UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

JUAN GABRIEL PINTO FRANCA

EQUAÇÕES UTILIZADAS PARA CALCULAR FLECHAS EM VIGAS BIAPOIADAS DE CONCRETO ARMADO: UM ESTUDO COMPARATIVO

São Cristóvão - SE

2023

JUAN GABRIEL PINTO FRANCA

EQUAÇÕES UTILIZADAS PARA CALCULAR FLECHAS EM VIGAS BIAPOIADAS DE CONCRETO ARMADO: UM ESTUDO COMPARATIVO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe (UFS) como requisito para o título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador(a): Prof. Dr. David Leonardo Nascimento de Figueiredo do Amorim

São Cristóvão - SE

2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

ATA DE DEFESA

Juan Gabriel Pinto Franca

Equações utilizadas para calcular flechas em vigas biapoiadas de concreto armado: um estudo comparativo

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe (UFS) como requisito para o título de Bacharel em Engenharia Civil.

APROVADO em: **27 de janeiro de 2023**

Banca Examinadora	**Nota**
Orientador: Prof. Dr. David Leonardo Nascimento de Figueiredo Amorim (UFS)	8,5
Examinador: Prof. Me. Marcílio Fabiano Goivinho da Silva (IFS/Aracaju)	8,5
Examinador: Prof. Me. Adysson André Fortuna de Souza (IFS/Estância)	8,5
Média Final:	8,5

David Leonardo N. de F. Amorim

Prof. Dr. David Leonardo Nascimento de Figueiredo Amorim (UFS)
Assinatura do Orientador

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por sempre ter me dado força, determinação e fé durante o período da graduação, principalmente nos momentos mais difíceis.

Agradecer aos meus pais Clovis e Selma, e toda minha família, por todo apoio e preocupação a cada dia que passei na faculdade, sempre me acompanharam e prezaram pelo meu desenvolvimento profissional durante toda a vida, e fizeram de tudo para que eu pudesse cursar na faculdade e chegar até aqui.

Agradeço a todos meus amigos de infância e de escola que levo pra toda vida, por todo apoio e incentivo, sempre que eu me encontrava em momentos de baixa, vocês estavam presentes, e isso foi essencial. Em especial aos amigos do grupo “indiozinhos”, com vocês, sempre pude saber o significado de companheirismo e amizade de verdade durante toda a vida.

Inclusive um deles, me acompanha até hoje no âmbito acadêmico, por isso deixo um agradecimento em especial para ele, Luiz Gabriel, que sempre esteve do meu lado durante todo esse período, não só na faculdade, mas em diversas situações da vida.

A todos meus amigos que pude fazer na faculdade, e que vou levar pra sempre, a consideração e admiração que criei por todos é indescritível e com certeza, com eles, tudo se tornou mais fácil dentro da faculdade.

Agradecer a Lívia, minha companheira, que sempre esteve todos os dias do meu lado antes mesmo de começar a cursar, e por ser uma das minhas motivações para a vida.

Agradecer também a todos os professores que tive até aqui, por todo conhecimento compartilhado, desde minha infância lembro de todos que tive, sem eles nada disso poderia ser concretizado.

Em especial, ao professor Dr. David Amorim, por sempre estar disponível e ajudando para que esse trabalho fosse concluído.

RESUMO

O trabalho tem como principal objetivo mostrar os resultados práticos para duas equações de momento de inércia equivalente para o cálculo de flechas em vigas biapoiadas de concreto armado e fazer um estudo comparativo. A equação de Branson (1965) que atualmente ainda é utilizada em vários países, inclusive na norma brasileira, a NBR 6118:2014, foi uma das equações utilizadas. E a segunda equação é de um estudo mais recente, proposta por Bischoff (2005). Para que o estudo fosse concretizado utilizou-se as 12 vigas de Bresler-Scordelis, mantendo as suas curvas experimentais como base para via de comparação. Os dados experimentais das flechas dessas vigas foram obtidos com o auxílio do programa *Digitizer*, e os dados obtidos nos cálculos, com o uso das duas equações, foram gerados e apresentados em forma de tabelas e gráficos. Ou seja, por meio dos resultados de cálculo, com as equações citadas, gerou-se em um único gráfico de Força X Deslocamento, as duas curvas analíticas, que puderam ser comparadas entre si e com as curvas experimentais base. Esses resultados apresentaram valores diferentes, mas bastante proximidade.

Palavras-chave: Flechas em vigas de concreto armado; estudo comparativo; equações; NBR 6118.

ABSTRACT

The main objective of the work is to show the practical results for two equivalent moment of inertia equations for the calculation of deflections in simply supported reinforced concrete beams and to make a comparative study. Branson's equation (1965), which is currently still used in several countries around the world, including the Brazilian standard, NBR 6118:2018, was one of the equations used. And the second equation is from a more recent study, proposed by Bischoff (2005). For the study to be carried out, the 12 Bresler-Scordelis beams were used, keeping their experimental curves as a basis for comparison. The experimental data of the deflections of these beams were obtained with the aid of the Digitizer program, and the data obtained in the calculations, using the two equations, were generated and presented in the form of tables and graphs. That is, by means of the calculation results, with the aforementioned equations, the two analytical curves were generated in a single Load versus Deflection graph, which could be compared with each other and with the base experimental curves. These results showed different values, but quite close

Keywords: Deflections in reinforced concrete beams; comparative study; equations; NBR 6118.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTAS DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A comparação de modelos de cálculo de flechas em vigas de concreto armado, os quais variam as suas equações de inércia equivalente, torna-se bastante importante para uma melhor análise e compreensão no âmbito das estruturas de concreto armado na Engenharia Civil. Já que, os projetistas da área podem ter como base, qual modelo se enquadra ou se aproxima a determinada situação de sua realidade. Através da geração de combinações de testes e análise dos dados.

Há exatos 60 anos, em 1963, Bresler e Scordelis realizaram uma clássica série de ensaio de vigas, encontradas no material de FJ. Vecchio e W. Shim (2004), para investigar o comportamento crítico do concreto armado ao cisalhamento, além de fornecer dados que contribuem para o desenvolvimento de elementos finitos. Essa série é composta por 12 vigas de concreto armado que contemplam vários conjuntos de diferentes armaduras, vãos e seções retangulares. Assim, as vigas de Bresler-Scordelis tornaram-se clássicas, devido a uma vasta documentação completa dos testes e de alta qualidade.

A partir delas, foi feito um estudo comparativo de equações usadas para o cálculo de suas flechas. O estudo teve como base o material da Revista de Engenharia de Estrutura (2004), baseado no estudo de FJ. Vecchio e W. Shim, onde foram obtidos todos os gráficos de Força x deslocamento para as vigas citadas (biapoiadas e com carga concentrada no meio do vão). Além disso, utilizou-se o *software digitizer,* sendo possível obter os corretos dados necessários nos gráficos experimentais, disponibilizados no material base.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Esse trabalho tem como objetivo principal fazer um estudo comparativo dos resultados das flechas utilizando a fórmula de Branson (1965) e a fórmula de Bischoff (2005), em vigas biapoiadas de concreto armado.

2.2 Objetivo Específico

a) Comparar os gráficos obtidos no material base com os dados dos gráficos obtidos através das equações de cálculo, a partir das curvas geradas;

b) Analisar a precisão e comportamento dos dados calculados de cada equação com os dados base de cada viga e verificar se são satisfatórios.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Definição de flechas em vigas de concreto armado

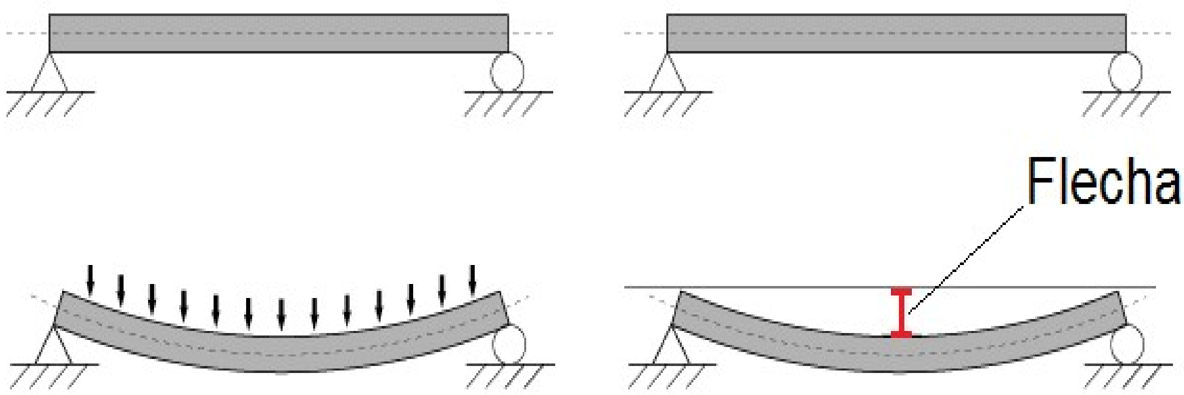
Tendo como exemplo uma viga de concreto armado biapoiada, ao receber cargas em seu vão (Figura 1), esforços são gerados, mediante a isso, surgem deslocamentos verticais após a aplicação dessas cargas, esses deslocamentos inicialmente recebem, o nome de flecha imediata ou instantânea. Na literatura existem três diferentes tipos de flecha, a imediata, a diferida e a total, que é a soma das duas primeiras parcelas de deslocamento.

O foco de estudo para o trabalho são os resultados das flechas imediata, já que estes serão utilizados para comparação das equações.

Esses resultados foram gerados a partir do momento que surgem as primeiras fissuras, que é quando a viga recebe sua carga crítica gerando consequentemente, um momento de fissuração, que será explicado com mais detalhes, nos subtópicos seguintes.

Mediante as definições, é sabido que existem outros fatores além das cargas, que irão influenciar no deslocamento desse elemento estrutural.

Figura 1: Carregamento e flecha em viga biapoiada.



Fonte: Amodular (2020).

3.2 Fatores que influenciam no deslocamento

Existem diversos fatores que influenciam diretamente no deslocamento em vigas biapoiadas de concreto armado, principalmente a variação das cargas atuantes adjunto com suas características geométricas, como o tamanho do vão e seção transversal. Outros fatores que são relevantes para o deslocamento são as propriedades dos materiais utilizados, a fissuração, retração e fluência do concreto. Como também as variações nas taxas de armadura da viga.

Dessa forma, a partir do estudo, foi possível perceber que existem fatores que influenciam mais que outros no deslocamento; por exemplo o vão da viga e carregamentos que afetam de maneira direta. Enquanto de forma indireta, podem ser citados a resistência à compressão e a fissuração.

3.2.1 Propriedades do concreto

A. Resistência à compressão

Na literatura, muitos autores consideram a resistência à compressão como a característica mais importante do concreto. Já que sua composição tem como principal função resistir a esse esforço. O valor dessa resistência para uma peça de concreto pode ser obtido em ensaios indicados pela ABNT NBR 6118:2014.

Existem algumas dispersões que podem afetar nos resultados desses ensaios, como variações aleatórias da composição, tipo de agregado, adensamento, da cura, e condições as quais estarão sujeitos. Com isso, para fugir dessas dispersões, utiliza-se um coeficiente de segurança para todos os casos, nomeado de f_{ck}, que é resistência característica do concreto expressa em megapascal (MPa).

Para esse estudo de caso, as vigas Bresler-Scordelis foram submetidas a ensaios com apenas 13 dias de idade, de acordo com o material de FJ. Vecchio e W. Shim (2004). Sabendo-se isso, de acordo com a mesma norma, essa resistência pode ser calculada pelas Equações (1) e (2), já que se deve levar em conta a sua idade jovem no cálculo e obter um valor equivalente para a situação.

$$f_{cj} = \beta_1 f_c \qquad (1)$$

Onde β_1 é expresso por:

$$\beta_1 = \exp\{s[1 - (28/t)^{1/2}]\} \qquad (2)$$

Em que:

t: idade efetiva do concreto, expressa em dias.

De acordo com Bresler e Scordelis (1963), utilizou-se um concreto de cimento CPI para as vigas estudadas. Com isso, a partir da ABNT NBR 6118:2014, adotou-se na Equação (2): s como sendo igual a 0,25.

B. Resistência à tração

Ela desempenha um papel importante no estudo dos deslocamentos, já que vai indicar o início da fissuração. Como consequência, a partir do surgimento dessas fissurações, ocorre a diminuição do valor da rigidez e aumentos dos deslocamentos. Tanto o método de Branson (1965) quanto o de Bischoff (2005) levam em consideração esse efeito.

Com base na NBR 6118, para uma das etapas de cálculo das flechas, essa resistência deve ser obtida e pode ser representada pela Equação (5), onde f_{ct} também é expressa megapascal (MPa).

Para as vigas analisadas, utilizaram-se concretos de classes até C50, portanto:

$$f_{ct} = 0{,}3f_{ck}^{2/3} \qquad (5)$$

C. Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade (E_{ci}) indica a resistência à deformação elástica, expresso em megapascal (Mpa). Esse valor pode ser analisado através da relação Tensão X Deformação.

De acordo com a NBR 6118, pode-se obter o valor do módulo de elasticidade, caso não tenha sido realizado ensaios, a partir da Equação (6). Nesse estudo como utilizou-se um f_{ck} entre 20MPa a 50 MPa, o seu cálculo é efetuado da seguinte maneira:

$$E_{ci} = \alpha_E 5600\sqrt{f_{ck}} \qquad (6)$$

Onde:

E_{ci}: módulo de elasticidade inicial do concreto

α_E: constante que varia de acordo com o agregado utilizado.

No trabalho utilizou-se α_E=1,0; já que de acordo com a norma:

α_E = 1,2 - basalto e diabásio;

α_E = 1,0 - granito e gnaisse;

α_E = 0,9 - calcário;

α_E = 0,7 - arenito.

Já o módulo de deformação secante, o E_{cs}, a NBR 6118 permite que seu valor seja obtido através da equação (7):

$$E_{cs} = \alpha_i \, . E_{ci} \qquad (7)$$

Onde:

$$\alpha_i = \left(0{,}8 + 0{,}2\frac{f_{ck}}{80}\right) \leq 1{,}0 \qquad (8)$$

3.2.2 Fissuração

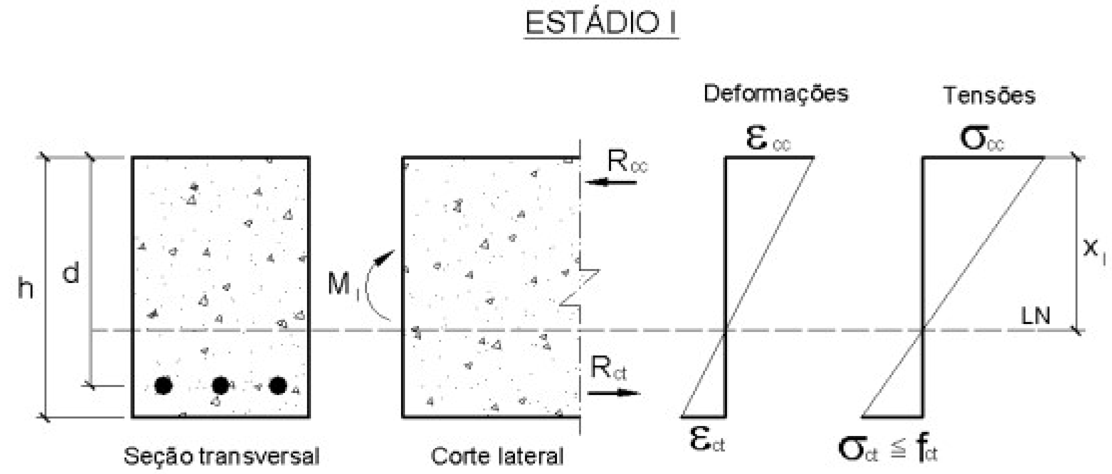
De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, a fissuração é um fenômeno inevitável em estruturas de concreto armado. A afirmação é feita sabendo-se da grande variação de cargas que os elementos estruturais estão sujeitos durante sua vida útil. Outro fator importante é que o concreto resiste bem à compressão enquanto à tração esse valor diminui em uma grandeza de aproximadamente 1/10. Ou seja, outrora esses elementos poderão se deparar com tensões que serão críticas.

Dessa forma, por meio da variação de carregamento, e outro fatores, como a taxa de armadura, as estruturas de concreto armado podem passar por algumas fases, que são explicadas e tratadas visualmente melhor através das imagens (2), (3), (4) e (5). Elas são divididas em: Estádio I, Estádio II e Estádio III do concreto.

a) **Estádio I**: para Pinheiro (2007), esta fase inicia-se no primeiro momento de aplicação da carga, em que as tensões normais originadas nas seções transversais são baixas. Permitindo dessa forma, que o concreto resista as tensões de tração. Nesse estádio toda seção "trabalha" em regime elástico-linear.

Através da Figura (2), percebe-se o comportamento das tensões para uma viga de concreto armado no Estádio I.

Figura 2: Comportamento do concreto no Estádio I.



Fonte: Pinheiro, L. M; D., Cassiane; Muzardo; Santos, Sandro P, 2003.

A profundidade da linha neutra (x_1) nesse estádio é obtida a partir da equação final:

$$x_1 = \frac{\frac{b_w h^2}{2} + (\alpha_e - 1) A_s d}{b_w h + (\alpha_e - 1) A_s} \qquad (9)$$

Quando o momento obtido com a combinação rara das ações (Ma) em uma viga não excede o momento de fissuração (Mcr), a viga está na condição não fissurada. Assim, para esse estádio o momento de inércia não fissurado da viga é obtido a partir da equação abaixo:

$$I_1 = \frac{b_w h^3}{12} + b_w h \left(x_1 - \frac{h}{2} \right)^2 + (\alpha_e - 1) A_s (d - x_1)^2 \qquad (10)$$

Onde:

I_1: momento de inércia da seção no estádio I;

b_w: largura da viga;

h: altura da viga;

x_1: profundidade da linha neutra no estádio I;

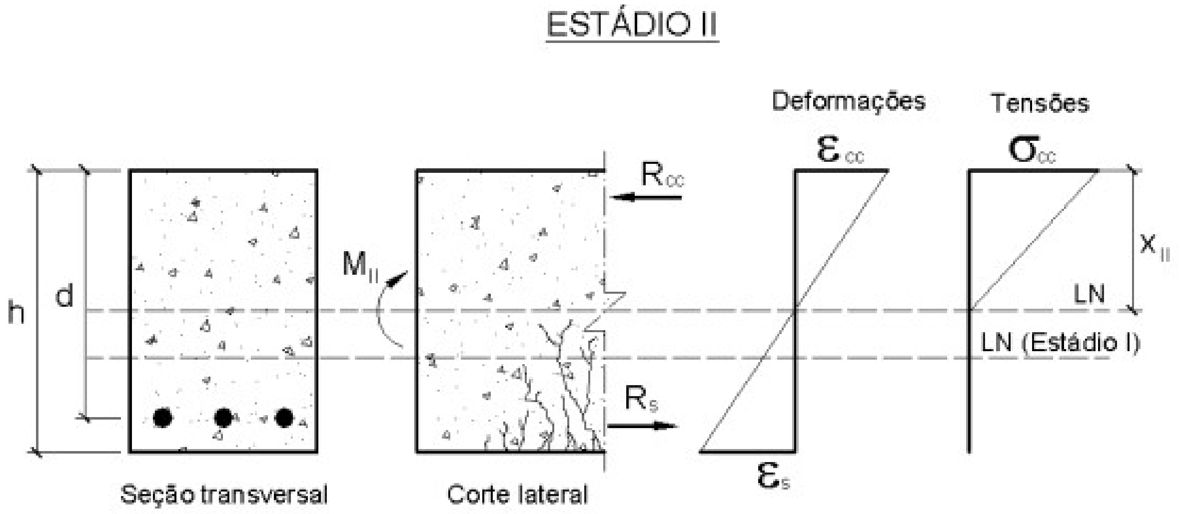
A_s: área de aço da seção;

d: altura útil da seção;

E, o coeficiente α_e , pode ser obtido a partir da relação: $\alpha_e = \frac{Es}{Ecs}$.

b) **Estádio II (estado de fissuração):** nesse estádio, o concreto começa a não resistir as tensões de tração, isso faz com que surjam as primeiras fissuras na peça.

Figura 3: Comportamento do concreto no Estádio II.



Fonte: Pinheiro, L. M; D., Cassiane; Muzardo; Santos, Sandro P, 2003.

Esse estudo comparativo das equações para o cálculo das flechas nas vigas de concreto armado, tem como foco esse estádio II, já que nele, inicia-se o processo de fissuras, abaixo de sua linha neutra considera-se que a região está toda fissurada.

A profundidade da linha neutra (x_2) nesse estádio é obtida a partir da equação final:

$$\frac{b_w x_2^2}{2} - \alpha_e A_s (d - x_2) = 0 \qquad (11)$$

Quando o momento fletor no plano (M) em uma seção transversal da viga atinge Mcr, trincas verticais de flexão se formam nas camadas mais externas da zona de tensão. Essas trincas se propagam para cima, à medida que M aumenta. (ILKER KALKAN, 2013).

Na Figura 3 observa-se o comportamento do concreto no estádio II, e pode-se afirmar que o ponto de início da plastificação do concreto comprimido indica o ponto de finalização esse estádio.

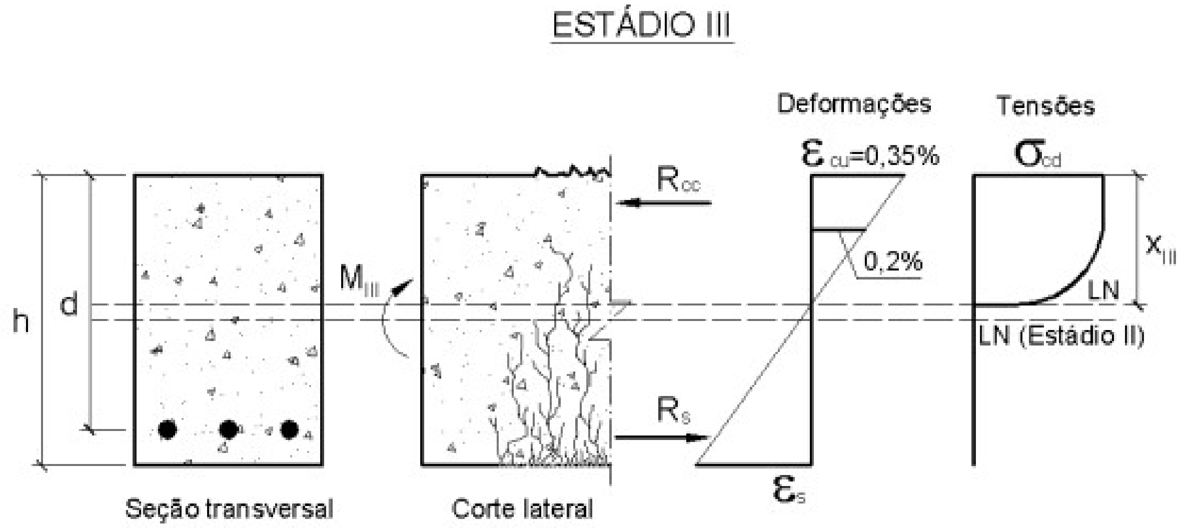
O momento de inércia (I_2) no estádio II é calculado pela expressão:

$$I_2 = \frac{b_w x_2^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x_2)^2 \qquad (12)$$

c) **Estádio III:** Camacho (2015) define esse estágio como "sendo a fase em que o concreto comprimido está na ruptura, ou seja, estado limite último de ruptura do concreto por compressão".

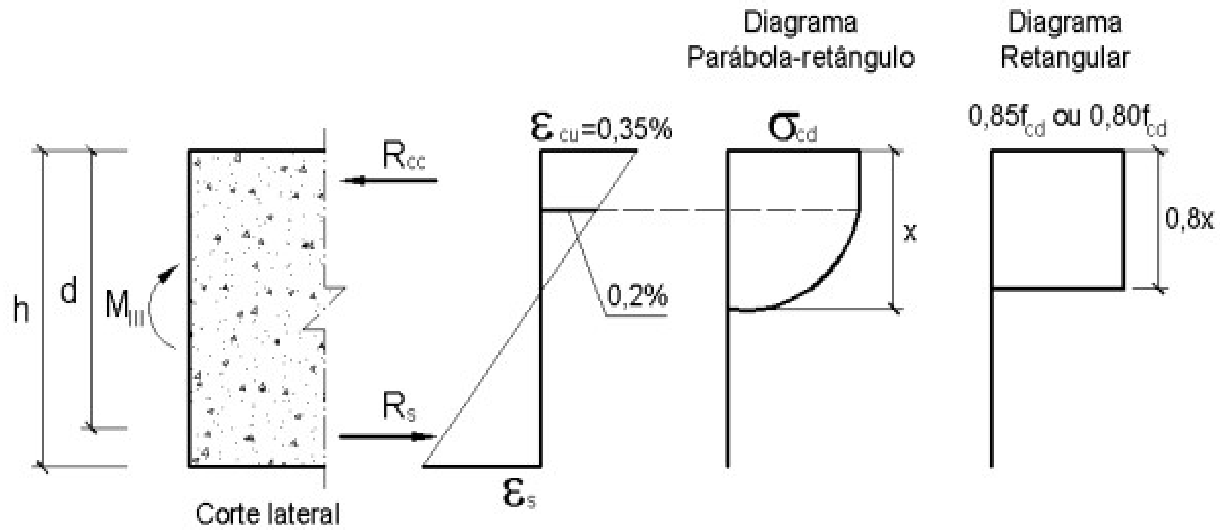
A partir das figuras (4) e (5), percebe-se que a tensão de compressão na seção da viga de concreto armado, pode ter um comportamento de parábola-retângulo ou retangular

Figura 4: Comportamento do concreto no Estádio III.



Fonte: Pinheiro, L. M; D., Cassiane; Muzardo; Santos, Sandro P, 2003.

Figura 5: Diagrama Retangular.



Fonte: Pinheiro, L. M; D., Cassiane; Muzardo; Santos, Sandro P, 2003.

Outro passo importante para o cálculo das fechas em vigas de concreto armado, é o entendimento e obtenção do momento de fissuração (Mr).

Esse momento tem essa descrição pois a partir dele a viga ou outra peça de concreto começa a fissurar, ou seja, esse momento corresponde ao valor que quando solicitado faz com que surja as primeiras fissuras na peça de concreto.

Seu valor pode ser obtido pela Equação (13) de acordo com a NBR 6118:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_1}{y_t} \qquad (13)$$

Onde:

I_c: momento de inércia da seção bruta de concreto;

Y_t: distância do centro de gravidade à fibra mais tracionada;

f_{ct}: Resistência à tração direta do concreto;

Para α adotou-se o valor de 1,5, já que é o valor prescrito na norma para seções retangulares.

3.3 Equação de Branson – Método utilizado na NBR 6118

Nos EUA, Branson (1965) propôs o método mais conhecido no Ocidente, baseado no momento de inercia efetivo, que foi adotado nos códigos dos EUA, Canadá, Austrália, Nova Zelândia e diversos países da américa do sul. Na Europa, este método foi introduzido nas normas espanholas em 1991 e 2008.

Essa equação desenvolvida pelo autor, também é utilizada como base na norma brasileira, a NBR 6118:2014, para o cálculo de flechas imediatas em vigas de concreto armado.

O momento de inércia total de uma viga de concreto diminui gradativamente do momento de inércia não fissurado (I_1) para o momento de inércia totalmente fissurado (I_2), à medida que as fissuras de flexão vão se formando.

A degradação do concreto com o aumento da carga leva à diminuição gradativa do momento de inércia da viga. Essa diminuição é considerada por meio do momento de inércia equivalente. A expressão efetiva do momento de inércia foi originalmente proposta por Branson (1965) com a equação abaixo:

$$I_{eq} = \left(\frac{Mr}{Ma}\right)^m . I_1 + [1 - \left(\frac{Mr}{Ma}\right)^m]. I_2 \qquad (14)$$

Onde:

I_{eq}: Momento de inércia equivalente;

I_1: Momento de inércia não fissurado;

I_2: Momento de inércia totalmente fissurado;

Mr: Momento de fissuração;

Ma: Momento máximo na viga;

A expressão do momento de inércia equivalente de Branson (Equação 14), leva em consideração a média dos momentos de inércia das partes não fissuradas e totalmente fissuradas de uma viga de concreto; ela é adotada por vários códigos mundiais nos cálculos de flecha imediata de vigas de concreto. Todos esses códigos definem o valor de $m = 3$ para obter um momento de inércia médio para todo o vão de uma viga (İlker Kalkan, 2013). Vale ressaltar que essa equação é tida como base na NBR 6118:2014, para o cálculo de flechas imediatas.

3.4 Equação de Bischoff

De acordo com o estudo analítico feito por Bischoff (2005), o componente de enrijecimento no método de Branson (1965) depende do nível de carga aplicado ($\frac{Ma}{Mr}$) e da razão entre o momento de inércia bruto e o momento de inércia fissurado ($\frac{Ig}{I_2}$) da viga, que varia inversamente com a taxa de reforço (ρ), a resposta da barra estimada pela abordagem de Branson é mais rígida do que a resposta real, resultando na sub previsão das deflexões (İlker Kalkan, 2013).

Em seu método, Bischoff (2005) apresentou a aplicação ao comportamento à flexão e desenvolveu uma nova expressão para o cálculo do inverso do momento de inércia equivalente. Que é uma média ponderada das flexibilidades das porções não fissuradas e fissuradas de uma viga de concreto armado, calculado por meio da equação abaixo (15). Além de apresentar a aplicação do método de acordo com o Eurocode2 (CEN 2002), que utiliza o conceito de média das flexibilidades das porções fissuradas e não fissuradas da viga no lugar da média das rigidezes.

$$\frac{1}{Ie} = \left(\frac{Mr}{Ma}\right)^m . \frac{1}{I_1} + \left[1 - \left(\frac{Mr}{Ma}\right)^m\right] . \frac{1}{I_2} \qquad (15)$$

Nesse método foi atribuído um valor de $m = 2$ na Equação (15), com base na equação de deflexão fornecida no Eurocode2. Esse valor garante com que a contribuição do enrijecimento de tensão dependa apenas do nível de carga aplicado ($\frac{Ma}{Mr}$).

É importante reforçar que para ambos os métodos de estudo, nesse trabalho, foram utilizados os mesmos valores de momento crítico e momento máximo para cada viga respectiva, com isso variou-se apenas a equação de momento de inercia equivalente, consequentemente o seu valor, para o cálculo das flechas imediatas. Que será descrito com mais detalhes no item de cálculo para o estudo de caso.

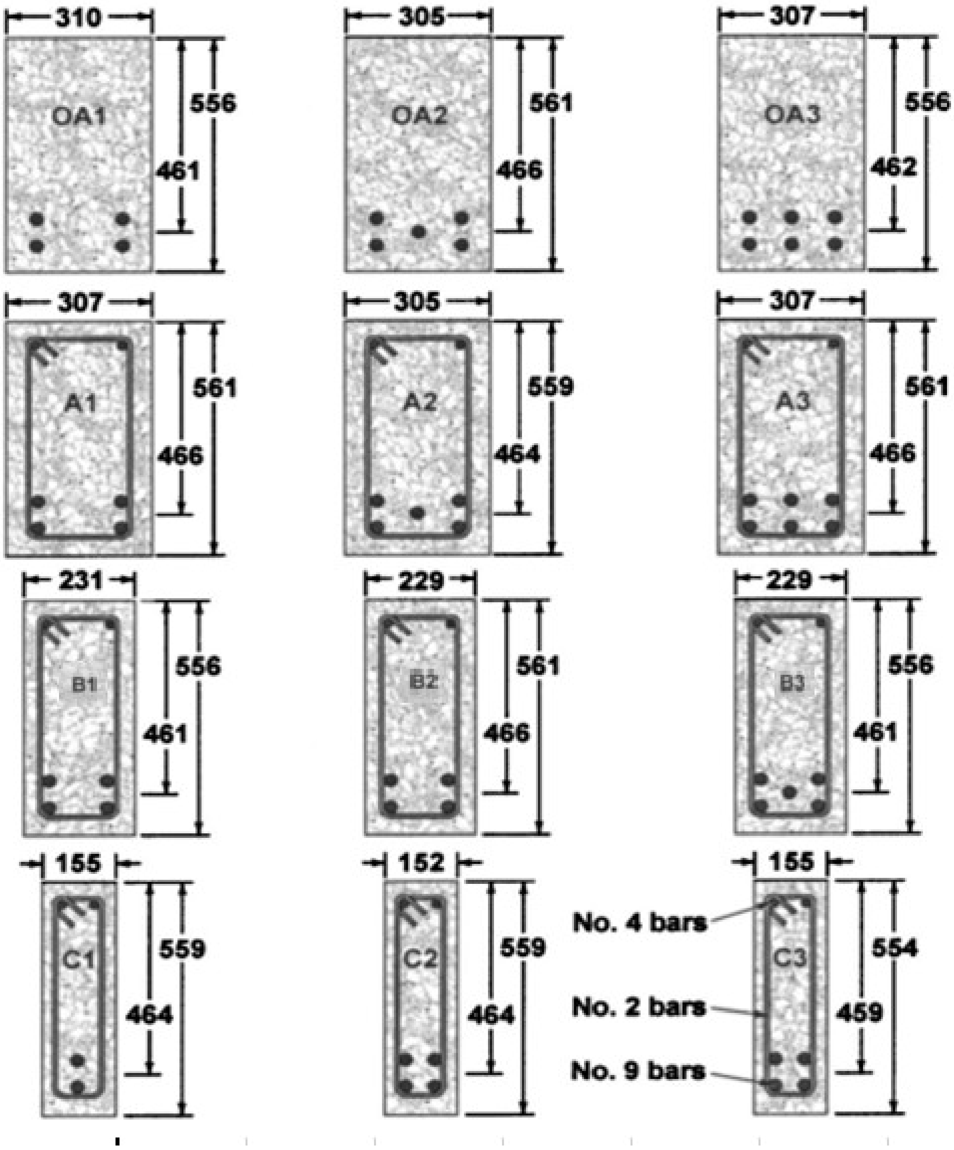
4 ESTUDO DE CASO

4.1 Apresentação dos detalhes das vigas de Bresler-Scordelis

Esse conjunto testado por Bresler e Scordelis tem como composição um total de 12 vigas, consistindo em quatro séries de três vigas cada; cada série difere-se quanto às dimensões das seções transversais, na quantidade da armadura longitudinal e de cisalhamento, no comprimento do vão como também na resistência do concreto. Para as barras longitudinais inferiores foram utilizadas barras com a numeração Nº 9, para as barras longitudinais superiores foram utilizadas a numeração Nº 4 e paras as armaduras de cisalhamento a numeração Nº 2. Como mostra a Figura (6) e Tabela (1). E as propriedades do material, com relação ao concreto, armadura longitudinal e armadura de cisalhamento estão resumidas na Tabela (2).

É importante salientar que essas vigas foram testadas em uma idade ainda muito jovem, já que seu estudo foi feito com apenas 13 dias de vida, de acordo com o material de FJ. Vecchio e W. Shim (2004). Isso fez com que fosse alterada nos cálculos os valores da resistência à compressão do concreto, deixando-a equivalente à sua idade, de acordo com a Equação (1) e (2) para todos os métodos aplicados.

Figura 6: Detalhes da seção transversal das vigas Bresler–Scordelis.



Fonte: FJ. Vecchio; W. Shim, 2004.

Tabela 1: Detalhes da seção transversal das vigas Bresler–Scordelis.

Viga	b (mm)	h (mm)	d (mm)	L (mm)	vão (mm)	Aço inf.	Aço sup.	Estribo
OA1	310	556	461	4,100	3,660	4 No. 9	—	—
OA2	305	561	466	5,010	4,570	5 No. 9	—	—
OA3	307	556	462	6,840	6,400	6 No. 9	—	—
A1	307	561	466	4,100	3,660	4 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 210
A2	305	559	464	5,010	4,570	5 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 210
A3	307	561	466	6,840	6,400	6 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 210
B1	231	556	461	4,100	3,660	4 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 190
B2	229	561	466	5,010	4,570	4 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 190
B3	229	556	461	6,840	6,400	5 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 190
C1	155	559	464	4,100	3,660	2 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 210
C2	152	559	464	5,010	4,570	4 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 210
C3	155	554	459	6,840	6,400	4 No. 9	2 No. 4	No. 2 at 210

Fonte: FJ. Vecchio; W. Shim, 2004.

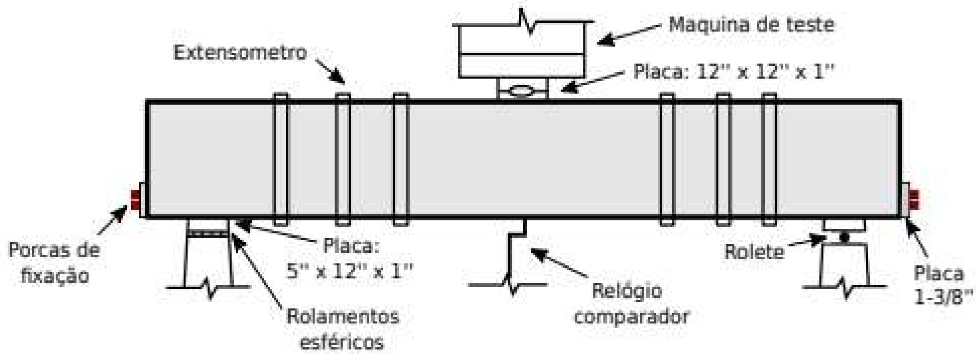
Tabela 2: Propriedades do Material das vigas Bresler–Scordelis.

Tamanho da barra	Propriedades do aço				
	Diâmetro (mm)	Área (mm^2)	f_y (MPa)	f_u (MPa)	E_s (MPa)
No. 2	6.4	32.2	325	430	190,000
No. 4	12.7	127	345	542	201,000
No. 9	28.7	645	555	933	218,000
Viga		Propriedades do concreto			
		fck (MPa)			f_{ct} (MPa)
OA1		22.6			3.97
OA2		23.7			4.34
OA3		37.6			4.14
A1		24.1			3.86
A2		24.3			3.73
A3		35.1			4.34
B1		24.8			3.99
B2		23.2			3.76
B3		38.8			4.22
C1		29.6			4.22
C2		23.8			3.93
C3		35.1			3.86

Fonte: FJ. Vecchio; W. Shim, 2004.

A configuração dos testes utilizada para realizar os experimentos é ilustrada esquematicamente na Figura (7). Todas as vigas foram submetidas a um carregamento concentrado de forma crescente e controlado no meio do vão. Esse carregamento foi feito com adição de 40 KN por estágio de carga, até um ponto próximo do último, e então um incremento de 20 KN até que a falha ocorresse.

Figura 7: Configuração dos testes das vigas Bresler–Scordelis.



Fonte: FJ. Vecchio; W. Shim, 2004.

Os gráficos de Força x Deslocamento para o estudo comparativo de cada viga foi obtido com precisão a partir do *software digitizer*, com ele é possível extrair vários pontos com seus respectivos valores de qualquer imagem. Com isso, foram obtidos os dados a partir das imagens baseado no estudo de FJ Vecchio e W. Shim (2004). Com esses dados, foi obter curvas analíticas em um gráfico de Força x Deslocamento para cada uma das 12 vigas em estudo, que serviram de base para todo trabalho comparativo.

4.2 Cálculo e comparação das flechas das vigas em estudo

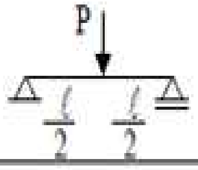
No presente estudo comparativo, as estimativas analíticas de carga-deflexão obtidas a partir das abordagens de Branson (1965), e de Bischoff (2005) serão comparadas com os resultados das curvas experimentais das vigas de Bresler-Scordelis, os dados foram obtidos variando gradativamente cargas pontuais no meio do vão para cada viga biapoiada.

Para ambos os métodos se utilizou o mesmo memorial de cálculo, acompanhou-se os passos apresentados na revisão bibliográfica baseados na NBR 6118. Variou-se apenas a equação final de inercia equivalente, a descrita por Branson (1965) e por Bischoff (2005). Através dessa mudança, foi possível comparar e analisar a diferença nos valores de deformações para as 12 vigas de Bresler-Scordelis.

A disposição final e padrão para todas as vigas deu-se da seguinte maneira, uma viga biapoiada com carga concertada no centro (Figura 8), variando-se sua carga de maneira crescente; o acréscimo por ponto foi de 5KN. Para carga inicial nas curvas em estudo, utilizou-se a carga crítica (Pr), obtida a partir da Equação (16), já que o estudo busca analisar a vigas no seu estádio II. Valor esse, adquirido a partir do momento crítico de cada viga.

$$P_r = \frac{4M_r}{L} \qquad (16)$$

Figura 8: Deslocamentos em vigas.

DESLOCAMENTOS ELÁSTICOS EM VIGAS				
CASO	VINCULAÇÃO E CARREGAMENTO	FLECHA		EQUAÇÃO DA ELÁSTICA
		w_{max}	X	
9		$\frac{1}{48}\frac{P\ell^3}{EI}$	$0{,}5\ell$	$\frac{P\ell^3\alpha}{48EI}\left(-4\alpha^2+3\right)$ (**)

Fonte: Isnard; Grekow; Mrozowicz, 1971 e Schiel, 1976.

Com a carga crítica (Pr) de cada viga e com o valor do momento de inércia equivalente para cada método através das equações (14) e (15). Foi possível obter a flecha de vários pontos, gerando gráficos de Força x Deslocamento que podem ser comparados entre si adjuntos aos gráficos experimentais extraídos, a partir da equação (17).

$$a_i = \frac{Pr\,L^3}{48E_{cs}I_{eq}} \qquad (17)$$

No geral, o comparativo entre a equação de Branson e Bischoff, tratando-se dos valores das flechas, e seus resultados foram bastante próximos para todas as vigas estudadas. É fácil afirmar isso, ao visualizar todos os gráficos de Força x Deslocamento nos tópicos das vigas logo abaixo. Em muitos trechos as curvas analíticas dos métodos ficam sobrepostas ou com bastante proximidade nos pontos. Essa proximidade nas deformações pode ser explicada e analisada em seguida.

Os resultados a partir delas trouxeram resultados muito próximos e satisfatórios quando analisados entre si. Isso explica o motivo da equação de Branson (1965), por mais antiga que seja quando se comparada ao ano de estudo de Bischoff (2005), ainda estar em vigor em várias normas mundiais para o cálculo de flechas em vigas de concreto armado. Inclusive na norma brasileira, a NBR 6118.

Para o estudo de caso, os primeiros pontos iniciaram-se a partir do ponto de carga crítica (Pr) equivalente de cada viga, isso explica o primeiro salto inicial para todos os gráficos.

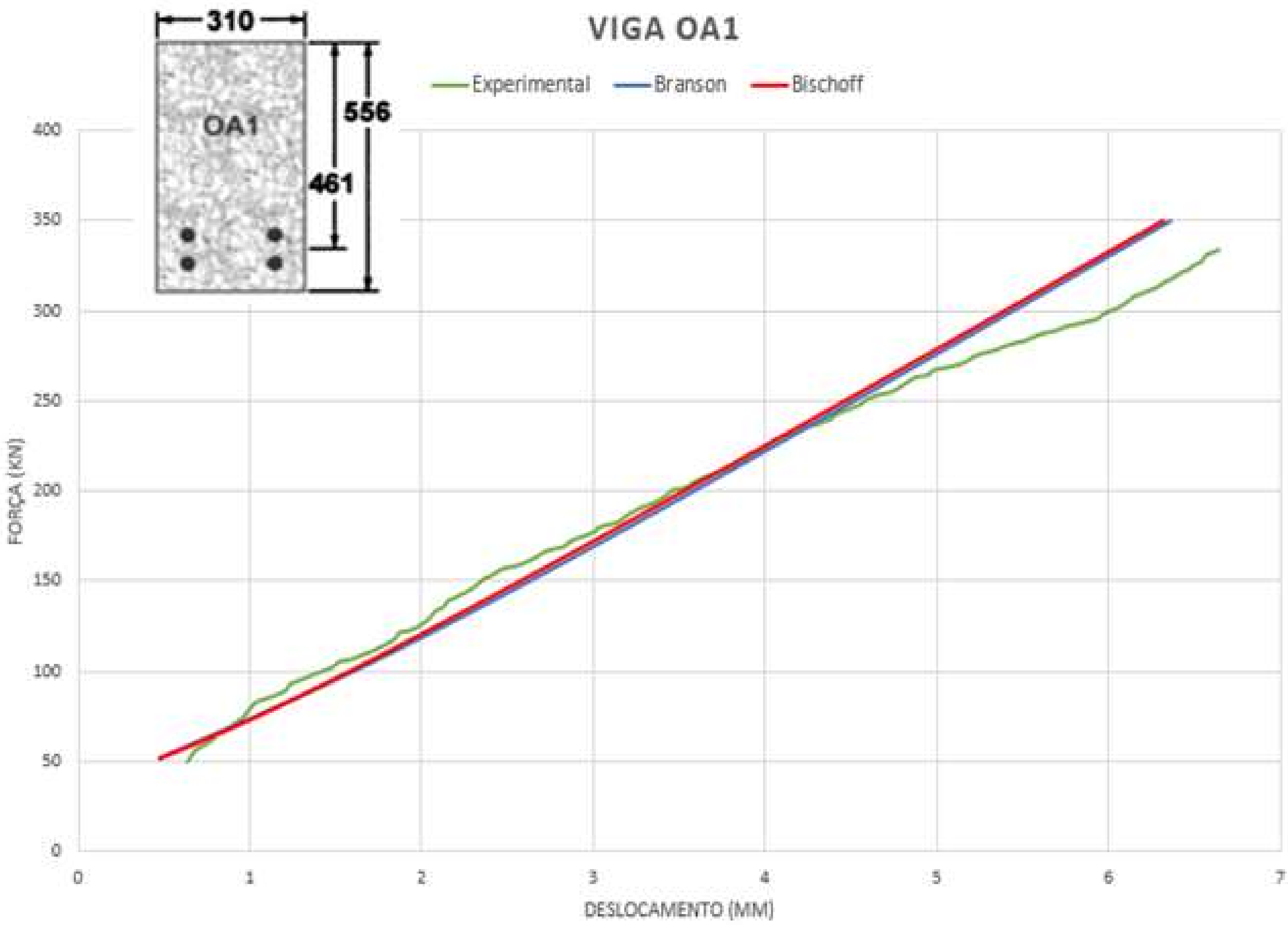
a) **Viga OA1**

Tabela 3: Dados da Viga OA1.

<table>
<tr><td colspan="7">CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)</td></tr>
<tr><td colspan="7">Dados da Viga OA1</td></tr>
<tr><td>bw (cm)</td><td colspan="2">h (cm)</td><td>d (cm)</td><td>L (cm)</td><td>E_{ci} (Mpa)</td><td>E_{cs} (Mpa)</td></tr>
<tr><td>31</td><td colspan="2">55,6</td><td>46,1</td><td>366</td><td>25115,23522</td><td>21355,10778</td></tr>
<tr><td colspan="4">Calculo de Inércia no Estádio 1</td><td colspan="2">Calculo de Inércia no Estádio 2</td><td>β_1 0,89</td></tr>
<tr><td>α_e</td><td colspan="2">x_1 (cm)</td><td>I_1 (cm4)</td><td>X2(cm)</td><td>I2 (cm4)</td><td>fck (Mpa)= 22,6</td></tr>
<tr><td>10,21</td><td colspan="2">30,02</td><td>514136,2866</td><td>20,78</td><td>262094,6294</td><td>fc13 (Mpa)= 20,144</td></tr>
<tr><td colspan="2">Armadura</td><td colspan="5">Momento de Fissuração</td></tr>
<tr><td>A_s (cm²)</td><td>E_s(GPa)</td><td>α</td><td>f_{ct} (KN/cm²)</td><td>y_t (cm)</td><td>M_r (KNcm)</td><td>P_r (KN)</td></tr>
<tr><td>25,88</td><td>218</td><td>1,5</td><td>0,155</td><td>25,58</td><td>**4683,13**</td><td>**51,18**</td></tr>
</table>

Fonte: Autor, 2023.

Figura 9: Gráfico comparativo para Viga OA1 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

b) Viga OA2

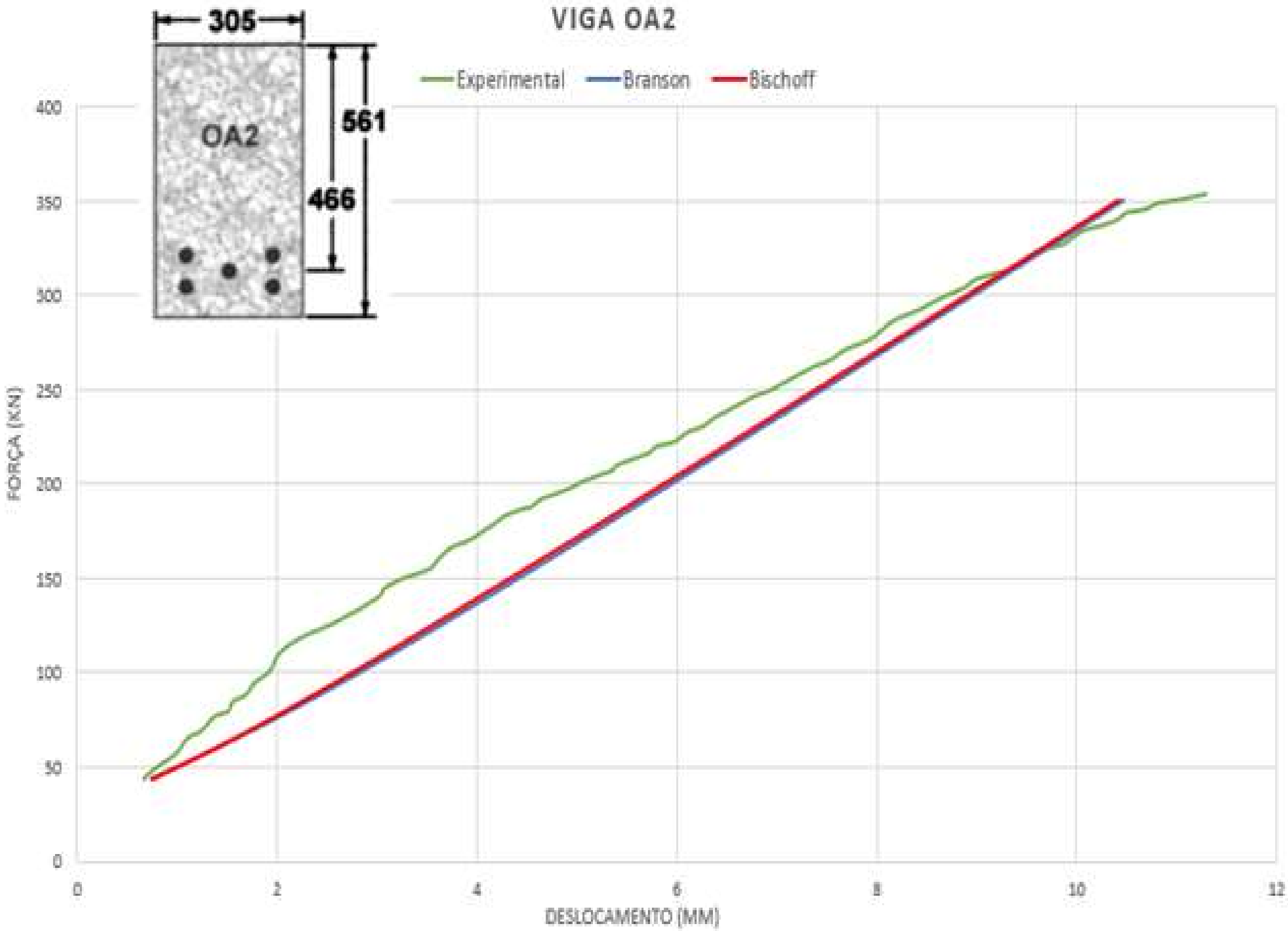
Tabela 4: Dados da Viga OA2.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)					
Dados da Viga OA2					
bw (cm)	h (cm)	d (cm)	L (cm)	E_{ci} (Mpa)	E_{cs} (Mpa)
30,5	56,1	46,6	457	25719,18506	21931,58497
Calculo de Inércia no Estádio 1			Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 0,89
α_e	x_1 (cm)	I_1 (cm4)	X2(cm)	*I2* (cm4)	fck (Mpa)= 23,7
9,94	30,73	533881,5419	22,53	302568,5598	fc13 (Mpa)= 21,093

Armadura		Momento de Fissuração				
A_s (cm²)	E_s(GPa)	α	f_{ct} (KN/cm²)	y_t (cm)	M_r (KNcm)	P_r (KN)
32,35	218	1,5	0,16	25,37	**5060,92**	**44,3**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 10: Gráfico comparativo para Viga OA2 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

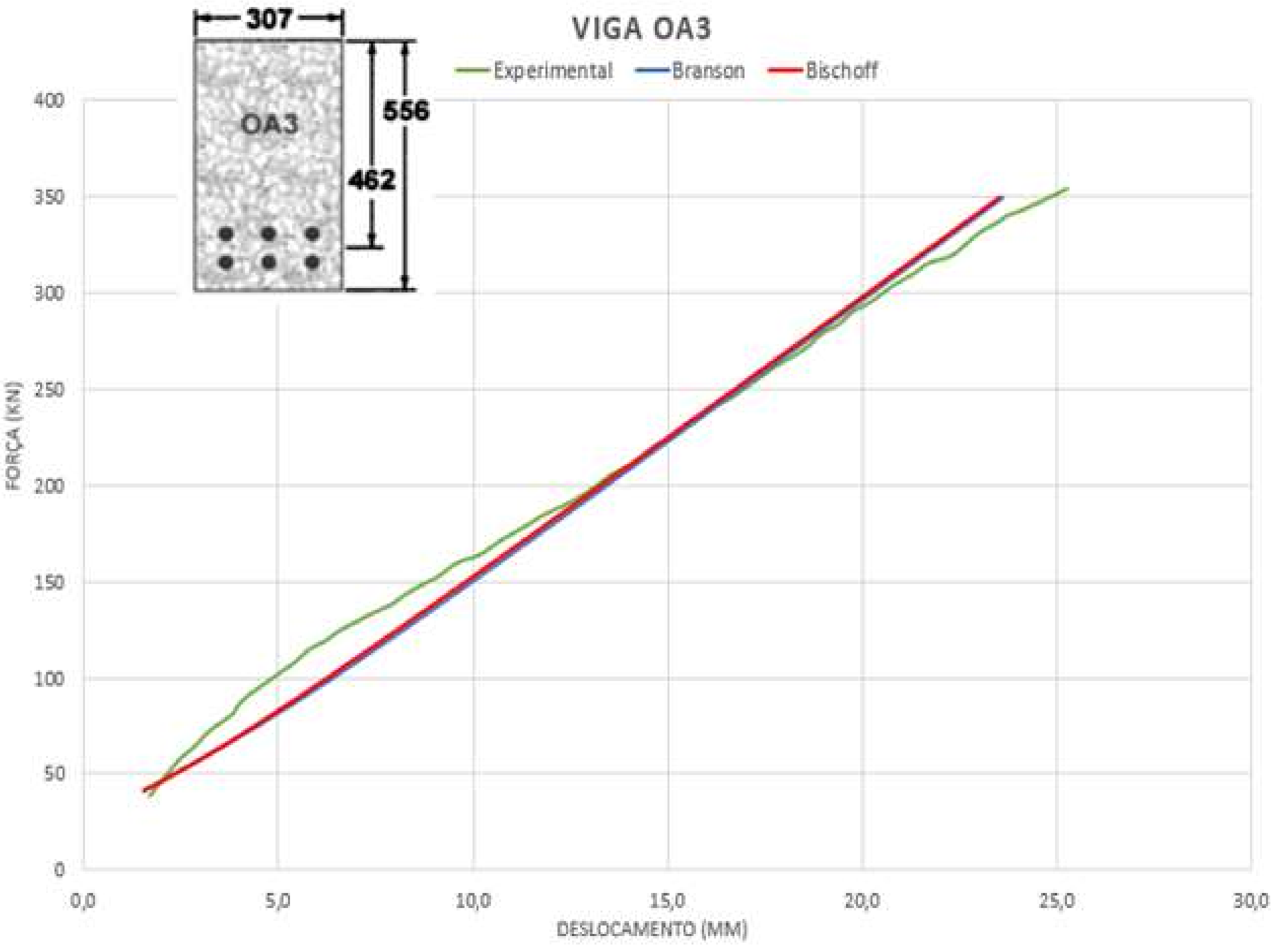
c) Viga OA3

Tabela 5: Dados da Viga OA3.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)						
Dados da Viga OA3						
bw (cm)	**h (cm)**	**d (cm)**	**L (cm)**	E_{ci} **(Mpa)**	E_{cs} **(Mpa)**	
30,7	55,6	46,2	640	32394,92306	28626,09771	
Calculo de Inércia no Estádio 1			Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 **0,89**	
α_e	x_1 **(cm)**	I_1 **(cm4)**	**X2(cm)**	***I2* (cm4)**	**fck (Mpa)= 37,6**	
7,62	30,21	515300,7313	21,72	282019,6435	**fc13 (Mpa)= 33,464**	
Armadura		**Momento de Fissuração**				
A_s **(cm²)**	E_s**(GPa)**	α	f_{ct} **(KN/cm²)**	y_t **(cm)**	M_r **(KNcm)**	P_r **(KN)**
38,82	218	1,5	0,218	25,39	**6637,9**	**41,49**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 11: Gráfico comparativo para Viga OA3 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

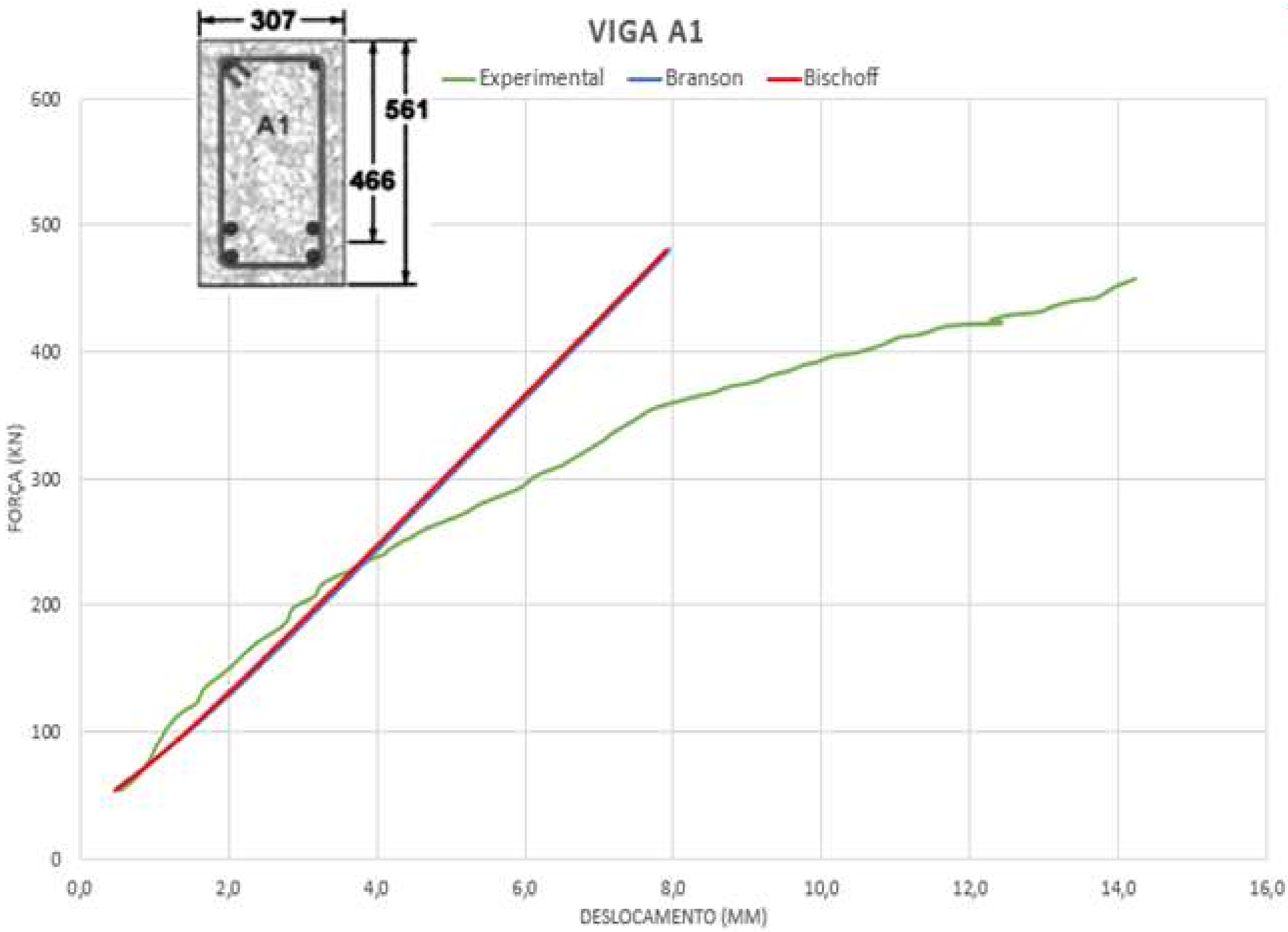
d) Viga A1

Tabela 6: Dados da Viga A1.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)						
Dados da Viga A1						
bw (cm)	h (cm)		d (cm)	L (cm)	E_{ci} (Mpa)	E_{cs} (Mpa)
30,7	56,1		46,6	366	25935,31646	22138,96968
Calculo de Inércia no Estádio 1				Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 0,89
α_e	x_1 (cm)		I_1 (cm4)	X2(cm)	*I2* (cm4)	fck (Mpa)= 24,1
9,85	30,41		527191,2715	21,42	278004,7112	fc13 (Mpa)= 21,449
Armadura		Momento de Fissuração				
A_s (cm²)	E_s(GPa)	α	f_{ct}(KN/cm²)	y_t (cm)	M_r (KNcm)	P_r (KN)
28,42	218	1,5	0,162	25,69	**4990,81**	**54,54**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 12: Gráfico comparativo para Viga A1 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

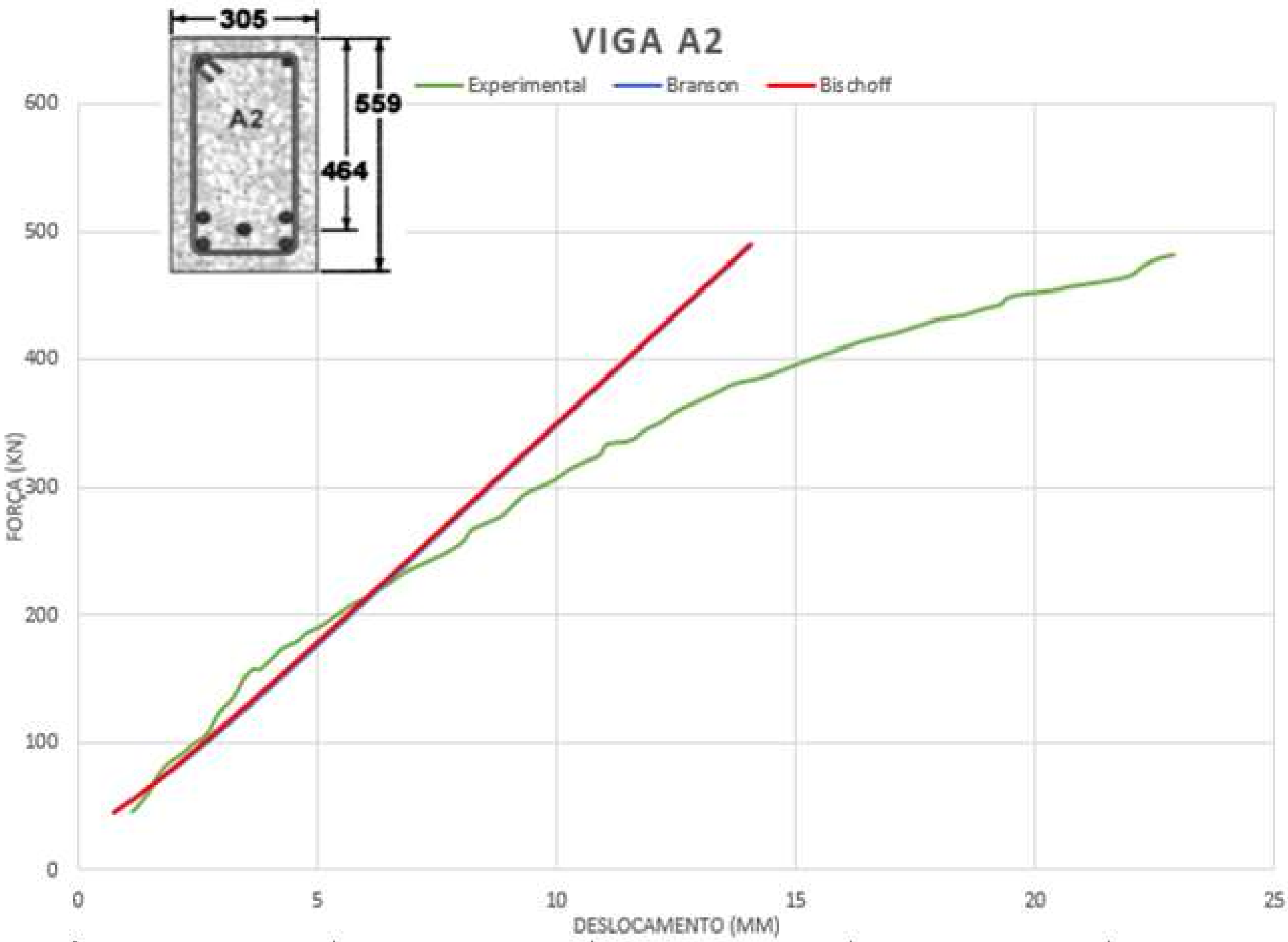
e) Viga A2

Tabela 7: Dados da Viga A2.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)						
Dados da Viga A2						
bw (cm)	**h (cm)**		**d (cm)**	**L (cm)**	E_{ci} **(Mpa)**	E_{cs} **(Mpa)**
30,5	55,9		46,4	457	26042,70954	22242,23183
Calculo de Inércia no Estádio 1				Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 **0,89**
α_e	x_1 **(cm)**		I_1 **(cm4)**	**X2(cm)**	***I2*** **(cm4)**	**fck (Mpa)= 24,3**
9,8	30,77		532545,7885	22,94	310938,9947	**fc13 (Mpa)= 21,627**
Armadura		**Momento de Fissuração**				
A_s **(cm²)**	E_s **(GPa)**	α	f_{ct} **(KN/cm²)**	y_t **(cm)**	M_r **(KNcm)**	P_r **(KN)**
34,89	218	1,5	0,163	25,13	**5180,84**	**45,35**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 13: Gráfico comparativo para Viga A2 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

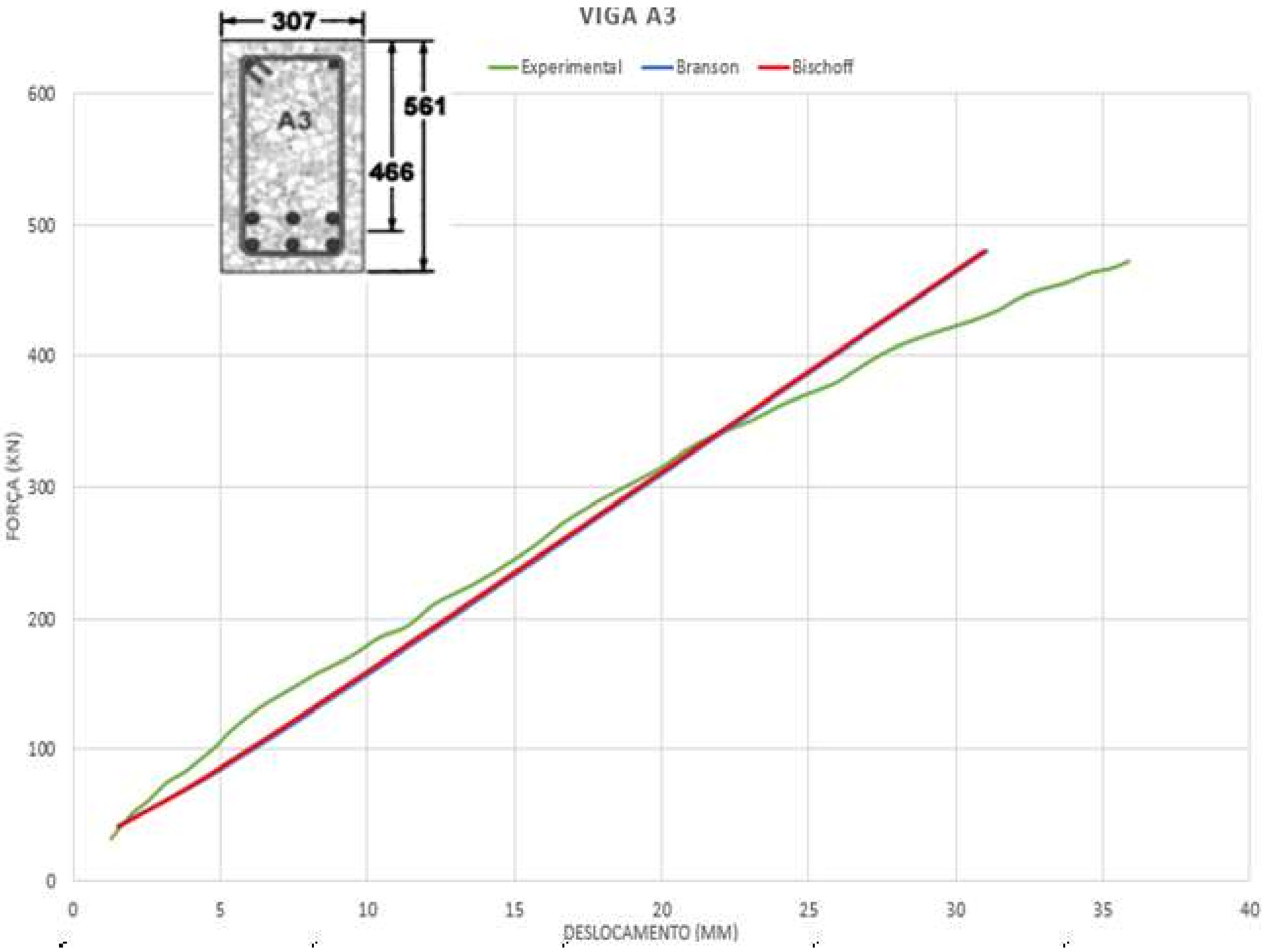
f) Viga A3

Tabela 8: Dados da Viga A3.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)						
Dados da Viga A3						
bw (cm)	h (cm)	d (cm)	L (cm)	E_{ci} (Mpa)	E_{cs} (Mpa)	
30,7	56,1	46,6	640	31299,44153	27483,96136	
Calculo de Inércia no Estádio 1			Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 0,89	
α_e	x_1 (cm)	I_1 (cm4)	X2(cm)	*I2* (cm4)	fck (Mpa)= 35,1	
7,93	30,7	536271,5435	22,63	307088,5599	fc13 (Mpa)= 31,239	
Armadura		Momento de Fissuração				
A_s (cm²)	E_s(GPa)	α	f_{ct}(KN/cm²)	y_t (cm)	M_r (KNcm)	P_r (KN)
41,36	218	1,5	0,208	25,4	**6595,99**	**41,22**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 14: Gráfico comparativo para Viga A3 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

g) Viga B1

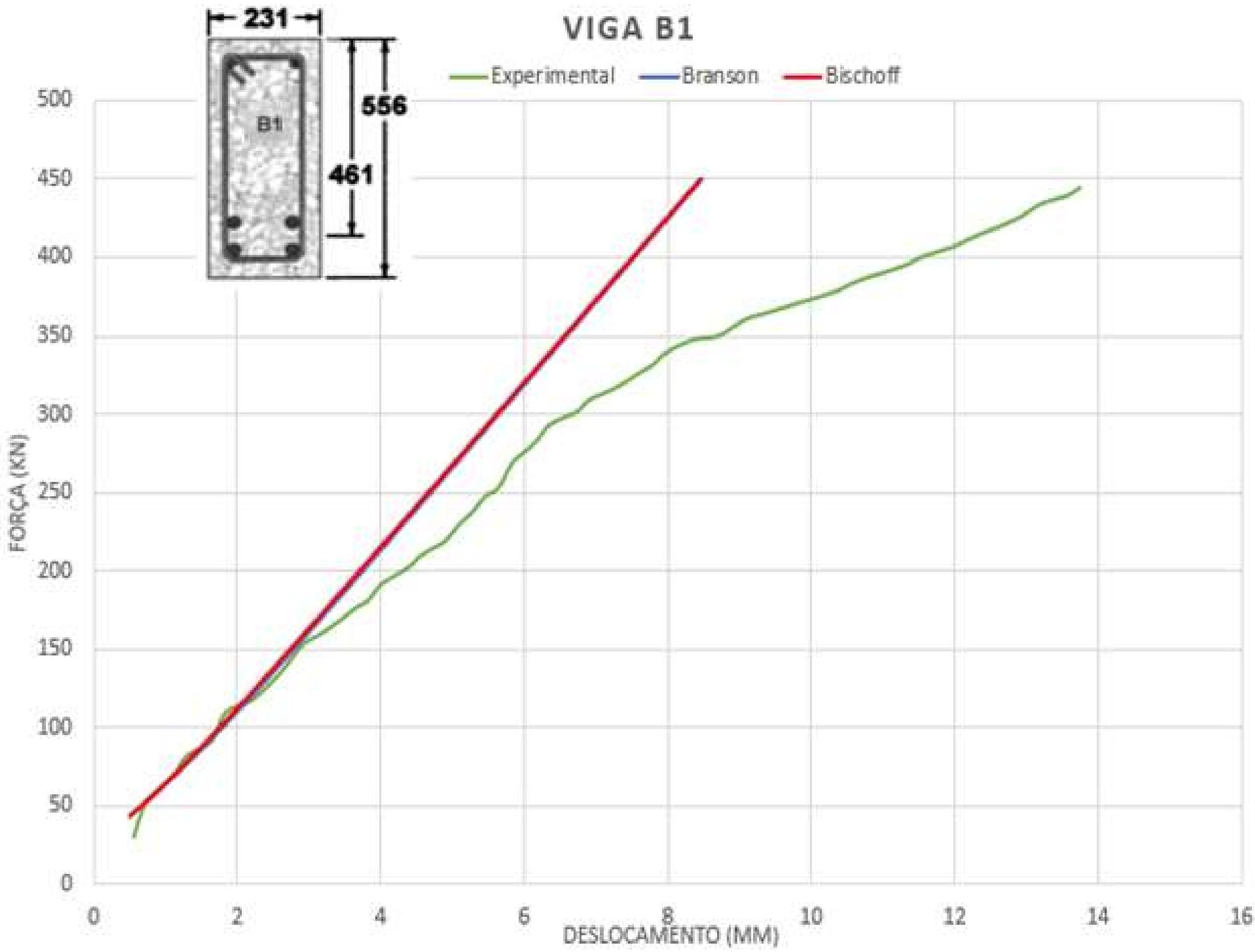
Tabela 9: Dados da Viga B1.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)					
Dados da Viga B1					
bw (cm)	h (cm)	d (cm)	L (cm)	E_{ci} (Mpa)	E_{cs} (Mpa)
23,1	55,6	46,1	366	26309,27441	22499,16529
Calculo de Inércia no Estádio 1			Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 0,89
α_e	x_1 (cm)	I_1 (cm4)	X2(cm)	*I2* (cm4)	fck (Mpa)= 24,8
9,69	30,75	400232,0099	23,31	240547,3446	fc13 (Mpa)= 22,072

Armadura		Momento de Fissuração				
A_s (cm²)	E_s(GPa)	α	f_{ct}(KN/cm²)	y_t (cm)	M_r (KNcm)	P_r (KN)
28,42	218	1,5	0,165	24,85	**3992,19**	**43,63**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 15: Gráfico comparativo para Viga B1 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

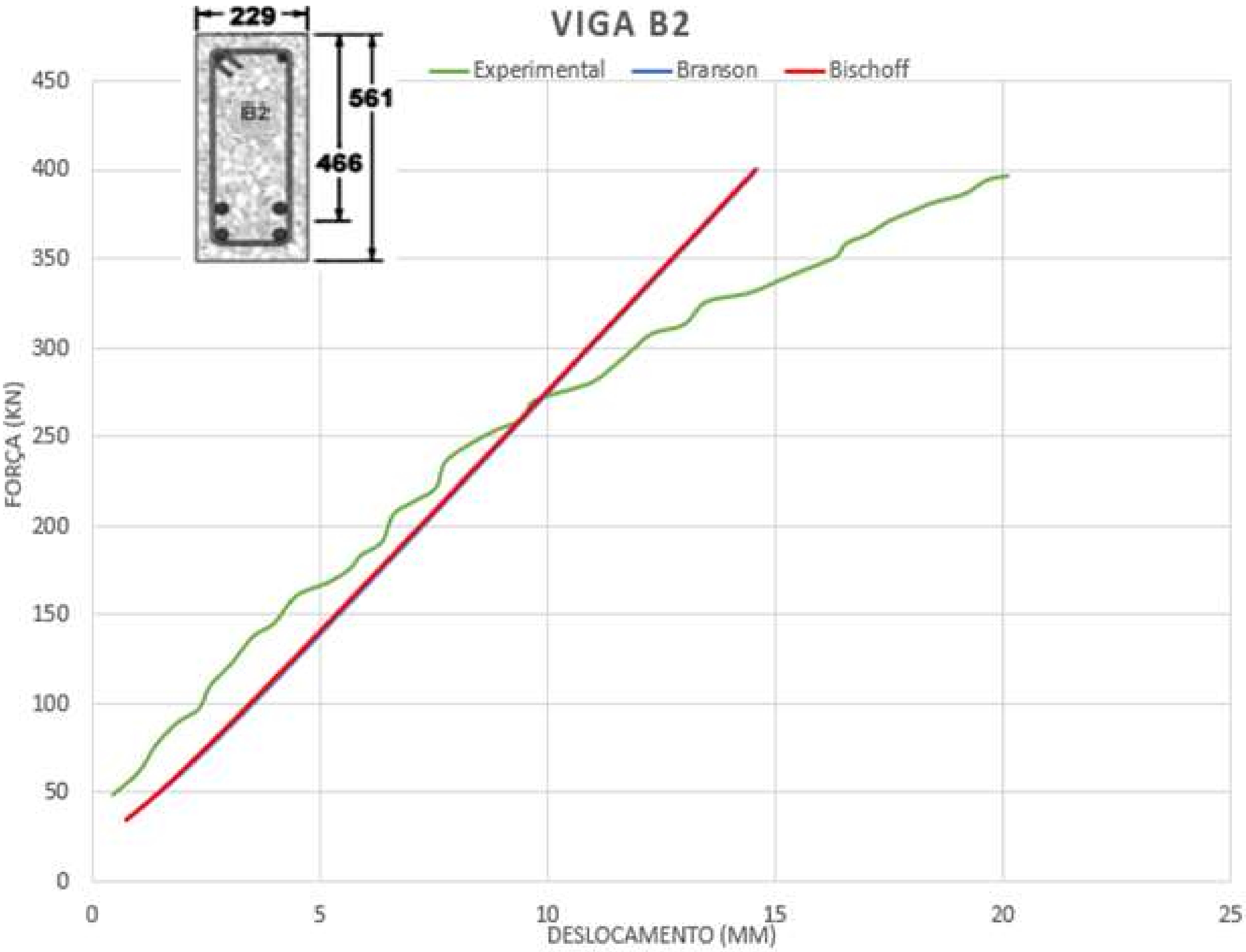
h) Viga B2

Tabela 10: Dados da Viga B2.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)						
Dados da Viga B2						
bw (cm)	h (cm)		d (cm)	L (cm)	E_{ci} (Mpa)	E_{cs} (Mpa)
22,9	56,1		46,6	457	25446,43944	21670,69675
Calculo de Inércia no Estádio 1				Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 0,89
α_e	x_1 (cm)		I_1 (cm4)	X2(cm)	I2 (cm4)	fck (Mpa)= 23,2
10,06	31,15		410738,3962	23,84	251525,8019	fc13 (Mpa)= 20,648
Armadura		Momento de Fissuração				
A_s (cm²)	E_s(GPa)	α	f_{ct}(KN/cm²)	y_t (cm)	M_r (KNcm)	P_r (KN)
28,42	218	1,5	0,158	24,95	**3902,47**	**34,16**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 16: Gráfico comparativo para Viga B2 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023

i) Viga B3

Tabela 11: Dados da Viga B3.

<table>
<tr><td colspan="7">CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)</td></tr>
<tr><td colspan="7">Dados da Viga B3</td></tr>
<tr><td>bw (cm)</td><td colspan="2">h (cm)</td><td>d (cm)</td><td>L (cm)</td><td>E_{ci} (Mpa)</td><td>E_{cs} (Mpa)</td></tr>
<tr><td>22,9</td><td colspan="2">55,6</td><td>46,1</td><td>640</td><td>32907,80333</td><td>29167,17333</td></tr>
<tr><td colspan="4">Calculo de Inércia no Estádio 1</td><td colspan="2">Calculo de Inércia no Estádio 2</td><td>β_1 0,89</td></tr>
<tr><td>α_e</td><td colspan="2">x_1 (cm)</td><td>I_1 (cm4)</td><td>X2(cm)</td><td>I2 (cm4)</td><td>fck (Mpa)= 38,8</td></tr>
<tr><td>7,47</td><td colspan="2">30,56</td><td>392251,5425</td><td>22,96</td><td>232024,6074</td><td>fc13 (Mpa)= 34,532</td></tr>
<tr><td colspan="2">Armadura</td><td colspan="5">Momento de Fissuração</td></tr>
<tr><td>A_s (cm²)</td><td>E_s(GPa)</td><td>α</td><td>f_{ct}(KN/cm²)</td><td>y_t (cm)</td><td>M_r (KNcm)</td><td>P_r (KN)</td></tr>
<tr><td>34,89</td><td>218</td><td>1,5</td><td>0,223</td><td>25,04</td><td>5232,11</td><td>32,7</td></tr>
</table>

Fonte: Autor, 2023.

Figura 17: Gráfico comparativo para Viga B3 (Força X Deslocamento).

Fonte: Autor, 2023.

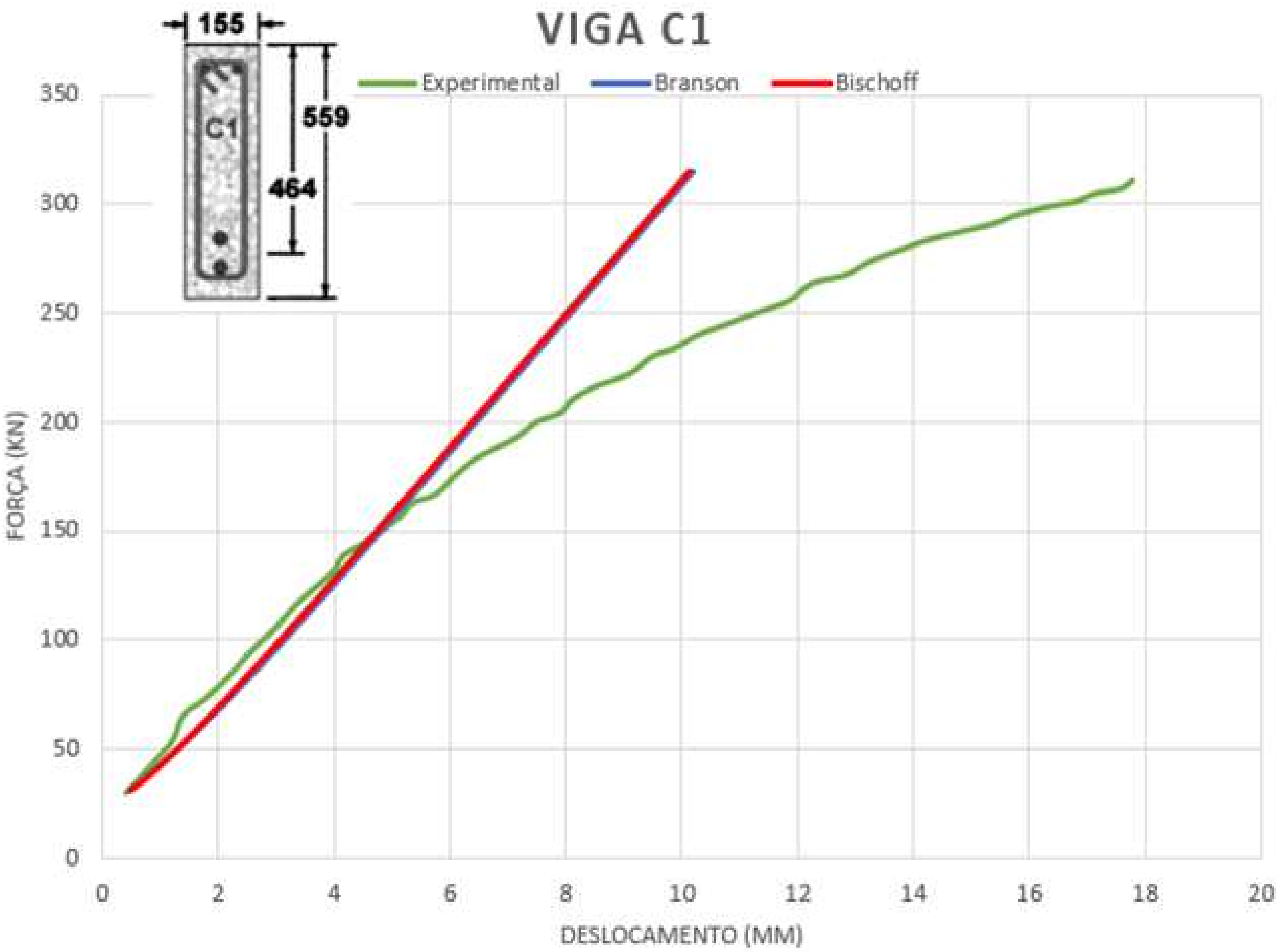
j) Viga C1

Tabela 12: Dados da Viga C1.

<table>
<tr><td colspan="7">CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)</td></tr>
<tr><td colspan="7">Dados da Viga C1</td></tr>
<tr><td>bw (cm)</td><td colspan="2">h (cm)</td><td>d (cm)</td><td>L (cm)</td><td>E_{ci} (Mpa)</td><td>E_{cs} (Mpa)</td></tr>
<tr><td>15,5</td><td colspan="2">55,9</td><td>46,6</td><td>366</td><td>28742,78762</td><td>24887,23009</td></tr>
<tr><td colspan="4">Calculo de Inércia no Estádio 1</td><td colspan="2">Calculo de Inércia no Estádio 2</td><td>β_1 0,89</td></tr>
<tr><td>α_e</td><td colspan="2">x_1 (cm)</td><td>I_1 (cm4)</td><td>X2(cm)</td><td>I2 (cm4)</td><td>fck (Mpa)= 29,6</td></tr>
<tr><td>8,76</td><td colspan="2">30,01</td><td>258525,2123</td><td>20,33</td><td>126879,3506</td><td>fc13 (Mpa)= 26,344</td></tr>
<tr><td colspan="2">Armadura</td><td colspan="5">Momento de Fissuração</td></tr>
<tr><td>A_s (cm²)</td><td>E_s(GPa)</td><td>α</td><td>f_{ct}(KN/cm²)</td><td>y_t (cm)</td><td>M_r (KNcm)</td><td>P_r (KN)</td></tr>
<tr><td>14,02</td><td>218</td><td>1,5</td><td>0,186</td><td>25,89</td><td>2784,65</td><td>30,43</td></tr>
</table>

Fonte: Autor, 2023.

Figura 18: Gráfico comparativo para Viga C1 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

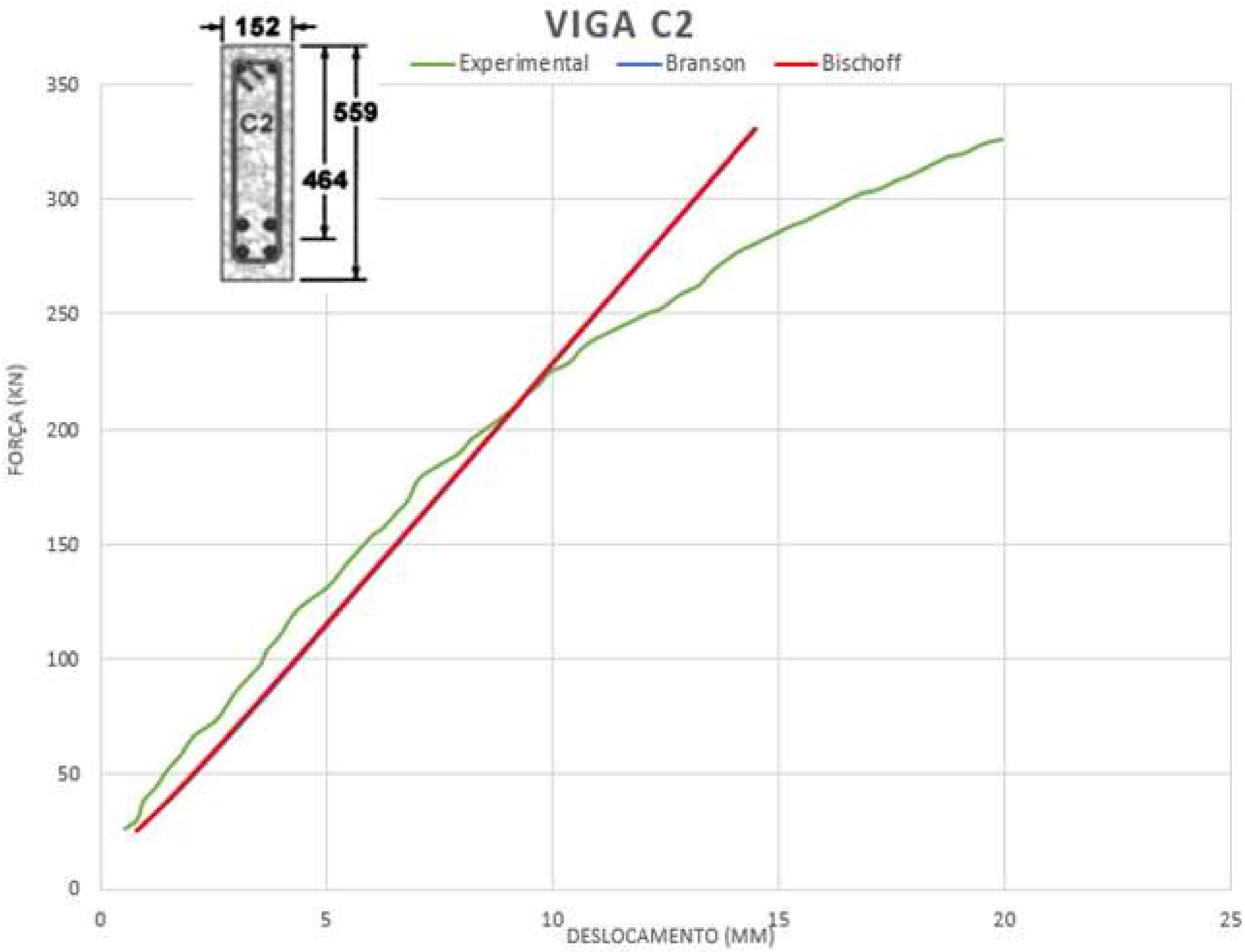
k) Viga C2

Tabela 13: Dados da Viga C2.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)						
Dados da Viga C2						
bw (cm)	h (cm)		d (cm)	L (cm)	E_{ci} (Mpa)	E_{cs} (Mpa)
15,2	55,9		46,4	457	25773,38783	21983,54001
Calculo de Inércia no Estádio 1				Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 0,89
α_e	x_1 (cm)		I_1 (cm4)	X2(cm)	*I2* (cm4)	fck (Mpa)= 23,8
9,92	32,19		287701,6097	26,89	205787,9989	fc13 (Mpa)= 21,182
Armadura		Momento de Fissuração				
A_s (cm²)	E_s(GPa)	α	f_{ct} (KN/cm²)	y_t (cm)	M_r (KNcm)	P_r (KN)
28,42	218	1,5	0,161	23,71	**2925,97**	**25,61**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 19: Gráfico comparativo para Viga C2 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

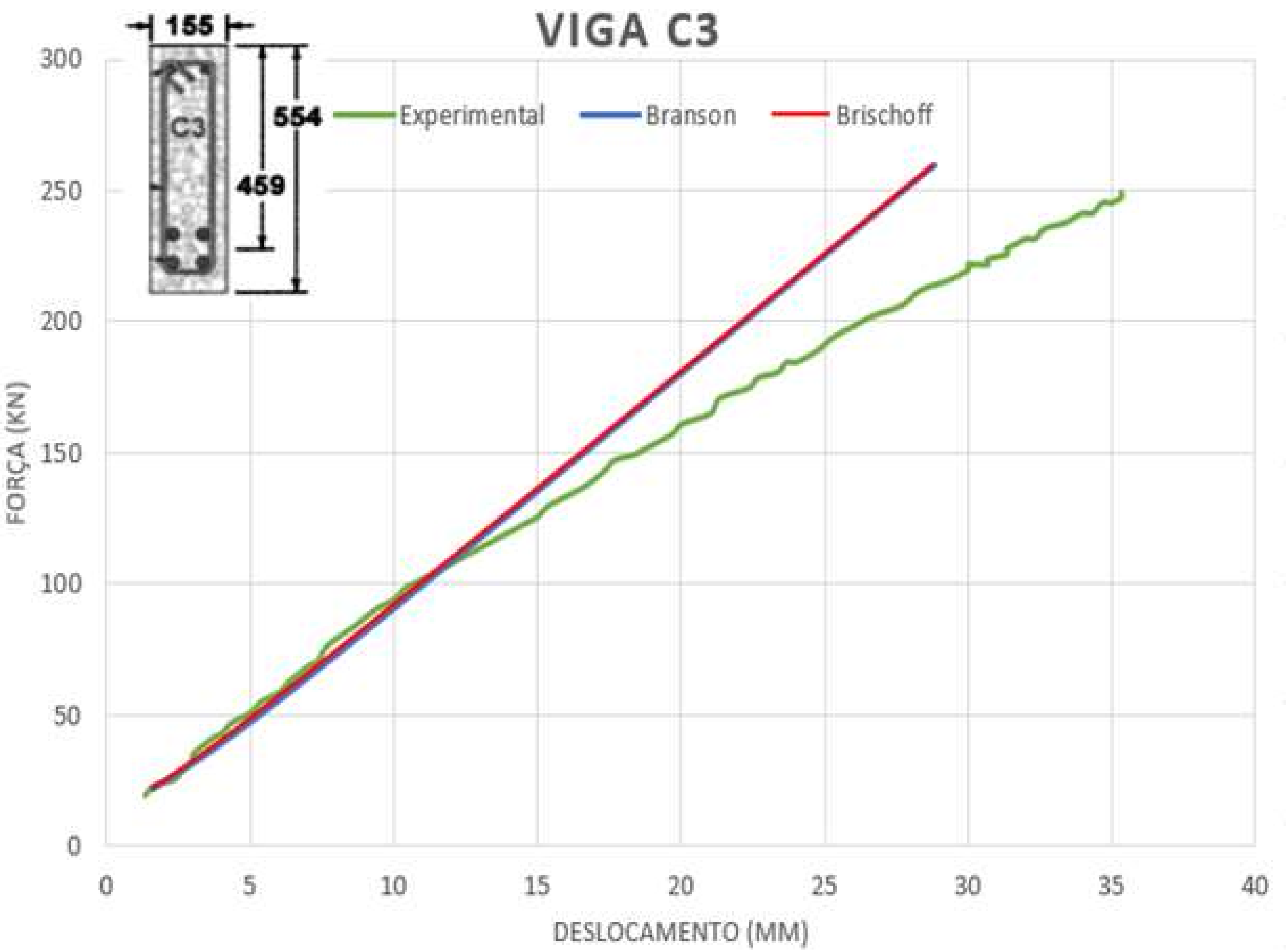
l) Viga C3

Tabela 14: Dados da Viga C3.

CÁLCULO DO MOMENTO DE FISSURAÇÃO E CARGA CRÍTICA (P_r)						
Dados da Viga C3						
bw (cm)	h (cm)		d (cm)	L (cm)	E_{ci} (Mpa)	E_{cs} (Mpa)
15,5	55,4		45,9	640	31299,44153	27483,96136
Calculo de Inércia no Estádio 1				Calculo de Inércia no Estádio 2		β_1 0,89
α_e	x_1 (cm)		I_1 (cm4)	X2(cm)	*I2* (cm4)	fck (Mpa)= 35,1
7,93	31,1		272702,4115	24,78	179168,228	fc13 (Mpa)= 31,239
Armadura		Momento de Fissuração				
A_s (cm²)	E_s(GPa)	α	f_{ct}(KN/cm²)	y_t (cm)	M_r (KNcm)	P_r (KN)
28,42	218	1,5	0,208	24,3	**3505,84**	**21,91**

Fonte: Autor, 2023.

Figura 20: Gráfico comparativo para Viga C3 (Força X Deslocamento).



Fonte: Autor, 2023.

Percebe-se que para todas as séries das vigas estudadas, ficou comprovado que um dos fatores principais que influenciam para o aumento do deslocamento geral é o comprimento do vão. O mesmo acontece para a carga concentrada no meio do vão, já que aumenta os valores nos momentos fletores atuantes. Isso é perceptível não só pela análise dos gráficos, mas também a partir da equação de flecha (16) para vigas biapoiadas com carga concentrada no meio do vão.

Enquanto a inércia equivalente é inversamente proporcional aos valores finais das flechas. À medida que aumenta a carga, seu valor decresce. Dessa forma, traz-se coerência na base dos dados de cálculo em vista os dados experimentais.

No estudo, notou-se que os melhores resultados foram para a primeira série OA, além disso as vigas apresentaram uma baixa carga de ruptura. Como percebe-se em suas seções transversais na figura (6), elas não possuem estribos e provavelmente falham por cisalhamento.

As vigas com terminação 3 (A3, B3, C3) também apresentam ótimos resultado; A viga B3 e C3 falham em carga mais baixas, e as três vigas, com terminação 3, possivelmente falham por flexão.

As vigas terminadas em 1 e 2, excluindo do intervalo a série OA, não apresentam resultado tão bons; tendo em vista a carga de ruptura, essas vigas falham com cargas mais elevadas, todas possuem estribos e possivelmente elas falham por cisalhamento.

As curvas experimentais das vigas A1, A2, B1 e C1 não estão de acordo com as curvas analíticas dos métodos de Branson e Bischoff. Ambos os métodos estimaram respostas que são muito mais rígidas do que as respostas reais dessas vigas. Ilker Kalkan (2013) afirma que a discrepância entre as curvas analíticas e experimentais desses corpos de prova pode ter sido causada pela presença de trincas de retração contida nessas vigas. Devido à presença de trincas de retração por exemplo, ou outros fatores, não atingiram a resposta da viga não fissurada mesmo nos estágios iniciais de carregamento. As porções iniciais das curvas experimentais de carga e deflexão das vigas A1, A2, B1 e C1 são coincidentes com as linhas analíticas correspondentes à resposta totalmente fissurada, evidenciando a influência das fissuras de retração contidas no comportamento de flexão no plano de vigas de concreto.

As curvas experimentais das vigas OA1, OA2, OA3, B3 se aproximam bastante das curvas analíticas dos métodos de Branson e Bischoff, ou seja, elas correspondem bem a resposta da viga fissurada ou não, desde o estágio do ponto de carga crítica, apresentando comportamentos satisfatórios.

As curvas experimentais das vigas C2 também acaba “escapando” um pouco das curvas analíticas, como a C1, essa série provavelmente possa ter divergido devido a sua esbeltez quando comparada as outras séries das vigas. A partir do meio do gráfico dessas vigas, as flechas para as equações de Branson e Bischoff agem de forma mais rígida, ou seja, seus deslocamentos são menores que os experimentais quando se comparados para no mesmo ponto de carga.

A curva experimental da viga B2, tem um comportamento atípico no trabalho quando comparado ao comportamento geral das outras vigas. Ela possui uma rigidez maior, com deslocamentos menores, quando comparada as curvas analíticas, até um certo ponto (ponto de carga = 260KN). Logo em seguida o padrão inverte e ela torna-se menos rígida, apresentando um comportamento final parecido com as vigas C1 e C2.

Do ponto de vista numérico, os valores das flechas entre os métodos foram muito próximos, tornando os dois métodos, tanto o de Branson quanto o de Bischoff, satisfatórios. Portanto, fica comprovado a valia de ambas as equações para o cálculo de flechas imediatas em vigas biapoiadas de concreto armado.

A situação principal que gerou essa grande proximidade entre as curvas das equações de Bischoff e Branson, se deu pela pequena variação nos resultados do momento de inércia equivalente, os resultados mudam, mas são muito próximos. Como essa era a única variável que mudava durante o trabalho, ou seja, era o único valor que iria influenciar na equação de flecha (16).

5 CONCLUSÃO

Este trabalho procurou através de duas diferentes equações de momento de inércia equivalente, a de Branson (1965) e Bischoff (2005), comparar e discutir os seus resultados para o cálculo de flechas em vigas biapoiadas de concreto armado. por meio de curvas experimentais das vigas de Bresler-Scordelis. O memorial de cálculo foi baseado na NBR 6118:2018, e variou-se apenas as equações finais de inercia equivalente.

Com um total de 12 vigas, divididas em 4 séries de 3, todas foram estudadas e apresentadas de forma detalhada, foi obtido um gráfico de Força X Deslocamento exclusivo para cada uma. Em cada gráfico contém as 3 curvas extraídas no estudo feito, as duas curvas analíticas e a curva experimental de cada uma.

As curvas analíticas nos dois métodos foram bastante próximas, apresentaram valores diferentes, mas próximos. Ao se analisar essas curvas em comparação com a experimental, perceberam-se diferentes comportamentos, mostrados no estudo de caso. Esses comportamentos podem ser ligados aos fatores que influenciam no deslocamento de vigas de concreto armado, principalmente o efeito das fissuras nessa estrutura. Ressaltando que a base de dados do trabalho esteve dentro do Estádio II do concreto, para todas as vigas.

Dessa forma, com o estudo, verificaram-se bons resultados para algumas vigas analisadas com as equações de momento de inércia equivalente. E resultados não tão bons para algumas vigas.

Essas variações de resultados, no geral, foram satisfatórias e são ótimas para o âmbito da Engenharia Civil, para os projetistas da área. Já que abre um leque de possibilidades de cálculo com novas equações, com isso, também é possível fazer novas conferências nos cálculos de projeto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

BISCHOFF, P. H. **Reevaluation of Deflection Prediction for Concrete Beams Reinforced with Steel and Fiber Reinforced Polymer Bars**, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 131, No. 5, pp. 752-762, 2005.

BISCHOFF, P. H. **Serviceability and Ultimate Load Behavior of Concrete Beams Reinforced with Basalt Fiber-Reinforced Polymer Bars.** ACI Structural Journal, p. 757, Julho 2016.

BRANSON, D. E. **Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams**, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, Alabama (Department of Civil Engineering and Auburn Research Foundation), Auburn University, 1965.

CAMACHO, Jefferson S. **Estudo das vigas: flexão normal simples.** UNESP**,** Ilha Solteira, São Paulo, 2015.

CHUST, R.; RODRIGUES, J. **Calculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 3.ed. São Carlos, 2013.

KALKAN, Ilker. **Deflection Prediction for Reinforced Concrete Beams Through Different Effective Moment of Inertia Expressions.** International Journal of Engineering Research and Development, Vol.5, No.1, Janeiro 2013.

PINHEIRO, L. M; D., Cassiane; MUZARDO; SANTOS, Sandro P. **Bases para cálculo – capitulo 6**. USP, EESC, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Paulo, Maio, 2006.

VECCHIO, F. J; SHIM, W. **Experimental and Analytical Reexamination of Classic Concrete Beam Tests.** J. Struct. Eng., 2004.