).

Para o Stylianides (2009) a prova e a não prova são aspectos centrais da atividade matemática, com ela acontece a produção de conhecimento, garantindo assim, uma dimensão comunicativa e argumentativa, na qual o aluno baseia-se nos argumentos empíricos e lógicos através da demonstração e definições. As provas são explicações aceitáveis num determinado momento, podendo ser aceito por determinado grupo, mas para um outro pode não ser. Nesse caso, pode ser via instrutória. Há uma conceito para a expressão, exemplo genérico, decorrente de pesquisas científicas em Educação Matemática, em Balacheff (1987) faz distinção entre os termos *prova* e *demonstração*. Para ele, prova é “uma explicação aceita por uma certa comunidade em um certo momento”, e essa tal aceitação pode ser resultante por meio de um debate que se pretenda estabelecer um sistema comum de validação entre o grupo de debate.

2.2 - Argumentação e os documentos norteadores

Atualmente, o processo de ensino na educação está alicerçado na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (1996), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), na Matriz de Referência do Exame Nacional do Ensino Médio⁴, na mais atual, a Base Nacional Comum Curricular (2018).

Grandes debates e entraves ocorreram na longa história da educação, a Base Nacional

⁴ (BRSIL, 2017) A Matriz de Referência do ENEM é um documento que descreve as competências e habilidades exigidas dos alunos e lista o Conteúdo Programático do exame, ou seja, os objetos de conhecimento associados às Matrizes de Referência.

Comum Curricular (BNCC), “nasce” através do Plano Nacional de Educação (PNE) “legitimada pelo pacto interfederativo, nos termos da Lei nº 13.005/ 2014, que promulgou o Plano Nacional de Educação, a BNCC depende do adequado funcionamento do regime de colaboração para alcançar seus objetivos” (BNCC, 2018).

Politicamente discutível, sua formulação, sob coordenação do MEC, contou com a participação dos Estados do Distrito Federal e dos Municípios, depois de ampla consulta à comunidade educacional e à sociedade, até chegar ao formato que encontramos atualmente.

A BNCC (2018) está estruturada em etapas: Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio, subdividido em dez competências gerais da educação básica, pretendendo assegurar, como resultado do seu processo de aprendizagem e desenvolvimento, uma formação humana integral que vise à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BNCC, 2018).

No contexto de argumentação, esses documentos evidenciam que o raciocínio cognitivo e interpretativo deve se fazer presente diariamente nos objetos do conhecimento ensinados aos alunos.

A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas. O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos (BRASIL, 1997, p. 19).

Como já apontados em anos anteriores a implementação dos PCN do Ensino Médio sinaliza que o ensino da Matemática visem “estimular os alunos a buscar explicações e finalidades, relativas à utilidade dessa área de conhecimento, e como ela pode contribuir para a solução tanto de problemas do cotidiano, como de problemas ligados à investigação científica” (BRASIL, 1997, p. 19). Pode-se concluir que ao relacionar a matemática com a compreensão com o cotidiano, o aluno pode fazer a relação de mundo através da argumentação.

É necessária uma estrutura organizacional, no caso aqui abordando, o recorte para o Ensino Médio, de acordo com a BNCC (2018), está organizado em quatro áreas do conhecimento, conforme a LDB. A organização por áreas, como aborda o Parecer do Conselho Nacional de Educação (CNE) nº 11/2009, não exclui disciplinas com seus saberes próprios e especificidades, mas implica no objetivo do fortalecimento das

relações entre elas e a sua contextualização para intervenção da realidade e apreensão, requerendo assim, um trabalho conjugado, cooperativo e contextualizado na execução dos objetos do conhecimento. Os componentes de Língua Portuguesa e Matemática devem ser oferecidos, obrigatoriamente, nos três anos do Ensino Médio. E cada área do conhecimento explicita sua função na formação integral dos estudantes.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um guia normatizador que estabelece os objetivos de aprendizagem correspondentes a cada etapa escolar entre a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, considerando igualmente as particularidades, metodológicas, sociais e regionais, de cada localidade. No entanto, o objetivo é balizar para todo o âmbito nacional.

A BNCC (2018) do Ensino Médio no tocante a área da Matemática e suas tecnologias, tem o respaldo e responsabilidade de aproveitar as potencialidades desenvolvidas na etapa anterior, para ampliar ações para o letramento matemático, devendo estimular processos de reflexão e de abstração, que subsidiem a modos de pensar e que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos e autonomia e recursos matemáticos (BNCC, 2018).

Elencando para o desenvolvimento de competências, a argumentação pauta-se em: raciocinar, representar, comunicar e argumentar pressupondo a formulação e a testagem de conjecturas⁵, com apresentação de justificativas pautando-se na argumentação que se trata a BNCC (2018), traz na sua competência específica:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e das adequações das soluções propostos, de modo a construir argumentação consistente (BNCC, 2018).

É importante salientar que os alunos precisam construir significados para os problemas próprios da Matemática, para se apropriar e resolver de início, conseguindo identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários para resolver e elaborar problemas, ou seja, investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados, promovendo assim a reflexão e o questionamento caso algum dado seja alterado, acrescentado ou retirado (BNCC, 2018).

Nessa perspectiva a argumentação está implementada em todos os componentes curriculares e todos esses precisam trabalhar com essa competência. A função da matemática, é contribuir com o ensino da interpretação e uso de dados, gráficos e estatísticas para auxiliar a argumentação do aluno, no tocante, a embasá-lo no seu

processo reflexivo.

O ensino da Matemática respalda-se na premissa de que “a Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico” (BNCC, 2018). Então, é evidente que o aluno precisa estar apto a se relacionar na configuração de se fazer o pensamento matemático e suas competências e habilidades, pois “suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados” (BNCC, 2018, p. 86).

Para o ensino da Matemática, se faz necessária a relação entre as observações empíricas do mundo real com os conceitos matemáticos ensinados nos conteúdos em sala de aula. Assim, espera-se que os alunos consigam desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática e seus conceitos para resolução de problemas de acordo com o contexto das situações. Ressalta-se que para o letramento matemático, processos e competências específicas se fazem necessários no intuito de instigar o educando a pensar a fim de desenvolver a formulação e resolução de situações problemas de forma prática e reflexiva. Em outras palavras, atrelado a isso está a necessidade de o livro didático dialogar com essa perspectiva, uma vez que o livro se faz importante, e consiste em uma das principais fontes de conhecimento para o aluno, visto que sua importância no processo de ensino e aprendizagem, durante toda a vida escolar dos alunos, bem como recurso/suporte para o desenvolvimento do conhecimento.

2.3 Livro didático

O livro didático é “um dos principais recursos e documentos que norteiam o trabalho docente e o seu principal objetivo está em fornecer uma progressiva linearidade de aprendizagem para aquisição de outros conhecimentos” relacionados ao processo de ensino e aprendizagem.

Pode-se assim dizer que é um artefato impresso em papel, que veicula imagens e textos em formato linear e sequencial, planejado, organizado e produzido para uso em situações didáticas, envolvendo alunos e professores (FREITAS, 2009, p. 3). Neles devem se

considerados fatos científicos estabelecidos de um tema e o nível concreto de evidência e suporte experiencial dados a ele” (STIMMER, 1992, p. 20). Nesse sentido, os livros didáticos “são produzidos por especialistas em área do conhecimento com o

propósito de serem usados em comunidades educacionais específicas para atingir os objetivos institucionais” (REZAT, 2006, p. 17).

Portanto, os livros didáticos do PNLD 2021 podem contribuir como recursos didáticos, visto que são de extrema importância para aos alunos, pois os auxiliam em atividades de “resolver e elaborar problemas” BNCC (2018) tendo em vista os “processos de investigação, de construção e resolução de problemas”.

Nesse caso, a argumentação e para esclarecer semelhanças e diferenças entre o raciocínio matemático e o científico sobre um tema ou conceito semelhante, fortemente ligado a isso, o livro auxilia nesse desenvolvimento de sequência organizacional de conteúdo.

O recurso da escolha do livro deve acontecer priorizando a necessidade da realidade, evidenciando qualidade científica e a relação com a aprendizagem significativa, ou seja, para que o aluno consiga relacionar a uma nova ideia e aos conhecimentos prévios, em uma situação relevante para o estudante, proposta pelo professor. Nesse processo, o estudante amplia e atualiza a informação anterior, atribuindo novos significados a seus conhecimentos e competências específicas, posteriormente, potencializando as suas habilidades.

No Brasil, o livro didático está inserido em políticas públicas que propiciam o livro didático a uma ampla difusão por todas as escolas da rede pública no território nacional, que aderirem ao PNLD e o percentual é provavelmente maior que noventa por cento.

2.4 Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)

O Programa Nacional do Livro Didático é uma política pública executada pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e o Ministério da Educação (MEC) destinada a disponibilizar livros didáticos, pedagógicos e literários de forma sistemática, regular e gratuita em todas as redes de ensino público do Brasil, sendo unificado pelo Decreto nº 9.099 de 18/07/2017, a distribuição de livros didáticos e literários, que anteriormente era composto pelo Programa Nacional Biblioteca na Escola (PNBE) e pelo Programa do Livro Didático (PNLD).

O livro é um importante artefato cultural de mediação e apoio com finalidade pedagógica e didática, sendo sua escolha realizada provavelmente com cautela e critério de certeza. No sentido de cautela para a boa relação com o projeto político pedagógico que a escola adota, defende como caminho educativo para o desenvolvimento dos

estudantes e fortalecimento do trabalho pedagógico desenvolvido pelos professores.

A escolha das coleções e a distribuição dos livros didáticos ocorrem atualmente a cada quatro anos, aprovados na avaliação pedagógica, com base no conhecimento do Guia do (PNLD), podendo haver reposição anual no decorrer desse período com base no número de matrículas nas instituições de ensino.

No ano de 2021, as unidades escolares de todo o território brasileiro selecionaram os manuais que serão adotados, através de escolha, onde é tarefa dos professores e equipe pedagógica analisarem as resenhas contidas no guia para escolher adequadamente ao projeto político pedagógico da unidade escolar, ao que melhor se assemelha ao aluno e professor, e a realidade sociocultural das instituições PNLD (2021).

As escolas, por sua vez, escolhem duas opções de obras para cada ano e componente curricular. Caso não aconteça a compra da primeira opção, o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) envia para a escola a segunda coleção escolhida, observando assim, a escolha tão criteriosa da primeira opção, bem como da segunda. Com base nisso, são escritas resenhas no intuito de subsidiar o professor na escolha do livro didático, subdividindo-se em:

Visão geral: apresenta as características gerais das obras, os propósitos, os referenciais teórico-metodológicos, os conceitos centrais, a abordagem didático-pedagógica e a organização do Manual do Professor Impresso e do material digital do professor;

Descrição da obra: descreve de forma detalhada, a estrutura e a organização das obras, como número de páginas, capítulos, temas e conteúdos, as relações entre estes e outras informações sobre a obra.

Análise da obra: aponta as qualidades, ressalvas, o arranjo das competências e habilidades da BNCC, a formação cidadã, o respeito à legislação, às diretrizes educacionais, a qualidade do projeto gráfico.

Em sala de aula: indica de forma mais explícita como a obra se vincula com o cotidiano do espaço escolar. Aponta as potencialidades pedagógicas e seus limites, apontando onde o professor deve atuar com intensidade, complementando detalhes para além dos livros e páginas indicadas (GUIA DO LIVRO DIDÁTICO: objeto 2, 2021, p. 15).

Observa-se que o guia orienta ao professor a mergulhar na escolha do livro didático, colaborando para o projeto político pedagógico (PPP) da escola que trabalha, bem como, colabora para o desenvolvimento educacional do aluno. Lakatos (1996) aponta que a capacidade humana e o raciocínio de dar sentido ao mundo, tem sido o objetivo das Ciências e da Matemática, com isso o livro didático quando bem escolhido, de acordo com as diretrizes educacionais, pode subsidiar nesse aspecto de superação do ensino e aprendizagem dos alunos.

Autores como Barbosa (2007), Mendes (2007), Oliveira (2014) evidenciam que os materiais curriculares e em especial o livro didático, possuem forte influência, consideravelmente, na sala de aula de matemática. Embora as pesquisas também apontem que o currículo que está sendo utilizado não é idêntico ao escrito, e que os professores usam e trabalham os mesmos materiais curriculares de maneira diferente (DELOV; EVEN, 2013). Os livros são a principal fonte que os professores utilizam para planejar as aulas, escolher o objeto do conhecimento a ser ensinado e as atividades para serem realizadas.

Diante disso, a análise de livros didáticos da área de Matemática é o foco das pesquisas de educadores matemáticos, nos últimos anos, na tentativa de auxiliar os professores a escolher quais livros são mais adequados às suas realidades e necessidades (KULM, ROSEMA & TREISTMAN, 1999).

Autores como Sales (2010), Vilassanti (2015), Silva (2017), também apontam que a questão da prova, da justificativa e explicação, Delov e Even (2013) se respaldam em conjecturas para tencionando para o desenvolvimento das habilidades da argumentação Lin (2018). A maioria dos estudos, na análise das práticas de argumentação em matemática é baseado em Toulmin (2003), com os seguintes elementos: reivindicações, dados, garantias, apoios, qualificadores e refutações. Além de seu componente verbal, ocorrem seus componentes visuais, sendo expressos por meio de desenhos, fotos, gráficos, tabelas e imagens (TRIANAFILLOU; SPILIOTOPOULOU; POTARI, 2016).

É importante que a escolha do livro de Matemática seja bem feita, uma vez que o livro sempre traz os pressupostos básicos norteadores para os objetos do conhecimento e da aprendizagem. Esse conjunto suporte/livro e intermediação do professor partindo a partir da argumentação, pode fazer com que o aluno durante o processo de aprendizagem seja capaz de explicitar de forma clara e objetiva as suas explicações, pautada na argumentação.

3. CONSIDERAÇÕES

Os documentos norteadores e as diretrizes educacionais apontam para um caminho que a educação e o processo de ensino necessitam estar pautados na argumentação, desenvolvimentos do raciocínio lógico, na produção de justificativas ou explicações, vem ganhando espaço e visibilidade no contexto mundial e discussões na Educação Matemática. A escola como um ambiente de debates e discussões, quando sabe de forma clara, objetiva qual a sua missão e papel, pode contribuir para impulsionar a reflexão

crítica e argumentativa, preparando o aluno para o mercado de trabalho e leitura de mundo. Por isso a necessidade de se saber o que apontam os documentos Lei de Diretrizes e Base da Educação (1996), Parâmetro Curricular Nacional (2017), Base Nacional Comum Curricular (2018) sobre a argumentação nos modelos matemáticos postos nos livros didáticos de Matemática.

Diante das evidências documentais Sales (2010), Attie (2016) consideramos a argumentação como um dos possíveis caminhos para a compreensão de conteúdos matemáticos, no sentido de viabilizar um pensamento crítico e reflexivo sobre elementos e procedimentos presentes na disciplina e, por conseguinte, favorecer a aprendizagem.

A partir dos documentos analisados, é importante salientar que conhecer quais tipos de livros estão sendo adotados pelo PNLD (2021), as etapas que acontece a escolha, os tipos de argumentação que estão sendo sugeridas pelos autores dos livros didáticos, qual a importância deste para a localidade que o selecionou e por fim, como eles auxiliam na regência do ensino da Matemática. Nesse sentido, esse trabalho é uma pesquisa documental, para a interpretação da realidade educacional e como está sendo posto nos livros didáticos e a sua importância. A análise também assumiu um aspecto bibliográfico, pois tivemos como alicerce para fundamentação das verificações e conclusões, a pesquisa em livros e artigos acadêmicos.

O presente estudo explorou os documentos oficiais norteadores, a fim de verificar a argumentação e sua fundamentação, além do livro didático de Matemática, abordando sobre a argumentação no ensino da disciplina, elencando as competências gerais da BNCC (2018) e o que elas orientam, além do Programa do Livro Didático, associando assim, uma pesquisa documental.

Como etapas importantes do trabalho, podemos destacar então os seguintes elementos: a caracterização da argumentação matemática, a escolha do livro didático, baseado no Guia do PNLD/2021 e por fim, a leitura e análise do livro didático.

É notório que a argumentação justificativa e explicativa pode contribuir para que os alunos consigam com base em fatos, dados e informações confiáveis, defender ideias, pontos de vista e tomada de decisões, claro, se bem estruturado a sequência de entendimento e análises de dados. Quando há uma aprendizagem pautada na implementação da argumentação no ensino, esse por sua vez, o ensino e a aprendizagem por meio de competências e habilidades, norteadas pela BNCC (2018), bem como a figura do professor, sujeito que orientado pelas diretrizes educacionais, faz a escolha do livro didático, de forma assertiva, é primordial para o sucesso do processo de

ensino/aprendizagem da Argumentação.

De um lado, o livro didático é o recurso que, frequentemente, subsidia o trabalho do professor em sala de aula. Por outro lado, para a maioria dos alunos, o livro didático é a fonte de pesquisa que corresponde às necessidades reais do alunado, de forma satisfatória.

É por meio do material didático que ao mesmo tempo trabalha-se a argumentação matemática, de forma que o aluno consiga se expressar e se relacionar com o objeto do conhecimento. A matemática sendo ensinada de forma dialógica, expositiva e contextualizada, pode passar a ser vista como importante e essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico e reflexivo. Não sendo somente uma área de exatas que apenas se deva trabalhar com fórmulas e aplicações nas resoluções. Por fim deduz-se que ao ensinar Matemática, paute-se em apresentação de desafios, com diferentes possibilidades de soluções, exigindo dos estudantes o exercício da capacidade argumentativa.

De um lado, o livro didático é o recurso que, frequentemente, subsidia o trabalho do professor em sala de aula. Por outro lado, para a maioria dos alunos, o livro didático é a fonte de pesquisa que corresponde às necessidades reais do alunado, de forma satisfatória.

É por meio do material didático que ao mesmo tempo trabalha-se a argumentação matemática, de forma que o aluno consiga se expressar e se relacionar com o objeto do conhecimento. A matemática sendo ensinada de forma dialógica, expositiva e contextualizada, pode passar a ser vista como importante e essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico e reflexivo. Não sendo somente uma área de exatas que apenas se deva trabalhar com fórmulas e aplicações nas resoluções. Por fim deduz-se que ao ensinar Matemática, paute-se em apresentação de desafios, com diferentes possibilidades de soluções, exigindo dos estudantes o exercício da capacidade argumentativa.

REFERÊNCIAS

ARISTÓTELES. *Rhétorique*. Edição bilíngüe (grego-francês). Texto estabelecido e traduzido por Médéric Dufour. 3. ed. Paris: Les Belles Lettres, Tomo I (Livro I) e II (Livro II), 1967.

ATTIE, João Paulo, KR PAN, Cathy Marks Krpan. **Argumentação em Livros Didáticos de Matemática: Brasil e Canadá**. Interfaces Brasil/Canadá. Florianópolis/Pelotas/São Paulo, p. 1-20, e 20.09. v. 20, 2020.

ATTIE, João Paulo. **Argumentação no Ensino de Matemática**. Disponível em repertório Universidade Federal de Sergipe, 2016.

BALACHEFF, Nicolas. **Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège**. Thèse d'état – Université Joseph Fourier, Grenoble [France], 1988.

BILLS, L., Dreyfus, T., Mason, J., Tsamir, P., Watson, A. & Zaslavsky, O. (2006). **Exemplification in mathematics education**. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 126–154). Prague, Czech Republic: PME.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. P.19. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 13 maio 2019.

_____. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Diário Oficial da União, Brasília, 23 de dezembro de 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 15 mar. 2021.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, MEC, 2018.

_____. PISA 2018. **Relatório Brasil no Pisa 2018: Versão Preliminar**. Brasília, DF: INEP/MEC, 2019b.

CORTINAZ, Tiago. **A construção da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental e sua relação com os conhecimentos escolares**. (Tese de Doutorado) Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. PORTO ALEGRE 2019. Disponível em <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/202032>

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. 1. Ed. São Paulo: Ática, 2010.

DOLEV, Sarit. EVEN, Ruhama. **Justifications and explanations in Israeli 7th grade math textbooks**. *International Journal of Science and Mathematics Education* (2015) 13(Suppl 2): S309YS327 # National Science Council, Taiwan 2013. Disponível em <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01281094/document>. Acesso em: 30 de maio de 2021.

DOMINGUES, Hygino H. A Demonstração ao longo dos Séculos. **BOLEMA: Boletim**

de Educação Matemática, Ano 15, nº 18, p. 55 – 67. Rio Claro: UNESP, 2002.

FREITAS, I. Livro didático de histórias: definições, representações e prescrições de uso. In: OLIVEIRA, M.D.; OLIVEIRA, A. F. B. **Livros didáticos de história: escolhas e utilizações.** Natal: Editora da UFRN, 2009, p. 11-19.

Guia Digital do Livro Didático. **PNLD 2021.** Disponível em https://pnld.nees.ufal.br/assets-pnld/guias/Guia_pnld_2021_didatico_Apresentacao.pdf. Acesso em 15 de mai. 2021.

HAREL, Guershon; SOWDER, Larry. **Toward Comprehensive Perspectives on the Learning and Teaching of Proof.** In: LESTER, Frank (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* Greenwich, CT: Information Age, 2007. P. 805-842.

LIN, Pi-Jen. O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turmado Ensino Fundamental. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 43, n. 3, p. 1171-1192, jul./set. 2018.

LUCAS, Catarina; FONSECA, Cecílio; GASCÓN, Josep; CASAS, José. **O Fenômeno Didático Institucional da Rigidez e a Atomização das Organizações Matemáticas Escolares.** *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1327-1347, dez. 2014.

MAJIDI, S. A comparison between the knowledge organization of university physics teachers and the textbooks they use for their teaching purposes: Biot-Savart law and Ampère's law. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 12(6), 1281–1314. doi:10.1007/s10763-013-9457-1, 2013.

MAKAR, Katie; BAKKER, Arthur; BEN-ZVI, Dani. **Normas de andaime de investigação baseada em argumentação em uma sala de aula de matemática primária.** *ZDM - Educação Matemática*, Berlim, v. 47, n. 7, pág. 1107-1120, 2015.

MUTTI, Gabriele de Sousa Lins. KLÜBER, Tiago Emanuel. Formato Multipaper nos Programas de Pós-Graduação Stricto Sensu brasileiros das áreas de Educação e Ensino: um panorama. **V Seminário Internacional de Pesquisa e Estudos Qualitativos.** Foz do Iguaçu. Mai-jun de 2018. Disponível em <https://sepeq.org.br/eventos/vsipeq/documentos/02858929912/11>

NASCIMENTO, Evelyn dos Santos. **Argumentação no Ensino de Operações com Números Inteiros.** Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe, 2022.

OLIVEIRA, Esther Gomes de. **A Argumentação na Antiguidade.** Universidade Estadual de Londrina. n. 5, p. 213-225, dez. 2002.

PAVANELLO, R. M. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas. 1995.166f.** Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1995.

SÁ, Eloar Barreto Feitoza, ATTIE, João Paulo. **Argumentações presentes nos conteúdos de matemática no livro didático da educação de jovens e adultos.** Acesso

em 15 de agosto de 2021. Disponível em <https://revistahorizontes.usf.edu.br/horizontes/article/view/980>.

SALES, A. **Argumentação e raciocínio**: uma revisão teórica. Nova Andradina - MS, 2011. SKEMP, R. R. – **The Psychology of learning Mathematics**. Ontario: Penguin Books, 1980.

STACEY, K. & VINCENT, J. **Modes of reasoning in explanations in Australian eighth-grade mathematics textbooks**. Educational Studies in Mathematics, 72 (3), 271–288, 2009. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/226889077_Modes_of_reasoning_in_explanations_in_Australian_eighth-grade_mathematics_textbooks

TOULMIN, S. (2003). **The uses of argument**. Cambridge, England: Cambridge University Press (updated ed.).

TRIANTAFILLOU, Chrissavgi; SPILIOPOULOU, Vasiliki; POTARI, Despina. **The Nature of Argumentation in School Mathematics and Physics Texts: The Case of Periodicity**. Int J of Sci and Math Educ (2016) 14: 681–699, 2016. Disponível em <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01865661/document>

VAN, Dormolen, J. **Textual analysis**. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), Perspectives on mathematics education (pp. 141–171). Dordrecht, The Netherlands: Reidel. 1986. Disponível em <https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/1289>

VAN, Eemeren, F. H. & Grootendorst, R. (2004). **A systematic theory of argumentation**: The pragma-dialectical approach. Cambridge, England: Cambridge University Press. Disponível em <https://www.cambridge.org/core/books/systematic-theory-of-argumentation/C3A069AB7E067D451BE58744A444B570>

ARTIGO 3 - CARACTERIZAÇÃO E AVALIAÇÃO DA ARGUMENTAÇÃO NOS MANUAIS DIDÁTICOS DO PNLD/2021

RESUMO

Os livros didáticos de Matemática pressupõem uma influência considerável para o desenvolvimento de ensino e aprendizagem em sala de aula, principalmente com relação ao ensino da matemática. Eles exercem influência na formação de conceitos matemáticos e na formatação de uma concepção de ensino de Matemática. A estruturação das obras didáticas por área do conhecimento do objeto 2, segundo o Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2021, devem ser elaboradas com base nas diretrizes da reforma do Ensino Médio, com o objetivo de promover a trajetória escolar dos jovens, para que sejam capazes de engajá-los em ações transformadoras, realizando diálogo efetivo com seus planos e realizações, ao passo que desenvolvam conhecimentos, habilidades, atitudes e valores. O objetivo maior desse tipo de material didático de Matemática deve ser de desenvolver a capacidade máxima de argumentação e raciocínio dos alunos com vista a capacitá-los para lidar com os desafios da sociedade contemporânea com a Base Nacional Comum Curricular (2018). Diante dessa abordagem, com base na pesquisa documental, propusemos analisar a argumentação nos manuais didáticos de matemática do professor do Ensino Médio no PNLD de 2021, analisando as coleções de matemática aprovadas, abordando as coleções que apresentavam as unidades temáticas da Geometria Plana, constatou-se em sua maioria das obras analisadas a presença das categorias da argumentação explicativa e argumentação justificativa segundo Sales (2010) e Attie (2016).

Palavras-Chave: Livro didático. PNLD 2021. Argumentação no Ensino da Matemática. Ensino da Matemática. Categorias da argumentação.

ABSTRACT

Mathematics textbooks presuppose a considerable influence on the development of teaching and learning in the classroom, especially in relation to the teaching of mathematics. They exert influence in the formation of mathematical concepts, in the formatting of a conception of teaching Mathematics. The structuring of didactic works by area of knowledge of object 2, according to the Guide to the National Textbook Program (PNLD) 2021, these must be prepared based on the guidelines of the High School reform, with the objective of promoting the school trajectory of the students. young people, so that they are able to engage them in transforming actions, carrying out an effective dialogue with their plans and achievements, while developing knowledge, skills, attitudes and values. The main objective of this type of Mathematics teaching material should be to develop students' maximum capacity for argumentation and reasoning in order to enable them to deal with the challenges of contemporary society with the National Curricular Common Base (2018). In view of this approach, based on documentary research, we proposed to analyze the argumentation in the mathematics textbooks of the high school teacher in the PNLD of 2021, analyzing the approved mathematics

collections, addressing the collections that presented the thematic units of Plane Geometry, it was found- if in most of the works analyzed the presence of the categories of explanatory argumentation and justification argumentation according to Sales (2010) and Attie (2016).

Keywords: Textbook. PNLD 2021. Argumentation in Mathematics Teaching. Mathematics Teaching. Argument categories.

1. INTRODUÇÃO

Os livros didáticos contribuem, consideravelmente, no desenvolvimento da aprendizagem em sala de aula, na formação de conceitos matemáticos, na formação de conceitos matemáticos e na formatação de uma concepção de ensino de Matemática, esse, por sua vez, direcionando ao trabalho do docente. Nessa instância, o livro é influenciado pela avaliação parecerista dos avaliadores do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Mediante a análise do livro didático de Matemática percebeu-se que se tornou foco de educadores matemáticos, em vários países, buscar mecanismos que possam auxiliar aos professores a decidirem quais livros são mais adequados para as suas necessidades (DOLEV; EVEN, 2013, p. 3), levando em consideração, primeiramente, as orientações do guia do livro, em seguida, são realizadas as análise e por fim, é feita a seleção dos materiais.

Dantas (2017) em sua tese, aponta que o livro didático de Matemática embora sempre tenha sido um instrumento de orientação para o ensino da Matemática, foi somente no século XX, com os congressos ocorridos, que vieram à tona o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a didática empregada e a metodologia utilizada,, a partir daí começaram-se a levantar mais questionamentos e a se buscar respostas sobre a utilização da argumentação no ensino da Matemática.

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo dos programas voltados à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino brasileira e iniciou-se, com a denominação de Instituto Nacional do Livro, em 1937. Ao longo desses 80 anos, o programa foi aperfeiçoado e teve diferentes nomes e formas de execução. Atualmente, o PNLD é voltado à educação básica brasileira, tendo como única exceção os alunos da educação infantil (BRASIL, 2022).

A realização da avaliação pedagógica é formada por equipes de avaliadores formadas

por professores das redes públicas e privadas de ensino superior e da educação básica. Por suavidade, os especialistas são selecionados a partir do Banco de Avaliadores. Sendo aprovados, os

livros passam a fazer parte do Guia Digital do PNLD, para assim, subsidiar os professores na escolha das coleções para as diferentes etapas de ensino. Na escolha, dando transparência ao processo, a decisão é lavrada em Ata de Escolha dos Livros Didáticos.

Tendo em vista esse processo de escolha, as reformas curriculares e a implementação da BNCC (2018), o documento que determina as competências (gerais e específicas) para se fazer presente nos objetos do conhecimento dos livros didáticos, tendo assim, o desenvolvimento das habilidades e as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver durante cada etapa da Educação Básica – Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. A BNCC (2018) também determina que essas competências, habilidades e conteúdos devem ser os mesmos, independentemente de onde as crianças, os adolescentes e os jovens moram ou estudam.

Diante da necessidade de avaliar as obras adotadas em consonância com os documentos orientadores e ainda com foco no objetivo dessa pesquisa, propusemos a analisar a argumentação nos materiais didáticos da Matemática do Ensino Médio no PNLD de 2021.

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) do Ensino Médio e a Lei do Novo Ensino Médio (13.415/17) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apontam a necessidade e a importância da escola como um espaço de acolhimento dos alunos, ou seja, espaço democrático, em que os mesmos sejam protagonistas e tenham autonomia para realizar as suas escolhas. Tendo em vista essa necessidade o PNLD de 2021 voltado para o Ensino Médio, traz uma configuração essencial para essa organização em cinco objetos:

- Objeto 1: Obras didáticas de Projetos Integradores e de Projeto de Vida.
 - Objeto 2: Obras didáticas divididas por áreas de conhecimento e obras didáticas específicas.
 - Objeto 3: Obras de formação continuada.
 - Objeto 4: Recursos digitais.
 - Objeto 5: Obras literárias.
- (GUIA DO EDITAL DO PNLD/2021).

A escolha desses objetos acontece durante certo período pelas escolas públicas e filantrópicas e todos os objetos foram escolhidos durante o ano de 2021 em períodos diferentes. Onde há uma sensibilização para que os professores leiam com calma todo o material didático aprovado pelo PNLD, registrem em Atas as escolhas e adotem a melhor ou melhores obras para a necessidade local, de acordo com o projeto político pedagógico das Unidades Escolares.

Para se verificar a argumentação nos livros de Matemática do PNLD 2021, as opções metodológicas adotadas no presente estudo foram definidas no intuito de alinhar-se com o objetivo proposto. Para tanto, não empenhados em privilegiar resultados em quantitativos, nem tão pouco realizar mensurações, preferimos uma abordagem qualitativa, visto que pleiteamos por uma melhor compreensão acerca de argumentos emitidos presentes em livros didáticos baseado em Sales (2010) e Attie (2016).

A pesquisa documental pode-se evidenciar que é qualitativa:

pois responde a questões estritamente particulares, ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado, ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis” (MINAYO, 2001, p. 21-22).

Ao evidenciar a pesquisa argumentação nos livros didáticos do PNLD: Objeto 2, tendo como do ponto de partida a análise do material, faz-se necessário citar que optamos por realizar essa pesquisa, pois é uma política pública de direito de todos os estudantes, de forma gratuita, da rede pública de ensino e também por que os mesmos passam por uma avaliação pedagógica, a fim de verificar se cumprem os critérios determinados pela BNCC (2018).

Em relação à coleta das evidências nos livros didáticos, fomos à busca das obras recomendadas no Guia do PNLD, em vigor, ou seja, o Guia do PNLD 2021 (BRASIL, 2021). Para o componente curricular de Matemática, dez coleções foram recomendadas conforme o mapeamento das obras aprovadas da área de Matemática e suas Tecnologias, a seguir identificados mediante o volume de cada coleção; analisamos, por sua vez, somente os que abordavam a Geometria plana e as áreas de figuras. Esse garimpo tem por finalidade a identificação e classificação da argumentação explicativa e justificativa exposta na apresentação desse objeto do conhecimento. Para respaldar essa análise de conteúdo baseamo-nos e em Bardin (2016) que descreve que as etapas são organizadas em três fases: 1ª) pré análise, 2ª) exploração do material e 3ª) tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Seguindo as etapas de análise de conteúdo proposta por Bardin (2016), realizamos uma leitura do material, definimos qual *corpus* seria utilizado, organizamos as ideias iniciais, exploramos o material, identificando e sistematizando elementos pertinentes à nossa questão, à luz do nosso referencial na tentativa de responder ao nosso objetivo.

2. ESTRUTURAÇÃO DO PNLD 2021

Com a reformulação das diretrizes educacionais, as obras didáticas devem seguir um

conjunto de princípios éticos e legais para a Educação, assegurando-se pelo Edital de convocação 03/2019 – CGPLI, com base na Constituição Federal de 1988, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Lei 9.394/1996), a Reforma do Ensino Médio (Lei nº 13.415/17), o Plano Nacional de Direitos Humanos PNE – 2014 – 2014 (Lei 13.005/2014), o Programa Nacional de Direitos Humanos PNDH-3 (Decreto 7.037/2009), o Estatuto da Criança e do Adolescente (Lei 8.069/1990), as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica (Parecer CNE/CP nº 02/2017).

Com relação aos marcos legal, para a estruturação do PNLD, além de assegurar a qualidade, a correção e adequação aos conteúdos impressos e digitais, as obras devem garantir os direitos de aprendizagem aos estudantes do Ensino Médio, conforme a BNCC (2018). Esses livros devem contemplar as competências gerais, competências específicas e habilidades da área de linguagens e suas tecnologias, na qual se inserem os Projetos Integradores e os Projetos de Vida. Segundo o documento, o processo de aprendizagem deve ocorrer para assegurar aos estudantes o desenvolvimento, no caso do ensino médio, de dez competências gerais em quatro áreas do conhecimento (PERTENCE E MARTINS, 2021, p. 38).

A estruturação das obras didáticas por área do conhecimento e obras específicas, segundo o Guia do PNLD 2021, foram elaboradas com base nas diretrizes da reforma do Ensino Médio, com o objetivo de promover a trajetória escolar dos jovens, que seja capaz de engajá-los em ações transformadoras. Desta forma, realiza-se o diálogo o ensino sistematizado e efetivo com seus planos e realizações, ao passo que desenvolve conhecimentos, habilidades, atitudes e valores com a capacidade máxima de capacitá-los para lidar com os desafios da sociedade contemporânea (Guia do Livro PNLD, 2021).

Os livros didáticos do Objeto 2, do PNLD 2021, é composto por 06 (seis) volumes para trabalhar as competências e habilidades, o que pode acontecer de uma habilidade ou competência possa ser retomada, pois devido a quantidade de habilidades que devem ser trabalhadas no Ensino Médio, podem ser desenvolvidas em mais de um volume. E o mais importante de tudo é que ao final, as habilidades e competências da área da Matemática tenham sido completamente abordadas e abstraídas pelos estudantes. A ideia básica é que cada volume possa operacionalizar de forma independente, ou seja, o que está sendo trabalhado em cada volume deverá ser claro e preciso. Desta forma, o professor poderá localizar com facilidade na hora de utilizar as obras em sala de aula. Segundo a BNCC(2018), deve orientar o detalhamento dos itinerários formativos relativos a essas áreas.

Com a reformulação do Ensino Médio, que também compreende a ampliação da carga horária mínima e a flexibilização curricular, implicando, em um direcionamento

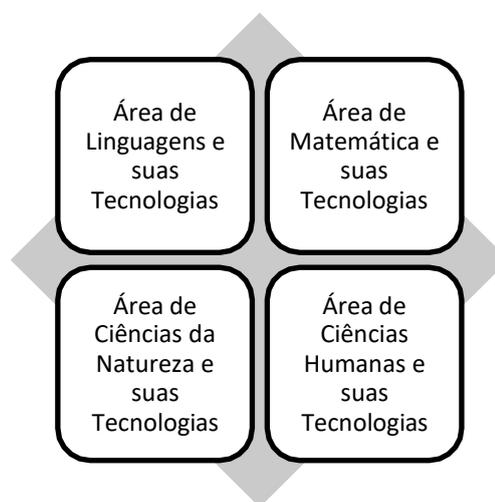
do foco, voltado para o estudante, de forma a proporcionar práticas mais condizentes com a realidade do aluno e as demandas desses jovens do século atual, pautando-se, sempre, nos itinerários.

Nessa perspectiva, os jovens passam a ocupar lugar estratégico no seu processo educacional, sendo o protagonista do trabalho pedagógico. Os documentos norteadores e seus apontamentos esperam-se que as escolas possam promover o desenvolvimento integral dos estudantes, não sendo a dimensão apenas de formação intelectual, mas também estimular as dimensões física, emocional, social e a cultura da aprendizagem, no intuito de qualificar o aluno para resolver situações de vivência, das mais simples às mais complexas, além de adentrar ao mundo de trabalho no exercício da cidadania.

Segundo a própria BNCC, “os itinerários formativos possibilitam opções de escolha aos estudantes com foco em uma área do conhecimento, na formação técnica e profissional e também, na mobilização de competências e habilidades de diferentes áreas, compondo itinerários integrados” (BRASIL, 2018a, p. 477).

A constituição das obras didáticas por áreas do conhecimento terá a seguinte distribuição, sendo 1 (um) livro para cada área de conhecimento:

Figura 5: Estrutura das obras didáticas por área do conhecimento PNLD (2021)



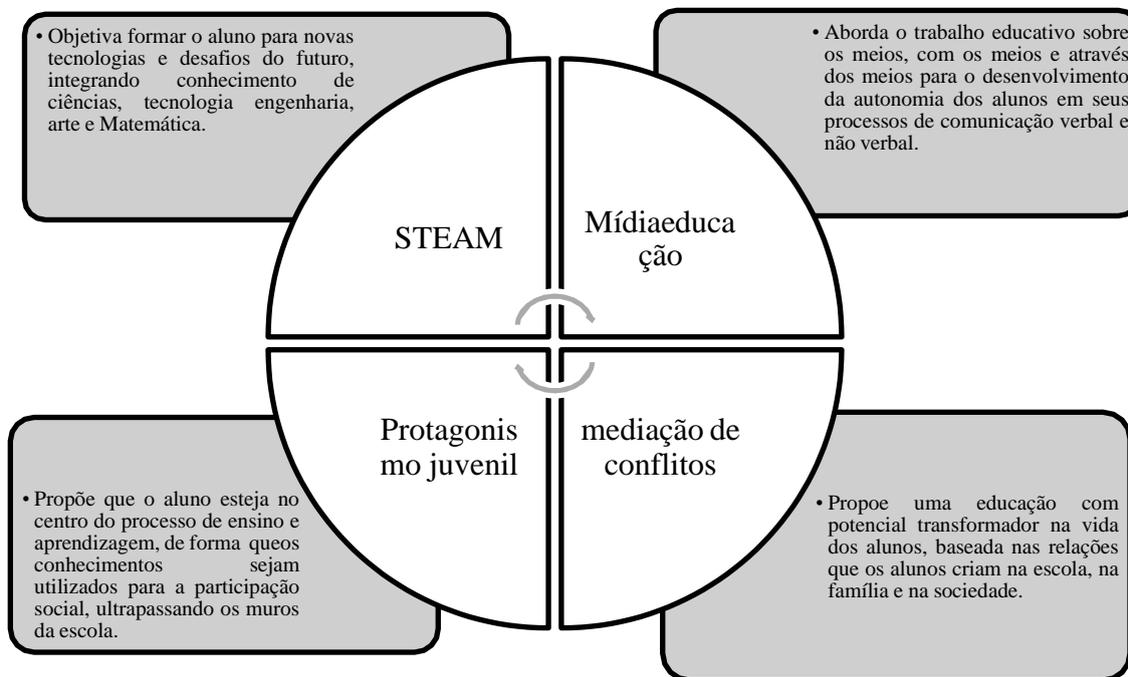
Fonte: Guia do PNLD (2021)

A composição dos Projetos Integradores no PNLD 2021 está organizada em livros e volumes únicos, contemplando a dimensão integrada das áreas do conhecimento, trazendo

uma nova proposta de ensino-aprendizagem. Tendo como objetivo firmar o processo de aprendizagem dos alunos, na forma de contextualização dos conteúdos do

currículo, estimulando a criatividade e o interesse dele através da interdisciplinaridade. Cada livro traz seis projetos, que devem contemplar quatro temas integradores, como mostra o quadro a seguir:

Figura 6: Temas Integradores



Fonte: Próprio Autor

Cada livro traz seis projetos integradores que, obrigatoriamente, devem contemplar os quatro temas integradores: STEAM, Protagonismo Juvenil, Mídia educação e Mediação de Conflitos, em todas as áreas do conhecimento, estimulando o empreendedorismo, trabalhando dentro dos temas que contribuem com a ampliação da capacidade de inovação dos alunos. Cabe lembrar que os projetos integradores não substituem o livro didático, simplesmente completa, esse acervo, que estimula a criatividade a partir de projetos, devendo ser trabalhado em paralelo à obra. Veja os temas e competências que os livros deverão abordar:

Quadro 3: Temas e Competências que o PNLD 2021

	Tema Integrador	Competências gerais da BNCC que devem ser trabalhadas prioritariamente
Projeto 1	STEAM (Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática)	Competência 7 (argumentação) Competência 1 (conhecimento) Competência 2 (pensamento científico, crítico e criativo)
Projeto 2	Protagonismo Juvenil	Competência 7 (argumentação) Competência 3 (repertório cultural) Competência 8 (autoconhecimento e autocuidado)
Projeto 3	Mídiaeducação	Competência 7 (argumentação) Competência 4 (comunicação) Competência 5 (cultura digital)
Projeto 4	Mediação de Conflitos	Competência 7 (argumentação) Competência 9 (empatia e cooperação) Competência 10 (responsabilidade e cidadania)
Projeto 5	Escolha de um tema já proposto, juntamente com seu grupo de competências ou nova temática que apresente 3 competências, sendo uma delas, a competência 7 (argumentação).	
Projeto 6	Escolha de um tema já proposto, juntamente com seu grupo de competências ou nova temática que apresente 3 competências, sendo uma delas, a competência 7 (argumentação).	

Fonte: Guia do PNLD do Ensino Médio (2021).

De acordo com o Guia do Livro Didático 2021, o Protagonismo Juvenil parte da premissa de “idealizar a própria vida é ter consciência da responsabilidade de cada um em sua atuação social, descobrindo-se a si mesmo, aos outros e o meio em que vive”. Essa coletânea terá o enfoque prioritário nas Competências 6 (trabalho e projeto de vida) e 7 (argumentação).

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta (BNCC, 2018).

Os livros didáticos têm como premissa o trabalho por competências e habilidades, levando em consideração a formação integral dos estudantes por meio das competências socioemocionais e da articulação com os diferentes componentes das áreas de conhecimento e com o Projeto de Vida. Logo, o material didático das obras por área do conhecimento garimpaa aprendizagem interdisciplinar, articulando entre os diferentes componentes curriculares, entre eles a argumentação e a demonstração. Essas práticas devem contribuir para que a diversidade de vivências e experiências seja favorecida na articulação que a relação social e interpessoal proporciona.

A partir disso, os alunos podem compreender que um tema ou fato observado pode ter pontos de vista diferentes, tornando assim, um pilar para a construção da argumentação e do pensamento crítico, capaz de questionar as informações, apurar a veracidade e aceitar que pode existir mais de uma resposta para a mesma indagação. Nessa perspectiva, o

desenvolvimento do aprender a argumentar que deve ser estudado na sala de aula, com o nortado livro didático, escolhido pelo professor, é fonte de direcionamento para o trabalho pedagógico. Diante dessa necessidade, é necessário que o docente, em sala de aula, com um livro do PNLD 2021 escolha obras que correspondem à proposta da BNCC (2018), enfoques requeridos pelos documentos orientadores da educação.

As obras aprovadas promovem o desenvolvimento das competências gerais, das competências específicas e das habilidades da área de Matemática e suas Tecnologias presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) por meio das diferentes abordagens teórico-metodológicas apresentadas. Nessa perspectiva, são consideradas situações que exploram: a vivência de práticas investigativas por metodologias ativas; a abordagem interdisciplinar e contextualizada; o desenvolvimento do pensamento crítico, reflexivo e argumentativo dos(as) estudantes; o pensamento computacional; o nível inferencial de leitura; bem como o uso de tecnologias (Guia do PNLD 2021).

Diante dessa necessidade, foi feito um levantamento de quais obras didáticas de Matemática foram aprovadas pelo edital do PNLD 2021 da área de Matemática e suas Tecnologias, de acordo com a Portaria nº 68, de 2 de junho de 2021, são elas:

Quadro 4: Mapeamento das obras aprovadas da área de Matemática e suas Tecnologias.

Código da coleção	Título da Coleção	Código volume	Título do volume ⁶
0159P21202	Matemática em Contextos	0159P21202133IL	Matemática em Contextos - Função Exponencial, Função Logarítmica e Sequências
			Matemática em Contextos- Função afim e Função Quadrática
			Matemática em Contextos- Geometria Plana e Geometria Espacial

⁶ Os livros didáticos foram analisados os que apresentavam como título Geometria Plana, em relação a área de figuras planas.

			Matemática em Contextos-Trigonometria E Sistemas Lineares
			Matemática em Contextos-Análise Combinatória, Probabilidade e Computação.
			Matemática em Contextos-Estatística e Matemática Financeira
0180P21202	Ser Protagonista Matemática e suas Tecnologias	0180P21202133IL	Ser Protagonista Matemática e suas Tecnologias - Números e Álgebra.
			Ser Protagonista Matemática e suas Tecnologias- Álgebra e Educação Financeira
			Ser Protagonista Matemática e suas Tecnologias-Grandezas e Medidas e Trigonometria
			Ser Protagonista Matemática e suas Tecnologias- Geometria Plana e Espacial
			Ser Protagonista Matemática e suas Tecnologias- Estatística e Probabilidade
			Ser Protagonista Matemática e suas Tecnologias-Pensamento Computacional e Fluxogramas
0205P21202	Quadrante Matemática e suas Tecnologias	0205P21202133IL	Quadrante Matemática e suas Tecnologias – Funções
			Quadrante Matemática e suas Tecnologias - Trigonometria e Sequências
			Quadrante Matemática e suas Tecnologias - Estatística, Probabilidade e Matemática Financeira
			Quadrante Matemática e suas Tecnologias - Geometria Plana e Espacial

			<p>Quadrante Matemática e suas Tecnologias - Sistemas Lineares E Geometria Analítica</p> <p>Quadrante Matemática e suas Tecnologias - Grandezas, Medidas e Programação</p>
0142P21202	Matemática nos dias de hoje	0142P21202133IL	<p>Matemática nos dias de hoje – FUNÇÕES</p> <p>Matemática nos dias de hoje- Matemática Financeira e Álgebra</p> <p>Matemática nos dias de hoje- Geometria e Álgebra</p> <p>Matemática nos dias de hoje- Medidas e Geometria</p> <p>Matemática nos dias de hoje- Probabilidade e Estatística</p> <p>Matemática nos dias de hoje- Algoritmos e Álgebra</p>
0182P21202	Matemática Interligada	0182P21202133IL	<p>Matemática Interligada- Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica</p> <p>Matemática Interligada- Trigonometria, Fenômenos Periódicos e Programação</p> <p>Matemática Interligada- Grandezas, Sequências e Matemática Financeira</p> <p>Matemática Interligada- Matrizes, Sistemas Lineares e Geometria Analítica</p> <p>Matemática Interligada- Estatística, Análise Combinatória e Probabilidade</p> <p>Matemática Interligada- Geometria Espacial e Plana</p> <p>Interação Matemática - O</p>
0149P21202	Interação Matemática ⁷	0149P21202133IL	Tratamento da Informação e a Resolução de Problemas por meio da Função do 1º Grau

⁷ Essa coleção não foi disponibilizada pela editora em formato PDF, apenas o encarte da obra mencionando Geometria Plana, no entanto não foi analisado o volume por falta de disponibilização.

			Interação Matemática - As Unidades de Medida e a Resolução de Problemas por meio da Função do 2º Grau
			Interação Matemática - A Matemática Financeira e a Resolução de Problemas por meio das Funções Exponencial e Logarítmica
			Interação Matemática - A Estatística e a Resolução de Problemas por meio de Análise Combinatória e Probabilidade
			Interação Matemática - A Resolução de Problemas por meio da Geometria Plana e da Trigonometria
			Interação Matemática - A Resolução de Problemas por meio da Geometria Espacial
0218P21202	Multiversos Matemática	- 0218P21202133IL	Conjuntos e Função Afim
			Funções e suas Aplicações
			Sequências e Trigonometria
			Matemática Financeira, Gráficos e Sistemas
			Geometria
			Estatística e Probabilidade
0226P21202	Prisma Matemática	- 0226P21202133IL	Conjuntos e Funções
			Funções e Progressões
			Geometria e Trigonometria
			Sistemas, Matemática Financeira e Grandezas
			Geometria
			Estatística, Combinatória e Probabilidade
0193P21202	Conexões Matemática e suas Tecnologias	- 0193P21202133IL	Grandezas, Álgebra e Algoritmos
			Funções e Aplicações
			Estatística e Probabilidade
			Trigonometria
			Geometria Plana e Espacial
			Matrizes e Geometria Analítica
0197P21202	Diálogo Matemática e suas	- 0197P21202133IL	Grandezas, Medidas e Matemática Financeira

	Tecnologias		Geometria Plana
			Geometria Espacial
			Geometria Analítica, Sistemas e Transformações Geométricas
			Estatística e Probabilidade
			Funções e Progressões

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Com a contextualização, as competências da BNCC (2018), priorizam como base de desenvolvimento os enfoques, do saber (argumentação justificativa) e do saber fazer (argumentação explicativa) Attie (2016). No entanto, segundo Zabala e Arnau (2010), o que se pode aprender ultrapassa tais enfoques, acrescentando a dimensão do ser protagonista juvenil BNCC (2018). Para os pesquisadores, a argumentação alicerçando as competências transpassa o habitual desenvolvimento da aprendizagem, devendo ser embasadas no domínio e na aptidão de cada indivíduo diante de cada forma de aprendizagem. Nesse contexto, uma competência pode ser: uma aprendizagem conceitual relacionada ao saber, ligada aos conceitos; uma aprendizagem atitudinal relacionada ao ser, e por fim, uma aprendizagem procedimental vinculada ao saber fazer, podendo abranger habilidades simples ou complexas. “As competências são ações de situações e problemas de diferentes matrizes, que obrigam a utilizar os recursos dos quais se dispõe” (ZABALA & ARNAU, 2010).

3. ANÁLISE DAS UNIDADES DE MATEMÁTICA E A ANÁLISE DE ARGUMENTAÇÕES.

No Guia do Livro Didático, pautando-se em relação ao componente curricular Matemática, as coleções aprovadas e as análises feitas pelos avaliadores, apontam que as coletâneas respaldam-se na BNCC (2018), nos princípios da educação integral e nos estudos mais recentes do processo de ensino e aprendizagem da área de Matemática e suas Tecnologias para trabalhar as competências gerais, como também as competências específicas as habilidades sinalizadas nos documentos norteadores para o Ensino Médio. Promover, nessa área, a compreensão e a aplicação das principais ideias e ferramentas da Matemática de modo que possibilite aos estudantes resolver problemas do ambiente escolar e do mundo real, recorrendo ao garimpo simples, intuitivo e compreensível dos conteúdos essenciais, produz o protagonismo dos próprios processos de aprendizagem, desencadeando uma educação integral.

Para a análise da argumentação nas obras, fizemos um filtro nas obras disponíveis e

analisamos a argumentação em relação à geometria plana abordada nos volumes de cada coleção aprovada.

A análise apresentada a seguir será construída a partir dessa ótica bem como dos referenciais estudados, no entanto, antes das análises será realizado um breve percurso sobre a história da Geometria.

3.1 - A Geometria e seu contexto histórico

Para iniciar este percurso, baseamos em estudos de historiadores, que na trajetória da constituição da Educação Matemática, foram referência na busca para compreender os principais marcos da história desta ciência. Neste sentido, a Geometria é tida como o campo de estudo da Matemática que se dedica a investigar os conceitos e as propriedades das formas

das figuras no plano (geometria plana) e dos sólidos geométricos (geometria no espaço). Em Roque (2012) temos que a palavra “geometria” pode ser traduzida como “medida da terra”; assim, “geo” significa “terra” e “metria” significa “medida”.

A geometria teve avanços e sua aplicabilidade desde a antiguidade na matemática babilônica e egípcia envolvendo, a geometria teórica no contexto da mensuração. A geometria babilônica se relaciona intimamente com a mensuração prática. Numerosos exemplos concretos infere-se que os babilônios do período 2000 a.C a 1600 a. C devem estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles, da área do trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-retângulo e, geralmente do volume de um prisma reto de base, a base da geometria babilônica é de caráter algébrico (EVES, 2004).

As pesquisas e ações de Tales de Mileto onde pensou dedutivamente na geometria e provou alguns teoremas, sendo estudados por Boyer (1996), ganhando destaque, séculos depois, Euclides de Alexandria, por volta do século III a. C., sistematizou a Matemática, estudada até a atualidade em seus treze volumes dos Elementos.

Boyer (1974) no livro *História da Matemática*, faz colocações e também descreve que a geometria teve sua origem no Egito, essa afirmativa é reforçada por Eves (1997), que o surgimento acontece pela necessidade de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio Nilo, ou seja, redefinir os lotes de terra com a cheia do rio. As inundações anuais sobrepunham-se sobre o Delta do referido rio. Ano após ano o Nilo transbordava seu leito natural, espalhando um rico limo sobre os campos ribeirinhos.

Arquimedes é considerado um dos matemáticos mais conhecidos do período pós euclidiano. Seus registros foram tão significativos quanto os de Euclides. Para Roque

(2012), o nome mais citado na história da geometria é o de Euclides, mas outros autores brilhantes escreveram acerca de assuntos relevantes, embora seus nomes não sejam abordados com tanta ênfase. Temos alguns matemáticos importantes na história tais como:

Apolônio (c. 225 a.C.), que definiu pela primeira vez a parábola, hipérbole e elipse e seguiu o estilo formal dos Elementos até mesmo nos enunciados de algumas proposições.

Heron de Alexandria (c. 75 d.C.) que estudou a mensuração plana e sólida de figuras geométricas.

Menelau (c. 100 d.C.) e Cláudio Ptolomeu (c. 85 d.C.) que contribuíram para a elaboração de conceitos da Trigonometria.

Papus de Alexandria (c. 350 d.C.) cujas produções evidenciam uma continuação ou complementação às obras de Euclides, Arquimedes e Ptolomeu Roque (2012).

Para Roque (2012), o entendimento da Matemática como conhecimento superior dos gregos é aceita com base em dois aspectos: a exaltação do caráter teórico da matemática grega alicerçada no método axiomático por Euclides e a depreciação das matemáticas da antiguidade tardia (aproximadamente 284 - 750) e da Idade Média (século V a XV).

A Geometria para medir superfícies vem desde a origem dos sacerdotes que eram encarregados de arrecadar os impostos sobre a terra que provavelmente começaram a calcular a extensão dos campos por meio de uma simples tática de vista, ou seja, tendo o corpo como unidade de medida como: o palmo, pé, passo, braça, cúbito (Dicionário Enciclopédico Conhecer). Percebe-se que na história da matemática tivemos vários ícones importantes que se faz necessário estudar essa área do conhecimento. Dito isto, seguiremos para as análises.

4. Análise dos Livros Didáticos

A realização da análise que segue, além de examinarmos o conteúdo dos volumes dos manuais do professor, que indicam no título Geometria Plana, a fim de detectarmos se nestes há a presença de abordagens alternativas que possam propiciar argumentos justificativos para a geometria em questão. Nas coleções analisadas, o manual do professor encontra-se estruturado de duas formas, como recomenda o Guia do PNL (BRASIL, 2019b): nas páginas finais – com orientações da BNCC (competências e habilidades), como a visão geral acerca da obra do aluno (como cada volume do livro do estudante está organizado), orientações específicas, propostas interdisciplinares, sugestões de livros e sites – e no corpo do livro, com orientações, dispostas nas laterais dos conteúdos, mais específicas para cada capítulo, fornecendo sugestões de atividades e

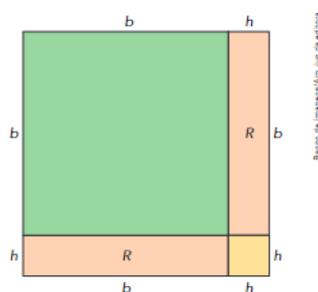
correlacionando-os com as propostas da BNCC. O domínio que trabalhamos na geometria plana é o das figuras uni e bidimensionais, delimitamos ao setor de figuras geométricas planas.

4.1- Matemática em Contextos (DANTE e VIANA, 2020)

Nesse volume, Luiz Roberto Dante e Fernando Viana, a coleção, segundo o guia disponibilizado, apoia-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), nos princípios da educação integral e nos estudos mais recentes do processo de ensino e aprendizagem da área de Matemática e suas Tecnologias para trabalhar as competências gerais, bem como as competências específicas e as habilidades previstas para o Ensino Médio dessa área do conhecimento, promovendo a compreensão e a aplicação das principais ideias e ferramentas da Matemática de modo significativo e que possibilite aos estudantes resolver problemas do ambiente escolar e do mundo real. Recorrendo a explorações simples, intuitivas e compreensíveis dos conteúdos essenciais, os estudantes têm espaço e oportunidades diversas para serem protagonistas dos próprios processos de aprendizagem, desenvolvendo uma educação integral. O volume está dividido em dois capítulos: cap. 1 - Geometria Plana e cap.2 - Geometria Espacial⁷.

Abordando a geometria plana no primeiro capítulo, os autores fazem uma explanação da ideia de área, limitando a área do quadrado, trazendo a regra $A = n^2$, exemplificando, trocando $n = 4$, logo a área é igual a **16**, sem abordar a unidade de medida. No próximo subtópico aparece a área do retângulo $A = b \cdot h$ e a relação com a álgebra, justificando a regra de produto notável de “quadrado da soma de dois termos”.

Figura 7: Relação de área do quadrado com $(a + b)^2$



A medida de área A_Q dessa região quadrada Q é dada pelo quadrado de uma soma:

$$A_Q = (b + h)^2 = b^2 + 2bh + h^2 \quad \text{(I)}$$

Como as regiões quadradas amarela e a verde têm medidas de área, respectivamente, iguais a h^2 e b^2 , concluímos que:

$$A_Q = b^2 + h^2 + 2 \cdot A \quad \text{(em que } A \text{ é a medida de área de } R) \quad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), chegamos a:

Fonte: Dante e Viana (2020, p. 15)

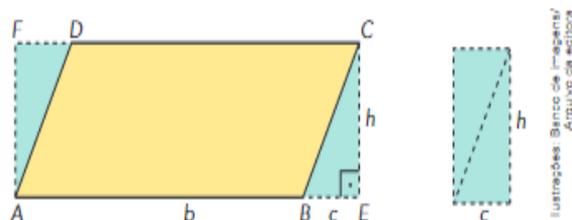
Nesse exemplo, os autores apenas abordam, sem muitas explicações ou justificativas, por que se faz dessa forma, ou até mesmo abordando definições, entendemos que esse modelo de representação por parte dos autores se enquadram na argumentação explicativa, por não trazer à luz do porquê se faz assim.

Na sessão “Fique atento”, os autores trazem conceitos como:

Quadrado é todo quadrilátero que tem os quatro lados com a mesma medida de comprimento e os quatro ângulos com medida de abertura de 90° ;
 Retângulo é todo quadrilátero que tem os quatro ângulos retos;
 Paralelogramo é todo quadrilátero no qual os lados opostos são paralelos;
 Dois triângulos são congruentes quando têm lados correspondentes congruentes e ângulos correspondentes congruentes;
 Mediana de um triângulo é o segmento de reta que tem como extremidades um vértice do triângulo e o ponto médio do lado oposto a esse vértice.
 Bissetriz de um ângulo interno do triângulo é o segmento de reta que tem extremidades no vértice desse ângulo e no lado oposto a ele, dividindo o ângulo interno em dois ângulos congruentes (DANTE; VIANA, 2020, p. 15).

Diante disso, os autores apenas abordam as definições, pois não necessita de nenhum tipo de argumentação, apenas os conceitos. Com relação a área do paralelogramo acontece da mesma forma, apenas abordando a regra de cálculo da área ($A = b \times h$).

Figura 8: Relação de área do paralelogramo com retângulo.

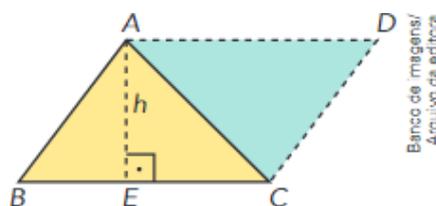


Fonte: Dante e Viana (2020, p. 15)

Os autores fazem a relação da área do paralelogramo com a região retangular é formada pela região limitada pelo paralelogramo mais duas regiões limitadas por um triângulo retângulo cujo comprimento da base mede c e o comprimento da altura mede h . Juntas, as regiões limitadas por um triângulo retângulo formam uma região retangular de medida de área ch . Assim, $bh + ch = A + ch$, em que A é a medida de área da região limitada pelo paralelogramo ABCD. Logo, concluem que $A = b \times h$. Em relação a área do triângulo os autores também expõem apenas elementos de explicação de áreas entre duas

figuras.

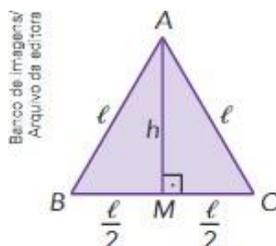
Figura 9: Relação de área do triângulo com paralelogramo.



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 16).

Os autores citam que a área do triângulo é uma região limitada do plano geométrico também pode ser chamada de região triangular. Conhecendo a medida de área de uma região limitada por um paralelogramo, podemos determinar a medida de área de uma região triangular, porque essa região é metade da área do paralelogramo, logo existe a relação de $A = (b \cdot h) \div 2$. Dada uma região triangular ABC, cuja medida de área queremos determinar, traça-se segmentos de reta paralelos aos lados AB e AC, determinando o ponto D e a região limitada pelo paralelogramo ABCD. Considerando a altura AE de medida de comprimento h dessa região. O triângulo equilátero, os autores também fazem esse mesmo percurso.

Figura 10: Relação de área do triângulo equilátero.



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 17)

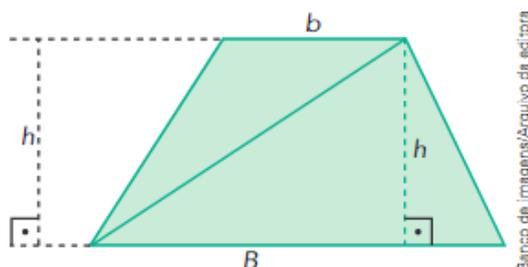
No triângulo equilátero, os autores Dante e Viana (2020) abordam que todos os lados são congruentes, todos os ângulos internos são congruentes e toda altura é também mediana do triângulo e bissetriz de um dos ângulos internos, não fazendo uma demonstração de bissetriz e mediana. No entanto, para exemplificar o cálculo da área do triângulo equilátero, faz referência ao Teorema de Pitágoras (quadrado da hipotenusa é igual ao quadrado da soma dos catetos), como é proposto pela BNCC (2018) em relação aos anos finais. Chegando a referência que $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$, portanto, medida de área da

região limitada por um triângulo equilátero cujo lado tem medida de comprimento 1.

A fórmula de Heron⁵ para a sua aplicação deverão ser conhecidas as medidas de comprimento a , b e c dos três lados de um triângulo, a medida de área A da região limitada por esse triângulo também pode ser calculada pela fórmula de Heron. Sendo a medida do semiperímetro $p = \frac{a+b+c}{2}$, a medida de área da região triangular é dada por $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ esse resultado é conhecido como sendo sua fórmula.

Com relação ao trapézio, os autores Dante e Viana (2020) expõem que pode decompor qualquer região plana em regiões cujas medidas de área já sabemos calcular, ou seja, áreas de figuras geométricas planas já conhecidas. A medida de área dessa região plana será a soma das medidas de área das regiões em que ela foi decomposta.

Figura 11: Região limitada por um trapézio.



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 18)

Assim, para determinar a medida da área de uma região limitada por um trapézio, sugere realizar a decomposição em duas regiões menores traçando uma das diagonais do trapézio. Considere uma região limitada por um trapézio cujos comprimentos das bases medem b e B e o comprimento da altura mede h , dividindo assim, o trapézio em dois triângulos: o primeiro, cujo comprimento da base mede B e o comprimento da altura mede h e outro cujo comprimento da base mede b e o comprimento da altura mede h .

Figura 12: Área do trapézio

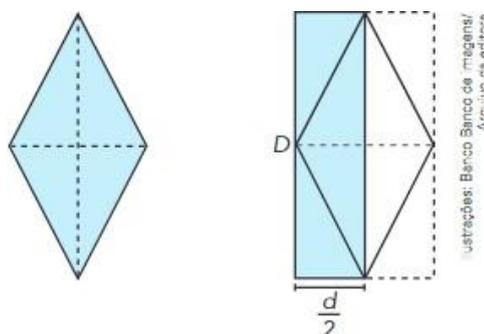
⁵ (VOGT, 2014) Heron de Alexandria não se sabe com exatidão que viveu 100 d.C na cidade de Alexandria. Foi engenheiro e matemático. Era grego mas vivia num mundo dominado politicamente por Roma. Ele é conhecido na história da matemática sobretudo pela fórmula que tem seu nome, que fornece a área de um triângulo, a partir dos seus elementos mais básicos, as medidas dos lados de um triângulo.

$$A = \frac{Bh}{2} + \frac{bh}{2} = \frac{Bh + bh}{2} = \frac{(B + b)h}{2}$$

Fonte: Dante e Viana (2020, p. 19)

Utilizando a decomposição de figuras os autores mostram que podem encontrar a área do trapézio usando nesse caso o cálculo da área de dois triângulos. Com relação a área do losango, os autores Dante e Viana (2020) afirmam que “todo losango é um paralelogramo; assim, a medida de área de uma região limitada por um losango pode ser calculada como o produto da medida de comprimento da base pela medida de comprimento da altura”. De modo geral, em uma região limitada por um losango são indicadas as medidas de comprimentos D (diagonal maior) e d (diagonal menor). Toda região limitada por um losango tem a mesma área de uma região retangular com o comprimento da altura medindo D e o comprimento da base medindo $\frac{d}{2}$, como mostra a figura a seguir.

Figura 13: Área do losango



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 19)

Os autores fazem a relação da área de um retângulo com a área do losango, ainda lembram na sessão que “losango é todo quadrilátero que tem os quatro lados com medidas de comprimento iguais (DANTE e VIANA, 2020, p. 19), logo, $A = \frac{D \cdot d}{2}$, ou seja, os autores apontam essa figura e mostram a conclusão com a regra da área.

No tocante a área do círculo, os autores abordam que “a medida de área do círculo é igual ao produto de π pelo quadrado da medida de comprimento do raio” (DANTE; VIANA, 2020, p. 26).

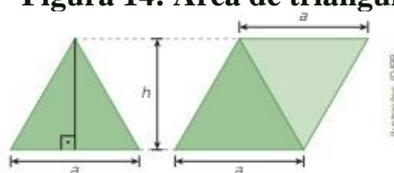
Dante e Viana (2020) elencam ilustrações de figuras geométricas planas, sinalizando lembretes durante todas as sessões de axiomas, percebe-se que eles se utilizam apenas de argumentação explicativa no caso da área do círculo, no entanto, em

todos os outros casos, a argumentação justificativa para a área aparece.

Há apenas a definição acompanhada da representação em fórmula Matemática. Diante dessa maneira de apresentação de conteúdos, é importante perceber que “se o objetivo do ensino for fazer com que o aluno aprenda os conceitos matemáticos de modo significativo, entendendo não só o “como”, mas também o “porque” dos métodos e regras utilizadas em tais conceitos, promovendo assim, a possibilidade de enfrentar situações novas com sucesso, a compreensão relacional se torna imprescindível” (ATTIE, 2016, p. 2261). Portanto, a argumentação justificativa, pode proporcionar uma aprendizagem mais significativa, podendo desenvolver a reflexão e estar direcionada ao pensamento crítico, o que não ocorre com a pura memorização e aplicação de regras fórmulas.

4.2 Ser protagonista: Matemática e suas tecnologias (SMOLE e DINIZ, 2020)

As autoras Smole e Diniz (2020) na coleção trazem uma apresentação da obra, algumas representações para “conhecer a obra”, o sumário dividido em três unidades: 1, 2 e 3, com justificativa para a coletânea e objetivos o que nos chama atenção “Elaborar argumentos e escrever conclusões”. Os livros didáticos intitulados como “Ser protagonista” no volume “Ser protagonista: Matemática e suas tecnologias - Geometria Plana e Espacial” nesse volume as autoras abordam somente área de triângulo para relacionar com semelhança de triângulos “um triângulo com um lado de medida a e altura de medida h relativa a esse lado é equivalente à metade de um paralelogramo com um lado de medida a e altura respectiva de medida h ” Smole e Diniz (2020, p. 27), percorrendo ainda esse livro didático as mesmas apontam a fórmula de Heron e como nota para orientação ao professor sugere que “proponha aos alunos que pesquisem sobre o geômetra e engenheiro grego Heron e busquem uma justificativa para a fórmula que leva seu nome” (SMOLE e DINIZ, 2020, p. 28), configurando uma argumentação explicativa, de acordo com Attie (2016) como já mencionado nesta pesquisa.

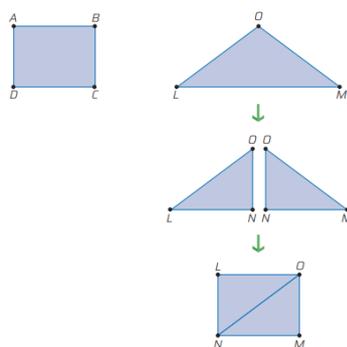
Figura 14: Área de triângulo

Assim, a área A de um triângulo é dada por:

$$A = \frac{a \cdot h}{2}$$

Fonte: Smole e Diniz (2020, p. 27).

As autoras Smole e Diniz (2020) não trazem à luz dos conceitos exemplos ou questões problemas em que os alunos consigam relacionar as fórmulas das figuras geométricas planas. Ao analisar outro volume da coleção intitulado como “Ser protagonista: Matemática e suas tecnologias - Grandezas e Medidas e Trigonometria”, somente neste é que de fato traz representações de figuras geométricas planas, na unidade 1, capítulo 2, trazendo o conceito “a área de uma figura plana é o espaço que ela ocupa no plano” (SMOLE e DINIZ, 2020, p. 33), afirmando que não é um conceito formal, mas que é satisfatório para o entendimento e comparação entre áreas de figuras independentemente da sua forma. A seguir as autoras realizam a decomposição de um triângulo em dois semelhantes e relaciona-os a um retângulo, abordando que “de acordo com a última figura, podemos perceber que o retângulo ABCD e o triângulo LMO ocupam o mesmo espaço” (SMOLE e DINIZ, 2020, p. 33).

Figura 15: Área de figuras

Fonte: Smole e Diniz (2020, p. 33)

Na continuidade do volume da coleção, abordam as áreas das figuras como o retângulo $A = b \times h$, área do quadrado $A = a^2$ ou $A = \frac{d^2}{2}$, relaciona a área do paralelogramo

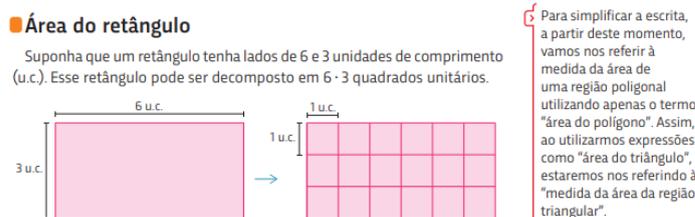
com a área do retângulo “a área de um paralelogramo com um lado de medida a e altura de medida h relativa a esse lado é equivalente a área de um retângulo de dimensões a e h ” (SMOLE e DINIZ, 2020, p. 35). Com relação à área do losango aparece uma figura e a relação dela com o retângulo, representando a fórmula $\frac{D.d}{2}$, o mesmo acontece com a área do trapézio $A = \frac{(B+b)h}{2}$ e do triângulo $A = \frac{b.h}{2}$ e a área do círculo $A = \pi r^2$ no que se percebe nesse volume da coleção que apenas a argumentação explicativa é que aparece, faltando então a argumentação justificativa. Ela se faz necessária ser trabalhada nos livros didáticos, como aponta que “a argumentação ganha importância uma vez que o raciocínio se expressa através de argumentos e, ao mesmo tempo se reelabora deles” (SALES, 2010, p. 74). Portanto, argumentar é importante para a formação acadêmica e pessoal, de uma vontade política e à construção da razão, onde propõe liberdade, autonomia, em que “argumenta-se para compreender e argumentar-se para ser compreendido” (SALES, 2010, p. 74).

4.3 Quadrante Matemática e suas tecnologias (CHAVANTE e PRESTES, 2020)

Os autores Eduardo Chavante e Diego Prestes fazem uma breve apresentação da obra *Quadrante Matemática e suas tecnologias* apresentando ao leitor guia do livro didático, apontando os ícones que estarão presentes na obra, relacionando-os a algumas competências específicas da Matemática e suas tecnologias, bem como competências gerais da BNCC (2018) e objetivos a serem desenvolvidos ao trabalhar o conteúdo que envolve a Geometria plana, o que nos chama atenção é que nenhum dos objetivos propostos no guia apontam para o uso direto da argumentação explicativa ou a justificativa.

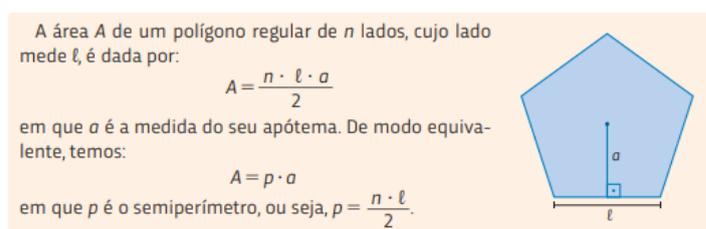
Logo no capítulo 1, os autores, Chavante e Prestes (2020, p. 12) sinalizam no tópico o “conceito de área”, no entanto, nenhum conceito aparece, apenas fazendo a relação a medição de um terreno de 285 m².

Como as outras obras didáticas já analisadas¹⁰ também aparecem as regras básicas das figuras geométricas planas: retângulo, paralelogramo, triângulo, losango, trapézio. Como mostra a figura a seguir:

Figura 16: área do retângulo

Fonte: Chavante e Prestes (2020, p. 13)

Os autores abordam a exemplificação que o retângulo de lados de 6 e 3 unidades de comprimentos, e que a base multiplicada pela medida da altura, equivale a área desse polígono retangular. Os polígonos regulares aparecem, a exemplo do pentágono, como mostra a seguir.

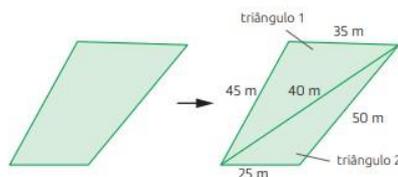
Figura 17: Área de pentágono

Fonte: Chavante e Prestes (2020, p. 16)

Os autores apontam que “a área A do polígono regular corresponde a n vezes a área de um desses triângulos” e que na “prática, em vez de apenas memorizar a fórmula da área do polígono regular, é útil também saber os passos que levam a ela, ou seja, decomposmos o polígono em n triângulos cuja medida da base é l e cuja medida da altura é a ” (CHAVANTE e PRESTES, 2020, p. 16). Percebe-se que os autores abordam que é importante os alunos saberem o passo a passo de como proceder ao cálculo da área, nesse sentido, podemos evidenciar que os mesmos apresentam para o uso da argumentação explicativa, na sessão intitulada “Matemática a+” os autores expõe a fórmula de Heron, bem como decompõe um quadrilátero em dois triângulos escalenos, em que se calcula a área de cada um, logo após, para determinar a medida da área total, soma-se os dois valores encontrados, como exemplifica a figura a seguir.

Figura 18: Cálculo de área de um quadrilátero aplicando a fórmula de Heron

Vamos calcular, por exemplo, a área da região poligonal a seguir, que foi subdividida em dois triângulos.



Como conhecemos as medidas dos lados desses triângulos, temos:

• Triângulo 1: $a = 45$, $b = 35$, $c = 40$

$$p = \frac{45 + 35 + 40}{2} = 60$$

$$A = \sqrt{60(60 - 45)(60 - 35)(60 - 40)}$$

$$A \approx 670,82 \text{ m}^2$$

• Triângulo 2: $a = 50$, $b = 25$, $c = 40$

$$p = \frac{50 + 25 + 40}{2} = 57,5$$

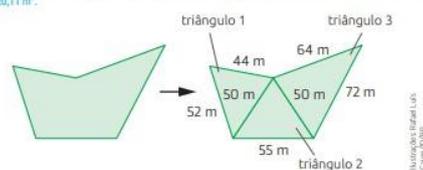
$$A = \sqrt{57,5(57,5 - 50)(57,5 - 25)(57,5 - 40)}$$

$$A \approx 495,25 \text{ m}^2$$

Portanto, a área dessa região poligonal é aproximadamente $1166,07 \text{ m}^2$ ($670,82 \text{ m}^2 + 495,25 \text{ m}^2$).

Agora, calcule a área da região poligonal a seguir, que foi subdividida em três triângulos.

Aproximadamente $3\,720,11 \text{ m}^2$.



Fonte: Chavante e Prestes (2020, p. 17)

Nessa figura, pode-se afirmar que os autores apontam para o uso da argumentação explicativa, utilizam como inferência a área de uma região poligonal que foi dividida em dois triângulos de medidas de lados diferentes, logo, o aluno quando de propriedade dos conceitos matemáticos de figuras geométricas planas, possa fazer a relação ao uso da fórmula de Heron.

Nesse sentido, pode-se fazer a relação entre o cálculo da área e o percurso a ser desenvolvido, pois caso ele consiga diferenciar um triângulo em que apresenta a base e altura de outra figura triangular que apresenta somente as medidas dos lados. Nesse caso, Sales (2011, p. 96) defende que “o aspecto explicativo de uma argumentação tem sua ênfase no esclarecimento podendo ou não ter por objetivo justificar”. Passeando pelo volume da coleção pode-se perceber mais dois exemplos de argumentação explicativa que é o cálculo da área do losango e do trapézio relacionando com o Teorema de Pitágoras.

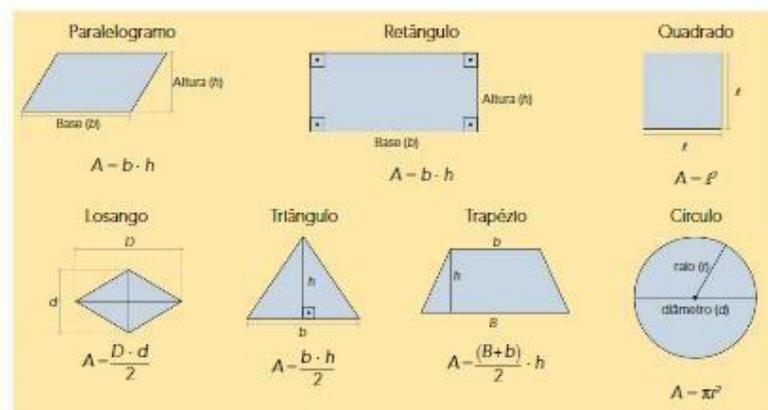
4.4 Matemática nos dias de hoje: Medidas e Geometria (CEVADA et al 2020)

Os autores Jeferson Cevada, Daniel Romão da Silva, Gabriel Gleich Prado, João Guilherme Boaratti Colpani dessa coleção intitulada “Matemática nos dias de hoje: Medidas e Geometria” somente na trajetória 2⁶: área da superfície é que aborda a figura geométrica plana, fazendo este percurso pelo livro didático percebe-se que eles abordam

⁶ Trajetória 2 entende-se como o capítulo 2 do livro didático mencionado

grandezas e medidas, comprimento, superfície, volume, capacidade, massa, perímetro, área por aproximação e a relação entre área e perímetro. Entretanto, abordam em um quadro como mostra a figura a seguir, as figuras geométricas com sua fórmula matemática para o cálculo de sua respectiva área.

Figura 19: Área de figuras planas



Fonte: Cevada et al (2020, p. 54)

Percebe-se que há argumentação explicativa, não aparecendo a argumentação justificativa, apenas a sinalização de figuras geométricas planas, com a regra que calcula a área. Nessa mesma lauda, os autores indicam uma situação problema em que os professores devem aprofundar os conceitos para que os alunos consigam relacionar área a perímetro da figura (CEVADA et al, 2020, p. 55).

Conforme o propósito do ensino, uma aprendizagem que priorize a memorização pode ser suficiente ou não. Por exemplo, se no ensino [...] espera-se que o aluno simplesmente aprenda a manipular e arquivar as regras para responder um elenco de exercícios repetitivos, a compreensão instrumental satisfaz (ATTIE, 2016, p. 2261).

É evidente que mesmo o aluno utilizando-se de fórmulas matemáticas para resolução de questões, não auxilia no uso de argumentação, pois o mesmo não conseguirá expor suas ideias, nem tão pouco se embasar para responder tais questões.

4.5 Matemática Interligada: Geometria Espacial e Plana (ANDRADE et al 2020)

A editora chefe do livro, Thais Marcelle de Andrade, traz no início do livro didático uma explanação sobre como usá-lo, objetivos gerais, justificativa e competências, apontando algumas competências e habilidades da BNCC (2018).

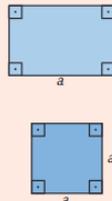
Os mesmos apontamentos que já apareceram na seção 4.1 até a 4.4 mostrando as figuras geométricas planas e sua fórmula matemática para se calcular a área. Apontados na figura a seguir, os autores abordam a argumentação explicativa, nesse exemplo, fazem a relação do cálculo das áreas do retângulo e do quadrado.

Figura 20: área de retângulo e quadrado

Para calcular a área de um retângulo, basta multiplicar a medida de seu comprimento pela medida de sua largura.

$$A = a \cdot b$$

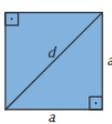
A área de um quadrado pode ser calculada de maneira semelhante. Como as dimensões do quadrado são iguais, temos:

$$A = a \cdot a \text{ ou } A = a^2$$


Fonte: Andrade et al (2020, p. 58)

Exemplificando também, como calcular a área do quadrado através da medida da sua diagonal, como mostra a figura a seguir. Um ponto que é notório, a autora aponta a relação das medidas de áreas com as unidades métricas de medidas, como cm^2 e m^2 .

Figura 21: Relação de perímetro e área



... necessariamente, bastaria lembrar com os alunos o teorema de Pitágoras.

$$d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d^2 = 2a^2 \Rightarrow \frac{a^2}{A} = \frac{d^2}{2}$$

Portanto, a área de um quadrado de diagonal d é dada por $A = \frac{d^2}{2}$.

Fonte: Andrade et al (2020, p. 58)

Expõe na exemplificação que a área de um quadrado pode ser calculada a partir da medida da sua diagonal, como mostra a fórmula matemática $A = d^2/2$.

Na seção “problemas e exercícios resolvidos”, a autora aborda a relação entre área e perímetro de figuras planas.

Figura 22: Relação de perímetro e área

R5. O perímetro de um terreno retangular é 112 m e sua largura é $\frac{3}{5}$ de seu comprimento. Calcule a área desse terreno.

Resolução

Indicando por a o comprimento do terreno, podemos representá-lo da seguinte maneira:



Como o perímetro do terreno é 112 m, temos:

$$a + a + \frac{3}{5}a + \frac{3}{5}a = 112 \Rightarrow \frac{5a + 5a + 3a + 3a}{5} = 112 \Rightarrow 16a = 560 \Rightarrow a = \frac{560}{16} = 35$$

Dessa maneira, o terreno tem 35 m de comprimento e largura igual a: $\frac{3}{5} \cdot 35 = 21 \rightarrow 21$ m.

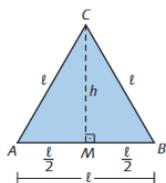
Assim, a área do terreno é dada por: $A = 35 \cdot 21 = 735 \rightarrow 735 \text{ m}^2$.

Fonte: Andrade et al (2020, p. 60)

Nessa figura, a autora Andrade et al (2020) relaciona o perímetro da figura com uma equação algébrica, quando se calcula o comprimento do terreno, obtém-se a largura, pois essa é $\frac{3}{5}$ da medida do comprimento. Depois que se calcula o comprimento e a largura, encontra-se a área do retângulo, evidenciando assim a argumentação explicativa (SALES, 2010).

Percorrendo o capítulo do livro, o cálculo de área de triângulo equilátero, utiliza a relação de decomposição em triângulos “menores” e a relação do Teorema de Pitágoras para determinar a medida do seu lado. Fazendo a observação de lembrete que “em um triângulo equilátero, a altura também corresponde à mediatriz e à bissetriz” (Andrade et al, pg. 64, 2020), como aparece na figura a seguir.

Figura 23: Relação de perímetro e área



$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow l^2 = h^2 + \frac{l^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{3l^2}{4} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Substituindo a medida h na expressão $A = \frac{b \cdot h}{2}$, temos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2} = l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

De maneira geral:

Para calcular a altura h e a área A de um triângulo equilátero de lado l , utilizamos, respectivamente, as relações $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ e $A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$.

Observação

Em um triângulo equilátero, a altura também corresponde à mediatriz e à bissetriz. Lembre aos alunos o que é mediatriz e bissetriz.

Observação

Com essa relação, para calcular a área de um triângulo equilátero basta conhecer o comprimento de seus lados.

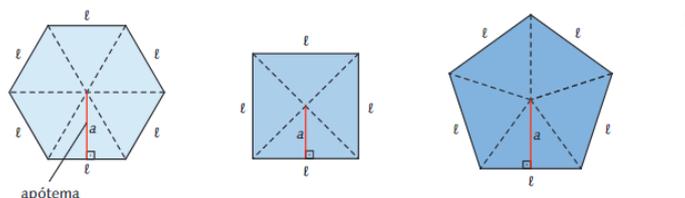
Fonte: Andrade et al (2020, p. 64)

Na sequência do capítulo evidencia a argumentação explicativa em sua maior parte, e a argumentação justificativa “com essa relação, para calcular a área de um triângulo equilátero basta conhecer o comprimento de seus lados” (Andrade et al, pg. 64, 2020). A

sessão “área de polígonos” e “todo polígono regular pode ser decomposto em triângulos isósceles congruentes” (Andrade et al, pg. 64, 2020).

Figura 24: Relação de perímetro e área

Todo polígono regular pode ser decomposto em triângulos isósceles congruentes. Veja, por exemplo, como foram decompostos os seguintes polígonos.



Note que o pentágono regular foi dividido em 5 triângulos. Dessa maneira, para obter a área de um pentágono regular, basta calcular a área de um triângulo e multiplicar o resultado por 5.

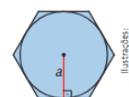
Como já vimos, para calcular a área de um triângulo, multiplicamos o comprimento da base pelo comprimento da altura e dividimos o resultado por 2. Nesse caso, a base é um dos lados do pentágono (ℓ), e a altura corresponde ao apótema do polígono (a).

- área de um triângulo: $A_t = \frac{\ell \cdot a}{2}$
- área do pentágono regular:

$$A = 5 \cdot \frac{\ell \cdot a}{2}$$

Observação

O apótema corresponde ao raio de uma circunferência inscrita em um polígono regular.



Fonte: Andrade et al (2020, p. 64)

A abordagem da relação entre perímetro e área de polígonos regulares, há argumentação justificativa no trecho “os polígonos regulares são aqueles cujos comprimentos de todos os lados são medidas de todos os ângulos internos iguais. Além disso, eles podem ser inscritos em uma circunferência, cujo centro é considerado também centro do polígono” (Andrade et al, pg. 64, 2020).

Neste livro, consideramos que, apesar de conseguirmos identificar a presença de uns argumentos que possam justificar o uso das regras para o cálculo de áreas de figuras geométricas planas, aponta a preocupação com a aplicação da fórmula matemática em si e não uma possível fundamentação do uso da mesma. Assim, pode evidenciar uma argumentação explicativa (SALES, 2010; ATTIE, 2016). Sugerimos que uma ampliação do repertório, como exemplos, em que os alunos possam justificar e explicar o uso do cálculo de áreas de figuras geométricas planas.

4.6 Multiversos Matemática: Geometria (SOUZA, 2020)

O autor Joamir Roberto de Souza (2020) faz uma apresentação da importância e relação da matemática com a etapa do Ensino Médio, segundo ele o aluno será estimulado a compreender conhecimentos históricos construídos e relacioná-los com a realidade se possível acrescentar a outras áreas do conhecimento.

As figuras geométricas planas são abordadas na unidade 1, logo após na seção

“conheça o volume” Souza (2020, p. 10) traz uma relação de objetivos entre eles “resolver e elaborar problemas, individualmente ou em grupo, envolvendo polígonos; ladrilhamentos no plano; área e perímetro de polígonos; posições relativas no plano e no espaço; projeções ortogonais sobre um plano; projeções cartográficas; e área e volume de poliedros, cilindros, cones e esferas, relacionados ou não a situações do cotidiano” (SOUZA, 2020, p. 10).

O autor menciona que o aluno seja capaz de resolver e elaborar problemas, podemos assim perceber que essa menção faz alusão a argumentação de Sales (2010, p. 98) “toda demonstração tem um ritual, mas se a tornarmos como argumentação esse ritual é discutido, uma discussão no sentido de explicar, desfazer dúvidas sobre o processo, justificar a necessidade do procedimento”. Logo, percebe-se que é válida a intencionalidade do autor no uso dessa relação.

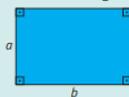
No tocante a figuras geométricas planas o autor relaciona com a “ideia” de “polígonos toda figura geométrica plana formada por uma região e por seu contorno, fechada e composta apenas de segmentos de reta que não se cruzam e o perímetro de um polígono corresponde à soma das medidas de seus lados” (SOUZA, 2020, p. 12).

Como os outros autores Dante e Viana (2020), Smole e Diniz (2020), Chavante e Prestes (2020), Andrade et al (2020), Souza (2020) faz relação às áreas de figuras geométricas planas quadrado, triângulo, retângulo, fórmula de Heron, círculo e alguns polígonos regulares a exemplo, triângulo equilátero, quadrado, pentágono e hexágono, No entanto, no percorrer do capítulo apresenta conceitos matemáticos de como resolver as operações com medidas de áreas de figuras planas.

Figura 25: Relação de perímetro e área

Para calcular a área de um retângulo, podemos multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura. Como o quadrado é um caso particular de retângulo, em que os lados têm medidas iguais, podemos calcular sua área multiplicando a medida de um lado por ela mesma.

▪ Área do retângulo



$$A = a \cdot b \text{ ou } A = b \cdot a$$

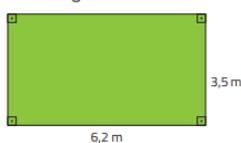
▪ Área do quadrado



$$A = a \cdot a \text{ ou } A = a^2$$

Acompanhe como podemos calcular a área das figuras representadas a seguir.

▪ Retângulo.



$$A = 3,5 \cdot 6,2 = 21,7; \\ \text{ou seja, } 21,7 \text{ m}^2.$$

▪ Quadrado.



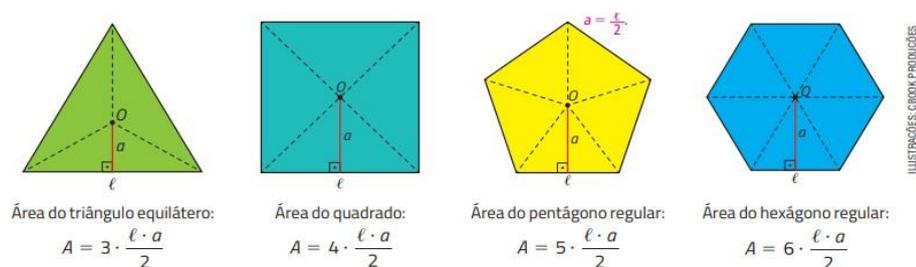
$$A = (4,3)^2 = 4,3 \cdot 4,3 = 18,49; \\ \text{ou seja, } 18,49 \text{ m}^2.$$

Fonte: Souza (2020, p. 26)

O autor aborda as regras matemáticas de cálculo de figuras planas, a exemplo: quadrado,

retângulo, paralelogramo, losango, trapézio, triângulos e polígonos regulares, abordando e exemplificando como se realiza as resoluções e justificando a semelhança particular que o quadrado possui em relação ao retângulo “como o quadrado é um caso particular de retângulo, em que os lados tem medidas iguais, podemos calcular sua área multiplicando a medida de um lado por ela mesma” Souza (2020, p. 26).

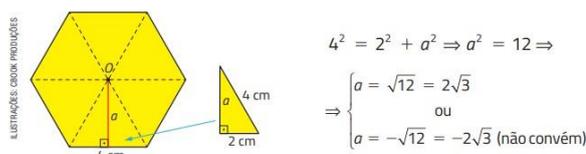
Figura 26: Área de polígono regular



Fonte: Souza (2020, p. 35)

O autor aponta que “para calcular a área de um polígono regular de n lados de medida l , que pode ser decomposto, a partir de seu centro O , em n triângulos congruentes cuja base mede l e a altura tem medida correspondente ao apótema a desse polígono regular, podemos multiplicar a área de cada triângulo desses por n ” (Souza, 2020, 35). Diante dessa relação podemos identificar a argumentação explicativa, pois apenas o processo em “termos gerais, podemos dizer que, a argumentação explicativa é utilizada com a finalidade de apenas esclarecer” (ATTIE, 2016). Na sequência de exemplificações Souza (2020, p. 36) aponta “note que o perímetro p de um polígono regular de n lados de medida l é dado por $p = n \times l$. Assim, também podemos escrever a expressão do cálculo da área desse polígono regular em função de seu perímetro e de seu apótema”. Outros exemplos de cálculo de figuras poligonais aparecem no livro didático analisado, a exemplo, área de um hexágono “na decomposição do hexágono regular, são obtidos seis triângulos equiláteros congruentes. Assim, podemos determinar a medida de seu apótema por meio do teorema de Pitágoras:

Figura 27: Apótema do polígono regular



Fonte: Souza (2020, p. 36)

Primeiramente, o autor mostra como calcular o apótema do hexágono, para assim, poder calcular “a área desse hexágono regular pode ser calculada da seguinte maneira:

Figura 28: Área do polígono regular

$$A = 6 \cdot \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}; \text{ ou seja, } 24\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ ou aproximadamente } 41,57 \text{ cm}^2.$$

Fonte: Souza (2020, p. 36)

O volume analisado *Multiversos Matemática: geometria* traz vários exemplos explicativos como mostram as figuras 27 e 28, e em alguns poucos exemplos, como na figura 29 a argumentação justificativa, porque entendemos que o processo argumentativo justificativo se faz importante para que o discente consiga desenvolver uma aprendizagem significativa, colocá-lo apenas diante de reprodução de um conteúdo deixa a desejar para o avanço de um processo de ensino e aprendizagem mais eficaz e reflexivo, fazendo com que o aluno tenha contato com o como se faz e o porquê se faz (Attie, 2016), dando espaço, assim, para a argumentação justificativa, ou seja, que o aluno consiga justificar o por quê de como o cálculo se desenvolve, até chegar ao resultado.

4.7 Prisma Matemática (BONJORNO et al 2020)

Os autores José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior e Paulo Roberto Câmara de Sousa fazem uma breve apresentação sobre a importância da Matemática e a utilização no cotidiano do aluno e para continuação dos estudos. O volume está dividido em quatro capítulos, sendo o primeiro voltado para área de figuras geométricas planas, polígonos regulares, na sessão dos objetivos, dois desses apontam para o uso da argumentação “compreender e utilizar diferentes estratégias, procedimentos e registros de representação matemática (algébrico, geométrico e computacional) para descrever processos de resolução de problemas, verificação de resultados e argumentação” e “apropriar-se de vocabulário específico da Matemática para construir argumentação consistente (BONJORNO et al 2020,p. 8).

Nessa análise a justificativa apresentada pelos autores para esses objetivos apontam

que se pretende que o aluno consiga utilizar a linguagem matemática para expressar, escolha a representação mais eficaz para cada situação, seja visual, algébrica, etc. E essa competência contribui para o desenvolvimento do pensamento científico e do raciocínio lógico (BNCC, 2018). Apontam também quais as competências gerais e específicas são desenvolvidas no capítulo abordado.

No tocante ao conteúdo em relação à geometria plana, os autores Bonjorno et al (2020) abordam as regras matemáticas para o cálculo de áreas do retângulo, quadrado, paralelogramo, triângulo, fórmula de Heron, triângulo retângulo, triângulo equilátero, losango, trapézio, área do círculo e suas partes, relações métricas nos polígonos regulares e a relação entre área e perímetro, como mostra a figura a seguir.

Figura 29: Área do losango

Todo losango é um paralelogramo cujas medidas dos lados são iguais e as diagonais são perpendiculares entre si.

Observe que o losango pode ser decomposto em quatro triângulos congruentes de mesma área. Assim, sua área S é a soma das áreas desses quatro triângulos:

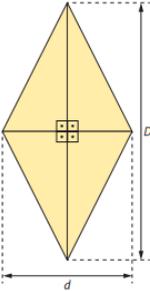
$$S = 4 \cdot S_{\Delta} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{d}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Então: $S = \frac{D \cdot d}{2}$

Portanto, a área de um losango é igual à metade do produto das medidas das diagonais.

Em um losango:

- os ângulos opostos são congruentes.
- as diagonais são bissetrizes dos ângulos internos.
- as diagonais se intersectam no ponto médio.



PENSE E RESPONDA

Quais dessas propriedades são verdadeiras para todos os paralelogramos? Justifique.

Ver as Orientações para o professor.

Fonte: Bonjorno et al (pg. 15, 2020)

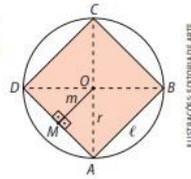
Conceitos matemáticos os autores apontam características como “losango é um paralelogramo cujas medidas dos lados são iguais e as diagonais são perpendiculares entre si” Bonjorno et al (pg. 15, 2020). Outros elementos como as propriedades dos losangos também são abordadas como mostra na figura acima, “os ângulos opostos são congruentes; as diagonais são bissetrizes dos ângulos internos; as diagonais se intersectam no ponto médio” Bonjorno et al (pg. 15, 2020).

Nos polígonos regulares, apontam “a medida l do lado de um polígono regular, a medida m do apótema do mesmo polígono e a medida r do raio da circunferência na qual esse polígono está inscrito, podemos estabelecer relações métricas entre essas medidas” (BONJORNO et al, 2020, p. 24). Nessa questão a abordagem efetuada pelos autores aparece a argumentação explicativa relacionada ao teorema de Pitágoras, observa que na sessão “pense e responda” os autores sinalizam para justificar o por que dos segmentos de

reta OM , DM , e MA são congruentes, neste questionamento e como sugestão vê as orientações didáticas sugere fazer a relação do Teorema de Pitágoras com a área do triângulo equilátero, conforme a figura a seguir.

Figura 30: Relação métrica do quadrado inscrito na circunferência

Considere o quadrado $ABCD$, inscrito em uma circunferência de raio r , representado na figura. Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo AOD , temos:



PENSE E RESPONDA

Analise a representação do quadrado $ABCD$, inscrito na circunferência de raio r , e justifique por que os segmentos \overline{OM} , \overline{DM} e \overline{MA} são congruentes. Essa é uma característica que só vale nos quadrados? Justifique. Ver as Orientações para o professor.

$$\ell^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow \ell^2 = 2r^2 \Rightarrow \ell = r\sqrt{2}$$

Assim:

$$\ell = r\sqrt{2}$$

O segmento de reta \overline{OM} é congruente aos segmentos \overline{DM} e \overline{MA} . Observe, na figura anterior, que:

$$m + m = \ell \Rightarrow 2m = \ell \Rightarrow m = \frac{\ell}{2} \Rightarrow m = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

Portanto:

$$m = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

Fonte: Bonjorno et al (2020, p. 24)

Os autores na seção de “atividades resolvidas” trazem algumas questões resolvidas, apresentando exemplos explicativos, como se calcula a área de um quadrado inscrito em uma circunferência, também apresentando a argumentação justificativa, porque se procede de tal forma para que se encontre o resultado (ATTIE, 2016).

4.8 Conexões - Matemática e suas tecnologias (LEONARDO, 2020)

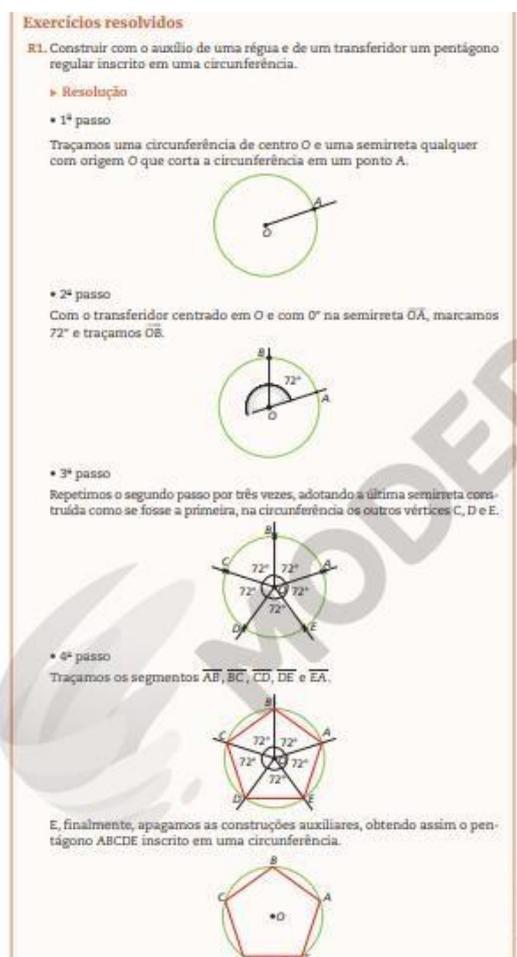
O editor responsável dessa coleção Fábio Martins de Leonardo da Editora Moderna traz no guia para os professores pressupostos teóricos metodológicos abordando a BNCC, orientações para consultas de livros e artigos. Na parte específica sinaliza as competências gerais da educação, as competências específicas e habilidades apontando em quais objetos do conhecimento serão abordadas, em seguida as resoluções das questões matemáticas propostas no livro didático.

O volume está dividido em quatro capítulos, no qual no primeiro é abordado as superfícies poligonais, o círculo e as áreas. Iniciando o capítulo com a abordagem de polígonos regulares, em seguida com segmentos e ângulos congruentes, faz referência ao conceito “um polígono é regular se, e somente se, tem todos os lados congruentes e todos os ângulos internos congruentes” (LEONARDO, 2020, p. 16). Quando o autor aborda de

forma clara os axiomas matemáticos, certamente contribui para que o aluno consiga reconhecer de forma correta a linguagem matemática, bem como a partir disso, relacioná-la a outras áreas do conhecimento. Para Toulmin (2006, p. 8) um “discurso é válido quando se tem a forma certa”, ou seja, usando a linguagem correta, bem como os conceitos assertivos, certamente, os alunos aprendem de forma correta a matemática.

Na sequência do assunto o autor utiliza-se da argumentação explicativa (ATTIE, 2016), pois explica o passo a passo de como construir um hexágono inscrito em uma circunferência, como mostra a figura a seguir.

Figura 31: Construção de um pentágono inscrito em uma circunferência



Fonte: Leonardo (2020, p. 17)

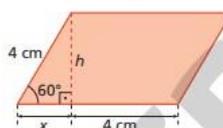
O autor faz a construção do passo a passo de um pentágono inscrito em uma circunferência, cujo ângulo central mede 72° . Na aba de “explore” o mesmo propõe uma sugestão de investigação para com os alunos “faça uma pesquisa na internet para verificar se é possível construir um pentágono regular utilizando somente régua não graduada e compasso. Se for possível, escreva a sequência de passos para essa construção” (LEONARDO, 2020, p. 17), podendo assim, instigar o senso de pesquisador do aluno.

Analisando o volume dessa coleção, o autor Leonardo (2020) relaciona o cálculo de área de um paralelogramo aplicando o teorema de Pitágoras com as razões trigonométricas, neste caso, aplicando a regra do seno de $60^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$ e utilizando-se da tabela trigonométrica o valor correspondente ao ângulo $\frac{\sqrt{3}}{2}$, para calcular a altura da região poligonal, por fim, calculando a área deste paralelogramo.

Figura 32: Cálculo da área do paralelogramo

Exemplo

Vamos calcular a área do paralelogramo representado a seguir.



A medida da altura do paralelogramo satisfaz:

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{4} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$$

Pelo teorema de Pitágoras, podemos calcular x:

$$4^2 = (2\sqrt{3})^2 + x^2 \Rightarrow 16 = 12 + x^2 \Rightarrow x = 2$$

Assim, a medida da base do paralelogramo é $2 + 4 = 6$.

$$A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h = 6 \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

Portanto, a área do paralelogramo é $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Resposta possível:

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 2$$

Refleta

O valor de x poderia ser obtido de outra maneira?

Fonte: Leonardo (2020, p. 26)

Percebe-se que a coletânea no volume geometria plana e espacial assegura o uso da argumentação, prevalecendo a explicativa. De forma positiva, a obra contempla a argumentação explicativa, podendo o professor realizar inferências em qualquer obra adotada ou analisada, no sentido de utilizar-se de elementos para abordar o uso da argumentação justificativa, ressaltamos o cuidado dos autores em priorizar as justificativas, sem, no entanto, negligenciar a necessidade de aplicação das regras.

4.9 Diálogo - Matemática e suas tecnologias (TEIXEIRA, 2020)

A coleção Diálogo - Matemática e suas tecnologias, volume intitulado como Geometria Plana - organizado pela editora Lilian Aparecida Teixeira - apresenta no manual do professor as possibilidades e importância da BNCC (2018) referente ao ensino médio, apresentando a estruturação da coletânea e sugestão de cronograma para se trabalhar os objetos do conhecimento, além de sugestões de avaliações, trazendo resolução de questões matemáticas propostas no livro, dedicando os capítulos 10: área de triângulos e polígonos regulares, ao capítulo 11: área e as vagas destinadas a idosos e no

capítulo 12: área do círculo.

Em cada sessão que aborda a área de geometria plana das figuras percebe-se as evidências que tras a citação de algumas definições conceituais da matemática e em outros casos, fórmulas matemáticas:

Quadrado é todo quadrilátero que possui os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com o mesmo comprimento;

A área de um quadrado de lado a é igual a a^2 ;

Retângulo é todo quadrilátero que possui os quatro ângulos internos retos;

A área de um retângulo de lados a e b é igual a ab ;

Paralelogramo é todo quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos;

A área de um paralelogramo de base b e altura h é igual a bh ;

A área de um losango, cujo comprimento da diagonal maior é D e da

diagonal menor é d , é igual a: $A = \frac{D \cdot d}{2}$;

A área de um triângulo de base b e altura h é igual a $A = \frac{(b \cdot h)}{2}$

Trapézio é todo quadrilátero que possui apenas um par de lados paralelo;

A área de um trapézio de base maior B , base menor b e altura h é igual a:

$$A = \frac{(B + b)h}{2}$$

Ao reunirmos a circunferência e todos os seus pontos internos, obtemos uma figura denominada círculo;

A área de um círculo de raio r é igual a $A = \pi r^2$;

Dois circunferências são concêntricas quando possuem o mesmo centro. A região compreendida entre essas duas circunferências é denominada coroa circular (TEIXEIRA, 2020, p. 123 a 143).

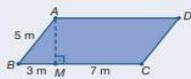
Ao utilizar-se de argumentação explicativa se faz necessário retomar conceitos matemáticos para que aluno retome e consiga relacionar ao desenvolvimento do cálculo utilizando-se de conceitos e fórmulas matemáticas estudadas em série/etapa anteriores, a geometria plana euclidiana tem como suporte teórico, basicamente, teoremas e axiomas. Segundo Bicudo (1999) é uma prática comum entre os matemáticos e é justificado, devido à necessidade de não se delongar em cadeias de demonstrações.

A editora Teixeira (2020) relaciona o cálculo das figuras da geometria plana com as razões trigonométricas de seno, cosseno e tangente

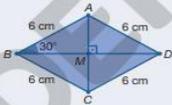
Figura 33: Cálculo da área do paralelogramo e losango

R2 Calcule a área do:

a) paralelogramo.



b) losango.



Resolução

a) Inicialmente, calculamos, em metros, a altura AM do paralelogramo utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$(AB)^2 = (BM)^2 + (AM)^2 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + (AM)^2 \Rightarrow (AM)^2 = 25 - 9 \Rightarrow AM = \sqrt{16} = 4$$

Note que $AM = 4$, pois, $AM > 0$.

Agora, calculamos a área S do paralelogramo:

$$S = BC \cdot AM = \frac{10}{7-3} \cdot 4 = 40$$

Portanto, a área do paralelogramo é 40 m^2 .

b) Calculando, em centímetros, o comprimento das diagonais \overline{BD} e \overline{AC} do losango, temos:

- $\cos 30^\circ = \frac{BM}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{6} \Rightarrow BD = 6\sqrt{3}$
- $\sin 30^\circ = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{6} \Rightarrow AC = 6$

Agora, calculamos a área S do losango:

$$S = \frac{BD \cdot AC}{2} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{2} = 18\sqrt{3}$$

Portanto, a área do losango é $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

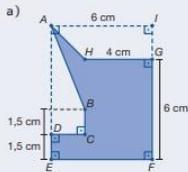
Fonte: Teixeira (2020, p. 119)

Como se pode observar na figura acima há evidência da argumentação explicativa (ATTIE, 2016), ou seja, explicando como se faz e aplicando os conceitos das razões trigonométricas do seno e cosseno, para assim, calcular a área da superfície plana do paralelogramo e losango. Na continuidade da análise do volume pode observar outras relações que aparecem no cálculo de áreas, conforme segue a figura a seguir.

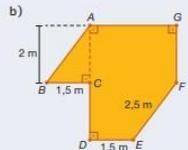
Figura 34: Cálculo da área de figuras

R3 Calcule a área de cada polígono a seguir.

a)



b)



Resolução

a) Inicialmente, vamos decompor o polígono $ABCDEFGH$ em outros cuja expressão de cálculo de área conhecemos. Nesse caso, obtemos o retângulo I, o retângulo II e o triângulo III.

Deste modo, a área do polígono $ABCDEFGH$, a qual indicaremos por A , é igual a:

$$A = A_I + A_{II} + A_{III}$$

em que A_I , A_{II} e A_{III} indicam, respectivamente, a área do retângulo I, do retângulo II e do triângulo III. Assim:

$$A = (6 - 4) \cdot 1,5 + 4 \cdot 6 + \frac{(6 - 1,5 - 1,5) \cdot (6 - 4)}{2}$$

$$A = 3 + 24 + 3$$

$$A = 30$$

Portanto, a área do polígono $ABCDEFGH$ é igual a 30 cm^2 .

Fonte: Teixeira (2020, p. 125)

Na explicação de resolução do cálculo de área da figura que é decomposta retângulo I,

retângulo II e triângulo III, ou seja, é calculado basicamente cada área delimitada nas figuras previamente já reconhecidas e assim, chegando à conclusão da área total da figura. É importante frisar que a argumentação explicativa predomina nos capítulos analisados desse volume “Diálogo - Matemática e suas tecnologias” no qual a trigonometria também aparece como recurso de resolução de questões matemáticas.

Apesar de a editora explicar o desenvolvimento dos processos nesses conteúdos, ressalta-se a relevância de aplicar a argumentação justificativa nos demais assuntos abordados no livro, Assim, pode ser evidenciada uma argumentação justificativa (SALES, 2010; ATTIE, 2016).

4. RESULTADOS FINAIS

A proposta da motivação para a realização deste estudo foi verificar os tipos de argumentação que estão de forma explícita ou implícita nas obras didáticas de matemática, de acordo as avaliações externas e com os dados da OCDE mundialmente, os déficits de proficiência em matemática que vem ocasionando no decorrer dos anos como mostram os resultados dos índices das avaliações PISA, SAEB apontando a falta de domínio de conteúdos matemáticos considerados básicos para o desenvolvimento educacional dos alunos na educação básica. No entanto, a forma como o ensino da Matemática, de forma global, de acordo com os índices apontados pelas coletas externas, as escolas, em sua grande maioria, precisam desenvolver competências e habilidades, não se restringindo ou reduzindo-se a reprodução de fórmulas matemáticas, sem contextualização, sendo desvinculada do cotidiano e/ou sem demonstrações que fundamente e/ou argumente as situações problemas da matemática abordada em livros ou em sala de aula.

A atividade matemática quando vista sob o olhar da argumentação explicativa e justificativa, se configura nas relações que os seres humanos estabelecem com o conhecimento, nas relações que estabelecem entre esse conhecimento e o contexto social e a relação com objeto do conhecimento.

Nesse contexto, de ensino temos os professores de Matemática como porta de entrada para a Geometria nas salas de aula da educação básica, como mais um elo no do uso da argumentação explicativa e argumentação justificativa nas aulas, o que se pode proporcionar é o uso correto dos conceitos matemáticos da Geometria para a fim de garantir uma aprendizagem de forma assertiva.

Consideramos necessário que ao analisar os livros de Matemática, por parte dos Professores de Matemática e nas suas escolhas devem levar em consideração o uso do livro, não apenas por ser fácil, mas sim, adotar o que está com base nos documentos norteadores como BNCC (2018) e formulados com base nas competências gerais das diretrizes educacionais vigentes, além da adoção dos livros necessitam ser de forma qualitativa no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). O principal objetivo do PNLD é subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos ativos no sistema público da educação básica.

A partir dos documentos analisados, é importante salientar que conhecer quais tipos de livros estão sendo adotados PNLD/2021 para o Ensino Médio, os tipos de

argumentação que estão sendo abordadas pelos autores dos livros didáticos e qual a importância dos mesmos para a localidade que o selecionou, além de planejar a aula com o uso do livro didático, pois podem auxiliar o desenvolvimento e entendimento do aluno, a partir do momento que o mesmo consegue identificar e diferenciar o tipo de argumentação que está sendo trabalhada, logo os mesmos auxiliam na regência do ensino da Matemática em sala de aula.

O livro didático é uma ferramenta imprescindível nas aulas de matemática, principalmente para muitos alunos que o tem como a única fonte de conhecimento, mesmo em uma sociedade globalizada e interligada pelas redes sociais. É evidente que os professores são sujeitos importantes nessa ponte entre o conhecimento humano e acadêmico através dos assuntos abordados nos livros, apresentando outras culturas, contextos e histórias.

Como metodologia para responder ao objetivo “realizar mapeamento horizontal e vertical das produções científicas da argumentação na Educação Matemática” evidenciamos que esta vem ganhando espaço no desenvolvimento de pesquisas com relação à argumentação. E é apontada como um dos caminhos para a compreensão de objetos do conhecimento, no sentido de um processo de ensino que consiga desenvolver um pensamento crítico e reflexivo sobre a aprendizagem da argumentação em sala de aula. É contribuem para que os alunos consigam com base em fatos, dados e informações confiáveis, defender ideias, pontos de vista e tomadas de decisões.

Concluimos que a argumentação justificativa é um fato social, importante para o desenvolvimento analítico e reflexivo da relação humana e do conhecimento matemático para com os alunos. E que o livro didático e a sua abordagem de argumentação, certamente influencia para o uso da lógica e do raciocínio, apoiando-se que o aluno consiga explicar e justificar o(s) por quê(s) são dessa forma.

A fim de responder ao próximo objetivo desta pesquisa que foi verificar a argumentação e fundamentação nos documentos oficiais, baseamos-se na pesquisa documental de análise das diretrizes educacionais. Chegamos a conclusão que o ensino e a aprendizagem devem estar pautadas na argumentação tanto a explicativa, quanto a justificativa, para que aconteça o desenvolvimento do raciocínio lógico, a produção de justificações, nesse sentido, permitindo ganho de espaço nas discussões em relação a alfabetização matemática.

Na busca, percorremos nosso estudo, a partir do questionamento: Como a argumentação está posta nos livros de Matemática do Novo Ensino Médio? E norteados pelos estudos, principalmente de Sales (2010) e Attie (2016), com as categorias de

argumentação Explicativa e Justificativa. Propusemos analisar a argumentação nos materiais didáticos do Ensino Médio do PNLD 2021.

Enfatizamos foi investigar “como a argumentação está apresentada pelos autores de livros didáticos, indicados pelo Guia do Plano Nacional de Livro e do Material Didático (PNLD) 2021 do Objeto 2?”. Logo, podemos verificar acerca da investigação nos livros didáticos que a maioria dos volumes das coleções dispõem do uso da argumentação explicativa e potenciais para propiciar justificativas para as áreas de figuras geométricas planas analisadas.

No entanto, tais recomendações nem sempre foram exploradas conforme o contexto sinalizamos que necessita de exemplos matemáticos que expliquem os procedimentos para a efetivação do cálculo, seja pela contenção de informações, seja pela pouca expressividade de conceitos e/ou exemplos empregando-as, ainda pela limitação de repertório de abordagens e contextualizações, dessa forma, o aligeiramento pelo uso das regras e, conseqüentemente, despendendo uma ênfase para os argumentos explicativos. Mediante a análise é evidente que alguns livros didáticos aprovados necessitam de um melhor uso de exemplos com argumentação justificativa e não apenas a sinalização da fórmula matemática. Nesse caso, o aluno no ensino médio precisa recorrer a outros estudos e fontes de pesquisas para o ensino da geometria plana.

Nessa relação podemos identificar na grande maioria dos volumes dos guias do livro didático analisados há predominância da argumentação explicativa. Salientamos que a prática da argumentação justificativa no processo de ensino dos conteúdos matemáticos, por valorizar o passo a passo da execução para a resolução, valorizando assim os meios e não apenas os fins, podendo ampliar e favorecer a construção de deduções, provas, demonstrações e exemplificar situações de aplicação. Com isso, defendemos a necessidade dos professores, além dos livros também, utilizem um repertório amplo de argumentos e exemplos para os objetivos matemáticos, ou seja, que o aluno aprenda os conceitos matemáticos da geometria plana, que consiga expressar a aplicabilidade, que o uso dos métodos e regras possibilitem a chegar em situações de sucesso e compreensão relacionar a teoria e fórmulas matemáticas em questões práticas e cotidianas.

Concluimos que a argumentação justificativa na formação humana, cidadã e pensamento crítico, em que argumentar para se compreender e argumentar para ser compreendido se torna válido quando usado durante o processo de desenvolvimento argumentativo.

Durante o processo e etapas do nosso estudo, a partir do questionamento *Como a argumentação está posta nos livros de matemática do PNLD 2021 do objeto 2?* E

embasados pelas ideias, principalmente de Sales (2010) e Attie (2016), com as categorias de argumentação Explicativa e Justificativa. Para isso, analisamos as obras do Guia do Livro Didático aprovadas pelo PNLD 2021, do Objeto 2, nos capítulos que abordava o assunto da geometria plana, afim de fazer essa identificação e classificação.

Nessa abordagem de investigação, sinalizamos que todos dispoõe de argumentação, alguns a predominancia é a explicativa, outros algumas exemplificações do uso da argumentação justificativa. Entretanto, todos dispõem de recursos para propiciar justificativas para o uso da geometria plana. E sugerimos que sejam adotados exemplos de argumentação justificativa, apesar de que a argumentação explicativa, já é predominante, no entanto, defendemos que a argumentação justificativa o aluno consiga desenvolvê-la cotidianamente seja em sala de aula, bem como contextualizando-a a partir do que já foi aprendido no processo de ensino, Sales (2010, pg. 120) que “quem explica pode ter ou não a ideia de se justificar, mas quem se propõe a justificar terá necessariamente, que recorrer a uma explicação”.

Por fim, a presente discussão pode servir para fomentar os debates para que os professores ao escolherem as obras didáticas a serem trabalhadas com os alunos, estejam ao máximo, organizadas no tocante às diretrizes educacionais, ao passo, que estas passaram por uma análise e critérios de aprovação. E que as diretrizes educacionais politicamente discutíveis são basilares para o debate, questionamentos e ainda assim, aprofundamento de estudos, por isso a importância das academias científicas e a importância dos pesquisadores. E que os professores possam adquirir, aprimorar e desenvolver a argumentação justificativa em sala de aula, pela composição de razões que legitimam os conhecimentos matemáticos, apesar da limitação no tocante a geometria plana, essa reflexão pode ser incluída em outros debates e temas.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Thais Marcelle de. Et al. **Matemática interligada:** geometria espacial e plana. Obra coletiva; 1ª. Ed. São Paulo: Scipione, 2020.

ATTIE, João Paulo; KR PAN, Cathy Marks. **Argumentação em Livros Didáticos de Matemática:** Brasil e Canadá. Interfaces Brasil/Canadá. Florianópolis/Pelotas/São Paulo, v. 20, 2020, p. 1-20, e 20.09.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** São Paulo: Edições 70, 2016.

BOYER, C. B. **História da matemática.** 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BONJORNO, José Roberto; JUNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática:** geometria. Ensino Médio. 1ª. ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

BICUDO, Irineu. História da Matemática: o pensamento da filosofia grega antiga e seus reflexos na educação matemática do mundo ocidental. In: **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997. P.19. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 09 agosto 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

Disponível em: <
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2019.

CEVADA, Jeferson; SILVA, Daniel Romão da; PRADO, Gabriel Gleich; COLPANI, João Guilherme Boaratti. **Matemática nos dias de hoje:** Medidas e Geometria. 1ª Ed. São Paulo, 2020.

CORDEIRO, Euzane Maria; OLIVEIRA, Guilherme Saramago. **As metodologias de Ensino Predominantes nas salas de aula.** VIII Encontro de Pesquisa em Educação. III Congresso Internacional Trabalho Docente e Processos Educativos, UNIUBE, 2015. Acesso em 09 de julho de 2019.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática e suas tecnologias:** geometria plana e espacial. 1ª. ed. São Paulo: Edições SM, 2020.

DANTAS, Franceliza Monteiro da Silva. **O mundo da Vida na Matemática:** análise do livro didático de matemática sob uma perspectiva bakhtiniana. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, 2017.

DANTE, Luiz Roberto. Viana, Fernando. **Matemática em Contextos:** função exponencial e sequencias. 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2020.

_____. **Matemática em Contextos: função afim e função quadrática.** 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2020.

_____. **Matemática em Contextos: Geometria Plana e Geometria Espacial.** 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2020.

_____. **Matemática em Contextos: Trigonometria e Sistemas Lineares.** 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2020.

_____. **Matemática em Contextos: Análise combinatória, Probabilidade e computação.** 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2020.

_____. **Matemática em Contextos: Estatística e Matemática Financeira.** 1ª Ed. São Paulo: Ática, 2020.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas. São Paulo. Editora Unicamp, 2004.

GOMEZ, A. **O pensamento prático do professor** - a formação do professor como profissional reflexivo. Dom Quixote. 1995.

DOLEV, Sarit; EVE, Ruhama. **International Journal of Science and Mathematics Education (2015)** National Science Council, Taiwan 2013.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões: matemática e suas tecnologias.** Editora Moderna: obra coletiva concebida. 1ª. ed. São Paulo, 2020.

LIN, Pi-Jen. O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turmado Ensino Fundamental. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 43, n. 3, p. 1171-1192, jul./set. 2018.

MINAYO, M. C. S. Ciência, Técnica e Arte: O Desafio da Pesquisa Social. In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social. Teoria, Método e Criatividade.** Petrópolis: Vozes, 2001, p. 09-29.

MORAIS, Mariana Ferreira da Silva. **A relação ao saber matemático de professores no contexto da educação do campo do município de Belo Jardim-PE.** / Mariana Ferreira da Silva Morais. – 2019.

PASTELLS, Ángel Alsina I. **Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos:** para crianças de 6 a 12 anos. Curitiba: Base Editorial, 2009.

RAHIMAH, D; VISNOVSKA, J. **Analysis of mathematics textbook use: An argument for combining horizontal, vertical, and contextual analyses.** Mathematics and Science Education International Seminar (MASEIS) 2019.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ser protagonista:** matemática e suas tecnologias - geometria plana e espacial. Ensino Médio. 1ª. Ed. São Paulo: Edições SM, 2020.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática:** Geometria. Ensino Médio. 1ª ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

SOUZA, João Batista de; **o papel do aluno na construção do conhecimento na atualidade.**

UNEF - Unidade de Ensino Superior de Feira de Santana. 1999.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo:** matemática e suas tecnologias. Geometria Plana. Editora Moderna. 1ª ed. São Paulo, 2020.

TOZONI-REIS, Marília Freitas de Campos. **Metodologia da Pesquisa.** 2ª ed – Curitiba: IESDE Brasil S.A, 2009.

VOGT, MARLISE. **Pitágoras, Heron, Brahmagupta-** Fórmulas; Provas; Áreas; Aplicações. Monografia. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis/SC, 2014.

Apêndice

MAPEAMENTO HORIZONTAL

Nº	T ou D ou A	Título	Palavras- Chave	Ano	Autor (es)	Instituição de Ensino	Evento Científico	Link
1	D	Argumentação e prova no ensino médio: análise de uma coleção didática de matemática	Argumentação prova coleção didática tratamento expositivo exercício Ensino médio Matemática (Elementar) -- Livros didaticos Educacao matematica Matemática -- Estudo e ensino	2007	Edna Santos de Souza Barbosa	Pontifícia Universidade e Católica de São Paulo	Defesa de dissertação	https://tede2.pucs.p.br/handle/handle/11503

2	D	<p>Análise do processo de argumentação e prova em relação ao tópico</p> <p>logaritmos,</p> <p>numa coleção de livros didáticos e numa seqüência de ensino</p>	<p>Provas Demonstração Logaritmos</p> <p>Livro didático Ensino médio Educacao</p> <p>matematic</p> <p>a --</p> <p>Matematica --</p> <p>Estudo e ensino</p> <p>Matematica (Elementar) --</p>	2007	<p>Fernando Tavares da Silva</p>	<p>Pontifícia Universidade Católica de São Paulo</p>	Defesa de dissertação	<p>https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11258</p>
3	D	<p>Abordagens no ensino da prova e argumentação escolar: análise de uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental</p>	<p>Livros didáticos Ensino de prova Argumentação</p> <p>Livros didáticos Concepções</p> <p>Seqüência de ensino</p> <p>Matemática (Elementar) --</p> <p>Livros didáticos Educação matemática</p> <p>Matemática --</p> <p>Estudo e ensino</p>	2007	<p>Sueli Maffei Jamelli</p>	<p>Pontifícia Universidade Católica de São Paulo</p>	Defesa de dissertação	<p>https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11495</p>

4	D	Uma análise da abordagem sobre argumentações e provas numa coleção do ensino médio	Prova Argumentação Livro Didático Educação Matemática Ensino Médio Educação matemática Matemática -- Estudo e ensino	2007	Lourival Junior Mendes	Pontifícia Universidade de São Paulo	Defesa de dissertação	https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11492
5	D	Argumentação e prova no ensino fundamental: análise de uma coleção didática de matemática	Argumentação e prova Teorema fundamental da aritmética Teorema de Pitágoras Tecnologia na educação matemática Matemática -- Estudo e ensino Matemática (Elementar) Livros didáticos	2008	Celina Aparecida Almeida Pereira Abar	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Defesa de dissertação	https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11291

6	D	Práticas argumentativas no estudo da geometria por acadêmicos de Licenciatura em Matemática	Matemática - ensino Argumentação Etnografia Livro Didático Didática Ensino Geometria Euclidiana - ensino Antropologia Cultural e Social	2010	Antonio Sales	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	Defesa de dissertação	https://repositorio.ufms.br/handle/123456789/1401
7	D	Análise da contextualização da função exponencial e da função logarítmica nos livros didáticos do ensino médio.	Função Exponencial. Função Logarítmica. Livros Didáticos. Ensino Médio. Exponencial Function. Logarithmic Function. Didatic Books. High School.	2014	Michelle Noberta Araújo de Oliveira	Universidade Federal de Campina Grande	Defesa de Dissertação	http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jsui/handle/riufcg/2235
8	D	Raciocínio lógico: uma proposta para o ensino fundamental II	Lógica matemática Matemática - ensino e aprendizagem	2015	Marisane Soares Vilas anti	Universidade Federal da Grande Dourados	Defesa de Dissertação	http://200.129.209.58:8080/handle/prefix/65

9	D	<p>Pensamento crítico e ensino de filosofia: propostas para a argumentação em sala de aula</p>	<p>Pensamento crítico argumentação lógica filosofia - estudo e ensino critical thinking argumentation logic</p> <p>teaching of philosophy y programa de pós-graduação em ensino, história e filosofia das ciências e matemática - ufabc</p>	2015	<p>Leandro de Barros</p>	<p>Universidade Federal do ABC</p>	<p>Defesa de Dissertação</p>	<p>http://biblioteca.ufabc.edu.br/index.php?codigo_sophia=76736</p>
10	A	<p>Processos de argumentação no ensino fundamental: frações e potências</p>	<p>Argumentação; ensino de matemática; livro didático.</p>	2016	<p>Leane Oliveira de Carvalho; Thamires Ferreira dos Santos João Paulo Attie</p>	<p>Universidade Federal de Sergipe</p>	<p>Encontro Nacional de Educação Matemática</p>	<p>http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6199_3504_ID.pdf</p>
11	T	<p>O mundo da vida na Matemática: análise do livro didático de matemática sob uma perspectiva bakhtiniana</p>	<p>Linguística Aplicada; Matemática; Livro didático; Mundo da vida.</p>	2017	<p>Franceliza Monteiro da Silva Dantas</p>	<p>Universidade Federal do Rio Grande do Norte</p>	<p>Tese</p>	<p>https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5125622</p>

12	D	O manual do professor de Matemática nos livros didáticos: uma análise no fomento à argumentação	Argumentação; Livros didáticos; Manual do professor; Ensino de Matemática; Análise documental	2017	Regina Coelly Mendes da Silva	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Defesa de dissertação	https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/27426
13	D	Argumentação em atividades de modelagem matemática	Didática Educação escolar Modelos matemáticos Pesquisa educacional	2017	Tancredo Heriberto Tonello	Universidade Federal da Fronteira Sul	Defesa de dissertação	https://rd.uffs.edu.br/handle/prefix/1709

14	D	Argumentação e prova: explorações a partir da análise de uma coleção didática	Argumentação e prova Demonstração Coleção didática Geometria Ensino fundamental Argumentation And Proof Demonstration Textbooks Geometry Secondary School Mathematics Matemática (Elementar) -- Livros didáticos Matemática -- Estudo e ensino	2017	Mirtes Fátima Pasini	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Defesa de dissertação	https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11282
15	A	O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turma do Ensino Fundamental	Addition & subtraction ; Councils ; Learning ; Mathematics education ; Science education ; Teaching	2018	Pi-Jen Lin	Universidade Federal do Rio Grande do Sul	Revista	10.1590/2175-623676887

16	A	A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática	Argumentation in mathematics teaching ; Argumentação no ensino de matemática ; Clube de ciências ; Experimentação investigativa ; Investigative experimentation ; Science club	2018	WillaNayana Corrêa Almeida; João Manoel da Silva Malheiro	Universidade Federal de Santa Catarina	Revista	10.5007/1982-5153.2018v11n2p57
17	A	Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores	Não tem	2018	João Caldato, Miriam Cardoso Utsumi, Lilian Nasser	Universidade Federal do Triângulo Mineiro	Revista Triângulo	10.18554/rt.v10i2.2583
18	D	O desafio de argumentar nas aulas de Matemática: uma investigação com estudantes do 1º ano do Ensino Fundamental	Argumentação em Matemática Momentos de discussão em aula Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino	2019	Simone Aparecida dos Anjos Azevedo	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Defesa de Dissertação	https://tede2.pucsp.br/handle/handle/22665

19	A	O Papel do Educador no Favorecimento da Argumentação no Ensino de Matemática	Mathematics Education. Argumentation. Purposes and Actions of the	2019	Willa Nayana Corrêa Almeida João Manoel da Silva Malheiro	Universidade Federal de Santa Catarina	Jornal Internacional de estudos	10.17921/2176-5634.2019v12n2p172-182
20	A	Argumentação em livros didáticos: equações do 1º grau	Educator. Não tem disponível	2019	Evelyn dos Santos Nascimento, Matheus Matuceli dos Santos, Monize Barros Lima Costa	Universidade Federal de Sergipe	EDUCON 2019: Eixo: 20. Educação e ensino de matemática, ciências exatas e ciências da	https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/13178/21/20.pdf
21	A	Argumentação em Livros Didáticos de Matemática: Brasil e Canadá. Interfaces Brasil/Canadá	Ensino de Matemática. Brasil-Canadá. Livro Didático	2020	João Paulo Attie Cathy Marks Krpan	Universidade Federal de Sergipe	natureza Interfaces Brasil/Canadá. Florianópolis/Pelotas/São Paulo, v. 20, 2020, p. 1-20, e	https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/interfaces/article/view/19053/11856
22	A	Argumentações presentes nos conteúdos de matemática no livro didático da educação de jovens e adultos.	Argumentação Matemática; Livro Didático; Ensino de Jovens e Adultos; Ensino Médio	2020	Eloar Barreto Feitoza Sá; João Paulo Attie	Universidade Federal de Sergipe	20.09. Revista Horizontes	https://revistahorizontes.usf.edu.br/horizontes/article/view/980

2 3	D	Argumentação no Ensino de operações com números inteiros	Argumenta ção Justificativa ; Ensino de Matemática ; Operações com Números Inteiros.	2022	Evelyn dos Santos Nascimento	Universida de Federal de Sergipe	Defesa de Dissertação	-
--------	---	---	--	------	------------------------------------	--	--------------------------	---