



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**



**LUIZ GABRIEL VIANA COSTA**

**ANÁLISE NÃO LINEAR EM PÓRTICO PLANOS DE CONCRETO  
ARMADO SOB AÇÃO VERTICAL E EFEITOS LOCAIS  
DE SEGUNDA ORDEM**

São Cristóvão - SE

2023

LUIZ GABRIEL VIANA COSTA

**ANÁLISE NÃO LINEAR EM PÓRTICO PLANOS DE CONCRETO  
ARMADO SOB AÇÃO VERTICAL E EFEITOS LOCAIS  
DE SEGUNDA ORDEM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe (UFS) como requisito para o título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador(a): Prof. Dr. David Leonardo Nascimento de Figueiredo do Amorim

São Cristóvão - SE

2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL



### ATA DE DEFESA

Luiz Gabriel Viana Costa

**Análise não linear de pórticos planos de concreto armado sob ações verticais e efeitos locais de segunda ordem**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe (UFS) como requisito para o título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovada em: 25/01/2023

Banca Examinadora	Nota
Orientador(a): Prof. Dr. David Leonardo Nascimento de Figueiredo Amorim (UFS)	- 8,25
Examinador(a): Prof. Dr. Emerson Figueiredo dos Santos (UFS)	- 8,50
Examinador(a): Prof. Dr. Higor Sérgio Dantas de Argolo (UFS)	- 8,0
<b>Média Final:</b>	<b>8,25</b>

David Leonardo N. de F. Amorim  
Prof. Dr. David Leonardo Nascimento de Figueiredo Amorim (UFS)  
Assinatura do(a) Orientadora(a)

## RESUMO

Este trabalho visa realizar uma modelagem computacional de um pórtico plano de concreto armado em escala real, testado no Canadá. Na comparação analisa-se o comportamento inelástico do pórtico, sob ações verticais e efeitos locais de segunda ordem. Assim, é possível avaliar a capacidade do software em estimar valores críticos de ruptura, surgimento de fissuras, deformações e mecanismos de colapso mediante rótulas plásticas. Como resultado, a simulação computacional apresentou boa aproximação da intensidade de carga necessária para plastificar as seções, bem como, uma igual localização das seções plastificadas. Apesar disso, apresentou distinção na relação força x deformação, por apresentar uma diminuição de rigidez das seções, de forma mais brusca, enquanto no experimento ocorria de forma gradual. Por fim, o carregamento necessário para levar a estrutura ao colapso foi um pouco menor na simulação computacional. Assim, ao comparar esse resultado com a carga crítica do modelo em escala real, pode-se afirmar que a simulação computacional está à favor da segurança.

**Palavras-chave:** Pórtico plano de concreto armado; Comportamento inelástico; Ações verticais; Efeitos locais de 2ª ordem.

## ABSTRACT

This report aims to perform the computational modeling of a reinforced concrete planar frame tested in Canada. The comparison analyzes the inelastic behavior of the frame, under vertical actions and second-order local effects. Thus, it is possible to evaluate the software's ability to estimate critical values of rupture, cracks nucleation, deformations and the collapse mechanism through plastic hinges. As a result, a computer simulation showed a good approximation of the load intensity required to plasticize the sections, as well as an equal location of the plastic hinges. Despite this, it presented a distinction in the force x displacement relationship, as it presented a decrease in the stiffness of the sections, more abruptly, while in the experiment it occurred gradually. Finally, the bearing capacity was slightly lower in the computer simulation. Thus, by comparing this result with the critical load of the full-scale model, it can be stated that the computer simulation is in favor of safety.

**Keywords:** Reinforced Concrete Frame; Inelastic Behavior; Vertical Actions; 2nd Order Local Effects.

**LISTA DE ILUSTRAÇÕES**

Figura 1: Deformação na seção causada pela ação do momento. ....	2
Figura 2: Comportamento elástico e plástico nas seções. ....	4
Figura 3: Diagrama Tensão x Deformação para materiais frágeis. ....	5
Figura 4: Diagrama Tensão x Deformação para materiais dúcteis. ....	5
Figura 5: Diagrama de corpo livre da viga exemplificada. ....	7
Figura 6: Detalhamento do pórtico de teste. ....	8
Figura 7: Configuração do Ensaio. ....	10
Figura 8: Diagrama Força x Deslocamento do pórtico em escala real. ....	11
Figura 9: Curva Tensão x Deformação. ....	14
Figura 10: Formação de rótulas plásticas na viga do 1º pavimento, obtidas pelo software Mastan 2. ....	16
Figura 11: Rótula plástica no meio do vão da viga do primeiro pavimento. ....	16
Figura 12: Rótula plástica no meio e nas extremidades da viga do primeiro pavimento. ....	17
Figura 13: Comparação entre gráficos Força versus Deslocamento obtido pelo Software Mastan 2 e o experimento em escala real realizado por VECCHIO & BALOPOULOU (1990). ....	19
Figura 14: Comparação entre deslocamento previsto e observado. ....	20

**LISTAS DE TABELAS**

Tabela 1: Dados das seções e dos materiais inseridos ao Mastan 2. ....	13
Tabela 2: Comparação entre a carga necessária para a formação da rótula plástica, obtida por VECCHIO & BALOPOULOU (1990) e pelo Mastan 2. ....	17
Tabela 3: Comparação entre os deslocamentos obtidos pelo experimento em escala real e a modelagem computacional. ....	18

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
2	OBJETIVOS.....	2
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	2
3.1	Formação de rótulas plásticas.....	2
3.2	Tensão x Deformação.....	4
3.3	Efeitos de Segunda Ordem .....	6
3.4	Mecanismos de falha .....	6
4	ESTUDO DE CASO: PÓRTICO DE VECCHIO E BALOPOULOU (1990).....	8
4.1	Previsão de ensaio .....	8
4.2	Investigação experimental .....	8
4.3	Observação do teste .....	11
5	MODELAGEM ATRAVÉS DO MASTAN 2.....	12
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	14
6.1	Formação de rótulas plásticas.....	15
6.2	Comparação entre os deslocamentos obtidos .....	18
7	CONCLUSÃO .....	20
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	21

# 1 INTRODUÇÃO

Para este trabalho, realizou-se análise estrutural de um pórtico ensaiado em escala real e modelado por meio do software *Mastan 2* (MCGUIRE; GALLAGHER; ZIEMIAN, 2014), submetido à ação de carga vertical. Visando avaliar a influência dos efeitos locais de segunda ordem na estrutura e a acurácia entre os resultados obtidos da modelagem computacional em relação ao pórtico ensaiado no Canadá. Como base para esse estudo, tem-se como referência o artigo de Vecchio e Balopoulou (1990), que analisou, de forma experimental, os efeitos inelásticos de segunda ordem em um pórtico de vão simples e de dois níveis, construído em concreto armado.

Ao observar as diferenças entre o ensaio real e a simulação computacional foi observado que alguns efeitos não previstos na simulação interferem nas deformações e resistência do elemento durante o ensaio, o que salienta a importância da utilização de coeficientes de ponderação durante o dimensionamento estrutural.

Genericamente, ao tratar do dimensionamento de estruturas, a mais importante das premissas é a determinação e validação de que a combinação dos esforços solicitantes necessita ser menor diante da resistência da estrutura verificada, a garantir, desse modo, a segurança dos elementos construtivos (SIQUEIRA, 2022).

Para garantir a capacidade e estabilidade das estruturas nos dimensionamentos e previsões de cargas, objetiva-se maior aproximação possível da situação real. Por nem sempre ser possível prever todos os efeitos e situações através das teorias e métodos aplicados, utiliza-se de coeficientes de majoração de cargas, atendendo padrões normativos e aumentando a segurança das estruturas.

Para uma melhor aproximação do comportamento real da estrutura, é necessário utilizar a análise do tipo não linear, considerando assim, as deformações da estrutura no cálculo dos esforços (GELATTI, 2012).

A avaliação aproximada de edifícios, por meio de pórticos planos, traz simplificação muito interessante do aspecto operacional, uma vez que apresenta facilidade quanto à manipulação e ao entendimento de resultados, além de evitar grandes perdas em relação à modelagem do comportamento da estrutura analisada (BRANCO, 2002).

## 2 OBJETIVOS

Esta monografia tem, por objetivo principal, avaliar a influência dos efeitos locais de segunda ordem no comportamento não linear de um elemento de concreto armado. Objetivos específicos:

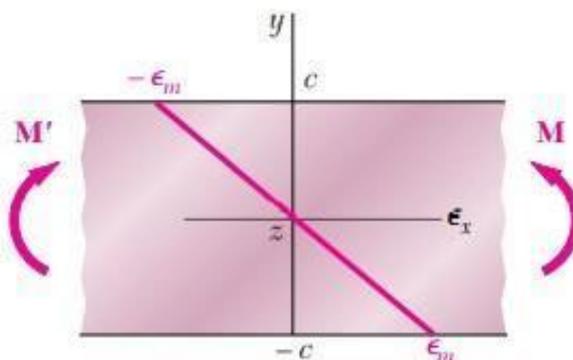
- Modelar através do software *Mastan 2*, o pórtico plano de concreto armado testado por Vecchio e Balopoulou (1990), sob ação de carregamento vertical com análise inelástica de segunda ordem;
- Comparar o percentual de aproximação dos resultados obtidos no *Mastan 2*, em relação aos do experimento de Vecchio e Balopoulou (1990).

## 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 3.1 Formação de rótulas plásticas

Ao aplicar um carregamento vertical é gerado um momento fletor que atua na seção transversal da viga. O momento gera tensões normais, que são distribuídas na seção. Na fase elástica, essa distribuição ocorre de forma linear, com aumento da tensão proporcionalmente ao afastamento da linha neutra, como mostra a Figura 1 para seções transversais simétricas.

Figura 1: Deformação na seção causada pela ação do momento.



Fonte: Beer et al. (2011).

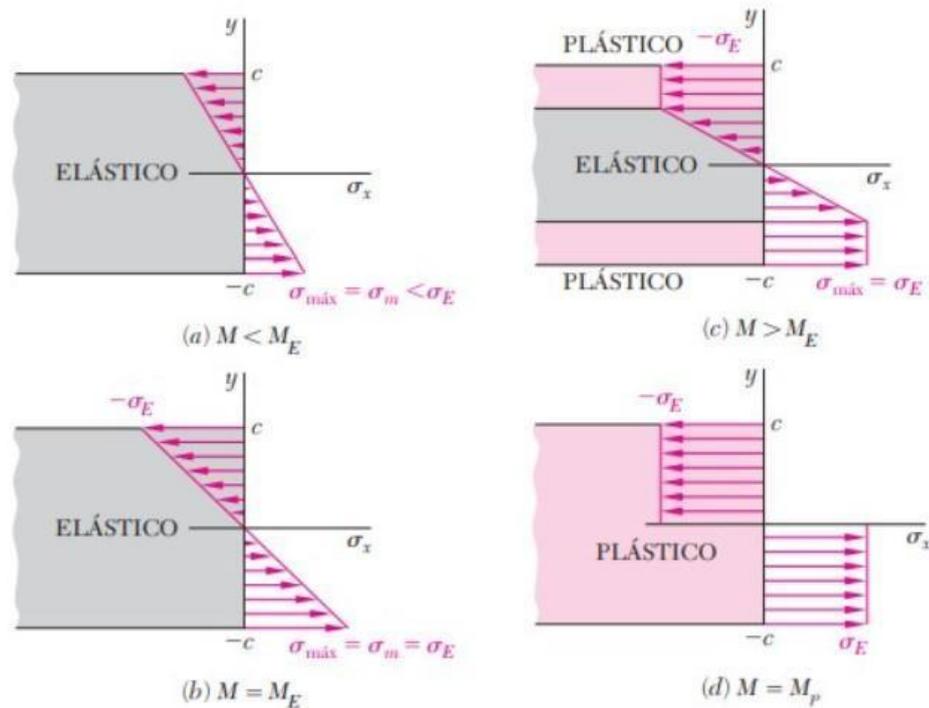
Proporcional ao aumento das tensões, ocorre o aumento das deformações, como se pode perceber pela equação 1:

$$\varepsilon_x = -\frac{y}{c}\varepsilon_m \quad (1)$$

Sendo  $y$  a distância da superfície neutra ao ponto considerado,  $c$  o maior valor de  $y$ , em módulo,  $\varepsilon_x$  a deformação específica normal à seção transversal e  $\varepsilon_m$  seu valor máximo. A equação (1) comprova, que quanto o mais distante da linha neutra, têm-se o aumento de tensão e deformação.

Considerando-se um material homogêneo e elastoplástico perfeito, toda seção possui, de acordo com as suas propriedades físicas e geométricas, um momento elástico (ou de escoamento) e um momento último (ou plástico). Sendo o momento elástico o máximo valor para que as deformações ainda sejam todas elásticas e o momento último o valor para que as deformações sejam todas plásticas. Como o aumento do carregamento acarreta no aumento dos esforços internos solicitantes, quando o valor do momento fletor atinge o momento elástico a seção inicia a plastificação e quando chegar no momento último a plastificação estará completa, resultando na formação de uma rótula plástica. A Figura 2 mostra, por meio de diagramas de tensões, a mudança do comportamento elástico para o plástico, devido ao aumento do momento.

Figura 2: Comportamento elástico e plástico nas seções.



Fonte: Beer et al. (2011).

Durante a simulação computacional via *Mastan 2* realizada neste trabalho, a formação das rótulas, representam o aparecimento de fissuras no elemento estrutural, resultam na diminuição da rigidez da estrutura, diminuindo o grau de hiperstaticidade, podendo torná-la instável. Note que no programa as rótulas são formadas instantaneamente, ou seja, admite-se que a seção transversal deixa de ser elástica para se tornar totalmente plástica quando se atinge o momento último.

### 3.2 Tensão x Deformação

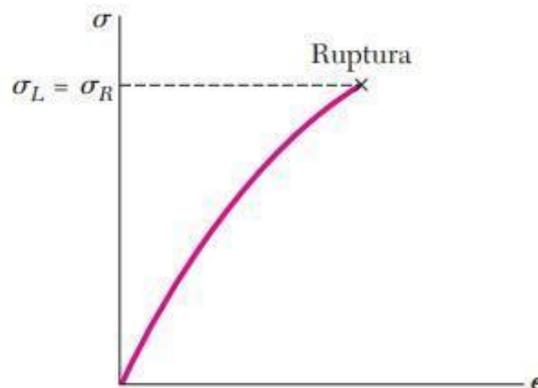
A presença de efeitos de segunda ordem, avaliada com a estrutura em sua condição deformada, impossibilitam que a distribuição real de tensões em um membro seja determinada pelos princípios da estática, sendo necessário considerar as deformações que nele ocorrem. Assim, para encontrar uma distribuição de tensões que condizem com as propriedades do material, é necessária a realização de ensaios, nos quais estarão sendo considerados os efeitos de segunda ordem.

Como resultado desses ensaios, tem-se o diagrama que relaciona as tensões e deformações do material. Essa relação indica características importantes dos materiais, como a tensão de escoamento, na qual corresponde ao fim da fase elástica; a tensão última, que

corresponde à máxima carga aplicada; e a tensão de ruptura, que corresponde ao ponto de ruptura.

Realizando uma análise do diagrama Tensão x Deformação, podemos classificar os materiais em duas categorias, sendo elas, materiais dúcteis e materiais frágeis.

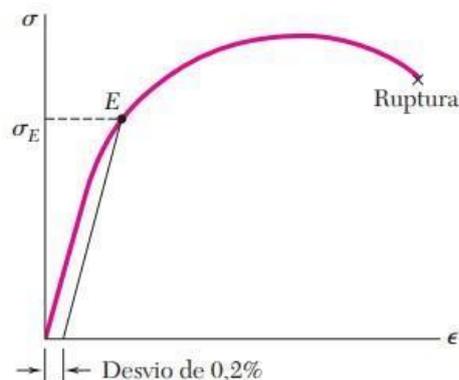
Figura 3: Diagrama Tensão x Deformação para materiais frágeis.



Fonte: Beer et al. (2011).

Os materiais frágeis, são caracterizados por terem a tensão de escoamento igual a tensão de ruptura, ou seja, a sua perda de rigidez ocorre de forma brusca, além de serem materiais que sofrem poucas deformações antes da ruptura.

Figura 4: Diagrama Tensão x Deformação para materiais dúcteis.



Fonte: Beer et al. (2011).

Os materiais dúcteis, apresentam um diagrama de tensão x deformação definido, no qual o material atinge a tensão de escoamento, tem uma perda gradual de rigidez e com a continuação de incrementos de carga atinge a tensão última com ainda mais deformação e posteriormente, ainda que tenha o carregamento aliviado, continua a sofrer deformações até a sua ruptura.

### 3.3 Efeitos de Segunda Ordem

De acordo com o item 15.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), efeitos de 2ª ordem são os esforços solicitantes considerados na análise da estrutura com a configuração deformada, os quais se somam aos efeitos de primeira ordem, analisados para a estrutura com geometria inicial, indeformada.

No item 15.4.1 da ABNT NBR 6118 (2014), os efeitos de 2ª ordem são classificados entre, globais e locais. Sendo os efeitos globais, os decorrentes dos deslocamentos horizontais causados pelo carregamento da estrutura. Os efeitos locais são as não linearidades geométricas observadas ao longo do elemento estrutural, que podem amplificar os esforços internos solicitantes.

### 3.4 Mecanismos de falha

No estudo estático das estruturas, elas podem estar classificadas como isostáticas, hiperestáticas e hipostática, a depender do seu grau de hiperestaticidade. Para ser isostática, o grau de hiperestaticidade ( $g$ ) precisa ser igual a 0; hiperestática,  $g$  maior que 0; e hipostática,  $g$  menor que 0. Quando o sistema é hipostático, ocorre a perda de equilíbrio.

De acordo com Martha (2022), para definir o grau de hiperestaticidade ( $g$ ) da estrutura tem-se, que:

$$g = (\text{n}^\circ \text{ de incógnitas do problema estático}) - (\text{n}^\circ \text{ de equações de equilíbrio}) \quad (2)$$

sendo o número de incógnitas dependente do número de vínculos de apoio da estrutura e da existência de quadros fechados. Apoios de 1º gênero, aumentam em um o grau de hiperestaticidade, ou seja, gera uma incógnita, apoios de 2º gênero duas e de 3º gênero três. Além disso, cada quadro fechado, contribui com três unidades para o aumento do grau de hiperestaticidade. Portanto, o número de incógnitas é dado por:

$$(\text{n}^\circ \text{ de incógnitas do problema estático}) = (\text{n}^\circ \text{ de componentes de reação de apoio}) + 3 \cdot (\text{n}^\circ \text{ de anéis}) \quad (3)$$

Quanto ao número de equações de equilíbrio, têm-se as três equações que garantem o equilíbrio global da estrutura e as equações provenientes das rótulas, por liberação da continuidade de rotação. Assim, tem-se que:

$$(\text{n}^\circ \text{ de equações de equilíbrio}) = (3 \text{ equações do equilíbrio global}) + (\text{n}^\circ \text{ de equações vindas de articulações internas}) \quad (4)$$

Sendo as equações de equilíbrio global, em (4):

$\sum F_x=0$  → somatório de forças na direção horizontal igual a zero

$\sum F_y=0$  → somatório de forças na direção vertical igual a zero

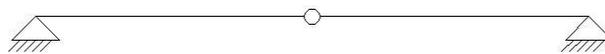
$\sum M_o=0$  → somatório de momentos em relação a um ponto qualquer igual a zero

Para as equações vindas de articulações internas, tem-se que o momento fletor é nulo em cada lado da rótula, mas, como a equação global do somatório dos momentos, já considerava o momento nulo uma vez em relação a esse ponto, tem-se que o número de equações de equilíbrio adicionais devido a articulação, é igual ao número de barras que convergem para a articulação, menos um.

Assim, pode-se completar a equação (2) e encontrar o grau de hiperestaticidade da estrutura. Importante destacar, que as condições de  $g$  igual a zero, para estruturas isostáticas e  $g$  maior que zero, para estruturas hiperestáticas, são necessárias, mas não suficientes (ZUMAETA, 2016). A depender do tipo de apoio e das suas localizações, podem se tornar hipostáticas e conseqüentemente, suscetível ao mecanismo de falha hipostático de colapso por falta de apoio em elementos dependentes estaticamente.

Considerando uma viga biapoiada, com dois apoios de segundo gênero e uma rótula no meio do vão, teríamos 4 incógnitas e 4 equações (3 equações globais +1 equação da articulação), resultando em  $g = 0$ , o que enquadraria a estrutura como isostática, mas os dois trechos da viga teriam dependência estática, impossibilitando o equilíbrio.

Figura 5: Diagrama de corpo livre da viga exemplificada.



Fonte: Autor (2022).

Assim, simulando que na rótula, um trecho da viga apoiasse no outro, mesmo sem que este outro estivesse equilibrado, teríamos o colapso iniciado pela instabilidade do trecho que funcionava como apoio.

#### 4 ESTUDO DE CASO: PÓRTICO DE VECCHIO E BALOPOULOU (1990)

Vecchio e Balopoulou (1990) se dedicaram ao experimento em grande escala de um pórtico plano de concreto armado a fim de estudar a influência de efeitos de segunda ordem no comportamento do pórtico. Tal pórtico era composto por um vão e dois pavimentos sob ação de uma carga vertical e pontual no pavimento intermediário.

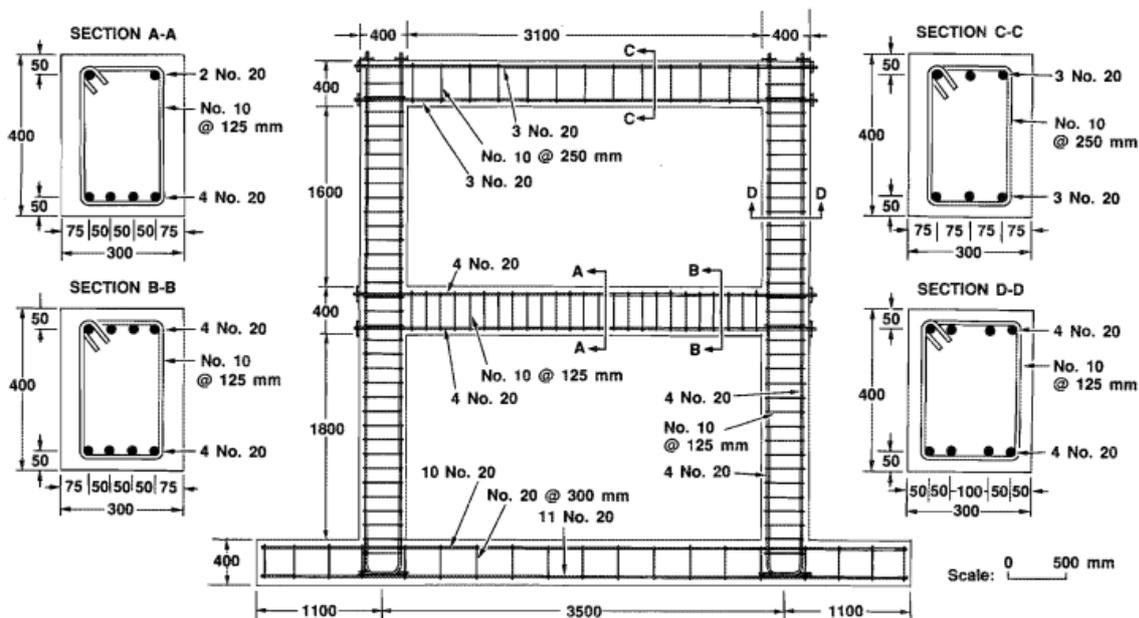
##### 4.1 Previsão de ensaio

Inicialmente, Vecchio (1987) realizou uma previsão computacional do experimento para a análise não linear do pórtico sujeito ao carregamento vertical e com efeitos de segunda ordem. Previsão utilizada para comparar os resultados com os obtidos na investigação experimental.

##### 4.2 Investigação experimental

O modelo ensaiado em laboratório está demonstrado na Figura 6. Sobre o meio do vão da viga do primeiro pavimento foi aplicado um carregamento vertical e pontual que recebeu incrementos no decorrer do ensaio.

Figura 6: Detalhamento do pórtico de teste.



Fonte: Vecchio e Balopoulou (1990).

O pórtico foi projetado com um vão de 3,5 m entre os eixos dos pilares, 2,00 m de altura do piso ao eixo da viga do primeiro andar e uma altura total de 4,6 m. A estrutura foi construída

integralmente com uma grande base de concreto fortemente armada, a qual foi chumbada na laje de reação a fim de induzir o engastamento do pórtico.

Sobre o detalhamento das seções transversais nota-se que para a viga do primeiro andar se tem duas seções com diferentes armaduras - a armadura negativa é reduzida para duas barras de 20mm nos 50 cm centrais do vão, já a viga do segundo andar, assim como os pilares, apresenta seções constantes. Detalhe das seções transversais:

#### SEÇÃO A-A:

- Base: 30 cm;
- Altura: 40 cm;
- Armadura Longitudinal Positiva: 4 barras de 20 mm;
- Armadura Longitudinal Negativa: 2 barras de 20 mm;
- Estantes: 10 mm, espaçados a cada 12,5 cm;
- Cobrimento: 3 cm.

#### SEÇÃO B-B:

- Base: 30 cm;
- Altura: 40 cm;
- Armadura Longitudinal Positiva: 4 barras de 20 mm;
- Armadura Longitudinal Negativa: 4 barras de 20 mm;
- Estantes: 10 mm, espaçados a cada 12,5 cm;
- Cobrimento: 3 cm.

#### SEÇÃO C-C:

- Base: 30 cm;
- Altura: 40 cm;
- Armadura Longitudinal Positiva: 3 barras de 20 mm;
- Armadura Longitudinal Negativa: 3 barras de 20 mm;
- Estantes: 10 mm, espaçados a cada 25 cm;
- Cobrimento: 3 cm.

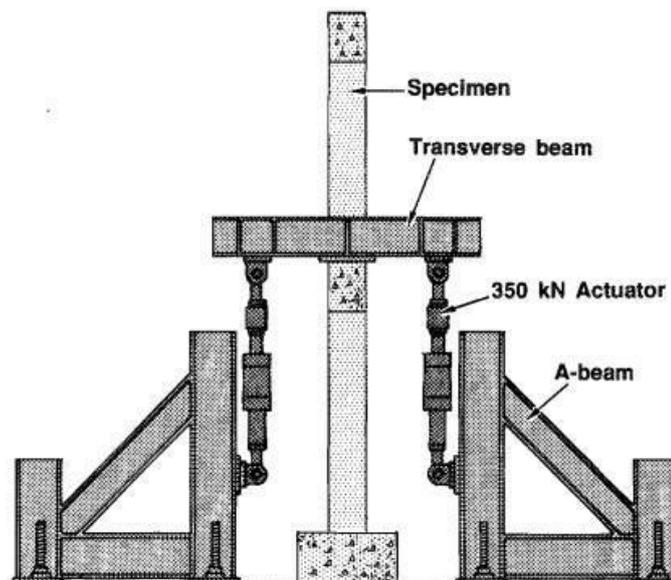
#### SEÇÃO D-D:

- Base: 30 cm;

- Altura: 40 cm;
- Armadura Longitudinal: 8 barras de 20 mm;
- Estribos: 10 mm, espaçados a cada 12,5 cm;
- Cobrimento: 3 cm.

Sobre as propriedades do material, Vecchio e Balopoulou (1990) realizaram ensaios com corpos de prova cilíndricos de 150mm x 300mm, com os quais obteve-se a resistência a compressão de 29 MPa. Para as barras de aço, foram realizados ensaios de tração, que chegaram a uma tensão de escoamento de 418 MPa, tensão última de 596 MPa e módulo de elasticidade de 192600 MPa, para a armadura longitudinal, com diâmetro de 20mm. Para os estribos de 10 mm, a tensão de escoamento e última foram, respectivamente, de 454 MPa e 640 MPa.

Figura 7: Configuração do Ensaio.



Fonte: Vecchio e Balopoulou (1990).

A aplicação da carga pontual, foi realizada pela configuração mostrada na Figura 7, através de uma viga de aço perfil I, apoiada sobre o meio do vão da viga do primeiro pavimento, com um neoprene entre o perfil metálico e a viga de concreto, sendo a viga de aço puxada para baixo por dois atuadores hidráulicos, um em cada lado, dispostos simetricamente. Cada um dos atuadores possuía capacidade de carga igual a 350 kN, estavam montados em estruturas de aço em A e chumbadas à laje de reação. Para monitorar as deformações do pórtico foram utilizados

LVDT's (sigla em inglês para: transdutores de deslocamentos variáveis lineares), passando todos os registros de dados para o computador.

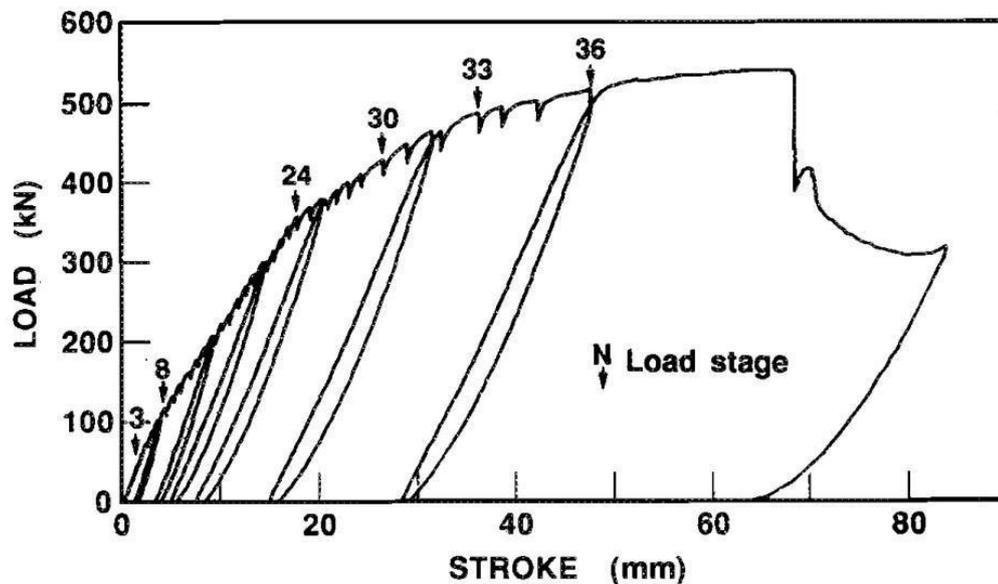
Com o modelo montado, o carregamento teve início com incrementos de carga de 15kN, na fase intermediária passaram para 10 kN e na fase final ficou definida por incrementos de curso de 2,5 mm, totalizando ao longo de todos os dias de ensaios, 36 estágios de carga.

Quanto à rotina do ensaio, importante destacar, que ao fim de cada dia de ensaio, o carregamento era retirado, registrava - se as condições residuais do pórtico e no dia seguinte o carregamento era retomado com valor aproximadamente igual a carga final do dia anterior.

### 4.3 Observação do teste

Durante a realização do ensaio e incrementos de carga, Vecchio e Balopoulou (1990), fizeram algumas observações a respeito da progressão das fissuras e deformações do pórtico e sinalizaram no gráfico da Figura 8 o estágio de carga em que o mecanismo ocorria, para poder realizar interpretações da influência desses efeitos, quanto ao comportamento não linear da estrutura.

Figura 8: Diagrama Força x Deslocamento do pórtico em escala real.



Fonte: Vecchio e Balopoulou (1990).

De acordo com o diagrama da Figura 08, pode-se perceber a existência de deformações residuais, que aparecem por conta do descarregamento realizado ao fim de cada dia, essas deformações, deixam explícitas a existência das deformações já na fase plástica das seções.

Quanto aos mecanismos de fissuração que surgiram no decorrer dos estágios de carga, Vecchio e Balopoulou (1990) citam que as primeiras fissuras no meio da viga do primeiro pavimento apareceram no 3º estágio de carga, com 45 kN. No 8º estágio de carga, com 120 kN, observou-se uma padronização na formação de fissuras na viga carregada, que são resultados da ação de tração no concreto, por conta da flexão que já ocorre no elemento. No 24º estágio de carga, com 360 kN e 370 kN, respectivamente para as seções do meio do vão e da extremidade da viga, é observado aumento de fissuras e redução na rigidez da estrutura, causado pelo início da plastificação das seções. No 30º estágio de carga, com 430 kN, ocorre a plastificação total da seção central da viga. No 33º estágio de carga, com 489 kN, as seções das juntas viga-coluna, chegam a tensão última e formam mais duas rótulas plásticas. Assim, já pode-se notar, a ocorrência de falha, pelo mecanismo hipostático, oriundo da presença de três rótulas plásticas em sequência. Ainda assim, a estrutura suportou o carregamento que lhe era esperado, com uma carga de 517 kN já no 36º estágio, no qual foi decidido descarregar o pórtico e recarregá-lo a uma taxa de incrementos mais acelerada. Assim, pôde-se observar o colapso da estrutura com 540 kN causado pelo mecanismo hipostático citado anteriormente.

## **5 MODELAGEM ATRAVÉS DO MASTAN 2**

O *Mastan 2* (MCGUIRE; GALLAGHER; ZIEMIAN, 2014) é um software de análise que fornece dados do comportamento da estrutura. O *Mastan 2* permite uma simples execução da modelagem, para isso, inicialmente é realizada a definição da geometria estrutural, através das coordenadas dos nós e elementos. Posteriormente, tem-se a definição das propriedades da seção e dos materiais e, para finalizar a modelagem, define-se as condições de apoio e de carregamento. Após modelada toda estrutura, pode-se realizar as análises, sejam elas, elásticas ou inelásticas, de primeira ou de segunda ordem.

Para a modelagem do pórtico foram definidas inicialmente as coordenadas dos nós da estrutura considerando como referência os eixos longitudinais de cada elemento do pórtico da Figura 6. Para a definição dos elementos, basta identificar os nós iniciais e finais de cada um destes. O próximo passo é quanto à definição das seções e materiais, para a definição da seção é realizada a entrada dos seguintes dados: área, momento de inércia e módulo de resistência

plástico. Para a definição do material, é necessário inserir o módulo de elasticidade e a tensão de escoamento. Os dados inseridos, estão mostrados na tabela 01.

Tabela 1: Dados das seções e dos materiais inseridos ao Mastan 2.

SEÇÃO A-A		SEÇÃO C-C	
ALTURA (cm)	40	ALTURA (cm)	40
BASE (cm)	30	BASE (cm)	30
ÁREA (cm <sup>2</sup> )	1200	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	1200
I (cm <sup>4</sup> )	160000	I (cm <sup>4</sup> )	160000
Mu (kN.cm)	21235,76	Mu (kN.cm)	17542,59
fy (kN/cm <sup>2</sup> )	70,786	fy (kN/cm <sup>2</sup> )	58,475
Z (cm <sup>3</sup> )	300	Z (cm <sup>3</sup> )	300
SEÇÃO B-B		SEÇÃO D-D	
ALTURA (cm)	40	ALTURA (cm)	40
BASE (cm)	30	BASE (cm)	30
ÁREA (cm <sup>2</sup> )	1200	ÁREA (cm <sup>2</sup> )	1200
I (cm <sup>4</sup> )	160000	I (cm <sup>4</sup> )	160000
Mu (kN.cm)	22159,06	Mu (kN.cm)	22159,06
fy (kN/cm <sup>2</sup> )	73,864	fy (kN/cm <sup>2</sup> )	73,864
Z (cm <sup>3</sup> )	300	Z (cm <sup>3</sup> )	300

Fonte: Autor (2022).

As dimensões da altura e base foram retiradas do artigo de VECCHIO E BALOPOULOU (1990) e são iguais para todas as seções, resultando consequentemente em um mesmo valor para a área e o momento de inércia, sendo estes calculados por (5) e (6):

$$\text{Área} = \text{Base} \times \text{Altura} \quad (05)$$

$$\text{Momento de Inércia} = \frac{\text{Base} \times \text{Altura}^3}{12} \quad (06)$$

Os valores para o momento último de cada seção foram calculados pelo professor orientador Dr. David Leonardo Nascimento de Figueiredo Amorim, através da Teoria do Concreto, sem a consideração do efeito de Rusch.

Para o cálculo das tensões de escoamento de cada seção, tem-se que:

$$f_y = \frac{4M_u}{bh} \quad (07)$$

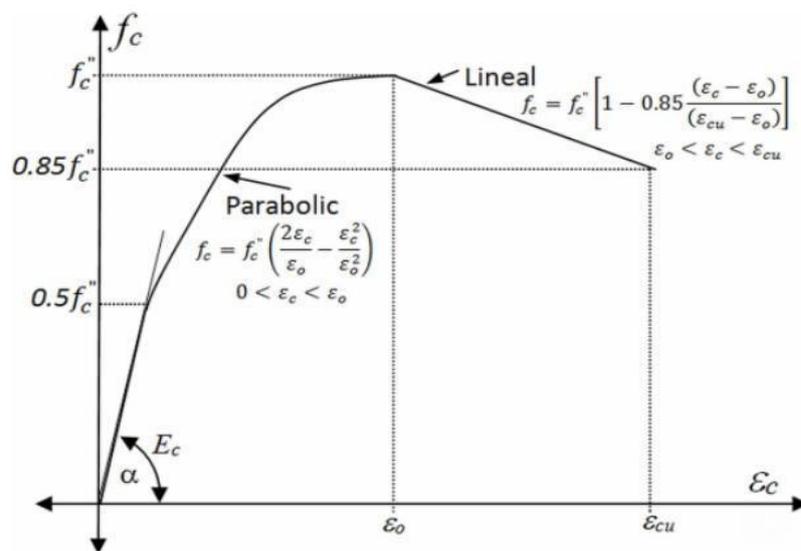
Sendo, em (07),  $f_y$  (Tensão de escoamento),  $M_u$  (Momento último),  $b$  (base) e  $h$  (altura).

Com isso, pode-se calcular o módulo de resistência plástico ( $Z$ ), através da seguinte equação (08):

$$Z = \frac{M_u}{f_y} \quad (08)$$

Por fim, para o cálculo do módulo de elasticidade do concreto, foi utilizada a curva, abordada no trabalho de Hognestad (1951).

Figura 9: Curva Tensão x Deformação.



Fonte: Hognestad, (1951).

De acordo com NBR 6118:2014,  $\epsilon_0 = 0,2\%$ . Assim, pela curva de Hognestad (1951) temos que:

$$E = \frac{f_{ck}}{0,2\%} \quad (09)$$

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para chegar aos resultados e permitir a discussão dos dados, foram utilizadas algumas ferramentas gráficas e numéricas, sendo elas, planilhas eletrônicas, o software *Mastan 2* e o software *Digitizelt*.

As planilhas eletrônicas foram utilizadas para cálculos automatizados das fórmulas usadas no trabalho, bem como para formação de tabelas e gráficos. O *Mastan 2*, no qual foi

realizada a simulação computacional do experimento, através da sua ferramenta gráfica, permitiu a formação do diagrama força x deslocamento do pórtico na simulação.

O *software Digitizelt* foi responsável por transcrever os dados do gráfico força x deslocamento da Figura 08, que estava no artigo de VECCHIO E BALOPOULOU (1990), permitindo inserir os dados na planilha eletrônica, para gerar o gráfico comparativo da Figura 13, entre os diagramas do pórtico em escala real e da simulação computacional.

### **6.1 Formação de rótulas plásticas**

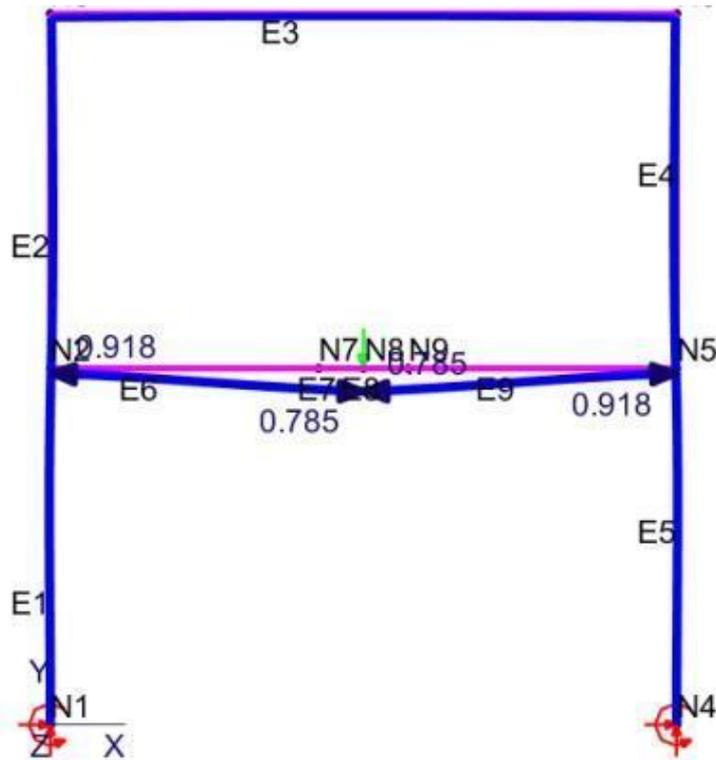
A viga do primeiro pavimento recebe uma carga vertical. Com o aumento da carga, ocorre o aumento do momento fletor atuante na seção. Quando esse momento supera o momento último da seção, esta estará totalmente plastificada. A plastificação é representada por rótulas plásticas na simulação computacional e por fissuras no pórtico real.

No artigo é citado que durante a previsão experimental realizada por VECCHIO (1987), utilizando o *TEMPEST*, foi identificada a formação da primeira rótula plástica, no meio do vão, quando a carga era de 425 kN. Não foi citada a carga necessária para a plastificação da seção na extremidade da viga do primeiro pavimento.

Na investigação experimental, a rótula no meio do vão da viga surgiu no 30º estágio de carga, com 429 kN; já na extremidade viga-pilar, a formação da rótula plástica se deu no 33º estágio de carga, com 489 kN.

Para a modelagem computacional, levou-se em consideração, a carga final de 540 kN suportada pelo pórtico na investigação experimental, para o carregamento da estrutura. Ao realizar a análise inelástica de segunda ordem, o software forneceu o percentual de carga crítica necessária para plastificar a seção, conforme Figura 10. Sendo esse percentual, aproximadamente 78,5% para o meio do vão e 91,8% para as extremidades da viga, representando, respectivamente, 423,72 kN e 495,85 kN.

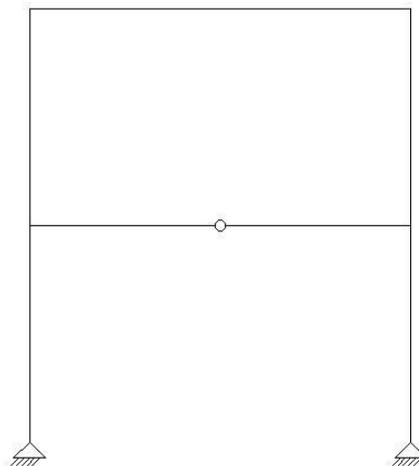
Figura 10: Formação de rótulas plásticas na viga do 1º pavimento, obtidas pelo software Mastan 2.



Fonte: Autor (2022).

Na análise realizada, o *Mastan 2* aplicou incrementos de carga até 495,85 kN, quando a estrutura apresenta um colapso local, através da formação de 3 rótulas na viga do primeiro pavimento. Conforme citado na revisão bibliográfica, ao relatar os mecanismos de falha, a formação de 3 rótulas em sequência, causa uma instabilidade local da viga do primeiro pavimento, ainda que o pórtico apresente hiperestaticidade.

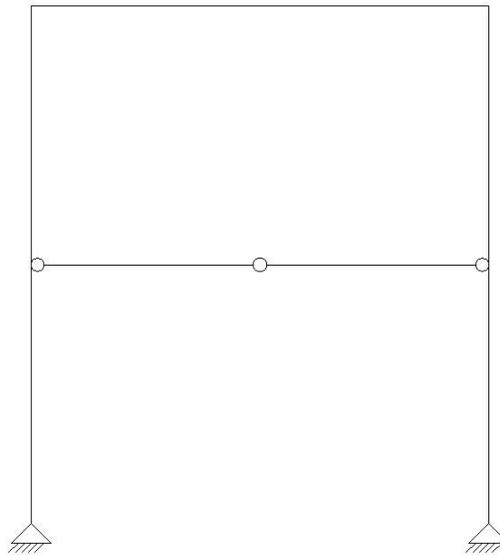
Figura 11: Rótula plástica no meio do vão da viga do primeiro pavimento.



Fonte: Autor (2022).

Na Figura 11, é representado o pórtico ensaiado, após sofrer a plastificação da seção central da viga do primeiro pavimento, essa plastificação, aparece representada por uma articulação e com base nele, pode-se perceber, que neste momento ainda existia estabilidade no pórtico, com toda a sua estrutura apoiada independentemente e com grau de hiperestaticidade igual a 5.

Figura 12: Rótula plástica no meio e nas extremidades da viga do primeiro pavimento.



Fonte: Autor (2022).

Já na Figura 12, está representado o pórtico ensaiado, após a plastificação das três seções, que por, ocorrerem em sequência, resultam em um mecanismo hipostático, mesmo com o grau de hiperestaticidade maior que 0. Através da representação, percebe-se uma instabilidade local na viga do primeiro pavimento, na qual um trecho dependente, apoia-se em outro trecho dependente.

Tabela 2: Comparação entre a carga necessária para a formação da rótula plástica, obtida por VECCHIO & BALOPOULOU (1990) e pelo Mastan 2.

FORMAÇÃO DE RÓTULA	MEIO DO VÃO		UNIÃO VIGA - PILAR	
	FORÇA (KN)	ERRO (%)	FORÇA (KN)	ERRO (%)
PREVISÃO DO EXPERIMENTO	425	0,93%	-	-
INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL	429	REF.	489	REF.
SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	423,72	1,23%	495,85	1,40%

Fonte: Autor (2022).

Pode-se perceber, que a investigação experimental, realizada com o pórtico plano em escala real, obteve o aparecimento da rótula no meio do vão, conforme previsto na simulação realizada através do *TEMPEST*, por VECCHIO (1987). Com uma margem de erro tão baixa quanto, o *MASTAN* se mostrou um software capaz de realizar uma boa aproximação para identificar o esforço necessário para plastificar a seção. Sendo a aproximação em relação ao experimento em escala real de 1,23% na plastificação da seção do meio do vão e 1,40% na seção da extremidade da viga.

## 6.2 Comparação entre os deslocamentos obtidos

Para comparar os deslocamentos obtidos pela investigação experimental e pela modelagem computacional, foi necessário utilizar o programa *Digitizelt*, para realizar a leitura precisa dos gráficos Força x Deslocamentos. No artigo de Vecchio e Balopoulou (1990), são citados estágios de carga nos quais o pórtico apresenta mudanças que poderiam ser relevantes na integridade da estrutura, portanto, foram esses os pontos levados em consideração na Tabela 03.

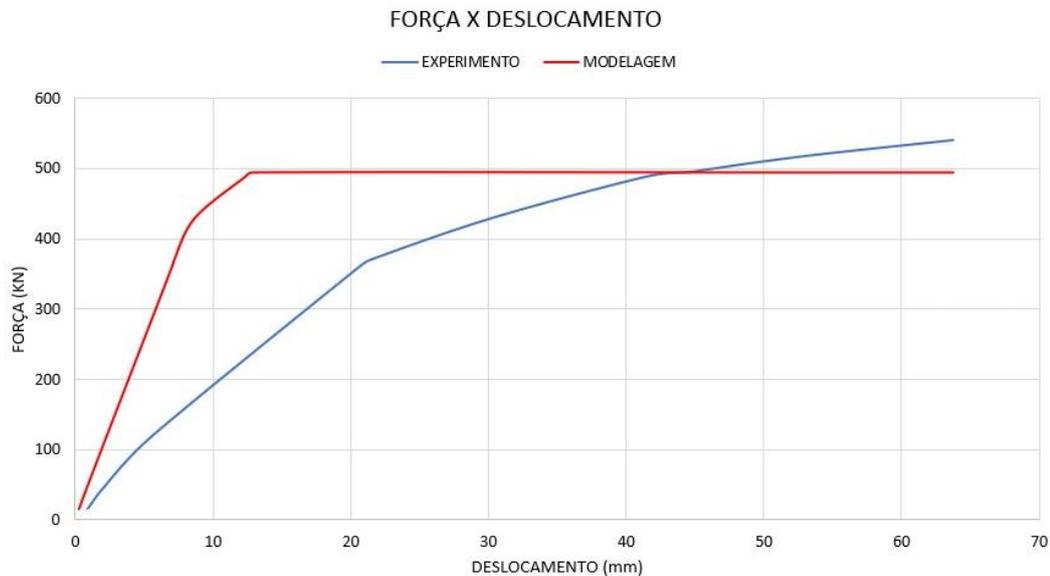
Tabela 3: Comparação entre os deslocamentos obtidos pelo experimento em escala real e a modelagem computacional.

FORÇA (kN)	DESLOCAMENTO DO ARTIGO (mm)	DESLOCAMENTO DO MASTAN 2 (mm)	ERRO (%)
15	0,878	0,313	64,35%
45	2,02	0,878	56,53%
120	5,62	2,34	58,36%
360	20,6	7,06	65,73%
370	21,4	7,22	66,26%
430	30,3	8,72	71,22%
489	41,5	12,4	70,12%
495	44,5	12,901	71,01%
517	52,5	-	-
541	63,8	-	-

Fonte: Autor (2022).

De acordo com os resultados obtidos, pode-se perceber que os deslocamentos não apresentaram valores aproximados entre a investigação experimental e a modelagem computacional, com os erros em um intervalo entre 56,53% e 71,22%. O que também pode ser visto graficamente, através da comparação entre as curvas do diagrama de força x deslocamento, conforme Figura 13.

Figura 13: Comparação entre gráficos Força versus Deslocamento obtido pelo Software Mastan 2 e o experimento em escala real realizado por Vecchio e Balopoulou (1990).



Fonte: Autor (2022).

A curva em azul refere-se ao experimento realizado por Vecchio e Balopoulou (1990), transcrito da Figura 09, pela leitura gráfica do *Digitizelt*. É possível perceber uma mudança no comportamento linear da curva, próximo a 360 kN, 24º estágio de carga. Neste estágio, o pórtico apresentou aumento nas larguras das fissuras e declínio da rigidez, até alcançar a carga suportada de 517 kN.

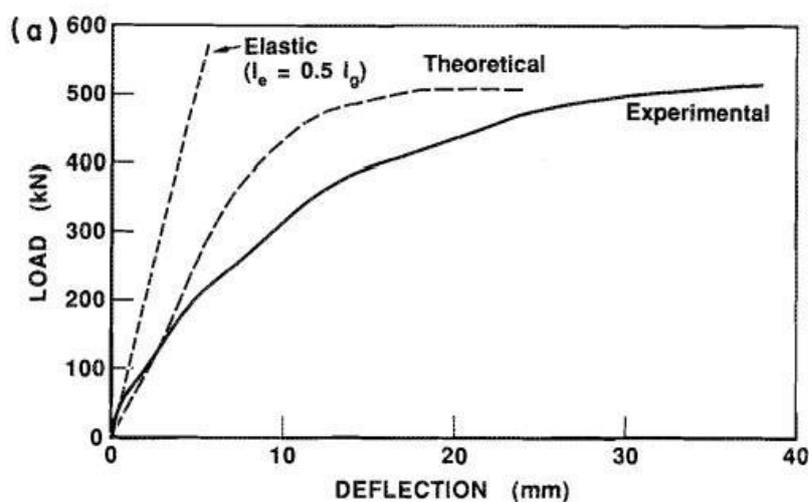
Já a curva em vermelho representa os resultados obtidos através da modelagem computacional, via *Mastan 2*. É possível notar a linearidade do primeiro trecho do gráfico, até se aproximar do carregamento necessário para a plastificação da seção no meio do vão da viga do primeiro pavimento, próximo a 423 kN. Além disso, é possível perceber a formação do mecanismo hipostático de colapso local, quando o carregamento atinge 495,85 kN.

Conforme citado na tese de Machado (2005), “O concreto é um material frágil, mas as estruturas de concreto armado e protendido são projetadas para terem um comportamento dúctil”. Ao comparar as curvas, pode-se notar, na curva em azul, o comportamento dúctil do pórtico em escala real, que apresenta mudanças de rigidez durante o ensaio, bem como deslocamentos progressivos, atingindo maiores deformações. A curva em vermelho não é exatamente a caracterização da curva para um material frágil, por identificar as deformações sofridas posteriormente a tensão de escoamento, mas mostra que o pórtico da simulação

computacional se comportou com mais fragilidade, em relação ao pórtico real, por possuir menores valores de deformações ao longo dos incrementos de carga, caracterizando uma ruptura brusca.

Na Figura 14, está sendo mostrada a comparação entre os deslocamentos previstos por VECCHIO (1987), utilizando o *TEMPEST* e o deslocamento observado no experimento. É importante destacar a semelhança entre as curvas da modelagem via *Mastan 2* e via *TEMPEST*, presentes respectivamente, nas Figuras 13 e 14, o que mostra que os efeitos de segunda ordem, presentes no experimento, mas não inclusos em sua totalidade nas modelagens, refletem em menores deslocamentos e perda de rigidez brusca. Já para a investigação experimental a diminuição da rigidez ocorre de forma gradual. É dito que os efeitos de segunda ordem não estão totalmente previstos nas modelagens, visto que as fissuras de plastificação das seções estão consideradas, mas efeitos como a retração do concreto e tração por flexão, são capturados apenas no experimento real.

Figura 14: Comparação entre deslocamento previsto e observado.



Fonte: Vecchio e Balopoulou (1990).

## 7 CONCLUSÃO

Para finalizar a análise da influência dos efeitos de segunda ordem em um pórtico de concreto armado e a comparação entre essa influência no pórtico em escala real, ensaiado por Vecchio e Balopoulou (1990) com a simulação computacional via *Mastan 2*, serão destacadas, observações oriundas dos resultados obtidos no decorrer deste trabalho.

Conforme a Tabela 02, a carga necessária para plastificar as seções obtiveram resultados semelhantes entre a investigação experimental e a simulação computacional, o que mostra boa aproximação do *software Mastan 2*, para a previsão de fissuração nas estruturas de concreto armado.

Segundo Vecchio e Balopoulou (1990), a carga crítica do pórtico foi atingida após a formação de um mecanismo de colapso de três dobradiças, o que também aconteceu no *Mastan 2*, conforme detalhado na Figura 12. Assim, o software também apresentou um resultado satisfatório para a identificação do mecanismo de falha.

Avaliando as diferenças entre os resultados obtidos, têm se o valor final da carga de ruptura do pórtico, que no *Mastan 2* foi de 495,85 kN e no experimento de Vecchio e Balopoulou (1990) foi de 540 kN, visto que o software parou a simulação imediatamente ao atingir o mecanismo hipostático, enquanto a estrutura real ainda suportou certo deslocamento, até colapsar. A pausa na simulação, deixa o resultado obtido, a favor da segurança, por apresentar uma carga resistente mais baixa, outro fator positivo para a realização de simulações utilizando o *Mastan 2*.

Outra comparação que apresentou diferença entre o experimento e a simulação computacional foi relacionada à deformação da estrutura, na qual foi observado um comportamento dúctil da estrutura real de concreto armado, como realmente é esperado do material, enquanto que a simulação computacional apresentou o comportamento de um material frágil, isto é, com baixas deformações até a ruptura e carga de ruptura semelhante a carga de escoamento. Isto se deve ao fato de que no experimento do pórtico em escala real, a estrutura sofre a diminuição da rigidez devido a todos os efeitos de segunda ordem, como por exemplo, retração do concreto e tração por flexão, enquanto que na simulação computacional, é considerado apenas a diminuição da rigidez causada pela plastificação da seção. Assim, o software não apresenta boa aproximação para a deformação sofrida pelo pórtico até a ocorrência do mecanismo de falha.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2018.

BEER, F. P.; RUSSEL, E. J.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D.F. **Mecânica dos materiais 5ª Edição**. AMGH Editora LTDA. 2011.

BRANCO, A. L. L. V. **Análise não-linear de pórticos planos, considerando os efeitos do cisalhamento no cálculo de esforços e deslocamentos**. 2002. 107f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

GELATTI, F. **Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado: modelagem por elementos finitos de barra**. 2012. 241f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

HOGNESTAD, E. **A study of combined bending axial load in reinforced concrete members, Bulletin Series No. 399 (Vol. 49)**, Urbana: Engineering Experimental Station, The University of Illinois. 1951.

MACHADO, M. G. **Estudo experimental da ductilidade de vigas em concreto armado reforçadas à flexão utilizando compósitos com tecido de fibras de carbono**. 2004. 301f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

MARTHA, L. F. **Análise de Estruturas - Conceitos e Métodos Básicos**. ISBN: 9788521637837. 3ª Ed. Editora GEN LTC. 424f. 2022.

MCGUIRE, W.; GALLAGHER, R. H.; ZIEMIAN, R. D. **MATRIX STRUCTURAL ANALYSIS Second edition**. Accompanying software, 2014.

SIQUEIRA, I. S. **Análise não linear de pórticos planos seguindo a teoria da rótula plástica**. 2022. 47f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2022.

VECCHIO, E 3. **Nonlinear analysis of reinforced concrete frames subjected to thermal and mechanical loads**. American Concrete Institute Structural Journal, 84(6): 492 - 501. 1987.

VECCHIO, F. J.; BALOPOULOU, S. **On the nonlinear behaviour of reinforced concrete frames**. Canadian Journal of Civil Engineering, v. 17, p. 698-704, 1990.

ZUMAETA, W. Isostática - Aula 02 - Grau de hiperestaticidade: estrutura hipostática, isostática ou hiperestática. Disponível: <[Isostática - Aula 02 - Grau de hiperestaticidade: estrutura hipostática, isostática ou hiperestática - YouTube](#)>. YouTube, 2016. Acesso em: 02 de novembro de 2022.