



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



**ERINALDO FERREIRA DO NASCIMENTO**

**ATENÇÃO SELETIVA NA APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO SENO COM AUXÍLIO  
DA REALIDADE AUMENTADA**

**São Cristóvão - SE  
2023**

**ERINALDO FERREIRA DO NASCIMENTO**

**ATENÇÃO SELETIVA NA APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO SENO COM AUXÍLIO  
DA REALIDADE AUMENTADA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe – PPGECIMA/UFS, na linha de pesquisa Currículo, Didáticas e Métodos de Ensino das Ciências Naturais e Matemática, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

**Orientador: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca**

**São Cristóvão - SE  
2023**

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

N244a Nascimento, Erinaldo Ferreira do  
Atenção seletiva na aprendizagem com auxílio da realidade  
aumentada / Erinaldo Ferreira do Nascimento ; orientador Laerte  
Silva da Fonseca. - São Cristóvão, 2023.  
160 f. : il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) –  
Universidade Federal de Sergipe, 2023.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Trigonometria. 3.  
Funções trigonométricas. 4. Realidade aumentada. I. Fonseca,  
Laerte Silva da orient. II. Título.

CDU 37:5



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIMA



ERINALDO FERREIRA DO NASCIMENTO

ATENÇÃO SELETIVA NA APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO SENO COM  
AUXÍLIO DA REALIDADE AUMENTADA

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM  
30 DE MARÇO DE 2023

---

Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca(Orientador)  
PPGECIMA/UFS

---

Prof. Dr. Robson Aldrin Lima Mattos (Membro Interno)  
PPGECIMA/UFS



Documento assinado digitalmente  
ESTANER CLARO ROMÃO  
Data: 15/04/2023 08:24:36-0300  
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

---

Prof. Dr. Estaner Claro Romão (Membro Externo)  
Universidade de São Paulo-USP

Dedico esse trabalho a todos que acreditaram no meu potencial, em especial ao meu avô materno, Antônio Ferreira da Cruz (*in memoriam*).

“A vida é uma equação matemática que exige atenção para o perceber.”

**Edelson Titose**

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por me ter mantido na trilha certa durante esta pesquisa, com saúde e forças para chegar até o final.

Ao meu avô, Antônio Ferreira da Cruz (*in memoriam*) por ter sido, sempre, o meu porto seguro.

À minha tia/mãe Arlinda pelo amor e apoio.

Aos meus irmãos, Edinaldo e Rosirene, pela amizade e atenção dedicadas, sempre que precisei.

Aos meus primos (as), Joziana, Geovania, Manuela e Ray e aos meus sobrinhos (as) Marcos e Mayara, que sempre torceram pelo meu sucesso.

Ao meu amigo Erinaldo Alves, pelo apoio, paciência, atenção e por ter me dado força nos momentos mais difíceis. O seu apoio foi muito importante para a realização deste trabalho, a sua amizade é uma benção que surgiu no meu caminho, obrigado por tudo.

Ao meu orientador, Professor Doutor Laerte Silva da Fonseca, por ter acreditado em mim, me estendido a mão e oportunizado conhecer essa linha de pesquisa que me fascina a cada dia mais e pela parceria firmada.

A todos os meus professores do curso de Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) da Universidade Federal de Sergipe, pela excelência da qualidade técnica de cada um.

Aos Professores Doutores Robson Aldrin Lima Mattos e Estaner Claro Romão, por terem aceito o convite para participação da banca, tanto do exame de qualificação, quanto de defesa, pela leitura e contribuições de forma significativa para o aprimoramento do trabalho.

## RESUMO

Este estudo teve por objetivo analisar a função da atenção seletiva no processo de aprendizagem da função seno com o suporte da realidade aumentada. A educação é permeada por mudanças que podem acontecer conforme as transformações da sociedade. Assim, também as tecnologias estão sendo inseridas no cenário educacional e na Educação Matemática, área de conhecimento que está presente na formação humana. Já se pode perceber a aplicação daquelas em diversos conteúdos, assim como as contribuições da Neurociência Cognitiva para o processo de ensino-aprendizagem nas escolas. Desse modo, o desenvolvimento da investigação se deu sob a perspectiva metodológica da Engenharia Didática Clássica (EDC) proposta por Artigue (1998), explorando duas fases: a das análises preliminares e concepções e análise a priori. Seguindo as fases, foi desenvolvido o estudo sobre os obstáculos epistemológicos, baseado na história da matemática no campo da trigonometria. Na análise habitual fez-se um panorama do comportamento do objeto em estudo - função seno - dentro dos documentos oficiais que regem a educação, além da análise dos livros didáticos do PNLD de 2018 e 2021 e uma busca, em banco de dados, de pesquisas que se aproximassem desse objeto. O bojo teórico aprofundou-se nos conhecimentos sobre a Neurociência Cognitiva de Sternberg (2010); Gazzaniga *et al.* (2018); Cosenza e Guerra (2011); Lent (2002); Posner e Raichle (1994); Russo (2015); Fuentes (2001); Miller (2000); Benicasa (2013); com ênfase na Teoria da Integração das Características (TIC), Treisman e Gelade (1980). Ainda foi discorrido sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD), preconizada por Chevallard (2009) e a Realidade Aumenta (RA), com base em Caetano (2013); Azuma (2006); Schlemmer (2014). A segunda fase, a construção de Sequência Didática (SD), foi dividida em três etapas, compostas por atividade/tarefas. Essa sequência não foi aplicada em sala de aula, sendo que a validação se deu, a partir da elaboração de um filtro instrumental que contemplou as atividades/tarefas, pelos membros do grupo de pesquisa neuroMATH. As tarefas das funções seno foram elaboradas dentro da perspectiva de explorar a atenção seletiva a partir dos estímulos da Teoria da Integração de Características com suporte do *GeoGebra* com a Realidade Aumentada em testes feitos durante a validação da SD. Os resultados das análises prévias evidenciaram a importância dos conhecimentos históricos, dos documentos oficiais e dos apontamentos teóricos para nortear a construção da sequência didática. Assim, na concepção e análise à priori, a partir da validação da sequência didática, os resultados indicaram que a utilização da Realidade Aumentada nas atividades desenvolve a atenção seletiva dos educandos a partir dos objetos visuais e manipuláveis.

**Palavras-chave:** Atenção seletiva. Desenvolvimento atencional. Função seno. Realidade Aumentada. Trigonometria.

## ABSTRACT

This study aimed to analyze the function of selective attention in the learning process of the sine function with the support of augmented reality. Education is permeated by changes that can happen as society changes. Thus, technologies are also being inserted in the educational scenario and in Mathematics Education, an area of knowledge that is present in human formation. One can already see their application in different contents, as well as the contributions of Cognitive Neuroscience to the teaching-learning process in schools. Thus, the development of the investigation took place under the methodological perspective of Classic Didactic Engineering (EDC) proposed by Artigue (1998), exploring two phases: preliminary analyzes and conceptions and a priori analysis. Following the phases, the study on epistemological obstacles was developed, based on the history of mathematics in the field of trigonometry. In the usual analysis, an overview of the behavior of the object under study - sine function - was made within the official documents that govern education, in addition to the analysis of the PNLD textbooks of 2018 and 2021 and a search, in the database, of research approaching that object. The theoretical bulge deepened in the knowledge about the Cognitive Neuroscience of Sternberg (2010); Gazzaniga et al. (2018); Cosenza and Guerra (2011); Lent (2002); Posner and Raichle (1994); Russian (2015); Fuentes (2001); Miller (2000); Benicasa (2013); with emphasis on the Theory of Integration of Features (TIC), Treisman and Gelade (1980). The Anthropological Theory of Didactics (TAD), advocated by Chevallard (2009) and Augmented Reality (AR), based on Caetano (2013); Azuma (2006); Schlemmer (2014). The second phase, the construction of the Didactic Sequence (DS), was divided into three stages, composed of activities/tasks. This sequence was not applied in the classroom, and the validation took place, based on the elaboration of an instrumental filter that included the activities/tasks, by the members of the neuroMATH research group. The tasks of the sine functions were elaborated within the perspective of exploring selective attention from the stimuli of the Theory of Integration of Features supported by GeoGebra with Augmented Reality in tests carried out during the validation of the SD. The results of the previous analyzes showed the importance of historical knowledge, official documents and theoretical notes to guide the construction of the didactic sequence. Thus, in the conception and a priori analysis, based on the validation of the didactic sequence, the results indicated that the use of Augmented Reality in activities develops the students' selective attention from visual and manipulable objects.

**Keywords:** Selective attention. Attentional development. Sine function. Augmented Reality. Trigonometry.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Marcadores Históricos da Trigonometria (MHT).....	30
Figura 2 - Obstáculos epistemológico na Didática Matemática.....	37
Figura 3 - Áreas do Conhecimento BNCC.....	41
Figura 4 - Livros Didáticos (LD) PNL D 2018/2021.....	45
Figura 5 - Análise dos LD.....	46
Figura 6 - Enfoque que abordam a temática função seno e realidade aumentada no ensino de matemática no Brasil (2010-2021).....	52
Figura 7 - Objetivos da Atenção Segundo Sternberg.....	58
Figura 8 - Caminhos Automático/Controlados Mecanismos Atencional da Atenção.....	59
Figura 9 - Classificação da Atenção.....	60
Figura 10 - Estágios.....	63
Figura 11 - O córtex cerebral.....	64
Figura 12 - Características dos neurônios.....	65
Figura 13 - Ilustrativa de sinapse.....	66
Figura 14 - Sistema límbico.....	68
Figura 15 – Controle da Cognição.....	70
Figura 16 - Diagrama do modelo da TIC.....	71
Figura 17 - Praxeologias e características.....	75
Figura 18 - Modelo da Praxeologias.....	77
Figura 19 - Representação entre os objetos.....	80
Figura 20 - Objetos .....	83
Figura 21 - Função Seno(x).....	88
Figura 22 - Breve Histórico da RA e a Educação.....	89
Figura 23 - Um breve histórico da RV.....	93
Figura 24 - Contínuo Real-Virtual.....	93
Figura 25 - Trajetória da Seção 1.....	96
Figura 26 - Variáveis Macro e Microdidáticas.....	101
Figura 27 - Critérios da tarefa 1 primeira etapa.....	102
Figura 28 - Critérios tarefa 1 segunda etapa.....	103
Figura 29 - Critérios tarefa 1 terceira etapa.....	104
Figura 30 - Critérios tarefa 2 terceira etapa.....	104

Figura 31 - Critérios tarefa 3 terceira etapa.....	105
Figura 32 – Representação da função seno no círculo trigonométrico.....	106
Figura 33 – Página oficial para download <i>GeoGebra</i> .....	108
Figura 34 – Interface do <i>GeoGebra</i> Calculadora 3D/Realidade Aumentada.....	109
Figura 35 - Interface do <i>GeoGebra</i> Calculadora 3D/Realidade Aumentada <i>Smartphone/ tablet</i> .....	110
Figura 36 – Tela do <i>GeoGebra</i> Calculadora 3D formatada.....	111
Figura 37 – Caixa de entrada.....	111
Figura 38 – Tela com a função seno.....	112
Figura 39 – Mudando as cores.....	112
Figura 40 – Ferramentas da Calculadora 3D.....	113
Figura 41 – Gráfico de um período da função seno.....	114
Figura 42 – Sequência Didática.....	115
Figura 43 – SD/ 1ª Etapa.....	118
Figura 44 – Atividade 1.....	119
Figura 45 – Representação gráfica senoide.....	122
Figura 46 – SD/ 2ª Etapa.....	124
Figura 47 – Atividade 2.....	124
Figura 48 – Gráficos das Funções.....	126
Figura 49 – SD/ 3ª Etapa.....	129
Figura 50 – Atividade 3.....	130
Figura 51 – Gráficos das $f(x)= \text{sen}(x)$ e $u(x)=\text{sen}(4x)$ .....	131
Figura 52 – Domínio, Imagem e Período das funções.....	132

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Obstáculos Epistemológicos de Bachelard.....	29
Quadro 2 - Obstáculos Epistemológicos Sobre a Função Seno.....	34
Quadro 3 - Livros Didáticos Seleccionados no PNLD MEM 2018/2021.....	44
Quadro 4 - Pesquisa Encontrada no RIUFS PPGE CIMA.....	48
Quadro 5 - Mestrado (M) próximas do objeto de estudo.....	50
Quadro 6 - Objetivos das Dissertações Analisadas.....	53

## **SIGLAS E ABREVIATURAS**

APPs - Aplicativos

A - Atende

AP – Atende Parcialmente

BDTD - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CD – Conselho Deliberativo

EDC - Engenharia Didática Clássica

EM - Ensino Médio

FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

FS - Função Seno

GLDEM - Guias de Livros Didáticos do Ensino Médio

LD – Livro Didático

LDBEN - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC - Ministério da Educação

NA – Não Atende

NC - Neurociência Cognitiva

NEM - Novo Ensino Médio

OB – Obstáculo

PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PCNEMM - Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio de Matemática

PNLD - Programa Nacional do Livro Didático

PPGECIMA - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

PUC/SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

RA - Realidade Aumentada

RIUFS – Repositório Institucional da Universidade Federal de Sergipe

RV - Realidade Virtual

TAD - Teoria Antropológica do Didático

TIC - Teoria da Integração de Características

TDICs - Tecnologias de Digitais da Informação e Comunicação

UEMS/MS – Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul

UERJ - Estadual do Rio de Janeiro

UFG – Universidade Federal de Goiás

UFPA/PA – Universidade Federal do Pará

UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UFS/SE – Universidade Federal de Sergipe

UNEB - Universidade Estadual da Bahia

UNIGRARIO/RJ – Universidade do Grande Rio – Rio de Janeiro

UNILAB/CE – Universidade Luterana do Brasil

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	17
<b>1 ANÁLISES PRÉVIAS</b> .....	25
1.1 Considerações Iniciais .....	25
1.2 Análise Epistemológica da Função Seno .....	26
1.3 Análise do Ensino Habitual .....	37
1.3.1 Parâmetros Curriculares Nacional para o Ensino Médio-PCNEM .....	38
1.3.2 Base Nacional Comum Curricular-BNCC - Ensino Médio- Matemática ...	40
1.3.3 Livros Didáticos de Matemática: Uma Abordagem Sobre a Função Seno.	43
1.3.4 Dissertações e Teses nos Bancos de Dados e Artigos Científicos .....	47
1.4 Fundamentação Teórica .....	55
1.4.1 Atenção Seletiva .....	56
1.4.1.1 <i>Bottom Up e Top Down</i> e a Teoria da Integração de Características ..	69
1.4.2 Teoria Antropológica do Didático (TAD) .....	72
1.4.3 Realidade Aumentada (RA): Panorama na Educação .....	84
1.4.4 Realidade Virtual (RV) .....	92
1.5 Considerações parciais .....	95
<b>2 CONCEPÇÃO E ANÁLISE À PRIORI</b> .....	100
2.1 Considerações Iniciais .....	100
2.2 Descrição e Validação da Sequência Didática (SD) .....	101
2.3 Desenho da Sequência Didática (SD) .....	106
2.3.1 Análise Inicial da Sequência Didática (SD) .....	116
2.3.2 Análise à Priori da Primeira Etapa .....	117
2.3.3 Análise à Priori da Segunda Etapa .....	121
2.3.4 Análise à Priori da Terceira Etapa .....	128
2.4 Considerações parciais .....	133
<b>3 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	136
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	141
<b>APÊNDICE A</b> - Protocolo Diagnóstico I .....	148
<b>APÊNDICE B</b> - Protocolo Diagnóstico II .....	151
<b>APÊNDICE C</b> - Protocolo Diagnóstico III .....	152
<b>APÊNDICE D</b> - Barema para validação do Filtro Instrumental .....	154
<b>ANEXO A</b> - Artigo 1 .....	158
<b>ANEXO B</b> - Artigo 2 .....	159

# INTRODUÇÃO



## INTRODUÇÃO

Ao pensar em ensino e aprendizagem de matemática, é importante olhar para a sua evolução na sociedade. É um campo do conhecimento que está imbricado na espécie humana desde o surgimento dos homens das cavernas. Assim, todas as sociedades estão conectadas com a matemática.

As civilizações surgiram e evoluíram com o tempo e, a matemática segue essa evolução e aperfeiçoamento. Nesse leque, a leitura da sala de aula de matemática busca novas possibilidades para o ensino e aprendizagem dos conteúdos. Nesse mundo tão denso e marcado pelas transformações sociais abre-se espaço para a inserção de ferramentas importantes para o desenvolvimento da aprendizagem (a tecnologia e a Neurociência Cognitiva). Ainda os avanços nas pesquisas na área da Educação Matemática nos últimos anos transcorrem de uma sociedade em constantes mudanças que exigem dos profissionais, qualificação para a criação de novas metodologias de suporte na mobilização da aprendizagem dos educandos. Diante disso, na visão de Fonseca (2012), há o interesse de vários pesquisadores do mundo inteiro, no sentido de contribuir com a aprendizagem em Matemática.

A tecnologia, no atual momento da sociedade, conecta as pessoas em tempo real a diversos espaços e, no âmbito educacional contribui para a aprendizagem dos educandos. Assim, entende-se que o ser humano não consegue se desvincular da tecnologia na sociedade contemporânea e a inserção destas na sala de aula pode contribuir para a formação cidadã e ainda mediar o conhecimento científico de maneira apropriada aos conhecimentos necessários para os educandos lerem o mundo criticamente.

No campo educacional, no ensino e aprendizagem da matemática, o estudo da Neurociência Cognitiva, vem a contribuir na aprendizagem dos educandos, pois estuda um dos órgãos mais importante do corpo humano, o cérebro. É nele que acontecem todas as tomadas de decisões do nosso corpo. Sternberg (2010, p. 29) reitera que “a Neurociência Cognitiva é o campo de estudos que vincula o cérebro e outros aspectos do sistema nervoso ao processamento cognitivo e, em última análise, ao comportamento”.

Nesse contexto, foi importante que o pesquisador estudasse a área da Neurociência Cognitiva (NC) para conhecer como ocorre o processo da aprendizagem

no cérebro humano. A Neurociência na educação é um campo novo, que aborda os conhecimentos produzidos pelo cérebro, o qual é responsável pelo processamento das informações e armazena e seleciona os comportamentos dos indivíduos, potencializando-os (COSENZA e GUERRA, 2011).

Nesta pesquisa, o estudo da Função Seno (FS) é percorrido com enfoque na Realidade Aumentada (RA) com a utilização do *software GeoGebra* Calculadora 3D, Neurociência Cognitiva (NC), Atenção Seletiva (AS) e a Teoria da Integração de Características (TIC). Dentro desse contexto, educadores matemáticos investigam teorias que auxiliem na construção da aprendizagem, pois, com a introdução de inovações na educação se faz necessário que os profissionais repensem e reflitam sobre como utilizá-las no espaço da sala de aula.

A discussão sobre a Função Seno é decorrida no ensino médio, onde Fonseca (2015, p. 50) menciona que “[...] essas noções matemáticas se encontram no topo da hierarquia dos mais complexos conteúdos do ensino médio, apontados pelos alunos, que alegavam ser uma das dificuldades primordiais [...]”. Nesta citação, entende-se que as dificuldades surgirão, mas podem ser superadas de acordo com o desenvolvimento do conteúdo.

Em um mundo tão evoluído tecnologicamente, a trigonometria é importante para o meio social. As primeiras grandes navegações utilizavam-se das relações da trigonometria para se localizarem. Deste modo, a função seno pode ser vista em diversas movimentações que os seres humanos realizam, sendo um modelo de fenômenos periódicos nos movimentos das marés, na pressão sanguínea, nos pêndulos, nas ondas sonoras, entre outros.

Destarte, é necessário que essas aplicações sejam demonstradas em sala de aula para que os educandos sintam o prazer pela matemática. O envolvimento da ferramenta tecnológica abre leques para novas discussões, enriquecendo a realidade e potencializando possibilidades para a aprendizagem.

Nessa perspectiva, a atenção seletiva como função cognitiva é fundamental para o processo de evolução humana, pois as pessoas conseguem captar as informações relevantes para sua aprendizagem e sobrevivência e para a qual a tecnologia pode ser uma grande aliada, pois, para Cruz-Cunha (2010), a tecnologia altera continuamente e de forma profunda o modo de aprender e viver das pessoas.

No processo de aprendizagem, a atenção é um fator importante. Nessa assertiva é que Cosenza e Guerra (2011, p. 41) afirmam que “[...] através do fenômeno da atenção somos capazes de focalizar em cada momento determinados aspectos do ambiente, deixando de lado o que for dispensável”. Em qualquer espaço da sociedade, sem os estímulos da atenção, os sujeitos não terão um bom desempenho. Além disso, “atenção refere-se ao mecanismo cognitivo que permite que certas informações sejam processadas mais minuciosamente no córtex do que informações não selecionadas” (COHEN *et al.* 2012, p. 411).

Nessa concepção da atenção seletiva, a Teoria da Integração de Características é um modelo para tarefas de busca visual que envolvem a atenção focada em dois estágios: o pré atento, que é capaz de processar diferentes características dos estímulos (tamanho, orientação, cor, movimento, etc.) e pós atento, que direciona a atenção para locais específicos do campo visual, realizando uma busca visual até que o alvo seja localizado (TREISMAN & GELADE, 1980).

Nesse pensamento, a metodologia adotada foi a Engenharia Didática Clássica (EDC), de Michèle Artigue (1999). A EDC é uma forma de trabalho dentro do campo didático que se compara a de um engenheiro do conhecimento científico. Além disso, ela é compreendida como metodologia de investigação, caracterizada por um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ na sala de aula, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino, segundo Artigue (1996).

Enquanto metodologia, a EDC pode apresentar a validação do objeto em estudo que é uma confrontação entre a análise a priori e a análise a posteriori. Sendo assim, possui quatro etapas: 1 – Análises prévias; 2 – Concepção e Análises a priori; 3 – Experimentação e 4 – Análises a posteriori e validação.

Análises prévias - neste primeiro momento é esmiuçado todo o quadro teórico, bem como conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em discussão. Incluem ainda análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, as concepções dos educandos, dificuldades e obstáculos. A Concepção e Análises a priori é o momento em que o pesquisador se orienta pelas análises prévias destacando o número de variáveis sobre o tema em pesquisa, conhecidas como microdidáticas ou macrodidáticas.

Assim, a experimentação é o momento onde o pesquisador aplica a sequência didática e apresenta os seus dados, mostrando quais as condições para o

desenvolvimento da pesquisa. As Análises à posteriori e validação são o último momento da EDC. A partir dos dados da experimentação, o pesquisador fará uma confrontação com a análise à priori, sendo feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação. Nesta pesquisa serão explorados apenas duas das quatro etapas, descritas a seguir.

A primeira etapa da engenharia didática será descrita na primeira seção, que descreve as subfases da EDC. A análise epistemológica explica a epistemologia de acordo com Artigue (1990), além dos obstáculos epistemológicos didáticos de Brousseau (1998), justificando os obstáculos encontrados na pesquisa sobre a função seno a partir da matriz de referências de Gastón Bachelard (1996).

Na análise habitual, o pesquisador analisa os documentos oficiais da educação como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio de Matemática (PCNEMM), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), bem como os livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2018 e 2021. O pesquisador ainda pesquisou as contribuições dos últimos 10 anos, dispostas na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), além de plataformas como *SciELO*, *Google Acadêmico* e *PubMed*.

Além de trazer em seu fundamento teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD) que surge a partir da Teoria da Transposição Didática, com intuito de ampliar as discussões sobre o conhecimento matemático no âmbito das relações existentes dentro da humanidade, o que a ampara em uma abordagem antropológica, essa pesquisa se insere no campo da Didática da Matemática e propõem desenvolver as relações entre a Realidade Aumentada (RA) e a Função Seno (FS), discorre sobre os aspectos da Atenção Seletiva (na perspectiva da NC - funções do cérebro na aprendizagem) para ter subsídio na discussão sobre RA e a Realidade Virtual (RV), servindo como base para os resultados.

Na apresentação da segunda parte da EDC “Concepções e Análises à priori” é apresentada pelo pesquisador como a seção dois, uma sequência didática na qual foram planejadas aulas com os fundamentos básicos da função seno e em que a proposta de aplicação está vinculada à realidade aumentada com a utilização do *software Geogebra Calculadora 3D*. As tarefas foram elaboradas visando os aspectos

da Neurociência Cognitiva a atenção seletiva, além de ter sido elaborada de acordo com a BNCC.

O objetivo da sequência didática reside em analisar se a realidade aumentada usada serve como estímulo para o desenvolvimento da função seno a partir de atributos atencionais com base na Teoria da Integração de Características.

Assim, o trabalho foi construído à luz da EDC e abarca a inclusão de artifícios tecnológicos que contribuam de forma significativa para a aprendizagem. A sequência didática é composta de três etapas. Na primeira etapa é abordado um breve histórico da trigonometria e a função seno, na qual tem-se uma atividade objetiva para explorar dos educandos os conhecimentos prévios sobre os fatos históricos de tal conteúdo.

Na segunda etapa, é explanado o conteúdo da função seno e é composta por uma atividade que visa a explorar a atenção seletiva dos educandos, utilizando a ferramenta tecnológica do *GeoGebra* Calculadora 3D, através das definições anteriores e a aplicação em realidade aumentada com os movimentos gráficos.

A terceira etapa é composta, basicamente, de uma atividade que tem como foco os estímulos da atenção seletiva acionados a partir da Teoria da Integração de Características com uso do *GeoGebra* em Realidade Aumentada. Na primeira atividade os educandos irão utilizar as questões da atividade da etapa anterior para resolver e colocá-la no gráfico em Realidade Aumentada. A segunda e terceira atividades são questões adaptadas de vestibulares.

Destarte, para validar o instrumento de pesquisa foi criado um filtro instrumental, composto por critérios, validando as tarefas de acordo com a Teoria Antropológico do Didático, a Neurociência Cognitiva e a Realidade Aumentada e a validação foi feita por membros internos do grupo de pesquisa neuroMATH.

Desse modo, as considerações finais permitiram destacar reflexões oriundas do processo de construção da sequência didática, bem como a validação do instrumento, além da discussão sobre os aspectos organizacionais da pesquisa sobre o objeto matemático em discussão - função seno.

Nessa perspectiva, a escolha do objeto matemático função seno, como norteador dessa pesquisa, justifica-se pela necessidade de compreender as diferentes possibilidades de ativação dos estímulos atencionais no processo da aprendizagem, explorando ferramentas tecnológicas para focalizar nas estruturas dos objetos relevantes. Dessa forma, as bases da neurociência cognitiva tornaram-se fonte os

aspectos da atenção seletiva mobilizada a partir da realidade aumentada na aprendizagem da FS.

Assim, para alicerçar esse trabalho foram estudadas áreas do cérebro e pressupostos da realidade aumentada. A preocupação com o desenvolvimento da pesquisa nas análises prévias constatou que podem ocorrer mudanças na aprendizagem da função seno, por meio da realidade aumentada, atenção seletiva e a Teoria da Integração de Características. Foram levantadas duas hipóteses, **H<sub>1</sub>** e **H<sub>2</sub>**, com o intuito de nortear a temática em estudo.

- **H<sub>1</sub>** - O uso da realidade aumentada na resolução de situações-problema em sala de aula contribui para a aprendizagem da função seno.
- **H<sub>2</sub>** - A aplicação de uma sequência didática, com a intermediação da atenção seletiva e suporte da Teoria da Integração de Características auxilia na aprendizagem do aluno.

Nesse viés, entre esses elementos apresentam várias vertentes, trazendo à tona uma questão-problema:

- Como a atenção seletiva, acionada a partir da utilização da realidade aumentada contribui para o desenvolvimento do aprendizado da função seno?

Diante disso, esta pesquisa teve como objetivo geral analisar a função da atenção seletiva no processo de aprendizagem da função seno com o suporte da realidade aumentada, que será alcançado por intermédio de objetivos específicos determinados a partir dele e apresentador a seguir:

- Identificar como a atenção seletiva é acionada a partir da utilização da tecnologia no processo de aprendizagem;
- Identificar quais funções neurocognitivas são ativadas através da visualização de objetos em realidade aumentada no desenvolvimento da aprendizagem da função seno;
- Analisar as contribuições dos softwares e aplicativos de realidade aumentada para a compreensão da aprendizagem da função seno.

Por fim, sobre os anseios da Engenharia Didática Clássica, a pesquisa foi conduzida a fim de nortear o alcance dos objetivos propostos, mediante o sistema atencional investigado por aparatos da tecnologia no desenvolvimento do objeto em pesquisa - função seno. Assim, na progressão deste trabalho serão percorridos sobre

os procedimentos adotados na seção 1 - análises preliminares ou prévias - discutidas sobre os aspectos epistemológicos, análise habitual e fundamentação teórica e na seção 2 - análise a priori das situações didáticas da engenharia e, ainda, descreve a construção e validação da sequência didática.

# SEÇÃO 1



# 1 ANÁLISES PRÉVIAS

## 1.1 Considerações Iniciais

Nessa seção será apresentado o resultado da análise epistemológica no que se refere aos conhecimentos da trigonometria como objeto de pesquisa “a função seno”, além de apresentar a análise habitual por meio da apreciação de documentos educacionais, de livros didáticos e bancos de dados do Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e *sites* internacionais, além dos fundamentos teóricos na perspectiva da Engenharia Didática Clássica (EDC) de Artigue (1990).

No estudo da epistemologia, foram explorados os preceitos históricos da função seno através das obras de Boyer (1974; 2012) e Eves (2011), com o intuito de entender a construção histórica na compreensão da sua epistemologia. Nesse mesmo viés, a busca da compreensão dos obstáculos epistemológicos no desenvolvimento da função seno foi discutida em Brousseau (2006), Bachelard (1996), Artigue (1990), Almouloud (2007), além de outras pesquisas que discutem os obstáculos epistemológicos em sua natureza.

Nesse escopo, o caminho percorrido na análise habitual foi desenvolvido com base em documentos, pesquisas já publicadas em periódicos científicos, como CAPES e *sites* internacionais que enfatizam a função seno. Desse modo, na tentativa de compreender as conexões que as funções atencionais da Neurociência Cognitiva possuem para a aprendizagem matemática, buscou-se entendimento sobre as funções do cérebro na atenção seletiva que ampliaram a lente de pesquisa em Sternberg (2010), Gazzaniga *et al.* (2018), Cosenza e Guerra (2011), Lent (2002), Posner e Raichle (1994), Russo (2015), Fuentes (2001), dentre outros, que aguçaram o entendimento dentro dessa abordagem.

Dessa forma, na perspectiva da Teoria Antropológica do Didático, preconizada por Yves Chevallard (2009), procurou-se compreender como essa teoria contribui para a aprendizagem da função seno por meio das suas noções básicas, como as praxeologia (tarefa, técnica, tecnologia e teoria). Destarte, nesse nicho, as realidades aumentada e virtual foram estudadas na concepção de Tori *et al.* (2006) e outros

autores que discutem essa natureza com propósito educacional. As subseções seguintes detalham como foram tais análises.

## **1.2 Análise Epistemológica da Função Seno**

Ao mencionar as questões acerca dos conhecimentos da trigonometria em conformidade com as funções trigonométricas e, especialmente, a função seno, fez-se necessário ampliar as lentes sobre epistemologia e obstáculos epistemológicos. Nesta seção será discorrido sobre a definição de epistemologia e obstáculos epistemológicos sobre a didática da matemática, de acordo com a visão de Brousseau (2006) e a compreensão de obstáculos epistemológicos, pautada na matriz de referência de Bachelard (1996), que serviu de base para a discussão sobre os possíveis obstáculos encontrados no estudo da história da matemática, em específico da área da trigonometria, nas obras de Eves (2011) e Boyer (1974; 2012).

A matemática é uma das ciências mais antigas da humanidade. A sua construção está vinculada, em parte, aos conhecimentos históricos e filosóficos, os quais lhe dão sustento para provar o seu desenvolvimento. Nesse sentido, a epistemologia é extremamente importante para discutir os aspectos formativos dessa ciência, no ensino da trigonometria “função seno” ou qualquer outro campo matemático.

Nesse viés, o estudo da história da geometria corrobora para o entendimento histórico da trigonometria e sua formação pelas diversas civilizações que perpassam a humanidade, chegando aos dias atuais. Assim, os fundamentos da epistemologia mostram-se conhecimentos científicos resultantes dos diversos processos pelos quais a ciência matemática passou, determinando os seus fundamentos lógicos e sua importância.

Entende-se a epistemologia, na percepção de Brousseau (2006, p. 140) “como uma tentativa de identificar e de unificar concepções epistemológicas diferentes relativas a determinadas ciências, a movimentos intelectuais, a grupos de pessoas, a instituições ou a culturas”. Vale ressaltar que essa visão é amplamente voltada para os objetos que compõem uma natureza dentro das ciências, de acordo com a concepção epistemológica. Essas concepções epistemológicas estão presentes no fazer científico, na construção crítica dos indivíduos e de sua visão, trazendo para si

a idealização com a matemática, no desenvolvimento de suas ferramentas, dando força ao saber matemático na construção histórica desses saberes (ARTIGUE, 1990).

Ainda pode-se dizer que a concepção epistemológica se agrupa em um conjunto de conhecimentos e de saberes científicos, desenvolvidos em diversos espaços sociais, de modo individual ou grupal, por parte dos indivíduos, cada um estabelecendo o tempo de validação do seu conhecimento, bem como o que pode ser aprendido (BROUSSEAU, 2006).

Para estudar as concepções matemáticas, por exemplo, a função seno, os aspectos dentro da epistemologia podem dar uma visão do processo formativo dessa função, visto que a mesma não surgiu do nada, pronta e acabada, sem alterações, mas foi sendo construído no decorrer da história, por diversas pessoas em diferentes tempos.

Nesse ínterim, o ensino da matemática é algo presente na formação social e passa por diferentes culturas e tempos. Ensinar matemática requer conhecimentos acerca desse campo do conhecimento, tendo em vista que ele é marcado por diversos desdobramentos, que vão de uma simples adição a uma aplicação da função trigonométrica. Esse processo de ensino da matemática é destacado por diversos fatores como a dificuldade de aprendê-la. Além disso, ela demonstra várias situações na função trigonométrica seno, remetendo à ideia de que a mesma não foi desenvolvida de uma vez, sem progressão e, assim, deixa lacunas na sua formação que podem ser entendidos como obstáculos epistemológicos.

Para se ensinar a matemática é importante conhece-la, assim como os obstáculos que podem ser encontrados durante o processo. Um obstáculo epistemológico matemático pode se manifestar de diversas maneiras. Para Brousseau (1983) *apud* Almouloud (2007, p.133),

ele é manifestado através dos erros, cometidos não pela falta de conhecimento, mas por um conhecimento anterior que era suficiente, mas, em determinado momento, se revela falso ou inadequado em um contexto novo ou amplo.

No livro “A formação do espírito científico” os obstáculos podem ser definidos, segundo Bachelard (1996, p.21), “como um conhecimento não questionado” ligado ao conhecimento científico. Essa noção pode ser entendida “com o desenvolvimento da história e do pensamento científico e na prática da educação” (BACHELARD,

1996, p.21). Então, o conceito de obstáculo epistemológico da função seno confere-se em estudos sobre os conhecimentos históricos ou desenvolvimento no âmbito da prática educacional.

Nessa asserção, percebe-se que a evolução dos conhecimentos científicos e históricos evidencia uma melhor compreensão de obstáculos epistemológicos, no estudo das funções trigonométricas, com ênfase na função seno. Essa visão lógica parte da razão ou racionalidade de quem desenvolve a pesquisa. Para Bachelard (1996, p. 22), “só a razão dinamiza a pesquisa, porque é a única que sugere, para além da experiência comum (imediate e sedutora), a experiência científica (indireta e fecunda)”. Essa razão é pautada a partir do conhecimento sobre determinado objeto matemático em discussão, a função seno e a formação do espírito científico tornam-se uma conquista, logo, este apenas progride ao superar os obstáculos.

É perceptível que a definição de obstáculos epistemológicos tem seus fundamentos assegurados na história e no conhecimento científico de cada conteúdo desenvolvido ou a desenvolver, sendo que cada um tem a sua verdadeira definição e, muitas vezes, esses obstáculos são desconhecidos e difíceis de serem compreendidos.

De acordo com Bachelard (1996), os obstáculos epistemológicos são desconhecidos em diversos ambientes, inclusive no ambiente educacional, visto que muitos educadores não conseguem identificar o porquê de o educando não entender determinados conteúdos. Além disso, o autor afirma que:

os professores de ciências imaginam que o espírito começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto a ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de física com conhecimentos empíricos já constituídos: não se trata, portanto, de adquirir uma cultura experimental, mas sim de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana (BACHELARD, 1996, p. 23).

É importante que os educadores fiquem atentos para identificar os obstáculos epistemológicos, inclusive, nos recursos didáticos utilizados em sala de aula, como os livros didáticos, as tecnologias, entre outros, no ensino da função seno. Bachelard (1996) não é contra a utilização desses materiais didáticos, mas recomenda que sejam utilizados de maneira correta, de forma que não se tornem um obstáculo, estagnando a formação do espírito científico dos educandos.

Além disso, Bachelard (1996), em seus estudos, apresenta alguns conceitos que podem ser chamados de obstáculos epistemológicos, sendo eles: a primeira experiência, o conhecimento geral, obstáculo verbal, conhecimento unitário e pragmático, obstáculo substancialista, obstáculo realista, obstáculo animista, o mito da digestão, libido ou conhecimento objetivo e os obstáculos do conhecimento quantitativo. Destarte, esses obstáculos podem estar presentes em diversas partes dos conteúdos e podem ser superados ou não, pois alguns apresentaram maior relevância nos dias atuais, outros praticamente foram superados devido aos avanços sociais e da ciência matemática.

Neste sentido, o estudo da função seno evoluiu também. No Quadro 1 são descritas as características desses obstáculos de Bachelard (1996), bem como as suas superações acerca da função seno.

Quadro 1- Obstáculos Epistemológicos de Bachelard

Obstáculos	Características	Superação
Experiência primeira (OEEP1)	A imagem da natureza como impulsionador e corriqueiro na formação científica.	A modernização do ensino da matemática e o desenvolvimento dos conhecimentos empíricos na cultura atual.
Conhecimento Geral (OECG2)	Expõem conhecimentos simultâneos, justificados por meio de observações.	Cuidado no desenvolvimento do conteúdo para definir a sua objetivação.
Obstáculo Verbal (OEV3)	São fenômenos que através de uma única imagem ou palavra podem explicar uma série de fatos.	Desenvolvimento de um determinado fenômeno utilizando uma metáfora, compreendendo a formação científica.
Conhecimentos Unitários e Pragmáticos (OECUP4)	Onde o espírito pré-científico vê na unidade um princípio alcançado sem maiores esforços.	A natureza é tida como única, tenta explicar as grandes e pequenas coisas no ensino da matemática.
Substancialistas (OES5)	Provido do uso de imagens com diversas qualidades no substancialismo oculto.	Deve deixar de se limitar apenas ao acúmulo de adjetivos.
Animistas (OEA6)	Atribuem as marcas da existência humana, a fim de explicar-lhe.	Não exagerar no animismo de determinados conteúdos.
Psicanálise do Realista (OEPR7)	É a substância que envolve um determinado objeto com interação pessoal.	Busca entender os fenômenos abstratos e matemáticos.

Fonte: O autor (2023), adaptado de Bachelard (1996).

Os estudos de Bachelard (1996) e Brousseau (1998) mostram o conceito de obstáculos epistemológicos no desenvolvimento do conhecimento científico. Esses

alicerces evidenciam a construção de um determinado conceito bem como o desenvolvimento científico movido pela razão como fenômeno da ciência.

Salienta-se a ideia epistemológica da trigonometria na função seno em Boyer (1974; 2012) e Eves (2011). Os seus estudos mostram a importância da história na construção das funções trigonométricas. Sendo assim, a identificação dos obstáculos epistemológicos do objeto em estudo surge a partir dos aparatos da história da trigonometria, percorridos em relação à função seno. Nesse viés, foi organizada a estruturação do marco histórico da trigonometria em marcadores para identificar a ligação com os obstáculos epistemológicos encontrados durante a análise histórica. Boyer (1974) afirma que a trigonometria é uma formação, não de apenas uma sociedade, mas, sim, de diferentes povos. Entende-se, neste cenário, contribuições dos babilônios, hindus, gregos, europeus, árabes, egípcios, dentre vários outros, como descreve a Figura 1.

Figura 1 - Marcadores Históricos da Trigonometria (MHT)



Fonte: O autor (2023).

Destarte, as investigações acerca da trigonometria foram identificadas de acordo com os conteúdos explorados ao longo das civilizações, pelos filósofos matemáticos que se propuseram a estudar essa área da matemática. A obra de Boyer (2012) destaca o Egito como início para o desenvolvimento histórico da trigonometria, pois a mesma surge a partir das representações geométricas e a geometria nasce às margens do Rio Nilo.

Os registros históricos da matemática na civilização egípcia encontram-se nos papiros de Moscou<sup>1</sup> e *Ahme*<sup>2</sup>. As duas representações guardavam diversos registros de problemas matemáticos. Em tese, os papiros mencionados “são nossas duas principais fontes de informação e podem ter sido apenas manuais destinados a estudantes, mas mesmo assim indicam as tendências do ensino de matemática no Egito”, (BOYER, 2012, p. 36-37).

Para o desenvolvimento de alguns termos ou conceitos que faziam parte da trigonometria os egípcios utilizavam alguns elementos, destacando o “*seqt*”. “A palavra egípcia *seqt* significava o afastamento horizontal de uma reta oblíqua em relação ao eixo vertical para cada variação de unidade na altura” (BOYER, 2012, p. 36-37). Nesse contexto, pode-se afirmar que os egípcios utilizavam a razão por meio de inclinação das pirâmides, se configurando como primeiros indícios da aplicação da trigonometria. Assim, a história da matemática retrata que os estudos sobre os povos egípcios deram início ao possível surgimento da epistemologia na formação das figuras planas. Em face disso, a representação dessas figuras planas é importante para desenvolver o cálculo da função seno e outras partes algébricas e aritméticas, dando-se como ponto importante para as possíveis representações e aplicações com a função seno.

Os babilônios também deixaram seu legado na história da matemática com seus registros em tábuas de argilas, como a *plimpton 322*, em que estavam escritos problemas relacionados ao triângulo retângulo com a abordagem do teorema de Pitágoras, configurando-se como uma “pitatrigonometria”. Alguns pesquisadores da

---

<sup>1</sup> É um pouco mais velho e contém a fórmula correta para o cálculo do volume de um tronco de pirâmide. Muito provavelmente existiram papiros análogos anteriores, mas estes foram os mais velhos que se salvaram.

<sup>2</sup> É um longo papiro egípcio, de cerca de 1.650 a.C., onde um escriba, de nome Ahmes, ensina as soluções de 85 problemas de aritmética e geometria. Este papiro foi encontrado pelo egiptólogo inglês Rhind no final do século XIX e hoje está exposto no Museu Britânico, em Londres.

área que analisaram a tábua de *plimpton*, a relacionam com as transações comerciais (EVES, 2011).

Os conhecimentos produzidos pelas civilizações egípcias e babilônicas nos remetem a entender que esses foram os primeiros indícios do surgimento da trigonometria, e representaram uma grande contribuição para o desenvolvimento desses povos. Esses povos foram tão eficientes que desenvolveram “a computação e os algoritmos” (BOYER, 2012, p.42). Vale ressaltar que esses conhecimentos se desenvolvem na atual sociedade, principalmente no campo da tecnologia. Os babilônios podem ter sido os grandes responsáveis pela transição epistemológica entre as funções e a aplicação na tecnologia, ampliando a lente de pesquisa sobre os estudos no triângulo.

Assim, Arquimedes de Siracusa explorou, no campo da trigonometria, as relações na esfera, buscando entender os segmentos existentes nessa figura, “incluindo uma equivalência e a integração da função seno com um segmento inscrito de um polígono” (BOYER, 2012, p. 105). Nesse sentido, o uso dessa figura encaminha um passo importante para provar o desenvolvimento da função seno, tendo no contexto atual o uso de diversas figuras poligonais para mostrar o comportamento desse objeto do conhecimento matemático.

Na civilização grega, os matemáticos se espelharam nos egípcios e babilônios. Foi-se, então, aperfeiçoando o material produzido pelas civilizações anteriores, construindo, assim, a astronomia primitiva que deu origem à trigonometria esférica. Para os gregos, a trigonometria estuda a noção do polígono como o triângulo, fazendo a relação entre os ângulos e os arcos, criando um determinado círculo que calculava o diâmetro e o comprimento dessa figura. Além disso, esse processo foi relacionado com o tamanho da terra e a distância entre o sol e a lua (BOYER, 1974).

A trigonometria surgiu na Grécia antiga e tem como etimologia “trigono” + “metria”, ou seja, medir o que tem três ângulos. Seu objetivo foi estudar as relações entre os ângulos e os arcos de triângulos. Surgiu a partir das mudanças sociais e da necessidade de buscar os conhecimentos sobre a astronomia, agricultura, a expedição das grandes navegações, entre outras necessidades gregas.

Ainda nessa direção, Hiparco de Nicéia recebeu o título de “pai da trigonometria” pelo seu feito, tendo criado a primeira tabela trigonométrica, uma tábua de cordas. A partir da sua ideia, Ptolomeu aprimorou e agrupou também em uma

tabela as cordas que forneceram o seno de um ângulo. Mais tarde essa ideia foi sendo usada com precisão no desenvolvimento da astronomia.

Logo após esses feitos de Hiparco e Ptolomeu, foi no trabalho dos hindus que se deu o primeiro aparecimento real do seno de um ângulo. Logo, “Aryabhata, por volta do ano 500, elaborou tabelas envolvendo metade de cordas que agora realmente são tabelas de senos e usou jiva no lugar de seno.” (EVES, 2011, p. 260). Hiparco pode ter sido o responsável pela conexão epistemológica na representação da corda com o seno.

Os hindus deram aprofundamento às principais “funções” trigonométricas, introduzindo os métodos de tabulação e aperfeiçoando-as, voltando-se para os conceitos e aplicação da semi corda e do seno, onde foram demonstrados várias vezes para provar a verdade da identidade. Os hindus aprimoraram os pensamentos de Hiparco, desenvolvendo a união epistemológica entre os conhecimentos sobre a corda em diferentes pensamentos e visões.

Nesse panorama, é plausível citar o desenvolvimento da geometria no continente europeu como sendo a difusão para aplicação dos conhecimentos geométrico-trigonométrico. Assim, os pensadores que surgiram nessa época fundamentaram os conhecimentos já produzidos pelas antigas civilizações.

Eves (2011, p. 293) traz como destaque matemáticos como “Fibonacci que escreveu seu *Liber quadratorum*, um trabalho original sobre análise indeterminada, que o guindou à posição de matemático mais importante desse campo entre Diofanto e Fermat”. Nesse escrito é discorrido o aprofundamento acerca do teorema de Pitágoras, mostrando a aplicação do mesmo no continente europeu. Destarte, diversos matemáticos se consolidam nesse período, produzindo ou traduzindo e aperfeiçoando as obras já desenvolvidas. A matemática moderna conecta os fundamentos trigonométricos às tecnologias, contribuindo para a resolução de diversos problemas no que tange à função seno.

Em face do que foi destacado, no período histórico de algumas civilizações com as ideias da trigonometria, foram identificados alguns obstáculos epistemológicos mostrados no Quadro 2.

Quadro 2 - Obstáculos epistemológicos sobre a função seno

Marcador	Indicadores	Obstáculos	Superação
OB1	MHT3	Não desenvolvimento de um contexto que defina a origem da função seno.	OECG2
OB2	MHT1	Não compreensão das razões pelas quais a simetria da função seno é sempre ímpar.	OEA6
OB3	MHT2	Construção de etapas que demonstrem a formação da função seno.	OECG2
OB4	MHT4	Conhecimentos sobre as representações geométricas da função seno.	OEPR7
OB5.	MTH4 e MHT5	A relação da função seno com o círculo.	OEV3

Fonte: O autor (2023).

A identificação dos obstáculos epistemológicos no estudo do objeto matemático em questão - a função seno - dá embasamento para a compreensão do mesmo. Diante disso, argumenta-se as possíveis superações a partir da matriz de referência de Bachelard (1996).

**O primeiro obstáculo (OB1)** - percebe-se como uma falha na formação da função seno no contexto da trigonometria primitiva. Eves (2011, p. 202) diz que “as origens da trigonometria são obscuras”, a qual se voltava apenas para formulação do círculo que se aprofunda no estudo da astronomia. Então, causa dificuldades na compreensão da sua fórmula, visto que não está explícito. A superação baseia-se no obstáculo do Conhecimento Geral (OECG2), pois há um cuidado no desenvolvimento do conteúdo, dando-se ênfase em todo conhecimento científico.

**O segundo obstáculo (OB2)** - não fica clara uma relação da razão do desenvolvimento das cordas com a função seno e não há uma resposta condizente sobre a conexão da razão com as cordas escritas nas tábuas. Na civilização egípcia, destacada por Boyer (1974), as razões foram demonstradas em torno do círculo, voltando-se para a altura das figuras geométricas, onde se utilizavam o arco cotagente para explicar a aplicação das áreas nas figuras geométricas e a simetria eram as figuras opostas às representações. Nesse panorama não se demonstra como a função seno se torna sempre ímpar na relação simetria e razão. Na sua obra, Eves (2011), aponta que a matemática desenvolvida na época era direcionada a razões matemáticas voltadas à fração, não desenvolvendo a função seno, impossibilitando assim, uma demonstração. Para a superação desse obstáculo, nos dias atuais é utilizado como referência o Animismo (OEA6) de Bachelard (1996), pois versa na busca de objetos concretos com experiências fortemente individualizadas e não exagerando no desenvolvimento do conteúdo.

**O terceiro obstáculo (OB3)** - nos estudos realizados não há nenhum indício que assegure etapas da formação da função seno, sendo apresentada aos educandos de maneira pronta e acabada, sem etapas. No livro História da Matemática, Boyer (1974) afirma que Arquimedes de Siracusa descobriu várias formulações acerca das figuras geométricas, mas, nenhuma prova o desenvolvimento da função seno. Logo, “não se sabe se Arquimedes viu algum significado trigonométrico em seus teoremas, mas, surgiu uma forma análoga à nossa  $\sin(x-y)$ ” (BOYER, 1974, p. 99), porém, não justifica a formação da função seno. Esse obstáculo pode ser superado a partir da concepção de Bachelard (1996, p. 69) no obstáculo do Conhecimento Geral (OECG2), “Conhecer o fenômeno geral, valer-se dele para tudo compreender, não será semelhante a outra decadência”, pode ser diagnosticado um raciocínio que prove essas etapas, dando ênfase ao objetivo a ser atingido pelo conteúdo.

**O quarto obstáculo (OB4)** - as figuras geométricas são a base para o surgimento da aplicação da matemática, inclusive das funções. Essas figuras dão vida aos conteúdos matemáticos. Eves (2011, p. 259) afirma que “a trigonometria hindu, à qual não faltavam méritos, tinha uma natureza aritmética”, ainda era uma matemática “empírica, raramente oferecendo uma demonstração ou uma dedução”, não utilizando as figuras geométricas com frequência.

O obstáculo da matriz de Bachelard (1996) mostra que o quarto obstáculo pode ser superado, no atual momento social, a partir da Psicanálise do Realista, (OEPR7), ao introduzir os conceitos geométricos em problemas que envolvam a real situação da matemática, instigando o desenvolvimento do conhecimento científico. Na visão de Bachelard (1996, p. 164), “pode contribuir, nesse panorama, a cultura científica, na medida em que inflaciona um tipo de conhecimento particular, valoriza matérias e qualidades” na busca da interação pessoal dos sujeitos envolvidos.

**O quinto obstáculo (OB5)** - os primeiros indícios de trigonometria surgiram a partir das relações com o círculo. Para Boyer (1974), a relação entre as cordas e os ângulos dos círculos, dividindo em partes iguais, denota como marco inicial para o surgimento das funções trigonométricas. Boyer (1974, p. 153) afirma que “a partir da metade de uma corda e ângulo do círculo nascem as funções trigonométricas modernas que chamamos de seno de um ângulo”. Portanto, o termo seno é originado

da metade da corda do círculo. Essa relação é pouco demonstrada no ensino de matemática, no entanto, não é descrita essa relação quando se utiliza a função seno.

Nesse viés, de acordo com a matriz de obstáculos de Bachelard (1996), o obstáculo que pode contribuir para a superação do OB5 é o Verbal (OEV3), pois traz em si a noção verbal das palavras, na qual as cordas e os ângulos são expressos por segmentos ligados à noção de letras e pode ser representado por imagens. Então, para Bachelard (1996, p. 97), “São imagens particulares e distantes que, insensivelmente, tornam-se esquemas gerais”, dando ênfase ao conhecimento matemático.

Nesse aspecto, os obstáculos epistemológicos mostram uma ruptura entre as civilizações no processo de formação da função seno, evidenciando que cada civilização desenvolveu a função de acordo com as necessidades locais, demonstrando, assim, o quanto a função seno é importante para o desenvolvimento das civilizações. Na atualidade, ela está conectada ao desenvolvimento tecnológico, passando a ter um novo significado.

Ao utilizar essas novas situações no ensino da função seno, surgem novos conceitos na aprendizagem dos educandos. Logo,

uma “situação” é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado. O recurso de que esse sujeito dispõe para alcançar ou conservar um estado favorável nesse meio é um leque de decisões que dependem do emprego de um conhecimento preciso. Consideramos o meio como subsistema autônomo, antagônico ao sujeito. Assim, ao tomarmos como objeto de estudo as circunstâncias que regem a difusão e a aquisição dos conhecimentos, vamos nos interessar pelas situações. (BROUSSEAU, 2008, p. 21).

A afirmação explícita que em cada sociedade surge uma nova situação, um novo obstáculo e, assim, é importante se ter uma concepção em relação aos conhecimentos desenvolvidos no passado, para que se possa dar continuidade aos objetos de estudos, em conformidade com o seu tempo, sem modificá-los, apenas adaptando-os. Brousseau (2008) destaca quatro tipos de obstáculos na Didática da Matemática que são descritos na Figura 2.

Figura 2 - Obstáculos epistemológicos na Didática Matemática



Fonte: O autor (2023), adaptado Brousseau (2008).

No entanto, a concepção dos obstáculos de Brousseau (2008) é desenvolvida no âmbito da aprendizagem em sala de aula ou no meio externo à escola e isso dificulta a inserção de novos conhecimentos, pois podem contrariar aquele já apreendido anteriormente. Com base nas organizações matemáticas reveladas no estudo histórico da epistemologia da trigonometria, tem-se diversos saberes para fundamentar o objeto função seno no desenvolvimento de tecnologias para a aprendizagem da mesma que corroboram para as evidências nesta pesquisa.

Nesta pesquisa, buscou-se respostas que mostrassem as razões da função seno descritas em documentos da educação básica na perspectiva do ensino médio (EM). Assim, foram analisados os documentos que norteiam o ensino médio, como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (2000) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018). Essas pesquisas sobre a função seno deram subsídios para responder à problemática deste trabalho em torno do objeto de pesquisa.

### 1.3 Análise do Ensino Habitual

O ensino habitual é considerado como “o estado de equilíbrio do funcionamento de um sistema, um equilíbrio que, durante muito tempo, foi estável,

mas cuja obsolescência começa a fazer-se sentir” (ARTIGUE, 1996, p. 199). Nesta subseção, será abordado o entendimento sobre pesquisas no Brasil e em nível internacional, no período de 2010 a 2021, apresentando informações que aproximam ou distânciam do objeto de estudo. Além dos documentos oficiais da educação básica para o ensino médio, foram analisadas seis obras do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), sendo três do PNLD 2018 – ensino médio e três do PNLD 2021, do Novo Ensino Médio, no tocante ao que é descrito sobre a função seno.

### **1.3.1 Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para Ensino Médio são entendidos como documentos que direcionam os professores na organização e desenvolvimento dos conteúdos, dando ênfase ao ensino-aprendizagem dos educandos do ensino médio. Esta subseção objetivou analisar a área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, por abranger a disciplina matemática, visto que os PCNEM são organizados de modo,

interdisciplinar desses saberes, propiciada por várias circunstâncias, dentre as quais se destacam os conteúdos tecnológicos e práticos, já presentes junto a cada disciplina, mas particularmente apropriados para serem tratados desde uma perspectiva integradora (BRASIL, 2000, p. 6).

Em face do cenário atual, a presente análise esteve voltada para a matemática dentro das relações e restrições que os PCNEM argumentam sobre a função seno e as possíveis conexões com a tecnologia. Assim, o documento se encontra em conformidade com o desenvolvimento da sociedade, de acordo com a percepção de Almouloud (2007).

O documento dispensou um tópico para a exploração do ensino da matemática, discutindo os fatores relevantes para o desenvolvimento dos conteúdos. Outrossim, a trigonometria foi bem destacada por causa da sua relevância no âmbito social. Nessa assertiva, foram elencadas as funções e o desenvolvimento tecnológico. Dessa forma, é no ensino médio que se desenvolve o estudo das funções, sempre iniciando pela função afim ou do primeiro grau. Especificamente as funções trigonométricas são ensinadas na 2<sup>a</sup> série.

Ainda merece destaque o fato de que o documento apresentou objetivos das áreas do conhecimento, em conformidade com objetivos específicos de cada disciplina, deixando evidente a conexão entre elas. Sob o mesmo ponto de vista destacou as subáreas das disciplinas.

A referência documental descreveu a trigonometria, porém não enfatizou diretamente a função seno em específico e, sim, de modo geral, ao se referir às funções do campo trigonométrico. Nesse contexto, a interdisciplinaridade é fator importante, em vista disso, foi exemplificada a aplicação da mesma na

resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (BRASIL, 2000, p.43).

Nota-se que os PCNEM da disciplina matemática, frisaram a interdisciplinaridade, não discorrendo sobre as interações tecnológicas que podem ser aplicadas com o estudo da função seno, visto que o termo função seno não foi citado com maior aprofundamento e ênfase no referido documento. Então, ao se referir à trigonometria de maneira ampla, os PCNEM enfatizaram algumas abordagens metodológicas que poderão ser desenvolvidas no ensino da matemática.

Por vezes, citaram a conexão com o mundo cultural, onde se pode desenvolver valores e atitudes na compreensão do mundo do trabalho. Desta forma, “a trigonometria foi apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico, às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico” (BRASIL, 2000, p. 122).

Em seguida descreveram as competências e habilidades que deveriam ser desenvolvidas pelos educandos. O documento não indicou nenhum tipo de atividade que pudesse ser desenvolvido com a integração entre a tecnologia e a função seno. No entanto, abordou que a tecnologia deveria ser compreendida a partir da construção histórica “associada a campos diversos da Matemática, reconhecendo sua presença e implicações no mundo cotidiano, nas relações sociais de cada época, nas transformações e na criação de novas necessidades, nas condições de vida” (BRASIL, 2000, p. 117-118). Nessas condições, o estudo da trigonometria pode associar-se com algumas ferramentas da tecnologia no estudo da razão ao destacar o período das grandes navegações, no século XVI (BRASIL, 2000).

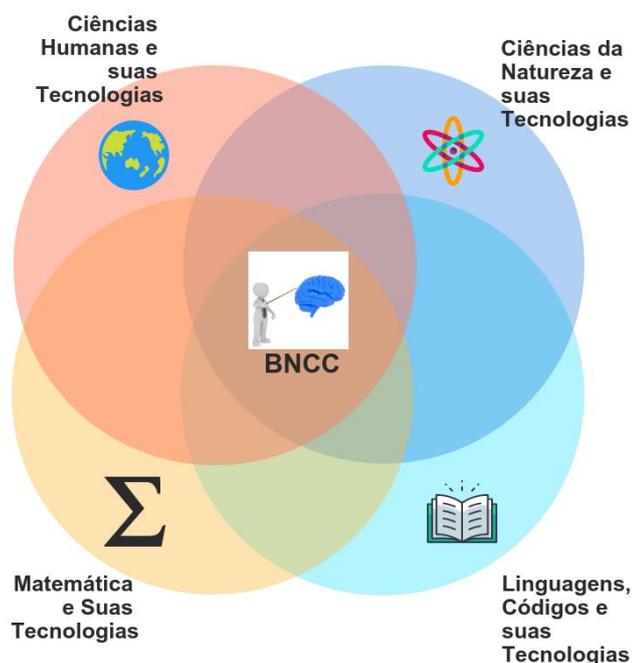
As competências matemáticas são indicadas pela representação, comunicação, investigação, compreensão e contextualização sociocultural. Os PCNEM não abordaram habilidades específicas ao conteúdo da função seno, restringindo-se a explicar as habilidades gerais da disciplina. Desse modo, é notável que o conteúdo matemático trigonométrico é desenvolvido em partes, ora, em um ano, a introdução à trigonometria e, em outro, as funções.

### **1.3.2 Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Ensino Médio - Matemática**

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento oficial, elaborado pelo Ministério da Educação (MEC), que traz diretrizes para a qualidade do ensino no Brasil. Apesar de não ser uma lei, sua existência foi definida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN nº 9.394/1996).

Dessa maneira, a BNCC foi construída com o propósito de dar subsídio à organização curricular nacional, visando a uma maior integração entre os currículos dos entes municipais e estaduais ou mesmo de diferentes regiões do Brasil. O documento direciona a organização curricular de toda a educação básica, destacando cada etapa e as habilidades e competências que os educandos devem desenvolver durante a sua formação, sendo o ensino médio a última etapa dessa formação. No atual currículo os componentes curriculares são divididos por áreas do conhecimento, apresentados na Figura 3.

Figura 3 - Áreas do Conhecimento BNCC



Fonte: O autor (2023).

A etapa de ensino que abordada nesta pesquisa é o ensino médio, pois é nessa etapa da educação básica que se ensinam as funções. Nessa vertente, a atenção esteve voltada para o conteúdo trigonometria, colocando sempre em evidência o conteúdo função seno. Ainda foi importante que, nesse panorama, se investigasse a aplicação do conteúdo com as tecnologias na educação.

A área do conhecimento explorada foi a da Matemática e suas Tecnologias. Brasil (2018, p. 527) enfatiza que essa área é responsável por “propor a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no ensino fundamental.” Ela foi dividida em cinco unidades de conhecimento da própria área (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística). A trigonometria é compreendida dentro da unidade da álgebra por estar mais envolvida com os conceitos de letras, algebricamente.

O objeto de estudo da pesquisa é a competência específica de número três que destaca a função seno, que tem como objetivo,

utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 534).

Essa competência busca desenvolver no cognitivo dos educandos a compreensão da matemática a partir da resolução de problemas. Para que esse processo aconteça, é imprescindível a ativação dos estímulos relevantes da atenção seletiva. Após essa ativação, os educandos podem desenvolver, sem maiores dificuldades, a aprendizagem. Em vista disso, criou-se as habilidades para fomentar as competências para o ensino da função seno. Ainda é discorrido pela BNCC:

(EM13MAT306) resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria (BRASIL, 2018, p. 536).

Essa habilidade se traduz no desenvolvimento da função seno de maneira contextualizada, explorando os recursos tecnológicos que se voltam para os estudos da física e matemática. Nesse viés, explicita que o desenvolvimento da resolução de problemas aborde esse conteúdo. Simultaneamente, a trigonometria e as suas funções são importantes na humanidade para criar desde pequenas a grandes e maravilhosas obras e construções e observar fenômenos que possuem comportamentos cíclicos, possibilitando modelá-los através de funções trigonométricas, dentre vários outros fenômenos utilizados na Engenharia, Arquitetura, Aeronáutica e até mesmo na Medicina.

A BNCC não descreve cada conteúdo matemático, mas, se refere de maneira ampla à área em que ele está incluído dentro do universo matemático. A conexão entre o ensino da função seno e a tecnologia pode ser compreendida de acordo com a competência geral 5:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva, (BRASIL, 2018, p. 9).

Essa competência evidencia as diversas formas que a função seno pode ser ensinada na escola, buscando sempre a interconexão entre o mundo moderno e as raízes matemáticas ao resolver e analisar problemas contextuais. Dessa forma, a BNCC busca aproximar a aplicação da função seno com as vivências do dia a dia.

Nessa análise percebe-se que a BNCC trouxe a aplicação da tecnologia, porém não citou quais seriam esses suportes tecnológicos.

Nesse viés, fica a cargo do professor a escolha da tecnologia no ensino da função seno, visto que se deve buscar a que mais se aproxima da realidade do seu espaço escolar. Além disso, a BNCC deixa em aberto a formação do currículo nos entes federais, estaduais e municipais. Portanto, a utilização da função seno com a tecnologia depende da realidade de cada espaço, podendo ser diversos os aplicativos e *softwares* para a aplicação do conteúdo, inclusive com as realidades aumentada e virtual, que já estão presentes na educação atual e estarão cada vez mais, num futuro próximo.

Na análise dos dois documentos ficou perceptível a mudança no ensino da função seno, pois as realidades são diferentes e, conseqüentemente, a prática do ensino vem se modificando. A tecnologia é um fator preponderante para isso. Nessa assertiva, a seção seguinte traz a discussão sobre os livros didáticos, de acordo com os PCNEM e a BNCC, buscando verificar como a função seno foi abordada.

### **1.3.3 Livros Didáticos de Matemática: Uma Abordagem sobre a Função Seno**

Os livros didáticos de matemática são extremamente importantes para o ensino dos conteúdos, pois, dão embasamento para a organização das aulas e são fontes que contribuem para o ensino-aprendizagem.

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo programa de distribuição de livros didáticos (LD) destinados aos educandos da rede pública em nível nacional. Em seu nascedouro, atendia, especificamente, aos anos iniciais do ensino fundamental, com o passar dos anos, aos anos finais do ensino fundamental e, por último, ao ensino médio. Atualmente, o PNLD é voltado à toda a educação básica. O ensino médio foi atendido a partir de 2003, tendo sido publicada a Resolução CD FNDE nº. 38, de 15 de outubro de 2003, que instituiu o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM), sendo entregue, no primeiro momento, as disciplinas de matemática e língua portuguesa, no ano de 2005.

Em suma, para a organização desta análise foram consideradas fontes de informação livros de matemática do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio - PNLEM, levando-se em conta as publicações de 2018 e a última

edição, de 2021, esta, estando de acordo com as diretrizes da BNCC, além de consultas no *síte* do MEC e, ainda, a leitura dos manuais e guias do (PNLEM), em duas edições.

Quadro 3 - Livros didáticos selecionados no PNLEM 2018/2021

Livros didáticos	Ano de publicação
Matemática: contexto & aplicações: ensino médio / Luiz Roberto Dante. Ática.	2018
Matemática: ciência e aplicações: ensino médio / Gelson Lezzi. . . [et. al.]. Saraiva.	2018
Matemática para compreender o mundo/ Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz. Saraiva.	2018
Conexões com a Matemática. Fabio Martins de Leonardo. Moderna	2018
Matemática: Paiva. Manoel Paiva. Moderna.	2018
Matemática. Luiz Roberto Dante. Ática.	2018
Matemática: quadrante. Diego Prestes e Eduardo Cavalcante. SM	2018
Matemática- #contato. Jacqueline Garcia e Joamir Souza. FTD.	2018
Matemática: interação e tecnologia. Rodrigo Balestri. LEYA	2018
Matemática. Novas trajetórias de formação. Solange H. A. Ali Fernandes, Luis Fernando Pacheco Pereira, Roberta Caetano Fleira e Douglas M. Dantas. FTD	2021
Ser Protagonista Matemática e Suas Tecnologias- Ser protagonista matemática e suas tecnologias - grandezas e medidas e trigonometria- Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz SM	2021
Quadrante matemática e suas tecnologias: Quadrante matemática e suas tecnologias - trigonometria e sequências- Eduardo Chavante, Diego Prestes-SM.	2021
Matemática interligada: matemática interligada - trigonometria, fenômenos periódicos e programação. Thais Marcelle de Andrade- SCIPIONE.	2021
Interação matemática: interação matemática - a resolução de problemas por meio da geometria plana e da trigonometria. Lucina Maria Tenuta de Fretias, Adilson Longen e Rodrigo Morozetti Blanco. BRASIL AS.	2021
Multiversos matemática: sequências e trigonometria. Joamir Roberto de Souza. FTD	2021
Prisma matemática: geometria e trigonometria. Bonjorno, Giovanni Jr. e Paulo Câmara. FTD	2021
Matemática em contextos: matemática em contextos - trigonometria e sistemas lineares. Luiz Roberto Dante Luiz Roberto Dante e Fernando Viana. ÁTICA	2021
Conexões matemática e suas tecnologias: trigonometria. Fabio Martins de Leonardo. MODERNA.	2021

Fonte: O autor (2023).

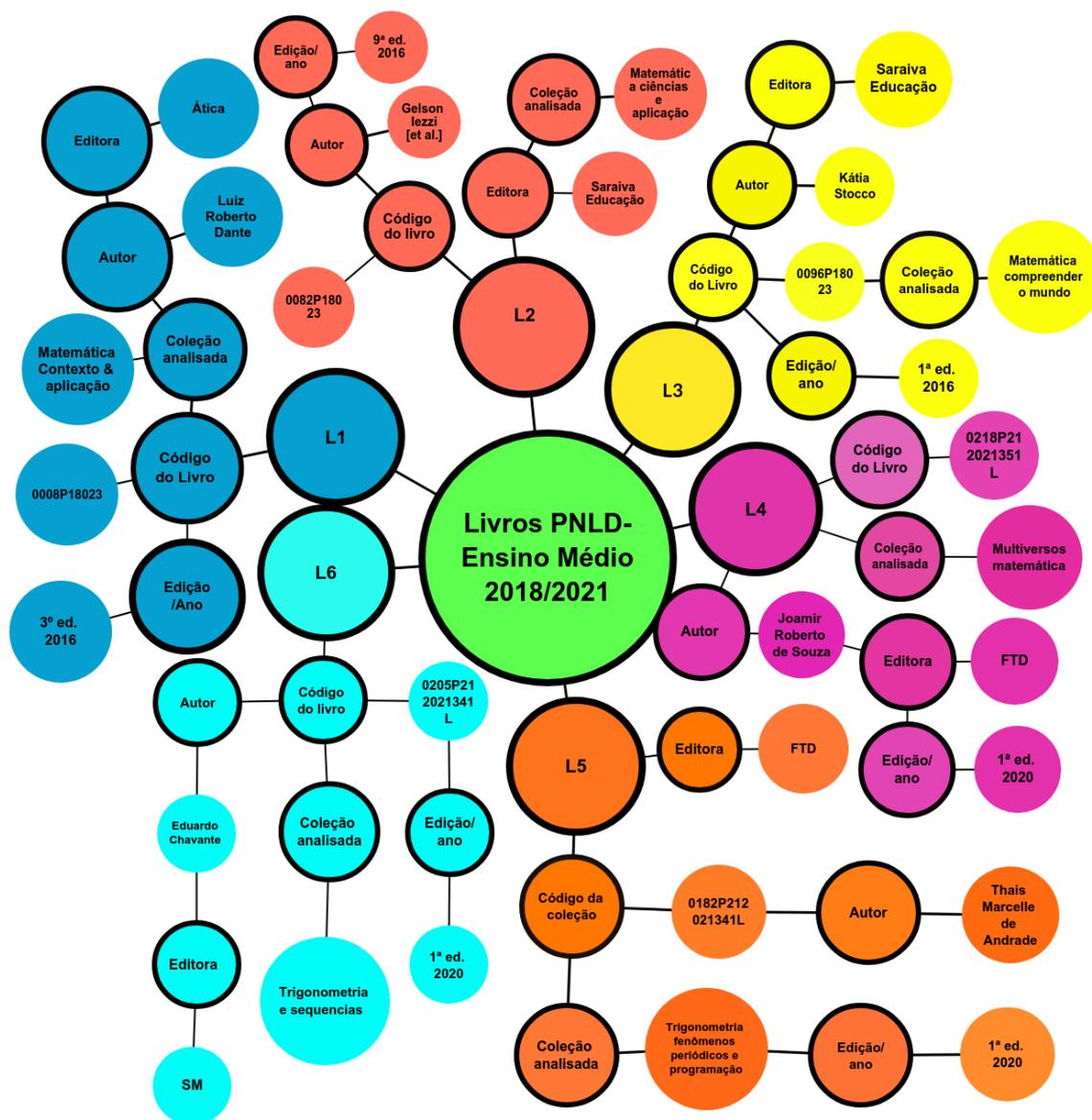
A partir dos resultados encontrados no Quadro 3, foi identificado que as coleções que mais apareceram nas duas últimas edições foram a de Luiz Roberto Dante, Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz.

Entende-se que o PNLEM vem passando por mudanças significativas a partir da BNCC. Todo o material a partir de 2021 foi elaborado de acordo com o documento nacional e também com a reforma do ensino médio, que atualmente se identifica como

Novo Ensino Médio (NEM). Os LD de 2021 foram organizados por área de conhecimento e por volume, sem a identificação da série, mas do nome do conteúdo a ser explorado, diferentemente da coleção de 2018, em que os LD foram identificados por volume e série.

Nesse panorama, a pesquisa buscou analisar, a partir dos Guias de Livros Didáticos do Ensino Médio (GLDEM) das duas edições (2018 e 2021), apenas três obras de cada edição, com o fim de identificar a abordagem do conteúdo função seno e a relação com a tecnologia para o ensino. A Figura 4, traz as obras escolhidas a partir das coleções.

Figura 4 - Livros Didáticos (LD) PNLD 2018/2021



Fonte: O autor (2023).

A organização da Figura 4 possibilitou identificar como o conteúdo função seno foi abordado nas duas coleções, a fim de verificar a interação do conteúdo com o meio social, interdisciplinaridade, desenvolvimento tecnológico, entre outros pontos que são inerentes à aprendizagem. É importante destacar que, no desenvolvimento das coleções, os autores podem despertar nos educandos a atenção por meio de novas abordagens, com imagem em 3D, gráficos com boa resolução e aplicativos tecnológicos.

A atenção é a função mais importante para o desenvolvimento humano, contribuindo para a aprendizagem e sobrevivência dos seres humanos. Para Pantano e Zorzi (2009, p. 24) “a atenção seletiva acentua o processamento sensorial como um todo, o que facilita o movimento planejado para uma provável/possível resposta”. Na Figura 5, é apresentada uma análise de como o conteúdo da função seno é abordado nos livros didáticos.

Figura 5- Análise dos LD

Temáticas Abordadas no LD	L1	L2	L3	L4	L5	L6
História da Função Seno	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	SIM	NÃO
Apresentação da Função Seno	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM
Situação Problema	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM
Uso do GeoGebra	SIM	SIM	NÃO	NÃO	SIM	NÃO
Uso do Winplot	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
Outros APP	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
Uso de Gráfico	SIM	SIM	NÃO	SIM	SIM	SIM
Estudo de Sinais	SIM	SIM	SIM	SIM	NÃO	NÃO
As Funções São Coloridas	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM	SIM
Apresenta da RA	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO

Fonte: O autor (2023).

A análise da Figura 5 evidencia que, de 10 itens ou possibilidades, apenas o L5 corrobora com apresentação da história da função seno. Nesse contexto, é pertinente investir em pesquisas que venham a contribuir para essa temática. Percebe-se que, ao se referir à Realidade Aumentada no estudo da função seno, nenhum dos livros apresenta a abordagem. Outro ponto que chamou à atenção, nessa análise, foi L5 e L6 não apresentarem o estudo dos sinais de uma função seno, visto que ele é muito importante para o desenvolvimento e aplicação desse conteúdo.

Ao se referir às tecnologias, é notável que os LD ainda apresentam pouca conexão com o conteúdo matemático, apenas os L3, L4 e L6 fazem algumas demonstrações do *GeoGebra*, mesmo com as mudanças da BNCC, que preconizam a inserção das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) no ensino da função seno, isso ainda é algo distante. Notadamente, a utilização de gráficos é de extrema importância para visualização da função seno. O L3 não apresenta as representações gráficas que as funções podem ser manuseadas. Para Tinoco *et al.* (1998, p. 12),

[...] a familiarização do aluno com os diversos tipos de gráficos pode se dar ao mesmo tempo que o aluno adquire as noções de variável e dependência, básicas para a construção do conceito de função. Essas noções ficam cada vez mais claras ao passo que o aluno constrói e interpreta gráficos.

Todos os LD apresentam a função seno de maneira ampla e mostram algumas aplicações por meio de situações-problemas cotidianas, as imagens que apresentam a aplicação da função são nítidas e coloridas, o que contribui para o desenvolvimento da atenção.

Esta análise permitiu identificar o comportamento da função seno no LD e como é sua interação com o espaço educacional. O primeiro contato dos educandos com a função seno é no ensino médio. O PNLD de 2018 a apresentava no livro da 2ª série, ao passo que no PNLD 2021, a escola escolhe em qual série o volume de trigonometria é trabalhado. Quanto à abordagem das temáticas espera-se que os LD despertem a atenção dos educandos por meio dos gráficos, cores, aplicações nos contextos, imagens em aplicativos ou 3D tecnologias. Além de todo esse processo faz-se necessário buscar melhores alternativas para atrair a atenção e o interesse dos educandos pela função seno e, nesse viés, o conhecimento histórico da função seno pode ser um grande aliado.

A subseção traz uma síntese sobre dissertações, teses e artigos que abordam as palavras-chave da pesquisa e que se aproximam do objeto.

#### **1.3.4 Dissertações e Teses nos Bancos de Dados e Artigos Científicos**

Para prosseguimento da pesquisa foram examinados trabalhos que apresentassem em sua estrutura conhecimentos acerca do objeto de estudo da

pesquisa “função seno” e a relação com a temática atenção seletiva e realidade aumentada. A visita aos acervos de dissertações e teses no Brasil teve a sua importância por permitir ao pesquisador identificar pesquisas que se aproximassem do objeto desta pesquisa para uma possível contribuição na fundamentação teórica.

Assim, o objeto foi fragmentado para encontrar os possíveis trabalhos, tendo obtido, assim, algumas palavras-chave: “função seno”, “atenção seletiva”, “realidade aumentada”. Pode-se dizer que elas foram extremamente importantes para a pesquisa no banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), além de alguns programas de ensino de ciências e matemática, começando pelo próprio programa no qual a pesquisa está inserida. Vale ressaltar que a proposta da investigação não resultou em um estudo da arte, destacando os trabalhos a partir das palavras-chave presentes em seu resumo e título.

Ao adentrar na investigação, a primeira busca aconteceu no âmbito local, no Repositório RIUFS, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA). Todas as palavras-chave foram introduzidas no repositório, porém, a que encontrou resultados em relação ao ensino da matemática foi a “realidade aumentada”. Para apontar as pesquisas passou-se a dispor de descritores para pesquisa em mestrado (M) e pesquisa em doutorado (D). Em mestrado são as dissertações e, em doutorado, as teses. O Quadro 4 evidencia o primeiro resultado da pesquisa.

Quadro 4 - Pesquisa encontrada no RIUFS/PPGECIMA

	AUTOR	TITULO	IES	ANO
M1	Roberto Carlos Delmas Silva	Realidade aumentada como interface para a aprendizagem de poliedros do tipo prismas	UFS-SE	2019

Fonte: O autor (2023).

Este resultado evidencia que o objeto em estudo é considerado inédito no banco de dados do programa, visto que relacionado ao ensino de matemática, à trigonometria e realidade aumentada não foi encontrado nenhum tipo de pesquisa.

Trilhando as investigações na CAPES, foi inserido no campo de busca as palavras-chave, seguindo uma sequência para não perder o foco. Ao inserir a palavra “função seno”, percebeu-se que os trabalhos encontrados não estavam de acordo com o objeto, apenas ligados aos títulos da trigonometria. Outrossim, a inquirição na

plataforma CAPES obteve 70 trabalhos com as palavras-chave inseridas, no período de 2012 a 2015. Não foi encontrada nenhuma publicação, de 2016, relacionada às palavras-chave e, de 2017 a 2021, apenas alguns. Ademais, várias outras obras foram encontradas, porém, priorizou-se as que se relacionavam ao ensino de matemática ou a formação em matemática.

Levando-se em consideração esses aspectos, a palavra-chave “realidade aumentada” foi a que mais apareceu produções, por se tratar de um tema mais amplo, discutido em diversas áreas do conhecimento, como na saúde e nas tecnologias, entre outras. Foi feito o filtro, nesse contexto, das que mais se aproximavam do objeto de estudo da pesquisa.

Utilizando as mesmas palavras-chave para pesquisar artigos, foram encontrados diversos com “a função seno”, trazendo, em parte, a discussão sobre as funções trigonométricas. Com a “atenção seletiva”, encontrou-se alguns, mas direcionando-se sempre para a Neurociência, em específico. Com “realidade aumentada”, os artigos encontrados sempre discorriam a realidade aumentada na discussão de elementos matemáticos que não se aproximavam do objeto em discussão. Portanto, os que mais se aproximaram do objeto foram as dissertações, aproximações que serão discorridas na sequência.

Após a finalização da análise, ficou constatado que 10 dos 70 trabalhos, estavam próximo do objeto em pesquisa, das quais todos são dissertações. Nenhuma tese foi encontrada. Os arquivos foram encontrados em *Portable Document Format – PDF*, disponíveis para *download*, sendo 6 na plataforma CAPES. Ainda foi pesquisado na BDTD, tendo sido encontrados 4 trabalhos que têm ligação direta com o objeto da pesquisa. O Quadro 5 mostra, mais detalhadamente, os trabalhos que foram identificados. Os encontrados na BDTD, foram identificados por “@” e os da CAPES por “#”, logo após a indicação do ano.

Esse procedimento é entendido como exploratório que, na visão de Koche (2000, p. 126), “a pesquisa exploratória tem grande utilização, principalmente no estudo das ciências. Nessa pesquisa não se trabalha com a relação entre variáveis, mas com levantamento dessas variáveis e de sua caracterização qualitativa.”

Quadro 5 - Mestrado (M) próximas do objeto de estudo

Autor		IES	Titulo	Ano
M1	Claudia Pereira dos Santos	PUC/SP	Função seno: um estudo com o uso do software Winplot com alunos do ensino médio.	2013@
M2	Marcelo Machado de Lima	UFG/GO	Uma proposta de análise dos gráficos das funções seno, cosseno e tangente usando o software geogebra	2017@
M3	Emilio Curi Neto	UFG/GO	Aplicação do polinômio de Taylor na aproximação da função Seno	2014@
M4	Ricardo Ferreira dos Santos	PUC/SP	O uso da modelagem para o ensino da função seno no ensino médio	2014@
M5	Gilvan Andrade Santos	UFS/SE	A função seno na educação básica e uma discussão acerca da inclusão de abordagens alternativas	2013#
M6	Genilson Valdez Araújo	UEMS/MS	A utilização da realidade aumentada no ensino dos poliedros convexos regulares	2013#
M7	Fredson Conceição dos Santos	UFPA/PA	realidade aumentada aplicada ao ensino de geometria espacial: um desafio para a educação matemática	2015#
M8	Carlos Antônio de Souza	UNIGRARIO /RJ	Uso da História da Trigonometria como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e coseno: Um estudo de caso	2012#
M9	Rodrigo Malan Loureiro Lima	UNILAB/CE	O uso da realidade aumentada no ensino de prismas: um referencial didático para professores do ensino médio	2021#
M10	Alex de Santana Rodrigues	UNIGRARIO /RJ	Realidade aumentada no ensino e aprendizagem de geometria: uma proposta pedagógica para o proeja	2019#

Fonte: O autor (2023).

Considerando o mapeamento realizado, 6 trabalhos estão ligados à palavra-chave “função seno” e 4 à palavra-chave “realidade aumentada”. Com a palavra-chave “atenção seletiva” não foram encontradas pesquisas que tivessem ligação com o objeto de pesquisa. Foi possível constatar que, nos trabalhos que tinham a palavra-

chave “função seno”, o objetivo voltava-se para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Ademais, muitos também faziam uma ligação com as tecnologias no panorama da trigonometria. Já os trabalhos com a palavra-chave “realidade aumentada”, tinham objetivos conectados à aprendizagem ou ao ensino de matemática, fazendo uma alusão à área de geometria espacial. Dessa forma, percebe-se como a pesquisa envolvendo os aspectos da trigonometria, em especial na função seno envolvendo a tecnologia da realidade aumentada, ainda não apresenta muito desenvolvimento.

De acordo com o que foi pesquisado, a investigação possibilitou verificar como se encontra a pesquisa relacionada ao objeto de estudo da função seno no atual momento da sociedade.

Pode-se dizer que a investigação está dentro da engenharia didática. Assim,

esclarece que no âmbito das investigações científicas, a engenharia didática, com finalidade fenomenotécnica, tem por objeto conciliar as obrigações normais de ensino e a reprodução e o estudo de fenômenos didáticos bem determinados. (CHEVALLARD, 2009b, p. 81-82).

O autor destaca a importância de conhecer o espaço que está pesquisando para que os resultados tenham uma interação com o objeto de estudo, permitindo o vínculo entre o pesquisador e os sistemas da investigação que é fruto das diversas instituições que desenvolvem essas pesquisas. Seguindo esse pensamento, o desenvolvimento da investigação nos repositórios pode guiar a novas produções científicas.

Tendo como base os trabalhos encontrados nos repositórios da CAPES e BDTD, a Figura 6 apresenta um panorama dos estados que discutiram o objeto de estudo da pesquisa e o seu quantitativo. São dissertações de mestrado, que serão identificadas por “M” seguido do número de ordem, pois, não foram encontradas teses relacionadas ao objeto de pesquisa.

Figura 6 - Enfoques que abordam a temática função seno e realidade aumentada no ensino de matemática no Brasil (2010-2021)



Fonte: O autor (2023).

Nesse panorama, o mapa ilustra os dados investigados com uma organização que permite entender como o desenvolvimento da pesquisa sobre o objeto de estudo desta vem se comportando no atual momento. Essa investigação é destacada nesta pesquisa como análises prévias. Artigue (1996, p. 198), argumenta que esse processo das análises prévias pode ser entendido como

a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; a análise do ensino habitual e dos seus efeitos; a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução; a análise do campo de constrangimento no qual virá a situar-se a realização didática efetiva; e, naturalmente, tendo em conta os objetivos específicos da investigação.

O autor descreve o quanto o pesquisador deve conhecer o seu objeto de estudo e como é importante recorrer a publicações existentes. Destarte, as análises prévias têm com foco principal fundamentar a concepção da engenharia, assim, todo o desenvolvimento depende do objetivo da pesquisa, pois, é este que norteará o grau de profundidade das análises.

Assim, a Figura 6 descreve como estão distribuídas as dissertações em nível nacional, de acordo com o objeto de pesquisa. Ressalta-se que as regiões Sudeste e Centro-Oeste detêm o maior número de pesquisas sobre função seno e realidade aumentada, enquanto a região Norte assegura a menor quantidade. Os estados de

São Paulo, Goiás e Rio de Janeiro aparecem em primeiro lugar empatados com 2 trabalhos cada um. O quantitativo por região foi importante para representar como as pesquisas que se aproximam do objeto em estudo estão sendo desenvolvidas em âmbito regional e nacional.

Esses dados mostram que, no Brasil, ainda é baixo o número de publicações referentes ao objeto de estudo desta pesquisa. A classificação traz, ainda, uma reflexão de como está o cenário de pesquisa relacionado às palavras-chave mencionadas anteriormente, podendo orientar outros pesquisadores que forem discutir temáticas que se aproximem da que está em discussão.

A seguir, outro ponto relevante que se destacou, foi a proximidade do objetivo de alguns trabalhos encontrados ao objeto de pesquisa função seno, o que é apresentado no Quadro 6.

Quadro 6 - Objetivos das dissertações analisadas

Dissertação	Objetivo
M1	O objetivo da dissertação foi investigar de que modo uma estratégia pedagógica apresentada na forma de sequências de atividades, com o uso do <i>software Winplot</i> , pode promover a aprendizagem da função seno para o aluno da 2ª série do ensino médio e ainda se pode contribuir na compreensão em um contexto físico-matemático.
M2	O objetivo deste trabalho foi, usando o <i>software GeoGebra</i> , fazer uma análise da função $f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$ (e também das funções $f(x) = a + b \operatorname{cos}(cx + d)$ e $f(x) = a + b \operatorname{tg}(cx + d)$ ) no sentido de mostrar ao aluno o que acontece com o gráfico da função (e através do gráfico também analisar as mudanças no domínio, imagem, período e também falar sobre paridade destas funções) quando se varia, separadamente (e no final uma análise completa), os valores de a, b, c e d.
M3	O objetivo principal esteve focado em aplicar a teoria de Taylor relativa a aproximações polinomiais aplicadas à função trigonométrica definida por $f: [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$ , onde $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ .
M8	O objetivo foi investigar como a história da trigonometria pode se constituir como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno, por parte de estudantes do ensino médio.

Fonte: O autor (2023).

Tendo em vista os trabalhos encontrados, pode-se verificar o quanto o ensino dos conteúdos matemáticos tem maior utilização das tecnologias digitais, pois elas estão mediando a compreensão da função seno de forma significativa, contribuindo com o educando para uma maior aproximação das concepções que cercam os campos do conhecimento matemático. Além disso, foi verificado que os autores das pesquisas sobre a função seno no ensino de matemática trouxeram evidências do uso de ferramentas digitais, devido às mudanças no âmbito social e documental da

educação nacional. Portanto, a análise do Quadro 6 evidenciou as referências ao desenvolvimento do ensino habitual da função seno no Brasil.

O caminho metodológico das análises prévias foi trilhado a partir das análises acerca de documentos da educação básica, livros didáticos e pesquisas científicas já realizadas no Brasil e em nível internacional, no estudo da função seno. Nessa vertente, o estudo sobre a trigonometria tem uma base de dados ampla, mas em relação às suas funções, ainda é pouco explorado.

Nesse propósito, esta investigação foi de caráter exploratório ou diagnóstico. Na concepção de Gil (2017, p. 60), “as pesquisas exploratórias tendem a ser mais flexíveis em seu planejamento, pois pretendem observar e compreender os mais variados aspectos relativos ao fenômeno estudado pelo pesquisador”.

Além disso, essa discussão apresenta os resultados das buscas em programas de pós-graduação em nível internacional, na perspectiva de trabalhos desenvolvidos sobre o objeto de pesquisa desta dissertação. Nesse ínterim, a pesquisa em matemática é presente em diversos países do mundo, por ser uma área do conhecimento universal que tem linguagem em qualquer parte, podendo alterar apenas a aplicação por estar em culturas diferentes, dependendo do local de aplicação. Foram utilizadas as palavras-chave: “função seno”, “atenção seletiva” e “realidade aumentada”.

De acordo com o levantamento em diversos *sites* de bancos de dados de artigos científicos que discutiram o ensino de ciências e matemática, encontrou-se diversos trabalhos sobre trigonometria, realidade aumentada e atenção seletiva. É importante esclarecer que, ao utilizar as palavras-chave citadas anteriormente na versão da língua portuguesa e inglesa, pôde-se constatar que os trabalhos encontrados não se aproximaram do objeto em pesquisa, pois, a maioria abordava a atenção seletiva na perspectiva do campo da saúde e não da educação, mais especificamente sobre o ensino da função seno. Já na realidade aumentada, o objetivo da maioria foi a discussão no campo da engenharia e arquitetura, assim, percebeu-se que a discussão sobre a atenção seletiva e realidade aumentada no campo da educação “aprendizagem da matemática” está em processo de desenvolvimento.

Nessa perspectiva, foram visitados *sites* como *Google Acadêmico*, *Scielo* e *PubMed*, e pôde-se perceber que o desenvolvimento de pesquisa sobre “função seno,

realidade aumentada e atenção seletiva”, ainda é escassa quando faz referência ao objeto da função seno em sala de aula.

Ainda é necessário esclarecer que, no ensino de matemática, o estudo dos aspectos atencionais e a realidade aumentada pode se tornar frequente num futuro próximo, podendo esta dissertação ser considerada referência para futuros trabalhos no cenário educacional, no ensino de matemática, utilizando a função seno com a perspectiva tecnológica em realidade aumentada.

A seção seguinte apresenta pontos relevantes na perspectiva da engenharia didática, abordando autores como Artigue (1990; 1996), Almouloud (2007), dentre outros, além da perspectiva da realidade aumentada discutida por Tori (2006) e, ainda, os processos neurocognitivos e psicocognitivos, abordando estudiosos dessas áreas que se conectam ao objeto de pesquisa.

Nesse panorama, a Atenção Seletiva com as perspectivas neurocognitivas e psicocognitivas para fundamentar o objetivo em estudo, enfatizando autores que explicam esse fenômeno na educação e suas funções para aprendizagem, vem como desenvolvimento do cérebro para a aprendizagem. Por fim, a Teoria Antropológica do Didático, que será apresentada no panorama matemático, descrevendo a relevância do objeto, será discutida para dar mais ênfase ao estudo.

#### **1.4 Fundamentação Teórica**

Ao pesquisar algumas civilizações acerca do desenvolvimento histórico da trigonometria com ênfase na função seno até o panorama atual, através dos documentos que norteiam o sistema educacional brasileiro, é necessário apresentar os princípios teóricos que coadunam no desenvolvimento desta pesquisa.

O foco desta pesquisa foi direcionado para o desenvolvimento da função seno. Assim, foi importante o estudo das estruturas cognitivas, pois elas contribuem para a ampliação desses conhecimentos. Dessa forma, adentrou-se no campo da Neurociência Cognitiva (NC), evidenciando trabalhos como Sternberg (2010), Gazzaniga *et al.* (2018), Cosenza e Guerra (2011), para destacar a compreensão do trabalho e como os objetos matemáticos e a atenção são importantes nesse panorama. A NC é um campo de pesquisa que estuda o cérebro. É nele que se

desenvolve todo o processo de aprendizagem e a atenção é parte ativa em tal processo.

Assim, a atenção pode ser estimulada a partir da visualização dos objetos. Nesta pesquisa é descrita a importância dos mecanismos de *bottom-up* e *top-down*, que interagem com a Teoria da Informação de Características. Nesse sentido, a atenção visual é importante para o desenvolvimento da atenção seletiva e integra as características específicas de um objeto às suas informações primitivas, a visualização direciona a atenção *bottom-up* ou a atenção *top-down*.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD), que está inserida na Didática da Matemática, amplia as discussões sobre o conhecimento matemático e suas relações com o comportamento humano. Logo, o pesquisador fez o uso da TAD nas investigações sobre o ensino da função seno no processo da realidade aumentada.

Nesse contexto insere-se a Realidade Aumentada (RA). Neste processo será discutida a inserção da tecnologia em 3D para o ensino da função seno e como essa tecnologia é abordada no panorama educacional. Desse modo, a RA tem a sua importância no atual contexto social pelo desenvolvimento tecnológico dentro dos ambientes educacionais.

#### **1.4.1 Atenção Seletiva**

Em todo o percurso da humanidade foi necessário desenvolver habilidades para se manter viva e garantir a existência da espécie. Nesse contexto, todo o desenvolvimento intelectual, motor, sensorial, entre outros, surge a partir da atenção. A atenção condiciona o ser humano nas suas tomadas de decisões e, em especial, na aprendizagem, por exemplo, quando está conversando com um colega em uma praça, é importante a atenção de quem está participando desse diálogo.

Além disso, a atenção está conectada a todo processo de informação, independente do espaço em que se está inserido, desenvolvendo assim algumas funções, sejam elas simples ou mais complexas. A aquisição da leitura é entendida como uma das funções em que é exercida a partir de estímulos presentes na atenção (POSNER; RAICHLE, 1994).

No atual momento da sociedade, falar em atenção ou exigí-la, se torna cada vez mais complexa, devido a vários fatores presentes no comportamento dos

indivíduos. No desenvolvimento de uma aula de matemática, a todo momento o professor estará impelindo os educandos a prestarem atenção, pois, sabe que sem o estímulo da mesma não terá aprendizagem significativa.

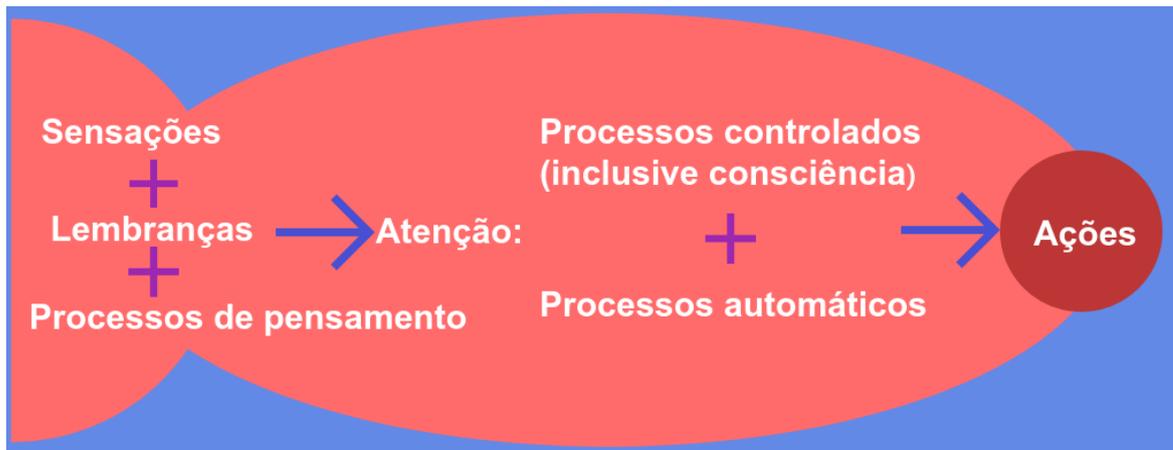
Sabe-se que os educandos passam muito tempo conectados nos aparatos tecnológicos e que estes atraem a sua atenção por meio de vídeos curtos em aplicativos ou o acesso nas redes sociais para dialogar. Assim, é importante trazer os recursos tecnológicos para os espaços educacionais com o intuito de atrair a atenção e corroborar na aprendizagem dos conteúdos dos componentes curriculares e na formação dos cidadãos.

Então, a aprendizagem traz para o ser humano uma mudança em seu comportamento, com aquisição de novas habilidades para o desenvolvimento de seu potencial, no entanto, a execução do novo é conectada através da informação, essa nova fase comportamental das pessoas exige bastante atenção (LEFRANÇOIS, 2008).

De acordo com o psicólogo William James, referenciado no livro psicologia cognitiva de Sternberg (2010), ter atenção é tomar posse, pela mente, de um entre o que parecem ser vários objetos ou linhas de pensamento, implicando afastar-se de algumas coisas para lidar, efetivamente com outras. Então, é importante destacar que, nesse processo de construção atencional, sempre será excluído o que for dispensável para a aprendizagem dos educandos e que essa divisão, no atual contexto, não é tarefa fácil de se realizar.

Desse modo, a atenção pode ser desenvolvida nos educandos de maneira rápida ou lenta, dependendo de cada mecanismo humano, pois cada indivíduo tem a sua forma de desenvolver-se. Nesse panorama, os psicólogos cognitivos defendiam que muitos aspectos da atenção estão vinculados à atenção consciente, sendo uma reflexão do que está acontecendo ao seu redor. A atenção consciente atende os seguintes requisitos, de acordo com Sternberg (2010): contribuem no monitoramento dos indivíduos com o seu contexto; interliga o passado com o presente, promovendo um sentido no futuro; adapta ao controle de ações futuras. A Figura 7 destaca as três condições para se atingir os objetivos.

Figura 7 - Objetivos da atenção segundo Sternberg



Fonte: O autor (2023), adaptado de Sternberg (2010, p. 108).

A atenção é uma função cognitiva, onde os processos conscientes, somados com os processos automáticos, convergem, exigindo, assim, um esforço ou não do cognitivo. Portanto, a primeira demanda menos exigente do controle da consciência, por sua vez, os controlados precisam de mais atenção, extraíndo mais do cognitivo e os automáticos absorvem menos que os controlados, indicando que, nesse processo, o cognitivo é uma sequência entre eles.

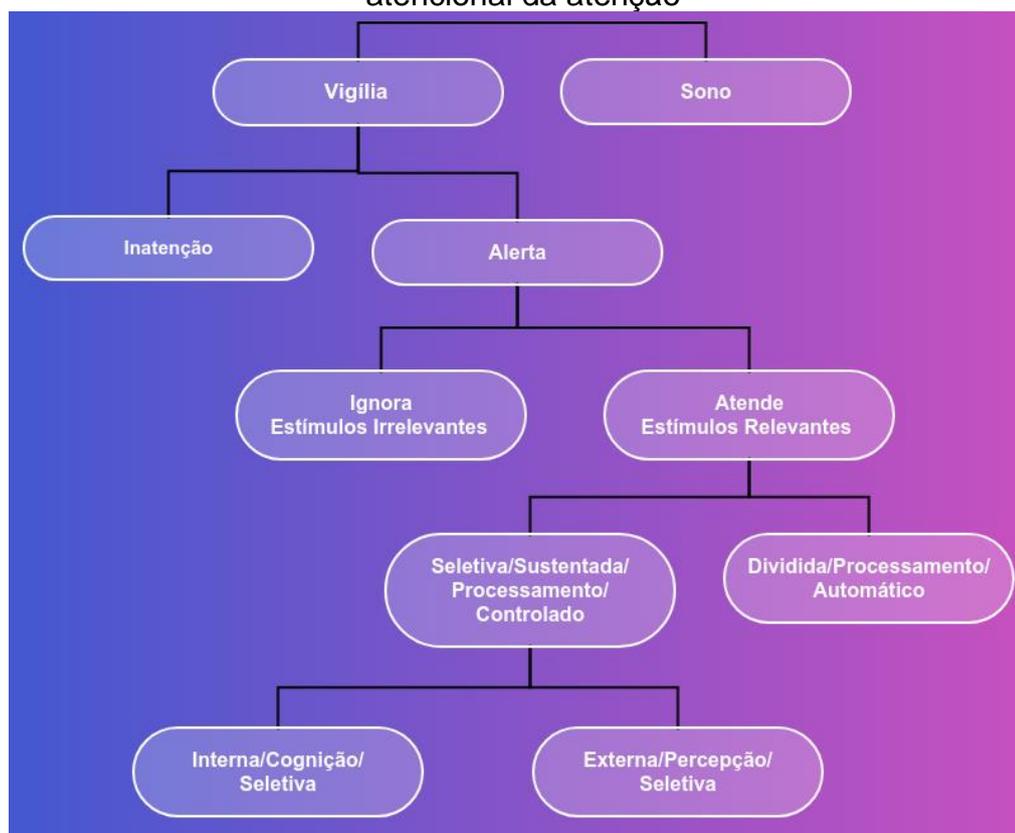
Ainda pode-se destacar os processos controlados *versus* processos automáticos. Esses processos não demandam muito esforço do cognitivo e podem acontecer simultaneamente. Corroborando, Rensink, (2000, p.39), afirma que “um processo cognitivo é automático quando não é controlado, não é intencional, não é autônomo, não é consciente, quando é independente de um objetivo e é mais governado pelas expectativas que pela objetividade dos estímulos.”

Nesse contexto, a atuação dos sistemas atencionais para os processos automáticos e controlados condiciona algumas mudanças nas áreas do cérebro que atuam com a responsabilidade na seleção e manutenção no controle da atenção. Esse processo da atenção acontece com o desenvolvimento dos estímulos recebidos pelos órgãos sensoriais e seu controle depende de algo que já exista na memória do sujeito (GAZZANIGA *et al.*, 2018).

Muitas tarefas começam com os processos controlados e decorrem de forma a não exigir nenhum esforço cognitivo, transformam-se automaticamente. Isso pode ser associado ao desequilíbrio de Piaget na questão de a aquisição de um conhecimento demandar uma análise profunda das técnicas disponíveis e, com o passar do tempo,

se tornar algo automático. Assim, esse processo de transmutação do processo consciente para o inconsciente é compreendido como automatização. Os meios em que a atenção permeia no âmbito do mecanismo atencional, afunilado nas discussões dos procedimentos automáticos e controlados é apresentado na Figura 8, em um pequeno esquema elaborado por Lima (2005).

Figura 8 – Caminhos automáticos/controlados mecanismo atencional da atenção



Fonte O autor (2023), adaptado de Lima (2005, p. 115).

Desse modo, o entendimento sobre o caminho da atenção deixa evidente que existem inúmeros fatores que influenciam o processamento da mesma, como o espaço em que o indivíduo está inserido, participação em atividades, a motivação, aquisição de informações relevantes, o estado emocional do sujeito, entre outros (CORTESE *et al.*, 1999).

Para entender melhor como ocorre o desenvolvimento da atenção nos seres humanos foi necessário classificar a atenção de acordo com Lima (2005) em dividida, sustentada, alternada e seletiva, conforme descrita na Figura 9.

Figura 9 - Classificação da atenção



Fonte: O autor (2023), adaptado de Lima (2005).

Tendo em vista os tipos de classificação da atenção descritos por Lima (2005), na sequência será explanado sobre as características de cada uma, na visão de vários autores. Para Lent (2002), a atenção dividida acontece quando separa em dois elementos: a atenção explícita, quando foca em um objeto em razão do outro, de modo involuntário e a atenção implícita são os objetos que estão próximos do campo visual.

A atenção alternada é constituída a partir do momento em que o indivíduo mantém o foco na mesma proporção, ora em uma ora em outra, a atenção sustentada é desenvolvida quando a pessoa mantém a atenção no mesmo objeto e, a atenção seletiva ocorre quando é selecionado o que é mais importante na visão do indivíduo, (RUSSO, 2015).

A falta da atenção seletiva ocasiona um prejuízo cognitivo aos educandos, afetando o desenvolvimento das habilidades na leitura, escrita, raciocínio lógico, entre outras, além de contribuir para o desenvolvimento de doenças, a exemplo de esquizofrenia seria (FUENTES, 2001). Então, a atenção seletiva se refere aos

mecanismos cerebrais incumbidos de selecionar as informações mais importantes e ignorar os estímulos distraidores (GAZZANIGA *et al.*, 2018).

Na concepção de Myers (2012, p. 68), “por meio da atenção seletiva, sua atenção consciente focaliza, como um feixe de luz, apenas um aspecto muito limitado de tudo aquilo que você vivencia”. São lançadas a todo tempo diversas informações que chegam ao cérebro de diversas maneiras, assim, é natural que o sistema cerebral faça uma seletividade em função do momento e de uma série de fatores.

Contudo, a tecnologia tem um grande potencial para desenvolver, nos educandos, habilidades de aprendizagem, concentrando-se nos estímulos das atividades desenvolvidas na presença de outros estímulos. Então, o uso da tecnologia na educação aciona a atenção seletiva e, esta, consegue escolher qual será o foco da mente. As cores, os movimentos e as criações são fatores importantes nesse processo.

Nota-se, a princípio, que os elementos presentes na aplicação da realidade aumentada como as cores, as formas, os movimentos dos objetos são elementos importantes para o desenvolvimento da atenção. A Teoria da Integração de Características (TIC) é embasada nos estudos de Treisman<sup>3</sup> e Gelade<sup>4</sup> (1980) e Treisman e Sato (1990). Treisman classifica essa teoria em dois estágios: pré-atentivo e atento. No entanto, nesta pesquisa, o pesquisador atribuiu aos estágios nomenclaturas diferentes, mas o desenvolvimento na identificação das características do objeto se configura o mesmo processo.

Logo, supõe-se que os elementos visuais são fatores importantes acontecendo em dois estágios: o “pré-atentivo” acontece quando não há mobilização dos meios atentos e o “pós-atentivo” quando há uma mobilização relativa do foco atencional, esses formam o conjunto conhecido como atento.

Assim, o pré-atentivo acontece de maneira simultânea quando todos os objetos são localizados e define uma característica na busca. Para tanto, esses processos buscam decodificar, sem intervir, nos recursos cognitivos, selecionando as

---

<sup>3</sup> Anne Marie Treisman (Wakefield, 27 de fevereiro de 1935 - 10 de fevereiro de 2018) foi uma psicóloga inglesa que trabalhava no Departamento de Psicologia da Universidade de Princeton. Suas pesquisas tinham como foco atenção, percepção de objetos e memória. Uma de suas ideias mais conhecidas é a teoria de integração de características da atenção, publicada originalmente com G. Gelade em 1980.

<sup>4</sup> Garry Gelade estudou psicologia e estatística em Cambridge, onde ajudou a fundar a Cambridge Buddhism Society e depois obteve seu doutorado em Psicologia Experimental na Universidade de Nottingham. Ele então se envolveu em pesquisas em Oxford. Tornou-se secretário da Sociedade Budista da Universidade de Oxford na década de 1970. Alguns de seus trabalhos de pesquisa originais sobre memória e atenção tornaram-se parte do currículo de psicologia de nível A.

informações visuais relevantes contidas no ambiente (TREISMAN; GELADE, 1980; TREISMAN; SATO, 1990). As combinações das características são processos lentos, as análises das informações são estratégias que relacionam a identificação e integração dos objetos presentes na cena de busca (TREISMAN; GELADE, 1980; TREISMAN; SATO, 1990).

Os mecanismos pós-atentivos acontecem quando a informação é integrada por meio dos recursos atentivos, caracterizando um processo lento de seleção serial, objetos seriam integrados, um após o outro, em uma busca serial até a identificação do alvo (TREISMAN; GELADE, 1980; TREISMAN; SATO, 1990). Assim, esses objetos interagem as características em um único objeto e contribuem para a identificação do alvo.

Então, os símbolos são codificados e, assim, podem ser assimilados por meio da visão e identificados após uma breve exposição. Além disso, as formas e cores podem se destacar no ambiente em que se localizam. Nesse entendimento, os mecanismos pré-atentivos podem ocorrer antes da atenção consciente, favorecendo ao ser humano a possibilidade de entender quais objetos são oferecidos a sua atenção.

Destarte, esses atributos estão ligados, anteriormente, à atenção consciente, onde cada atributo tem o seu propósito de visualização em diferentes concepções, e podem ser utilizados para diferenciar os conceitos e categorias em que se encontra cada objeto.

A atenção é o processo responsável pela integração das características de um objeto composto por vários atributos em uma posição específica no espaço retinotópico <sup>5</sup> (TREISMAN; GELADE, 1980; TREISMAN; SATO, 1990). Dessa maneira, a integração dos objetos pode acontecer de modo aleatório no alvo, bem como as representações por um modelo em seu tempo de reação no cérebro humano.

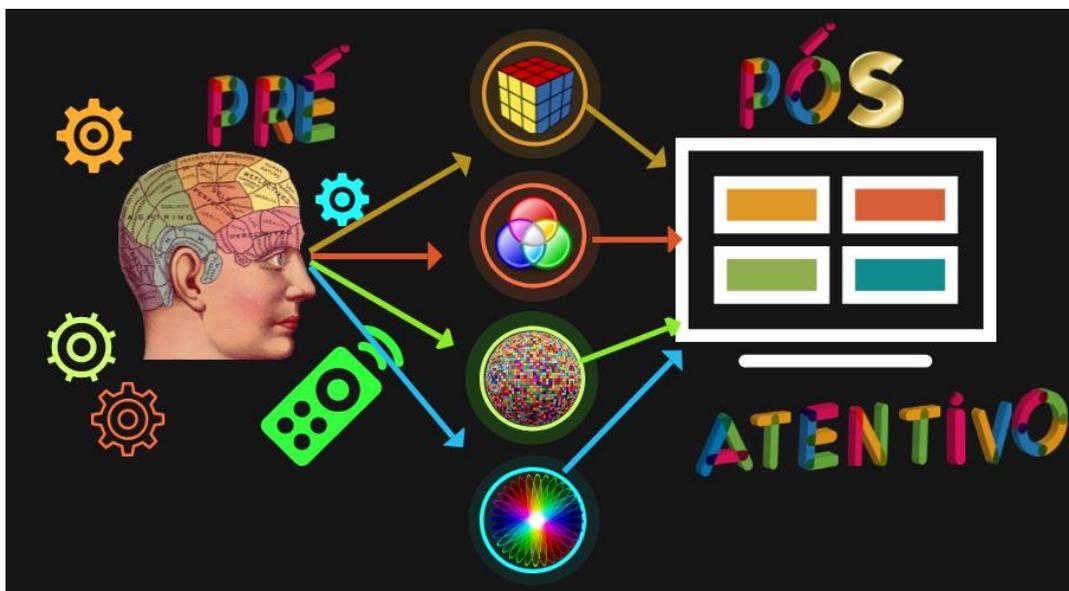
Nesse processo, a mente humana é focada em uma característica específica de um objeto, como se fosse uma sequência e o tamanho do objeto pode interferir na decodificação. Dessa forma, “a atenção, nesse processo, pode ser comparada a uma cola mental, capaz de integrar, coerentemente, os objetos definidos por múltiplas

---

<sup>5</sup>São áreas corticais do cérebro responsável pela visão. As diferentes áreas são correlacionadas entre si e, por isso, é difícil definir as propriedades funcionais intrínsecas a cada uma delas.

características, como cor e forma, cor e tamanho” (STERNBERG, 2010, p. 90). A Figura 10 esboça essa representação.

Figura 10 – Estágios



Fonte: O autor (2023).

O sistema perceptivo é um conjunto de sistemas de controle que se designa por “atenção”. Neste sentido, a Teoria da Integração de Características (*Feature Integration Theory; FIT*) de Treisman e Gelade (1980), diz que a percepção é, conseqüentemente, a busca do visual levada por diversos campos da avaliação, o que constitui um módulo especializado do pré e pós-atentivo. Nesse panorama, as cores são características básicas para a identificação e percepção dos objetos que vão integrando as informações no cérebro e, assim, esse desenvolvimento contribui para a aprendizagem (TREISMAN; GELADE, 1980).

O cérebro sempre foi uma ferramenta importante para a evolução humana. É nele que os conhecimentos são gerados e transmitidos a todo o corpo por meio do sistema nervoso. As células básicas desse órgão são os neurônios. Para Gazzaniga *et al.* (2018, p. 89), “o cérebro pode ser visto como uma coleção de circuitos neurais interativos”. Esses circuitos se acumularam e se desenvolveram no decorrer da evolução humana.

O cérebro possui estruturas que são básicas para o desenvolvimento das atividades humanas como enxergar, ouvir, lembrar e interagir com os outros. Sem

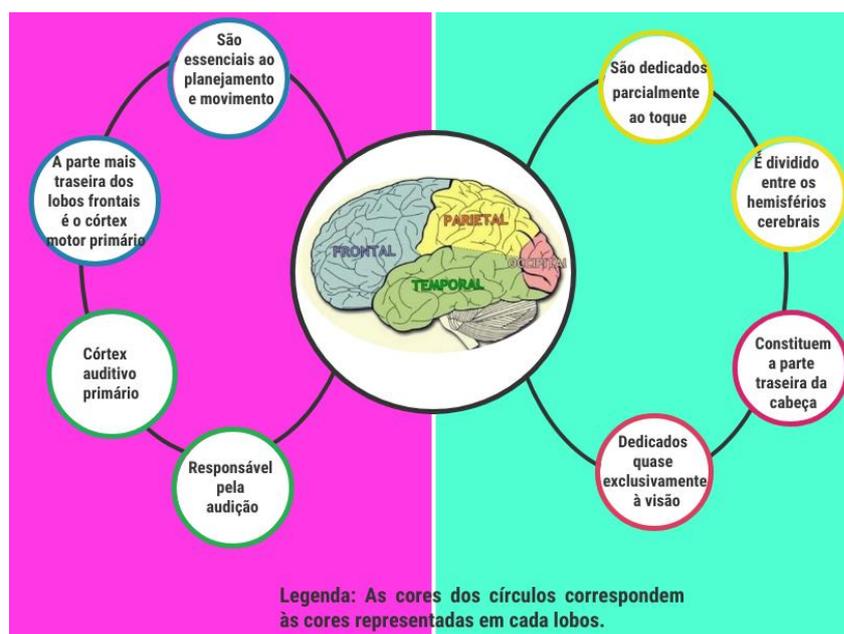
elas, o corpo não funcionaria, pois, o cérebro não processaria a aprendizagem, visto que, ouvir, ver, pensar são indispensáveis para aprendizagem (GAZZANIGA *et al.* 2018).

Na concepção Ackerman (2004, p. 3), o cérebro é chamado de “aquele brilhante amontoado, aquela fábrica de sonhos, aquela multidão de neurônios dando todas as cartas, aquele inconstante local do prazer”. Ademais, o cérebro, órgão mais importante do corpo humano, é cheio de estruturas que o dividem e cada parte possui sua função através do sistema nervoso, as conecta.

As divisões regionais do cérebro são importantes para o desenvolvimento dos sentidos e algumas informações sensoriais (COSENZA; GUERRA, 2011). Estas são levadas pelas correntes neuronais que chegam ao córtex cerebral, onde cada um tem a sua função, sendo dividido em quatro regiões denominadas lobos frontais, lobos parietais, lobos occipitais e lobos temporais.

O córtex cerebral tem a função de processar e controlar as informações dentro do corpo humano, além disso, pode adaptar os seres como no processo da aprendizagem, por exemplo. Os lobos occipitais são uma porção do córtex cerebral existente na parte posterior da cabeça e inclui áreas que recebem informações dos campos visuais (MYERS, 2012). A Figura 11 mostra essas regiões, indicando o papel de cada uma.

Figura 11 - O córtex cerebral

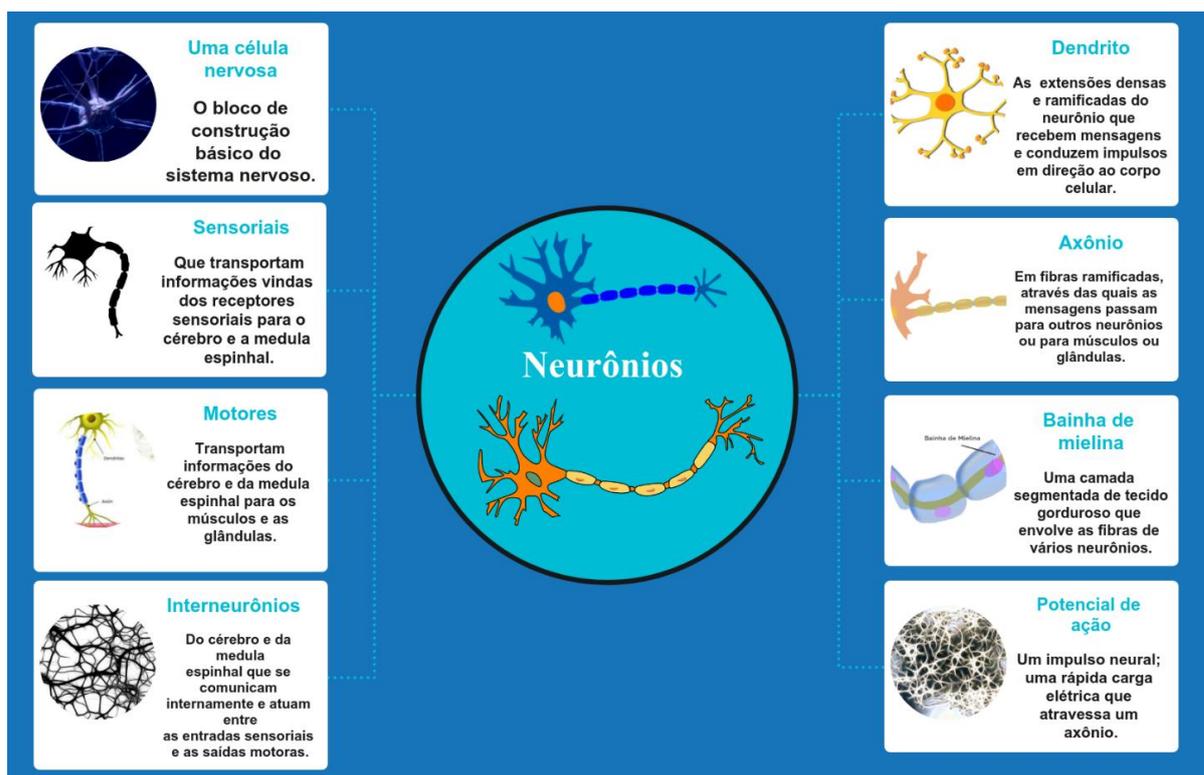


Fonte: O autor (2023).

As funções do córtex cerebral são ligadas através dos neurônios. Assim, o cérebro recebe informações que vêm do interior do corpo. As informações são transmitidas e os indivíduos selecionam o que é mais importante. Ainda que o córtex cerebral se localize externamente aos hemisférios direito e esquerdo, os dois hemisférios funcionam de maneira diferentes (STERNBERG, 2010).

Dentro desse processo de transmissão de informações no corpo humano, os responsáveis pelas ligações desses conhecimentos são os neurônios, os quais disparam um impulso chamado potencial de ação - uma rápida carga elétrica que atravessa o axônio, então, o corpo possui muitos neurônios e cada um desenvolve a sua função de transferência de informação. A Figura 12, descreve as características de cada neurônio.

Figura 12 – Características dos neurônios



Fonte: O autor (2023).

Assim, “cada neurônio é, por si só, um dispositivo tomador de decisões em miniatura que realiza cálculos complexos ao receber sinais de centenas, até milhares, de outros neurônios” (MEYRES, 2012, p. 37). Nesse contexto, todos os neurônios

trabalham em parceria para o desenvolvimento do cérebro e das informações que circulam simultaneamente no corpo humano, corroborando para a aprendizagem.

Quando há um encontro entre dois neurônios, ocorre o que se chama de sinapse, que é entendida como zonas ativas de contato entre as terminações por onde passam os impulsos nervosos (LENT, 2008). “Toda informação processada no cérebro envolve neurônios “conversando” uns com os outros em sinapses” (MEYRES, 2012, p. 39), sendo essa comunicação extremamente importante para o desenvolvimento atencional e da aprendizagem.

A transferência de informação através da sinapse de um neurônio para outro é chamada de transmissão sináptica, a qual é de grande importância para o desenvolvimento da cognição dos seres humanos no processo de aprendizagem. Assim, é emitido um sinal entre os neurônios, ocorrendo quando a terminação de um neurônio e a membrana de outro entram em contato, acontece a conexão entre células vizinhas, entre um ou mais transmissores (BEAR; CONNORS; PARADISO, 2017). A Figura 13 ilustra esse processo na sinapse.

Figura 13 - Ilustrativa de sinapse



Fonte: O autor (2023).

A aprendizagem é consequência de uma facilitação de passagem de informação ao longo das sinapses (COSENZA; GUERRA, 2011). Dessa forma, a sinapse, por sua vez, é uma junção especializada onde uma parte do neurônio faz

contato e se comunica com outro neurônio ou tipo celular (BEAR; CONNORS; PARADISO, 2017).

Essas funções são importantes para o desenvolvimento da atenção e aprendizagem. A Neurociência Cognitiva é a ciência que supõe, segundo Minsky (1986, p. 287), que “a mente é o que o cérebro faz”. Só não se sabe como ele o faz. A Neurociência, no estudo e discussão sobre o cérebro, dentro da educação é conhecida como neuroeducação.

Ao descrever os conhecimentos científicos e as suas possíveis funcionalidades dentro da fisiologia humana, buscando entender as emoções e características do cérebro no desenvolvimento das práticas educacionais, na busca da aprendizagem, “as neurociências estudam os neurônios e suas moléculas constituintes, os órgãos do sistema nervoso e suas funções específicas e também as funções cognitivas e o comportamento que são resultantes da atividade dessas estruturas” (COSENZA; GUERRA, 2011, p. 142). Os profissionais da educação que desejam desembarcar nessa percepção multidisciplinar devem pensar nas suas próprias metodologias na aprendizagem dos educandos.

Têm-se, assim, que as funções e as estruturas presentes no cérebro desenvolvem e ativam a atenção corroborando para a aprendizagem.

[...] embora o educador atribuísse, frequentemente, as dificuldades de aprendizagem a um problema neurológico, não havia clareza de que o processo de aprendizagem normal fosse mediado por estruturas cerebrais com suas respectivas propriedades e funções [...] (COSENZA; GUERRA, 2011, p. 142).

Assim, as estruturas cerebrais são as correntes no processo de ativação da atenção. Essa discussão é abordada nesta pesquisa por envolver o cérebro como precursor da aprendizagem. Destarte, pode-se destacar o sistema límbico como organização dessas estruturas, logo, ele é composto pelas estruturas subcríticas que são importantes para a compreensão das funções e incluem hipotálamo, tálamo, hipocampo, amígdala e gânglios basais (GAZZANIGA *et al.*, 2018).

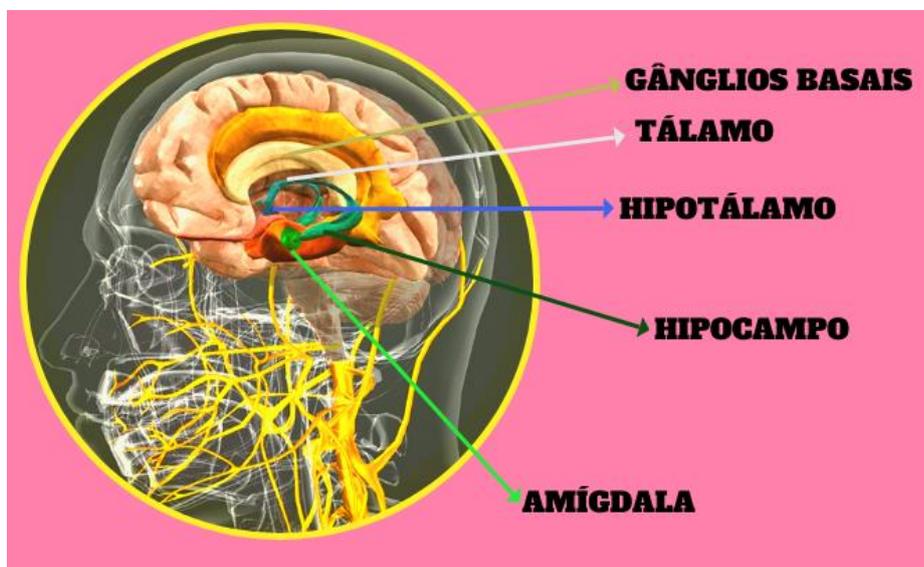
Então, as estruturas cerebrais têm as suas funções no desenvolvimento da aprendizagem. O primeiro passo é o desenvolvimento das sensoriais (visuais e auditivas), onde as imagens provocam a ativação do córtex visual occipital, porém a amígdala também recebe quantidade considerável de estímulos provenientes das

áreas temporais associadas à visão, o que gera a formação de memórias através dos circuitos hipocâmpais (BEAR, 2008).

Ocorre, assim, nesse processo a aproximação da relação funcional do corpo amigdalóide com o hipocampo, também situado no lobo temporal, vinculando o processo de armazenamento de memórias com os seus respectivos coloridos emocionais (HEIMER, 2006). Para tanto, “enquanto o hipocampo lembra os fatos puros, a amígdala retém os sabores emocionais que os acompanham” (GOLEMAN, 2012, p. 34). Nessa assertiva, a amígdala tem um papel importante no desenvolvimento da aprendizagem por ela sempre envolver condicionalmente o reforço dos valores emocionais independentemente da situação em que o sujeito esteja envolvido.

Nas situações de aprendizagem da função senso, o hipocampo determina o conhecimento sobre a mesma e a amígdala sinaliza como a aprendizagem pode acontecer. A Figura 14 apresenta sistema límbico.

Figura 14 – Sistema límbico



Fonte: O autor (2023).

O propósito de apresentar a Neurociência Cognitiva é considerar os sujeitos de um determinado ambiente escolar para aplicação dos conhecimentos da mesma. Considera-se o cérebro o espaço onde acontecem todas as mudanças que o corpo humano pode ter, inclusive a aprendizagem, que todas as estruturas apresentadas têm função nesse processo e, no caso de danificar-se uma delas, a aprendizagem

pode ser afetada. Então, uma lesão na amígdala pode reduzir capacidade de raciocinar, reduzindo o emotivo e, assim, afetando outros espaços do cérebro presentes nesse sistema (LEDOUX, 2001). Para dar seguimento à discussão sobre atenção, no subtópico seguinte são abordados os aspectos do *bottom-up* e *top-down* e a Teoria de Integração de Características (TIC), a fim de enriquecer o diálogo entre as teorias em pauta.

#### **1.4.1.1 *Bottom-Up* e *Top-Down* e a Teoria da Integração de Características (TIC)**

O estudo sobre a atenção envolve vários fatores da sociedade, pois é uma ação de interação dinâmica e complexa existente entre as formas de acontecimentos que ocorrem sobre a atenção em cada momento, assim, alguns autores como Sternberg (2010) discorrem sobre os processos que ela desenvolve no consciente e inconsciente, sendo acionada por sensações (presente) e lembranças (passado) para a tomada de decisões. Nessa concepção, dois estudos foram importantes para esta pesquisa: *bottom-up* e *top-down*.

*Bottom-up* é a parte da atenção que se direciona de forma involuntária, atraída por estímulos visuais que emergem dentro dos alvos de uma cena e os *top-down* ocorrem dentro dos alvos específicos, de acordo com a importância atribuída pelo próprio observador no momento da ação (MILLER, 2000). Os estímulos, nesse processo, podem ser condicionados a partir da interação entre *bottom-up* e *top-down*.

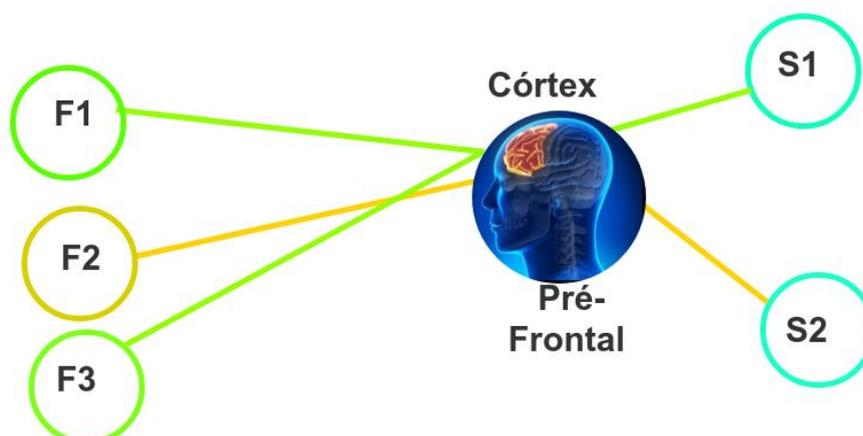
A atenção define a capacidade mental para selecionar estímulos, respostas, memórias ou pensamentos que se consideram mentalmente relevantes entre os muitos outros que se concebem mentalmente irrelevantes (CORBETTA, 1998; FRINTROP *et al.* 2010). Nesse processo, acontece a integração dos objetos por meio dos estímulos, corroborando, assim, a Teoria da Integração de Características discutida por Treisman e Gelade (1980).

Esse processo é definido por Treisman e Gelade (1980) como busca conjuntiva de características. Por exemplo, a simples ação de usar o *GeoGebra* (S1) quando este estiver sendo usado (F1) está condicionada à premissa do *GeoGebra*, estar desenvolvendo a função seno por meio da realidade aumentada e pertence ao usuário (F3), caso contrário (F2), o *GeoGebra* pode ser manuseado de outras formas (S2), desenvolvida no córtex pré-frontal, onde o controle cognitivo é enfatizado quando um

mesmo estímulo pode levar a mais de uma resposta, conforme condicionado por um outro estímulo (MILLER, 2000).

A Figura 15 descreve como podem ser desenvolvidos os processos no córtex pré-frontal. Assim, um determinado número de estímulos pode formar um conjunto (mostrado em verde), esse conjunto ativará uma saída em (S1), neste contexto, no período de aprendizagem podem ocorrer diversas associações do objeto e das informações distintas (mostrado em amarelo), serão representadas por diferentes padrões no córtex pré-frontal, levando a outras respostas, neste caso representado por (S2).

Figura 15 – Controle da Cognição



Fonte: O autor (2023), adaptado de Miller (2000).

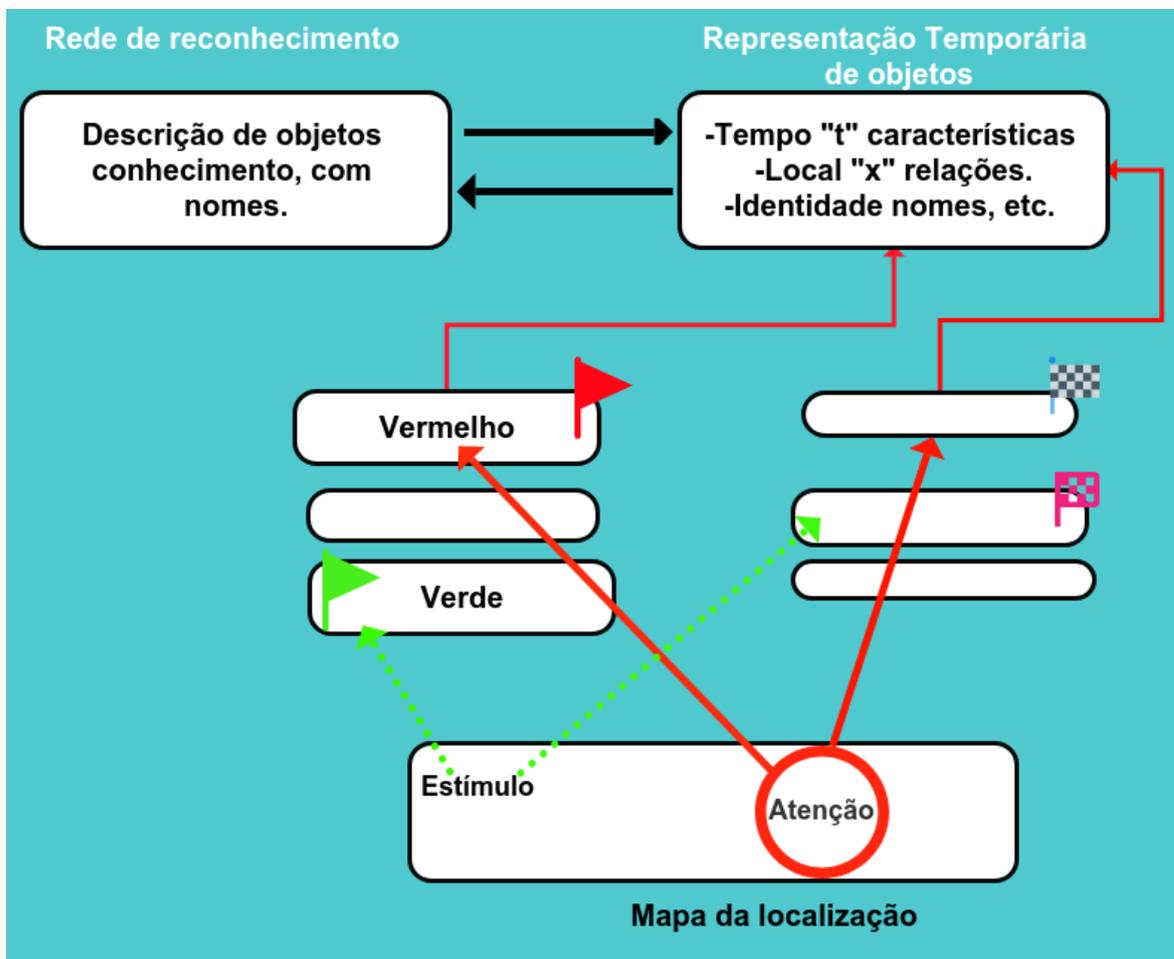
Tal ação envolve os estímulos visuais atencionais na ativação do córtex pré-frontal, sendo responsável pelo planejamento da ação, como a execução de movimentos sacádicos<sup>6</sup> e a modulação da atenção via *feedback*<sup>7</sup>, processando as vias de entradas visuais (ITTI; KOCH, 2001). Assim, a atenção desencadeia o comportamento do indivíduo no seu modo de pensar, planejar e agir no seu espaço, inclusive na aprendizagem da função seno. Diante disso, a TIC apresenta em sua estrutura um diagrama, como o modelo mostrado na Figura 16.

<sup>6</sup> É o movimento dos olhos, ou sacada, é fundamental para o bom funcionamento da visão. Esses movimentos que os olhos fazem são capazes de reagir juntamente do cérebro para absorção das informações.

<sup>7</sup> Um feedback nada mais é do que uma resposta dada a um estímulo como uma maneira de avaliá-lo. No ambiente interno de uma empresa, isso diz respeito às avaliações de desempenho realizadas com a equipe, tanto a respeito do que se espera de colaboradores, quanto às suas expectativas relacionadas à organização.

A Figura 16 apresenta o mapa das características que se orientam pelas cores descritas, dando as informações necessárias para a codificação dos objetos em um único plano, além de manter informações básicas para a representação e reconhecimentos de objetos com a criação do foco na atenção. As cores presentes no diagrama mostram como a sua combinação contribui para o desenvolvimento da TIC, além da sua posição ser a troca com os distratores que redirecionam a atenção com os estímulos, dando ao cognitivo o reconhecimento dos objetos e a execução dos mesmos (BENICASA, 2013).

Figura 16 - Diagrama do modelo da TIC



Fonte: O autor (2023), adaptado de Treisman (1998).

A informação na TIC define a formação do objeto, sua localização, suas características primitivas além dos conhecimentos preliminares sobre a formação do objeto ou o alvo. Nesse percurso, “é importante notar que, quando existem objetos

com características primitivas similares, um mecanismo de atenção *top-down* será necessário para selecionar um dos objetos como alvo” (BENICASA, 2013, p. 39).

O *top-down* é realizado por meio de atividade cognitiva e possui características para serem modeladas como distância-objetivo e região-objetivo. O *bottom-up* tem mecanismos capazes de visualizar diferentes características. Esse processo da atenção, segundo Benicasa (2013),

exerce sua função de forma completa, deve contar com informações (estímulos), tanto involuntárias - *bottom-up* - quanto voluntárias - *top-down* - que possam direcionar a atenção para locais ou objetos de maior importância ou interesse na cena. Sendo assim, de acordo com a teoria de integração de características, podemos concluir que a integração dos sinais provenientes destas vias possa, coerentemente, estabelecer o foco da atenção [...] (BENICASA, 2013, p. 12).

A afirmação enfatiza as conexões existentes dentro do processo da atenção, no qual a sua organização depende de vários fatores e essa interação entre *top-down*, *bottom-up* e TIC pode ter pontos importantes na detecção dos sinais dentro das vias neurais. Stevens e Bavelier (2011) afirmam que o processo *bottom-up* acontece a partir das percepções sensoriais que são ativadas e direcionadas a focalizar o alvo, já o *top-down* acontece quando processa a informação e não depende, exclusivamente, da percepção dos estímulos sensoriais, porém, cria expectativa previamente e se torna responsável na direção do foco da atenção.

Essa subseção agrupou os preceitos da TIC que são essenciais na análise em tarefas dentro da organização praxeológica na instituição. A seguir, a discussão será voltada para a Teoria Antropológica do Didático, momento que também se discute o ser humano, porém, com a parte Didática da Matemática dentro de uma organização praxeológica, desde a pontual até a global.

#### **1.4.2 Teoria Antropológica do Didático (TAD)**

Nesta subseção, a discussão sobre a Teoria Antropológica do Didático discorre sobre a ideia da teoria, bem como as suas bases históricas, seu desenvolvimento na prática educacional, as praxeologias e alguns momentos didáticos, a fim de mostrar como essa teoria se desenvolve e pode ser utilizada nas discussões sobre o ensino de matemática e outros campos do conhecimento humano, visto que ela pode ser

desenvolvida em qualquer campo do conhecimento ao se trabalhar com seres humanos.

A Teoria Antropológica do Didático estuda a Didática da Matemática e tem relevância na discussão dos conceitos matemáticos. Situa-se na área de pesquisa de Yves Chevallard (2009), tendo iniciado na década de 1990 um ciclo de evolução teórica na Didática da Matemática que já dura cerca de 30 anos, considerando que Yves Chevallard (2009) já discutia a noção de Transposição Didática (TD) e que a TAD, não só incorpora, mas amplia a noção da TD, desde meados da década de 1980. Seus estudos concentraram-se dentro dessa teoria, baseando-se na didática no campo da antropologia.

A concepção da Didática da Matemática busca descrever o didático, identificando o objeto em estudo e propõe caracterizar o desenvolvimento do estudo e a forma como ele se processa, descrevendo as possíveis dificuldades e respostas que se pode encontrar entre os educandos, professores, pais, profissionais, sociedade. Nessa direção, a Didática da Matemática aguça em estudar todos os processos da matemática ou levar ajuda para que outros descrevam o didático desse campo (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

Ainda nesse sentido, Almouloud (2007, p. 111) contribui para o desenvolvimento da transposição didática (TD), afirmando que ela “traz em si o foco nas praxeologias didáticas que visam o ensino-aprendizagem das organizações matemáticas”. Nesse viés, a TAD estuda as relações entre os sujeitos, o meio e o saber. Além disso, estuda aluno-professor-saber referenciando ao modelo didático, o saber matemático transferido no elo das instituições (ALMOULOU, 2010).

A criação da TAD traz à comunidade novos conhecimentos que contribuem na conceituação da teoria, assim, entende-se que o conhecimento não é verdade absoluta, mas, está associado a algo como uma instituição e os sujeitos em que encontram o saber. A TAD possui suas características próprias que vêm a romper com os limites existentes na Educação Matemática e outras áreas do conhecimento matemático, criando-se, assim, uma expansão em outras áreas.

Dentro das praxeologias das didáticas das ciências, a TAD tem mostrado um grande avanço em pesquisas, onde acontece uma partilha de interesses comuns dos objetos (saberes) do ensino científico. Na concepção de Astolfi *et al.* (1997),

A didática das ciências é um campo de investigação de rápido crescimento, que se inscreve na categoria dos trabalhos que visam determinar os objetos do ensino científico, renovar as suas metodologias, melhorar as condições da sua aprendizagem para os alunos (ASTOLFI *et al.*, 1997, p. 7).

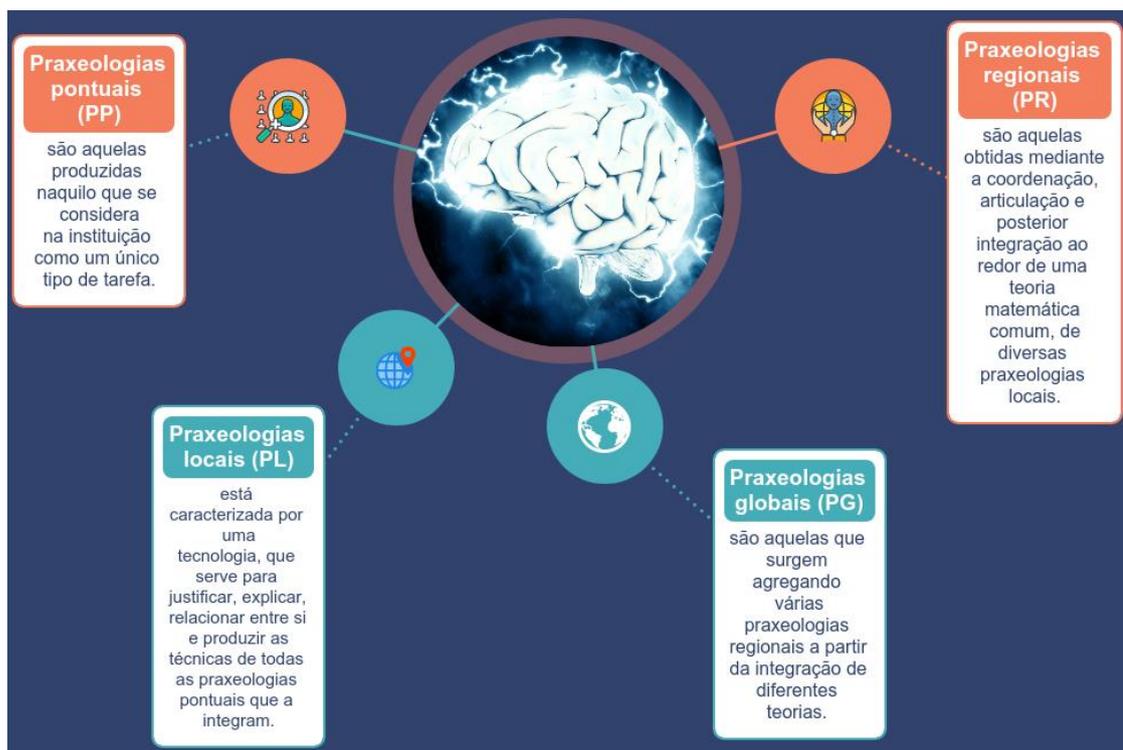
Fonseca (2015, p. 151), “denomina a praxeologia como um modelo único, desenvolvido para compreender qualquer atividade regular humana [...]”. A palavra praxeologia provém de dois radicais: práxis, que significa prática, e logos, que significa estudo, significando, assim, o estudo da prática. Dessa maneira, essa teoria permite que o pesquisador compreenda a matemática nas práticas docentes com a utilização da tecnologia.

É importante mencionar que dentro da TAD existem vários tipos de praxeologias, cada uma com sua função e características. Chevallard (1998) define quatro categorias de organizações praxeológicas: praxeologias pontuais, praxeologias locais, praxeologias regionais e praxeologias globais, que têm suas características descritas na Figura 17. Uma transição entre as praxeologias em uma instituição I, das praxeologias globais para regionais acontece por meio de uma teoria, já entre as praxeologias pontuais e as praxeologias locais a centralidade é em uma tecnologia (CHEVALLARD, 1998).

A princípio, um tipo de tarefa T é formado por uma técnica  $\tau$ , uma tecnologia  $\theta$  e uma teoria  $\Theta$ , todos esses denotados por praxeologia pontual  $[T, \tau, \theta, \Theta]$ . A praxeologia pontual  $[T, \tau, \theta, \Theta]$  é, assim, categorizada quando apenas leva em consideração uma única tarefa T. A praxeologia local  $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$  é, assim, organizada quando leva em conta um uma determinada tecnologia  $\theta$  (CHEVALLARD, 1998). A Figura 17 descreve sobre essa interação.

Uma teoria  $\Theta$  possui várias tecnologias  $\theta_j$ , assim, várias técnicas  $\tau_{ij}$  contribuem para o surgimento de tipos de tarefas  $T_{ij}$ . Nesse contexto, tem-se o surgimento da praxeologia regional  $[T_{ij}, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$ . Assim sendo, no conjunto de várias tarefas T, técnicas  $\tau$  e tecnologias  $\theta$  há várias teorias dentro de uma determinada instituição I e é conhecido como a praxeologia global  $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{jk}, \Theta_k]$  (CHEVALLARD, 1998).

Figura 17 - Praxeologias e características



Fonte: O autor (2023).

Dessa forma, para o ensino de matemática no ensino médio é possível falar de um tipo de organização praxeológica pontual, quando se traz a resolução de um problema envolvendo a função seno com o auxílio da tecnologia realidade aumentada, mostrando como ele foi resolvido, respeitando as diversas resoluções do problema. Pode-se afirmar que toda praxeologia “centra-se em uma tecnologia específica que gira em torno de uma teoria” (FONSECA, 2015, p. 153) para assim, resolver as tarefas dentro dos problemas matemáticos de um determinado conteúdo, explorando um objeto matemático.

Em razão disso, esta pesquisa está alinhada com a praxeologia regional por envolver o conteúdo matemático da função seno aplicado no ensino médio, com o desenvolvimento de atividades e resolução de problemas que conectam aos meios tecnológicos e ainda discutir o desenvolvimento dos sujeitos em seu contexto histórico, social e antropológico na aprendizagem matemática.

A TAD traz suas discussões sobre o comportamento humano e as relações sociais com o conhecimento matemático, além disso pode ser discutida em outras áreas do conhecimento humano como a biologia e física, “[...] descrever o homem, analisá-lo com base em características biológicas e culturais dos grupos em que se

distribuem, dando ênfase, através das épocas, às diferenças e variações entre estes grupos” (FERREIRA, 1986, *apud* ALMOULOU, 2007, p. 111).

Em razão disso, a TAD busca estudar a sociedade sob o saber matemático, especificando as diversas situações matemáticas presentes no contexto social. Nessa linha, o termo “antropológica” é usado no sentido de que a TAD situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática dentro do conjunto de diversas atividades humanas e de instituições sociais (CHEVALLARD, 1999 *apud* ALMOULOU, 2007, p. 111). Sendo assim, é uma das opções teóricas para fundamentar o ensino da função no ensino médio com base em aparatos tecnológicos, em específico a realidade aumentada, como possíveis enfoques para compreender novas aplicações do conhecimento que envolvem vários elementos que auxiliam no desenvolvimento social e institucional.

Entende-se como instituição todos os espaços que agrupam seres humanos, a exemplo das igrejas, hospitais, escolas, entre outros. Instituições como a escola são a ponte para a organização dos saberes matemáticos envolvendo diversos aspectos da formação humana e respondendo a questões da sociedade. Então, para Machado (2011, p. 54), a TAD “[...] objetiva observar e analisar as situações que se traduzam pelo encontro (ou reencontro) com o didático e resgatar o elo entre o ensino e a aprendizagem”.

Segundo Chevallard (1998, p. 92), a sua teorização proposta na TAD deve “[...] ser encarada como um desenvolvimento e uma articulação das noções, cuja elaboração visa permitir pensar, de maneira unificada, um grande número de fenômenos didáticos que surgem no final de múltiplas análises”, ou seja, essa ação pode criar um contrato didático e uma transposição didática a partir dos fenômenos que podem ser trabalhados na sala de aula.

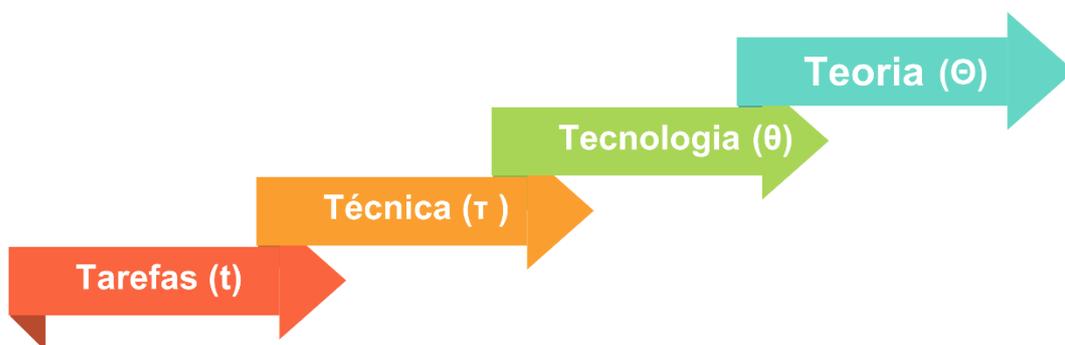
Destarte, a TAD como transposição didática “é tripla ruptura epistemológica provocada pelas teorias das situações onde o saber matemático (saber científico, ensinado ou a ensinar) está no centro de toda problematização didática” (CHEVALLARD, 1999, *apud* ALMOULOU, 2007, p. 112). Ainda, na concepção de Chevallard (1991, p. 112),

um conteúdo de saber que tenha sido definido como saber a ensinar, sofre, a partir de então, um conjunto de transformações adaptativas que irão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O ‘trabalho’ que faz de um objeto de saber a ensinar, um objeto de ensino, é chamado de transposição didática.

A sala de aula pode se configurar como o meio de ocorrência da transposição didática, bem como as aplicações no mundo social. Nesse processo, a escola é tida como a instituição transmissora do saber.

Nesse desenvolvimento, a TAD pode ser expressa por meio das ações praxeológicas que são constituídas com base nas noções de tarefas (t) e tipos de tarefas (T) que, se relacionadas, podem ser representadas por  $t \hat{I} T$ . Logo, Almouloud (2007, p. 114) afirma que “essas noções podem ser compreendidas como tarefas, técnica, tecnologia e teoria  $[T/\tau/\theta/\Theta]$ ”, nas quais a sua interação permite a modelação das práticas sócias, conforme ilustrado na Figura 18.

Figura 18 – Modelo da Praxeologias



Fonte: O autor (2023).

Uma organização praxeológica sempre aparece como resposta a uma situação ou um conjunto de situações. Aquilo que ensino-aprendizagem em uma instituição escolar pode ser concebido como praxeologia matemática, pois, em um dado momento os conceitos matemáticos serão explanados e explorados, até mesmo o comportamento de quem está nesse espaço (CHEVALLARD, 1999). É necessário entender que as praxeologias podem ser desenvolvidas de acordo com os deslocamentos dos seres humanos por grupos de pessoas em uma determinada instituição, ou seja, um compartilhamento de informações.

Dessa maneira, pode-se concluir que a educação básica, constituída pelas etapas da educação infantil, ensino fundamental e ensino médio, corresponde a uma instituição enquanto suas partes também o são. Essa caracterização institucional permite entender como é a organização de uma instituição (I) do ensino brasileiro. Pode se referir também aos elementos de uma instituição como o projeto acadêmico

curricular, livros didáticos, professores, alunos, pais, políticos, administradores, tecnologias, funcionários, sociedade, entre outros, (HENRIQUES; NAGAMINE; NAGAMINE, 2012).

Neste contexto, toda prática institucional é analisada sob diferentes pontos de vista e denominada de acordo com o objeto em estudo. Para o desenvolvimento de uma tarefa ( $T$ ) implica por uma técnica ( $t$ ) no tipo de tarefas que se apresentam ( $t$ ), então, na justificativa das tarefas e técnicas surge a tecnologia ( $q$ ) da técnica e, assim, toda tecnologia dentro da TAD é conhecida como teoria ( $Q$ ) (CHEVALLARD, 1998 *apud* FONSECA, 2015).

Tendo em vista a instituição escola como espaço da construção da informação, quando “o indivíduo (portador do meio interno - o cérebro) já encontra uma estrutura organizacional (meio externo - as instituições) pensada para auxiliar o seu desenvolvimento sócio-neurocognitivo por meio, inclusive, da Atividade Matemática” (FONSECA, 2015, p. 150), o indivíduo já começa a se preparar para responder a uma questão ou a um conjunto de questões, elaborando, em psicológico, a construção de técnicas que o ajudarão a resolver tarefas que envolvam a função seno.

A palavra técnica é empregada no sentido de modo de fazer algo. Para Chevallard (1999) *apud* Almouloud (2007, p. 115),

um objeto existe a partir do momento em que uma pessoa  $X$  ou Instituição  $I$  o reconhece como existente (para ela). Mais precisamente, podemos dizer que o objeto  $O$  existe para  $X$  (respectivamente para  $I$ ) se existir um objeto, que denotarei por  $R(X, O)$ , (respectivamente  $R_1(O)$ ), a que chamarei relação pessoal de  $X$  com  $O$  (respectivamente relação institucional de  $I$  com  $O$ ).

Então, toda técnica é empregada em uma determinada tarefa, uma técnica seria “como fazer” dentro de uma tarefa (CHEVALLARD, 1998). Destarte, a noção de tarefa é empregada dentro da praxeologia, uma tarefa  $t$  pertence a um tipo de tarefa  $T$  ( $t \in T$ ), ou seja, na maioria dos casos uma tarefa é um tipo de “tarefa mestre” (CHEVALLARD, 1998).

Dessa forma, o objeto  $O$  (realidade aumentada) passará a existir na aprendizagem da função seno a partir do momento que as pessoas (professor, educandos) e a escola (instituição) utilizem-no como tendo resultados satisfatórios para todos. Desse modo, as ferramentas tecnológicas podem incluir diversos objetos virtuais que são desconhecidos pelos educandos (pessoas), porém conhecidos pelos professores (instituição).

Em termos amplos, os objetos podem ser compreendidos como materiais que existem ou não, para, pelo menos, uma pessoa. Destarte, tudo pode ser considerado como objeto. Nesse panorama, objeto pode ser compreendido como:

o alargamento do quadro, levado a cabo por necessidades de análise conduziu-me a propor uma teorização em que todo objeto possa aparecer: a função logarítmica é, evidentemente, um objeto (matemático), mas há também o objeto “escola”, o objeto “professor”, o objeto “aprender, o objeto “saber”, o objeto “dor de dente”, o objeto “fazer pipi”, etc. Assim, passa-se de uma máquina a pensar um universo didático restrito a um conjunto de máquinas de alcance mais amplo, apto, em princípio, a nos permitir situar a didática no seio da antropologia (CHEVALLARD, 1996, p. 127).

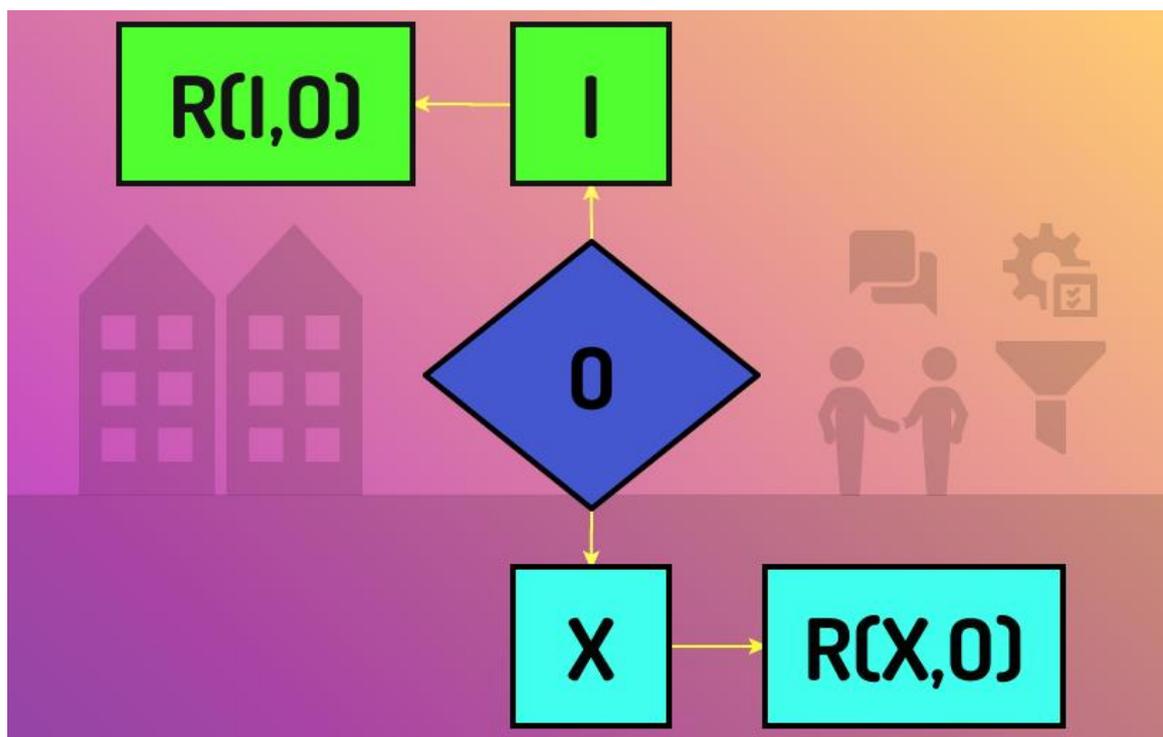
Ao enunciar a noção de objetos, a sequência reflete a explicação das relações de um indivíduo X e outro objeto O. Esses processos de interação entre a pessoa (professor-educando) com o objeto (realidade aumentada) são necessários para que o outro exista e confirme: X o conhece. Assim, esse processo mostra o que deve ser a relação do conhecimento da TAD.

A relação pessoal (R) de uma pessoa (X) a um objeto de saber (O) em uma instituição (I), somente pode ser estabelecida quando X entra em uma I onde existe esse O, conforme destaca Chevallard (1999, p. 24):

Todo saber é ligado ao menos a uma instituição, na qual é desenvolvido, num dado domínio real. O ponto essencial, é portanto, que um saber não existe “in vácuo”, num vazio social. Todo conhecimento aparece, num dado momento, numa dada sociedade, ancorado em uma ou algumas instituições

Desse modo, a Figura 19 mostra a interação entre os elementos R, X, O e I em um meio onde há interações com O.

Figura 19 - Representação entre os objetos



Fonte: O autor (2023).

Logo, Chevallard destaca que

esta avalanche de noções não deve esconder o essencial: “o conhecimento”, entendido como a existência de relações (pessoal ou institucional) com os objetos existentes em todo momento no real antropológico. Mesmo lá onde não buscamos, um só objeto, um objeto qualquer que nos revela, fazendo surgir conhecimentos como a pisada de quem passeia no campo no verão e faz surgir da terra os gafanhotos. Desse modo, no coração da antropologia, vemos emergir uma antropologia do conhecimento, uma antropologia cognitiva (CHEVALLARD, 1991, p. 149).

Contudo, a partir da análise da noção de objetos, pessoas e instituições, as relações são mantidas e podem ser interpretadas de diversas formas dentro do panorama da TAD, surgindo, assim, diversos conceitos, mencionados na relação  $R(O, X)$ , além das relações que acontecem entre instituições e sujeitos  $R(X, I)$ . Pode-se afirmar, então, que a aprendizagem na TAD pode ser modificada de acordo com as relações que venham a existir.

Nesse panorama, a TAD apresenta como os conhecimentos e elementos da matemática podem funcionar nas diversas instituições e nas dimensões sociais. De acordo com Chevallard (1999), os objetos dentro de um sistema de tarefas implicam no desenvolvimento de uma técnica para sua realização. No conhecimento

matemático implica em duas organizações: a Organização matemática (AO) e uma Organização didática (AD).

Então, a AO e a AD são resultantes de um objeto em conexão com a prática do ensino, onde pode ser observado e analisado para depois descrever, avaliar e, por fim, aplicar as atividades e tarefas matemáticas. Todo esse processo busca a aprendizagem da matemática, possibilitando a criação de uma realidade matemática (ALMOULOU, 2010).

Entende-se também que a proposta da TAD sobre a produção de uma AD acontece quando há uma descrição bem elaborada em torno de um objeto matemático, onde o caminho é escolhido de acordo com as necessidades de quem está conduzindo o estudo e envolve situações para a discussão do estudo ou do momento didático (ALMOULOU, 2010).

Ressalvado ainda sobre a questão de objetos, na TAD esses objetos matemáticos têm a sua própria natureza onde se tornam em estudos próprios como é citado por Almouloud (2010). Ao analisar a sua natureza percebe-se que existem dois tipos de objetos, podendo ser classificados como objetos ostensivos e objetos não ostensivos. Diante disso, Almouloud destaca que

objetos ostensivos (em latim: ostendere, “mostrar, apresentar com insistência”) para se referir a todo objeto que, tendo uma natureza sensível e certa materialidade, tem, para o sujeito, uma realidade perceptível. Pode-se dizer, dessa forma, que os ostensivos são os objetos manipuláveis na realização da atividade matemática. Dessa forma, os objetos não ostensivos são, segundo os autores, todos os “objetos” que, como as ideias, as instituições ou os conceitos, existem institucionalmente sem que, no entanto, eles sejam vistos, ditos, escutados, percebidos por contra própria. Assim, esses objetos só podem ser evocados ou invocados pela manipulação adequada de certos objetos ostensivos que lhes são associados, tais como uma palavra, uma frase, um gráfico, uma escrita, um gesto ou todo o discurso (ALMOULOU, 2010, p. 119).

Outro aspecto importante, de acordo com Chevallard (1991), é que a TAD, sob o ponto de vista epistemológico e do didático referindo aos objetos de saber, acentua-se categorizando-os em paramatemáticos, matemáticos e protomatemáticos. Os objetos são o norte para a aplicação da TAD.

Assim, esses objetos podem ser facilmente identificados no contexto da sala de aula, na aplicação da realidade aumentada como o design, o gráfico da função, a imagem, etc. Nesse panorama, os objetos paramatemáticos precisam de um desenvolvimento atencional criterioso para serem identificados, pois são saberes

auxiliares, as ferramentas de estudo. Já os protomatemáticos são competências que antecedem o próprio conhecimento matemático, aparecem mais implícitos no funcionamento didático do saber, assim, na prática didática a aplicação de uma atividade proposta pelo professor pode mostrar ao educando esses objetos (CHEVALLARD, 1991).

Logo, pode-se considerar que a TAD possui sua forma metodológica quando fornece metodologias para a investigação e análise no desenvolvimento das atividades no ensino-aprendizagem (ARTAUD, 1998; ARTAUD; CHEVALLARD, 2002), onde só era aplicada no ensino da matemática, com o passar do tempo foi transportada para as outras áreas do conhecimento e atualmente encontra-se bastante ampla.

Assim, o processo de transposição institucional não deve degradar as organizações praxeológicas pois, “[...] em matéria de transposição didática, ou seja, quando I é uma instituição didática (uma escola, uma classe...), ocorre com frequência, porém quando I não é uma instituição, o trabalho não é transpositivo [...]” (CHEVALLARD, 1999, p. 8).

Nessas considerações, procurou-se identificar, nesta dissertação a transposição praxeológica na instituição escola, o conhecimento do conteúdo função seno ( $I_{FS}$ ) aplicado com a tecnologia realidade aumentada ( $I_{RA}$ ), assim, tem-se objeto função seno ( $O_{FS}$ ), instituição realidade aumentada ( $I_{RA}$ ) e relação com as pessoas atenção seletiva ( $X_{AS}$ ), dessa forma, é possível verificar como se dá esse processo na aprendizagem utilizando atenção seletiva, uma inovação curricular nas aulas de matemática do ensino médio. A Figura 20 apresenta a organização desse objeto.

Figura 20 – Objetos



Fonte: O autor (2023).

Retornando-se ao bloco da tarefa/técnica  $[T/t]$  e ao bloco da tecnologia-teoria  $[q/Q]$ , é importante destacar o quanto, no contexto educacional, as inovações dentro da sala de aula podem contribuir no avanço do bloco teórico para o prático, pois, assim, pode colocar a escola em constante evolução com o contexto do educando, privilegiando o desenvolvimento da atenção seletiva, operacionalidade das atividades e exercícios, onde os educandos podem despertar o interesse pela aprendizagem da função seno.

Além disso, quando se evoluem para o bloco  $[q/Q]$  podem desenvolver no educando a compreensão do que é a técnica, assim o educando pode criar novas habilidades como a criação de uma nova técnica para a argumentação e resolução das tarefas. Por fim, é importante entender que, com as novas abordagens no ensino, exclusivamente no bloco  $[T/t]$ , os esforços em conjunto elaboram novas técnicas e tarefas realizando em sala de aula.

É nessa perspectiva que a TAD, como objeto teórico, organiza as praxeologias dentro de uma instituição (I) determinando as tarefas, técnica, tecnologia e teoria. Poderão existir nesse estudo quando o objeto em estudo é a função seno, sendo assim, conteúdo função seno ( $I_{FS}$ )  $[T, t, q, Q]$ , e realidade aumentada ( $I_{RA}$ )  $[T', t', q', Q']$ . Portanto, elas se relacionam com a instituição sendo a R (O, I) e R (O, X), de acordo com as definições da TAD. Além disso, essas relações de existência podem

contribuir no desenvolvimento cognitivo dos educandos por estarem ligadas aos fatores sociais.

Todavia, os conhecimentos adquiridos sobre as praxeologias da TAD, aplicados na sala de aula podem instrumentalizar a prática dos educandos sobre o conteúdo da função seno com o desenvolvimento da realidade aumentada, ativando a atenção seletiva e isso pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem. A realidade aumentada no panorama na educação é discutida na subtópico a seguir.

#### **1.4.3 Realidade Aumentada (RA): Panorama na Educação**

A tecnologia sempre esteve presente na vida dos seres humanos, vem acompanhando o seu desenvolvimento nas diversas épocas e sociedades que perpassam. Pode-se dizer que tudo é tecnologia: de um simples giz ao mais evoluído computador. No espaço educacional, devido às transformações sociais, surgiram diversas tecnologias que podem estar auxiliando o educando na construção da aprendizagem e, nesse viés, a atenção seletiva é fator importante, pois os gráficos e imagens dispostas por essas tecnologias atraem a atenção dos educandos.

A tecnologia tem a mesma raiz etimológica de técnica e é junção dos termos *techné* e *logos*. A tecnologia é o entendimento da discussão da técnica e busca ampliar o seu desenvolvimento no espaço humano e aperfeiçoá-la a cada geração.

A educação pode ser considerada o ambiente que conecta os educandos às mais diversas realidades, utilizando diferentes objetos para a aprendizagem, como os *softwares* educacionais com os seus recursos e funcionalidades. A aprendizagem pode resultar da interação do educando com a tecnologia.

Nesse espaço, as tecnologias educacionais são elementos que corroboram com a aprendizagem. Pode-se dizer, então, que no ensino de matemática destacam-se algumas tecnologias que contribuem para a aprendizagem dos educandos, como os *softwares* educacionais *GeoGebra* Calculadora 3D, planilhas eletrônicas, vídeos, jogos *on-line*, simuladores, os *games*, realidade aumentada e *Big Data*, conforme corrobora (SCORTEGANA, 2015).

Para Azuma (1997), a realidade aumentada é definida como uma variação de um ambiente virtual (*virtual environment*) que projeta objetos sobrepostos ou em composição com a realidade mundana suplementando-a, ao invés de,

completamente, substituí-la. Nesse sentido, o ambiente virtual, por sua vez, faz emergir no cognitivo do educando a criação de um submundo conhecido como mundo virtual, projetando-o para a sua realidade, tudo é possível a partir dos mecanismos atencionais.

Nesse contexto, o conceito de realidade aumentada dentro da educação, em especial na matemática, condiciona o interesse porque o seu principal elo no processo de ensino-aprendizagem de matemática é manter a atenção e motivação dos alunos. Em face disto, a realidade aumentada pode estimular o interesse dos educandos de maneira satisfatória. Sendo assim, a realidade aumentada pode contribuir na compreensão de algumas atividades, principalmente quando se refere à área das exatas que inclui (a matemática, física e química), ao aproximar mais da realidade com modelos mais interativos e dinâmicos e, ainda, pode contribuir na confecção de materiais institucionais (CAETANO, 2013).

No ensino da matemática, a realidade aumentada já pode ser notada em alguns conteúdos como no ensino da geometria espacial e plana, com base em aplicativos encontrados para o sistema *android*. São: *Arloon Geometry*, *ARGEO (Augmented Reality Geometry)*, *Augmented Polyedrons*, *Geometry AR*, *3DVetor*. Para o sistema *iOS* tem-se os seguintes aplicativos: *GeoGebra AR*, *Geometry – Augmented Reality*, *AR Grapher*, *Platonic AR*, entre outros. Para as funções é utilizado o *GeoGebra*. Neste estudo fez-se uma representação desse aplicativo.

Na visão de Azuma (2006), a realidade aumentada é toda tecnologia que permite a combinação de dados reais e virtuais no mundo real, operando interativamente em tempo real e de maneira que esses dados fiquem em registro. Nesse entendimento, a realidade aumentada é uma combinação de fatores que leva o educando a experimentar um novo mundo sem sair do real, um pontapé inicial para se perguntar sobre o desenvolvimento da tecnologia na sala de aula no processo da aprendizagem.

Destarte, o avanço da tecnologia proporciona uma aproximação dos conteúdos discutidos na escola com o meio social, influenciando e motivando os educandos a buscar mais sobre essas aplicações. Assim, a utilização da realidade aumentada aguça e desenvolve a atenção seletiva por meio de transferência de imagens e outros fluxos disponíveis nas informações apresentadas. Para Schlemmer (2014, p. 77), “[...]”

no caso da realidade aumentada, o digital acrescenta informação à cena presencial física, [...], potencializando o conhecimento a respeito de objetos, lugares ou evento”.

A realidade aumentada é uma concepção forte na educação, pois, ela tende a “enriquecer o ambiente físico com objetos virtuais, beneficiando-se desse progresso, tornando viável a aplicação dessa tecnologia, tanto em plataformas sofisticadas quanto em plataformas populares” (TORI *et al.* 2006, p. 23).

O autor deixa evidente que a realidade aumentada pode ser acessada por todos que possuam acesso a “tecnologias”, através dos aparelhos de celulares, os *smartphones*, baixando os diversos aplicativos ou *softwares* educacionais que podem manusear a realidade aumentada, podendo ser *off-line* ou *on-line*, dependendo do aplicativo a ser utilizado pelo educando.

No atual momento da sociedade, quase todos os indivíduos possuem um aparelho com vários recursos que estão acostumados a utilizar no seu dia a dia, esses recursos disponíveis podem ser importantes para trabalhar em conjunto com a RA. Um dispositivo móvel no meio educacional pode se tornar um objeto de ensino e aprendizagem dos conteúdos do componente curricular matemática (CRUZ-CUNHA *et al.*, 2010).

Assim, é importante dizer que a mistura de objetos reais com virtuais no espaço físico do educando traz diversas informações que podem ser geradas pelos computadores ou pelos *smartphones*. Nesse entendimento, o educando vai compreender a diferença entre a realidade aumentada e a realidade virtual. Na concepção de Kirner (2011, p. 16),

Diferentemente da realidade virtual, que procura transportar o usuário para o ambiente virtual, a realidade aumentada mantém o usuário no seu ambiente físico e transporta o ambiente virtual para o espaço do usuário, por meio de algum dispositivo tecnológico. Assim, a interação do usuário com os elementos virtuais ocorre de maneira natural e intuitiva, sem necessidade de adaptação ou treinamento.

No caminho do desenvolvimento tecnológico, as salas de aulas são espaços importantes para o aperfeiçoamento e aplicação no cotidiano dos educandos e a matemática também se insere nesse contexto. A aplicação da realidade aumentada cria novas interfaces, onde o educando pode manipular os objetos sem deslocamento de espaço, garantindo uma interação na palma da mão, “trazendo o mundo virtual para o real, onde se encontra o usuário” (TORI *et al.*, 2006, p. 20).

Nessa linha de raciocínio, segundo Caetano (2013, p. 3), a realidade aumentada “é a inclusão de objetos virtuais no ambiente físico, visualizada pelo usuário, com o auxílio de câmera ou dispositivo de interação, usando a interface do ambiente real, ajustada para manipular os objetos reais e virtuais”. Desse modo, há diversos conceitos sobre a realidade aumentada que chegam a uma única conclusão sobre ela, nascendo com uma apresentação invejável e conectada em diversas partes da sociedade, como, por exemplo, o cinema em alguns filmes.

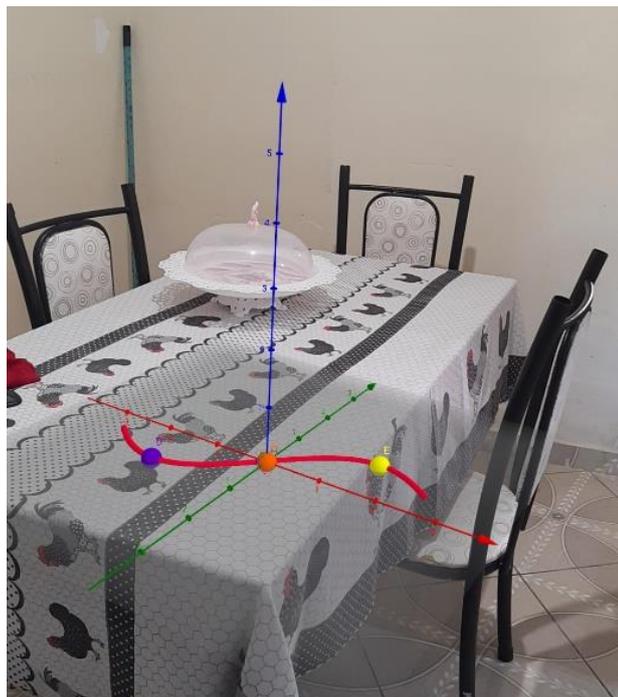
Tori *et al.* (2006, p. 24) enfatiza que “é possível também enriquecer uma cena real, capturada de vídeos, por exemplo, com elementos virtuais interativos, de forma a permitir muitas aplicações inovadoras”. Tudo isso pode ser desenvolvido em tempo real na elaboração de um projeto para a construção de uma casa, entre outros. Nesse panorama, destaca-se, a seguir, uma abordagem da função seno com a realidade aumentada, utilizando o aplicativo gratuito, *off-line* do *GeoGebra* Calculadora 3D.

O *GeoGebra*<sup>8</sup> é um aplicativo bem utilizado no ensino da matemática em vários conteúdos. A plataforma *Play Store iOS*, apresenta duas versões do aplicativo, o *classic* e o *grapher* 3D. No *grapher* 3D, que consta o recurso de realidade aumentada é possível inserir objetos matemáticos em diversas percepções e ângulos, pode-se visualizar gráficos, sólidos básicos e outras funções. Ainda não é possível fazer os objetos em realidade aumentada se movimentarem sozinho, porém, isso já é projeção para o futuro: introduzir o conteúdo e o objeto surgir em movimento. Isso pode ser visualizado na Figura 21.

---

<sup>8</sup> GeoGebra foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter e a sua popularidade tem crescido desde então. Atualmente, o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 300000 downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de laptops em vários países ao redor do mundo. Disponível em: <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html#:~:text=GeoGebra%20foi%20criado%20em%202001,suporte%20para%20o%20seu%20uso>. Acesso em: 14 de outubro 2022.

Figura 21 - Função Seno(x) GeoGebra Calculadora 3D



Fonte: O autor (2023).

Para o resultado apresentado na Figura 21, foi digitada no aplicativo a  $f(x)=\text{sen}(x)$ , projetou-se na mesa e o mesmo reconheceu como plano e em seguida a função de seno foi exibida através da realidade aumentada. Após a projeção pôde-se manusear a função com a mão, movimentando de acordo com os pontos de projeção, deixando para os educandos a clareza desses deslocamentos e ainda é possível que os educandos percebam a fixação desses pontos.

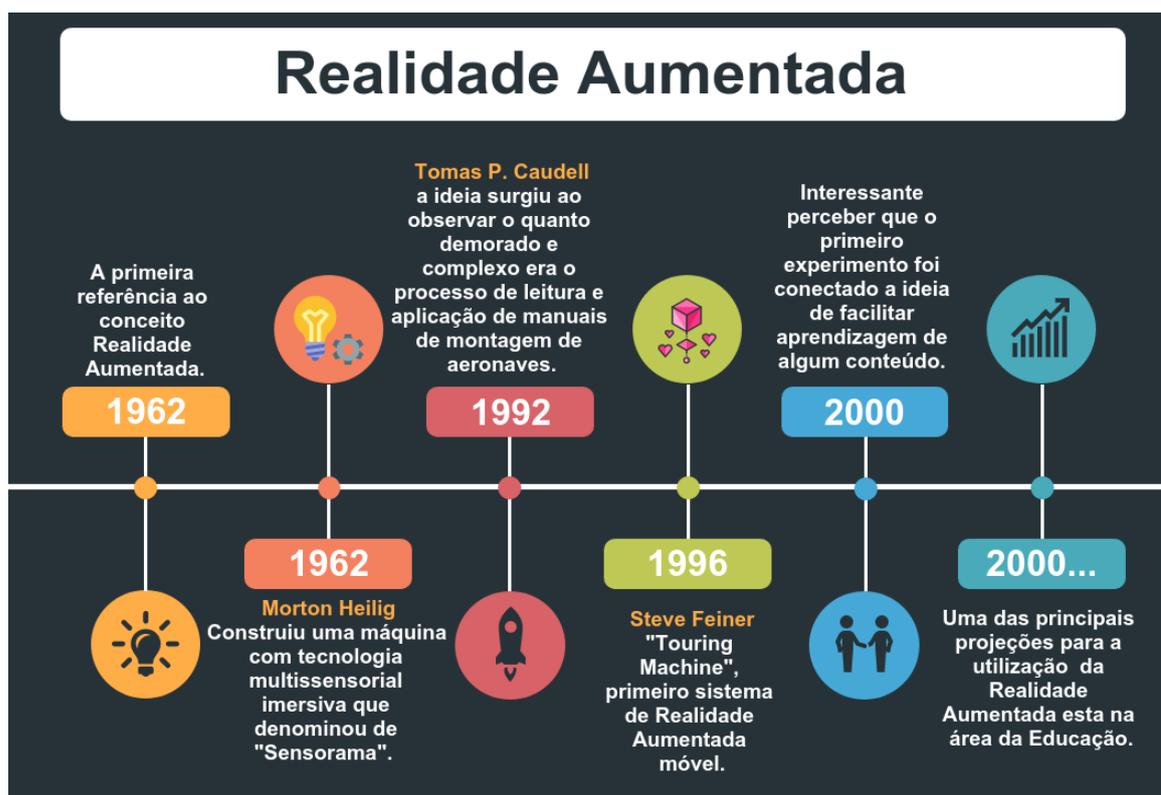
Para Tori *et al.* (2006), a realidade aumentada cria um ambiente que permite ao usuário interagir com as situações imaginárias, criando um campo de ficção, envolvendo os objetos reais e virtuais estáticos e em movimento. Para tanto, a prática é necessária para o educando conectar os conceitos matemáticos às suas vivências, como nos dizem Zabala e Arnau (2010, p. 48),

[...] o conteúdo procedimental é aprendido quando os alunos lhes atribuem sentido e significado, e isso é possível somente quando as atividades são conduzidas sobre conteúdos reais, o que significa, inevitavelmente, sua utilização sobre os objetos de conhecimento.

A história mostra que a possibilidade de aumentar a realidade com algum recurso já vem sendo testada há tempos: o uso de espelhos, lentes e iluminação devidamente posicionados para refletir imagens de objetos e pessoas ausentes são

truques usados desde o século XVII. Entretanto, a RA que se considera aqui, já passou por várias modificações de acordo com cada sociedade. A Figura 22 mostra os responsáveis pelo desenvolvimento da Realidade Aumentada e seus primeiros indícios na educação.

Figura 22 - Breve Histórico da RA e a Educação



Fonte: O autor (2023).

Há uma ligação entre realidade aumentada e virtual, sendo que sem a virtual dificilmente se discutiria a aumentada. Segundo Braga (2012, p. 57),

a RA tem raízes na RV e com ela mantém alguns aspectos em comum. Para compreender essa origem, basta atentar para as características da RV: interatividade, geração por computador, gráficos representados em 3D e uso de um visor especial para visualização de imagens.

É importante dizer que a RA está em constante evolução e essa transformação depende também da RV pois há uma conexão entre elas. Assim, pode-se dizer que a RA possui dois mecanismos que são importantes para o seu desenvolvimento e sem eles seria impossível ela funcionar e atrair atenção das pessoas que é a visão e os sensores descritos por Tori *et al.* (2006):

A RA baseada em visão é robusta, precisa, flexível, fácil de usar e, por conseguinte, mais amplamente usada, mas, tem problemas com a iluminação do ambiente e oclusão de informações. Dentro desta classe de aplicações encontra-se o recurso mais utilizado, e pelo qual muitos associam a própria RA, que são os marcadores. A RA baseada em sensores, é mais precisa, de menor latência (atraso para processar e exibir), menor jitter e robusta para uma série de limitações dos ambientes (sujeira, baixa/variação brusca de iluminação, cenas com objetos muito assemelhados ao resto do ambiente etc.) (TORI *et al.*, 2006, p. 36).

Pode-se dizer que, nesse contexto, a realidade aumentada vem passando por evoluções que a asseguram como fonte indispensável ao futuro na educação, na saúde e em todas as áreas de atuação da humanidade, pois as cenas são inseridas de forma coerente com objetos reais. Para Tori *et al.* (2010, p. 160), “a realidade aumentada continua em transformação e há tendência, além do uso de dispositivos móveis (por exemplo, para aplicações na educação, serviços e comércio), os grandes formatos de *displays* para uso interno e externo”.

É importante destacar que a realidade aumentada é compreendida como mídia tecnológica e o seu desenvolvimento é aprimorado de acordo com as necessidades de cada ambiente, aprimorando a metodologia do professor e auxiliando na aprendizagem dos educandos. Pode ser compreendida como uma mídia riquíssima para a aprendizagem por dispor de diversos recursos que atraem a atenção dos educandos. Praticamente esses recursos não são encontrados em outros dispositivos educacionais (TORI *et al.*, 2006).

A realidade aumentada tem um grande potencial para a aprendizagem dos educandos, pois possibilitam a realização das tarefas de forma integrada que instiguem a investigação e a atenção dos educandos. Para Schneider *et al.* (2011, p. 2)

representar dados e informações que não estão diretamente disponíveis ou detectáveis apenas pelos sentidos humanos, e seu emprego possibilita aumento dessa percepção. Assim, pode auxiliar na melhoria da interação com o mundo real e, conseqüentemente, aumentar a produtividade na realização dos mais variados tipos de tarefas. Entre as áreas de aplicação que já vêm sendo exploradas, podem ser citadas: publicidade, jogos, entretenimento, ilusionismo, indústria automobilística, militar, turismo, preservação histórica, mercado imobiliário, medicina, comunicação, movimentação de robôs, manutenção de equipamentos e educação.

Nesse sentido, a aprendizagem utilizando sistemas de realidades aumentadas permitem melhorar a curva de aprendizado do aluno e potencializa a presença do instrutor ou professor em um ambiente educacional, pode proporcionar ao educando estratégias didáticas inovadoras (BILLINGHURST; DUENSER, 2012). A

aprendizagem pode estar relacionada a um novo conteúdo aplicado a uma criança, jovem, adulto ou idoso. Além disso, pode ser desenvolvida em toda a educação básica, da educação infantil ao ensino médio. Nesse panorama, o educando processa de maneira automática, desenvolvendo, assim, a questão da memória motora e autorreflexo.

Nesse viés, pode-se dizer que a memorização envolve aspectos altamente complexos que vêm a contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem ao utilizar-se dos mecanismos presentes na memória, atraindo as funções da atenção. Pode-se dizer que

o que memorizamos de nosso encontro com determinado objeto não é só sua estrutura visual mapeada nas imagens ópticas da retina. Os aspectos a seguir também são necessários: primeiro, os padrões sensitivo-motores associados à visão do objeto (como os movimentos dos olhos e pescoço ou o movimento do corpo inteiro, quando for o caso); segundo, o padrão sensitivo-motor associado a tocar e manipular o objeto (se for o caso); terceiro, o padrão sensitivo-motor resultante da evocação de memórias previamente adquiridas relacionadas ao objeto; quarto, os padrões sensitivo-motores relacionados ao desencadeamento de emoções e sentimentos associados ao objeto (DAMÁSIO, 2011, p. 169).

A atenção e a memorização são importantes para utilização da realidade aumentada na educação devido aos aspectos de imersão desenvolvidos pelo cérebro, carregado pelo sistema nervoso, possibilitando ao educando vivenciar o aprendido, percebendo a interação entre a teoria e a prática. A utilização de aplicativos, plataformas, *softwares* com a realidade aumentada, pode contribuir na educação, criando espaços de interação, desenvolvendo novas maneiras da aprendizagem, além de contribuir para redução da evasão escolar.

Com a atenção seletiva na realidade aumentada é possível explorar as relações entre tecnologias, aprendizagem, cultura e comunidade, dando ênfase a uma nova educação, tendo em vista compreender como os educandos selecionam o que é mais importante para sua aprendizagem (TORI *et al.* 2006).

Dessa forma, os conhecimentos são integrados e os educandos decodificam os objetos a partir da sua projeção em realidade aumentada, aguçando o desenvolvimento da atenção e, assim, “os benefícios que a realidade aumentada pode oferecer para a educação são vastos e ricos” (TORI *et al.* 2006, p. 404). Tais experiências têm demonstrado que a realidade aumentada pode transformar os ambientes educacionais em uma experiência mais eficaz, engajadora, produtiva,

prazerosa e interativa para os alunos. Na subseção seguinte destaca-se a realidade virtual e sua ligação com a realidade aumentada.

#### **1.4.4 Realidade Virtual (RV)**

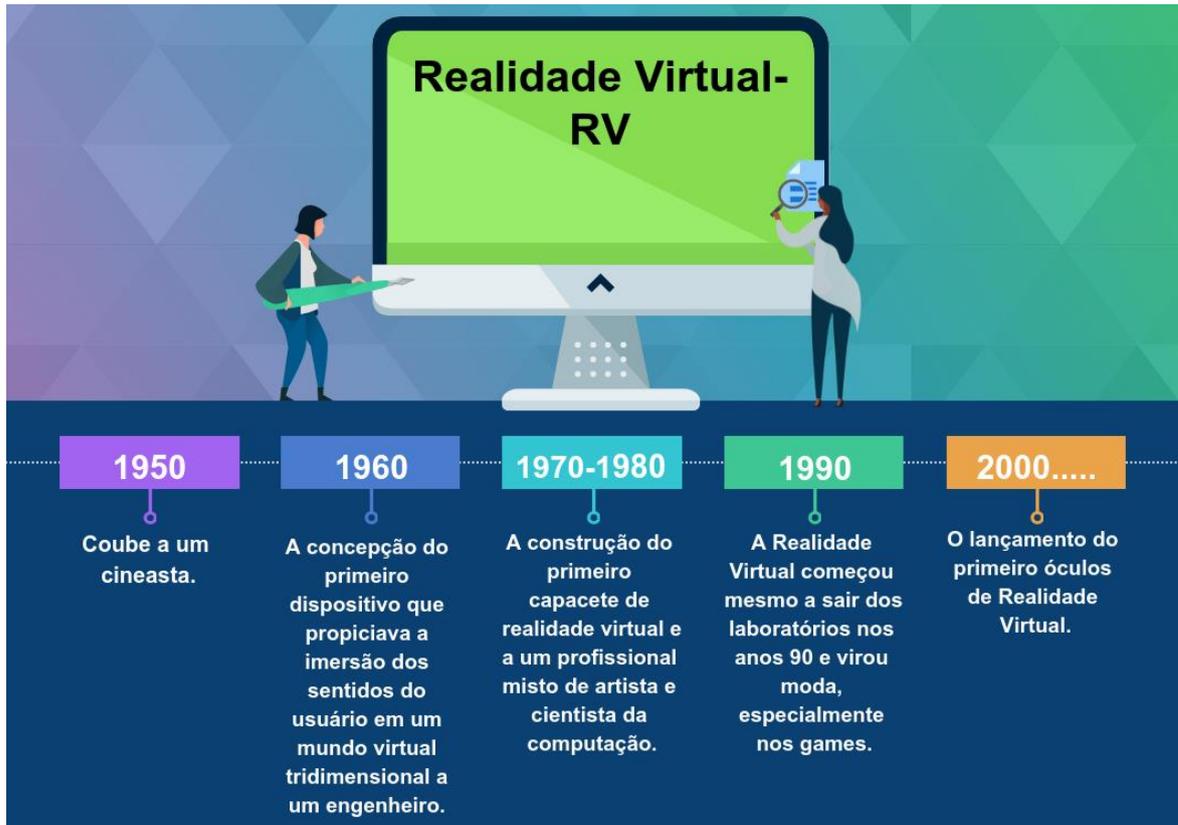
A Realidade Virtual - RV é a combinação para a existência da Realidade Aumentada - RA, pois se faz sempre presente no desenvolvimento humano, no qual permitiu-se expressar ao longo do desenvolvimento histórico, desde o contexto primitivo, se destacando no panorama atual com a chegada dos meios facilitadores tecnológicos digitais presentes na sociedade contemporânea como os computadores, entre outros. Tori *et al.* (2006, p. 1) afirma que “com o advento da realidade virtual e o avanço dos recursos computacionais, a representação interativa e imersa do imaginário, bem como a reprodução do real se tornaram mais fáceis de ser obtidas”. O autor deixa evidente a importância dos facilitadores para a melhor compreensão da realidade virtual.

A realidade virtual tem contribuído muito para a transformação da sociedade, seja na educação ou em outras áreas. Esse caminho é fruto de pesquisas desenvolvidas no meio tecnológico, “para isto, são utilizadas técnicas de modelagem tridimensional na elaboração dos objetos e montagem do cenário virtual, por onde o usuário deve navegar” (TORI *et al.* 2006, p. 3).

Esses espaços virtuais podem desenvolver, nos seres humanos, sensações e conceitos como a capacidade em ouvir, ver, sentir, acionar, muito perto, muito longe, muito lento, muito rápido, muito forte e muito fraco. Essas sensações estão vinculadas aos processos atencionais. A entrada de dados sensoriais chega em um filtro de atenção que só permite que um deles passe para chegar aos processos de percepção. Assim, atribui-se sentido às sensações (STERNBERG, 2010).

Assim, a realidade virtual permite aos usuários uma interação por meio de objetos imaginários, com cenas fictícias, no qual cada cenário proposto pelo aparato tecnológico cria uma sensação diferente, a partir dos estímulos que são desenvolvidos no cérebro e que é transmitido para as diversas partes do corpo através do sistema nervoso. O marco histórico da realidade virtual é descrito na Figura 23.

Figura 23- Um breve histórico da RV



Fonte: O autor (2023).

No atual momento social diversas áreas pesquisam sobre a realidade virtual e aumentada, buscando os benefícios que elas podem trazer para o desenvolvimento humano, na educação, na medicina, na engenharia, nas artes, entre outras áreas, portanto, há uma interação entre o homem e as máquinas tecnológicas.

A partir de 1990 surge o conceito de realidade aumentada, sendo a mistura entre o real e o virtual, tendo como nome a realidade misturada como é mostrada na Figura 24, conhecido como “Contínuo real-virtual” ou “Contínuo de Milgram”.

Figura 24 - Contínuo Real-Virtual



Fonte: O autor (2023), adaptado de Tori (2006).

A Figura 24 descreve como são desenvolvidas a RV e RA. A RA surge quando os movimentos são realizados na RV, na movimentação do tridimensional ou 3D, havendo, assim, uma abordagem no meio físico, a virtualidade aumentada é o ponto fundamental para essa colisão quando o usuário é transportado para uma realidade sintética. Tori *et al.* (2006, p. 13) afirma que “na RV não veem nada do mundo real, mas os acontecimentos do ambiente virtual são registrados e sincronizados com os movimentos, esses reais, da montanha russa”. A realidade aumentada é o termo mais difundido e consolidado no mundo contemporâneo, substituindo o termo realidade misturada.

Na busca incansável da humanidade pela modernização da sociedade, a realidade virtual e aumentada dá origem a diversos fenômenos que tendem a contribuir para o aprimoramento da nossa realidade. No ambiente escolar essas modernizações já começam a dar os primeiros sinais de que o “novo” está chegando e deve ser, de início, um problema. Logo, essas realidades já fazem parte do ensino da matemática e vêm com o intuito de quebrar a dicotomia da disciplina quando é referenciada como difícil ou simplesmente um “bicho papão”, a tecnologia atrai a atenção de todos.

O objeto de estudo da pesquisa, a função seno, já pode ser visualizado em realidade aumentada em alguns aplicativos (APPs). A função seno é muito presente na formação da sociedade, nos movimentos ondulatórios, audição e em outros espaços da natureza, com o auxílio da realidade aumentada pode-se ver a sua movimentação. Discorrer-se-á sobre uma técnica da realidade aumentada que está sendo muito utilizada no meio social, conhecido como holografia ou holograma, que pode ser um fator contribuinte na aprendizagem sobre os mecanismos atencionais.

Holograma corresponde ao uso de elementos virtuais que podem ser visualizados em cenas reais dando vida à realidade aumentada e já é usado com frequência nas emissoras de televisão. Ele pode ser feito em casa com pouca tecnologia, porém, não se obtém uma boa qualidade. O holograma pode ser compreendido como uma técnica que registra os padrões de interferência da luz, que gera imagens em 3 dimensões (HARIHARAN, 2015).

A experiência com o holograma pode provocar no educando uma percepção sensorial oposta às imagens. Lent, (2002, p. 557) preconiza que "percepção é a capacidade de associar as informações sensoriais à memória e à cognição, de modo

a formar conceitos sobre o mundo, sobre nós mesmos e orientar nosso comportamento". Além disso, essa simulação produz as imagens em 3D, provocando a ilusão de algo não presente fisicamente, mas virtualmente, que ocupa um lugar com formas definidas.

O holograma no ensino da matemática pode ter algumas vantagens, como a compreensão de conceitos abstratos por meio das situações e representações, ainda contribui na percepção visual e da orientação espacial e facilita aproximação dos conteúdos de natureza complexa com o prático.

No ensino de matemática a aplicação dessa tecnologia traz muitos benefícios para o desenvolvimento da aprendizagem, visto que atrai a atenção dos educandos. Diante das pesquisas realizadas pode-se afirmar que a utilização de hologramas no ensino de matemática, de maneira geral, ainda é um obstáculo devido a vários fatores presentes nas redes de ensino. Na subseção seguinte são feitas as considerações parciais dessa seção.

## 1.5 CONSIDERAÇÕES PARCIAIS

Nas trilhas históricas da trigonometria, o conhecimento sobre a história da função seno é compartilhado por diversas civilizações no que concerne a mudanças e adaptações de acordo com as necessidades locais e, assim, contribui no desenvolvimento da atual sociedade. Os caminhos percorridos neste estudo são frutos da metodologia de pesquisa da Engenharia Didática proposta por Artigue (1999). Nessas nuances, a análises preliminares investigaram objetos matemáticos, bem como as suas evoluções, ainda é cabível destacar que em todo processo sempre haverá obstáculos.

No decorrer da pesquisa, foram construídos dois artigos, derivados da pesquisa (ANEXO A<sup>9</sup> e ANEXO B<sup>10</sup>), e submetidos a revistas científicas de qualis periódicos B1 e B2, dentro da área da Educação Matemática, explorando os conceitos da atenção seletiva e o objeto em pesquisa deste trabalho - a função seno.

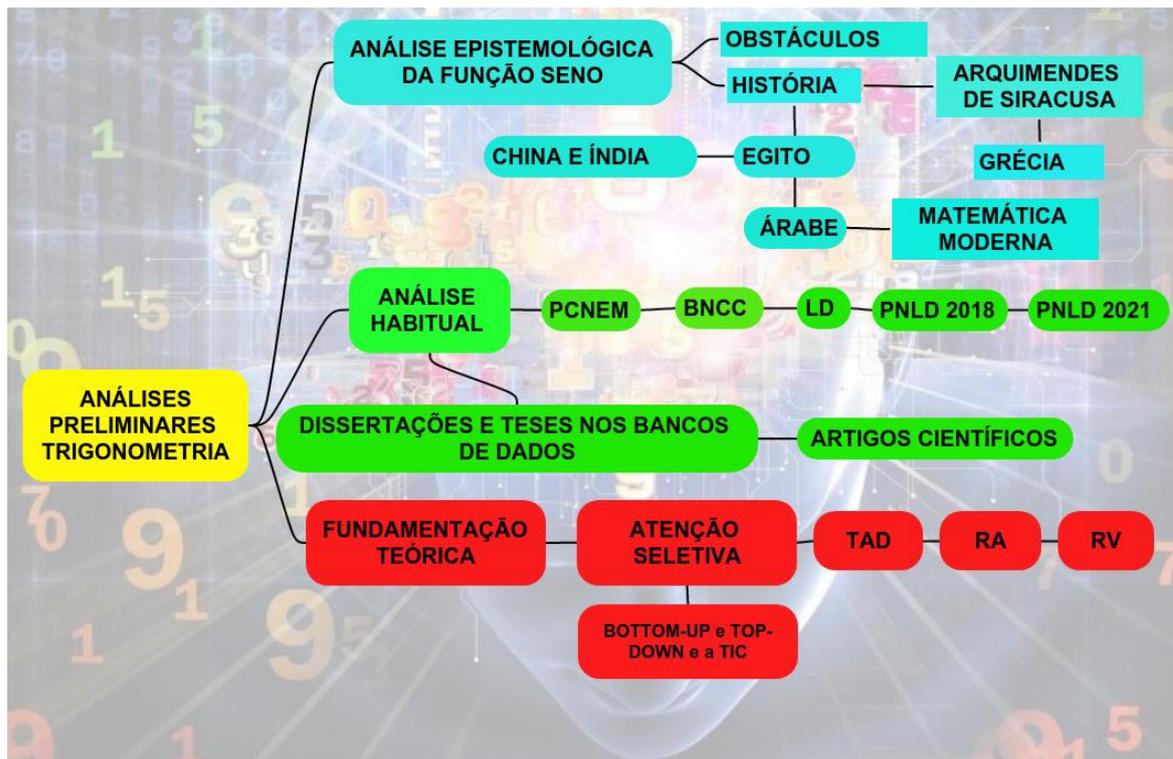
---

<sup>9</sup> Artigo “**Análise livro didático de matemática: um estudo das Tecnologias Digitais de Informações e Comunicações utilizadas e da atenção seletiva na aprendizagem da função seno.**” Publicado na Revista Baiana de Educação Matemática (RBEM).

<sup>10</sup> Artigo “**A concepção do professor de matemática e física: atenção seletiva na aprendizagem da função seno.**” Submetido e aceito na revista em Teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, situação no momento “em edição”.

Em face disso, na Seção 1 foi discutida uma trajetória que se conectou de acordo com as discussões de cada tópico, esse trajeto foi permeado pela metodologia de pesquisa EDC que permitiu ao pesquisador liberdade de ir e vir dentro do processo de escrita. Nesse percurso, a Figura 25 evidencia a trajetória desta seção.

Figura 25 - trajetória da Seção 1



Fonte: O autor (2023).

Nesse panorama, o campo da história trigonométrica, estudada por diversos pesquisadores, decorrem dos fenômenos naturais que fazem emergir os conhecimentos. Assim percebe-se que em cada época os pesquisadores remetem adaptar os conhecimentos anteriores para contribuírem no desenvolvimento da sua civilização.

A análise epistemológica é ligada aos fatores históricos. Nesse universo, há uma divergência no que a história diz, bem como evoluíram os conhecimentos científicos. As discontinuidades históricas e epistemológicas estão intimamente ligadas, como no caso dos obstáculos encontrados nesta pesquisa, os quais já foram superados pois houve uma evolução no conhecimento científico.

As rupturas epistemológicas são importantes, pois identificam o quanto o conhecimento se modifica de uma civilização para outra e ainda mostra que não existe conhecimento pronto e acabado, mas sempre estará em processo de evolução, pois cada sociedade tem as especificidades, ainda serão uma continuidade ou descontinuidade dos construtos anteriores.

No ensino, os professores podem recorrer a instrumentos para superar os possíveis obstáculos epistemológicos, como a história da matemática, ouvir o educando, entre outros meios que estiverem disponíveis em seu espaço, para a construção didática. Nesse leque, a transposição didática em pauta pode estar voltada para o processo histórico e antropológico dos sujeitos.

Nessa investigação foram feitas análises dos documentos nacionais que norteiam a educação brasileira em nível médio e outros estudos sobre a organização dos conteúdos matemáticos, pois é importante destacar que o mundo está vivenciando uma onda de mudanças e que essas mudanças não se restringem ao campo educacional, ao conhecimento científico.

Além disso se aprofundando sobre os conhecimentos matemáticos e as mudanças globalizadas que vêm ocorrendo no mundo com o avanço da tecnologia, foi pertinente discutir os livros didáticos do PNL D de 2018, que não apresentaram ligações com os dispositivos tecnológicos, e os livros do PNL D 2021, que, em contrapartida, algumas obras abordam a aprendizagem da função por meio de alguns dispositivos tecnológicos.

Ainda na busca por conhecimentos que viessem a contribuir na fundamentação desta pesquisa e analisar o conhecimento sobre como o objeto em pesquisa está sendo estudado no campo educacional, houve a necessidade de catalogar trabalhos em que o objeto se aproximasse do que está em discussão na perspectiva da área da educação. Nessa verificação pôde-se verificar como ainda existem obstáculos entre os conhecimentos da função seno, atenção seletiva e realidade aumentada no campo da educação.

Portanto, entender o cenário histórico e do ensino habitual foi um dos objetivos das análises prévias, destacando os pontos relevantes em que se situam os obstáculos epistemológicos associados à concepção desse conteúdo e todas as inquietações que cercam o objeto de pesquisa em questão.

Esses trajetos foram importantes para o desenho da fundamentação teórica, que norteou o desenvolvimento da pesquisa, os mecanismos atencionais configurados como bases importantes para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e a TAD como veículo que interliga as diferentes esferas do espaço humano como a conexão entre as pessoas e intuições na Educação Matemática e em outras áreas do conhecimento humano e, por fim, para contemplar esse percurso, o estudo sobre a tecnologia realidade aumentada na educação básica. Na próxima seção “Concepções e análises à priori” discute-se o processo de elaboração e validação interna da sequência didática.

# SEÇÃO 2



## 2 CONCEPÇÕES E ANÁLISES À PRIORI

### 2.1 Considerações Iniciais

Nesse momento, o leitor vai se deparar com a construção de uma sequência didática que foi elaborada de acordo com o estudo histórico e epistemológico, além das análises bibliográficas das teses e dissertações que se aproximaram do objeto em estudo, das análises realizadas nos livros didáticos do PNLD de 2018 e 2021, dos documentos que estabelecem as diretrizes da organização da educação brasileira e no que tange a construção da atenção seletiva e a Didática da Matemática com o uso da tecnologia realidade aumentada.

Os conhecimentos teóricos da Didática da Matemática foram organizados segundo os princípios da Engenharia Didática Clássica (EDC), de Michele Artigue (1999). Artigue (1999) *apud* Pais (2001, p. 157) assim a define: “Sequência Didática é um conjunto de aulas planejadas e analisadas, previamente, com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática [...]”. Tal acontecimento é fruto da elaboração de um planejamento que descreve o fenômeno estudado.

Esta pesquisa abordou duas teorias em sua discussão: a TAD e TIC, com sua aplicação em um objeto do conhecimento matemático, a função seno, assim, a sua praxeologia é entendida como a regional por envolver educandos da 2ª série do Ensino Médio.

Nesse sentido, ao se pensar a sequência didática para trabalhar a função seno com auxílio da realidade aumentada, é necessária atenção às técnicas a serem utilizadas e aos tipos de tarefas solicitadas. Além disso, é importante investigar o foco atencional mediado pela tecnologia no ensino da trigonometria.

Desse modo, as tarefas foram elaboradas, também, a partir da Teoria da Integração de Características (TIC) de Treisman e Gelade (1980) que pode incidir na informação visual e espacial na memória de trabalho, utilizando uma tarefa de reconhecimento dos objetos que podem ser incluídos. Nessa percepção, as cores se situam como elemento importante na aquisição da atenção e aprendizagem.

Assim, essa sequência didática atende ao público da segunda ou terceira série do ensino médio. Para alcançar de forma satisfatória a aprendizagem, o pesquisador

pautou-se na seleção de duas variáveis didáticas microdidáticas e macrodidáticas do objeto matemático, que são destacadas na Figura 26.

Figura 26 - Variáveis Macro e Microdidáticas



Fonte: O autor (2023).

Essas variáveis são descritas em três dimensões. A dimensão epistemológica, que se situa nas características do saber estudado; a dimensão didática (sistema de ensino e sujeitos, objetos dentro da instituição *I*) e a dimensão neurocognitiva e tecnológica (a percepção neurocognitiva aplicada às tecnologias na aprendizagem dos sujeitos) (ALMOULOUD, 2007). No próximo tópico descreve-se o processo de validação interna da sequência didática.

## 2.2 Descrição e Validação da Sequência Didática (SD)

A sequência didática, nesta pesquisa, se configura como instrumento importante para o alcance do objetivo do trabalho. Questões relacionadas à demora de devolução do comitê de ética para que a sequência didática pudesse ser desenvolvida com alunos de uma rede estadual fizeram com que a pesquisa não fosse aplicada na sala de aula. Assim, o pesquisador teve que desenvolver outro mecanismo para validar a sequência didática.

Para validação da sequência didática foi construído um filtro instrumental com critérios sobre as etapas e atividades/tarefas, relacionando ao uso do *GeoGebra* Calculadora 3D em realidade aumentada como estímulos à atenção seletiva na aprendizagem da função seno, para turmas da 2<sup>o</sup> série do ensino médio. A avaliação desses critérios foi realizada de acordo com a legenda: Atende (A), Atende Parcialmente (AP), Não Atende (NA).

Esse filtro (apêndice D) foi adaptado da pesquisa de Souza (2015) e embasado em teorias como a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e Teoria da Integração de Características (TIC), a fim de verificar as possíveis potencialidades da ferramenta *GeoGebra* Calculadora 3D para o desenvolvimento das atividades e sua mobilização no processo atencional dos educandos na resolução das atividades.

Desse modo, o filtro foi validado, com base em conhecimentos da Neurociência Cognitiva, por professores de matemática da educação básica e do ensino superior, integrantes do Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática – neuroMATH. Logo, nesse processo, participaram como colaboradores no procedimento de validação da pesquisa, 10 membros do grupo de pesquisa, que já discutem a neurociência cognitiva e a Teoria da Integração de Características além, da Teoria Antropológica do Didático.

Seguindo o projeto da sequência didática, o primeiro elemento abordado no filtro foi sobre a utilização da história como ferramenta na construção da aprendizagem e suas possíveis ligações com as tecnologias, disposta na primeira etapa da sequência, atividade/tarefa 1 (Apêndice A). Nesse processo, a história, aliada às representações de figuras, pode ter uma grande potencialidade na exploração da atenção dos educandos. Utilizou-se os critérios que são apresentados na Figura 27.

Figura 27 – Critérios da tarefa 1 - primeira etapa

- a) Utiliza a história da trigonometria como contribuição inicial de conceitos do conteúdo?
- b) Explora a construção do conhecimento histórico, integrando as tecnologias no conhecimento matemático?
- c) Utiliza a história da trigonometria, potencializando as construções antigas como suporte para uso da realidade aumentada nos conceitos matemáticos na atualidade?



Fonte: O autor (2023).

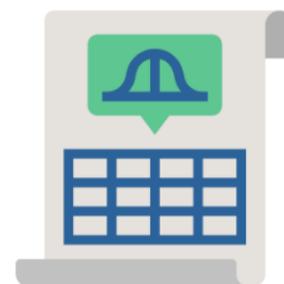
De acordo com avaliação dos colaboradores internos, 90% afirmam que os critérios “a, b e c” atendem (A) à tarefa, enquanto que 10% argumentam que atendem parcialmente (AP). Assim, verifica-se que, nesta primeira tarefa, há uma validação desse instrumento.

No segundo elemento, a utilização de instrumento tecnológico pode ser potencializada na construção da atenção ao manipular os gráficos das funções seno surgindo, desta forma, o potencial em mobilizar a atenção seletiva, no qual o contato é direto dos educandos com o objeto matemático.

Nesse momento, são explorados os aspectos funcionais do *GeoGebra* como mobilizador da atenção seletiva e as tarefas estão de acordo com a TAD, na qual o uso de uma teoria pode ser útil para aprofundamento potencial dos educandos. Esta tarefa está disposta na segunda etapa da sequência (Apêndice B). Para avaliação e validação desse momento foram percorridos os critérios presentes na Figura 28.

Figura 28 –Critérios tarefa 1 - segunda etapa

- a) Utiliza o *GeoGebra* para explorar os conceitos das funções senos?
- b) Utiliza o *GeoGebra* para representar graficamente em realidade aumentada ?
- c) Utiliza o *GeoGebra* como explorador da atenção seletiva e construtor do conhecimento?



Fonte: O autor (2023).

Nesse contexto, os critérios da tarefa 1, da segunda etapa, delineados por “a, b e c”, destacados na Figura 28, levando em conta o ponto de vista dos avaliadores internos, 100% afirmam que atendem (A) ao propósito da tarefa, assim, validando essa questão/tarefa.

O terceiro elemento designado foi a construção do potencial dos educandos por meio de um objeto tecnológico *GeoGebra*, que pode viabilizar o desenvolvimento da noção matemática. Assim, nesse elemento, as cores disponíveis podem estimular o desenvolvimento do foco atencional por meio dos estímulos relevantes, conduzindo os educandos à aprendizagem. Essa tarefa está disponível na terceira etapa da sequência (Apêndice C). Na Figura 29, são apresentados os critérios avaliativos.

Figura 29 - Critérios tarefa 1 terceira etapa

- a) As cores gráficas nas funções no *Geogebra* pode estimular o desenvolvimento atencional ?
- b) Utiliza o *GeoGebra* para o desenvolvimento dos estímulos relevantes da TIC na construção do conhecimento matemático.
- c) Utiliza o *GeoGebra* para despertar os estímulos relevantes na construção da imagem e domínio da função seno?



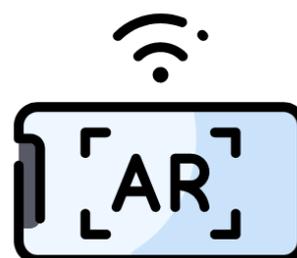
Fonte: O autor (2023).

Dos critérios “a, b e c”, 90% dos avaliadores internos afirmam que atendem (A) à tarefa, enquanto 10%, que atendem parcialmente (AP) à tarefa. Nessa discussão percebe-se que essa tarefa atende às expectativas da sequência didática na construção do objetivo da pesquisa e ao objeto em discussão - função seno.

O quarto elemento enfatiza o uso potencial da ferramenta *GeoGebra* Calculadora 3D como processador da evolução no conhecimento matemático, assim, essa tarefa é planejada para desenvolver, no educando, as construções e reflexões do conhecimento matemático. Então, essa tarefa está disponível na terceira etapa da sequência (Apêndice C). Na figura 30 podem ser visualizados os critérios utilizados para avaliar essa tarefa.

Figura 30 - Critérios tarefa 2 - terceira etapa

- a) Pode ser utilizado apenas para representar as funções seno?
- b) Explora a representação da função seno em realidade aumentada?
- c) Utiliza o *GeoGebra* sem explorar atenção para construção do conhecimento da função seno?



Fonte: O autor (2023).

Diante do exposto, os critérios “a, b e c” apresentam-se da seguinte maneira: 80% afirmam que atendem (A) a proposta da atividade, 10% dizem que atendem parcialmente (AP) e 10% mencionam que não atendem (NA) às especificidades da tarefa.

Por fim, o filtro instrumental enfatizou a utilização do objeto tecnológico *GeoGebra* com as possíveis relações entre os sujeitos, explorando-se os conhecimentos matemáticos e o desenvolvimento de suas ferramentas, que são apresentadas na Figura 31. Nesse contexto, a utilização do *GeoGebra* Calculadora 3D na simulação das funções pode ser chave para desenvolver os estímulos atencionais (Apêndice C).

O critério “a”, segundo os avaliadores internos, não atende (NA) às exigências da tarefa, ou seja, para se utilizar o *software* é importante ter conhecimentos prévios sobre as suas funcionalidades e o desenvolvimento dessas habilidades pode influenciar diretamente na simulação das funções senos, devendo o critério “a” ser reformulado para atender às exigências da tarefa. Para o critério “b”, 90% afirmam que ele atende (A), enquanto 10% afirmam que atende parcialmente (AP) e no critério “c”, 90% mencionam que atende (A) e 10% argumentam que atende parcialmente (AP), aos critérios.

Figura 31 - Critérios tarefa 3 - terceira etapa

- a) Pode explorar a simulação gráfica em realidade aumentada sem conhecer as ferramentas do *GeoGebra*?
- b) Todas as ferramentas presentes no *GeoGebra* interagem no desenvolvimento atencional para a construção do conhecimento da função seno?
- c) Utiliza duas telas do *GeoGebra* em realidade aumentada para mostrar as funções senos?



Fonte: O autor (2023).

O filtro instrumental apresentado nas Figuras 27 a 31 mostra a organização de questionamentos que validam as atividades/tarefas presentes na sequência didática, além de identificar a importância do instrumento tecnológico *GeoGebra Calculadora* 3D para o desenvolvimento dos mecanismos atencionais no ensino dos conceitos matemáticos, em especial, da função seno. Nesse viés, é importante dizer que o *software* pode ser utilizado em outros conteúdos matemáticos e outras áreas do conhecimento humano, mobilizando a atenção dos educandos.

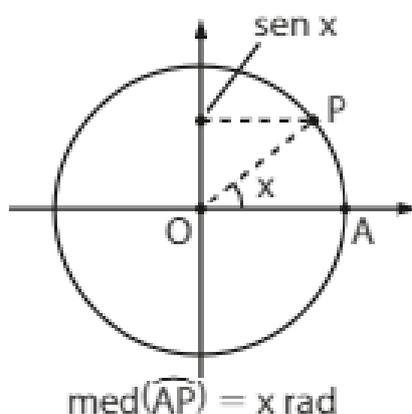
Para tanto, o filtro instrumental tem como objetivo a validação das tarefas com a integração do *GeoGebra* Calculadora 3D na aprendizagem da função seno, sendo a atenção seletiva mobilizada por meio das suas representações em realidade aumentada, explorando o objeto em pesquisa por meio das cores, movimentos, entre outros aspectos presentes nos objetos, tendo como foco os estágios pré e pró-ativos descritos na Teoria da Integração de Características, levando em consideração os ensinamentos de Artigue (1999), Almouloud (2007), Chevallard (2009; 1998; 1999), Treisman e Gelade (1980), e Tori *et al* (2006).

Nas fases da EDC, nas análises à priori e à posteriori, a SD foi validada de acordo com a argumentação do grupo de pesquisa sobre o filtro instrumental. A partir desses argumentos subseção seguinte descreve o procedimento organizacional do desenho da sequência didática.

### 2.3 Desenho da Sequência Didática (SD)

A organização da sequência didática situa-se dentro do aporte teórico discutido na seção 1. Assim, a partir dessa seção, foi importante prever alguns resultados em cada momento da sequência. As tarefas atendem aos conhecimentos matemáticos da trigonometria - função seno  $f(x) = \text{sen}(x)$ . Então, “seja  $x$  número real e  $P$  sua imagem na circunferência trigonométrica, denomina-se **função seno** a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que associa a cada número real  $x$  o seu seno, isto é,  **$f(x) = \text{sen}(x)$** ”, (IEZZI, 2016, p. 49).

Figura 32: Representação da função seno no círculo trigonométrico



Fonte: IEZZI (2016, p. 49).

Ao observar que  $f$  está associado a cada número real  $x$ , a ordenada do ponto que corresponde a sua imagem  $P$  no círculo trigonométrico. Logo, a ordenada de qualquer ponto pode pertencer à circunferência trigonométrica, variando entre  $-1$  e  $1$ , isto é,  $-1 \leq \text{sen } x \leq 1$ . Diante disso, é uma função periódica (IEZZI, 2016).

Para o estudo dessa função é importante ter o conhecimento de alguns conteúdos que dão suporte para o desenvolvimento da aprendizagem. Nesta pesquisa utilizou-se a aplicação da tecnologia realidade aumentada, utilizando aplicativos móveis, como o *GeoGebra*, para representá-las.

O *GeoGebra* é um importante *software* para a demonstração das funções trigonométricas, em especial, da função seno. A BNCC destaca a habilidade EM13MAT306:

Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria (BRASIL, 2018, p. 528).

A BNCC (2018) utiliza a tecnologia para o desenvolvimento dos conteúdos com fenômenos periódicos que possam estar em contato com os educandos, contribuindo para o desenvolvimento da aprendizagem dos conteúdos e, as novas atualizações do *GeoGebra* permitem o uso da realidade aumentada no manuseio das funções.

Assim, o *GeoGebra* é um *software* livre de matemática dinâmica que permite o seu uso gratuitamente. Com grande potencial, esse *software* possibilita o trabalho com a álgebra, geometria em duas e três dimensões, gráficos, calculadora de probabilidade, estatística, tabelas, entre outros.

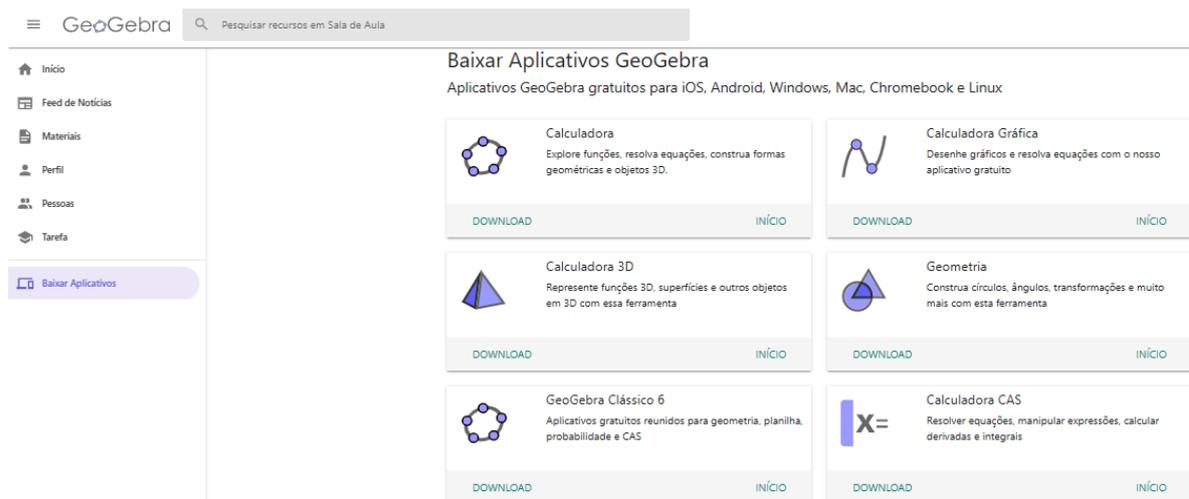
Optou-se pela utilização do *GeoGebra* no ensino da função seno por ser um *software* com ferramenta capaz de desenvolver a aprendizagem da função seno, por permitir o desenvolvimento da realidade aumentada nas representações gráficas da função, por ser gratuito, de fácil manipulação para os educandos e, ainda, porque o mesmo pode ser utilizado *on-line* e *off-line*, sendo flexível a sua utilização. As suas representações gráficas coloridas em 3D aguçam o desenvolvimento atencional, talvez por isso, a utilização desse *software* cresce, dia a após dia, desde a sua criação.

Dessa forma, na resolução das atividades pode-se utilizar o computador para representar o *software* e também o uso do *smartphone* e o *tablet*, fazendo o *download*

nos sistemas operacionais *iOS*<sup>11</sup> e *Android*<sup>12</sup> pertencente às empresas *Apple* e *Google* ou pelo *link*: <http://www.geogebra.org/download>. O aplicativo, nesses sistemas operacionais, funciona de modo *on-line* ou *off-line*, além disso, a lousa digital será utilizada pelo professor para mediar o processo de aprendizagem.

Diante disso, a pesquisa ilustra alguns procedimentos para a execução do *GeoGebra* Calculadora 3D. Após o acesso ao *site* deve-se clicar em Calculadora 3D e realizar o *download* em qualquer dos dispositivos citados anteriores. Essa tecnologia é bastante utilizada no ensino da matemática e contribui para o desenvolvimento da aprendizagem dos educandos. A seguir, demonstra-se um breve tutorial para *download* desse *software* e algumas etapas de como utilizá-lo para o ensino da função seno.

Figura 33 – Página oficial para *download* *GeoGebra*



Fonte: O autor (2023).

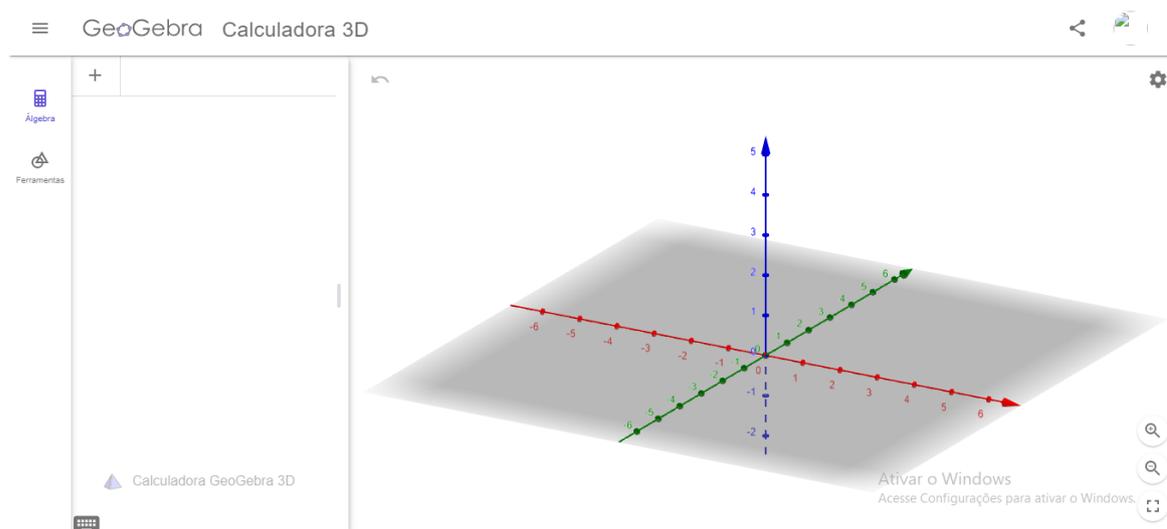
É notório perceber que o *GeoGebra* possui diferentes aplicativos para o seu desenvolvimento conhecidos como aplicativos matemáticos que são de acesso livre. Tendo o *software* instalado no dispositivo deve-se configurar para desenvolver as

<sup>11</sup> É um sistema operacional móvel da *Apple Inc.* desenvolvido originalmente para o *iPhone*, *iPod Touch* e o *iPad* até a introdução do *iPadOS* em 2019, um sistema derivado do *iOS*. A *Apple* não permite que o *iOS* seja executado em *hardware* de terceiros. As versões principais do *iOS* são lançadas anualmente. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/iOS>. Acesso: 14 de outubro 2022.

<sup>12</sup> É um sistema operacional (SO) baseado no núcleo *Linux*, projetado principalmente para dispositivos eletrônicos móveis (como *smartphones* e *tablets*) com tela sensível ao toque ou interface de usuário baseada na manipulação direta; desenvolvido por um consórcio de desenvolvedores conhecido como *Open Handset Alliance*, sendo o principal colaborador o *Google*. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Android>. Acesso: 14 de out. 2022.

atividades. A Calculadora 3D é a responsável em demonstrar a função seno em realidade aumentada. A Figura 34 descreve a tela inicial do *GeoGebra* Calculadora 3D.

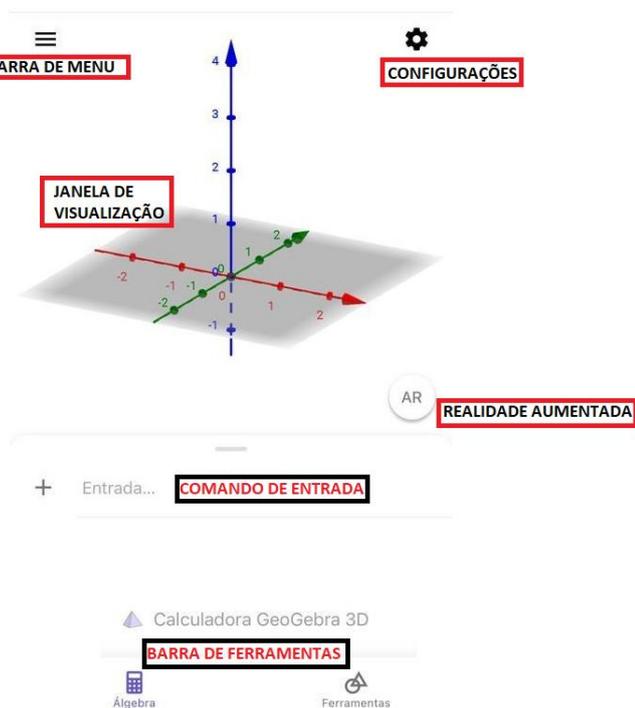
Figura 34 - Interface do *GeoGebra* Calculadora 3D/ RA Computador



Fonte: O autor (2023).

Nesse contexto, é descrito a interface do *GeoGebra* Calculadora 3D nos aparelhos dos *smartphones* e *tablets*, para os educandos e professores entenderem as diferenças entre as visualizações, os processos de formatação são semelhantes, pois possuem as mesmas barras para serem manuseadas. A abordagem da função seno nesse aplicativo se destaca pela possibilidade de o educando poder interagir, dinamicamente, projetando-os em seu próprio ambiente por meio da realidade aumentada. Deve-se ativar o modo de visualização em RA, tocando sobre o botão AR, que se encontra no canto inferior direito da janela gráfica.

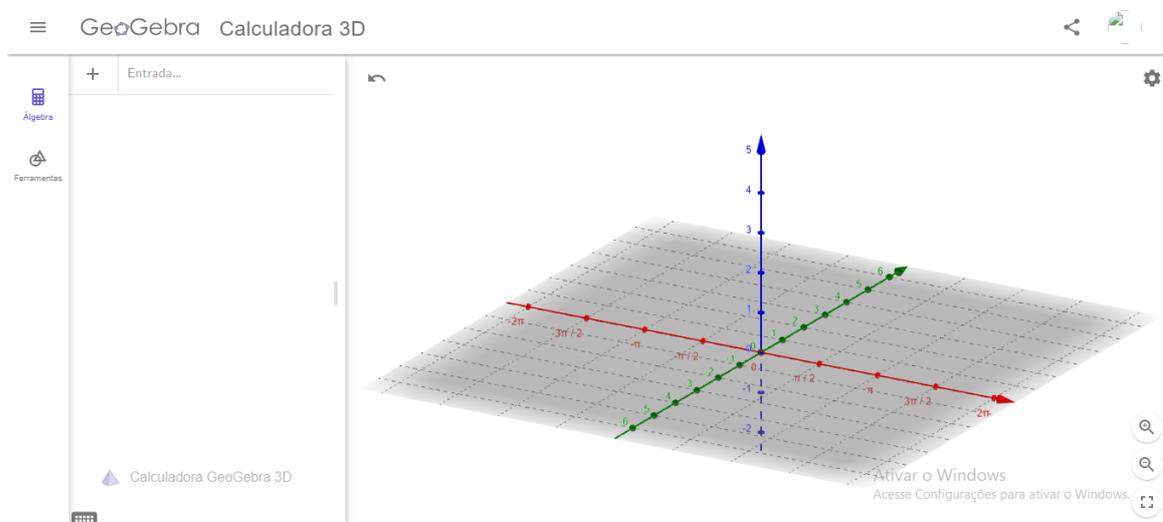
Figura 35 - Interface do GeoGebra Calculadora 3D/Realidade Aumentada  
Smartphone/ tablet



Fonte: O autor (2023).

Assim, o processo de configuração deve acontecer clicando em “Configurações”, no lado direito superior, em sequência, no eixo X, colocar a distância  $\pi/2$  e a unidade  $\pi$ , do mesmo modo nos eixos Y e Z, depois clicar em exibir malha quadriculada, logo, todos os gráficos da função seno estarão representados em radianos. A Figura 36 descreve esse processo.

Figura 36 - Tela do GeoGebra Calculadora 3D formatada

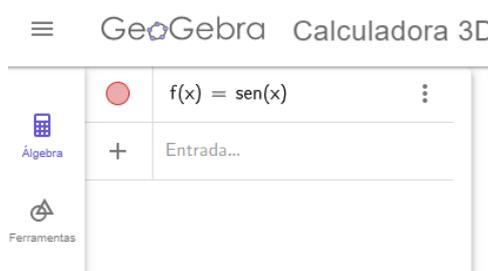


Fonte: O autor (2023).

Dando continuidade aos procedimentos de configuração do *GeoGebra* Calculadora 3D, é importante dizer que a calculadora vai se adaptando de acordo com o dispositivo e necessita de uma câmera traseira para representar o objeto em realidade aumentada. A seguir, fez-se uma orientação para a entrada das funções.

Digitar as funções: se estiver utilizando o computador deverá acessar o canto superior à esquerda e, caso esteja usando celular e *tablet*, estará abaixo do AR, clicando em seguida na tecla “*enter*”.

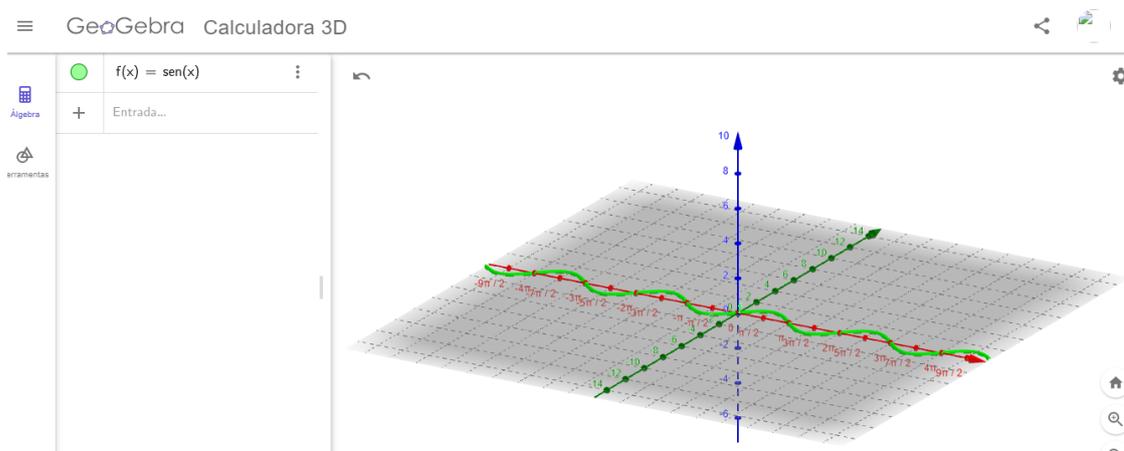
Figura 37 - Caixa de entrada



Fonte: O autor (2023).

Diante desses procedimentos, é possível visualizar a função em realidade aumentada, clicando em AR, na “Janela de Álgebra”, a função  $f(x) = \text{sen}(x)$  e o seu gráfico na “Janela de Visualização”.

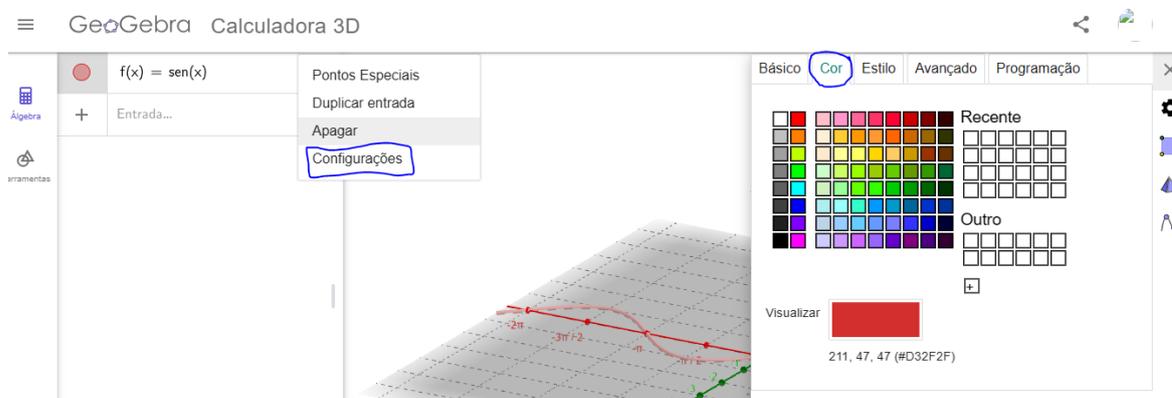
Figura 38 – Tela com a função seno



Fonte: O autor (2023).

Pode-se verificar que a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ , na Figura 38 na “Janela Álgebra” aparece com a mesma cor na “Janela de Visualização”. Caso o educando queira mudar a cor, isso sempre será possível, basta clicar nos três pontos do lado da função e em seguida clicar em configurações, como é representado na Figura 39.

Figura 39 – Mudando as cores

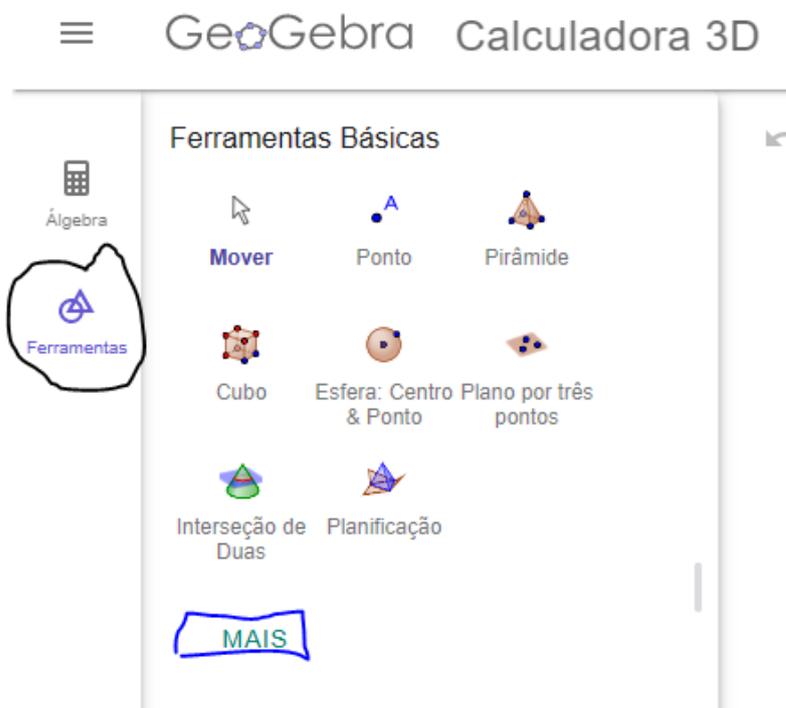


Fonte: O autor (2023).

Nessa assertiva, os procedimentos anteriores são fundamentais para a representação da função seno em realidade aumentada no *GeoGebra* Calculadora 3D, que é pauta de discussão nesse processo da sequência didática, exemplificando como esse *software* se comporta no computador. Nas discussões das atividades é apresentada a Calculadora 3D no celular e *tablet*. Além disso, utilizar o *GeoGebra* Calculadora 3D em *smartphones* e *tablets* facilita a representação em realidade

aumentada devido à câmera traseira, a qual é responsável por transportar do virtual ao modo aumentado.

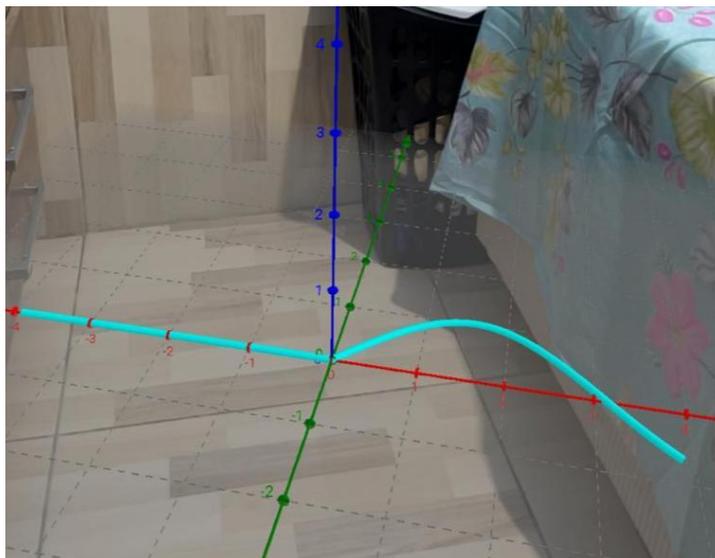
Figura 40 – Ferramentas da Calculadora 3D



Fonte: O autor (2023).

Por fim, elucida-se as ferramentas do *GeoGebra* Calculadora 3D que estão localizadas abaixo da “Janela da Álgebra”. Ao clicar em ferramentas aparecerão algumas ferramentas, mas ao clicar em “mais”, novas ferramentas serão mostradas, podendo, assim, ser utilizadas. Desse modo, ao manusear o aplicativo ou *site* para representar a função seno, o professor mediador e os educandos vão perceber que os gráficos apresentam similaridades, pois a função seno é periódica. Logo, o *GeoGebra* Calculadora 3D, permite visualizar os gráficos em qualquer intervalo, para isso, basta inserir, na entrada, seguindo os passos da seguinte fórmula: **Função** [**Função** >,< **Valor de x inicial** >,< **Valor de x final** >], exemplificando o gráfico da função  $f(x) = \text{sen}(x)$  no intervalo  $[0, 3\pi]$ , é só inserir na entrada **função** [**sen x, 0, 3π**]. A Figura 41 ilustra bem essa representação.

Figura 41 - Gráfico de um período da função seno



Fonte: O autor (2023).

Na Figura 41, a função seno, em cor azul no *GeoGebra* Calculadora 3D, é representada no *smartphone*, como mencionando anteriormente. Em cada aparelho há uma pequena diferença na representação em realidade aumentada. Porém, isso não é problema para explorar os mecanismos atencionais no desenvolvimento da aprendizagem da função seno.

Nesse contexto, a integração desse *software* com a educação permite ao professor desenvolver diversas atividades no ensino da matemática. Um fato importante é que esse aprendizado não é limitado à sala de aula, podendo ser explorado com conceitos da sociedade e sala de aula (BITTAR, 2011). Os procedimentos ilustrados sobre como utilizar o *GeoGebra* Calculadora 3D são pontos importantes para o desenvolvimento das atividades/tarefas da SD.

A SD foi organizada para ser desenvolvida em três etapas: na primeira, deve ser feita uma sondagem dos conhecimentos prévios. Essa sondagem diagnóstica constitui-se de perguntas abertas e fechadas sobre a história da matemática. Na segunda etapa, apresenta-se a função seno e seus elementos e, na terceira, discorre-se sobre a tecnologia da realidade aumentada e aplicação do *GeoGebra* Calculadora 3D na resolução das atividades que podem facilitar a construção do conhecimento da função seno. Além disso, as tarefas buscam o desenvolvimento da atenção e seus estímulos com a Teoria de Integração de Características. Logo, os educandos devem

ser organizados em grupos e, assim, desenvolverão a aprendizagem da função seno. A Figura 42 descreve a organização da sequência didática.

Figura 42 – Sequência Didática

# SEQUÊNCIA DIDÁTICA





**DURAÇÃO: 10  
AULAS DE 50  
MINUTOS**

**ORGANIZAÇÃO DA  
TURMA: Grupo de cinco  
componentes cada**



COLÉGIO \_\_\_\_\_  
 Área do conhecimento: Matemática e suas Tecnologias  
 Disciplina: Matemática  
 Professor (a): \_\_\_\_\_  
 Série: 2ª EM Turma \_\_\_\_\_

---

**OBJETO DO CONHECIMENTO** 

• TRIGONOMETRIA E FUNÇÃO SENO

---

**TEMA** 

O GEOGEBRA NO DESENVOLVIMENTO ATENCIONAL DA FUNÇÃO SENO

---

**OBJETIVO** 

Verificar se a tecnologia da realidade aumentada usada pode ser estímulo para a construção e aplicação da função seno e se esta tecnologia atrai, nos educandos, atributos dos mecanismos atencionais para o desenvolvimento da aprendizagem.

---

**RECURSOS** 

Folhas A4; Smartphone; Computador; Tablet; Lousa digital; Datashow; Quadro Branco

---

**HABILIDADES** 

EM13MAT101, EM13MAT306, EM13MAT404

---

**COMPETÊNCIAS** 

Específica: 1, 3 e 4  
 Gerais: 1, 3 e 5

---

**METODOLOGIA: ETAPAS** 

1ª- Debater sobre a história da trigonometria.  
 2ª- Estudo sobre variação gráfica, domínio, imagem, periodicidade, estudo do sinal e simetria.  
 3ª- Resolver problemas e aplicações da tecnologia no *software GeoGebra* com a realidade aumentada.

---

**PRÉ-REQUISITOS** 

O conhecimento sobre os arcos de circunferência e ciclo trigonométrico, relações trigonométricas em um triângulo qualquer e relações trigonométricas no triângulo retângulo, plano cartesiano, figuras geométricas planas e tecnologias.

---

**AVALIAÇÃO** 

Ao final de cada etapa e quando do término do processo de ensino-aprendizagem do conteúdo selecionado, continua.

Fonte: O autor (2023).

Diante dos apontamentos sobre a elaboração da sequência didática, na subseção seguinte fez-se uma análise do comportamento dessa sequência.

### **2.3.1 Análise Inicial da Sequência Didática**

A sequência didática foi construída com o propósito de desenvolver os conhecimentos da função seno com o auxílio da tecnologia realidade aumentada. O público alvo são educandos da segunda série do ensino médio e o desenvolvimento das atividades pode acontecer de forma individual ou em equipes para possibilitar a discussão sobre a aplicação das atividades/tarefas, ficando a critério do professor.

Além disso, a SD está de acordo com a BNCC, ao explorar as competências específicas 1, 3 e 4, as habilidades EM13MAT101, EM13MAT306, EM13MAT404 da área de conhecimento da Matemática e suas tecnologias e as competências gerais da educação básica 1, 3 e 5.

O objetivo dessa SD é verificar se a tecnologia da realidade aumentada usada pode ser estímulo para a construção e aplicação da função seno e se atrai, nos educandos, atributos dos mecanismos atencionais para o desenvolvimento da aprendizagem. No pensamento de Pantano e Zorzi (2009, p. 28), “os mecanismos atencionais estão associados aos estímulos sensoriais, memórias, pensamentos, recordações e à execução da calculo mental”.

Nessa discussão, todas as etapas foram organizadas de modo integrado entre elas, dando-se continuidade no processo metodológico e na organização, para que os educandos não fiquem “perdidos” na transição de uma etapa para outra. Além de explorar em cada etapa a atenção para o desenvolvimento da aprendizagem, entra a condição da decodificação dos objetos como as cores, estruturas, foco no objeto, entre outros estímulos de acordo com a Teoria de Integração de Características.

Diante disso, o teor das atividades e tarefas baseou-se na investigação da inserção desse conteúdo no modo de discussão e investigação histórica mostrada no (Apêndice A), na primeira etapa, complementando-se com os momentos práticos com o *GeoGebra* (Apêndice B), na segunda etapa, finalizando com a resolução de tarefas presentes em alguns vestibulares, adaptando-se à proposta da pesquisa (Apêndice C) e, no terceiro momento, a resolução das tarefas demandam entendimentos dos pressupostos da função seno e, assim, o sistema avaliativo de cada etapa.

Destarte, o processo avaliativo é uma etapa importante na aplicação de uma sequência didática, o qual é composto por uma sequência de atividades que atendem ao objetivo. De acordo com os objetivos propostos na sequência didática e nas atividades, o procedimento avaliativo é pautado na avaliação contínua, que nas palavras de Mendes (2010, p. 9), “fundamenta-se nos processos de aprendizagem, em seus aspectos cognitivos, afetivos e relacionais, em aprendizagens significativas que se aplicam em diversos contextos.”

Nessa perspectiva, o uso da tecnologia no ensino e aprendizagem dos educandos no componente curricular matemática pode se tornar uma prática constante devido às mudanças sociais. Dessa forma, a tecnologia permite aos educandos uma visualização dos caminhos que podem ser trilhados na compreensão da função seno, destacando as características do sistema atencional que foram embasados pela Teoria da Integração de Características para melhor compreensão do conteúdo. Diante disso, a próxima subseção apresenta as análises das etapas, descrevendo a análise à priori da primeira etapa.

### **2.3.2 Análise à Priori da Primeira Etapa**

Esse primeiro contato tem como objetivo identificar os conhecimentos prévios que os educandos apresentam sobre o campo da trigonometria, em especial a função seno. Protocolo Diagnóstico I: essa etapa foi organizada em dois momentos: primeiro, dialogar com os educandos, ouvir os seus pontos de vista sobre a trigonometria com uma tarefa sobre ela, dividindo-os em grupos de cinco componentes.

O segundo momento é destinado à discussão sobre a trigonometria e sua importância para a formação social, trazendo para o debate um recorte da história desse conteúdo. Foi organizado de acordo com a fundamentação teórica, apoiada em autores que referenciam a pesquisa, Eves (2011) e Boyer (2012; 1974), pois, antes de se iniciar um conteúdo é importante discutir sua origem e quais perspectivas de aplicação traz na sociedade.

Nessa perspectiva, os protocolos iniciais versaram sobre perguntas subjetivas a serem respondidas de acordo com a visão existente no contexto escolar. Se os educandos apresentarem dificuldades para argumentar, o professor pesquisador

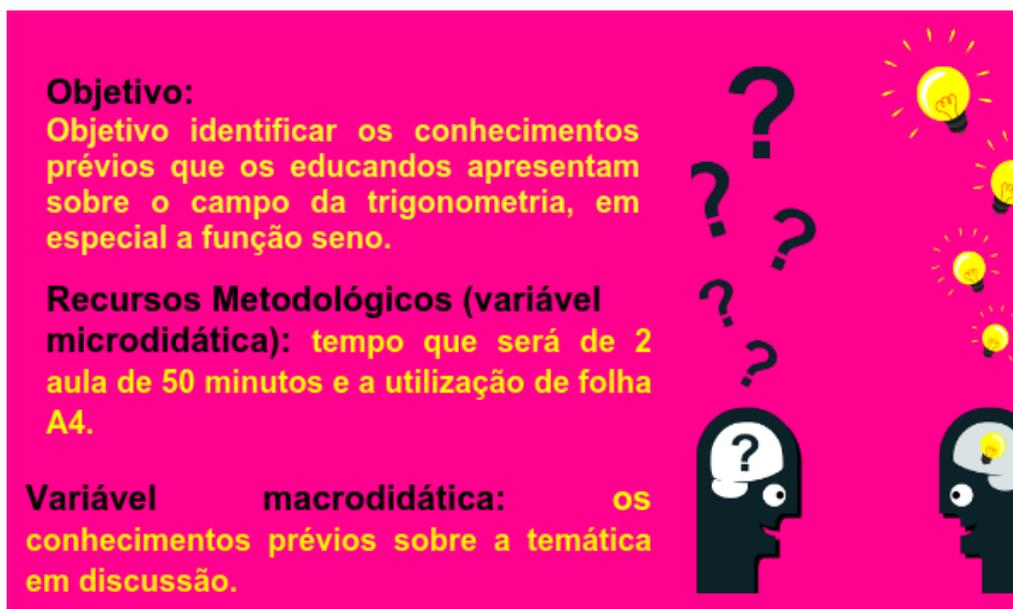
poderá mediar. A partir das respostas dos educandos é possível analisar se houve entendimento a respeito da temática investigada.

Dessa forma, a atenção seletiva e a consciência podem ser consideradas como um fenômeno que transporta informações relevantes para ativação de estímulos presentes na realidade aumentada e nos aspectos históricos de tal conteúdo, no qual esse processamento da informação sensorial, da informação evocada e da informação cognitiva prossegue com o conhecimento consciente do educando na utilização dos aparatos tecnológicos para a aprendizagem (STERNBERG, 2010).

Assim, relacionar os momentos históricos com os atuais, utilizando a tecnologia e a atenção seletiva, induz os sujeitos à percepção e reflexão sobre o objeto em estudo, ativando os estímulos sensoriais, como memórias e processos algorítmicos mentais, ou seja, processos mentais internos (GAZZANIGA, 2006).

A construção da atividade, nessa etapa, foi elaborada de acordo com as tarefas presentes na praxeologia matemática no âmbito da função seno e, assim, todo o processo chega ao objetivo deste momento, compreendendo o posicionamento dos educandos referentes à função seno e seus aspectos e quais as implicações no contexto social. Na Figura 43 são apresentados os procedimentos adotados para execução desse momento.

Figura 43 - SD/ 1ª etapa



**Objetivo:**  
Objetivo identificar os conhecimentos prévios que os educandos apresentam sobre o campo da trigonometria, em especial a função seno.

**Recursos Metodológicos (variável microdidática):** tempo que será de 2 aulas de 50 minutos e a utilização de folha A4.

**Variável macrodidática:** os conhecimentos prévios sobre a temática em discussão.

The infographic features a pink background. On the right side, there are several black question marks of varying sizes and several glowing yellow lightbulbs. At the bottom right, there are two black silhouettes of human heads in profile. The head on the left has a white question mark inside, while the head on the right has a glowing yellow lightbulb inside, symbolizing the transition from questioning to knowledge.

Fonte: O autor (2023).

Tendo em vista a estruturação das tarefas/atividades ilustradas abaixo, todas foram analisadas de modo bem detalhado, com base nos princípios da EDC, elencados por Artigue (1998). A seguir a Tarefa do Protocolo Diagnóstico I.

Figura 44 – Atividade 1.



Fonte: O autor (2023).

Para alcançar a finalidade proposta, a atividade utilizou a abordagem da TAD, que segundo Chevallard (1998) “toda atividade humana regularmente realizada pode descrever-se como um modelo único, que se resume, aqui, com a palavra praxeologia”, dentro da análise das tarefas. Nessa discussão, a atividade é composta por uma tarefa e sua resolução segue alguns processos como mecanismos, (Apêndice A).

**DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE:** A história da matemática é a base para o aprofundamento na compreensão do conteúdo função seno, pois pode indicar para os educandos a origem de tal conteúdo e sua importância na construção/aplicação nas sociedades, além do mais, é imprescindível entender que o conteúdo não surgiu do nada, que há uma razão para a sua existência, que pode ter sido uma necessidade de quem o construiu.

Assim, a aula acontece de maneira expositiva, na qual, após uma leitura do texto de apoio e pesquisas nos livros didáticos, os grupos devem argumentar o seu ponto de vista sobre a temática e em sequência, realizarem a atividade, ainda podem

relacionar os momentos históricos da trigonometria, em especial a função seno, com o contexto da atual sociedade.

Essa atividade faz conexão entre o passado e o presente das aplicações da função seno e ainda discute ela no âmbito da tecnologia, em especial, a realidade aumentada. Para a realização dessa atividade são esperados os conhecimentos matemáticos prévios da história da trigonometria. Possíveis dificuldades podem surgir durante a realização dessa atividade, como encontrar um momento na história que mostre todas as etapas para o surgimento da função seno.

Na visão de Boyer (2012, p. 323), “isto proporcionará estabelecer comparações entre os processos matemáticos do passado e do presente, bem como compreender que os saberes ensinados na escola não se originaram sem um propósito, sem um porquê”. Então, a resolução dessa tarefa deve seguir as estratégias abaixo:

MATERIAL A SER UTILIZADO: livros didáticos, projetor, textos auxiliares, computador.

TEMPO ESTIMADO: 02 horas/aulas de 50 minutos.

COMPETÊNCIA GERAL DA EDUCAÇÃO BÁSICA DA BNCC 1: Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA BNCC 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas ou, ainda, questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.

HABILIDADES: (EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM:

- Desenvolver o estímulo à pesquisa de conceitos relevantes para a aprendizagem dos aspectos históricos da trigonometria.
- Aprimorar as discussões com base nas reflexões mais importantes sobre a história da trigonometria. Aplicação de questionário (Apêndice A).

➤ Aprofundar os conhecimentos tecnológicos sobre o processo de evolução histórica da trigonometria na construção social.

#### PROCEDIMENTOS:

➤ Descrição dos aspectos históricos da trigonometria e função seno com base em documentários e *slides*.

➤ Incentivar a pesquisa da trigonometria e função seno através do seu histórico em livros didáticos da própria biblioteca escolar.

➤ Destacar os marcadores históricos presentes na Figura 1 desta pesquisa para ampliar as discussões sobre a temática da função seno.

➤ Realização de rodas de conversa com os grupos para mostrar a importância de se estudar os aspectos históricos da trigonometria e função seno e as possíveis aplicações sociais.

➤ Identificação das lentes que integram a trigonometria com a tecnologia, usando a realidade aumentada como pressuposto.

AVALIAÇÃO: É tida como importante no ambiente escolar e social. Assim, nessa atividade/etapa, a avaliação pode acontecer por meio da participação, avaliando os conhecimentos prévios dos educandos relativos à história da trigonometria e ao objeto de pesquisa função seno, diálogo entre os educandos com intervenção do professor, se configurando como avaliação contínua.

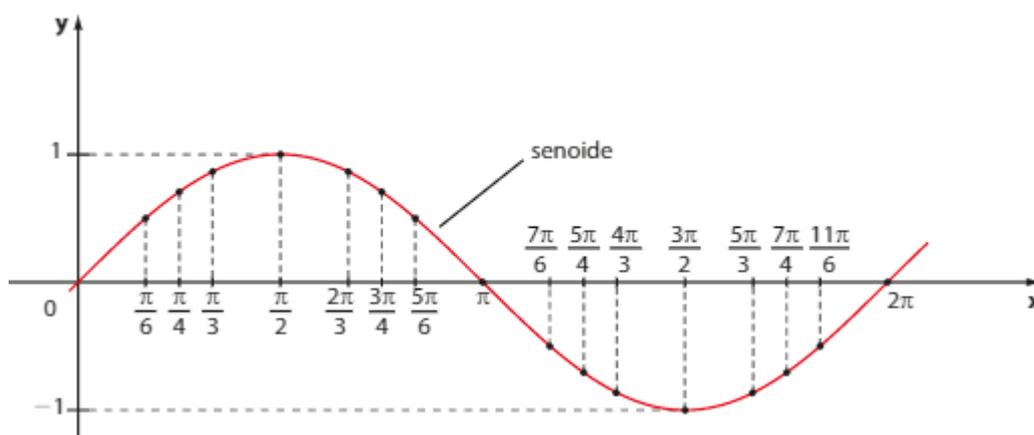
### **2.3.3 Análise à Priori da Segunda Etapa**

Após o desenvolvimento da primeira etapa, adentra-se, diretamente, no estudo da função seno e suas aplicações. A segunda etapa tem como objetivo identificar as definições da função seno e suas representações gráficas, resolvendo problemas no *Geogebra* Calculadora 3D que desenvolvam os mecanismos atencionais. Ainda pode estimular a atenção dos estudantes e reconsolidar memórias referentes ao primeiro encontro sobre as discussões da história da trigonometria e uso de tecnologias.

Assim, nas lentes da Neurociência Cognitiva, o aspecto de funcionamento do cérebro que precisa ser acionado para ativação da atenção seletiva é o nível de vigilância que ela se encontra em um determinado momento para o processamento das informações na memória (COSENZA; GUERRA, 2011).

Essa etapa é importante ser dividida em três momentos: no primeiro, deve-se abordar a definição de uma função seno, mostrando o seu comportamento dentro do estudo da trigonometria, destacando que o gráfico da função seno é limitado entre o intervalo  $[-1, 1]$  e possui partes crescentes e partes decrescentes. Então, a construção do gráfico de  $f(x) = \text{sen } x$  recebe o nome de **senoide**.

Figura 45 - Representação gráfica senoide



Fonte: IEZZI (2016, p. 50).

No segundo momento deve-se descrever o sinal da função seno, onde ela vem acompanhada do sinal que o seno tem no ciclo trigonométrico. Se o arco for do I ou II quadrante, a função seno será positiva; caso o arco pertença ao III ou IV quadrante, será negativa.

E assim, no último momento dessa etapa deve-se tratar sobre o período da função seno, onde começa-se discorrendo o período do menor intervalo em que acontece a repetição do gráfico. Pode-se notar que a função seno é periódica, ou seja, o gráfico se repete a cada período. O período da função seno é  $2\pi$ . Para tanto, pode-se continuar a construção da senoide para a esquerda de  $0$  e para direita de  $2\pi$ , pois o domínio de  $f$  é  $\mathbb{R}$ . Nota-se que, de  $-2\pi$  a  $0$  de  $2\pi$  a  $4\pi$  etc.

Desta forma, apresenta-se algumas características da função seno, sendo  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \text{sen } x$ . A primeira característica é: a função seno tem domínio  $D(f) = \mathbb{R}$  e conjunto imagem  $\text{Im}(f) = [-1, 1]$ , ou seja, todos os números reais que estão entre  $-1$  e  $1$ , incluindo esses números. A segunda: essa função assume valor máximo  $1$  e valor mínimo  $-1$ . Além disso, essa função tem amplitude (diferença entre os valores máximo e mínimo) igual a  $2$ . A terceira: a função seno é periódica, de período  $p = 2\pi$ .

A quarta característica: na função seno, tem-se  $\text{sen}(-x) = -\text{sen } x$ , para todo  $x$  real. Então, dizemos que ela é uma função ímpar.

A quinta característica: a função seno pode assumir valores nulos, positivos ou negativos. Assim, pode ter três situações para essa ocorrência.

- **sen  $x = 0$** , para  $x = k\pi$ , com  $k$  pertence ao conjunto dos números naturais.
- **sen  $x > 0$** , para  $x$  do 1º e 2º quadrantes e para  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ , com  $k$  pertencente ao conjunto dos números naturais.
- **sen  $x < 0$** , para  $x$  do 3º e 4º quadrantes e para  $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ , com  $k$  pertencente ao conjunto dos números naturais.

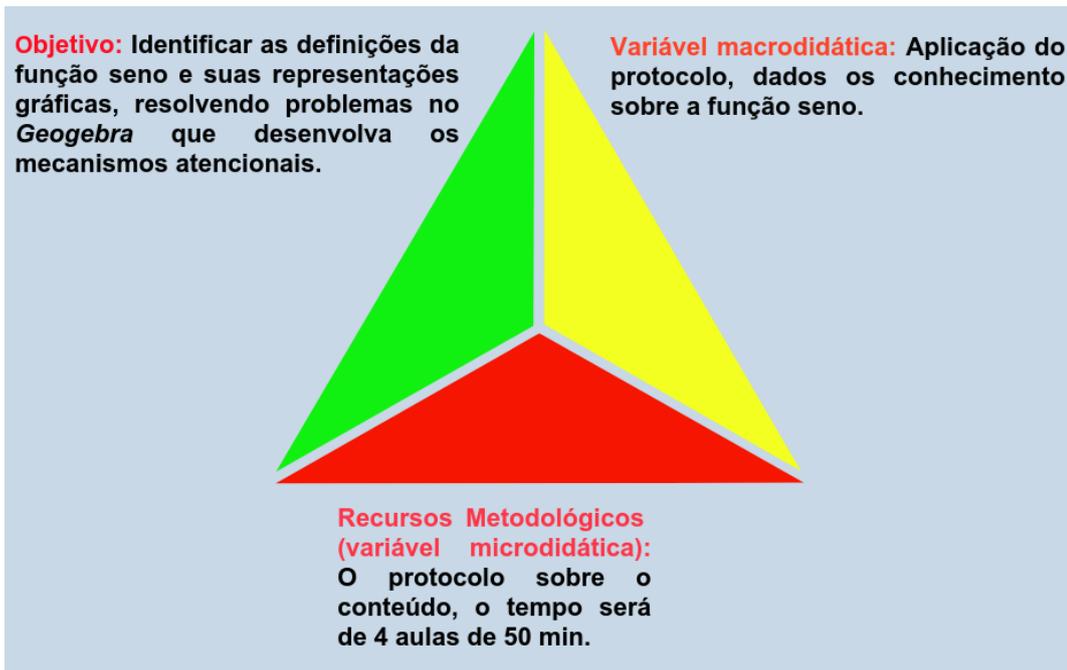
Ao utilizar a realidade aumentada, na concepção de Tori *et al* (2006, p. 40), é perceptível que terá uma “combinação entre os objetos reais e virtuais em um ambiente real, funcionar de forma interativa e em tempo real e registrar (alinhar) objetos reais e virtuais uns com os outros,” além de ser atraído a partir dos estímulos salientes e relevantes ao desenvolvimento da atenção seletiva a partir das características (como cor e movimento) que fazem uma localização ou objeto se destacarem (GAZZANIGA *et al.*, 2018).

Na atividade/tarefas desta etapa, o desenvolvimento direciona a atenção seletiva, proporciona uma capacidade no cérebro que seleciona informações importantes e faz com que se ignore informações irrelevantes. As informações selecionadas vão parecer mais nítidas e intensas e são desenvolvidas de acordo com o interesse e significado para o sujeito, grande parte das vezes, de forma inconsciente.

Após ativar o consciente, a mente deve escolher o objeto em estudo e permanecer focada, assim, no desenvolvimento da tarefa é possível excluir as distrações, dando ênfase ao que, realmente, é importante no momento da execução da tarefa.

Além disso, nesse momento a discussão se pauta em uma demonstração do que é o *GeoGebra* e suas funcionalidades para familiarizar os educandos com os *softwares*, aplicando uma questão composta por cinco alternativas. Essa etapa é destinada ao estudo da parte teórica e prática da função seno, sendo distribuída no período de quatro aulas de cinquenta minutos cada. Uma atividade deve ser desenvolvida nessa etapa. Na Figura 46 são demonstrados os procedimentos adotados para a execução dessa etapa.

Figura 46 - SD/ 2ª etapa



Fonte: Autor (2023).

Para a execução dessa etapa é importante seguir alguns métodos que dão base para a resolução da tarefa e, assim, todo o procedimento metodológico é demonstrado na sequência. É importante ressaltar que os procedimentos podem ser modificados a depender da turma em que será aplicada. A Figura 47 apresenta a Tarefa do Protocolo Diagnóstico II.

Figura 47 – Atividade 2

### ATIVIDADE 2: Aplicando a realidade aumentada do GeoGebra a atenção seletiva na resolução gráfica das funções seno



Fonte: Autor (2023).

Essa atividade é composta de uma tarefa para resolução e precede de algumas fases a serem seguidas (Apêndice B).

DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE: Nessa atividade os grupos devem organizar 5 funções no *GeoGebra* realidade aumentada e relacionar sempre com a função seno base  $f(x)=\text{sen}(x)$  e, assim, todos os gráficos têm uma cor para identificar cada função e sua relação com a original. A Figura 48 exemplifica como pode ser essa representação.

Para se chegar ao que foi mencionado anteriormente, os educandos em seus respectivos grupos devem ser orientados a abrir o *GeoGebra* Calculadora 3D no computador, que pode ser baixado via internet, no *smartphone* e *tablet*, na loja *Microsoft Store*. É importante que os educandos façam o *download* do aplicativo conhecido como Calculadora 3D na loja do *Google Play Store* ou na loja *Apple Store*. Em qualquer dessas lojas o aplicativo é disponibilizado de modo gratuito e não requer assinatura para usar as suas ferramentas. Na sequência devem digitar a função no espaço “Entrada” depois clicar no AR para a função ficar em realidade aumentada. Tudo isso na parte algébrica da ferramenta. As instruções para o uso dessa ferramenta são introdutórias e, nesse momento, na etapa três da SD são mais aprofundadas as instruções.

São esperados para a realização dessa atividade conhecimentos matemáticos prévios, compreensão básica do que é uma função seno, plano cartesiano, habilidades com o manuseio do *GeoGebra* Calculadora 3D. A possível dificuldade dos educandos nessa atividade pode ser a inserção das funções no *GeoGebra* Calculadora 3D realidade aumentada. A seguir, apresenta-se as orientações que devem ser feitas aos participantes para o desenvolvimento da atividade.

Deve-se acessar as configurações por meio do ícone “configuração”. Na aba “Geral”, alterar unidades de medidas de ângulos para “radianos”, tocar na janela gráfica para voltar à tela inicial.

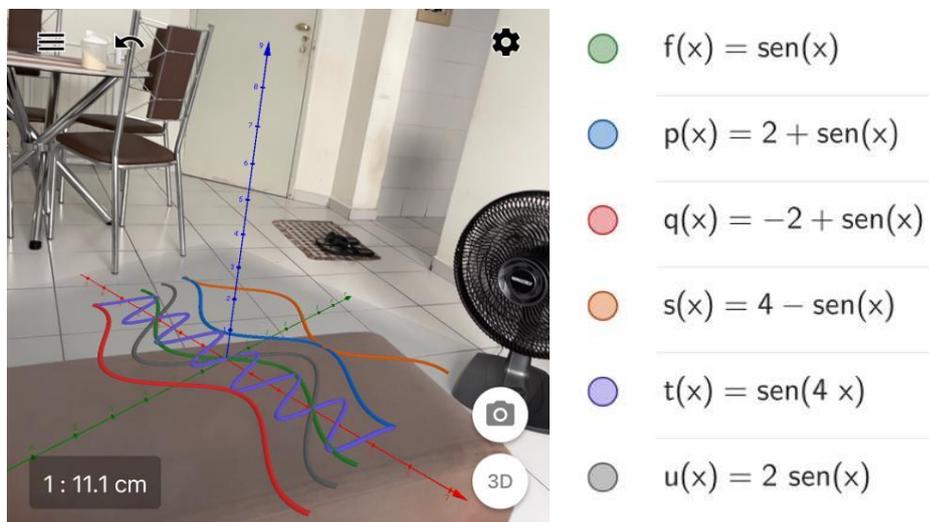
1- Utilizar Janela de “visualização” e marcar nas opções “exibir eixos”, “exibir planos”, “exibir malha quadriculada”, tocar na janela gráfica para voltar à tela inicial.

2- Utilizar o campo “Entrada” para digitar as funções seno, executando os seguintes  $f(x)=\text{sen}(x)$ .

3- Caso queira, utilizar o campo “Entrada” para criar os controles deslizantes  $O_x$ ,  $O_y$  e  $O_z$ , com intervalos opcionais entre 0 e 5.

- 4- Clicar no botão AR para representar em realidade aumentada.
- 5- Tocar no botão 3D, para sair do modo RA e voltar a editar a construção.

Figura 48 –Gráficos das Funções



Fonte: O autor (2023).

Os educandos podem argumentar qual a similaridade dos gráficos, focando no objeto central da atividade. Após essa aplicação, todos os grupos entram em discussão, colocando em prática o seu ponto de vista e o professor media o debate. Nesse panorama, a atenção pode ser atraída por diversos fatores, como a percepção visual em relação ao tamanho, à posição, o movimento, o contraste, intensidade, forma, cor, duração e repetição (SOUZA, 1998).

Além disso, através dessa atividade podem ser desenvolvidas habilidades para aprender a matemática com a ferramenta tecnológica, que está ligada a características psicológicas individuais, provenientes, primariamente, da atividade mental, que responde aos requisitos da função seno. Essa habilidade pode estar incluída nos processos mentais dos educandos, nos processos mentais de percepção e atenção (TORI *et al.*, 2006). Para desenvolver essa atividade é importante seguir as orientações a seguir:

**MATERIAL A SER UTILIZADO:** livros didáticos, projetor, textos auxiliares, computador, celulares e *tablets*.

**TEMPO ESTIMADO:** 03 horas/aulas de 50 minutos e mais 01 hora/aula de 50 minutos para discussões e dúvidas.

COMPETÊNCIA GERAL DA EDUCAÇÃO BÁSICA DA BNCC 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA BNCC 3: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – aritmética, álgebra, grandezas e medidas, geometria, probabilidade e estatística – para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

HABILIDADE (EM13MAT306): Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

OBJETIVO DE APRENDIZAGEM:

➤ Conhecer o *software GeoGebra* Calculadora 3D, para a execução das próximas atividades que explorem os conceitos da Neurociência Cognitiva atenção seletiva e tecnologia realidade aumentada.

DESCRIÇÃO DOS PROCEDIMENTOS:

➤ Aplicação de um questionário de identificação para avaliação da aproximação da realidade aumentada e desenvolvimento da atenção seletiva na aprendizagem da função seno (Apêndice B).

➤ Apresentação resumida, através de projetor, livros e textos todas as definições da função seno como citado nos três momentos anteriores.

➤ Apresentação, para os educandos, da ferramenta do *GeoGebra* Calculadora 3D e como ela será usada para a resolução das atividades e sua demonstração em realidade aumentada.

AVALIAÇÃO: Será contínua e dará a partir da construção dos gráficos no *GeoGebra*, envolvendo algumas funções seno.

### 2.3.4 Análise à Priori da Terceira Etapa

Após a conclusão das duas etapas anteriores, continua-se com o último encontro que deve ter por objetivo resolver as tarefas sobre a função seno com auxílio da tecnologia em realidade aumentada, mobilizando os recursos atentos por meio do reconhecimento de objetos. Nessa etapa deve ser estimulada a atenção dos estudantes reconsolidando as memórias referentes aos conhecimentos gravados nas situações didáticas anteriores. Assim, é desenvolvida mais uma parte da sequência didática que traz em si a resolução de situações-problemas de acordo com as etapas anteriores.

Na aplicação, faz-se necessário apresentar tarefas com questões que contemplem o desenvolvimento atencional dos educandos por meio da tecnologia integrada à Teoria da Integração de Características que contemplem a aprendizagem. Ainda nesse processo, a intenção deve ser de criar situações didáticas para solidificar o conhecimento matemático em discussão.

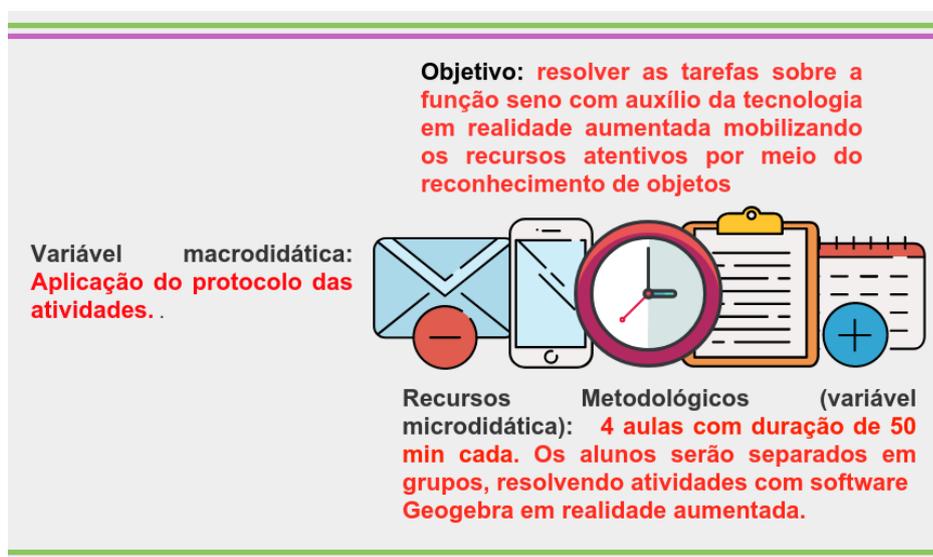
A capacidade de seleção atencional envolve a supressão de estímulos irrelevantes, de forma a privilegiar um estímulo ou um grupo de estímulos relevantes. Dado esse caráter, a existência de estímulos distratores é um requisito para a avaliação da atenção seletiva (STERNBERG, 2010). Segundo Lent (2002), a atenção tem caráter direcional e seletivo, o que permite manter vigilância em relação ao que acontece ao redor, respondendo aos estímulos relevantes e inibindo aqueles que não correspondem aos interesses, intenções ou tarefas imediatas.

Assim, com a utilização da realidade aumentada podem realizar a tarefa, explorando a melhoria do mundo real, com textos, imagens e objetos virtuais, gerados por computador e enriquecimento do ambiente real com objetos virtuais, usando algum dispositivo tecnológico, funcionando em tempo real, explorando os estímulos relevantes da atenção seletiva e da Teoria da Integração de Características (TORI, et al. 2006).

No primeiro momento, deve ser discorrido sobre a tecnologia, em especial a realidade aumentada e *software GeoGebra* Calculadora 3D, explicando-o, destacando quais são as ferramentas presente no *software* ou aplicativo e como utilizá-las na demonstração matemática do conteúdo função seno. Uma hora/aula de cinquenta minutos é necessária para esse momento de apresentação.

Ademais, as tarefas devem ser realizadas em grupos pelos educandos. Os grupos terão que resolver as atividades e, na sequência, demonstrar graficamente utilizando o *GeoGebra 3D*. Dessa forma, a proposta de sequência de atividades apresenta, em sua composição, cinco atividades a serem desenvolvidas em cinco horas/aulas com duração de cinquenta minutos cada. As Atividades em sala de aula devem ter como foco instigar e desafiar os alunos a mobilizarem conhecimentos prévios e, sob a linha investigativa, solucionar os problemas propostos. A Figura 49 traz a estrutura para esse último momento:

Figura 49 – SD/ 3ª Etapa



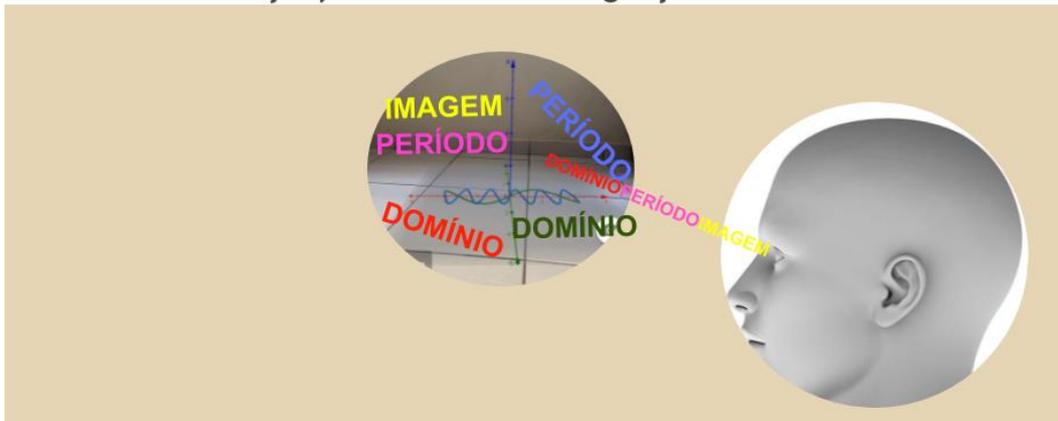
Fonte: O autor (2023).

Por oportuno, são discorridas as atividades/questões implementadas a partir da Teoria de Integração de Características atencional. Assim, as atividades presentes nessa sequência didática se enquadram dentro do antropológico do didático da matemática, com embasamento na praxeologia regional para a resolução das tarefas. Entende-se que uma tarefa ou um tipo de tarefas é ligada ao “fazer coisas”. A seguir são apresentadas as Tarefas do Protocolo Diagnóstico III.

Para a análise dessa etapa foi imprescindível apoiar-se na Teoria de Integração de Características de Treisman e Gelade (1980), bem como na Didática da Matemática, em Almouloud (2007) e a Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard (2009; 1998; 1998) e ainda na Realidade Aumentada, em Tori *et al.* (2006).

Figura 50 – Atividade 3

**ATIVIDADE 3: Funções seno, o domínio, a imagem e o período no GeoGebra e os estímulos relevantes (por exemplo, forma e/ou cor, movimentação) da Teoria da Integração de Características**



Fonte: O autor (2023).

Essa atividade é composta por três tarefas que, para serem resolvidas é necessário seguir o seguinte planejamento (Apêndice C):

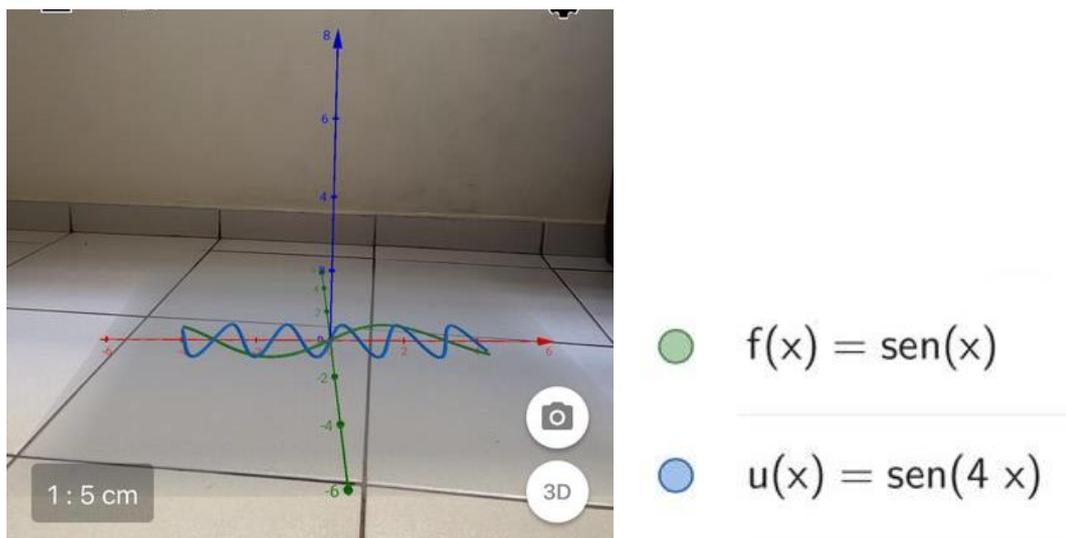
**DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE E DAS TAREFAS:** Para o desenvolvimento da primeira tarefa os grupos devem usar as funções da atividade 2, construindo o gráfico de cada questão junto com a função seno base, na sequência irão encontrar o domínio, imagem e período de cada, justificando as possíveis diferenças do domínio, imagem e período com a função base. As duas últimas tarefas são questões adaptadas de vestibulares para explorar dos educandos a sua percepção atencional desenvolvidas dentro da TIC.

A segunda tarefa foi adaptada do banco de questões da Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ), na qual os educandos devem encontrar os valores máximos da função e determinar o gráfico nos intervalos descritos no enunciado da questão. Na terceira tarefa, adaptada do banco de questões do vestibular da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), os educandos devem criar dois gráficos a partir do enunciado da questão e mostrar os possíveis pontos em comum. Uma das possibilidades de representação da primeira tarefa é apresentada na Figura 51.

Os conhecimentos prévios matemáticos para a execução dessas tarefas são: domínio, imagem, período, plano cartesiano, grau, radiano, conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais) e habilidades com o *GeoGebra*.

É possível que os educandos apresentem, nessas tarefas, as seguintes dificuldades: associar os pontos em comum e as diferenças entre as funções representadas em cada alternativa, associar em radiano os períodos aos quais elas pertencem e justificar o porquê de o domínio estar presente, sempre, no conjunto dos reais IR.

Figura 51 – Gráficos das  $f(x) = \text{sen}(x)$  e  $u(x) = \text{sen}(4x)$



Fonte: O autor (2023).

Assim, as características visuais podem ser registradas precoce e automaticamente, no qual os sujeitos codificam, rapidamente, em paralelo ao campo visual da tecnologia, usando os processos pré-atentivos. Nesse processo, podem ser integradas duas ou mais características visuais no pós-atentivo pertencente ao mesmo objeto da função seno (parte Didática da Matemática, Almouloud (2007)). Esse processamento posterior busca o envolvimento e a integração de informações em diferentes áreas do cérebro, sendo necessária a codificação em série usando a tecnologia para extrair os estímulos focais na aquisição da atenção seletiva na aprendizagem (TREISMAN, 1998).

A seguir é representado como podem ser explorados os elementos dos dois gráficos e o término das discussões em todos os grupos. A Figura 52 esboça essa organização.

Figura 52 – Domínio, Imagem e Período das funções

Função	Domínio	Conjunto imagem	Período
f	$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$	$2\pi$
u	$\mathbb{R}$	$[-1, 1]$	$\pi/2$

Fonte: O autor (2023).

Para desenvolver essa atividade é importante utilizar os seguintes processos auxiliares:

MATERIAL A SER UTILIZADO: livros didáticos, projetor, textos auxiliares, computador, celulares, *tablets*.

TEMPO ESTIMADO: 03 horas/aulas de 50 minutos mais 01 hora/aula de 50 minutos para discussões e dúvidas.

COMPETÊNCIA GERAL DA EDUCAÇÃO BÁSICA DA BNCC 3: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA BNCC 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

HABILIDADE (EM13MAT404): Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM:

- Identificar como a atenção seletiva é acionada a partir da utilização do *GeoGebra*.
- Analisar como as cores presentes nas funções seno acionam o desenvolvimento da TIC.

DESCRIÇÃO PROCEDIMENTOS:

- Aplicação de um questionário protocolo de tarefas III. (Anexo C).

- Diante do resultado dos questionários, buscar quais são as aproximações da TIC na aprendizagem da função seno a partir das tecnologias digitais.
- Utilização de tarefas que estimulem o desenvolvimento central das características da TIC na aprendizagem.
- Estímulo aos educandos nas reflexões acerca da importância da atenção seletiva na aprendizagem.
- Orientação aos educandos de que é possível observar as noções da função seno dentro do ambiente tecnológico acionado aos estímulos relevantes presentes na atenção.

AVALIAÇÃO: Com ênfase na representação de cada função com a  $f(x)=\text{sen}(x)$  e explorando as imagens, períodos e domínios, além de resolver questões adaptadas de vestibulares com auxílio do professor, logo, a avaliação é contínua.

A seguir serão apresentadas as considerações parciais da seção.

## **2.4 CONSIDERAÇÕES PARCIAIS**

A elaboração da sequência didática parte dos pressupostos teóricos elencados na seção anterior e visa alcançar o objetivo da pesquisa. Dessa maneira, essa construção elucidada, à luz da Engenharia Didática Clássica proposta por Artigue (1999), sendo de fundamental importância para a elaboração da sequência, pois permite que o pesquisador faça e desfaça os caminhos a serem percorridos dentro do cenário da pesquisa, explorando o objeto.

A princípio, o planejamento da sequência almejava a aplicação em sala de aula, no entanto, devido aos fatores mencionados nas seções anteriores, a Engenharia Didática Clássica permitiu que houvessem alterações sem modificar os objetivos. Dessa forma, foi possível reorganizar as tarefas/atividades para validar a sequência sem a aplicação com educandos. Para isso, foi apresentado um filtro instrumental com critérios para validar as atividades/tarefas da sequência, onde as respostas dos membros internos do neuroMATH foram analisadas criteriosamente, tendo os resultados como combustíveis importantes para a aplicação da sequência.

Em consequência disso, a organização da primeira etapa, aplicando o protocolo de diagnóstico I, deve ser pensada em explorar os conhecimentos prévios dos

educandos referentes à história da trigonometria, em específico, a função seno, além de provocar indagações e questionamentos a respeito de tal história. Nessa etapa, oportuno se faz dialogar, é importante adentrar em aspectos das tecnologias aliadas ao desenvolvimento histórico.

Assim, o leque da discussão nessa etapa é fundamental para dar subsídio ao professor mediador do conhecimento, pois pode ver quais possíveis mudanças devem ser realizadas nesse processo construtivo e como devem ser organizadas as tarefas/atividades. Também nessa etapa foi possível verificar quais as variáveis microdidáticas e macrodidáticas na concepção de Almouloud (2007).

A segunda etapa constituiu-se sobre o desenvolvimento das definições da função seno com o fim de construir, com a utilização do *GeoGebra* Calculadora 3D, os gráficos em realidade aumentada, a fim de explorar, dos educandos, o desenvolvimento da atenção seletiva e aprendizagem em relação ao objeto de estudo, tendo, assim, a interação do educando em utilizar as ferramentas tecnológicas no conhecer e aprender, com base nas funções cognitivas atencionais. Nessa concepção, a tarefa está de acordo com a Base Comum Curricular Nacional, explorando as habilidades e competências.

A terceira etapa, momento mais prático da sequência, busca envolver os estímulos da Teoria da Integração de Características por meio da atenção seletiva com foco nas cores, movimentos e outros do objeto em pesquisa - a função seno, verificando esses comportamentos no desenvolvimento da aprendizagem com a utilização do *software GeoGebra*.

Destarte, a intenção dessas tarefas na sequência proporciona compreender o desenvolvimento atencional por meio da utilização do *software* tecnológico no ensino-aprendizagem da função seno. O filtro instrumental da sequência validado internamente é instrumento essencial para verificar a análise do objeto de conhecimento em pesquisa, a função seno e os sujeitos institucionais que podem ser aplicados.

Para tanto, como a sequência não foi aplicada em sala de aula, as seções de experimentação e validação não serão percorridas. Assim, a próxima seção será a de considerações finais, onde vão ser abordadas as impressões finais do pesquisador sobre o percurso das seções anteriores e os possíveis resultados dessas seções.

# CONSIDERAÇÕES FINAIS



### 3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo analisar a função da atenção seletiva no processo de aprendizagem da função seno com suporte da realidade aumentada. A estruturação metodológica da pesquisa foi amparada na Engenharia Didática Clássica de Michele Artigue (1999), que pode ser utilizada em diversas áreas do conhecimento humano, nesse aspecto foi discorrido sobre o objeto matemático, especificamente a função seno.

A evolução na atual sociedade enfatiza a tecnologia que vem se aperfeiçoando e conectando aos ambientes escolares para desenvolver a aprendizagem dos conteúdos. Nesse processo evolutivo há a necessidade de conexão com outras áreas que estudem os movimentos dos seres na aquisição da aprendizagem, então, a Neurociência Cognitiva estuda o órgão base para aprendizagem, o cérebro humano, sob as lentes de Sternberg (2010). As suas características podem explorar as ferramentas tecnológicas, então, pode ser um novo embrião para contribuir na aprendizagem usando a atenção seletiva como arcabouço nos estímulos dos conteúdos matemáticos e em outras áreas.

Destarte, no campo de pesquisa da Educação Matemática e Didática da Matemática discutidas por Almouloud (2007), deve-se incluir a Neurociência Cognitiva como fonte de pesquisa em estudos posteriores, os quais podem lançar foco sobre o comportamento dos educandos na aprendizagem matemática, mostrando quais fatores interferem no desenvolvimento da aprendizagem e se tornam distratores na aquisição do conhecimento.

Seguindo as orientações de Chevallard (1998), o estudo com os objetos matemáticos desenvolvido na dimensão da neuro em uma instituição envolve os sujeitos no panorama da Teoria Antropológica do Didático, ao discutir as relações de mudanças nesse espaço. Assim, as diversas combinações entre a instituição e os sujeitos oportuna a discussão da atenção seletiva integrando a Teoria de Integração de Características ao focar na decodificação do objeto em estudo.

Nesse contexto, o *GeoGebra* é um *software* que disponibiliza diversas ferramentas para integrar os objetos matemáticos, mobilizando o foco da atenção seletiva em torno da aprendizagem, os seus movimentos, suas representações em realidade aumentada aguçam os mecanismos atencionais. Assim, para se chegar ao

objetivo geral, foram desenvolvidos os objetivos específicos vislumbrando na TAD de Chevallard (1999): identificar como a atenção seletiva é acionada a partir da utilização da tecnologia no processo de aprendizagem; verificar quais funções neurocognitivas são ativadas através da visualização de objetos em realidade aumentada no desenvolvimento da função seno; analisar as contribuições dos *softwares* e aplicativos de realidade aumentada para a compreensão da função seno.

Partindo desse viés, na visão de Boyer (1974; 2012), no aprofundamento sobre os aspectos históricos e epistemológicos que elucidam o objeto em pesquisa, pode-se entender que a origem da função seno não vincula somente a parte do cálculo, existe uma raiz em seu processo originário, ou seja, não surgiu do nada, houve diversas pessoas e civilizações envolvidas neste conceito que é a função seno, que, ao ser analisada no contexto social tem diversas aplicações.

Diante dos pressupostos da Engenharia Didática Clássica, Artigue (1999), para o desenvolvimento desta pesquisa foram adotadas duas fases da engenharia: as análises preliminares e as concepções e análises *à priori*. Então, na primeira seção compreendida pelas análises preliminares fez-se necessário uma discussão sobre a história e epistemologia do objeto, além de investigar sua abordagem em documentos oficiais que regem a educação.

Com a gênese histórica apoiada nas ideias de Eves (2011), foi realizado um estudo sobre o processo evolutivo da função seno dentro da história da trigonometria, assim, nessa análise pôde-se verificar como as civilizações adaptaram o objeto em pesquisa de acordo com as necessidades que perpassaram. Esse caminho percorrido permitiu reflexões e análises das possíveis dificuldades na formação da função.

Dentro dessa investigação, foram identificados cinco obstáculos epistemológicos: não desenvolvimento de um contexto que defina a origem da função seno, não compreensão das razões pelas quais a simetria da função seno é sempre ímpar, construção de etapas que demonstrem a formação da função seno, conhecimentos sobre as representações geométricas da função seno e, a relação da função seno com o círculo. Alguns foram superados de acordo com a matriz de Bachelard (1996).

No contexto dessa seção, a análise habitual marcou a verificação do funcionamento do ensino, em alguns documentos que organizam os currículos, além das modificações que marcaram o livro didático do PNL, nas edições 2018 e 2021,

que abordam a função seno trazendo em evidência a organização da trigonometria como a articulação da NC e as evidências sobre a tecnologia na construção da aprendizagem. Foi possível também percorrer alguns bancos de dados e *sites* para verificar através de palavras-chave como a pesquisa sobre esse objeto está no cenário nacional e internacional.

Os aportes teóricos apontam os conectores da Neurociência Cognitiva Gazzaniga *et al.* (2018); Cosenza e Guerra (2011); Lent (2002); Posner e Raichle (1994); Russo (2015); Fuentes (2001); Miller (2000); Benicasa (2013), em específico na atenção seletiva e Teoria da Integração de Características Treisman e Gelade (1980), bem como a Didática da Matemática na Teoria Antropológica do Didático Chevallard (1999; 2009) e, ainda, uma breve descrição da tecnologia Realidade Aumentada em Tori *et al.* (2006).

Seguindo as orientações de Artigue (1999) averiguadas nas análises prévias, considerou os aspectos da Didática em virtude dos estímulos acionados ao cognitivo. Assim, esses pressupostos da área foram considerados para o planejamento das atividades/tarefas. Os resultados das análises prévias evidenciaram a importância dos conhecimentos históricos, dos documentos oficiais e dos apontamentos teóricos para nortear a construção da sequência didática.

As discussões na seção anterior foram pontos importantes para elaborar a sequência didática, tendo esta, sido organizada de acordo com as habilidades específicas e competências gerais e específicas presente na BNCC, enfatizando, nas atividades/tarefas, os atributos visuais atencionais da Neurociência Cognitiva com a manipulação da realidade aumentada. Essa sequência desvela os limites de atenção na aprendizagem da função seno por meio da prática e visualização dos objetos.

Após a elaboração da sequência, o processo de validação desse instrumento foi feito pelos membros do grupo de pesquisa neuroMATH, a partir de critérios que abordaram a justificativa das atividades/tarefas dentro do panorama da Neurociência Cognitiva com a conexão da tecnologia, confronto entre a teoria e a prática. As tarefas propostas na sequência atendem à TAD, ao envolver a praxeologia regional e desenvolvimento e contemplam desenvolver os atributos da atenção seletiva com estímulos visuais da TIC.

A análise das etapas na sequência didática evidenciou quanto a ativação dos estímulos relevantes da atenção seletiva é importante para a ação do ser humano e

interação com o meio e como a integração com a tecnologia realidade aumentada pode ser estimulante para a aprendizagem. Logo, sem atenção não se pode responder apropriadamente a estímulos relevantes. A realidade aumentada torna-se uma ferramenta que favorece a mobilização da atenção seletiva com realização de experiências lúdicas, de forma mais intuitiva e interativa, suportando a exploração de ambientes, processos ou objetos (TORI *et al.*, 2006).

Assim, na concepção e análise à priori, a partir da validação interna da sequência didática os resultados indicaram que a utilização da Realidade Aumentada nas atividades desenvolve a atenção seletiva dos educandos a partir dos objetos visuais e manipuláveis. Dessa forma, a realização desta pesquisa propicia reflexões sobre a aprendizagem da função seno e de outros conteúdos no campo da matemática e outras áreas do conhecimento humano, a fim de entender como o desenvolvimento da sociedade pode ser chave para a construção de práticas pedagógicas mais eficientes para o processo de aquisição da aprendizagem nos ambientes escolares.

Nessa assertiva, em um futuro próximo, com as novas mudanças no ensino será indispensável que professores apliquem em sua prática pedagógica elementos, tanto da Neurociência quanto da tecnologia, como subsídios para a aprendizagem, pois há novos saberes em sintonia com a atual sociedade.

Concluindo, o objetivo da sequência didática foi verificar se a tecnologia da realidade aumentada pode ser estímulo para a construção e aplicação da função seno. Assim, as influências da Neurociência Cognitiva em discussão, a atenção seletiva e a Teoria da Integração de Características podem ser conectores favoráveis para a aprendizagem.

Pensando assim, futuramente há possibilidade da realização de novos trabalhos baseados na Neurociência Cognitiva com ênfase na atenção seletiva e a tecnologia, em especial a realidade aumentada, relacionado ao conteúdo da matemática.

# REFERÊNCIAS



## REFERÊNCIAS

- ACKERMAN, Diane. **An alchemy of mind: The marvel and mystery of the brain.** New York: Scribner, 2004.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática.** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.
- \_\_\_\_\_. **Fundamentos da Didática da Matemática.** Curitiba: Editora UFPR, 2010.
- ARTIGUE, M. Epistémologie et Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, n° 2.3, p. 241-286, Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, 1990.
- \_\_\_\_\_. **Engenharia didáctica.** In: BRUN, Jean (Org.). Didáctica das matemáticas. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.
- \_\_\_\_\_. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. La Pensée Sauvage-Éditions, p. 281-308, Grenoble, 1998.
- ASTOLFI, J. P. et al. **Mots-clés de la didactique des sciences.** Pratiques Pédagogies. Bruxelas: De Boeck & Larcier S. A., 1997.
- AZUMA, R.T.A. Survey of augmented reality. **Teleoperators and virtual environments**, v. 6, 2006.
- AZUMA, Ronald T. A Survey of Augmented Reality. **Presence: Teleoperators and Virtual Environments**, v. 6, n. 4, p. 355-385, Massachusetts, ago. 1997.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico:** contribuições para uma psicanálise do conhecimento. Tradução de Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BEAR, M.F.; CONNORS, B.W.; PARADISO, M.A. **Neurociências:** desvendando o sistema nervoso. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.
- BEAR, M. F.; CONNORS, B. W.; PARADISO, M. A. **Neurociências:** desvendando o Sistema Nervoso. Porto Alegre: Artmed, 2017.
- BENICASA, A. X. **Sistemas Computacionais para Atenção Visual TopDown e Bottom-Up usando Redes Neurais Artificiais.** Tese (Doutorado em Ciências - Ciências de Computação e Matemática Computacional). Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP. São Carlos, 2013.
- BILLINGHURST, M., DÜNSER, A. **A Realidade aumentada em sala de aula.** Computador, p. 56-63, 2012.

BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em Revista**, v. 1, p. 157-171, Curitiba, 2011.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y.; GASCÓN, J. Science of Magic? The use of models and theories in didactics of mathematics. In Bosch, M. **Proceedings of the 4th Conference of the European Research in Mathematics Education**, CERME, p. Barcelona, 2006.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

\_\_\_\_\_. **História da Matemática**. tradução: Elza Furtado Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRAGA, M. C. G. **Diretrizes para o design de mídias em realidade aumentada: situar a aprendizagem colaborativa online**. Tese (Doutorado em Engenharia e Gestão do Conhecimento) – Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis-SC, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEMT, 2000.

\_\_\_\_\_. Base Nacional Comum Curricular: **Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e método de ensino**. Tradução: Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2006.

\_\_\_\_\_. **Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática**. In: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a.

\_\_\_\_\_. **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1998.

CAETANO, Alexandra Cristina Moreira. **Realidade Aumentada Aplicada ao Design para EAD**. Curitiba, PR, 2013.

CHEVALLARD, Y. La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponses à partir de la TAD. In: Margolinas et all.(org.). **En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV<sup>a</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme)**. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 81-108, 2009b.

\_\_\_\_\_. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique**. Cours donné à l'université d'été

Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, **La Rochelle**, 4-11 juillet 1998; paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120, 1998.

\_\_\_\_\_. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 19.2, p. 221-265, 1999.

\_\_\_\_\_. **La Transposicion Didactica**: del saber sabio al saber enseñado. 1. ed. Argentina: La Pensée Sauvage, 1991.

COHEN, M. A.; CAVANAGH, P.; CHUN, M. M.; NAKAYAMA, K. The attentional requirements of consciousness. **Trends in Cognitive Sciences**, v. 16, n. 8, p. 411–417, ago. 2012.

CORBETTA, M. Frontoparietal cortical networks for directing attention and the eye to visual locations: Identical, independent, or overlapping neural systems? **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 95, n. 3, p. 831–838, 1998.

CORTESE, S. S.; MATTOS, P.; BUENO, J. R. Déficits atentos e antidepressivos. **Jornal Brasileiro de Psiquiatria**, 1999.

COSENZA, R., GUERRA, L. **Neurociência e educação**: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.

CRUZ-CUNHA, M. M. et al. Realidade Aumentada e Ubiquidade na Educação. **IEEE-RITA**, v. 5, n. 4, p. 167-174, 2010.

DAMÁSIO, A.R. **E o cérebro criou o homem**. São Paulo: Companhia das Letras, 2011.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FIORENTINI, Dario. **Formação de professores de matemática**: explorando caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado de letras, 2003.

FONSECA, L. S. **Um estudo sobre o Ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio e no Ensino Superior no Brasil e França**. 2015. Tese de Doutorado. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

\_\_\_\_\_. **Funções Trigonométricas**: elementos “de” & “para” uma Engenharia Didática. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

FUENTES, L.J. Déficit de atención selectiva em la esquizofrenia. **Revista de Neuropsicologia**, p. 387-391, mar. 2001.

GAZZANIGA, M. S. et al. **Ciências Psicológicas**. Porto Alegre: Artmed, 2018.

\_\_\_\_\_. **Neurociência Cognitiva: a Biologia da mente.** Tradução Angélica Rosat Consiglio, 2ª edição. Porto Alegre: Artmed, 2006.

GIL, C. A. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 6 ed. São Paulo: Atlas, 2017.

GOLEMAN, D. **Inteligência emocional: a teoria revolucionária que redefine o que é ser inteligente.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2012.

HARIHARAN, P. **Basics of Holography.** Cambridge: Cambridge University Press, 2015.

HEIMER L.; VAN HOESEN, G.W. The limbic lobe and its output channels: implications for emotional functions and adaptive behavior. **Neurosci Biobehav Rev**, v. 30, p. 126-147, New York, 2006.

HENRIQUES, Afonso; NAGAMINE, André; NAGAMINE, Camila. Reflexões sobre Análise Institucional: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas. **Bolema: Boletim em Educação Matemática**, v. 26, n. 44, p. 1261-1288, 2012.

IEZZI, G. et al. **Matemática ciência e aplicações.** 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 1.

ITTI, L. & C. Koch. Computational modelling of visual attention. **Nature Reviews Neuroscience**, v. 2, p. 194–203, 2001.

KANDEL, E. R. **Em busca da memória.** São Paulo: Companhia das Letras, 2009.

KIRNER, C.; KIRNER, T. G. **Evolução e Tendências da Realidade Virtual e da Realidade Aumentada.** In: SYMPOSIUM ON VIRTUAL REALITY AND AUGMENTED REALITY, 13., 2011, Uberlândia-MG. Realidade Virtual e Aumentada: Aplicações e Tendências. Uberlândia, MG: SBC, 2011. cap. 01, p. 10-25. Disponível em: [http://www.de.ufpb.br/~labteve/publi/2011\\_svrps.pdf](http://www.de.ufpb.br/~labteve/publi/2011_svrps.pdf). Acesso em: 18 out. 2022.

KÖCHE, J.C. **Fundamentos de metodologia científica: teoria da ciência e prática da pesquisa.** 14.ed. rev. ampl. Petrópolis, RJ: Vozes, 1997.

KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.** Chicago: The University of Chicago Press, 1976.

LEDOUX, J. **Cérebro Emocional: Os misteriosos alicerces da vida emocional.** (trad. de Terezinha Batista dos Santos). Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da aprendizagem.** São Paulo: Cengage Learning, 2008.

LENT, R. **Cem bilhões de neurônios.** Rio de Janeiro: Atheneu, 2002.

LIMA, R. F. Compreendendo os mecanismos atencionais. **Ciência & Cognição**, v. 6, p. 113-122, 2005.

MENDES, M. L. F. **Avaliação Contínua na Prática Pedagógica: o Professor PDE e os Desafios da Escola Pública Paranaense**, Volume 1, 2010.

MILLER, E. The prefrontal cortex and cognitive control. **Nature Reviews Neuroscience**, v. 1, n. 1, p. 59–66, 2000.

MINSKY, Marvin. **The society of mind**. New York: Simon & Schuster, 1986.

MYERS, David G. **Psicologia**. 9 ed. São Paulo: LTC, 2012.

PAIS, L.C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PANTANO, T., ZORZI, J. L. **Neurociência aplicada à aprendizagem**. São José dos Campos: Pulso, 2009.

POSNER, M.I., RAICHLE, M.E. **Imagens of mind**. Nova York: Scientific American Library, 1994.

RENSINK, R.A. The dynamic representation of scenes. **Visual Cognition**, v. 7, p. 17-42, 2000.

RUSSO, R. M. T. **Neuropsicopedagogia clínica: introdução, conceitos e prática**. Curitiba: Juruá, 2015.

SCHNEIDER, E. L. et al. **Uso da realidade aumentada como ferramenta auxiliar ao vídeo educacional no ensino presencial e à distância**. Disponível em: <http://www.seer.ufrgs.br/renote/article/viewFile/21968/12741>. Acesso em: 19 out. 2022.

SCHLEMMER, E. Gamificação em espaços de convivência híbridos e multimodais: design e cognição em discussão. **Educação e Contemporaneidade**, v. 23, n. 42, p. 73-89, jul./dez. 2014.

SCORTEGAGNA, L. **Informática na Educação**. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015.

SOUZA, E. S. de. **Uma proposta de utilização efetiva da calculadora padrão no ensino de potência**. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências), Universidade Federal da Bahia, Salvador, BA, 2015.

STERNBERG, R.J. **Psicologia Cognitiva**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

STEVENS, C.; BAVELIER, D. The role of selective attention on academic foundations: A cognitive neuroscience perspective. **Developmental Cognitive Neuroscience**, v. 1, p. 30-48, 2011.

TINOCO, L. A. A. et al. **Construindo o conceito de Função no 1º Grau**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ, 1998.

TORI, R., KIRNER, C., SISCOOTTO, R. A. **Fundamentos e tecnologia de realidade virtual e aumentada**. Editora SBC, 2006.

TREISMAN, A., GELADE, G. A feature integration theory of attention. **Cognitive Psychology**, v. 12, p. 97-136, 1980.

TREISMAN, A., Sato, S. Conjunction search revisited. **Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance**, v. 16, p. 459-478, 1990.

TREISMAN, A. Feature binding, attention and object perception. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 95, p. 1295–1306, 1998.

ZABALA, A., ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

# APÊNDICES



## APÊNDICE A- PROTOCOLO DIAGNÓSTICO I.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE**  
**CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca

**ORIENTANDO:** Erinaldo Ferreira do Nascimento

ALUNO (A): \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

SÉRIE: 2ª

TURMA: \_\_\_\_\_



### Breve Histórico da Trigonometria

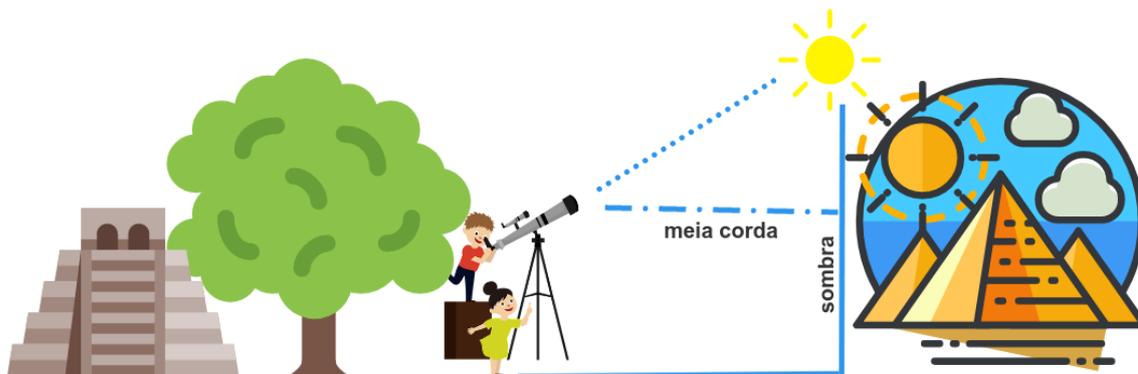
A origem da trigonometria é incerta. Entretanto, pode-se dizer que o início do desenvolvimento da trigonometria se deu, principalmente, devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta do século IV ou V a.C. Com os egípcios e babilônios surgem o Papiro Rhind, e os babilônios, com a tábu cuneiforme Plimpton 322, ofereceram importantes contribuições para o aperfeiçoamento da área.

A palavra Trigonometria tem origem grega: TRI (três), GONO (ângulo) e METRIEN (medida). Etimologicamente, significa medida de triângulos. Trata-se, assim, do estudo das relações entre os lados e os ângulos de um triângulo.

O astrônomo Hiparco de Nicéia, por volta de 180 a 125 a.C., ganhou o direito de ser chamado "o pai da Trigonometria" pois, na segunda metade do século II a.C., fez um tratado em doze livros em que se ocupou da construção do que deve ter sido a primeira tabela trigonométrica, incluindo uma tábua de cordas.

Graças a Ptolomeu (125 a.C.), o mais célebre astrônomo da antiguidade, surge o documento mais antigo que trata da Trigonometria: O Almagesto, baseado nos trabalhos de Hiparco. Na Sintaxe Matemática, Ptolomeu apresenta um verdadeiro tratado de Trigonometria Retilínea e Esférica.

O conhecimento do que seja o seno de um ângulo apareceu pela primeira vez por volta do ano 500. Logo, a palavra seno foi traduzida pelo matemático astrônomo hindu Aryabhata por volta de 476 a 550. Usou o termo *ardha-jiva* ("meia-corda"), que foi abreviado para *jiva* e então transliterada pelos árabes como *jiba*, (dobra ou baía) em árabe e, depois, "sinus" (dobra, baía ou seio, volta, curva, cavidade) em latim.



Atualmente, a trigonometria não se limita a estudar os triângulos. Encontramos aplicações na mecânica, eletricidade, acústica, música, astronomia, engenharia, medicina, enfim, em muitos outros campos da atividade humana. A trigonometria é indispensável aos estudos das ciências exatas como a física, a tecnologia e a outros campos do conhecimento.

**TAREFA 01-** Partindo de uma volta à história, a trigonometria é um campo da matemática que, segundo os matemáticos que a estudaram, tem uma forte influência na atual sociedade. Nessa discussão, qual seria o seu ponto de vista em relação às

aplicações da trigonometria função seno? Consegue ver aplicações com a tecnologia da realidade aumentada? Qual a importância de se estudar a história de um conteúdo matemático (função seno)?

---

---

---

---

---

---

---

---

## APÊNDICE B. PROTOCOLO DIAGNÓSTICO II



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca

**ORIENTANDO:** Erinaldo Ferreira do Nascimento

ALUNO (A): \_\_\_\_\_

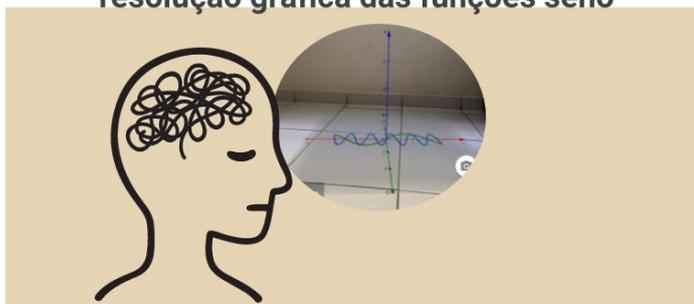
DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

SÉRIE: 2ª

TURMA: \_\_\_\_\_

### ATIVIDADE 2: Aplicando a realidade aumentada do GeoGebra a atenção seletiva na resolução gráfica das funções seno



**Tarefa 01-** Para resolver as questões é importante que os educandos sigam algumas orientações:

1. Na caixa de entrada do *GeoGebra*, insira as funções listadas a seguir. Em sequência, elas aparecerão juntas na tela, o *software* possui vários recursos inclusive o que permite “ligar” ou “deligar” a função, assim, para analisar algumas modificações que podem ocorrer no gráfico em função dos procedimentos que alteram função original  $f(x) = \text{sen}(x)$ .

a)  $p(x) = 2 + \text{sen } x$

b)  $q(x) = -2 + \text{sen } x$

c)  $s(x) = 4 \cdot \text{sen } x$

d)  $t(x) = \text{sen } (4x)$

e)  $u(x) = 2 \cdot \text{sen } x$

## APÊNDICE C - PROTOCOLO DIAGNÓSTICO III



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca

**ORIENTANDO:** Erinaldo Ferreira do Nascimento

ALUNO (A): \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

SÉRIE: 2ª

TURMA: \_\_\_\_\_

**ATIVIDADE 3: Funções seno, o domínio, a imagem e o período no GeoGebra e os estímulos relevantes (por exemplo, forma e/ou cor, movimentação) da Teoria da Integração de Características**



**TAREFA 01** - De acordo com as funções anteriores, dê o domínio, a imagem e o período das funções, comparando com a função  $f(x) = \text{sen}(x)$ . Nesta tarefa são explorados os aspectos da atenção seletiva e da Teoria de Integração de Características na realidade aumentada.

**TAREFA 2 - (UERJ-adaptada)** Proceder à construção do gráfico no *GeoGebra* em realidade aumentada representado pela função periódica  $f(x) = 2\text{sen}(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . No

intervalo  $[\pi/2, 5\pi/2]$  A e B são pontos do gráfico nos quais  $f\pi/2 = f5\pi/2$  são valores máximos dessa função.

**TAREFA 3 - (UFRGS-adaptada)** Desenhar o gráfico da função  $f$ , definida por  $f(x) = \sin(x)$ , e o gráfico da função  $g$ , quando representados no mesmo sistema de coordenadas, possuem somente dois pontos em comum.

## APÊNCIE D - BAREMA PARA VALIDAÇÃO DO FILTO INSTRUMENTAL



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE**  
**CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca

**ORIENTANDO:** Erinaldo Ferreira do Nascimento

### **AVALIADOR:**

Prezado (a) colega,

O (a) senhor (a) está sendo convidado (a) a participar de uma pesquisa de mestrado cujo objetivo principal **é analisar a função da atenção seletiva no processo de aprendizagem da função seno com o suporte da realidade aumentada**. Desse modo, estou construindo um filtro instrumental para minha pesquisa, no intuito de nortear as análises institucionais. Gostaria de contar com a sua colaboração para validação do mesmo. Abaixo, apresento o barema para validação do filtro. É bem simples: tem a coluna com a definição que utilizo, em seguida o enunciado presente no filtro referente à definição anterior, após o enunciado temos a coluna com os critérios do filtro que, caso atendido, comungará com o enunciado, e, por fim, a parte de avaliação do (a) senhor (a), na qual julgará cada critério de acordo com as informações descritas no barema (definição, enunciado e critérios) assinalando os critérios: Atende (A), Atende Parcialmente (AP) ou Não Atende (NA). Há, logo abaixo da parte objetiva, um espaço na coluna avaliação para possíveis comentários e sugestões. Caso necessite de mais linhas é só inserir. Agradeço desde já a colaboração do (a) senhor (a). Aguardo o mais breve possível a avaliação para andamento do meu trabalho.

Obrigado pela colaboração.

Mestrando Erinaldo Ferreira do Nascimento.

**Retornar para o e-mail: [erigremio.2013@gmail.com](mailto:erigremio.2013@gmail.com)**

DEFINIÇÃO	QUESTÃO/ENUNCIADO	CRITÉRIOS	AVALIAÇÃO
A utilização de uma ferramenta histórica na construção da aprendizagem se torna um artefato importante para o desenvolvimento da tecnologia na atual sociedade.	Uma volta ao passado, a trigonometria é um campo da matemática que segundo os matemáticos que a estudaram tem uma forte influência na atual sociedade, vamos analisar os seguintes critérios:	<p>a) <u>Utiliza</u> a história da trigonometria como contribuição inicial de conceitos do conteúdo?</p> <p>b) <u>Explora</u> a construção do conhecimento histórico, integrando as tecnologias no conhecimento matemático?</p> <p>c) <u>Utiliza</u> a história da trigonometria, potencializando as construções antigas como suporte para uso da realidade aumentada nos conceitos matemáticos na atualidade?</p>	<p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>COMENTÁRIOS: _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
Uso de um instrumento tecnológico potencializa o desenvolvimento atencional do sujeito, explorando suas ações.	Aplicação da realidade aumentada do <u>GeoGebra</u> , a atenção seletiva na resolução gráfica das funções seno, vamos analisar os seguintes critérios:	<p>a) <u>Utiliza</u> o <u>GeoGebra</u> para explorar os conceitos das funções senos?</p> <p>b) <u>Utiliza</u> o <u>GeoGebra</u> para representar graficamente em realidade aumentada ?</p> <p>c) <u>Utiliza</u> o <u>GeoGebra</u> como explorador da atenção seletiva e construtor do conhecimento?</p>	<p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>COMENTÁRIOS: _____</p>
			<p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
A construção do potencial é apresentada por meio de um objeto tecnológico que viabiliza o desenvolvimento da noção matemática.	Analisar como utiliza-se o <u>GeoGebra</u> de forma efetiva na construção das funções no estímulo da Teoria da Integração de <u>Características(TIC)</u> , temos:	<p>a) <u>As</u> cores gráficas nas funções no <u>Geogebra</u> pode estimular o desenvolvimento atencional ?</p> <p>b) <u>Utiliza</u> o <u>GeoGebra</u> para o desenvolvimento dos estímulos relevantes da TIC na construção do conhecimento matemático.</p> <p>c) <u>Utiliza</u> o <u>GeoGebra</u> para despertar os estímulos relevantes na construção da imagem e domínio da função seno?</p>	<p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>COMENTÁRIOS: _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
O uso potencial da ferramenta tecnológica é apresentado como evolução no conhecimento da matemática.	O gráfico no <u>GeoGebra</u> , em realidade aumentada representado pela função periódica $f(x) = 2\text{sen}(x)$ , $x \in \mathbb{R}$ . No intervalo $[\pi/2, 5\pi/2]$ A e B são pontos do gráfico nos quais $f\pi/2 = f5\pi/2$ são valores máximos dessa função, temos:	<p>a) <u>Pode</u> ser utilizado apenas para representar as funções seno?</p> <p>b) <u>Explora</u> a representação da função seno em realidade aumentada?</p> <p>c) <u>Utiliza</u> o <u>GeoGebra</u> sem explorar atenção para construção do conhecimento da função seno?</p>	<p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>COMENTÁRIOS: _____</p>

			<hr/> <hr/> <hr/>
A utilização do objeto tecnológico tem relação com os sujeitos na exploração do conhecimento matemático, utilizando suas ferramentas e funções.	O gráfico da função $f$ , definida por $f(x) = \sin(x)$ , e o gráfico da função $g$ , quando representados no mesmo sistema de coordenadas, possuem somente dois pontos em comum para analisar se o uso do <i>GeoGebra</i> é de modo instrumentado, temos:	<p>a) Pode explorar a simulação gráfica em realidade aumentada sem conhecer as ferramentas do <i>GeoGebra</i>?</p> <p>b) Todas as ferramentas presentes no <i>GeoGebra</i> interagem no desenvolvimento atencional para a construção do conhecimento da função seno?</p> <p>c) Utiliza duas telas do <i>GeoGebra</i> em realidade aumentada para mostrar as funções senos?</p>	<p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>( ) A ( ) AP ( ) NA</p> <p>COMENTÁRIOS: _____</p> <hr/> <hr/> <hr/>

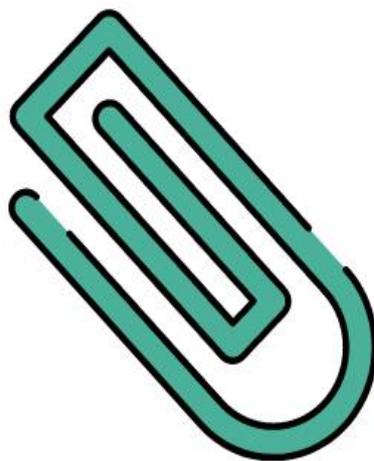
### LEGENDA

**A:** ATENDE

**AP:** ATENDE PARCIALMENTE

**NA:** NÃO ATENDE

# ANEXOS



## ANEXO A: Artigo 1



REVISTA BAIANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA



### ARTIGO

 <https://doi.org/10.47207/rbem.v4i01.15779>

### **Análise livro didático de matemática: um estudo das Tecnologias Digitais de Informações e Comunicações utilizadas e da atenção seletiva na aprendizagem da função seno**

#### **NASCIMENTO, Erinaldo Ferreira do**

Universidade Federal de Sergipe (UFS). Professor da Secretaria Estadual de Educação da Bahia (SEC-BA).  
Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA-UFS). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2321-7854>. E-mail: [erigremio.2013@gmail.com](mailto:erigremio.2013@gmail.com)

#### **MATTOS, Robson Aldrin Lima**

Universidade do Estado da Bahia (UNEB). Professor adjunto da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e da Universidade do Estado da Bahia (UNEB) Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5074-1320> E-mail: [rmattos@uneb.br](mailto:rmattos@uneb.br)

#### **FONSECA, Laerte Silva da**

Instituto Federal de Sergipe (IFS). Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (UFS). Pós-Doutorado. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0215-0606> .E-mail [laerte.fonseca@uol.com.br](mailto:laerte.fonseca@uol.com.br)

**Resumo:** Esse trabalho teve por objetivo analisar a presença das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação presentes no livro didático e a atenção seletiva na aprendizagem da função seno. Assim, o livro didático é um dos recursos mais utilizados para ensino-aprendizagem. No atual momento da sociedade, com as diversas mudanças e com o surgimento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC's) vem ganhando mais espaço nesse material. Então, essas mudanças provocam no âmbito escolar adequação e assim, pode fazer com que o ensino de matemática tende a se modificar. Percebe-se, atualmente, que conceitos da neurociência cognitiva estão mais presentes na educação trazendo contribuições diversas para o ensino e a aprendizagem. O presente artigo apresenta resultados de uma análise realizada em um livro didático do PNL D 2021 da coleção Ser Protagonista, do Novo Ensino Médio, na área de conhecimento matemática e suas tecnologias, em uma escola da rede estadual da Bahia na 2ª série entre os anos 2021-2022. Trata-se de uma pesquisa qualitativa e cunho bibliográfico que emergiu a partir da análise das unidades e capítulos do livro, destacando a atenção seletiva como fator importante para aprendizagem a partir das tecnologias. Os resultados da análise mostram que a TDIC's encontrada foi o *Winplot* e que a sua aplicação no ensino contexto matemático pode desenvolver atenção seletiva e a aprendizagem da função seno. Portanto, no atual contexto impulsionado pelas mudanças na sociedade, é imprescindível que a Educação Matemática esteja em sintonia com a Neurociência Cognitiva.

**Palavras-chave:** Livro Didático. Função Seno. Atenção Seletiva. Tecnologias Digitais.

## ANEXO B: Artigo 2



CAPA SOBRE ACESSO CADASTRO CATEGORIAS PESQUISA ATUAL ANTERIORES NOTÍCIAS

Capa > v. 14, n. 2 (2023) > Nascimento

### A CONCEPÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA E FÍSICA: ATENÇÃO SELETIVA NA APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO SENO

Erinaldo Ferreira do Nascimento, Robson Aldrin Lima Mattos, Laerte Silva da Fonseca

#### RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo analisar a concepção do professor de matemática e física sobre o desenvolvimento da atenção seletiva na aprendizagem da função seno. Assim, reuniu-se neste artigo as concepções de professores de matemática e física no ensino da função seno com abordagem da neurociência cognitiva "atenção seletiva" de uma unidade escolar da rede estadual da Bahia. Utilizou-se como metodologia a abordagem qualitativa e como método o estudo de caso, por ter sido estudada uma instituição. Para a coleta de dados, adotou o questionário via *Google Forms*, composto por 15 questões, sendo 6 sobre a identificação dos participantes e 9 na perspectiva do conteúdo. Sendo assim, após a análise dos dados coletados a partir do questionário pôde-se perceber que a concepção dos professores sobre aprendizagem da função seno no âmbito da neurociência cognitiva "atenção seletiva" está em fase de desenvolvimento. Portanto, pode-se dizer que o estudo da neurociência cognitiva permite um avanço na educação e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos ligados à física.

#### PALAVRAS-CHAVE

concepção do professor; atenção seletiva; função seno; Matemática e Física

#### TEXTO COMPLETO:

[PDF/A](#)

#### REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. A. Fundamentos da didática da matemática. 1. ed. Curitiba: UFPR, 2007.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000.
- COSENZA, R., GUERRA, L. Neurociência e educação: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.
- CRESWEL, J. W. Projeto de pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.
- GAZZANIGA, M. S. et al. Ciências Psicológica. Porto Alegre: Artmed, 2018.
- GIL, Antônio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.
- LENT, R. Cem bilhões de neurônios. Rio de Janeiro: Atheneu, 2002.
- LIMA, R. F. Compreendendo os mecanismos atencionais. Ciência e Cognição. Vol. 6, p. 113-122, 2005.
- MINAYO, M. C. de S. (Org.). O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde. 14ª ed. Rio de Janeiro: Hucitec, 2014. 408 p.
- PANTANO, Telma; ZORZI, Jaime Luiz. Neurociência aplicada à aprendizagem. São José dos Campos: Pulso, 2009.
- PAVIANI, Jayme. Interdisciplinaridade: conceito e distinções. Porto Alegre: Edições Pyr, 2008.
- PONTE, J. P. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. Educação Matemática: Temas de investigação. Universidade de Lisboa. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.
- RUSSO, Rita. Margarida Toler. Neuropsicopedagogia clínica: introdução, conceitos e prática. Curitiba: Juruá, 2015.
- ROSEIRA, N. A. F. Educação Matemática e Valores: das Concepções dos Professores à Construção da Autonomia. Brasília: Liberlivro, 2010.
- SILVA, Marco Aurélio da. Física e a Matemática. Educador Brasil Escola, 2022. Disponível em: <https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/fisica-matematica.htm>. Acesso em: 10 de jul de 2022.

SOARES, M. E.; SÁ CARNEIRO, C.C.B. Caminhos do Ensino de Ciências: relações e contradições. In. SÁ CARNEIRO, C.C.B; LEITE, R.C.M. (Orgs). Ensino de Ciências: Abordagens Múltiplas. 1.Ed. Curitiba: CRV, 2013, p. 143-158.

SKINNER, B. F. Teaching Science in high school – What is wrong. Em B. F. Skinner. Cumulative record (pp. 254-270), 1999.

STERNBERG, R.J. Psicologia Cognitiva. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

THOMPSON, A. G. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. Zetetiká, v.5, n.8, p11-43, 1997.

TRIVINHO, A. N. S. Introdução à pesquisa em ciências sociais: A pesquisa qualitativa em educação. São Paulo, SP: Atlas, 1987.

UM POUCO da história da Trigonometria. E-Cálculo, São Paulo, [S.d.]. Disponível em: <http://ecalculo.if.usp.br>. Acesso em: 10 de jul. 2022.

YIN, Robert K. Estudo de caso – planejamento e métodos. (2Ed.). Porto Alegre: Bookman. 2001.

IPOG. 3 FORMAS DE INTEGRAR A NEUROCIÊNCIA COGNITIVA NO TREINAMENTO DE EQUIPES, ipog, 2022. disponível em: <https://blog.ipog.edu.br/gestao-e-negocios/neurociencia-cognitiva/>. Acesso em 10 de jul 2022.

DOI: <https://doi.org/10.51359/2177-9309.2023.254749>

---

## APONTAMENTOS

- Não há apontamentos.



Esta obra está licenciada sob uma licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

ISSN 2177-9309

Contato: [revista.emteia@ufpe.br](mailto:revista.emteia@ufpe.br)