



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



LANA THAÍS SANTOS SILVA

**CONHECIMENTOS EVIDENCIADOS NOS CURSOS DE FORMAÇÃO INICIAL
PARA O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS**

SÃO CRISTÓVÃO-SE

2023

LANA THAÍS SANTOS SILVA

**CONHECIMENTOS EVIDENCIADOS NOS CURSOS DE FORMAÇÃO INICIAL
PARA O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe.

Orientador: Prof. Dr. João Paulo Attie.

**SÃO CRISTÓVÃO – SE
2023**

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

S586c Silva, Lana Thaís Santos
Conhecimentos evidenciados nos cursos de formação inicial para o ensino dos números racionais / Lana Thaís Santos Silva ; orientador João Paulo Attie. - São Cristóvão, 2023.
104 f. : il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2023.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Números racionais. 3. Professores - Formação. I. Attie, João Paulo orient. II. Título.

CDU 37:511



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIMA**



LANA THAÍS SANTOS SILVA

**CONHECIMENTOS EVIDENCIADOS NOS CURSOS DE FORMAÇÃO
INICIAL PARA O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS**

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
14 DE MARÇO DE 2023

Prof. Dr. João Paulo Attie (Orientador)
PPGECIMA/UFS

Profa. Dra. Marta Élid Amorim Mateus
PPGECIMA/UFS

Profa. Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva
Universidade Anhanguera – UNIDERP

Às minhas irmãs, Layana e Lays, fonte de todo o amor e toda a inspiração, que me incentivam constantemente a sonhar e caminhar sempre mais além.

AGRADECIMENTOS

O início da minha trajetória no mestrado foi marcado pela cumplicidade dos meus amigos do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (GEPEMAT). Foi nesse grupo que, ainda na graduação, iniciei meus primeiros passos no mundo da pesquisa. Conhecendo esse universo, o sonho de me tornar uma mestra ganhou direcionamento. O apoio dos membros desse grupo de pesquisa foi fundamental na minha formação acadêmica e no processo de seleção do mestrado. Hoje, concluindo esse ciclo tão importante na minha vida profissional, quero expressar minha gratidão a todos que fazem e fizeram parte do GEPEMAT, em especial ao professor Rafael Almeida e à professora Teresa Etcheverria e também a Marta Élid (minha mãe acadêmica), por quem tenho muita admiração e a quem sou grata pela amizade. Obrigada, mãe Marta, pelo acolhimento. O seu apoio me impulsionou a chegar até aqui.

Fazer parte de um programa de pós-graduação na Universidade Federal de Sergipe – UFS é a realização de um sonho que pude compartilhar com um ser humano incrível, meu orientador, João Paulo Attie, a quem quero imensamente agradecer por abraçar este estudo e por todas as vezes em que renovou minhas esperanças, me tranquilizando e trazendo uma segurança inexplicável.

Agradeço a Deus infinitamente por me trazer até aqui, pela Sua presença incontestável em minha vida e por não me deixar esmorecer durante o caminho percorrido.

Rendo graças aos meus pais, Lusiene e Isaías, por todo amor, força e incentivo sem fim. Amo vocês.

Às minhas irmãs, Layana e Lays, minhas razões de viver, que sempre me proporcionaram muitos momentos felizes, que não mediram esforços na torcida por meu sucesso e que, com suas palavras de apoio, se tornaram oxigênio para minha caminhada. Obrigada pelo acalento na hora da dificuldade.

Minha parte cheia de saudade agradece àquela que era sinônimo de amor ao próximo, que sempre estava disposta a ajudar. Na luta pela vida, ela se foi como uma brisa leve que soprou de madrugada. Sinto cada vez mais saudade do seu cheiro, do seu abraço, da sua risada gostosa, até das suas xingas acompanhadas de um “seu bexiga”. Vó, obrigada por me ensinar a lutar e a acreditar em meus sonhos com um belo sorriso no rosto. Te amo, vú e madrinha Maria.

Obrigada, minha família, pelas mais diversas formas de apoio, em especial minha tia Mariza, exemplo de bondade e simplicidade; tio Ailton, meu segundo pai, homem forte, um

grande parceiro e incentivador; tia Jucileide; tio Rubens; tio Everaldo; Gabriel, Tuânia, Mário e Ruy, meus parceiros de vida. Sou grata aos meus avós, Maria (*in memoriam*), Arlindo, Venância e Andreino, pelo carinho dedicado a mim.

Agradeço muito aos meus amigos Jeandson, Andressa e Juh por me darem a mão em vários momentos da minha vida e por me incentivarem do início ao fim.

A Danilo e ao Grupo Formiguinha por todo o amor compartilhado.

A Simone, Jailma, Acacia, Arlete, Luesia. Obrigada pelo incentivo e pela amizade dispensados a mim.

À professora Angélica da Fontoura agradeço por gentilmente ter aceitado participar da Banca Examinadora e por todas as observações e contribuições que foram fundamentais para a conclusão desta pesquisa.

A toda a equipe da Secretaria Municipal de Educação de Nossa Senhora Aparecida, em nome da secretária adjunta, Adriana. Obrigada pela confiança, pelo incentivo e pela amizade.

Aos meus professores do Ensino Fundamental e agora colegas de trabalho, os quais sempre me mostraram o quão importante e dignificante é a profissão. Agradeço infinitamente pelo incentivo e apoio, em especial a Noeme e José Oliveira.

Meus singelos agradecimentos à minha amiga Solange por todo carinho, companheirismo e cuidado. Seu apoio foi fundamental para a conclusão desse ciclo.

Agradeço aos professores do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Sergipe – Campus Itabaiana e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) por toda a dedicação e pelos ensinamentos compartilhados.

Aos professores e licenciandos que aceitaram participar da pesquisa, minha sincera gratidão por contribuírem para a construção desta dissertação.

Obrigada ao povo nordestino e a todos os brasileiros que acreditaram na democracia e foram à luta.

A todos, com carinho e amizade, a minha gratidão!

“Sou feita de retalhos.

Pedacinhos coloridos de cada vida que passa pela minha e que vou costurando na alma. Nem sempre bonitos, nem sempre felizes, mas me acrescentam e me fazem ser quem eu sou. Em cada encontro, em cada contato, vou ficando maior...

Em cada retalho, uma vida, uma lição, um carinho, uma saudade...

Que me tornam mais pessoa, mais humana, mais completa.

E penso que é assim mesmo que a vida se faz: de pedaços de outras gentes que vão se tornando parte da gente também.

E a melhor parte é que nunca estaremos prontos, finalizados...

Haverá sempre um retalho novo para adicionar à alma.

Portanto, obrigada a cada um de vocês, que fazem parte da minha vida e que me permitem engrandecer minha história com os retalhos deixados em mim. Que eu também possa deixar pedacinhos de mim pelos caminhos e que eles possam ser parte das suas histórias.

E que assim, de retalho em retalho, possamos nos tornar, um dia, um imenso bordado de ‘nós’”.

(“Sou feita de retalhos” – Cris Pizzimenti)

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo identificar quais conhecimentos e argumentos para o ensino dos números racionais evidenciados no processo de formação inicial dos professores, observando possíveis relações entre a matemática acadêmica abordada nos cursos superiores e a matemática escolar trabalhada na Educação Básica com respeito ao ensino dos números racionais. Os participantes foram estudantes e professores dos cursos presenciais em licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS) e do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe (IFS). Trata-se de uma pesquisa qualitativa, e os dados foram coletados por meio da aplicação de questionários, revisão bibliográfica, além de documentos dos cursos de licenciatura da UFS e do IFS. Em relação aos conhecimentos, consideramos as categorias de Ball, Thames e Phelps (2008), que, apoiados pelas ideias de Shulman (1986), indicam os conhecimentos necessários para ensinar Matemática. Quanto à argumentação, nos fundamentamos no modelo de Sales (2011) e Attie (2016), que apontam as categorias da argumentação explicativa e justificativa. A análise dos instrumentos aplicados se deu com base na Análise de Conteúdo (AC), seguindo as orientações de Bardin (2011). Observando os nossos dados, constatamos que é comum que os licenciandos façam o uso da Argumentação Explicativa para argumentar procedimentos relacionados aos números racionais; quando questionados sobre o porquê da validade de alguns processos, muitos não souberam apresentar uma justificativa. Com isso, foi perceptível que há dificuldades dos estudantes em utilizar a argumentação nos procedimentos matemáticos em questão para validar propriedades. Dessa forma, evidenciamos que se faz necessário haver formações que proporcionem e potencializem o processo de legitimidade dos conceitos matemáticos e que se invista no processo argumentativo dos estudantes de licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: Conhecimentos no Ensino de Matemática. Argumentação no Ensino de Matemática. Ensino dos Números Racionais. Formação Inicial.

ABSTRACT

This work aims to identify what knowledge and arguments are evidenced in the teaching of rational numbers in the process of initial teacher training, observing possible relationships between academic mathematics addressed in higher education courses and school mathematics worked in Basic Education with respect to the teaching of students rational numbers. The participants were students and professors of the classroom courses in Mathematics Degree at the Federal University of Sergipe (*Universidade Federal de Sergipe – UFS*) and the Federal Institute of Education, Science and Technology of Sergipe (*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – IFS*). This was a qualitative research, and the data were collected through the application of questionnaires, bibliographic review, documents from the undergraduate courses at UFS and IFS, interviews and records in the field diary carried out during the meetings. Regarding knowledge, we considered the categories of Ball, Thames and Phelps (2008) which, supported by Shulman's ideas (1986), indicate the knowledge necessary to teach Mathematics. As for the argumentation, we are based on the model of Sales (2011) and Attie (2016), which point out the categories of explanative and justificative argumentation. The analysis of the instruments applied was based on Content Analysis (CA), following the guidelines of Bardin (2011). Observing our data, we found that it is common for undergraduate students to use Explanatory Argumentation to argue procedures related to rational numbers. When asked why some processes are valid, many were unable to provide a justification. Therefore, it was noticeable that there are difficulties for students in using argumentation in the mathematical procedures in question, to validate properties. In this way, we demonstrate that there is a need for training that provides and enhances the process of legitimacy of mathematical concepts and that invests in the argumentative process of undergraduate Mathematics students.

Keywords: Knowledge in Math Teaching. Argumentation in Math Teaching. Rational Numbers Teaching. Undergraduate Formation.

LISTA DE SIGLAS

AC	Análise de Conteúdo
BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BNC-Formação	Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica
CCK	Conhecimento Comum do Conteúdo
CEP	Comitê de Ética e Pesquisa
CNE	Conselho Nacional de Educação
GEPEMAT	Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática
HCK	Conhecimento Horizontal do Conteúdo
IFS	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe
KCC	Conhecimento do Conteúdo e do Currículo
KCS	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes
KCT	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MKT	Mathematical Knowledge for Teaching
PCK	Conhecimento Pedagógico do Conteúdo
PDI	Plano de Desenvolvimento Institucional
PPC	Projeto Pedagógico de Curso
PPI	Projeto Pedagógico Institucional
PPP	Projeto Político Pedagógico
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SCK	Conhecimento do Conteúdo Especializado
UFS	Universidade Federal de Sergipe

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Níveis de Provas de Balacheff.....	28
Figura 2: Sistematização da Argumentação Explicativa.....	30
Figura 3: Sistematização da Argumentação Justificativa.....	31
Figura 4: Etapas da pré-análise.....	48
Figura 5: Resposta do Licenciando A03C01, Questão 1.....	51
Figura 6: Resposta do Licenciando A07C02, Questão 2.....	53
Figura 7: Resposta do Licenciando A04C02, Questão 2.....	53
Figura 8: Resposta do Licenciando A06C01, Questão 3.....	54
Figura 9: Resposta do Licenciando A02C03, Questão 3.....	55
Figura 10: Resposta do Licenciando A04C02, Questão 3.....	55
Figura 11: Resposta do Licenciando A01C03, Questão 8.....	56
Figura 12: Resposta do Licenciando A05C03, Questão 8.....	56
Figura 13: Resposta do Professor PROF01C01.....	57
Figura 14: Resposta do Professor PROF02C03.....	58
Figura 15: Resposta do Licenciando A02C03, Questão 5.....	60
Figura 16: Resposta do Licenciando A04C02, Questão 5.....	61
Figura 17: Resposta do Licenciando A05C03, Questão 4.....	62
Figura 18: Resposta do Licenciando A04C03, Questão 4.....	64
Figura 19: Resposta do Licenciando A06C02, Questão 4.....	65
Figura 20: Resposta do Licenciando A08C02, Questão 4.....	65
Figura 21: Resposta do Licenciando A02C03, Questão 11.....	68
Figura 22: Representação das frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{10}$	69
Figura 23: Resposta do Licenciando A04C03, Questão 10.....	72
Figura 24: Resposta do Licenciando A03C02, Questão 10.....	73
Figura 25: Resposta do Licenciando A08C02, Questão 10.....	74
Figura 26: Resposta do Professor PROF01C03, Questão 13.....	75
Figura 27: Resposta do Professor PROF03C02.....	76
Figura 28: Resposta do Professor PROF02C02.....	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Trabalhos localizados na BDTD.....	36
Tabela 2: Número de participantes por curso.....	46
Tabela 3: Desempenho geral, por curso, Questão 1.....	51
Tabela 4: Desempenho geral, por curso, Questão 2.....	52
Tabela 5: Desempenho geral, por curso, Questão 5, item 2.....	59
Tabela 6: Desempenho geral, por curso, Questão 5, item 3.....	60
Tabela 7: Desempenho geral, por curso, Questão 4.....	62
Tabela 8: Argumentos apresentados, por curso, Questão 4.....	64
Tabela 9: Desempenho geral, por curso, Questão 9.....	66
Tabela 10: Tipo de Argumentação, por curso, Questão 11.....	67
Tabela 11: Tipo de Argumentação, por curso, Questão 10.....	72
Tabela 12: Tipo de Argumentação, por curso, Questão 10.....	74

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Parte de uma entrevista realizada no trabalho de Damico (2007)	41
Quadro 2: Questão 3 do questionário aplicado aos licenciandos.....	54
Quadro 3: Questão 5 do questionário aplicado aos licenciandos.....	59
Quadro 4: Questão 4 do questionário aplicado aos licenciandos.....	61
Quadro 5: Questão 11 do questionário aplicado aos licenciandos.....	67
Quadro 6: Argumentação Justificativa para o algoritmo da divisão.....	70
Quadro 7: Questão 10 do questionário aplicado aos licenciandos.....	71
Quadro 8: Questão 13 do questionário aplicado professores da graduação.....	71
Quadro 9: Resposta do Professor PROF01C03, Questão 13	75

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	14
REVISÃO DE LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
1.1 Formação inicial do professor de Matemática	18
1.2 Argumentação no Ensino de Matemática	25
1.3 Conhecimentos essenciais ao professor para ensinar Matemática.....	32
1.4 O que dizem as pesquisas nos últimos dez anos com respeito ao ensino dos números racionais?	36
1.4.1 Ensino dos números racionais no Ensino Superior	41
METODOLOGIA	45
ANÁLISE DOS DADOS	50
3.2 Conhecimentos e argumentos evidenciados no ensino dos números racionais no processo de formação inicial do professor de Matemática.....	50
CONSIDERAÇÕES FINAIS	79
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82
APÊNDICES.....	89
Apêndice A – Questionário para os licenciandos.....	89
Apêndice B – Questionário para os docentes do Ensino Superior	92
Apêndice C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento – TCLE.....	94
Anexo A – Parecer Consubstanciado do CEP	97

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, muitos estudos referentes à formação de professores e ao ensino dos números racionais, em particular os fracionários, mostram que tanto professores quanto a grande parte do alunado têm dificuldades ao trabalhar com esses números, tanto do ponto de vista do ensino quanto da aprendizagem (Santos, 2005; Campos; Magina; Nunes, 2006; Damico, 2007; Lopes, 2008; Pinheiro, 2014; Canova *et al.*, 2019; Mocrosky *et al.*, 2019; Silva *et al.*, 2019; Ribeiro, 2019).

Diferentes estudos apontam fatores que podem contribuir para as dificuldades em torno dos números racionais. Mocrosky *et al.* (2019), por exemplo, apresentam que a forma como esses números são trabalhados é frágil, pois já na sua construção é priorizada a ideia de parte-todo como uma dupla contagem das partes, isso sem aprofundar a relação dessa divisão com a conservação do inteiro.

No trabalho de Silva *et al.* (2019, p. 11), os autores evidenciaram que “estudantes do curso de Matemática têm dificuldades em: localizar frações na reta numérica, fixar uma unidade comum a todas as frações para ser o inteiro e, assim, poder compará-las e representar fração que o denominador seja menor que o numerador”. Esse dado nos revela que muitos alunos podem passar anos de sua vida escolar sem entender conceitos básicos, e que as dificuldades podem se apresentar também no curso superior.

Mocrosky *et al.* mencionam ainda que

No cotidiano do professor, o estranhamento vem acompanhado de questões e muitas delas emergem do ensinar e do refletir sobre o que é e como foi ensinado. No dia a dia da sala de aula assumem-se as frações como algo comum e familiar, mas, no demorar-se pensando o trabalho realizado e seus possíveis significados, vem a estranheza (2019, p. 10).

Santos *et al.* (2021), por sua vez, destacam que o ensino de matemática vem sendo predominantemente trabalhado com metodologias pautadas em memorizações, repetições de algoritmos, num modelo puramente tecnicista, o que deve contribuir para a produção de uma argumentação frágil em relação aos conteúdos, pois os estudantes não estão sendo incentivados a compreender os processos que fundamentam e legitimam os resultados dos procedimentos, focando apenas em saber fazer e não compreender o porquê; por isso, quando questionados em contextos diferentes do habitual, os alunos podem enfrentar sérias dificuldades. Sá e Attie mencionam inclusive que

[...] apesar de esforços de professores e educadores matemáticos no sentido da superação de um ensino tecnicista/formalista na disciplina, o que as pesquisas vêm apontando é ainda a predominância dessa modalidade na sala de aula (UTSUMI; LIMA, 2008; CARRIÃO, 2008; CORDEIRO, OLIVEIRA, 2015; ATTIE, 2016). O objetivo fundamental de um ensino tecnicista, em relação à matemática, é conseguir que o aluno utilize corretamente fórmulas e algoritmos, sem necessariamente compreender o contexto de suas aplicações ou a fundamentação lógica que garante a validade dos mesmos. No ensino formalista, ao menos, a fundamentação lógica se faz necessária (FIORENTINI, 1995). Entretanto, neste caso, o conhecimento matemático se encontra desprovido de outra justificativa que não o próprio desenvolvimento interno da matemática (Sá; Attie, 2020, p. 1-2).

Consideramos que o ensino de matemática não deve ser pautado por atividades que contenham uma visão de coisas prontas e definitivas, mas sim com um sentido de “construção e apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (Brasil, 1997, p. 19). E, assim como alguns dos autores já citados (Sá; Attie, 2020; Santos *et al.*, 2021), acreditamos que o ensino fundamentado na argumentação pode auxiliar no processo de construção e consolidação da cidadania.

Em enfrentamento a essa realidade, propusemos um estudo mediante o ponto de vista de licenciandos e professores dos cursos de licenciatura em Matemática ofertados por instituições públicas do estado de Sergipe, de forma a identificar quais conhecimentos e argumentos seriam evidenciados nos discursos dos participantes em relação ao conjunto dos números racionais a partir do que é apresentado na formação inicial. A licenciatura em Matemática em instituições públicas do estado foi tomada como foco do nosso estudo pela semelhança em sua estrutura curricular ao abordar os números racionais dentro das ementas das disciplinas “Matemática para o Ensino Fundamental” e “Estruturas Algébricas I”.

A escolha do tema surgiu inicialmente a partir de discussões no Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (GEPEMAT). Ao analisarmos e desenvolvermos pesquisas, foi possível destacar que os números racionais ainda são apontados como um dos temas que apresentam obstáculos em torno de sua compreensão no Ensino Fundamental. E, com o crescimento das pesquisas acerca do tema, verificou-se que, como citado anteriormente, tanto alunos quanto professores têm dificuldades em trabalhar com os números racionais. Partimos da ideia de que

[...] para desempenhar seu papel de mediador entre o saber matemático e o aluno, o professor precisa de um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção da Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como uma ciência dinâmica sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. Shulman (1986) chama a atenção para a necessidade de o professor conhecer muito bem os conteúdos que ensina, não do mesmo modo que o cientista, mas o suficiente para poder traçar caminhos para torná-los compreensíveis e significativos (Santos, 2005, p. 23).

Dessa forma, acreditamos que identificar e discutir a respeito dos conhecimentos e argumentos sobre os números racionais que docentes e licenciandos apresentam, e que esses últimos eventualmente levarão para sua prática docente na Educação Básica, possibilitará discutir estratégias de ensino na formação inicial que possam auxiliar a superar eventuais confusões conceituais.

Assim, nesta pesquisa, tivemos como objetivos identificar quais conhecimentos e argumentos matemáticos para o ensino dos números racionais são evidenciados no processo de formação inicial de professores de matemática e investigar como esses números são trabalhados na perspectiva de preparar os licenciandos para a prática profissional docente na Educação Básica. Além disso, buscamos também entender como esses dois campos estão sendo associados dentro da formação inicial.

Para analisar os conhecimentos necessários ao professor para ensinar Matemática no Ensino Básico, em particular conceitos envolvendo os números racionais, buscamos bases teóricas em estudos realizados por Ball, Thames e Phelps (2008), que, fundamentados em Shulman (1986), apontam quais conhecimentos são indispensáveis para o professor que ensina Matemática. E, em busca de identificar e classificar as categorias de argumentação apresentadas por licenciandos e professores ao discutir os números racionais, nos pautamos em Sales (2011) e Attie (2016), que, baseados nos conceitos de Balacheff (1988), nos apresentam duas categorias de argumentação no ensino de matemática, a argumentação explicativa e a argumentação justificativa.

O nosso estudo está estruturado em quatro seções. A seção I, denominada “Revisão de Literatura e Fundamentação Teórica”, encontra-se subdividida em quatro subseções. Na primeira, apresentamos uma breve revisão teórica a respeito da Formação Inicial do Professor de Matemática, ao passo que a segunda tem como foco discussões que envolvem o processo de argumentação no ensino de Matemática. Na terceira, destacamos a base de conhecimentos essenciais para a formação do professor de matemática e, na quarta, por fim, apresentamos discussões com respeito aos números racionais.

Na seção II, fazemos a descrição dos procedimentos metodológicos adotados nesta investigação, adiantando que este estudo teve caráter qualitativo, tendo sido caracterizado como uma pesquisa descritiva e exploratória. Para nos fundamentarmos, realizamos um levantamento documental das diretrizes que regem a formação do professor de Matemática e, para a coleta dos dados, realizamos uma pesquisa de campo a partir da aplicação de

questionários. A apreciação foi feita segundo a Análise de Conteúdo, fundamentada em Bardin (2011).

A seção III foi destinada à apresentação e discussão dos dados coletados referentes aos questionários aplicados aos participantes. Vale ressaltar que essa aplicação só foi feita após o deferimento da pesquisa, sob o número 60653722.7.0000.5546, submetida ao Comitê de Ética e Pesquisa da universidade (CEP).

Por fim, apresentamos a quarta e última seção, que aborda nossas considerações finais, seguida da lista de referências bibliográficas, dos apêndices, nos quais trazemos os instrumentos de coleta de dados na pesquisa de campo, e de um anexo contendo o projeto e o parecer consubstanciado (favorável) do Comitê de Ética e Pesquisa da universidade.

SEÇÃO I

REVISÃO DE LITERATURA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

“O professor é, naturalmente, um artista, mas ser um artista não significa que ele ou ela consiga formar o perfil, possa moldar os alunos. O que um educador faz no ensino é tornar possível que os estudantes se tornem eles mesmos.”

(Paulo Freire)

O presente estudo está inserido no contexto da formação inicial do professor de matemática, com foco nos conhecimentos e argumentos acerca do ensino dos números racionais. Nessa perspectiva, apresentaremos nesta seção uma subseção voltada para a revisão da literatura a respeito da Formação Inicial do Professor de Matemática no Brasil, e em seguida apresentaremos mais três subseções que irão abordar a Argumentação no Ensino de Matemática, os Conhecimentos Essenciais ao Professor para Ensinar Matemática e o Ensino dos Números Racionais mediante pesquisas realizadas nos últimos dez anos; nessa última temática, trazemos inclusive um breve levantamento de discussões feitas por pesquisadores a respeito do Ensino dos Números Racionais no Ensino Superior.

1.1 Formação inicial do professor de Matemática

Ser professor envolve processos que abrangem a aprendizagem de conhecimentos que podem ser mobilizados através da articulação entre aspectos sociais e individuais. E, considerando a pluralidade em torno desse profissional,

[...] pode-se dizer que “ser-professor(a)” é uma construção angariada no decorrer de um longo processo, pois é preciso tempo para assimilar a formação, para aprender como agir, para tomar decisões e principalmente para se reconhecer como um formador das futuras gerações (Iza *et al.*, 2014, p. 276).

Os autores partilham da ideia de que a identidade docente vai sendo desenvolvida a partir de interações marcadas entre diferentes fatores que se inter-relacionam, resultado de representações que os professores fazem de si e de suas funções. A esse respeito a constituição do SER PROFESSOR passa por “questões que vão desde a sua socialização primária, enquanto aluno da escola, seguindo para a formação inicial em cursos de licenciatura, até tornar-se professor de fato, ficando em formação permanente” (Iza *et al.*, 2014, p. 277).

Nesta subseção, nos restringiremos a discutir a construção do ser professor de matemática na perspectiva de questões relacionadas à sua formação inicial, levantando como os cursos de licenciatura foram se constituindo no Brasil e quais conhecimentos podem ser considerados essenciais na sua formação.

Para compreendermos a formação inicial dos professores de matemática, julgamos essencial entender alguns aspectos históricos, relacionados às políticas públicas e aos modelos de formação de professores dos cursos de licenciatura em Matemática, pois esses aspectos, dentro do seu contexto temporal, estabelecem influências na formação do perfil docente. Sendo assim, faremos um breve recorte histórico apontando o caminho percorrido pelos cursos licenciatura em Matemática no Brasil.

A Matemática fez parte do currículo escolar desde os primórdios do período colonial com o ensino feito pelos padres jesuítas (Ziccardi, 2009). No século XVIII, D. João VI, com medo de invasões no território brasileiro e preocupado em garantir a proteção e sobrevivência da Corte na Colônia, criou a Academia Militar após chegar ao Brasil e abrir os portos às nações amigas. Devido à necessidade da formação de técnicos e militares, os ensinamentos matemáticos se tornaram indispensáveis, pois eram fundamentais para a instrumentação de novos militares e engenheiros (Ziccardi, 2009). As aulas de matemática, nesse período, eram praticamente lecionadas por engenheiros, isso pelo fato de essa ser considerada uma profissão de grande prestígio social.

Quanto à formação de professores em cursos específicos no Brasil, ela se iniciou propriamente no século XIX, com a institucionalização das Escolas Normais¹ (Almeida, 2015). E apenas um século depois foi estabelecido que

[...] a formação se daria em nível superior, pois, até o momento, no Brasil, não havia essa exigência e os professores, muitas vezes, não tinham curso superior ou, quando tinham, frequentemente eram formados em cursos de bacharelado em áreas distintas das que estavam lecionando (Almeida, 2015, p. 20).

Até então, pouco se exigia dos profissionais para exercer o magistério. Sendo assim, por anos não havia a obrigatoriedade de uma formação específica para o exercício do cargo de professor de Matemática.

Em 1930, são criados os cursos de licenciatura nas antigas Faculdades de Filosofia, com o intuito de regulamentar a formação docente (Junqueira; Manrique, 2012). Nesse período, prevaleceu

¹ Era ofertada uma formação básica, com alguns apontamentos metodológicos de como ensinar. Podemos associar essa formação básica ao que temos hoje no Ensino Médio.

[...] o modelo da racionalidade técnica, seguindo a fórmula “3 + 1”, em que as disciplinas de natureza pedagógica com duração de um ano justapunham-se após três anos de disciplinas de conteúdo específico. O modelo da racionalidade técnica apresenta o professor como um técnico, um especialista que aplica com rigor, na sua prática cotidiana, as regras derivadas do conhecimento científico e do conhecimento pedagógico (Junqueira; Manrique, 2012, p. 47).

O modelo “3+1” foi marcado por uma proposta de formação em que não havia o incentivo em articular a teoria e a prática, havendo uma separação entre elas. Além disso, havia a crença de que o domínio do conhecimento científico era suficiente para se ser um bom professor (Junqueira; Manrique, 2012)².

Ao longo dos anos, mesmo com legislações que indiquem diretrizes³ a favor da articulação da prática com a teoria, em que essa não seja somente uma preocupação das disciplinas pedagógicas, mas de todas as disciplinas do curso, vemos que o modelo 3+1 ainda é muito presente. Sobre essa temática, Junqueira e Manrique (2012, p. 47) destacam que

[...] esse modelo ainda se encontra muito presente nas instituições de ensino superior, uma vez que na prática, as disciplinas de conteúdo específico, de responsabilidade dos institutos básicos, continuam precedendo as disciplinas de conteúdo pedagógico, e que a articulação entre essas disciplinas, na maioria das vezes, inexistente. Aponta, assim, para um curso de licenciatura com a identidade de bacharelado, onde a formação prática ocupa lugar secundário.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) estabelece, em seu art. 43, as finalidades da Educação Superior, e, cinco anos após a sua publicação, foram homologadas as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena, por meio do Parecer CNE/CP 9/2001 (Brasil, 2001a), e, no mesmo ano, o Parecer CNE/CES 1.302/2001 (BRASIL, 2001b) sanciona as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.

O Parecer CNE/CP 9/2001 assinala que essas diretrizes “se constituem de um conjunto de princípios, fundamentos e procedimentos a serem observados na organização institucional e curricular de cada estabelecimento de ensino e aplicam-se a todas as etapas e modalidades da educação básica” (Brasil, 2001a, p. 61). Portanto, trata-se de um documento que apresenta os fundamentos a serem seguidos pelas instituições formadoras de professores da Educação

² Os conceitos de necessário e suficiente são, evidentemente, diversos e afirmar que o conhecimento científico é “necessário” para se exercer a docência é uma afirmação que não autoriza apontar que ele é “suficiente” para isso.

³ Por exemplo, temos o art. 12, § 1º, 2º e 3º, do Parecer CNE/CP nº 9/2001.

Básica. A partir desse parecer, é elaborada a normatização da criação do Projeto Político Pedagógico (PPP) dos cursos de formação dos docentes, estabelecendo as competências que devem ser consideradas na sua formulação.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, por sua vez, sistematizam sugestões para a construção dos PPP dos cursos, apresentando orientações que devem preferencialmente ser seguidas na elaboração dos currículos desses cursos. Além disso, o documento apresenta uma distinção entre bacharéis e licenciados a partir de competências e habilidades próprias do educador matemático, que são:

- a) elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica;
- b) analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;
- c) analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica;
- d) desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;
- e) perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente;
- f) contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica (Brasil, 2001b).

Ainda nesse documento, é indicado que os conteúdos curriculares devem ser estruturados de modo que os licenciandos possam ter uma visão global e significativa dos temas discutidos. Além disso, propõe que o ensino parta de representações que os alunos possuem a respeito dos conceitos matemáticos, uma vez que, segundo essas diretrizes, a identificação desses conhecimentos prévios é fundamental para organizar seu ensino (Brasil, 2001b).

Em 2002, foram instituídas pela Resolução CNE/CP 2/2002 a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior, que é efetivada mediante a integralização de, no mínimo, 2.800 horas, a partir da articulação entre a teoria e a prática que garanta, seguindo os seus projetos pedagógicos, as seguintes dimensões dos componentes comuns:

- I - 400 (quatrocentas) horas de prática como componente curricular, vivenciadas ao longo do curso;
- II - 400 (quatrocentas) horas de estágio curricular supervisionado a partir do início da segunda metade do curso;
- III - 1800 (mil e oitocentas) horas de aulas para os conteúdos curriculares de natureza científico-cultural;

IV - 200 (duzentas) horas para outras formas de atividades acadêmico-científico-culturais (Brasil, 2002, p. 9).

Diferentemente do modelo conhecido como “3+1”, os novos direcionamentos dão ênfase à articulação entre a teoria e a prática no processo de formação docente ao longo de todo o curso, valorizando o processo em torno da formação cidadã dos indivíduos.

A partir do art. 13, §1º, da Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, os cursos passam a ter, no mínimo, 3.200 horas de efetivo trabalho acadêmico (Brasil, 2015), sendo distribuídas em:

- 400 horas de prática como componente curricular, distribuídas ao longo do processo formativo;
- 400 horas dedicadas ao estágio supervisionado, na área de formação e atuação na Educação Básica, contemplando também outras áreas específicas, se for o caso, conforme o projeto de curso da instituição;
- Pelo menos 2.200 horas dedicadas às atividades formativas estruturadas pelos núcleos de estudos de formação geral e de aprofundamento, diversificação de estudos das áreas de atuação profissional, conforme o projeto de curso da instituição;
- 200 horas de atividades teórico-práticas de aprofundamento em áreas específicas de interesse dos estudantes, conforme núcleo de estudos integradores para enriquecimento curricular, por meio da iniciação científica, da iniciação à docência, da extensão e da monitoria, entre outras, consoante o projeto de curso da instituição.

A partir da Resolução CNE/CP 2/2015, o incentivo à prática é indicado de maneira que o licenciando tenha inserção nas instituições de Educação Básica da rede pública de ensino e que seja trabalhada na formação inicial uma sólida fundamentação teórica e interdisciplinar, atendendo ao reconhecimento e à valorização da diversidade.

Mediante o §2º do art. 1º da Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, fica instituído que as instituições de Ensino Superior devem conceber a formação inicial na perspectiva do atendimento às políticas públicas de educação, às Diretrizes Curriculares Nacionais, expressando organicidade entre o seu Plano de Desenvolvimento Institucional (PDI), seu Projeto Pedagógico Institucional (PPI) e seu Projeto Pedagógico de Curso (PPC), como expressão de uma política voltada à Educação Básica, suas políticas e suas diretrizes. Com isso, podemos perceber que a organização dos cursos de licenciatura deve buscar articular

suas propostas ao que é abordado e direcionado para o Ensino Básico. Visto isso, o §6º do art. 3º da mesma resolução direciona que “o projeto de formação deve ser elaborado e desenvolvido por meio da articulação entre a instituição de educação superior e o sistema de educação básica” (Brasil, 2015, p. 5). Assim, podemos perceber que o currículo em torno da formação inicial, pela Resolução CNE/CP 2/2015, deve ser construído mediante um processo democrático que se preocupa com a Educação Básica.

Entretanto, antes da sua implantação em todas as instituições de Ensino Superior, a Resolução CNE/CP 2/2015 foi revogada sob a justificativa do cumprimento do §8º do art. 62 da LDB, que estabelece que os currículos dos cursos de formação de docentes devem ter por referência a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), e, assim, o Conselho Nacional de Educação (CNE), na execução de suas atribuições, no ano de 2019, define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) em consonância com a BNCC.

A BNC-Formação, homologada pela Resolução CNE/CP 02/2019, normatiza a formação docente sob a perspectiva de “treinar” (Costa *et al.*, 2021) os futuros professores para ensinar os objetos de conhecimento descritos na BNCC, descaracterizando a formação inicial como espaço de produção do pensamento crítico (Costa *et al.*, 2021). O documento não toma a BNCC como referência, mas, ao contrário, torna a Base Nacional Comum Curricular como o objeto principal a ser ensinado no Ensino Superior, formatando os cursos de licenciatura, com priorização das competências e habilidades predeterminadas, ao modelo de cursos tecnicistas. Com isso, a partir dessa resolução, se revela

[...] uma política de formação docente que implica controle e regulação do que o professor deve saber e ensinar, remetendo, desse modo, a formação ao engessamento de conhecimentos predefinidos, ato que fere a autonomia docente e ignora o professor como ser pensante, bem como reduz a possibilidade de um trabalho crítico (Costa *et al.*, 2021, p. 905-906).

Em nota, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) afirma que a Resolução CNE/CP 2/2019 apresenta um grande retrocesso ao “retomar concepções ultrapassadas de formação restrita a habilidades e competências, como as expressas na BNCC (2017) e nas DCNs para a formação inicial (2019), agora para a formação continuada” (SBEM, 2020, p. 1-2). Isso por ter características reducionistas, desvalorizando e precarizando a formação inicial e continuada, esvaziando-a de sentido crítico.

A partir da Resolução CNE/CP 2/2019, os cursos de licenciatura permanecem com carga horária mínima de 3.200 horas, mas passam a ser distribuídos em:

- I- Grupo I: 800 (oitocentas) horas, para a base comum que compreende os conhecimentos científicos, educacionais e pedagógicos e fundamentam a educação e suas articulações com os sistemas, as escolas e as práticas educacionais.
- II - Grupo II: 1.600 (mil e seiscentas) horas, para a aprendizagem dos conteúdos específicos das áreas, componentes, unidades temáticas e objetos de conhecimento da BNCC, e para o domínio pedagógico desses conteúdos.
- III - Grupo III: 800 (oitocentas) horas, prática pedagógica, assim distribuídas: a) 400 (quatrocentas) horas para o estágio supervisionado, em situação real de trabalho em escola, segundo o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) da instituição formadora; e b) 400 (quatrocentas) horas para a prática dos componentes curriculares dos Grupos I e II, distribuídas ao longo do curso, desde o seu início, segundo o PPC da instituição formadora (Brasil, 2019, p. 6).

Como podemos perceber, essa nova estrutura prioriza uma formação pautada em atender à BNCC e no seu saber fazer na prática. Assim, sob a perspectiva dessa Sociedade, a BNC-Formação preconiza

[...] negar a necessidade de uma sólida formação teórica e interdisciplinar e seguir a opção por ênfase meramente tecnicista, ou seja, uma perspectiva de conhecimento restrita ao saber fazer, marcada, pois, pela ausência dos processos reflexivos na formação docente (SBEM, 2020, p. 3).

Elencadas as competências específicas que fundamentam a ação docente, a BNC-Formação estabelece três dimensões fundamentais: o conhecimento profissional, a prática profissional e o engajamento profissional, limitando a experiência docente ao conhecimento e à aplicação do currículo escolar. Ao compararmos essas dimensões com a base de conhecimentos fundamentais e essenciais ao professor para exercer a prática docente, proposta por Shulman (1987), apontamos algumas diferenças importantes, pois, para esse autor, essa base de conhecimentos deveria incluir, no mínimo,

- Conhecimento do conteúdo;
- Conhecimento pedagógico geral;
- Conhecimento curricular do conteúdo;
- Conhecimento pedagógico do conteúdo;
- Conhecimento de estudantes e suas características;
- Conhecimentos dos contextos educativos;
- Conhecimento dos objetivos, finalidades e valores educativos, e de seus fundamentos filosóficos e históricos.

Nesse panorama, podemos observar uma proposta que não se restringe apenas aos aspectos de conhecer o currículo e como colocá-lo em prática. Não que não consideremos esses elementos importantes, mas, novamente, são necessários, mas não suficientes. Shulman (1986, 1987) sustenta que o professor deve ter o domínio dos conceitos e procedimentos relacionados aos conteúdos específicos de cada disciplina, assim como entender como o conteúdo deve estar estruturado no corpo da própria ciência e demais áreas do conhecimento, estabelecendo, quando possível, conexões entre o conteúdo da própria e das demais áreas do conhecimento, articulando o “quê”, “como” e “para quem” ensinar. Sendo assim, defendemos que o professor deve ir além do que é apresentado como proposta pela BNC-Formação.

Com o que foi apresentado, podemos observar mudanças significativas ao longo da história da formação de professores de matemática, desde seus princípios iniciados com os jesuítas até a atual legislação normativa que rege os cursos de formação em graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior.

Além disso, apontamos que documentos oficiais estabelecem que a formação docente deva estar em consonância com as propostas da Educação Básica, especialmente tendo em vista que, à luz da BNCC, é imprescindível que seja trabalhada a formação integral dos alunos, de modo que essa possa contribuir para torná-los cidadãos críticos. Nesse contexto, se torna de suma importância a criticidade dos professores, sendo fundamental que ela seja trabalhada em suas respectivas formações com elementos que possam levar esse público a argumentar, no que concordamos com autores que preconizam a argumentação como essencial no processo do pensamento crítico. Desse modo, na próxima subseção, iremos discutir fundamentos da Argumentação no Ensino de Matemática que podem auxiliar no desenvolvimento do processo de argumentação do cidadão.

1.2 Argumentação no Ensino de Matemática

Buscando contribuir com a formação integral de um cidadão crítico, autores como Aguilar Júnior (2012) e Silva *et al.* (2015), entre outros, acreditam que o aluno deve ser instigado a formular suas próprias conjecturas, assim como questionar o que lhe é apresentado. Mas, em sentido oposto, por muitos anos o alunado foi visto como coadjuvante da sua própria história e o ensino era fortemente marcado pela memorização dos conteúdos abordados em sala de aula (Aguilar Júnior, 2012; Attie, 2016; Santos *et al.*, 2021).

Com a homologação e implementação da Base Nacional Comum Curricular, é proposto que haja, nas três etapas da Educação Básica, um comprometimento de ofertar um ensino que assegure que o aluno possa desenvolver competências gerais como

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta (Brasil, 2018, p. 9).

Mas, para a promoção de tal competência, deve-se despertar e incentivar o espírito investigativo e questionador no alunado. No Ensino Fundamental, por exemplo, espera-se, pela BNCC, que seja garantido que os alunos possam “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (Brasil, 2018, p. 267). Dessa forma, no âmbito da Educação Matemática, a promoção da Argumentação Matemática, como é apresentada, por exemplo, no trabalho de Rosale (2018), pode auxiliar na formação integral do aluno, podendo capacitá-lo a compreender o mundo de modo mais profundo e crítico.

No Ensino Médio, no componente curricular Matemática, as normativas também direcionam, dentre suas competências específicas, que seja articulado o processo de argumentação, cabendo ao professor:

1. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
2. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (Brasil, 2018, p. 531).

Dessa forma, podemos perceber um direcionamento para que os cursos de formação inicial incentivem a argumentação como um recurso que auxilie a futura prática docente. Assim, devido às atuais demandas postas pelos novos currículos embasados na BNCC, principalmente pelo fato de que a descoberta e a compreensão dos processos que se encontram por trás dos procedimentos favorecem o pensamento crítico do indivíduo, podemos apontar a crescente importância da argumentação no processo escolar, visto que ela auxilia e

fundamenta os atos de “influenciar, persuadir alguém, defender ou repudiar uma tese ou ponto de vista” (Boavida, 2002 *apud* Silva *et al.*, 2015, p. 03). Portanto, corroboramos as considerações de Silva *et al.* (2015) de que o processo de argumentar democraticamente tem importância intelectual, social e ética no exercício da cidadania crítica e responsável.

Consideramos, portanto, que a argumentação pode ser vista pelos cursos de licenciatura em Matemática como um componente que facilita e até mesmo pode avalizar as articulações possíveis de serem trabalhadas, buscando-se conectar o que é visto na graduação com o que será trabalhado na Educação Básica.

Entretanto, Caldato *et al.* (2017), embasados em alguns estudos, apresentam que os cursos de formação inicial não têm preparado efetivamente os professores na perspectiva de propiciar a prática da argumentação no ensino de matemática, mesmo que alguns trabalhos mencionem que os licenciandos melhoraram seus argumentos matemáticos quando colocados em contato com atividades que proporcionam o uso de demonstrações e provas.

Argumentar, explicar, provar e apresentar um raciocínio são expressões que são associadas como sinônimos de demonstração no dia a dia no ensino de matemática (Nascimento, 2022). Segundo as concepções de Balacheff (1987, 1988, 2000), entretanto, veremos que esses termos se diferenciam e apresentam diferentes níveis cognitivos. O autor estabelece definições, distinguindo os termos explicação, prova e demonstração.

Assim, a explicação é expressa em um discurso e visa tornar compreensível ao interlocutor a validade de uma afirmação, sendo que a veracidade da proposição ou seu resultado devem estar diretamente relacionados ao emissor do discurso, permitindo que as razões expostas possam ser discutidas, refutadas ou aceitas.

A prova, por outro lado, acontece quando uma explicação passa por um processo social no qual o discurso é aceito e reconhecido por uma comunidade num determinado momento⁴. E a decisão em torno da validação do discurso pode ser objeto de discussão, com a exigência de haver um sistema de verificação comum, considerado legítimo para os interlocutores (Balacheff, 1987, 1988, 2000).

Já o termo demonstração é designado como uma prova aceita pela comunidade matemática e ocorre por meio de uma sequência de enunciados seguindo regras determinadas. No caso, o enunciado é apontado como verdadeiro, sendo deduzido daqueles que o precedem

⁴ Essa posição não é definitiva, pois, ao longo do tempo, pode evoluir simultaneamente com o avanço do conhecimento em que se baseia. Por outro lado, uma prova pode ser aceita por uma comunidade, mas também pode ser rejeitada por outra.

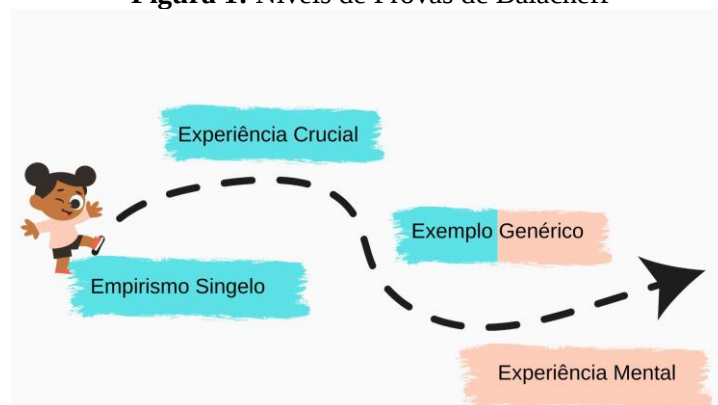
por meio de uma regra de dedução tomada num conjunto definido de regras (Balacheff, 1987, 1988, 2000).

Em relação ao ensino, Balacheff (1988) faz distinção entre os tipos de provas, classificando-as em provas pragmáticas e provas intelectuais. As provas pragmáticas baseiam-se na veracidade empírica dos fatos, embasadas pela observação e experimentação de elementos como desenhos e exemplos, que buscam mostrar uma determinada regularidade de um resultado. Já as provas intelectuais caracterizam-se pelo discurso dedutivo, com argumentos sustentados por lemas e corolários. Fundamentado pelos estudos de Balacheff (1988), Santos aponta que podemos perceber que

[...] as provas pragmáticas, ao recorrerem a observação de padrões e apelo a utilização de exemplos para ratificar a validade de uma afirmativa, configuram-se como o tipo de prova que comprova a validade apenas de alguns casos específicos, diferentemente das provas intelectuais que trabalham com o enfoque generalista das demonstrações (2022, p. 27).

Dentro do campo das provas pragmáticas e intelectuais, Balacheff (1988) destaca os quatro níveis de provas, como exposto na figura 1.

Figura 1: Níveis de Provas de Balacheff



Fonte: A autora, 2023.

O Empirismo Singelo (ou Ingênuo) e a Experiência Crucial residem no campo das provas pragmáticas. Considerando a hierarquia desses níveis, o Empirismo Singelo representa o mais acessível, pois suas constatações são feitas a partir de verificação de poucos e simples exemplos.

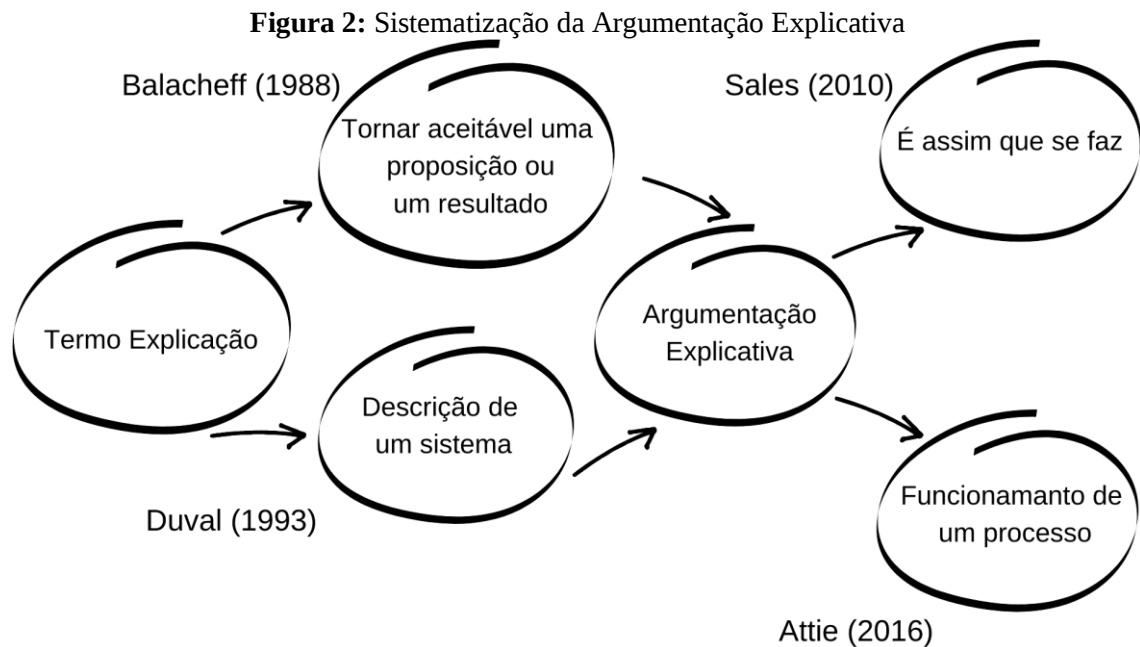
Na experiência crucial, diferentemente da anterior, se busca averiguar a veracidade do enunciado tomando como base um caso particular, mas especial, para, a partir dele, conjecturar uma possível generalização.

O Exemplo Genérico transita entre os dois tipos de provas, pois, ao apurar a veracidade de uma proposição, utiliza um exemplo particular, mas que permite constatar que os procedimentos são válidos e podem ser generalizados para um caso qualquer.

Já a Experiência Mental faz parte das provas intelectuais. Diferentemente dos demais modelos de provas, não faz uso de casos particulares para verificação da veracidade do enunciado e se caracteriza pelo uso do raciocínio lógico-dedutivo, sendo comum o uso de propriedades, corolários, lemas e teoremas no processo de validação.

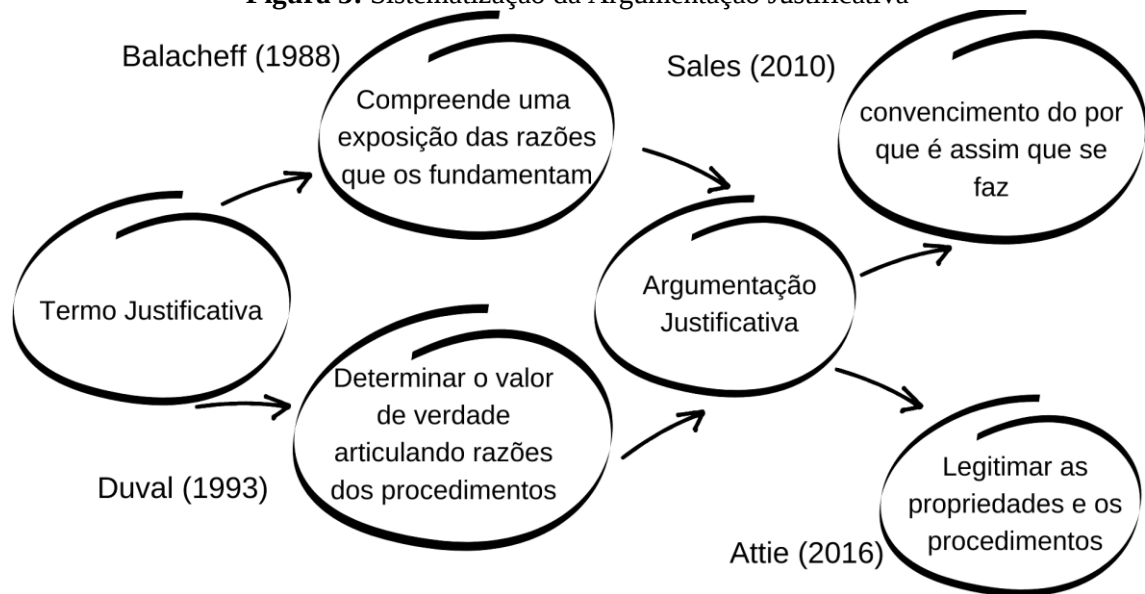
Embasados pelas ideias de Balacheff (1988) e de Duval (1993), relativas à diferença entre os termos explicação e justificação, pesquisadores como Sales (2010, 2011) e Attie (2016) conceituam que o processo de argumentação pode ser categorizado mediante essas duas perspectivas.

Para Balacheff (1988), a *explicação* tem por finalidade tornar inteligível ao receptor a verdade de uma proposição que já foi adquirida pelo emissor. O discurso explicativo tem por base a linguagem natural, e a validade de uma proposição é estabelecida e garantida através dos conhecimentos de quem profere o argumento e de sua delimitação acerca da verdade (Balacheff, 1988). Na perspectiva do autor, portanto, enquanto a explicação pressupõe um discurso com o objetivo de tornar aceitável uma proposição ou um resultado, a palavra justificativa compreende uma exposição das razões que os fundamentam. Na perspectiva de Duval (1993), uma argumentação levaria, necessariamente, ao ato de justificar, pois a explicação não tem como objetivo determinar o valor de verdade, mas sim a descrição de um sistema, apenas a sua explicitação, deixando-a carente de razões mais fundamentadas, que lhe emitam força. Já a justificação atende ao requisito de ir além de respostas com simples afirmações, mas fornecendo e articulando razões para elas. Sales (2010), a partir daí, apresenta as definições de argumento explicativo e argumento justificatório, salientando que o aspecto explicativo de uma argumentação tem ênfase no esclarecimento, sem necessariamente ter o objetivo de justificar. Então, em síntese, a Argumentação Explicativa pode ser compreendida a partir da sistematização, apresentada na figura a seguir.



Fonte: A autora, 2023.

A Argumentação Justificativa, por outro lado, implica necessariamente uma defesa de um ponto de vista. Sales (2010) pontua que quem explica pode ou não justificar, mas quem se propõe a justificar terá, necessariamente, de recorrer a uma explicação. Assim, “Explicar é dizer: *é assim que se faz*. Justificar é dizer *por que é assim que se faz*” (Sales, 2010, p. 28). Posteriormente, e fundamentado nesses autores, Attie (2016) aponta duas categorias de argumentação presentes no ensino de matemática, a “Argumentação Explicativa”, que expõe o funcionamento de um processo sem emitir valores ou estabelecer relações significativas para tal e que pretende assegurar a verdade de uma proposição pela via unicamente da constatação, e a “Argumentação Justificativa”, que, além de mostrar os passos do processo realizado, apresenta as razões e os fundamentos lógicos capazes de legitimar as propriedades e os procedimentos. Na próxima figura, a partir do que foi discutido no texto, apresentamos uma sistematização como forma de síntese da Argumentação Justificativa.

Figura 3: Sistematização da Argumentação Justificativa

Fonte: A autora, 2023.

A diferença entre as categorias aparece especialmente nas salas de aula e nos livros didáticos, nas respostas dadas em relação a indagações do tipo “como” e “por que”.

Em termos gerais, podemos dizer que, enquanto a Argumentação Explicativa é utilizada com a finalidade de apenas esclarecer um procedimento, a Argumentação Justificativa tem o objetivo não somente de elucidar, mas de convencer. Em termos discursivos, a um questionamento do aluno sobre o porquê de um procedimento ou fórmula, respostas do tipo “é por definição”, “assim dá certo” ou “os matemáticos provaram”, são suficientes para uma argumentação explicativa, pois, nesta, só existe a necessidade de mostrar como aquele procedimento ou fórmula funcionam. Já para responder ao questionamento utilizando uma argumentação justificativa, deve ser inevitável a utilização de algum processo que legitime, em termos lógicos, aquele procedimento ou fórmula. Assim, na prática da sala de aula, a argumentação explicativa apresenta o algoritmo de resolução enquanto a argumentação justificativa aponta, além disso, o processo que levou àquele método e que o torna válido (Attie; Krpan, 2020, p. 7).

Esses autores apontam que a Argumentação Explicativa no processo de ensino de matemática é a mais utilizada, mas consideramos que, quando se almeja um ensino de matemática que favoreça a formação de indivíduos críticos e conscientes de seu papel na sociedade, a presença da Argumentação Justificativa é indispensável, pois ela possibilita a compreensão do processo que justifica o conhecimento matemático, podendo superar, assim, o processo de adestramento das regras e de memorização que é preponderante até hoje no processo de ensino de matemática (Cordeiro; Oliveira, 2015). Concordamos com Silva *et al.* (2015), que consideram que a Argumentação Justificativa deveria ser a mais utilizada no

processo de ensino, se fazendo necessária a mudança na prática docente, inclusive dos formadores⁵.

Consideramos, assim, pelo que foi exposto, que o processo de argumentação na formação de licenciandos deve ter entre suas finalidades legitimar os resultados utilizados na Educação Básica. Assim, as argumentações devem ser vistas como essenciais nos processos de ensino e de aprendizagem, pois, além de esclarecer os procedimentos matemáticos, se deve convencer. Ratificando, vale ressaltar que a Argumentação Explicativa apresenta os procedimentos com o objetivo de torná-los inteligíveis, enquanto a Argumentação Justificativa leva o indivíduo a justificar as razões que legitimam os processos que se encontram por trás daqueles procedimentos.

De modo geral, consideramos que a argumentação é uma estrutura importante na formação cidadã e imprescindível aos futuros professores de matemática. Nesta subseção, conhecemos algumas facetas da argumentação em relação às demandas da Educação Básica e agora iremos discutir outros aspectos que são fundamentais à formação do professor de matemática.

1.3 Conhecimentos essenciais ao professor para ensinar Matemática

Existe uma diversidade de teorias que elucidam aspectos que englobam a formação do professor, e, como o foco desta dissertação é a formação do professor de matemática, elegemos para o nosso estudo as ideias de Ball, Thames e Phelps (2008) como ponto inicial para tratarmos o conhecimento profissional essencial para a docência. Escolhemos esse referencial pelo fato de esses autores se fundamentarem em Shulman (1986), que aponta alguns aspectos que vão além do que é proposto pela BNC-Formação, publicada no ano de 2019, e que julgamos serem importantes para ensinar matemática.

Em 1986, Shulman constatou que as pesquisas não tinham preocupação sobre a formação dada aos professores e que não se detinham em questões sobre a origem das explicações dos conteúdos específicos, as conexões entre os diversos campos dentro da própria ciência e muito menos com as demais áreas do conhecimento. A falta de reflexão sobre o comprometimento das estratégias pedagógicas de ensino também foi um dos pontos colocados em questão. Assim, para romper com o que ele chama de “paradigma perdido”⁶, o

⁵ Professores do Ensino Superior.

⁶ Abandono da ênfase dos conteúdos específicos que o professor irá ensinar.

autor sugere subsídios para uma base de conhecimento necessária para fundamentar adequadamente a compreensão pelos professores dos conteúdos para o ensino. Nesse contexto, essa base seria sustentada por três categorias, que são o

Conhecimento Curricular, que se refere aos materiais e programas que servem como “ferramentas do ofício” para professores; **o Conhecimento do Conteúdo**, que é o conhecimento acerca da disciplina que o professor leciona, do seu conteúdo e suas estruturas; e o **Conhecimento Pedagógico do Conteúdo** (PCK), que é um conhecimento específico de professores (Pereira; Cavallari, 2022, p. 320).

O Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) é tomado como aspecto central nos estudos desenvolvidos pelo autor sobre o conhecimento docente. Esse tipo de conhecimento é caracterizado por ser de exclusivo domínio do professor e representa o conhecimento que dá oportunidade ao docente de expor o mesmo conteúdo de diferentes formas, respeitando e atendendo a diversidade do alunado. Podemos apontar essa categoria como sendo de suma importância, pois a explanação feita pelo docente é vista como uma das primeiras fontes de compreensão do conteúdo para o estudante (Shulman, 1987). Assim,

A ideia central do conceito de PCK é a de que não se pode de forma alguma pensar na prática, sem pensar no conteúdo e não se pode pensar em um conteúdo a ensinar, sem refletir a melhor maneira de fazê-lo. O conteúdo e a prática são dois elementos que devem ser vislumbrados sempre integrados. Nos cursos de formação de professores, desenvolver essa capacidade de pensá-los de forma integrada deveria ser o foco da formação docente, para que o professor chegue a sala de aula com as bases para poder desenvolver em um processo sempre contínuo e reflexivo a sua prática profissional (Nascimento; Gomes, 2021, p. 7).

Shulman (1986) não tinha como foco uma área específica, como Português, História ou Matemática. Mas, a partir de suas pesquisas, Ball e seus colaboradores (2008) aprofundam os estudos, refinando algumas das categorias apresentadas por Shulman (1986), com foco nos conhecimentos essenciais para o professor de matemática e elaborando assim um modelo teórico denominado “Mathematical Knowledge for Teaching” (MKT), que “foi construído com o intuito de contribuir com a teoria de Shulman, não para sua substituição” (Pereira; Cavallari, 2022, p. 322).

Dessa forma, Ball, Thames e Phelps (2008) subdividem o Conhecimento do Conteúdo⁷ em: a) Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), b) Conhecimento do Conteúdo Especializado (SCK) e c) Conhecimento Horizontal do Conteúdo (HCK). Além disso, fragmentam o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo em: a) Conhecimento do Conteúdo e

⁷ Shulman (1986).

dos Estudantes (KCS), b) Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT) e c) Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC).

O Conhecimento Comum do Conteúdo refere-se à compreensão essencial da matemática que todo cidadão pode ter. Esse conhecimento não é de exclusivo domínio daqueles que lecionam. Ou seja, o Conhecimento Comum do Conteúdo é todo aquele conhecimento matemático inerente ao indivíduo, desde cálculos básicos até cálculos mais avançados, que são cotidianamente aplicados por vários profissionais de distintas áreas em suas respectivas profissões.

Cozinheiros, engenheiros, arquitetos, advogados, padeiros, músicos e jornalistas, por exemplo, são profissionais que usam os números racionais em suas áreas para resolver situações corriqueiras, como também é o caso dos encanadores, que utilizam frações para escolher o tamanho correto nas instalações hidráulicas. Em livros de receitas culinárias, na partilha de bens, no cálculo de indenizações, entre outros casos, é comum utilizar como unidade de medida os números racionais (Lopes, 2008). Em todos esses exemplos, o profissional não necessita saber as propriedades relativas às operações ou ao conjunto numérico, pois o importante para ele é a aplicação para desempenhar seu ofício, por isso esse conhecimento é tido como inerente ao indivíduo.

O Conhecimento do Conteúdo Especializado, diferentemente do anterior, é de atribuição exclusiva da prática docente. Trata-se de um conhecimento que não necessariamente faz parte dos conteúdos a serem ministrados nas aulas, mas são necessários, pois possibilitam ao professor apresentar os procedimentos matemáticos, perceber e analisar possíveis erros, além de elaborar justificativas para esclarecer dúvidas. Ao docente, por exemplo, não é suficiente saber identificar que a sentença $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2}{7}$ está incorreta, mas é necessário saber as razões pelas quais tal resolução não está correta e o que levou o aluno a pensar nessa resolução. Neste caso particular, pela literatura, sabemos que é comum esse tipo de erro, pois os estudantes associam as propriedades de soma dos naturais ao conjunto dos racionais. Então, o professor deve conhecer essa realidade para que possa trabalhar a desconstrução desse tipo de equívoco sobre essa operação com números racionais.

Ainda associado ao Conhecimento do Conteúdo, nós temos o Conhecimento Horizontal do Conteúdo, que permite ao professor compreender como os conteúdos se relacionam entre si, lhe possibilitando organizar e fazer conexões entre os assuntos em estudo e os já abordados em anos anteriores. Um exemplo aparece na maneira como “os professores

de séries iniciais precisam saber como a matemática que ensinam está relacionada com o que os alunos irão aprender em anos posteriores” (Elias, 2017, p. 32).

Em relação à subdivisão no Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes viabiliza ao docente conhecer como os alunos são levados a pensar sobre determinados conteúdos e quais seriam as principais dificuldades enfrentadas e os erros mais comuns, possibilitando que o professor se antecipe e possa abordar os conteúdos já evitando os prováveis erros. Assim como Pinheiro (2014), consideramos que é comum que os alunos cheguem ao resultado $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, porém intuitivamente eles sabem que metade de um objeto mais a outra metade é igual a um inteiro, então, como exemplo do conhecimento KCS, podemos citar que o confronto dessas ideias pode ser uma possibilidade para o professor iniciar as discussões em torno da abordagem correta da adição entre frações. Assim, consideramos que o que cabe ao professor não é apenas entender o erro, mas pensar quais estratégias de ensino podem ajudá-lo no processo de formação dos conteúdos abordados.

O Conhecimento do Conteúdo e do Ensino é aquele que possibilita ao professor elaborar estratégias de ensino que propiciem a aprendizagem dos alunos, lhe permitindo avaliar vantagens e desvantagens de métodos de ensino. Como exemplo, podemos apontar a compreensão da necessidade de trabalhar com situações diversificadas de modo a atribuir noções de número, medida, quociente, razão e operador a fim de construir o conceito de fração.

Por fim, o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo está relacionado à compreensão da organização e às indicações dos conteúdos nos documentos normativos, dentro da grade escolar, possibilitando ao professor saber como os conteúdos são postos nos diferentes anos de ensino e como eles se relacionam com outras áreas do conhecimento. Podemos nos referir ao conhecimento que o professor tem de quais seriam as situações mais adequadas para cada ano escolar como um exemplo do conhecimento KCC.

A fim de analisarmos os conhecimentos evidenciados nos cursos de formação inicial para o ensino dos números racionais, optamos neste trabalho por discutir as reflexões acerca do Conhecimento do Conteúdo Especializado e do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, pois entendemos que a argumentação está inserida mais especificamente no processo de desenvolvimento desses conhecimentos. Sendo assim, iremos buscar evidências da argumentação na formação inicial e suas contribuições na construção do ser professor de matemática mediante as suas relações entre o Ensino Superior e a Educação Básica.

1.4 O que dizem as pesquisas nos últimos dez anos com respeito ao ensino dos números racionais?

Para nos aproximarmos das discussões feitas nos últimos dez anos com respeito ao ensino dos números racionais, realizamos um levantamento bibliográfico a partir da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) dos trabalhos publicados no período de 2012 a 2022. Para a seleção dos textos, utilizou-se a expressão “Ensino dos números racionais”. Nessa busca encontramos 125 trabalhos, sendo 113 dissertações e 12 teses. Após a leitura dos títulos e resumos desses trabalhos, percebemos que apenas 83 tinham como foco questões relacionadas aos números racionais, sendo que 76 eram dissertações e 7 eram teses. A partir dessa leitura breve, realizamos uma classificação segundo os fins abordados nas discussões desses trabalhos. Na tabela a seguir, apresentamos o quantitativo de trabalhos por temática.

Tabela 1: Trabalhos localizados na BDTD

Temática	Dissertações	Teses	Total
Números racionais na perspectiva da formação inicial de professores	6	3	9
Aprendizagem dos números racionais	25	2	27
Aplicabilidade dos números racionais na própria matemática	7	1	8
Metodologias de ensino associadas ao ensino dos números racionais	36	1	37
Ensino dos números racionais e os livros didáticos	2	0	2

Fonte: A autora, 2023.

Ao analisar com mais refinamento as pesquisas dispostas na BDTD, foi possível perceber que 77,11% delas, com base no termo de busca, eram voltadas para discussões sobre a aprendizagem e metodologias que auxiliassem no ensino dos números racionais. Nos trabalhos agrupados por essas temáticas, pudemos observar que alunos da Educação Básica e estudantes dos cursos de licenciatura em Matemática e Pedagogia têm apresentado diversas dificuldades ao trabalhar com os números racionais. Vários autores, como Gonçalves (2013), Lima (2013), Ferreira (2014), Martins (2016), Carpes (2019) e Melo (2019), entre outros, apontam que isso se deve em parte à própria complexidade do conjunto dos números racionais, e outros atribuem as dificuldades ao fato de o ensino desses números ser predominantemente embasado em receitas e algoritmos prontos, feitos sem questionamentos, como, por exemplo, Ferreira (2014), Krug (2015), Marcelino (2018) e Iora (2021).

Concordamos com a afirmação de que o conhecimento sobre os números racionais traz “consigo toda uma nova estrutura aditiva e multiplicativa, bem como um novo contexto para número que deixa de ser apenas um instrumento para contagem para ser utilizado também como medida” (Silva *et al.*, 2019. p.1-2), o que acaba aumentando o nível de complexidade para sua compreensão e utilização, como é apontado em muitos trabalhos analisados na busca feita na BDTD. Para além disso, alguns autores ainda associam que parte das dificuldades relacionadas à compreensão do conceito dos números racionais também se deve aos seus diferentes significados: parte-todo, quociente, razão, operador e medida. Na prática, por exemplo, nós temos que

O sujeito poderá dar como significado à fração $\frac{1}{4}$ uma relação Parte-todo, ou seja, uma pizza dividida em 4 partes congruentes e uma parte foi tomada, ou ainda, uma pizza dividida igualmente para 4 pessoas, isto é, $\frac{1}{4}$ significando o quociente da divisão entre duas variáveis. Poder-se-ia interpretar, ainda, a fração como um número na reta numérica, ou seja, 0,25; como operador, 1 de litro de leite, ou seja, 250 ml de leite e, finalmente, a interpretação de $\frac{1}{4}$ como sendo medida, isto é, a “chance” de tirar uma bola branca de um total de uma bola branca e três azuis (Moutinho, 2005, p. 33).

Esses significados têm uma grande importância no desenvolvimento da aprendizagem conceitual dos números racionais, pois eles impulsionam a compreensão geral da natureza desse novo conjunto de números, por isso é fundamental que sejam discutidos esses significados nos diferentes níveis de ensino.

Fazendo a análise das dissertações que têm como temática o ensino dos números racionais e os livros didáticos, compartilhamos com autores como Souza (2013) e Lucena (2013) a ideia de que o livro didático é um recurso importante no ensino dos números racionais, visto que esse recurso continua sendo um instrumento de alcance quase universal dentro do ambiente escolar. Além disso, auxilia o trabalho do professor, seja no ensino de matemática ou das demais áreas do conhecimento, e também busca atender às demandas dos discentes.

Na dissertação de Souza (2013), é possível constatar que o ensino dos números racionais se dá desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, ampliando os conceitos à medida que o aluno avança a cada ano escolar. A autora constatou que muitos livros didáticos passam a ideia da Matemática como ciência de instrumentação para interpretação das demais áreas do conhecimento, o que acaba limitando os olhares sobre a própria Matemática. Dessa forma, os alunos, sob a perspectiva do conjunto dos números racionais por meio dos livros didáticos, estão sendo treinados a obter e dar respostas, ficando para segundo plano a efetiva

construção dos conceitos abordados, pois o que é exigido são repetições de lista exaustivas de exercícios, que, em sua maioria, solicitam apenas que sigam o modelo trabalhado na questão (Souza, 2013).

Daí, o papel fundamental do professor em saber utilizar esse recurso, pois toda atuação com os alunos pressupõe uma perspectiva didática, explícita ou implícita e, a partir dessa probabilidade, o professor seleciona objetivos, organiza atividades, formula critérios de avaliação, determina a conduta de atuação para cada tipo de situação (Souza, 2013, p. 93).

Lucena (2013), ao analisar dois livros didáticos, verificou que os textos pesquisados não apresentavam exercícios suficientes para o desenvolvimento dos números racionais para promover a metacognição⁸. Além disso, em sua pesquisa, o autor evidenciou que os livros priorizam atividades voltadas para aplicar “técnicas de realização de procedimentos” (Lucena, 2013, p. 136).

Assim, pelas dissertações publicadas no período estipulado em nossa pesquisa, pudemos observar que o livro didático é um elemento essencial ao ensino, mas que esse deve ser bem analisado pelo professor para que não seja um recurso único ou de cabeceira, pois esse facilitador pode não atender às atuais demandas do alunado e dos conteúdos a serem abordados, principalmente no sentido de proporcionar ao estudante um processo de argumentação que venha a contribuir para a sua criticidade, na medida em que os aspectos apontados revelam um ensino de matemática ainda “privilegiando a memorização e a repetição, em detrimento da compreensão” (Attie; Moura, 2018, p. 8).

Ao analisarmos as pesquisas da BDTD que tinham como objetivo explorar as potencialidades de metodologias de ensino voltadas para o desenvolvimento de conceitos associados aos números racionais, percebemos que a maioria desses trabalhos apresenta diversas metodologias que podem contribuir no enfrentamento e na superação de dificuldades presentes em torno desses números na Educação Básica. Atividades e sequências didáticas elaboradas a partir do lúdico, o uso de *softwares* como *Geogebra*, materiais concretos e videoaulas são alguns dos exemplos de recursos mencionados nessas pesquisas.

Dentre os trabalhos analisados na BDTD, Oliveira (2015), em consonância com a maioria das pesquisas analisadas, tem o direcionamento de estudo voltado para a contribuição de uma sequência didática para os processos de ensino e aprendizagem dos números fracionários no Ensino Fundamental, mas seu trabalho, fundamentado pelas pesquisas de

⁸ Representa uma relação entre o sujeito e o conhecimento e que vai exercer influência na construção dos seus conhecimentos, se constituindo a partir da maneira como o sujeito reflete em relação aos conhecimentos e aos processos cognitivos que ele utiliza para compreender e lidar com o mundo em que vive (Lucena, 2013).

Silva (1997) e Magina e Campos (2008), expõe que o baixo rendimento apresentado pelos alunos na Educação Básica no processo de aprendizagem dos números racionais tem relação direta com a formação docente, visto que há uma parcela considerável de professores que não tem compreensão “sobre os diferentes significados que os números fracionários podem assumir diante de diversas situações em um determinado contexto” (Oliveira, 2015, p. 28) e, por esse motivo, acabam apresentando os números racionais de forma frágil, a partir de desenhos e “algoritmos inquestionáveis”⁹, que, de modo geral não conseguem dar conta de proporcionar uma formalização dos conceitos abordados.

Apesar de ser mencionado em muitas pesquisas o fato de que os professores têm dificuldades ao trabalhar com conceitos que envolvam os números racionais, em nossa busca, com base nos últimos dez anos, encontramos apenas dois trabalhos, Elias (2017) e Flôres (2020), que tiveram como foco explorar estratégias de ensino que pudessem contribuir com a ruptura da fragilidade presente na formação docente dentro dos cursos de licenciatura em matemática para o ensino desses números, fazendo articulações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar. Observando a Tabela 1, é possível verificar que tivemos mais sete trabalhos associados à formação inicial, mas os focos desses outros estudos eram questões relacionadas a dificuldades apresentadas na aprendizagem de licenciandos em Matemática sobre conceitos envolvendo os números racionais.

Além das pesquisas disponíveis na BDTD, vários outros estudos, como, por exemplo, Kerslake (1986), Nunes *et al.* (2003), Merlini (2005), Silva *et al.* (2017), Canova *et al.* (2019) e Lima (2021), mencionam alguns obstáculos que podem dificultar a aprendizagem dos números racionais. Consideramos que a compreensão não somente do conceito, mas também das operações e das aplicações, é indispensável, especialmente, mas não somente, em situações cotidianas.

No Brasil, dois documentos oficiais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) e a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), que fundamentam a Educação Básica, apontam que o ensino de fração deve ser trabalhado com seus diferentes significados e que esse processo tenha início de maneira implícita no 2º ano do Ensino Fundamental, com o termo fração sendo somente de fato explicitado a partir do 4º ano do Ensino Fundamental. Dentro da BNCC, o assunto fração é abordado dentro da unidade temática números, e se espera que os alunos possam aprender estratégias que lhes possibilitem ordenar, fazer uso de suas conjecturas para resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números

⁹ Que são apresentados sem apontar justificativa para a veracidade dos procedimentos.

racionais (BRASIL, 2017). Mesmo com essas recomendações, é frequente que os alunos cheguem ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados e os procedimentos de cálculo associados às representações fracionárias e decimais dos números racionais (BRASIL, 1998).

Lima (2021) assinala que uma origem das dificuldades com os números racionais em sua representação fracionária encontradas por alunos e professores pode estar ligada ao próprio processo de criação desse conceito, visto que

As frações foram conhecidas na antiguidade, mas, na falta de numerações bem constituídas, suas notações foram durante muito tempo mal fixadas, não homogêneas e inadequadas às aplicações práticas. Não foram também consideradas desde sua origem, como números; nem se concebia a noção de fração geral $\frac{m}{n}$, como m vezes o inverso de n (Ifrah, 1996 *apud* Santos, 2005, p. 62).

Alguns trabalhos, como Santos (2005), Elias (2017) e Lima (2021), por exemplo, apontam que a ideia de fração como número é recente, e, de acordo com os registros conhecidos, os povos egípcios foram os pioneiros na utilização de uma notação para as frações, mas, diferentemente do que usamos hoje, suas escritas eram reduzidas às chamadas frações unitárias¹⁰,

[...] com a única exceção de $\frac{2}{3}$, talvez por elas serem as frações mais “naturais”, como considera Katz (2010). Boyer (1974) afirma que a fração $\frac{2}{3}$ tinha um papel especial nos processos aritméticos dos egípcios, pois, para encontrar o terço de um número, primeiro encontravam os dois terços para depois tomar a metade disso (Elias, 2017, p. 116).

Quando era necessário o uso de frações não unitárias, eles as representavam em termos de frações unitárias, como, por exemplo, em $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ (Santos, 2005).

Com relação ao ensino dos números racionais, veremos que há uma forte tendência dentro da Educação Básica, principalmente nos anos iniciais, de serem utilizadas situações que abordem a ideia de parte-todo como foco principal das discussões com respeito a esses números, praticamente se restringindo à contagem de partes em que o inteiro foi dividido e quantas partes serão tomadas, o que acaba contribuindo para uma discussão frágil em torno da construção desses números (Canova, 2006; Magina; Campos, 2004, 2008; Canova *et al.*, 2019; Silva; Aquino, 2019).

¹⁰ Frações de numerador igual a um.

Os caminhos propostos para a superação das dificuldades enfrentadas no ensino dos números racionais são muitos, mas, para este estudo, iremos, a partir deste momento, nos aventurar na trilha da formação inicial do professor de matemática, dentro do panorama que tem sido apresentado nas pesquisas em relação ao ensino dos números racionais no Ensino Superior.

1.4.1 Ensino dos números racionais no Ensino Superior

Damico (2007) apresenta em seu trabalho uma série de pesquisas (Cramer; Lesh, 1988; Garcia, 2003; Linchevski; Vinner, 1989; Ball, 1990; Llinares; Sánchez, 1996; Pinto; Tall, 1996) que apontam em diversos contextos o baixo rendimento de professores em formação inicial com respeito ao conceito dos números racionais, principalmente em relação às frações. Como exemplo disso, podemos observar no quadro a seguir uma concepção errônea do que é um número racional apresentada por um participante da pesquisa de Damico (2007).

Quadro 1: Parte de uma entrevista realizada no trabalho de Damico (2007)

Pesq.: Aqui na primeira pergunta dizia assim: o que é um número racional? Você disse que é um número que pertence...
A280: [inaudível].
Pesq.: Hã. Ou seja, um número inteiro.
A280: Um número inteiro. É.
Pesq.: Então, qual é a ideia que você tem de número racional? Dê alguns exemplos, assim...
A280: É, eu pensei que era... eu inverti aí, né? Porque eu pensei que era um número que não era quebrado. Que seria... que não era quebrado. Que não fosse número quebrado. Assim...
Pesq.: Sei.
A280: ... número inteiro. Um, dois, três... não um vírgula dois, um vírgula três.
Pesq.: Entendi. Isso pra você é um número racional?
A280: É. Que errado.
Pesq.: O que seria o certo?
A280: O certo é quando é quebrado, né?
Pesq.: Quando é número quebrado?
A280: É.
Pesq.: Número dois é um número racional?
A280: Não.
Pesq.: Não?
A280: Não.
Pesq.: Zero vírgula quatro é?
A280: É. É um número racional.
Pesq.: Pra ser racional precisa ser um número quebrado?
A280: Precisa ser um número quebrado.

Fonte: Damico, 2007, p. 122.

Esse é um dado referente a um aluno que estava concluindo o curso de licenciatura em Matemática. E o resultado em questão nos aponta uma precariedade na explanação sobre o que é um número racional. Não muito distante dessa realidade, pesquisas mais recentes, como Silva *et al.* (2021), salientam que discentes com mais da metade do curso já integralizado têm dificuldades em estabelecer estratégias que os auxiliem a representar os números racionais na reta numérica. Esses dados evidenciam que a aprendizagem em relação aos números racionais não tem ocorrido de maneira satisfatória dentro da formação inicial, então vale se questionar como tem sido o processo de formação desse objeto matemático dentro dos cursos de licenciatura em Matemática e o que tem sido feito para mudar essa situação.

Nas ementas dos cursos presenciais em licenciatura em Matemática ofertados no Brasil, é possível notar alguns momentos destinados para a discussão de conceitos relacionados aos números racionais. Um exemplo aparece nos cursos das instituições públicas do estado de Sergipe, nosso universo de pesquisa, nos quais os números racionais são trabalhados explicitamente na disciplina Matemática para o Ensino Fundamental.

Os três cursos de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe, na disciplina em questão, apresentam em seus programas os seguintes tópicos: o corpo dos números racionais; o conceito de fração; a construção dos racionais a partir dos inteiros; as operações aritméticas e a relação de ordem; a notação decimal das frações e numerais que não representam números racionais. E, no curso do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe, são indicados os números racionais na perspectiva de sua construção e como entendimento de grandezas incomensuráveis.

O conceito de número racional e do conjunto dos números racionais aparece também, explicitamente, na disciplina Estruturas Algébricas I ao se tratar esse conjunto como um Corpo que é uma extensão do Anel dos Inteiros.

Elencando subsídios teóricos e práticos necessários para planejar e lecionar aulas de matemática para alunos do Ensino Fundamental, as disciplinas Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I, II, III, Laboratório de Ensino de Matemática e “Metodologia do Ensino de Matemática buscam trabalhar aspectos a respeito das metodologias e sua aplicação na sala de aula. Sendo assim, essas disciplinas também se configuram como espaço em que os números racionais podem ser discutidos.

Nesse panorama, é evidente que o ensino dos números racionais aparece, portanto, em vários períodos da formação inicial do licenciando, que se tornará um profissional habilitado para lecionar a disciplina Matemática na Educação Básica. Diante das dificuldades associadas ao ensino desses números, consideramos relevante um estudo que reflita quais conhecimentos,

argumentos e abordagens são trabalhados e são fundamentais na formação inicial dos professores (Ribeiro, 2019) para que o futuro professor possa selecionar, organizar e elaborar situações que favoreçam a aprendizagem de seus alunos.

Diante dessa situação, Elias (2017) já salientava que fazer conexões entre as matemáticas (acadêmica e escolar) pode auxiliar a melhorar o ensino dos números racionais. É entendido pelo autor, pautado pelas ideias de Moreira e David (2010), que a matemática acadêmica é um conjunto de conhecimentos científicos que os matemáticos profissionais produzem e que a matemática escolar são conhecimentos

[...] “validados”, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em Matemática. Com essa formulação, a Matemática Escolar inclui tanto saberes produzidos e mobilizados pelos professores de Matemática em sua ação pedagógica na sala de aula da escola, quanto resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos etc. (Moreira; David, 2010, p. 20 *apud* Elias, 2017, p. 13).

Com esse entendimento, Elias (2017, p. 49) salienta que os cursos de licenciatura devem buscar nas disciplinas de conteúdos matemáticos “valorizar não apenas os significados da Matemática Acadêmica, mas também, e principalmente, os significados produzidos e validados no âmbito escolar, buscando sempre a tomada de consciência da demarcação desses significados”. Como exemplo, o autor defende que os números racionais sejam abordados como foco de ensino, e não como exemplo da estrutura algébrica Corpo. Assim, seria proporcionada aos licenciandos uma ampliação dos conhecimentos que eles já têm desses números, além de contribuir para o desenvolvimento do Conhecimento Horizontal do Conteúdo ocasionado pela articulação do conhecimento da Álgebra Abstrata com a prática docente na escola.

A articulação entre as matemáticas (acadêmica e escolar) é apontada por Elias (2017) como essencial na formação docente. Entretanto, podemos apontar que isso tem ocorrido de forma sutil, quando ocorre, sendo que, na maioria dos casos, é deixada ao licenciando a responsabilidade de fazer associações do que é discutido em relação às propriedades sobre os números racionais nas disciplinas¹¹ dos cursos de licenciatura com a prática na Educação Básica. Flôres compartilha dessa mesma ideia, e salienta que

Essa tarefa de articulação parece ficar restrita a algumas disciplinas integradoras ou a uma obrigação individual do licenciando. Entretanto, sabe-se que ela é

¹¹ Em disciplinas como Estruturas Algébricas I e Matemática para o Ensino Fundamental.

extremamente complicada, sendo necessário, desse modo, encontrar caminhos alternativos para qualificar a formação inicial (Flôres, 2020, p. 17).

Diante dessa realidade, o autor volta o olhar de sua pesquisa para buscar estabelecer uma relação entre os conteúdos envolvendo os números racionais vistos na Educação Básica com os conteúdos discutidos dentro da disciplina Análise¹².

Assim como Elias (2017), Flôres comunga da ideia de que

Num curso de formação inicial de professores de Matemática, as relações entre os conceitos abordados sob o ponto de vista da matemática superior, e esses mesmos conceitos, sendo tratados sob a ótica da Educação Básica, são importantes, pois elas permitem que os estudantes possam relacionar a matemática estudada, em seus cursos de licenciatura, com situações que serão vivenciadas na futura profissão (2020, p. 141).

Assim, em concordância com essas pesquisas, buscamos no nosso trabalho de campo investigar os conhecimentos e o processo de argumentação matemática presentes na formação inicial do professor de matemática nos cursos de licenciatura em Matemática ofertados pelas instituições públicas do estado de Sergipe. Tomamos esse caminho devido ao fato de acreditarmos que a argumentação pode ser um caminho para romper com dificuldades apresentadas na formação dos conceitos associados aos números racionais. Além disso, vemos como um processo fundamental na construção de conhecimentos presentes na base de conhecimento proposta por Ball, Thames e Phelps (2008). Tendo esse direcionamento, na próxima seção iremos apresentar os caminhos e as estratégias utilizados no desenvolvimento deste estudo para que possamos explicar os nossos resultados na seção posterior.

¹² Disciplina ofertada na maioria dos cursos de licenciatura em Matemática.

SEÇÃO II

METODOLOGIA

*“Caminhante, não há caminho.
O caminho se faz ao caminhar!”
(Antonio Machado)*

Buscando atingir os objetivos propostos para a realização desta pesquisa, fizemos uso de uma abordagem qualitativa, considerando que os estudos dessa natureza podem descrever a complexidade de determinado problema, nos possibilitando analisar a interação de certas variáveis e de um determinado fenômeno com a preocupação de compreender e interpretar “considerando o significado que os outros dão às suas práticas, o que impõe ao pesquisador uma abordagem hermenêutica” (Gonsalves, 2011, p. 70).

Realizamos uma pesquisa de caráter descritivo e exploratório. Descritivo porque busca

[...] descrever as características de um objeto de estudo. Entre esse tipo de pesquisa estão as que atualizam as características de um grupo social, nível de atendimento do sistema educacional, como também aquelas que pretendem descobrir a existência de relações entre variáveis (Gonsalves, 2011, p. 67).

Também consideramos a pesquisa exploratória, pois visa ofertar uma visão panorâmica de um determinado fenômeno (Gonsalves, 2011), proporcionando maior familiaridade com o universo do objeto pesquisado, na qual, através dos métodos e dos critérios, se deseja oferecer informações e orientar a formulação das hipóteses do estudo. Além disso, o fato de nos atermos a uma série de documentos públicos e oficiais empresta à investigação um caráter documental.

Tendo a perspectiva de que a formação inicial de professores desempenha um papel fundamental entre os aspectos que influenciam a qualidade do ciclo educacional, visto que essa formação movimenta mudanças nos processos de ensino e de aprendizagem, acreditamos que cada nova geração de professores pode atuar com base em novos olhares, com possibilidades para romper paradigmas. Na Matemática, em particular, apontamos que a formação inicial pode promover mudanças assertivas que contribuirão mais tarde para a desmistificação dos procedimentos matemáticos. Assim, consideramos de suma importância ver na formação inicial a potência de um movimento a mudar o futuro da Educação Básica.

Nesse contexto, contamos, para a realização deste estudo, com dois grupos de participantes formados por atores da formação inicial. O primeiro deles foi composto por

estudantes de dois cursos em licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS), um ofertado no Campus Professor Alberto Carvalho e o outro curso vespertino da Cidade Universitária Professor José Aloísio de Campos, e por estudantes do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe (IFS).

A quantidade de licenciandos e professores aos quais foram aplicados os questionários, por curso, está descrita na Tabela 2.

Tabela 2: Número de participantes por curso

Curso	Número de licenciandos	Número de professores
01	06	02
02	08	03
03	07	03

Fonte: A autora, 2023.

A definição do público que poderia participar do estudo foi feita seguindo um critério de exclusão, que foi o fato de serem licenciandos que já tinham cursado as disciplinas Matemática para o Ensino Fundamental e Estruturas Algébricas I. O outro grupo constituído para contribuir com nossa pesquisa foi formado por professores que ministraram ao menos uma das duas disciplinas citadas anteriormente como pré-requisito nos cursos presenciais em uma das duas instituições, UFS ou IFS.

A escolha pelas instituições mencionadas se justifica pela semelhança na estrutura curricular e pelo fato de que, no estado de Sergipe, apenas as duas ofertam a disciplina Estruturas Algébricas I em seus cursos presenciais, disciplina essa que, a nosso ver, pode auxiliar o licenciando a desenvolver conhecimentos relevantes para a docência (SCK, HCK, KCT), pois consideramos que a compreensão formal de estruturas algébricas formais associada à construção do corpo dos racionais pode fundamentar inúmeros conceitos e procedimentos vinculados a problemas matemáticos (aritméticos, algébricos, geométricos) que envolvem números racionais.

Para a identificação dos protocolos, de modo a resguardar a identidade de cada participante e sua instituição, optamos por identificá-los por códigos alfanuméricos. Assim, utilizamos o código PROF01C01 para representar o professor 01 do curso 01, PROF01C02 para o professor 01 do curso 02, A05C03 para o aluno 05 do curso 03, e assim por diante.

Para fundamentar o trabalho, realizamos uma pesquisa documental juntamente com uma pesquisa bibliográfica, através de leituras, análise de artigos, dissertações, teses, livros que pautam o ensino dos números racionais nos níveis de Ensino Básico e Superior, com o objetivo de levantar elementos relativos ao ensino desses números e à formação inicial do professor de matemática sobre esse objeto matemático.

Na perspectiva documental, foram analisadas a BNC-Formação e as resoluções que legitimam os cursos de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior, com foco principal nos cursos de licenciatura em Matemática. Ratificando o que já afirmamos, a pesquisa possui, portanto, um caráter documental, pois fizemos uso de materiais de natureza primária, ou seja, tivemos interação direta com os documentos analisados, o que caracteriza esse tipo de pesquisa.

A coleta dos dados foi feita por uma pesquisa de campo, que

[...] é muito utilizada nas pesquisas educacionais, pois o pesquisador, pretende aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica, organiza um roteiro de pontos [...] utilizada com o objetivo de conseguir informações e/ou conhecimento acerca de um problema, para o qual se procura uma resposta, ou de uma hipótese, que se queira comprovar, ou, ainda, descobrir novos fenômenos ou as relações entre eles. Consiste na observação de fatos e fenômenos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados a eles referentes ao registro de variáveis que se presume relevantes, para analisá-los (Lakatos; Marconi, 2010, p. 186).

Utilizamos questionários como instrumento de coleta de dados na pesquisa de campo, que foram aplicados aos discentes e aos professores formadores. Os questionários foram elaborados levando em consideração a priori a Base do Conhecimento de Deborah Ball e os diferentes significados¹³ dos números fracionários. Dessa forma, cada questão foi pensada para atender a uma das categorias da base MKT, porém isso não significa que as questões não poderiam se enquadrar em outras categorias. O processo de elaboração desse material foi feito a partir de adaptação de questões de livros didáticos, autoria própria e de questões já abordadas no trabalho de Pinheiro (2014).

Nosso objetivo com a utilização desses instrumentos era identificar os conhecimentos e argumentos trabalhados no Ensino Superior em relação ao que deve ser abordado no Ensino Básico. Buscamos observar e apontar como podemos relacionar os campos da Matemática Escolar (Matemática abordada no Ensino Básico) e da Matemática Acadêmica (Matemática

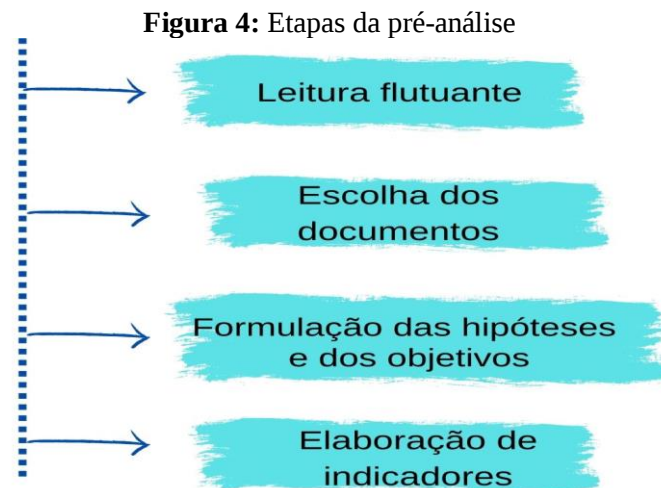
¹³ Parte-todo, número, quociente.

abordada no Ensino Superior) de modo que formadores dos cursos de licenciatura em Matemática possam eventualmente estabelecer eventuais conexões entre os dois campos.

Ainda em relação à pesquisa de campo, posteriormente aplicamos um questionário ao grupo de licenciandos participantes desta pesquisa, visando identificar quais conhecimentos e argumentos poderiam ser evidenciados com respeito ao conceito e ao ensino dos números racionais.

Após a coleta dos dados, o exame dos instrumentos aplicados (questionário dos licenciandos e professores) se deu com base na Análise de Conteúdo (Bardin, 2011), que consiste em um conjunto de técnicas de análise que tem por finalidade a interpretação e a inferência dos dados coletados, mediante uma descrição objetiva e sistemática do conteúdo manifestado a partir das comunicações. Essa análise organiza-se em torno de três fases: 1- a pré-análise, 2- a exploração do material e 3- o tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

A pré-análise é responsável pela escolha dos documentos a serem analisados e pela organização dos dados coletados. É composta por quatro atividades, como podemos observar na figura 4.



Fonte: A autora, 2023.

A exploração do material se caracteriza pela identificação, codificação e classificação das unidades de registro e de contexto nos dados analisados, e “esta é uma etapa importante, pois [...] ocorre a descrição analítica que diz respeito ao *corpus* (material textual), pautada numa leitura profunda e orientada pelos referenciais teóricos” (Almeida, 2015, p. 78). E, por fim, temos a etapa do tratamento dos resultados, inferência e interpretação, que é responsável pelo tratamento e refinamento dos dados, mostrando as interpretações dos fatos analisados

(inferências), de modo que seja possível refletir sobre seus significados ao fazer uma análise reflexiva e crítica.

Assim, após a triangulação dos dados e a identificação dos eventuais conhecimentos e argumentos apresentados, propusemos uma reflexão pertinente à preparação dos licenciandos dos cursos de licenciatura em Matemática em relação ao conceito e ao ensino dos números racionais para sua possível prática na Educação Básica.

SEÇÃO III

ANÁLISE DOS DADOS

“A vida é uma grande pergunta em busca de grandes respostas.”
(Augusto Cury)

Esta seção está reservada para a apresentação e a discussão dos resultados da coleta dos questionários aplicados aos participantes deste estudo.

3.2 Conhecimentos e argumentos evidenciados no ensino dos números racionais no processo de formação inicial do professor de Matemática

Visando evidenciar conhecimentos e argumentos na formação inicial sob a ótica do desenvolvimento dos conceitos relacionados aos números racionais, nesta subseção apresentamos as análises das questões respondidas por professores formadores e licenciandos dos cursos presenciais em licenciatura em Matemática da UFS e do IFS.

Os questionários respondidos pelos licenciandos foram formulados com questões que se pautavam no modelo teórico MKT de Ball e seus colaboradores (2008). Todavia, apresentaremos um panorama geral do que foi evidenciado da base de conhecimentos, mas destacaremos em nossa análise com mais ênfase as questões que contemplaram o Conhecimento do Conteúdo Especializado (SCK) e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), pois esses elementos se encontravam mais condizentes com os objetivos desta pesquisa. Buscamos entender as relações abordadas no Ensino Superior na perspectiva de proporcionar um ensino no qual os licenciandos possam ser estimulados a argumentar, ou seja, que possam defender um ponto de vista e validar conceitos matemáticos relacionados aos números racionais.

Consideramos importante ressaltar que, pelo fato de buscarmos identificar os elementos relativos ao Conhecimento do Conteúdo Especializado (SCK) e ao Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), desconsideramos as questões 6 e 7 do questionário aplicado aos licenciandos, pois estas tinham como objetivo identificar o Conhecimento Horizontal do Conteúdo (HCK) e o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC). Além dessa justificativa, pudemos observar que, no caso dessas duas questões, as respostas obtidas foram, em sua maioria, superficiais, sem que pudéssemos, mesmo que fosse esse o caso, estabelecer

relação com as categorias da base de conhecimento proposta por Ball, Thames e Phelps (2008).

Trataremos agora acerca de algumas ponderações em relação ao material coletado com respeito ao Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK). Almejando a análise do CCK, nós propomos no instrumento de coleta dos licenciandos as questões 1, 2 e 3, que explanavam conceitos básicos que são abordados na Educação Básica, podendo assim ser mobilizados por qualquer indivíduo que teve acesso ao ensino.

Na Questão 1, por exemplo, o licenciando deveria estabelecer a comparação entre $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{8}$. O desempenho dos licenciandos pode ser observado na Tabela 3.

Tabela 3: Desempenho geral, por curso, Questão 1

Licenciandos do Curso	Correto	Incorreto	Em Branco
01	3	1	2
02	8	0	0
03	7	0	0
Geral	18	1	2

Fonte: A autora, 2023.

Podemos notar, a partir da Tabela 3, que, como era esperado, a maioria dos licenciandos respondeu corretamente essa questão, mas pela Figura 5 podemos perceber que isso não foi unânime.

Figura 5: Resposta do Licenciando A03C01, Questão 1

ch



L



1. Ana Paula fez um bolo de chocolate e outro de limão, ambos de mesmo tamanho. Ela resolveu cortar o bolo de chocolate em 6 pedaços de tamanho igual e o de limão em 8 pedaços de tamanho igual. Carol ganhou um pedaço de cada bolo. Sendo assim, Carol ganhou mais bolo de chocolate ou de limão?

Mais de limão

Fonte: A autora, 2023.

Esse resultado nos alerta para o fato de que ainda é uma realidade que licenciandos têm dificuldades em conceitos básicos relacionados aos números racionais, podendo contribuir para a perpetuação de um entendimento fragilizado em torno dos números racionais na Educação Básica, já que o rendimento dos alunos na Educação Básica têm relação direta

com a formação dos professores (Magina; Campos, 2008). Mas, no quadro geral, os licenciandos apresentaram nesta questão o Conhecimento Comum do Conteúdo.

Ao analisarmos a Questão 2, que solicitava que os participantes representassem os números $2\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{4}; \frac{5}{4}; 0,25; \frac{1}{2}; -1\frac{2}{3}; 0,9; 1,5$ na reta numérica, fica mais evidente a falta de domínio do CCK referente aos números racionais. Damico, em um levantamento de pesquisas anteriores, encontrou estudos que apontam que

Os problemas identificados relativamente à utilização do modelo da reta numérica não atingem apenas as crianças. Llinares e Sánchez (1996) propuseram a professores em formação para a escola primária (denominação espanhola) a tarefa de associar uma fração, dado um ponto sobre a reta numérica. Observaram que os professores se utilizavam de ensaio e erro para responder as questões sem, contudo, conseguir identificar um número para o ponto assinalado. Constataram, também, que estes futuros professores mostraram uma desconexão entre diferentes domínios do conhecimento matemático (2007, p. 78).

Esse é um fenômeno que, lamentavelmente, ainda prevalece nos cursos de licenciatura em Matemática em Sergipe, pelo que podemos observar na tabela a seguir.

Tabela 4: Desempenho geral, por curso, Questão 2

Licenciandos do Curso	Correto	Incompleta	Incorreto
01	0	1	5
02	2	2	4
03	3	2	2
Geral	5	5	11

Fonte: A autora, 2023.

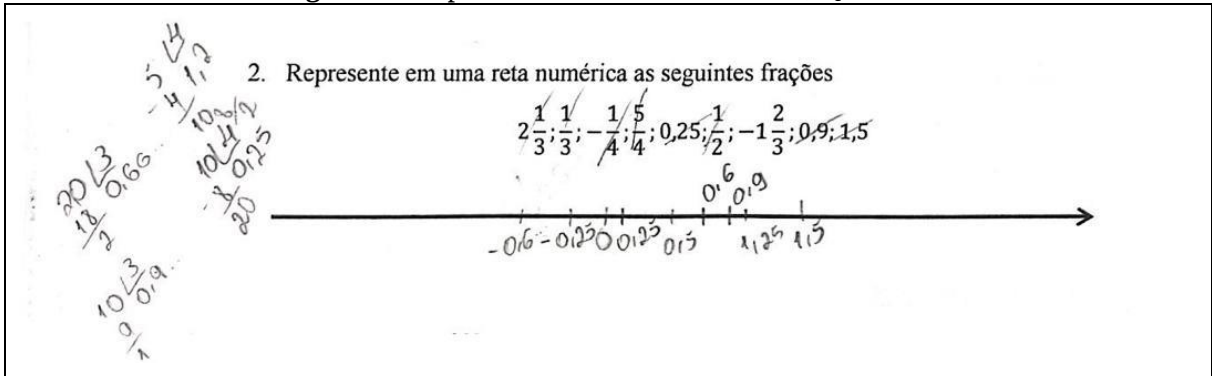
Observando-se os resultados da Tabela 4, percebe-se que no geral o número de acertos foi baixo, o que é preocupante, pois estamos nos referindo a uma questão que deveria evidenciar o Conhecimento Comum do Conteúdo.

Esses resultados vão ao encontro de resultados encontrados em outros estudos, como, por exemplo, no trabalho de Silva *et al.* (2021, p. 178) ao constatarem que os estudantes de licenciatura em Matemática “enfrentam dificuldades ao trabalhar com os números racionais, principalmente em identificá-los na reta numérica”.

Uma das estratégias utilizadas pelos licenciandos para fazer essa representação foi transformar todos os números em decimais, mas nessa tentativa houve alguns equívocos

envolvendo os números mistos, o que impossibilitou que alguns deles apresentassem a ordem correta, como podemos observar na resolução apresentada na Figura 6.

Figura 6: Resposta do Licenciando A07C02, Questão 2

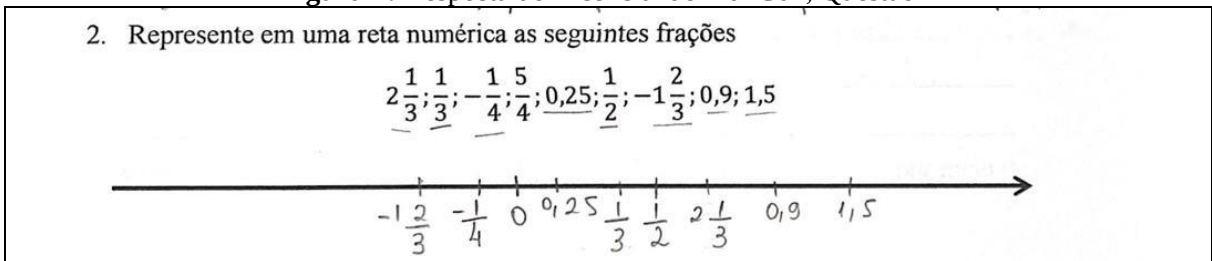


Fonte: A autora, 2023.

Esse licenciando, por exemplo, não compreende que as medidas das distâncias precisam escolher a origem e uma unidade. Esse participante parece que transforma a representação fracionária em decimal, mas não observa essa propriedade. Além disso, ele reconhece que $\frac{1}{4} = 0,25$, mas não reconheceu que a distância de 0,25 a 0 de 0 até $-\frac{1}{4}$ deveria ser simétrica.

Outros licenciandos optaram por representar sem fazer transformações, mas houve erros na localização dos números mistos. Vejamos na Figura 7, por exemplo, que $2\frac{1}{3}$ foi posto como sendo menor que 0,9.

Figura 7: Resposta do Licenciando A04C02, Questão 2



Fonte: A autora, 2023.

A Questão 3 contém mais uma situação-problema que deveria mobilizar o CCK, como podemos ver no Quadro 3.

Quadro 2: Questão 3 do questionário aplicado aos licenciandos

3. Três bolos idênticos foram divididos igualmente para 7 pessoas. Quanto recebeu cada uma?



Fonte: A autora, 2023.

Nesta questão, dois dos seis licenciandos do Curso 01 erraram. Também observamos que, na identificação do total de bolo que cada criança recebeu, os licenciandos apresentaram diferentes estratégias. Seis dos 21 licenciandos só exibiram o resultado $\frac{3}{7}$. Entendemos que possivelmente esses participantes apresentaram essa resposta a partir da compreensão da ideia de fração como quociente. Outros se utilizaram da composição das partes, pois somaram a parte correspondente a cada criança por bolo, ou seja $\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$, obtendo, assim, $\frac{3}{7}$, como podemos ver na Figura 8.

Figura 8: Resposta do Licenciando A06C01, Questão 3

3. Três bolos idênticos foram divididos igualmente para 7 pessoas. Quanto recebeu cada uma?



$$\begin{aligned} \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} &= \\ = \frac{1+1+1}{7} &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Fonte: A autora, 2023.

Houve o caso em que seis licenciandos optaram por apresentar o resultado na forma decimal, como podemos ver na Figura 9.

Figura 9: Resposta do Licenciando A02C03, Questão 3

3. Três bolos idênticos foram divididos igualmente para 7 pessoas. Quanto recebeu cada uma?



Handwritten calculation:

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 210} \\ \underline{210} \\ 0 \end{array}$$

Handwritten answer:

$$R = 0,4285714$$

Fonte: A autora, 2023.

Um dos participantes usou o princípio de que, se é um bolo para sete pessoas, então é $\frac{1}{7}$ de cada bolo e, como são três bolos, então cada criança recebeu $3 \cdot \frac{1}{7}$, como mostra a Figura 10.

Figura 10: Resposta do Licenciando A04C02, Questão 3

3. Três bolos idênticos foram divididos igualmente para 7 pessoas. Quanto recebeu cada uma?



Handwritten calculation:

$$\frac{1}{7} \rightarrow \text{bolo}$$

$$\frac{1}{7} \rightarrow \text{pessoas}$$

Handwritten text:

Portanto, cada pessoa recebeu $3 \cdot \frac{1}{7}$ do bolo.

Fonte: A autora, 2023.

No geral, os licenciandos apresentaram o CCK, mas foi notório que é preciso que estejamos atentos ao fato de que existem dificuldades em relação aos números mistos, o que não deveria ocorrer, já que estamos trabalhando com licenciandos que já têm uma boa parte do curso integralizado e que cursaram disciplinas que fundamentam o conjunto dos números racionais, como é o caso da disciplina Matemática para o Ensino Fundamental, e que é necessário trabalhar situações-quociente, ou seja, situações em que está presente a ideia de partilha na DIVISÃO. Nelas aparecem duas quantidades: o dividendo e o divisor.

Entre os oito professores aos quais o questionário foi aplicado, um deles não respondeu, o que, em si, pode revelar ou não fatos relacionados ao tema. Não vamos nos aventurar a conjecturar a respeito e apenas citaremos que, de oito participantes, pudemos

contar com sete respostas efetivas. A maioria dos professores formadores que participou da nossa pesquisa concorda com e reconhece o fato de que os licenciandos estão chegando à universidade com dificuldades em conteúdos envolvendo o conjunto dos números racionais, tanto no campo das suas definições quanto no campo operacional. No protocolo PROF01C01, o professor sugere que, para mudar essa situação, deve-se “*Trabalhar com maior intensidade os fundamentos da matemática, os conteúdos anteriores ao ensino de frações*”. Além disso, esse professor comenta que há uma necessidade de uma formação mais direcionada para estreitar o que é visto na Educação Básica com o que é abordado no Ensino Superior.

Na disciplina Matemática para o Ensino Fundamental, os professores vêm abordando a formalização dos números racionais, mas percebemos, pelos resultados apresentados pelos licenciandos, que não é recorrente haver abordagens envolvendo relações sobre como esses números são apresentados na Educação Básica. Pelos protocolos A05C03 e A01C03, apresentados nas figuras a seguir, isso fica evidente.

Figura 11: Resposta do Licenciando A01C03, Questão 8

8. Mediante as disciplinas já cursadas no curso de Licenciatura em Matemática, houve alguma formalização dos números racionais relacionando como eles são apresentados no Ensino Básico? Comente.

Não, nós aprendemos números racionais em uma vertente mais acadêmica, muito distante do ensino Básico.

Fonte: A autora, 2023.

Figura 12: Resposta do Licenciando A05C03, Questão 8

8. Mediante as disciplinas já cursadas no curso de Licenciatura em Matemática, houve alguma formalização dos números racionais relacionando como eles são apresentados no Ensino Básico? Comente.

Não. A parte do conteúdo apresentada na matéria de matemática do ensino fund. é um nível muito algébrico, importante para dar base ao professor, mas limitante no que pode ser passado na educação básica.

Fonte: A autora, 2023.

Desse modo, analisando as informações, percebemos que alguns estudantes estão chegando e permanecendo com algumas dificuldades em relação aos números racionais, o que

acaba comprometendo a sua futura atuação em sala de aula, visto que os licenciandos demonstram que têm dificuldades básicas em relação aos números racionais, como, por exemplo, em relacionar a representação fracionária à decimal e/ou a ideia de quociente. Além disso, foi evidenciado um distanciamento entre a formalização dos números racionais e o seu ensino na Educação Básica.

No questionário aplicado aos professores formadores, questionamos se eles acreditam que as disciplinas nos cursos de licenciatura em Matemática têm proporcionado conexões entre a matemática escolar e a matemática superior de maneira a aproximar e justificar os procedimentos utilizados na Educação Básica. Pelo protocolo do professor PROF01C01, na Figura 13, apesar de o professor responder sim, em sua justificativa ele apresenta a preocupação de que os cursos deveriam estar buscando apresentar aos licenciandos os conceitos, de modo a fazer mais conexões com o que deve ser visto na Educação Básica.

Figura 13: Resposta do Professor PROF01C01

Você acredita que, as disciplinas nos cursos de Licenciatura em Matemática proporcionam conexões entre a matemática escolar e a matemática superior de maneira aproximar e justificar os procedimentos utilizados na Educação Básica?

☒ Sim () Não Justifique:

Apesar de apresentar conexões, considere que devemos buscar uma maior integração entre a educação matemática e os conteúdos matemáticos.

Fonte: A autora, 2023.

Mas, em contrapartida, o professor PROF01C03 acredita que “as disciplinas fornecem ingredientes para essas conexões. Certamente existem falhas devido a diversos fatores. Mas acho importante destacar que é também papel do estudante de licenciatura tentar fazer essas conexões com o que lhe é transmitido”. Desse modo, se reforça a ideia, apontada por Elias (2017) e Flôres (2020), de que a responsabilidade da tarefa de estabelecer relação entre a matemática acadêmica e a matemática ensinada na escola é, em parte, atribuída ao licenciando. Nesse contexto, se coloca uma questão relevante: será que os licenciandos estariam conseguindo construir essa relação, estabelecendo, assim, uma base sólida do conhecimento matemático? Nossos dados apontam a necessidade de uma atenção maior que venha a auxiliar os licenciandos a consolidar os conceitos matemáticos em relação aos números racionais.

No protocolo do PROF02C03, apresentado na Figura 14, é evidente que o professor acredita que os cursos de licenciatura em Matemática têm proporcionado a relação entre a matemática acadêmica e a matemática escolar.

Figura 14: Resposta do Professor PROF02C03

Você acredita que, as disciplinas nos cursos de Licenciatura em Matemática proporcionam conexões entre a matemática escolar e a matemática superior de maneira aproximar e justificar os procedimentos utilizados na Educação Básica?

☒ Sim () Não Justifique:

As conexões são feitas em diversas etapas, mas sem a obrigação de se repetir a matemática escolar da mesma maneira como é abordada na escola. O ensino superior se propõe a justificar os procedimentos extrapolando os limites do ensino básico e proporcionando autonomia ao futuro professor para que se tenha entendimento e suficiente ao ponto de permitir variações metodológicas.

Fonte: A autora, 2023.

Em concordância, o professor PROF03C02 considera também que essa relação tem sido feita “nas disciplinas de caráter ‘técnico’ juntamente com as disciplinas da área de ensino, além dos programas educacionais ofertados, são mais que suficientes para a preparação de nossos discentes, no que se refere a esse tema”. Mas essa visão diverge da opinião dos demais colegas da mesma instituição. Os professores PROF01C02 e PROF02C02 comungam da ideia de que, de modo geral, os cursos não vêm cumprindo esse papel, e ainda falta estreitamento da licenciatura com a Educação Básica nos currículos, o que é uma necessidade inclusive mencionada por Elias (2017) ao abordar que é imprescindível que haja alterações nos currículos da formação de professores dessa natureza.

Retomando a análise do questionário dos licenciandos, trazemos para a discussão a Questão 5, apresentada no Quadro 3, que foi retirada do trabalho de Pinheiro (2014). Com essa questão, os estudantes de licenciatura foram instigados a apresentar o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, ou seja, que manifestassem estratégias de ensino que pudessem ajudá-lo a sanar dificuldades que alunos no Ensino Básico têm em relação aos números racionais.

Quadro 3: Questão 5 do questionário aplicado aos licenciandos

5. Bruna e Victor receberam duas barras de chocolate de mesmo tamanho cada uma. Bruna comeu $\frac{5}{3}$ do chocolate dela e Victor comeu $\frac{4}{3}$ do chocolate dele. Quem comeu mais chocolate, Bruna ou Victor?

Um aluno deu a seguinte resposta: Bruna e Victor comeram o mesmo tanto, porque os dois comeram três pedaços dos seus chocolates.

a) Na sua concepção a resposta do aluno está: () Certa () Errada
Por que está certo? Ou por que está errado?

b) Como você resolveria o problema? Você pode resolver por escrito, por meio de operações ou qualquer tipo de representação.

c)

Que estratégia de ensino você usaria para apresentar para a classe a melhor forma de resolver o problema?

Fonte: Adaptado de Pinheiro, 2014.

Todos os licenciandos concordaram que a conclusão do aluno estava errada e apresentaram como justificativa o fato de $\frac{5}{3}$ ser maior que $\frac{4}{3}$. As principais estratégias utilizadas para responder o segundo item foram: A) uso de representação parte-todo; B) transformação das frações em decimais; C) subtração da quantidade consumida do todo; D) relação de ordem de $\frac{5}{3}$ e $\frac{4}{3}$ e E) transformação das frações em números mistos. Na Tabela 5, vemos um panorama geral das estratégias evidenciadas no item 2.

Tabela 5: Desempenho geral, por curso, Questão 5, item b

Licenciandos do Curso	A	B	C	D	E
01	0	2	2	1	1
02	4	2	1	1	0
03	1	4	0	2	0
Geral	5	8	3	4	1

Fonte: A autora, 2023.

Pudemos observar que a estratégia mais utilizada no item b da quinta questão foi o uso da transformação das frações em decimais. Já no item c dessa questão, isso não ocorreu, pois a maioria dos licenciandos mencionou que explicaria a situação posta na questão a partir de

materiais e desenhos que pudessem representar fazendo o uso do significado parte-todo. A Tabela 6 mostra os dados evidenciados no item c da Questão 5.

Tabela 6: Desempenho geral, por curso, Questão 5, item c

Licenciandos do Curso	Parte-todo	Número	Em branco	Não conseguiu apresentar uma estratégia
01	4	1	0	1
02	6	2	0	0
03	5	1	1	0
Geral	15	4	1	1

Fonte: A autora, 2023.

Esse dado nos leva a acreditar que os licenciandos dos três cursos conhecem diferentes representações dos números racionais, mas preferem e se sentem mais seguros em explicar situações-problema fazendo o uso de seu significado parte-todo, o que fica evidente na análise da Figura 15. Além disso, analisando as estratégias utilizadas, observamos que é comum o apelo para o visual e o concreto no ensino dos números racionais.

Figura 15: Resposta do Licenciando A02C03, Questão 5

5. (PINHEIRO, 2014) Bruna e Victor receberam duas barras de chocolate de mesmo tamanho cada uma. Bruna comeu $\frac{5}{3}$ do chocolate dela e Victor comeu $\frac{4}{3}$ do chocolate dele. Quem comeu mais chocolate, Bruna ou Victor?

Um aluno deu a seguinte resposta: Bruna e Victor comeram o mesmo tanto, porque os dois comeram três pedaços dos seus chocolates.

Na sua concepção a resposta do aluno está: () Certa ☒ Errada

Por que está certo? ou por que está errado?

Se transformarmos ambas as frações em números decimais, é fácil ver que Bruna comeu mais chocolate.

Como você resolveria o problema? Você pode resolver por escrito, por meio de operações ou qualquer tipo de representação

Transformando as frações em decimais.

Que estratégia de ensino você usaria para apresentar para a classe a melhor forma de resolver o problema?

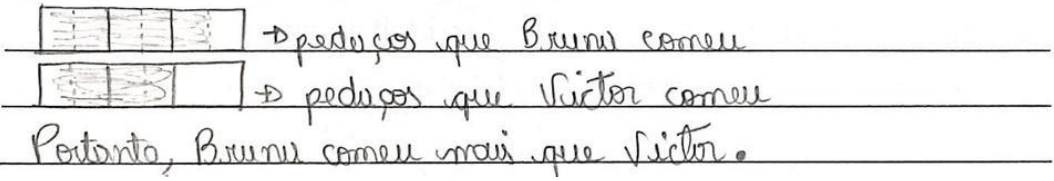
Com desenhos que representassem as quantidades para melhor percepção da classe.

Fonte: A autora, 2023.

Para além das observações já citadas, verificamos que, para justificar suas respostas, alguns licenciandos acabaram se equivocando em alguns aspectos, por exemplo, na representação das frações $\frac{5}{3}$ e $\frac{4}{3}$ usando a ideia parte-todo.

Figura 16: Resposta do Licenciando A04C02, Questão 5

Como você resolveria o problema? Você pode resolver por escrito, por meio de operações ou qualquer tipo de representação



Portanto, Bruno comeu mais que Victor.

Fonte: A autora, 2023.

A análise do registro da Licencianda A04C02 revela que ela fez a opção equivocada de multiplicar o denominador por 2, na tentativa de representar as frações $\frac{5}{3}$ e $\frac{4}{3}$. Dessa forma, a estudante representou $\frac{5}{6}$ e $\frac{4}{6}$. Essa constatação corrobora mais uma vez os resultados obtidos por Silva *et al.* (2021). Comungamos da concepção desses autores para o fato de que era esperado que os estudantes de licenciatura em Matemática fossem capazes de ordenar e representar os números racionais na reta numérica sem maiores problemas.

A questão seguinte, apresentada no Quadro 4, tinha dois objetivos. Um deles era mobilizar o Conhecimento do Conteúdo Especializado. Além disso, ao solicitarmos um comentário sobre a resolução, buscamos identificar a categoria de argumentação apresentada pelos licenciandos.

Quadro 4: Questão 4 do questionário aplicado aos licenciandos

4. Quais as possibilidades para expressar $\frac{1}{2}$ como soma de duas frações de numerador 1 (frações do tipo $\frac{1}{n}$, n um inteiro positivo). Comente o procedimento utilizado para encontrar a solução.

Fonte: A autora, 2023.

Assim, vale destacar que, se tivesse sido solicitado somente o processo de expressar as frações envolvidas na soma, teríamos a oportunidade de evidenciar apenas o Conhecimento

Comum do Conteúdo. Ao solicitarmos a justificativa e o esclarecimento da solução, entretanto, esperávamos encontrar elementos que apresentassem a validação do caminho apresentado pelos licenciandos, o que nos impulsionaria a estabelecer relações entre a Argumentação e o Conhecimento do Conteúdo Especializado.

A Tabela 7 apresenta uma primeira análise em que foi averiguado se a resposta do licenciando expressava a soma de duas frações cujo numerador fosse igual 1, ou seja, fração do tipo $1/n$, onde n é inteiro positivo.

Tabela 7: Desempenho geral, por curso, Questão 4

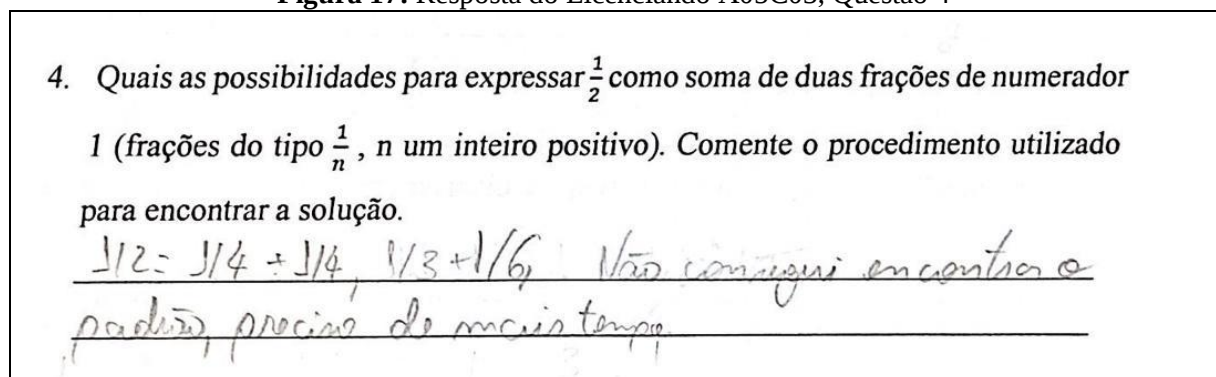
Licenciandos do Curso	Correta	Incompleta	Em Branco	Incorreto
01	0	2	1	3
02	0	4	1	3
03	1	3	2	1
Geral	1	9	4	7

Fonte: A autora, 2023.

Analisando-se o desempenho dos estudantes na Questão 4, foi possível verificar que obtivemos um índice baixo de licenciandos que desenvolveram uma resolução correta.

Para essa questão, um estudante que expressou as frações que atendiam à soma mencionada não conseguiu justificar o procedimento, como podemos ver na Figura 17.

Figura 17: Resposta do Licenciando A05C03, Questão 4



Fonte: A autora, 2023.

Podemos perceber que o licenciando A05C03 buscava encontrar um padrão que pudesse justificar as parcelas apresentadas. Ele sabia quais eram, mas não conseguiu estabelecer argumentos que justificassem de fato sua solução. Mais uma vez evidenciamos a

Argumentação Explicativa, o que mostra um processo de argumentação limitado. Pelo que foi apresentado, não conseguimos evidenciar o SCK.

Nesta questão era esperado que os estudantes partissem de que, se $\frac{1}{2}$ for a soma de duas frações de numerador 1, então $\frac{1}{2} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$, onde p e q são inteiros positivos, não necessariamente iguais. É impossível termos $\frac{1}{4} > \frac{1}{p}$ e $\frac{1}{4} > \frac{1}{q}$, pois, se isso ocorresse, a soma seria menor que $\frac{1}{2}$. Sendo assim, podemos supor que pelo menos uma das frações, $\frac{1}{p}$ ou $\frac{1}{q}$, deveria ser maior ou igual a $\frac{1}{4}$. Desse modo, supondo que $\frac{1}{p} \geq \frac{1}{4}$, então p deveria ser igual a 1, 2, 3, ou 4.

Seja $p = 1 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{q} = 1 + \frac{1}{q} = \frac{q+1}{q}$, temos que $\frac{q+1}{q} = \frac{1}{2} \rightarrow 2(q+1) = q \rightarrow q = -2$, como q é um inteiro positivo, temos que essa solução não é válida.

Tomemos $p = 2 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{q} \rightarrow \frac{1}{q} = 0$, que também não nos interessa, pois não existe q , tal que $q \cdot 0 = 1$, já $p = 3 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{q} \rightarrow q = 6$ e para $p = 4 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{q} \rightarrow q = 4$, que são soluções. Por causa da simetria de p e q na equação original, obtemos resultados correspondentes se $\frac{1}{q} \geq \frac{1}{4}$. Portanto, temos três soluções: $(p, q) = (3, 6)$; $(p, q) = (4, 4)$; $(p, q) = (6, 3)$, ou seja, $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$.

A Tabela 7 nos revela que a maioria dos estudantes apresentou soluções incompletas. Foram consideradas dessa forma porque só expressaram $\frac{1}{4}$ como solução possível, como se houvesse no problema alguma indicação de que as frações deveriam ser iguais. Entre essas resoluções, pudemos observar diferentes argumentos que justificaram os procedimentos utilizados. Diante desse fato, reagrupamos essas resoluções a partir dos tipos de argumentos apresentados.

Dentre os diferentes procedimentos encontrados, tivemos licenciandos que: A) usaram a ideia de metade para encontrar frações que pudessem corresponder ao que era solicitado na Questão 4; B) partiram da hipótese de que $\frac{1}{2}$ deveria ser escrito como $\frac{1}{n} + \frac{1}{n}$; C) com uma frequência pequena, tivemos estudantes que apenas apresentaram a soma $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$, e, neste caso específico, mais uma vez foi mobilizado o SCK de maneira limitada, pois, como vimos no nosso referencial o Conhecimento do Conteúdo Especializado tem como um dos princípios o processo de justificar os procedimentos matemáticos.

Na Tabela 8, a seguir, podemos notar o quantitativo referente às abordagens evidenciadas.

Tabela 8: Argumentos apresentados, por curso, Questão 4

Estratégia Licenciandos do Curso	A	B	C
01	1	0	1
02	2	2	0
03	3	0	0
Geral	6	2	1

Fonte: A autora, 2023.

Na Figura 18, podemos ver que a estratégia mais utilizada nessa questão foi dividir $\frac{1}{2}$ por dois, pois a sua metade atendia às condições impostas para $\frac{1}{n}$.

Figura 18: Resposta do Licenciando A04C03, Questão 4

4. Quais as possibilidades para expressar $\frac{1}{2}$ como soma de duas frações de numerador 1 (frações do tipo $\frac{1}{n}$, n um inteiro positivo). Comente o procedimento utilizado para encontrar a solução.

Dividimos a fração $\frac{1}{2}$ por 2, o resultado é $\frac{1}{4}$; logo temos uma possibilidade

Fonte: A autora, 2023.

Os licenciandos A06C02 e A08C02 foram os únicos que usaram que $\frac{1}{n} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} \rightarrow n = 4$, e ambos partiram do princípio de que $\frac{1}{2}$ deveria ser escrito como soma de frações iguais, $\frac{1}{n} + \frac{1}{n}$, mas o caminho percorrido não foi o mesmo.

Figura 19: Resposta do Licenciando A06C02, Questão 4

4. Quais as possibilidades para expressar $\frac{1}{2}$ como soma de duas frações de numerador 1 (frações do tipo $\frac{1}{n}$, n um inteiro positivo). Comente o procedimento utilizado para encontrar a solução.

$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \frac{m+m}{m^2} = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \frac{2m}{m^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 = 4m \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m(m-4) = 0 \Rightarrow m = 4.$

A possibilidade é que $m = 4$, pois a solução $m = 0$ encontrada no desenvolvimento da questão não é válida, por m se tratar do denominador das frações atreladas.

Fonte: A autora, 2023.

Na Figura 19, por exemplo, podemos perceber que o estudante utilizou explicitamente o procedimento de encontrar o mínimo múltiplo comum entre os denominadores e, em seguida, aplicar uma espécie de fórmula em que esse resultado “é dividido pelo denominador e depois multiplicado pelo numerador”, resultando em: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$ para operar $\frac{1}{n} + \frac{1}{n}$, mas, por se tratar de frações com o mesmo denominador, ele poderia apenas utilizar o algoritmo de que, na adição de frações com o mesmo denominador, se conserva o denominador e somam-se os numeradores, como fez o licenciando A08C02.

Figura 20: Resposta do Licenciando A08C02, Questão 4

4. Quais as possibilidades para expressar $\frac{1}{2}$ como soma de duas frações de numerador 1 (frações do tipo $\frac{1}{n}$, n um inteiro positivo). Comente o procedimento utilizado para encontrar a solução.

A única forma em que encontro é com $m = 4$.

$\frac{1}{m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{m} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = 4$

Fonte: A autora, 2023.

A partir dessas resoluções, pudemos observar que os dois licenciandos exteriorizaram, ainda que de forma singela, o Conhecimento do Conteúdo Especializado, apesar de não apresentarem as outras frações possíveis para a solução.

Sobre o processo de argumentação, vemos, nas figuras 18 e 20, respostas tipicamente pautadas em uma Argumentação Explicativa, pois observamos que os estudantes apenas

apresentam o procedimento memorizado (“é assim que se faz”), não justificando as razões que legitimam esses procedimentos. Mas, observando pelas lentes da tipologia de Balacheff (1988), esses estudantes apresentaram um argumento de experiência mental, no entanto usaram a hipótese incompleta.

Na Figura 19, o licenciando justifica, no final, a escolha do 4 como resposta, mas todos os procedimentos anteriores não são justificados, e assim sua argumentação se aproxima também de uma Argumentação Explicativa.

Outra questão elaborada com o objetivo de identificarmos o Conhecimento do Conteúdo Especializado (SCK) foi a Questão 9, na qual era esperado que os estudantes de licenciatura em Matemática observassem a frase “um racional é um número que pode ser escrito na forma a/b ” e fizessem uma análise na perspectiva de comentar se as condições eram suficientes para se definir os números racionais. Contudo, 13 dos 21 licenciandos não demonstraram possuir o domínio do SCK, pois não conseguiram falar explicitamente sobre as restrições necessárias para definir um número racional.

Tabela 9: Desempenho geral, por curso, Questão 9

Análise Licenciandos do Curso	Correta	Incompleta	Incorreta
01	1	2	3
02	5	1	2
03	2	0	5
Geral	8	3	10

Fonte: A autora, 2023.

Observamos que, nos cursos 01 e 03, tivemos poucos licenciandos que comentaram que havia a necessidade de atribuir algumas condições em relação aos números a e b . Elias (2017) associa isso ao fato de os estudantes estarem acostumados a lidar com frações em que as condições a e b inteiros e $b \neq 0$ já sejam garantidas, o que leva muitos a considerarem essas restrições ($a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$) como um mero detalhe.

Para a análise desta questão, foram considerados incompletos os comentários em que os licenciandos apenas mencionaram que acrescentaria $b \neq 0$. E foram incorretas as respostas nas quais não foi evidenciado nenhum tipo de restrição para além de ser um número na forma a/b .

Com o intuito de identificarmos o domínio dos licenciandos a respeito do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), propusemos as questões 10 e 11. Ambas também tinham como objetivo observar a categoria de argumentação utilizada pelos participantes desta pesquisa ao se referir ao campo operacional dos números racionais.

Vejamos no quadro a seguir a Questão 11 e, após sua discussão, apresentaremos os dados referentes à Questão 10.

Quadro 5: Questão 11 do questionário aplicado aos licenciandos

11. Elabore um esboço de plano de aula abordando divisão de frações.

Fonte: A autora, 2023.

Na questão em análise, os licenciandos mobilizaram o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e houve um alto índice para uma abordagem baseada na Argumentação Explicativa, pautada em um modelo que privilegia a apresentação de algoritmos, sem contextualizações, seguida de exercícios de memorização, sem fazer menções a justificativas para os processos que se encontram por trás dos procedimentos utilizados.

Tabela 10: Tipo de Argumentação, por curso, Questão 11

Licenciandos do Curso	Argumentação Explicativa	Argumentação Justificativa	Em Branco	Não sei
01	5	0	1	0
02	6	0	1	1
03	5	0	2	0
Geral	16	0	4	1

Fonte: A autora, 2023.

Na Figura 21, a seguir, apresentamos um protocolo que representa a estratégia geral que foi utilizada pelos licenciandos ao esboçarem um plano de aula abordando a divisão entre frações.

Figura 21: Resposta do Licenciando A02C03, Questão 11

11. Elabore um esboço de plano de aula abordando divisão de frações.

Seria uma aula expositiva mostrando como se faz a divisão de frações, mostrando o método do "zigue-zague",

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} ; \text{"orelhinha orelhão"} \quad \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \right) = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

e inversão da segunda fração

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

E então poderia formar grupos e realizar exercícios com o método que preferir e após mostrar aos colegas o motivo da escolha do método.

Fonte: A autora, 2023.

Essa resolução explicita uma Argumentação Explicativa, pois o licenciando direciona seu esboço no sentido de mostrar "como se faz". Dessa forma, podemos perceber que nesse tipo de aula os alunos são incumbidos apenas da tarefa de reproduzir as etapas apresentadas pelo professor, sem entender, por exemplo, por que na divisão basta multiplicar a primeira fração pela inversa da segunda, ou seja, $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$. Questionamentos do tipo "de onde vem essa fração inversa?" são ignorados e tidos como algo natural. Essa é uma realidade que vai de encontro ao tipo de argumentação evidenciada nos livros didáticos investigados por Silva e colaboradores (2015), onde os autores identificaram, em relação ao ensino da divisão de frações, que

Os Livros Didáticos apontam, predominantemente, ou uma falta de argumentos convincentes sobre a questão, ou uma pressa demasiada em apresentar o algoritmo, revelando a preferência pelo ensino do procedimento, em detrimento do ensino do processo (Silva *et al.*, 2015, p. 7).

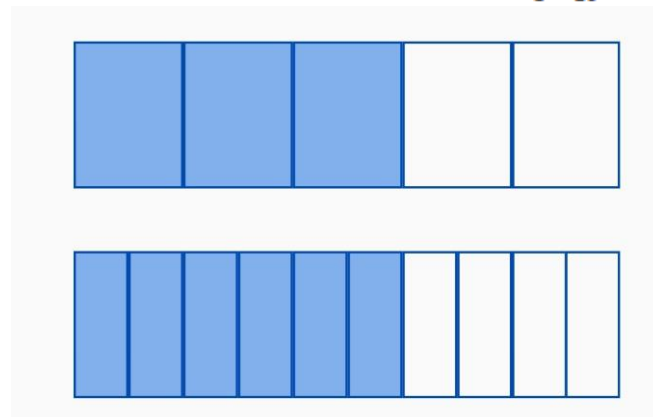
Nossos resultados convergem, portanto, para o que já foi apresentado em outros trabalhos (Attie; Krpan, 2020; Santos *et al.*, 2021) que mencionavam que a Argumentação Explicativa é a mais utilizada no processo de ensino de matemática.

Pela Tabela 10, podemos perceber que não houve nenhuma resposta em que se propusesse uma Argumentação Justificativa, na qual se buscassem destacar a construção e a

descrição da divisão de frações. Mas era esperado que os estudantes de licenciatura em Matemática justificassem a validade do algoritmo empregado na divisão de frações, por exemplo, pela própria ideia de como aparece essa fração inversa, mencionada por muitos. Para responder a um questionamento do tipo “de onde vem essa fração?”, vamos expor dois argumentos que poderiam ser utilizados para se justificar o algoritmo da divisão de frações.

Uma das maneiras de compreendermos uma fração, $\frac{10}{2}$, por exemplo, é utilizarmos a fração como uma divisão entre dois números e efetuar essa operação pensando que ela tem uma operação inversa, a multiplicação. Assim, ao invés de pensarmos em dividir “10” em “2” partes, pensaremos em quantas vezes o “2” cabe na quantidade “10”, justificando, assim, o resultado, “5”. O mesmo raciocínio deve ser válido para uma divisão de frações, e, no caso do exemplo $\frac{3}{5} \div \frac{1}{10}$, deveríamos tentar saber quantos “ $\frac{1}{10}$ ” cabem em “ $\frac{3}{5}$ ”, para encontrarmos o resultado. O auxílio de algum material concreto, ou apenas imagens feitas na lousa, pode ser um facilitador nesse processo, pois, ao representarmos as duas frações, como na figura 22, podemos observar que caberiam seis pedaços correspondentes a $\frac{1}{10}$ em $\frac{3}{5}$. Portanto, chegaríamos à conclusão de que $\frac{3}{5} \div \frac{1}{10} = 6$.

Figura 22: Representação das frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{1}{10}$



Fonte: A autora, 2023.

Entretanto, essa estratégia certamente não será didaticamente eficaz em frações cujos denominadores não são múltiplos um do outro. Sendo assim, outro caminho que pode ser utilizado para justificar o conhecido algoritmo citado pelos licenciandos ($\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$), com a vantagem de que pode ser utilizado em qualquer divisão de frações, não importando seus denominadores, pode ser organizado da maneira apresentada no quadro 6, a seguir.

Quadro 6: Argumentação Justificativa para o algoritmo da divisão

Vamos tomar como exemplo a divisão $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5}$. Como não sabemos quantos $\frac{2}{5}$ cabem em $\frac{3}{4}$, vamos utilizar primeiro o fato de que todo número multiplicado por “1” resulta nele mesmo. Entre as infinitas possibilidades que temos para representar a unidade, escolhemos $1 = \frac{5}{5}$. Essa opção não foi feita por acaso, pois selecionamos a única representação do número 1 capaz de transformar nosso problema de divisão de frações (que não sabemos resolver) em uma operação que sabemos resolver, pois teremos que $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4}$. Como qualquer número dividido por 1 resulta nele mesmo, teremos o resultado $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2}$. Assim, a divisão de frações $\frac{3}{2} \div \frac{4}{5}$ se torna igual à multiplicação de frações $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2}$. Consideramos muito importante ressaltar que a segunda fração da multiplicação ($\frac{5}{2}$) aparece não como uma simples inversão do denominador da divisão ($\frac{2}{5}$), apontando para o fato de que o algoritmo memorizado pelos alunos e professores, apesar de funcionar, deveria ser justificado (lembrando o algoritmo de “passar para o outro lado” na resolução das equações do 1º grau).

Fonte: Santos, 2022, p. 80-81.

O exemplo de Argumentação Justificativa apontado pode ser classificado como um exemplo genérico (Balacheff, 1988), pois, como já apontamos, ao apurar a veracidade de uma proposição, utiliza um exemplo particular, mas que permite constatar que os procedimentos são válidos e podem ser generalizados para um caso qualquer.

Para além dessas justificativas, teríamos mais elementos que poderiam ser utilizados para inclusive dividir frações sem multiplicar, por exemplo, a partir do conceito de fração equivalente. Apresentamos essa exposição de justificativas, entretanto, apenas para mostrar que haviam possibilidades a serem esboçadas pelos licenciandos, mas, ao contrário do que esperávamos, nenhuma Argumentação Justificativa foi evidenciada nessa questão. Esse resultado reforça nossos questionamentos iniciais em torno de como os cursos de licenciatura em Matemática têm incentivado o processo de argumentação.

Foi pensando nessa discussão do processo de argumentação no Ensino Superior que triangulamos as respostas da Questão 10 do questionário aplicado aos licenciandos com as respostas da Questão 13 do questionário aplicado aos professores da graduação. Observando-se os quadros 7 e 8, as questões eram semelhantes, e o que as diferencia é o público ao qual são direcionadas, tanto para o ensino (docentes dos cursos de formação X futuros professores da Educação Básica) quanto para a aprendizagem (alunos da licenciatura X alunos da Educação Básica).

Quadro 7: Questão 10 do questionário aplicado aos licenciandos

10. Escreva uma regra para a adição de duas frações quaisquer. Em seguida, apresente quais argumentos, recursos e metodologias você usaria para ensinar essa regra aos alunos da Educação Básica.

Fonte: A autora, 2023.

Quadro 8: Questão 13 do questionário aplicado professores da graduação

13. Escreva uma regra para a adição de duas frações quaisquer. Em seguida, apresente quais argumentos, recursos e metodologias você usaria para ensinar essa regra a licenciandos em Matemática.

Fonte: A autora, 2023.

A questão direcionada aos licenciandos tinha como objetivo mapear as categorias de argumentação que seriam utilizadas para a Educação Básica. No questionário dos professores, o intuito era o mesmo, identificar as categorias de argumentação, mas em relação ao que é apresentado na graduação. Além disso, tínhamos a pretensão de verificar se a argumentação proposta na academia se aproximava das discussões e das escolhas colocadas pelos licenciandos.

A Tabela 11 mostra que, assim como na questão anterior, a Argumentação Explicativa é a categoria mais evidenciada nas propostas dos licenciandos. E as estratégias de ensino citadas por eles vão de encontro a um roteiro baseado em um modelo clássico e tradicional de apresentar o algoritmo, resolver exemplos e solicitar exercícios. Além disso, foi identificada em dois protocolos a ideia de serem utilizados mecanismos como paródias para a memorização do algoritmo.

Tabela 11: Tipo de Argumentação, por curso, Questão 10

Licenciandos do Curso	Argumentação Explicativa	Argumentação Justificativa	Não sei
01	6	0	0
02	5	1	2
03	7	0	0
Geral	18	1	2

Fonte: A autora, 2023.

Como podemos observar na Figura 23 (e também no caso da maioria dos protocolos dos discentes), a estrutura presente privilegia a memorização e a repetição, buscando-se um aperfeiçoamento apenas na execução dos procedimentos.

Figura 23: Resposta do Licenciando A04C03, Questão 10

10. Escreva uma regra para a adição de duas frações quaisquer. Em seguida, apresente quais argumentos, recursos e metodologias você usaria para ensinar essa regra aos alunos da educação básica.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd};$$

Acredito que a explicação seguida da resolução de exercícios de fixação é suficiente. Esta é uma regra de fácil memorização, para os recursos basta giz e lousa.

Fonte: A autora, 2023.

Tais resultados revelam que são preteridos aspectos que consideramos importantes no ensino, principalmente mediante os novos direcionamentos realçados também na BNCC, que, em suas competências específicas para a área de Matemática, estimula que seja desenvolvido o espírito de investigação, assim como o estímulo à capacidade de produzir argumentos convincentes, de modo a fundamentar as ideias dos estudantes e os processos que se encontram por trás dos procedimentos matemáticos.

Considerando a atual demanda da Educação Básica, concordamos que o processo de argumentação dentro do curso de formação inicial deve assegurar um espaço em que o licenciando possa

[...] vivenciar no curso situações análogas àquelas que irão desenvolver com seus alunos. Como todos consideram que a prova na Educação Básica deve ser considerada em seu sentido mais largo, a licenciatura deveria também adotar esse sentido. Isto não apenas porque os estudantes irão futuramente ensinar, mas também na perspectiva de aprender a demonstrar e desenvolver, assim, o raciocínio lógico-dedutivo (Pietropaolo, 2005, p. 221).

Ainda fazendo a análise dos dados da Tabela 10, identificamos que dois discentes apresentaram o algoritmo usual da soma de frações, mas explanaram, de maneira bastante honesta, que não sabiam como poderiam argumentar a respeito do que foi solicitado, o que pode ser visto na Figura 24. Ressaltamos aqui que consideramos essa postura importante, pois traz em si a perspectiva da busca do conhecimento, ao contrário da postura frequente de responder que “é por definição” (Attie; Krpan, 2020; Nascimento, 2022; Santos, 2022).

Figura 24: Resposta do Licenciando A03C02, Questão 10

10. Escreva uma regra para a adição de duas frações quaisquer. Em seguida, apresente quais argumentos, recursos e metodologias você usaria para ensinar essa regra aos alunos da educação básica.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$$

De maneira sincera não
 tinha usado para ensinar meus

Fonte: A autora, 2023.

Observamos uma limitação em relação ao uso da Argumentação Justificativa e na identificação de quais seriam os conceitos utilizados ao realizar o algoritmo da soma de frações. No protocolo apresentado na Figura 25, a seguir, entretanto, podemos notar que o licenciando A08C02 utiliza uma Argumentação Justificativa, conforme as categorias de argumentação propostas por Sales (2010) e Attie (2016), pois entendemos que ele buscou justificar, a partir da relação de equivalência, o algoritmo apresentado.

Figura 25: Resposta do Licenciando A08C02, Questão 10

10. Escreva uma regra para a adição de duas frações quaisquer. Em seguida, apresente quais argumentos, recursos e metodologias você usaria para ensinar essa regra aos alunos da educação básica.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}, \text{ com } \{b, d\} \neq 0$$

• Como é uma relação de equivalência ensinaria a eles a igualar as denominadoras, multiplicando um pelo outro para não alterar a fração multiplicando o numerador pela mesma do denominador.

Fonte: A autora, 2023.

Notamos que, nesta questão, a maioria dos licenciandos demonstrou domínio do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, mas, em relação à argumentação, isso não se repetiu, sendo que a maioria dos licenciandos não conseguiu expressar uma estratégia de ensino que superasse a Argumentação Explicativa.

A partir da análise da Tabela 11, constatamos que quatro professores formadores, de um total de sete (sem considerar o docente que não respondeu ao questionário), fizeram uma explanação utilizando justificativas, apresentando conceitos que fundamentam os procedimentos para se chegar ao algoritmo da soma de frações. Apesar dessa relativa e pequena maioria, entretanto, devemos considerar a hipótese de que essas justificativas possam ter sido apresentadas pelo conhecimento antecipado que os professores tinham a respeito dos aspectos a serem considerados na pesquisa. Levantamos essa suposição pelo fato de que, em pelo menos metade desses quatro casos, a justificativa aparece com uma ênfase reduzida, sendo dado um destaque bem maior à necessidade da memorização do procedimento.

Tabela 12: Tipo de Argumentação, por curso, Questão 10

Professores do Curso	Argumentação Explicativa	Argumentação Justificativa
01	1	1
02	2	1
03	0	2
Geral	3	4

Fonte: A autora, 2023.

Dentre os protocolos em que foi verificado o uso da Argumentação Justificativa, percebemos que três desses quatro professores abordaram argumentos relacionados a conceitos trabalhados na Educação Básica, como podemos ver, por exemplo, na Figura 26.

Figura 26: Resposta do Professor PROF01C03, Questão 13

13. Escreva uma regra para a adição de duas frações quaisquer. Em seguida, apresente quais argumentos, recursos e metodologias você usaria para ensinar essa regra a licenciandos em Matemática.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad (\text{Soma de frações, em geral})$$

Inicialmente trataremos o caso de soma de frações com o mesmo denominador, por ser mais intuitivo: Ex: $\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$
 Para esse caso exemplos práticos poderiam ser dados, como a distribuição de uma pizza em fatias.
 Em seguida trataremos do caso com denominadores diferentes, porém múltiplos um do outro. Ex: $\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$
 É mais fácil perceber que comer 2 fatias de uma pizza que foi dividida em 5 fatias é equivalente a comer 4 fatias da mesma pizza "fatizada" em 10 pedaços. Ou seja, $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$.
 Somente depois trataremos o caso geral, notando que a fórmula é apenas uma redução simultânea ao mesmo denominador.

Fonte: A autora, 2023.

Em contrapartida, identificamos um protocolo em que os encaminhamentos do professor tiveram, apesar da utilização de justificativa para o procedimento, uma perspectiva e uma linguagem totalmente acadêmicas, sem fazer qualquer menção a conceitos ou situações análogas que poderiam auxiliar os licenciandos a desenvolver um trabalho no Ensino Básico, como podemos observar no Quadro 9, a seguir.

Quadro 9: Resposta do Professor PROF01C03¹⁴, Questão 13

Primeiro deve ser entendido que $1/n$ significa a n -ésima parte de um todo e que m/n significa que eu somei o pedaço $1/n$ m -vezes. Assim, é natural se entender que $m/n + m'/n = (m+m')/n$. Em seguida, é importante que se entenda que a n -ésima parte de um todo (ou seja, $1/n$) é igual a m vezes a mn -ésima parte desse mesmo todo (ou seja, m/mn). Assim, é fácil observar que $m/n + m'/n = mn'/nn' + m'n/nn' = (mn' + m'n)/nn'$. Como metodologia usaria muitos exemplos.

Fonte: A autora, 2023.

¹⁴ As respostas do protocolo PROF01C03 foram encaminhadas em um arquivo e, por essa razão, encontram-se digitadas e não como uma imagem.

Em relação a esse posicionamento, é paradoxal que esse mesmo docente, em sua resposta à Questão 11, sobre se “... as disciplinas nos cursos de licenciatura em Matemática proporcionam conexões entre a matemática escolar e a matemática superior...” (Apêndice B), afirma que as disciplinas “*cumprem esse papel, articulando a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar*”. Além disso, destacamos o fato de que, como metodologia, o docente aponta apenas que “*usaria muitos exemplos*”, o que pode revelar o tipo de sequência utilizada no modelo clássico e tradicional¹⁵, que, conforme já vimos (ver Tabela 11), foi o mais citado pelos alunos da licenciatura.

Neste caso, devemos concordar com Elias (2017, p. 290) quando afirma que o “professor precisa conhecer as maneiras como as validades são estabelecidas, para ter consciência de como se tratar essas validades dentro da Matemática Escolar”. Assim, os licenciandos devem ser instigados a refletir sobre a Matemática Acadêmica de modo a buscar problematizá-la, tomando consciência dos seus significados para estabelecer vínculos com o processo de argumentação da Matemática Escolar.

Elias assinala, inclusive, que

[...] as disciplinas de conteúdo matemático sejam, essencialmente, de discussões sobre e para a Matemática Escolar e que a Matemática Acadêmica apareça no sentido de problematizar a Matemática Escolar e de se discutir com os licenciandos modos de se fazer matemática, evidenciando a matemática como uma atividade humana (2017, p. 297).

Foi tendo como base esse direcionamento que questionamos os professores formadores sobre se havia a necessidade de alguma distinção entre as disciplinas ofertadas para licenciandos e bacharelados. Sete dos oito professores responderam que as disciplinas que são comuns a ambos não devem ser diferentes, pois acreditam que as diferenças necessárias já são contempladas a partir da estrutura dos cursos. Isso é evidente, por exemplo, no protocolo apresentado na Figura 27.

Figura 27: Resposta do Professor PROF03C02

9. Na sua opinião, deve-se haver alguma distinção entre as disciplinas ofertadas para licenciandos e bacharelados? Comente.

*SO NAS DISCIPLINAS COMUNS AOS DOIS CURSOS
NÃO DEVE HAVER DISTINÇÃO. A DIFERENÇA DOS CURSOS
JÁ É DEVIDAMENTE TRATADA COM A OFERTA DE MATÉRIAS
DE CURSO "PEDAGÓGICO" P/ A LICENCIATURA.*

Fonte: A autora, 2023.

¹⁵ Apresentar o algoritmo, resolver exemplos e solicitar exercícios.

Desse questionamento, apenas o professor PROF02C02 considerou que deve haver distinções, como podemos ver na Figura 28, ressaltando o fato de que os conteúdos ministrados para os licenciandos precisam se aproximar das discussões da Matemática Escolar, uma vez que o licenciando deverá ser capaz de saber usar os conhecimentos abordados no curso superior na sua futura prática docente.

Figura 28: Resposta do Professor PROF02C02

9. Na sua opinião, deve-se haver alguma distinção entre as disciplinas ofertadas para licenciandos e bacharelado? Comente.

Sim, a formação do bacharel é para a pesquisa, o licenciando precisa saber usar, aproximar este conteúdo do que vai ensinar como futuro professor

Fonte: A autora, 2023.

Assim, percebemos, diante dos posicionamentos da maioria dos professores, associados aos argumentos apresentados por eles, que ainda é pequeno o direcionamento das relações entre a Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar dentro do campo das disciplinas ofertadas por professores que, em sua maioria, possuem formação em matemática pura. A conexão necessária é colocada como algo que vem sendo feito nas disciplinas de ensino e ainda é colocado ao licenciando que lhe cabe estabelecer a relação entre elas.

No que se refere às categorias de argumentação utilizadas no Ensino Superior, evidenciamos que os professores formadores vêm buscando justificar os procedimentos matemáticos, e assim é possível perceber que a Argumentação Justificativa de forma sutil já se faz presente na graduação, mas os licenciandos ainda não conseguem estabelecer argumentos dessa natureza.

As evidências do panorama geral da investigação do domínio dos conhecimentos essenciais ao professor de matemática em relação aos conceitos relacionados aos números racionais, utilizando os conhecimentos advindos da teoria de MKT de Ball, Thames e Phelps (2008), nos levam a concluir que os licenciandos ainda têm dificuldades que os impedem de contemplar as categorias analisadas. Da mesma forma, a partir dos conceitos de Sales (2010) e Attie (2016), a utilização da categoria Argumentação Explicativa é recorrente, especialmente entre os licenciandos. Entre os docentes, apesar de terem sido apresentadas

justificativas em uma pequena maioria dos casos, não podemos apontar um quadro otimista, pois, em metade desses casos, ainda parece haver um destaque maior para a memorização do algoritmo em detrimento da própria justificativa apresentada. Dessa forma, é perceptível que os problemas presentes no ensino dos números racionais não são de exclusividade da Educação Básica.

SEÇÃO IV

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Enquanto eu tiver perguntas e não houver resposta, continuarei a escrever.”
(Clarice Lispector)

Tivemos como motivação para a realização deste estudo o considerável crescimento de trabalhos que atestam que alunos e professores do Ensino Básico têm dificuldades em trabalhar com os números racionais. Entendendo a formação inicial como importante elemento para a manutenção e a qualidade do ensino das futuras gerações, nos propusemos a investigar os conhecimentos de licenciandos de três cursos ofertados em instituições públicas do estado de Sergipe a respeito dos números racionais, a partir da teoria MKT de Ball, Thames e Phelps (2008). Ao mesmo tempo, diante das novas demandas propostas pela BNCC à Educação Básica para a promoção do pensamento crítico a partir do processo argumentativo, buscamos identificar quais têm sido as categorias de argumentação evidenciadas na formação inicial; para tanto, nos norteamos nas ideias, principalmente, de Sales (2010) e Attie (2016), que, baseados nos conceitos de Balacheff (1988), apontam duas categorias de argumentação no ensino de matemática.

Para alcançar o objetivo proposto nesta pesquisa, percorremos um caminho cheio de idas e vindas. Muitas mudanças e escolhas moldaram a construção deste trabalho. Inicialmente, fizemos um levantamento documental para entendermos como foram constituídos e o que fomentam os cursos de Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Posteriormente, nos fundamentamos sobre a argumentação no ensino de matemática, e foi a partir da reflexão sobre a tipologia de Balacheff (1988) que chegamos ao entendimento das categorias Argumentação Explicativa e Justificativa propostas por Sales (2010, 2011) e Attie (2016). Na sequência, buscamos subsídios teóricos que pudessem nos amparar no desenvolvimento do nosso estudo. Para tanto, nos fundamentamos, sobretudo, na teoria MKT de Ball, Thames e Phelps (2008), no que se refere à base de conhecimentos essenciais ao professor de matemática para desempenhar a plenitude da docência.

Entre as vindas e idas realizamos um estudo bibliográfico, e foi a partir da análise de artigos, dissertações, teses e livros que pautam o ensino dos números racionais nos níveis de Ensino Básico e Superior que pudemos perceber um número considerável de dissertações e teses que apontam complexidades e desafios que alunos da Educação Básica e do Ensino

Superior e professores têm enfrentado ao discutirem os números racionais. Em relação a esse quadro, 44,57% das pesquisas dispostas nos últimos dez anos na BDTD discutem propostas de sequências de atividades atreladas ao ensino dos racionais na Educação Básica.

Vale destacar que, mesmo com muitas pesquisas apontando o baixo rendimento de estudantes do Ensino Superior em compreender conceitos associados aos números racionais, ainda pouco se tem discutido sobre o ensino dos números racionais na formação de professores. Dos trabalhos analisados, apenas dois (Elias, 2017; Flôres, 2020) abordam e discutem essa temática e apresentam uma estratégia de ensino voltada para o Ensino Superior. Foi perceptível que ambos apontam direcionamentos para que o conjunto dos números racionais seja discutido de forma a explorar as diferentes abordagens que esse conteúdo permite, levando em consideração o “desenvolvimento e na compreensão dos conceitos relativos à construção do conjunto dos números racionais do ponto de vista do Ensino Superior e sua relação com a Educação Básica” (Flôres, 2020, p. 86).

Na pesquisa de campo, os resultados mostraram que os cursos de licenciatura em Matemática não têm conseguido promover de forma adequada o que é desejável para que o ensino proporcione aos futuros professores a aprendizagem necessária para exercer a docência sobre os números racionais. Isso se justifica pela constatação de certas dificuldades encontradas pelos licenciandos na aprendizagem dos números racionais, dificuldades que os impedem de mobilizar alguns conhecimentos propostos pela base de conhecimento MKT.

Temos a concepção de que a construção de uma base do conhecimento deve se apoiar nas seis categorias estabelecidas por Ball, Thames e Phelps (2008), um conhecimento se relacionando com o outro, e por isso a solidificação da base do professor não deve ser erguida somente em saber muita matemática. Ressaltamos, novamente, que isso é extremamente necessário, mas não é suficiente. Compreendemos assim que a formação deverá resultar da compreensão dos procedimentos e conceitos matemáticos, do conhecimento do currículo, das práticas pedagógicas e do perfil dos estudantes.

Em relação à argumentação, lamentavelmente, o mesmo quadro se apresenta, pois a categoria utilizada pela totalidade dos alunos foi a Argumentação Explicativa. Observamos ainda que o cruzamento de dados das respostas de discentes e dos docentes desmonta um certo discurso otimista por parte dos segundos, tanto em relação aos conhecimentos quanto à argumentação.

A partir das reflexões deste estudo, chegamos à conclusão de que a utilização da Argumentação Justificativa pode auxiliar o desenvolvimento do Conhecimento do Conteúdo Especializado e do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, visto que, ao se apresentar a

legitimação lógica (e didaticamente adequada) dos procedimentos matemáticos, o professor será capaz de apresentar os conceitos, perceber e analisar possíveis erros, além de elaborar justificativas para esclarecer dúvidas dos alunos, assim como poderá estar apto a estabelecer quais as vantagens e desvantagens das diversas estratégias de ensino.

Sendo assim, concluímos ser preciso voltar nossos olhares para a formação inicial, do ponto de vista de sermos mais assertivos no uso da Argumentação Justificativa no Ensino Superior, para que o licenciando possa desenvolver e aprimorar seus argumentos, pois a prática argumentativa tem potencialidade na formação do professor ao tempo que ela legitima os conhecimentos matemáticos.

Além disso, a partir da análise dos trabalhos de Elias (2017) e Flôres (2020) associado à reflexão do nosso estudo, chegamos à conclusão de que a argumentação deve ser realizada de forma a relacionar os conceitos acadêmicos aos conceitos abordados na Educação Básica para que o processo de articulação e conexão possa ocorrer com mais naturalidade na passagem do licenciando ao ser professor.

Apontamos, assim, a necessidade de estudos que busquem estratégias para que o processo de ensino da Matemática Acadêmica seja pensado de forma a se relacionar, essencialmente, com (e para) a Matemática Escolar.

Fazer esta pesquisa por muitas noites foi um processo particularmente difícil pela cobrança pessoal. No início tínhamos a intenção de coletar mais dados a partir de entrevistas, mas na corrida contra o tempo tivemos de mudar nosso percurso. Nas análises, muitas coisas vêm à cabeça, entre o que foi pensado, escrito e reescrito. Aqui apresentamos algumas impressões e interpretações de uma jovem pesquisadora. Terminamos este estudo com muitas inquietações que nos impulsionam a buscar novos olhares.

E o que me move? São meus sinceros sentimentos de esperança na Educação, pois acredito que a partir dela transformaremos o mundo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUILAR JÚNIOR, C. A. **Postura de docentes quanto aos tipos de argumentação e prova matemática apresentados por alunos do ensino fundamental**. 2012. 144f.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

ALMEIDA, R. N. **Professor de Matemática em Início de Carreira**: Contribuições do PIBID. 2015. 198f. Tese (Programa de Doutorado em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-Graduação, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

ATTIE, J. P. Argumentação no ensino de matemática. *In*: III Seminário Internacional de Estudos sobre Discurso e Argumentação (SEDiAr), 3, 2016, São Cristóvão. **Anais...** Ilhéus. EDITUS, 2016. p. 2259-2268.

_____.; MOURA, M. O. A Altivez da ignorância matemática. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 44, e152362, 2018.

BALACHEFF, N. Processos de preuve et situations de validation. **Educational Studies in Mathematics**, v. 18, n. 2, p. 147-176, 1987.

_____. **Une Étude des Processus de Prueve em Mathématique chez des Élèves de Collège**. Thèse d'état. Grenoble: Université Joseph Fourier, 1988.

_____. **Procesos de Prueba en los Alumnos de matemáticas**. Una empresa docente, p. 200, 2000. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00520133>. Acesso em: 5 set. 2022.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Edições 70 ed. Lisboa, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC; SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 28 fev. 2022.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC; SEF, 1998.

_____. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES nº 9/2001 de 8 de maio de 2001. Estabelece as diretrizes curriculares nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. **Diário Oficial da União**, Brasília, 2001a.

_____. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. Parecer CNE/CES nº 1.302 de 6 de novembro de 2001. Estabelece as diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e Licenciatura, de graduação plena. **Diário Oficial da União**, Brasília, 2001b.

_____. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP 2, de 19 de fevereiro de 2002. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior. **Diário Oficial da União**, Brasília, 2002.

_____. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Curricular Comum**: educação é a base. Brasília: MEC; SEB, 2018.

_____. Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno (CNE/CP). Resolução CNE/CP nº2, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). **Diário Oficial da União**, Brasília, 2020.

CALDATO, J.; UTSUMI, M. C.; NASSER, L. Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores. **Revista Triângulo**, v. 10, n. 2, p. 74-93, 2017.

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CANOVA, R. F. **Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos o ensino fundamental com relação à fração**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

_____; BARRETO, M. das G. B.; PRADO, M. E. B. B.; CAMPOS, T. M. M. Formação Continuada: uma parceria para refletir sobre o ensino de fração. **Revisem**, v. 4, n. 1, p. 110-122, abr. 2019. Disponível em: <https://www.seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/10049>. Acesso em: 18 maio 2022.

CARPES, P. P. G. **Conhecimentos didático-matemáticos do professor de matemática para o ensino de números racionais**. 2019. 265f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Franciscana, Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2019.

CORDEIRO, E. M.; OLIVEIRA, G. S. As metodologias de ensino predominantes nas salas de aula. In: Encontro de Pesquisa em Educação, 8, 2015, Uberaba. **Anais...** Uberaba: Universidade de Uberaba, 2015. p. 39-55. ISSN: 1809-7901.

COSTA, E. M.; MATTOS, C. C.; CAETANO, V. N. S. Implicações da BNC-Formação para a universidade pública e formação docente. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 16, n. esp. 1, p. 896-909, mar. 2021. e-ISSN: 1982-5587. DOI: <https://doi.org/10.21723/riaee.v16iEsp.1.14924>.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em <https://repositorio.pucsp.br/bitstream/handle/11245/1/Alecio%20Damico.pdf>. Acesso em: 6 jul. 2022.

DUVAL, R. Argumenter, Démontrer, Expliquer: Continuïté ou Rupture Cognitive? **Petit X**, n. 31, p. 37-61, 1992-1993.

ELIAS, H. R. **Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino do corpo dos números racionais na formação de professores de matemática**. 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Paraná, 2017. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000213550>. Acesso em: 31 abr. 2022.

FERREIRA, C. S. **A tecnologia como ferramenta para superação das deficiências da base e otimização da aprendizagem em matemática: uma experiência com os números racionais**. 2014. 129f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Fortaleza, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/11026/1/2014_dis_csferreira.pdf. Acesso em: 9 set. 2022.

FLÔRES, M. V. **Construção dos números racionais na licenciatura: um estudo desenvolvido à luz dos três mundos da matemática**. 2020. 181f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2020. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/874/5/Tese_MarciaViaroFlores.pdf. Acesso em: 9 set. 2022.

GONÇALVES, M. I. de S. M. **Crenças e dificuldades de futuros professores de matemática no domínio dos números racionais**. 2013. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2013. Disponível em: file:///D:/USUARIO%20ARQUIVOS/Downloads/tese_imaculada_marcenes.pdf. Acesso em: 9 set. 2022.

GONSALVES, E. P. **Conversas Sobre Iniciação à Pesquisa Científica**. 5. ed. Campinas: Alínea, 2011.

HIEBERT, J.; BEHR, M. (Eds.). **Number concepts and operations in the middle grades**. Hillsdale, Nova Jersey: Erlbaum, 1988. p. 162-180.

KERSLAKE, D. **Fractions: children's strategies e erros: a report of the strategies e errors in secondary Mathematics project**. Windsor: NFER – Nelson, 1986.

KRUG, C. B. S. **Ensino dos números racionais comparando medidas de unidade**. 2015. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Paraná, Pato Branco, 2015. Disponível em: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1697/1/PB_PROFMAT_M_Krug%2c%20Cabone%20Bruno%20Schmidt_2015.pdf. Acesso em: 5 set. 2022.

IORA, M. **Aspectos históricos das diferentes representações dos números racionais**. 2021. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/23387/DIS_PPGEMEF_2021_IORA_MAISA.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 5 set. 2022.

IZA, D. F. V.; BENITES, L. C.; SANCHES NETO, L.; CYRINO, M.; ANANIAS, E. V.; ARNOSTI, R. P.; SOUZA NETO, S. de. Identidade docente: as várias faces da constituição do ser professor. **Revista Eletrônica de Educação**, [S. l.], v. 8, n. 2, p. 273-292, 2014. DOI: 10.14244/19827199978. Disponível em:

<https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/978>. Acesso em: 9 set. 2022.

JUNQUEIRA, S. M. S.; MANRIQUE, A. L. As subjetividades no desenvolvimento de competências matemáticas do futuro educador matemático. In: **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEMAT**. Fortaleza, CE, Brasil, 2012.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos da metodologia científica**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LIMA, F. S. **Números racionais na forma fracionária**: atividades para superar dificuldades de aprendizagem. 2013. 44f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/5940>. Acesso em: 9 set. 2022.

LIMA, M. de F. **Número racional na representação fracionária**: uma análise em livros didáticos do ensino fundamental. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera (Unian) de São Paulo, São Paulo, 2021.

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**, v. 21, n. 31, p. 1-22, 2008.

LUCENA, A. M. de. **A metacognição no livro didático de matemática**: um olhar sobre os números racionais. 2013. 145f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 6, n. 1, p. 53-71, 2004.

_____. A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, Ano 21, n. 31, p. 23-40, 2008.

MARCELINO, A. L. **Estudando sobre os números racionais no ensino fundamental**. 2018. 50f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Viçosa, Florestal. 2018. Disponível em: <https://locus.ufv.br/handle/123456789/22362>. Acesso em: 5 set. 2022.

MARTINS, J. B. J. **Relação entre formação docente e desempenho de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos**. 2016. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2016.

MELO, W. J. de A. **Conversões entre representações de números racionais**: limites e possibilidades no uso de material manipulável. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/35262>. Acesso em: 9 set. 2022.

MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MOCROSKY, L. F. *et al.* Frações na formação continuada de professores dos anos iniciais: fragmentos de uma complexidade. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 65, 2019.

MOUTINHO, L. V. **Fração e seus diferentes significados**: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental. 2005. 218f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

NASCIMENTO, E. S. **Argumentação no ensino de operações com números inteiros**. 2022. 157f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2022.

NASCIMENTO, C. P. do; GOMES, M. de F. V. B. Conhecimento pedagógico do conteúdo na formação inicial do professor de geografia: elementos teóricos. *In*: Encontro Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Geografia, 14, 2021, Campina Grande. **Anais do XIV ENANPEGE**. A geografia que fala ao Brasil: Ciência geográfica na pandemia ultraliberal. Campina Grande: Realize Editora, 2021. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/78469>. Acesso em: 9 set. 2022.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; HURRY, J. The effect of situations on children's understanding of fractions. *In*: **British Society for Research on the Learning of Mathematics**. Oxford, 2003.

OLIVEIRA, A. S. dos S. de. **Uma engenharia didática para o ensino das operações com números racionais por meio de calculadora para o quinto ano do ensino fundamental**. 2015. 125f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11026>. Acesso em: 5 set. 2022.

PEREIRA, A. C. S.; CAVALARI, M. F. Contribuições do estudo de mulheres na matemática para a formação de professores: uma investigação acerca dos conhecimentos matemáticos para o ensino. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 9, n. 26, p. 318-332, 2022. DOI: 10.30938/bocehm.v9i26.8011. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/8011>. Acesso em: 12 jan. 2023.

PIETROPAOLO, R. C. **(Re)Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática**. 2005. 249f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

PINHEIRO, M. G. C. **Formação de professores dos anos iniciais**: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração. 2014. 204f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

RIBEIRO, M. S.; CARVALHO, L. M. T. L. O ensino de fração em cursos de licenciatura em pedagogia: relato de uma docente. *In: Encontro de pesquisa educacional em Pernambuco diálogos entre saberes*, VII, Recife, 2018.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa social**: métodos e técnicas. São Paulo: Atlas, 1999.

SÁ, E. B. F.; ATTIE, J. P. Argumentações presentes nos conteúdos de matemática no livro didático da educação de jovens e adultos. **Horizontes**, v. 38, n. 1, p. e020044-e020044, 2020.

SALES, A. **Práticas argumentativas no estudo de geometria por acadêmicos de licenciatura em matemática**. 2010. 243f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

_____. Argumentação e Raciocínio: Uma Revisão Teórica. *In: Simpósio de Educação Matemática de Nova Andradina*. Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Nova Andradina, 2011.

SANTOS, A. D. **O conceito de fração em seus diferentes significados**: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. 2005. 203f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SANTOS, M. M. dos. **A influência da argumentação justificativa na articulação dos saberes experienciais docentes**. 2022. 123f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2022.

_____; NASCIMENTO, E. dos S.; ATTIE, J. P. Argumentação de licenciandos e professores de matemática. *In: MOREIRA, M. M.; SILVA, A. G. F. G. da; ALVES, F. C. O Ensino de Matemática na Educação Contemporânea: o devir entre a teoria e a práxis*. Iguatu, CE: Quipá Editora, 2021.

SILVA, L. T. S.; AQUINO, V. de J. L.; Fração também é número? **Revisem**, v. 4, n.1, p. 68-81, abr. 2019. Disponível em: <https://www.seer.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/9882>. Acesso em: 18 maio 2022.

SILVA, A. F.; ATTIE, J. P.; FRAGA, D. A. R. Argumentos utilizados no Ensino da “divisão de frações”. *In: IX Colóquio Internacional “Educação e Contemporaneidade”*. Sergipe, 2015. ISSN: 1982-3657.

SILVA, L. T. S.; BARRÊTO, D. M.; AMORIM, M. E. O uso do frac-soma no ensino de frações como ferramenta de aprendizagem. *In: XI Colóquio Internacional “Educação e Contemporaneidade”*. Sergipe, 2017. ISSN: 1982-3657.

_____; SANTOS, T. de F. O.; AMORIM, M. E.; ALMEIDA, R. N.; Conhecimentos necessários ao professor de matemática para ensinar frações: uma discussão na formação inicial. *In: XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática: A sala de aula de Matemática e suas vertentes*. Bahia, 2019. ISBN: 978-85-7455-523-2.

_____. Conhecimentos Evidenciados por Futuras Professoras de Matemática sobre os Números Racionais e sobre seu Ensino. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática** – JIEEM, v. 14, n. 2, p. 173-180, 2021.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SBEM. **Minuta 2020**. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/noticias/902-sbem-e-entidades-nacionais-encaminham-ao-cne-posicionamento-conjunto-sobre-o-parecer-e-a-minuta-de-resolucao-do-cne>. Acesso em: 8 jun. 2022.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, n. 15, p. 4-14, 1986.

_____. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, n. 57, p. 1-22, 1987.

SOUZA, G. R. D. C. **Números racionais**: concepções e conhecimento profissional de professores e as relações com o livro didático e a prática docente. 2013. 230f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2013.

ZICCARD, L. R. N. **O curso de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo**: uma história de sua constituição/desenvolvimento/legitimação. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

APÊNDICES

Apêndice A – Questionário para os licenciandos

Nome: _____

Idade: _____ E-mail: _____

Telefone: _____

Período da graduação: _____

1. Ana Paula fez um bolo de chocolate e outro de limão, ambos de mesmo tamanho. Ela resolveu cortar o bolo de chocolate em 6 pedaços de tamanho igual e o de limão em 8 pedaços de tamanho igual. Carol ganhou um pedaço de cada bolo. Sendo assim, Carol ganhou mais bolo de chocolate ou de limão?

2. Represente em uma reta numérica as seguintes frações

$$2\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{1}{4}; \frac{5}{4}; 0,25; \frac{1}{2}; -1\frac{2}{3}; 0,9; 1,5$$



3. Três bolos idênticos foram divididos igualmente para 7 pessoas. Quanto recebeu cada uma?



4. Quais as possibilidades para expressar $\frac{1}{2}$ como soma de duas frações de numerador 1 (frações do tipo $\frac{1}{n}$, n um inteiro positivo). Comente o procedimento utilizado para encontrar a solução.

-
-
-
5. (PINHEIRO, 2014) Bruna e Victor receberam duas barras de chocolate de mesmo tamanho cada uma. Bruna comeu $\frac{5}{3}$ do chocolate dela e Victor comeu $\frac{4}{3}$ do chocolate dele. Quem comeu mais chocolate, Bruna ou Victor?

Um aluno deu a seguinte resposta: Bruna e Victor comeram o mesmo tanto, porque os dois comeram três pedaços dos seus chocolates.

Na sua concepção a resposta do aluno está: () Certa () Errada

Por que está certo? Ou por que está errado?

Como você resolveria o problema? Você pode resolver por escrito, por meio de operações ou qualquer tipo de representação.

Que estratégia de ensino você usaria para apresentar para a classe a melhor forma de resolver o problema?

6. Suponha que você seja professor de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental. Como introduziria números racionais positivos expressos nas formas fracionária e decimal? Quais recursos utilizaria para te auxiliar?
-
-
-

7. Comente como os números racionais poderiam ser introduzidos no 7º ano do Ensino Fundamental.
-
-

-
-
8. Mediante as disciplinas já cursadas no curso de licenciatura em Matemática, houve alguma formalização dos números racionais relacionando como eles são apresentados no Ensino Básico? Comente.

-
-
-
9. Bruno é aluno do 3º ano do Ensino Médio e está revisando alguns conteúdos para melhorar sua nota no ENEM. Em seus resumos, Bruno escreveu que número “racional é um número que pode ser escrito na forma a/b ”. O que se pode comentar a respeito dessa apresentação de número racional?

-
-
-
10. Escreva uma regra para a adição de duas frações quaisquer. Em seguida, apresente quais argumentos, recursos e metodologias você usaria para ensinar essa regra aos alunos da Educação Básica.

-
-
-
11. Elabore um esboço de plano de aula abordando divisão de frações.
-
-
-
-
-

Apêndice B – Questionário para os docentes do Ensino Superior

1. Nome _____
2. Telefone _____
3. Qual a sua formação?
() graduação () mestrado () doutorado
4. É professor da pós-graduação?
() Sim () Não
Em caso afirmativo, em qual programa?

5. Já lecionou no Ensino Básico?
() Sim () Não
Em caso afirmativo, por quanto tempo? _____
6. Leciona há quanto tempo no Ensino Superior? _____
7. Já lecionou a disciplina Estruturas Algébricas I?
a) () Sim () Não
b) Em caso afirmativo, qual foi o último período em que você ministrou a disciplina?

8. Já lecionou a disciplina Matemática para o Ensino Fundamental?
a) () Sim () Não
b) Em caso afirmativo, qual foi o último período em que você ministrou a disciplina?

9. Com base em suas observações, os alunos estão chegando ao Ensino Superior com dificuldades em relação ao conteúdo frações? Em caso afirmativo, qual sugestão você apresentaria para mudar essa situação?

10. Você considera que os cursos de licenciatura em Matemática estão conseguindo preparar os licenciandos para trabalhar nos diversos contextos em que esse conteúdo aparece na Educação Básica? Comente.

11. Você acredita que as disciplinas nos cursos de licenciatura em Matemática proporcionam conexões entre a matemática escolar e a matemática superior de maneira a aproximar e justificar os procedimentos utilizados na Educação Básica?

() Sim () Não

Justifique:

12. Na sua opinião, deve haver alguma distinção entre as disciplinas ofertadas para licenciandos e bacharelandos? Comente.

13. Escreva uma regra para a adição de duas frações quaisquer. Em seguida, apresente quais argumentos, recursos e metodologias você usaria para ensinar essa regra a licenciandos em Matemática.

Apêndice C – Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento – TCLE

Página 1/3

Conforme Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde – CNS

INFORMAÇÕES IMPORTANTES	
O que significa consentimento? O consentimento é uma maneira de concordar e conceder aprovação para a sua participação em uma pesquisa, sendo respeitados seus direitos, e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.	Rubrica do participante
Prezado(a), Sou estudante da Universidade Federal de Sergipe – UFS, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, onde estou fazendo uma pesquisa. Estou estudando sobre “Conhecimentos evidenciados em futuros professores de matemática para o ensino dos números racionais”. Porque eu percebi que os números racionais são apontados como um dos temas mais difíceis no Ensino Fundamental e que as dificuldades associadas a esses números persistem na vida acadêmica até mesmo dos alunos concluintes de cursos de licenciatura em Matemática e Pedagogia. Por isso eu quero identificar que conhecimentos e argumentos matemáticos são evidenciados no ensino dos números racionais no processo de formação inicial de professores de matemática e investigar como esses números são trabalhados na perspectiva de preparar os licenciandos para a prática profissional docente na Educação Básica.	
Só que precisamos da sua colaboração para isso. A gente gostaria da sua participação nesta pesquisa, você permite? Mas, antes de você responder, vamos te explicar direitinho como vai ser. Informamos também que você tem plena liberdade de se recusar a ingressar e participar do estudo, sem penalização alguma por parte dos pesquisadores.	
Quais as atividades que serão feitas? Responder a um questionário e uma entrevista. A gente vai fazer o seguinte: Marcaremos, de acordo com a sua disponibilidade, dois encontros. No primeiro encontro, solicitarei que você responda a um questionário; caso seja necessário, tirarei foto da aplicação do questionário. E, no segundo, irei te entrevistar, entrevista essa que será gravada mediante sua autorização. É importante que você saiba que esta pesquisa oferece possíveis riscos, como constrangimento, por você permitir que eu, a pesquisadora, grave nossa entrevista e tire fotos. Buscaremos respeitar seu tempo, e, caso fique desconfortável, pode solicitar que pare a gravação durante a entrevista.	Rubrica do pesquisador

Para proteger você, prometo que vou manter em segredo a sua identidade, substituindo o seu nome por códigos sempre que eu for apresentar os resultados para divulgação em eventos e publicações científicas de forma escrita ou falada, conforme orientação da Resolução nº 466/12 e da Resolução nº 510/16 do Conselho Nacional de Saúde.

Mas não se preocupe! Vamos tomar bastante cuidado.

O seu nome de batismo será ocultado, sendo substituído por pseudônimos/nomes fictícios ou códigos (Exemplo: “A1, A2” ou “Aluno A, Aluno B”). Sua imagem será preservada, usada apenas em caráter de pesquisa e mesmo assim será borrada ou substituída por bolinhas coloridas a fim de ocultá-la (esconder).

Tem mais: caso você venha a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação no referido estudo, terá direito a desistir de participar a qualquer momento da pesquisa e solicitar assistência e indenização por parte do pesquisador e das instituições envolvidas nas diferentes fases da pesquisa. Além disso, se for necessário, você poderá solicitar assistência para as despesas com transporte e alimentação quando formos realizar os nossos encontros.

Como benefícios diretos, a pesquisa contribuirá para o fortalecimento do conhecimento acadêmico e científico, pois irá apresentar conhecimentos e argumentos relativos aos números racionais evidenciados por licenciandos na sua possível prática docente, e poderemos apontar, ao menos sob a perspectiva destes, como os cursos de licenciatura estão trabalhando esse objeto matemático. A importância da compreensão dos conceitos e de uma eficaz utilização das aplicações em relação ao conhecimento matemático é inegável, tanto particular quanto coletivamente, especificamente em relação aos números racionais, pois fazem parte do cotidiano dos indivíduos e aparecem em diversos contextos sociais, em seus vários tipos de representações, como, por exemplo, as frações, as porcentagens e os números decimais.

Se você puder nos ajudar, **vai ser bom porque** a pesquisa contribuirá na área do ensino de matemática, em particular o ensino dos números racionais.

AVISO IMPORTANTE:

⚠ Nós te garantimos que os resultados do estudo serão devolvidos a você por meio de e-mail, podendo ser publicados posteriormente na comunidade científica.

⚠ Este projeto foi revisado e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Sergipe (CEP/UFS). As informações com relação à assinatura do TCLE ou aos direitos dos participantes da pesquisa podem ser obtidas através do **Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Sergipe a partir do endereço: Rua Cláudio Batista s/n, Bairro Sanatório, Aracaju-SE, CEP: 49.060-110, contato por e-mail: cep@academico.ufs.br. Telefone e horários para contato: (79) 3194-7208 – Segunda à sexta-feira das 7h às 12h.**

⚠ Este documento foi elaborado em duas vias, uma ficará com a pesquisadora responsável pela pesquisa e a outra com você participante.

⚠ Você terá acesso ao registro do consentimento sempre que solicitado.

Tem mais:

Pode ser que a gente publique essas informações em livros e artigos e apresente em alguns congressos, mas ninguém vai saber que você participou. Só eu e você.

Vou guardar tudo por 5 anos.

Quando eu terminar, volto para te contar o que eu descobri e caso eu utilize palavras que você

Rubrica do
participante

Rubrica do
pesquisador

não entenda, poderá me perguntar o que significam.	Rubrica do participante
Para você participar, não precisa pagar nada. Se nós pesquisadores te incomodarmos, você poderá pedir para parar e sair quando quiser, sem problemas. Pode também solicitar assistência e indenização por parte do pesquisador e das instituições envolvidas nas diferentes fases da pesquisa.	
Tem alguma dúvida? Alguma coisa da pesquisa te prejudicou? Pode ligar ou mandar um e-mail que vamos te ajudar: Pesquisador responsável: Lana Thaís Santos Silva (mestranda) Telefone: (XX) X XXXX-XXXX E-mail: XXXX	

Gostaríamos de informar ao/à Sr(a) que somente após assinar este termo é que nos permitirá a sua participação no desenvolvimento da pesquisa, a qual será realizada em encontros de acordo com a sua disponibilidade, em que serão gravadas em áudio e sfoto, em ambientes físicos (na própria instituição de ensino de que faz parte).

Caso autorize a sua participação na presente pesquisa, por favor, assine na linha aí embaixo, onde está escrito: “Participante da Pesquisa”.

Aracaju/SE, ____ de _____ de 20__.

Participante da Pesquisa

COMPROMISSO DO PESQUISADOR

Declaro conhecer todos os meus deveres e os direitos dos participantes, previstos nas Resoluções nº 466/2012 e nº 510/2016, bem como na Norma Operacional nº 001/2013 do Conselho Nacional de Saúde. Asseguro, também, ter feito todos os esclarecimentos pertinentes a todos os envolvidos direta ou indiretamente na pesquisa e reafirmo que o início da coleta de dados ocorrerá apenas após prestadas as assinaturas no presente documento e aprovado o protocolo do projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa competente.

Aracaju/SE, ____ de _____ de 2022.

Assinatura da pesquisadora principal

Assinatura do orientador

Rubrica do
pesquisador

Anexo A – Parecer Consubstanciado do CEP



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: CONHECIMENTOS EVIDENCIADOS NOS CURSOS DE FORMAÇÃO INICIAL PARA O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Pesquisador: LANA THAIS SANTOS SILVA

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 60653722.7.0000.5546

Instituição Proponente: Universidade Federal de Sergipe

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.758.161

Apresentação do Projeto:

As informações elencadas nos campos “Apresentação do Projeto”, “Objetivo da Pesquisa” e “Avaliação dos Riscos e Benefícios” foram retiradas do arquivo “Informações Básicas da Pesquisa” (PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1977084%20(1).pdf) Nas últimas décadas, muitos estudos referentes a formação de professores e o ensino de fração, mostram que tanto professores, como grande parte do alunado tem dificuldades ao trabalhar com os números racionais, tanto do ponto de vista do ensino como de aprendizagem (SANTOS, 2005; CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006; LOPES, 2008; PINHEIRO, 2014; CANOVA et al., 2019; MOCROSKY et al., 2019; SILVA et al., 2019; RIBEIRO, 2019). Diferentes estudos apontam fatores que podem contribuir para as dificuldades em torno dos números racionais. Mocrosky et al. (2019), por exemplo, argumentam que a forma como esses números são trabalhados é frágil, pois já na sua construção é priorizada a ideia de parte-todo como uma dupla contagem das partes, isso sem aprofundar a relação dessa divisão com a conservação do inteiro. No trabalho de SILVA et al. (2019, p.11), os autores evidenciaram que “estudantes do curso de Matemática têm dificuldades em: localizar frações na reta numérica, fixar uma unidade comum a todas as frações para ser o inteiro e, assim, poder compará-las e representar fração que o denominador seja menor que o numerador”. Esse dado nos revela que muitos alunos podem passar anos de sua vida escolar sem entender conceitos básicos, e que as dificuldades podem se apresentar também no curso superior. Mocrosky et al. (2019) mencionam que No cotidiano do professor, o estranhamento vem acompanhado de

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº

Bairro: Sanatório

CEP: 49.060-110

UF: SE

Município: ARACAJU

Telefone: (79)3194-7208

E-mail: cep@academico.ufs.br



UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SERGIPE - UFS



Continuação do Parecer: 5.758.161

questões e muitas delas emergem do ensinar e do refletir sobre o que é e como foi ensinado. No dia a dia da sala de aula assumem-se as frações como algo comum e familiar, mas, no demorar-se pensando o trabalho realizado e seus possíveis significados, vem a estranheza (MOCROSKY et al., 2019, p.10). Santos et al. (2021) destacam que o ensino de matemática vem sendo predominantemente trabalhado com metodologias pautadas em memorizações, repetições de algoritmos, o que deve contribuir para a produção de uma argumentação frágil em relação aos conteúdos, pois os estudantes não estão sendo instigados a compreender os processos que fundamentam e legitimam os resultados dos procedimentos, focando em apenas saber fazer e não compreender o porquê, por isso quando questionados em contextos diferentes do habituado os alunos podem enfrentar sérias dificuldades. Apesar de esforços de professores e educadores matemáticos no sentido da superação de um ensino tecnicista/formalista na disciplina, o que as pesquisas vêm apontando é ainda a predominância dessa modalidade na sala de aula (UTSUMI; LIMA, 2008; CARRIÃO, 2008; CORDEIRO, OLIVEIRA, 2015; ATTIE, 2016). O objetivo fundamental de um ensino tecnicista, em relação à matemática, é conseguir que o aluno utilize corretamente fórmulas e algoritmos, sem necessariamente compreender o contexto de suas aplicações ou a fundamentação lógica que garante a validade dos mesmos. No ensino formalista, ao menos, a fundamentação lógica se faz necessária (FIORENTINI, 1995). Entretanto, neste caso, o conhecimento matemático se encontra desprovido de outra justificativa que não o próprio desenvolvimento interno da matemática (SÁ; ATTIE, 2020, p. 1-2). Em relação à matemática escolar, consideramos importante ressaltar que esta não deve ser pautada por atividades que contenham uma visão de coisas prontas e definitivas, mas sim com um sentido de "construção e apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade" (BRASIL, 1997, p. 19). Nesse contexto, Santos et al. (2021, p. 120) acreditam que o ensino fundamentado na argumentação "pode ajudar a superar as dificuldades do aluno e do professor, ultrapassando um ensino puramente tecnicista que prioriza a memorização e a repetição ao invés da compreensão dos processos lógicos adotados durante a resolução". Em enfrentamento a essa realidade, propomos um estudo a ser feito mediante o ponto de vista de licenciandos e professores dos cursos públicos de Licenciatura em Matemática do estado de Sergipe, de forma a identificar quais conhecimentos e argumentos são evidenciados nos discursos dos participantes em relação ao conjunto dos números racionais, a partir do que é apresentado na formação inicial. A licenciatura em Matemática em instituições públicas é tomada como foco do nosso estudo pela semelhança em sua estrutura curricular. A escolha do tema surgiu a partir de estudos em que os números racionais são apontados como um dos temas mais difíceis no ensino

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº

Bairro: Sanatório

CEP: 49.060-110

UF: SE

Município: ARACAJU

Telefone: (79)3194-7208

E-mail: cep@academico.ufs.br



UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SERGIPE - UFS



Continuação do Parecer: 5.758.161

fundamental. Com o crescimento das pesquisas acerca do tema, verificou-se como já citado anteriormente, que tanto alunos como docentes têm dificuldades em trabalho com os números racionais. Partimos da ideia de que para desempenhar seu papel de mediador entre o saber matemático e o aluno, o professor precisa de um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção da Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como uma ciência dinâmica sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. Shulman (1986) chama a atenção para a necessidade de o professor conhecer muito bem os conteúdos que ensina, não do mesmo modo que o cientista, mas o suficiente para poder traçar caminhos para torná-los compreensíveis e significativos. (SANTOS, 2005. p. 23). Dessa forma, identificar e discutir a respeito dos conhecimentos e argumentos sobre os números racionais que docentes e licenciandos apresentam, e que estes últimos eventualmente levarão para sua prática docente na Educação Básica, possibilitará discutir estratégias de ensino que possam auxiliar a superar eventuais confusões conceituais. Assim, temos como objetivo identificar os conhecimentos e argumentos matemáticos presentes no processo de formação inicial e investigar como eles são trabalhados na perspectiva de preparar os licenciandos para a prática profissional docente na educação básica. Buscamos, portanto, investigar e entender como esses dois campos estão sendo associados dentro da formação inicial. Para analisar os conhecimentos necessários ao professor para ensinar Matemática no Ensino Básico, buscaremos bases teóricas em estudos realizados por Ball, Thames e Phelps (2008) que, fundamentados por Shulman (1986; 1987) direcionam quais os conhecimentos indispensáveis para a prática docente. E em busca de identificar e classificar as categorias de argumentação apresentadas por licenciandos e professores ao discutir os números racionais, nos pautaremos em Sales (2011) e Attie (2016), que baseados nas propostas de Balacheff (1988), nos apresentam duas categorias de argumentação matemática, a explicativa e a justificativa.

Metodologia Proposta: Buscando atingir os objetivos propostos para a realização dessa pesquisa, faremos uso de uma abordagem qualitativa, considerando que os estudos dessa natureza segundo Richardson (1999), podem descrever a complexidade de determinado problema, nos possibilitando analisar a interação de certas variáveis, e compreender um determinado fenômeno. Inicialmente, para fundamentar o trabalho, realizaremos revisão bibliográfica, através de leituras, análise de artigos, dissertações, teses, livros e documentos oficiais que pautam o ensino dos números racionais nos níveis de ensino básico e superior. Almejamos realizar uma pesquisa de caráter descritiva e explicativa. Descritiva, pois busca escrever as características de um objeto de estudo. Entre esse tipo de pesquisa estão as que atualizam as características de um grupo social, nível de

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº

Bairro: Sanatório

CEP: 49.060-110

UF: SE

Município: ARACAJU

Telefone: (79)3194-7208

E-mail: cep@academico.ufs.br



UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SERGIPE - UFS



Continuação do Parecer: 5.758.161

atendimento do sistema educacional, como também aquelas que pretendem descobrir a existência de relações entre variáveis". (Gonsalves, 2011, p.67). A explicativa por sua vez, segundo Gonsalves (2011, p.68), se caracteriza por pretender "identificar fatores que contribuem para ocorrência e o desenvolvimento de um determinado fenômeno". Para a coleta de dados, realizaremos uma pesquisa de campo que é muito utilizada nas pesquisas educacionais, pois o pesquisador, pretende aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica, organiza um roteiro de pontos [...] utilizada com o objetivo de conseguir informações e/ou conhecimento acerca de um problema, para o qual se procura uma resposta, ou de uma hipótese, que se queira comprovar, ou, ainda, descobrir novos fenômenos ou as relações entre eles. Consiste na observação de fatos e fenômenos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados a eles referentes ao registro de variáveis que se presume relevantes, para analisá-los. (LAKATOS; MARCONI, 2010, p. 186). Usaremos como instrumento de coleta de dados questionários que serão aplicados aos discentes e aos professores formadores, com a concomitante escrita de um diário de campo com registros dos acontecimentos relevantes durante a execução da pesquisa. Além disso, realizaremos entrevistas semiestruturadas, que podem nos permitir, a partir de um prévio roteiro de perguntas, aprofundar temas de forma a dirimir dúvidas, exaurir ambiguidades e detalhar melhor os conhecimentos e argumentos eventualmente evidenciados. A escolha por uma entrevista semiestruturada deu-se pelo fato de que, de acordo com o desenvolvimento desse instrumento, pode-se alterar os questionamentos pré-definidos ou, até mesmo, formular questões não previstas inicialmente, ou seja há uma flexibilidade em seu percurso (LORENZATO, 2009). Assim, na primeira etapa do desenvolvimento da pesquisa realizaremos um estudo bibliográfico, com o objetivo de levantar possíveis indicações ao ensino dos números racionais. Ainda na primeira etapa, aplicaremos um questionário e, posteriormente, uma entrevista individual semiestruturada aos professores dos cursos de Licenciatura em Matemática, que tenham ministrado uma ou mais das disciplinas relevantes ao assunto. A partir dessas entrevistas buscaremos analisar como podemos partir da Matemática Escolar (Matemática abordada no Ensino Básico) para a formalização feitas pela Matemática Acadêmica (Matemática abordada no Ensino Superior) de modo que formadores dos cursos de Licenciatura em Matemática estabeleçam eventuais conexões entre os dois campos. Na segunda etapa, aplicaremos um questionário ao grupo de licenciandos, participantes desta pesquisa, visando identificar quais os conhecimentos e argumentos podem ser evidenciados com respeito ao conceito e ao ensino dos números racionais. Ao longo da segunda etapa, realizaremos entrevistas semiestruturadas, esta coletiva, sob a forma de um grupo focal, com o intuito de identificar melhor os aspectos delineados na pesquisa. Critério de Inclusão: Critérios de Inclusão

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº

Bairro: Sanatório

CEP: 49.060-110

UF: SE

Município: ARACAJU

Telefone: (79)3194-7208

E-mail: cep@academico.ufs.br



UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SERGIPE - UFS



Continuação do Parecer: 5.758.161

dos Participantes: Estudantes dos cursos presenciais em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe e do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe, que já tenham cursado as disciplinas de Matemática para o Ensino Fundamental, Estágio Supervisionado em Ensino de Matemática I e Estruturas Algébricas I. Professores que ministraram ao menos uma das disciplinas Matemática para o Ensino Fundamental e Estruturas Algébricas I nos últimos dois semestres nos cursos presenciais em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe e do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe. A escolha pelas instituições mencionadas se justifica pela semelhança na estrutura curricular e pelo fato de que, no estado de Sergipe, apenas as duas ofertam a disciplina Estruturas Algébricas I em seus cursos Metodologia de Análise de Dados: Após a coleta dos dados, a análise dos instrumentos aplicados, (questionário, diário de campo feito ao término de cada encontro, transcrição das entrevistas) se dará com base na Análise de Conteúdo (BARDIN, 2011), que consiste em um conjunto de técnicas de análise que tem por finalidade a interpretação, inferência dos dados coletados, mediante uma descrição objetiva, sistemática do conteúdo manifestado a partir das comunicações. Essa análise, organiza-se em torno de três fases: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados, inferência e interpretação. A pré-análise é responsável pela escolha dos documentos a serem analisados, e pela organização dos dados coletados. Composta por quatro atividades: a leitura flutuante, escolha dos documentos, formulação das hipóteses e dos objetivos, e a última atividade de fase é a elaboração de indicadores. A exploração do material, se caracteriza pela identificação, codificação e classificação das unidades de registro e de contexto nos dados analisados. "Esta é uma etapa importante, pois [...] ocorre a descrição analítica que diz respeito ao corpus (material textual), pautada numa leitura profunda e orientada pelos referenciais teóricos". (ALMEIDA, 2015, p.78). E por fim, temos o tratamento dos resultados, inferência e interpretação, que é responsável pelo tratamento e refinamento dos dados mostrando as interpretações dos fatos analisados (inferências), de modo que seja possível refletir sobre seus significados, ao fazer uma análise reflexiva e crítica Assim, mediante a triangulação dos dados e a identificação dos eventuais conhecimentos e argumentos apresentados, propomos uma reflexão decorrente e relevante à preparação dos licenciandos dos cursos de Licenciatura em Matemática em relação ao conceito e ao ensino dos números racionais.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário: Investigar que conhecimentos e argumentos são evidenciados no ensino dos números racionais no processo de formação inicial dos professores, identificando possíveis

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº

Bairro: Sanatório

CEP: 49.060-110

UF: SE

Município: ARACAJU

Telefone: (79)3194-7208

E-mail: cep@academico.ufs.br



UNIVERSIDADE FEDERAL DE
SERGIPE - UFS



Continuação do Parecer: 5.758.161

relações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar.

Objetivo Secundário: Analisar os conhecimentos evidenciados por licenciandos na sua possível prática docente, sobre o objeto matemático número racionais; Investigar as relações entre a argumentação matemática utilizada no processo da formação inicial e a argumentação matemática envolvida na futura prática docente; Identificar e classificar os argumentos apresentados por licenciandos ao discutir os números racionais; Refletir sobre as necessidades que o futuro docente precisa adquirir na sua formação inicial para que possa planejar, organizar e elaborar suas propostas para mediar o processo de aprendizagem de seus alunos, com respeito ao ensino dos números racionais.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos: Consideramos importante ressaltar que, nesta pesquisa, os riscos causados por meio da observação, desenvolvimento de atividades, aplicação de instrumentos e cessão de entrevistas, são mínimos, podendo se caracterizar por pequenos desconfortos devido ao fato dos participantes estarem, mesmo em interação, sendo observados. Além disso, no decorrer da pesquisa, o participante poderá sentir-se cansado psicológica e/ou fisicamente durante a realização das atividades, mas, desde o início, com a apresentação dos Termos de Consentimento, estará claro que, caso isto aconteça, o participante poderá solicitar pausa ou, caso prefira, solicitar o cancelamento de sua participação na pesquisa, sem que essa desistência lhe cause qualquer prejuízo.

Benefícios: Esperamos poder fornecer, a partir dos resultados alcançados, uma preparação mais efetiva para os licenciandos, em relação aos desafios para trabalhar com o ensino desses números. Dessa forma, consideramos que os benefícios estarão associados à promoção de discussões, reflexões e eventuais modificações que promovam ou potencializem o ensino dos números racionais para os mais diversos níveis de escolaridade.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

Este trabalho, apresenta a proposta de um projeto de pesquisa que tem como objetivo identificar que conhecimentos e argumentos são evidenciados no ensino dos números racionais no processo de formação inicial dos professores, observando possíveis relações entre a matemática acadêmica abordada nos cursos superiores e a matemática escolar trabalhada na Educação Básica com respeito ao ensino dos números racionais. Os participantes serão estudantes e professores dos cursos presenciais em Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS) e do

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº

Bairro: Sanatório

CEP: 49.060-110

UF: SE

Município: ARACAJU

Telefone: (79)3194-7208

E-mail: cep@academico.ufs.br



Continuação do Parecer: 5.758.161

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe (IFS). Trata-se de uma pesquisa qualitativa, e os dados serão coletados por meio da aplicação de questionários, revisão bibliográfica, documentos dos cursos de licenciatura da UFS e do IFS, entrevistas, registros no diário de campo realizados durante os encontros. Em relação aos conhecimentos, consideraremos as categorias de Ball, Thames e Phelps (2008) que, apoiados pelas ideias de Shulman (1986-1987), indicam os conhecimentos necessários para ensinar Matemática. Quanto à argumentação, nos fundamentamos no modelo de Sales (2011) e Attie (2016), que apontam as categorias da argumentação explicativa e justificativa. A análise dos instrumentos aplicados se dará com base na Análise de Conteúdo (AC), seguindo as orientações de Bardin (2011).

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Vide Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Diante do exposto, o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Sergipe, de acordo com as atribuições definidas na Resolução CNS nº 510 de 2016, na Resolução CNS nº 466 de 2012 e na Norma Operacional nº 001 de 2013 do CNS, manifesta-se pela aprovação do projeto de pesquisa proposto.

Considerações Finais a critério do CEP:

Conforme Resolução CNS 466/2012, itens X.1.- 3.b. e XI.2.d, e Resolução CNS 510/2016, Art. 28, inc. V, os pesquisadores responsáveis deverão apresentar relatórios parcial semestral e final do projeto de pesquisa, contados a partir da data de aprovação do protocolo de pesquisa inicial.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1977084.pdf	11/10/2022 20:54:50		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoLANA.pdf	11/10/2022 20:54:07	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
Outros	cartaresposta.pdf	11/10/2022 20:51:35	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Declaracao.pdf	11/10/2022 20:48:09	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
Declaração de concordância	declaracao1.pdf	11/10/2022 20:47:56	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
TCLE / Termos de	TCLE.pdf	11/10/2022	LANA THAIS	Aceito

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº

Bairro: Sanatório

CEP: 49.060-110

UF: SE

Município: ARACAJU

Telefone: (79)3194-7208

E-mail: cep@academico.ufs.br



Continuação do Parecer: 5.758.161

Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	20:39:03	SANTOS SILVA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	termoAnuenciaLanaIFS.pdf	11/10/2022 20:37:33	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Termo_AnuenciaDMAI.pdf	11/10/2022 20:36:56	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Termo_AnuenciaDMA.pdf	11/10/2022 20:36:40	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
Cronograma	Cronograma.pdf	11/10/2022 20:35:20	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
Folha de Rosto	folhaderostoLANA.pdf	13/07/2022 23:01:58	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito
Orçamento	Orcamento.pdf	13/07/2022 22:55:35	LANA THAIS SANTOS SILVA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

ARACAJU, 16 de Novembro de 2022

Assinado por:
FRANCISCO DE ASSIS PEREIRA
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Cláudio Batista s/nº

Bairro: Sanatório

CEP: 49.060-110

UF: SE

Município: ARACAJU

Telefone: (79)3194-7208

E-mail: cep@academico.ufs.br