



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



GABRIELE SOUZA DE CARVALHO

**A ATENÇÃO SELETIVA COMO MECANISMO NEUROCOGNITIVO PARA
AUXILIAR A APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DA FUNÇÃO SENO POR MEIO DAS
PRAXELOGIAS MATEMÁTICA E DIDÁTICA**

São Cristóvão-SE
2023

GABRIELE SOUZA DE CARVALHO

**A ATENÇÃO SELETIVA COMO MECANISMO NEUROCOGNITIVO PARA
AUXILIAR A APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DA FUNÇÃO SENO POR MEIO DAS
PRAXELOGIAS MATEMÁTICA E DIDÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe – PPGECIMA/UFS, linha de pesquisa em Currículo, Didáticas e Métodos de Ensino das Ciências Naturais e Matemática, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca.

São Cristóvão-SE
2023

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

C331a Carvalho, Gabriele Souza de
A atenção seletiva como mecanismo neurocognitivo para auxiliar a aprendizagem da noção da função seno por meio das praxeologias matemática e didática / Gabriele Souza de Carvalho; orientador Laerte Silva da Fonseca. – São Cristóvão, SE, 2023.
143 f.; il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2020.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Trigonometria. 3. Didática (Ensino médio). I. Fonseca, Laerte Silva da, orient. II. Título.

CDU 5:37

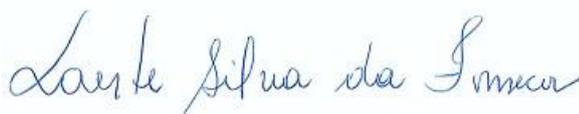
GABRIELE SOUZA DE CARVALHO

**A ATENÇÃO SELETIVA COMO MECANISMO NEUROCOGNITIVO PARA
AUXILIAR A APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE FUNÇÃO SENO POR MEIO
DAS PRAXEOLOGIAS MATEMÁTICA E DIDÁTICA**

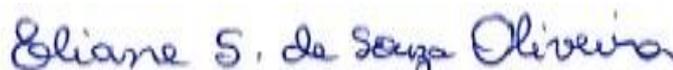
Aprovada em: 31/03/2023.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe – PPGECIMA/UFS, linha de pesquisa em Currículo, Didáticas e Métodos de Ensino das Ciências Naturais e Matemática, à seguinte Banca Examinadora.

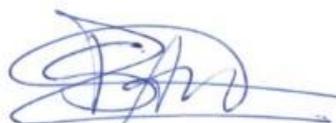
Banca Examinadora



Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca (Orientador)
PPGECIMA/UFS



Profa. Dra. Eliane Santana de Souza Oliveira (Membro Interno)
PPGECIMA/UFS



Prof. Dr. Ademir de Souza Pereira (Membro Externo)
Universidade Federal da Grande Dourados - UFGD

AGRADECIMENTOS

Foram muitas as contribuições para que eu conseguisse não só concluir esse trabalho, como também superar os percalços encontrados no meio do caminho.

Muito obrigada, meu Deus, por ter me sustentado e dado forças para continuar essa caminhada. A Ti, sou imensamente grata. Agradeço por sempre ouvir as minhas orações, iluminar meus pensamentos e encher meu coração de esperança.

Meus pais, Ana Cláudia e José Domingos (in memoriam); Adriana Aparecida e Francisco Paulo, obrigada por terem me educado e ensinado a importância dos estudos. Agradeço por todos os ensinamentos e proteções.

Meus avós que não estão mais presentes fisicamente. Obrigada! Lamento não estarem aqui para ver esse momento, mas sei que de onde estiverem estão comemorando.

As minhas tias e tios, primos e primas, irmãos e irmãs, obrigada por alegrar o meu viver. Agradeço a Deus por fazer parte dessa família.

Meus amigos de longas datas e os que construí durante essa caminhada. Adriana Pereira e Maria Laís, que iniciaram esse sonho comigo. Eduardo, Erinaldo, Geane e Joalisson, gratidão por todos os momentos de estudo e descontração.

Ao meu namorado, Uilian Carvalho, por todo apoio, dedicação e por estar presente nesse momento.

Aos meus mentores, que contribuíram imensamente para minha formação, em especial ao meu orientador Laerte Fonseca, obrigada pela paciência, incentivo e dedicação, por todas as discussões de orientação e do grupo de pesquisa.

Aos membros da banca examinadora, Ademir Pereira e Eliane Oliveira, obrigada por terem aceitado e por toda a contribuição que será ofertada ao trabalho.

Aos docentes do PPGEICIMA, gratidão por todo conhecimento compartilhado.

Agradeço, também, a minha orientadora de licenciatura e especialização, Grace Baqueiro, obrigada por acreditar em mim.

Enfim, a todos muito obrigada!

Para concluir esses agradecimentos deixo a seguinte reflexão: “Talvez não tenhamos conseguido fazer o melhor, mas lutamos para que o melhor fosse feito. Não somos o que deveríamos ser, não somos o que iremos ser... Mas Graças a Deus não somos o que éramos” (Martin Luther King Jr.).

RESUMO

Esta pesquisa foi idealizada com o objetivo de analisar como uma Organização Matemática e Didática com base na Teoria Antropológica do Didático para a condução de tipos de Tarefas pode auxiliar na manifestação da Atenção Seletiva necessária durante a aprendizagem da noção da função seno. Desse modo, tem-se como referência teórica os estudos voltados a Atenção Seletiva com ênfase na Teoria da Integração de Características (TIC) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD). A respeito do aporte metodológico, optou-se por utilizar a Engenharia Didática Clássica, abordada por Michele Artigue (1996), sendo que das quatro fases só foi contemplado, nessa pesquisa, as duas primeiras: análise preliminar; e projeto e análise *a priori*, para responder ao seguinte questionamento: como favorecer a manifestação da Atenção Seletiva necessária para auxiliar a aprendizagem da noção da função trigonométrica seno por meio de mecanismos atencionais e organizações matemáticas e didáticas? Para tanto, na análise preliminar, identificou-se restrições a respeito da dimensão de nível epistemológico, cognitivo e didático da função trigonométrica seno, estabelecendo os obstáculos epistemológicos associados ao desenvolvimento histórico identificado na história da matemática, da educação matemática e em pesquisas acadêmicas para posteriormente inferi-los, por meio de um confronto entre os obstáculos históricos e de aprendizado. No primeiro momento, também foram identificadas restrições e/ou condições a respeito do ensino da noção de função seno. Assim, a análise preliminar proporcionou uma base para a realização da fase do projeto e análise *a priori*, fase em que ocorreram a elaboração da Organização Matemática e Organização Didática, acompanhada de três atividades didáticas, todos com base na TAD, em conjunto com os descritores da TIC. As referidas organizações foram validadas internamente por professores de matemática e foi considerado que as organizações possuem potencialidade para serem utilizadas com alunos do Ensino Médio, visando à contribuição da aprendizagem da noção da função seno, apresentação de mecanismos para mobilizar a Atenção Seletiva, entre outras considerações presentes no texto.

Palavras-chave: Atenção Seletiva. Função Seno. Teoria Antropológica do Didático. Organização Didática.

ABSTRACT

This research was designed with the aim of analyzing how a Mathematical and Didactic Organization based on the Anthropological Theory of Didactics for conducting types of tasks can help in manifesting the Selective Attention necessary when learning the notion of the sine function. Thus, the theoretical reference is studies focused on Selective Care with an emphasis on the Characteristics Integration Theory (TIC) and the Anthropological Theory of Didactics (TAD). Regarding the methodological contribution, it was decided to use Classical Didactic Engineering, addressed by Michele Artigue (1996), and of the four phases, only the first two were considered in this research: preliminary analysis; and a *priori* design and analysis, to answer the following question: how can we encourage the manifestation of Selective Attention necessary to assist in learning the notion of the trigonometric sine function through attentional mechanisms and Mathematical and Didactic Organizations? To this end, in the preliminary analysis, restrictions were identified regarding the epistemological, cognitive and didactic level dimension of the sine trigonometric function, establishing the epistemological obstacles associated with the historical development identified in the history of mathematics, mathematical education and in academic research for later infer them, through a confrontation between historical and learning obstacles. At first, restrictions and/or conditions were also identified regarding teaching the notion of sine function. Thus, the preliminary analysis provided a basis for carrying out the project phase and a *priori* analysis, a phase in which the elaboration of the Mathematical Organization and Didactic Organization took place, accompanied by three didactic activities, all based on TAD, together with the descriptors of ICT. These organizations were internally validated by mathematics teachers, and it was considered that the organizations have the potential to be used with high school students, aiming to contribute to learning the notion of the sine function, presenting mechanisms to mobilize Selective Attention, among other considerations. present in the text.

Keywords: Selective Attention. Sine Function. Anthropological Theory of Didactics. Didactic Organization.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1: Prosencéfalo e as regiões subcorticais..... | 38 |
| Figura 2: Córtex cerebral e a divisão dos lobos | 39 |
| Figura 3: Estrutura do neurônio | 41 |
| Figura 4: Tipos de memória | 42 |
| Figura 5: Anatomia do olho | 44 |
| Figura 6: Recorte das OCEM sobre o processo de aprendizagem | 61 |
| Figura 7: Estruturas organizacionais para analisar o livro didático | 66 |
| Figura 8: Abordagem da definição da função seno do L2. | 70 |
| Figura 9: Tabelas e gráficos da função seno | 71 |
| Figura 10: Abordagem da periodicidade da função seno no L2. | 72 |
| Figura 11: Abordagem do sinal da função seno e alguma característica da função seno | 73 |
| Figura 12: Atividade envolvendo função seno presente na seção 2 do volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’ do Livro ‘Matemática em contextos’. | 73 |
| Figura 13: Definição da função seno no ciclo trigonométrico | 83 |
| Figura 14: Propriedades da função seno | 83 |
| Figura 15: Representação do gráfico da função seno..... | 84 |
| Figura 16: Representação do gráfico de $f(x) = \text{sen}(x)$ | 84 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|-----|
| Quadro 1: Matriz de referência para determinar os obstáculos epistemológicos. | 24 |
| Quadro 2: Marcadores das transições epistemológicas do campo trigonométrico | 30 |
| Quadro 3: Mostrando a relação entre a medida do ângulo em graus para radianos. | 33 |
| Quadro 4: Obstáculos epistemológicos identificados a respeito da função seno..... | 35 |
| Quadro 5: Matriz de referência para abordagem da teoria da atenção seletiva nas aulas de matemática..... | 45 |
| Quadro 6: Matriz dos momentos de estudo de uma organização didática..... | 51 |
| Quadro 7: Competências específicas da área de matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio..... | 63 |
| Quadro 8: Competências, habilidades e proposta didática que inferimos estarem relacionadas as funções trigonométricas | 64 |
| Quadro 9: Organização matemática da atividade 81 da seção 2 do volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’ do Livro ‘Matemática em contextos’. | 74 |
| Quadro 10: Tipos de tarefas e tarefas de cada uma das dezoito questões contemplando a função seno presente nas questões da página 72-76..... | 74 |
| Quadro 11: Condições e restrições a serem consideradas sobre o ensino da função seno | 78 |
| Quadro 12: Organização Matemática para abordar a função seno com base na TAD e TIC. | 85 |
| Quadro 13: Organização Didática para abordar a função seno com base na TAD e TIC | 87 |
| Quadro 14: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 1. | 93 |
| Quadro 15: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 2. | 98 |
| Quadro 16: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 3. | 104 |
| Quadro 17: Ideias Fundamentais relacionadas a OM. | 106 |
| Quadro 18: Tipos de objetos presentes ostensivos e não-ostensivos presentes na OM..... | 107 |
| Quadro 19: Descritores selecionados pelos participantes da validação. | 108 |
| Quadro 20: Consideração da OM feita pelos participantes da validação. | 109 |
| Quadro 21: Descritores destacados pelos participantes da validação sobre o resumo da OD. | 110 |
| Quadro 22: Consideração do resumo da OD feita pelos participantes da validação. | 111 |
| Quadro 23: Descritores destacados pelos participantes da validação sobre a Atividade Didática 1. | 112 |

| | |
|---|-----|
| Quadro 24: Descritores destacados pelos participantes da validação sobre a Atividade Didática 2..... | 114 |
| Quadro 25: Descritores destacados pelos participantes da validação sobre a Atividade Didática 3..... | 116 |
| Quadro 26: Consideração das atividades didáticas da OD feita pelos participantes da validação..... | 118 |
| Quadro 27: Organização Didática para abordar a função seno com base na TAD e TIC após a validação..... | 120 |
| Quadro 28: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 1 após validação. | 121 |
| Quadro 29: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 2 após validação. | 122 |

LISTA DE TABELAS

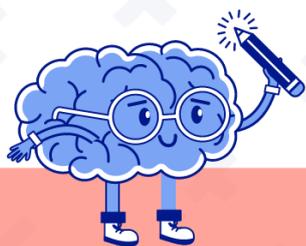
| | |
|---|----|
| Tabela 1: Organização global do volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’ | 67 |
| Tabela 2: Organização regional do tópico 1 do capítulo Trigonometria. | 67 |
| Tabela 3: Organização regional do tópico 2 do capítulo Trigonometria. | 68 |
| Tabela 4: Estrutura da organização local da seção 7 do capítulo Trigonometria. | 71 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|--------|---|
| BNCC | Base Nacional Comum Curricular |
| CAPES | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior |
| DDA | Distúrbio do Déficit de Atenção |
| ED | Engenharia Didática |
| EDC | Engenharia Didática Clássica |
| HAL | Open Science |
| OCEM | Orientações Curriculares para o Ensino Médio |
| OD | Organização Didática |
| OM | Organização Matemática |
| OMG | Organização Matemática Global |
| PCNEM | Parâmetros curriculares nacionais do Ensino Médio |
| PCNEM+ | Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais |
| PNLD | Programa Nacional do Livro e do Material Didático |
| PUBMED | Motor de busca de livre acesso à base de dados MEDLINE |
| SciELO | Scientific Electronic Library Online |
| TAD | Teoria Antropológica do Didático |
| TDAH | Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade. |
| TIC | Teoria da Integração de Características |

SUMÁRIO

| | |
|---|-----|
| Seção 1 - Introdução | 14 |
| Seção 2 - Análise Preliminar | 23 |
| Considerações iniciais | 23 |
| 2.1 Análise Epistemológica sobre a Função Seno | 26 |
| 2.1.1 <i>Conhecendo a história para identificar os obstáculos históricos com relação à função seno</i> | 26 |
| 2.2 Aspectos teóricos e metodológicos | 36 |
| Promovendo relações entre a Neurociência Cognitiva e a Didática da Matemática | 36 |
| 2.2.1 <i>A Atenção Seletiva</i> | 37 |
| 2.2.1.1 Noções básicas do funcionamento cerebral | 40 |
| 2.2.1.2 A teoria da atenção de integração de características | 44 |
| 2.2.2 <i>A Teoria Antropológica do Didático</i> | 46 |
| 2.2.2.1 Praxeologia Matemática | 48 |
| 2.2.2.2 Praxeologia Didática | 50 |
| 2.3 Análise da Organização Didática da função seno | 53 |
| 2.3.1 <i>Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais</i> | 55 |
| 2.3.2 <i>Orientações Curriculares para o Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular</i> | 59 |
| 2.3.3 <i>Análise da abordagem da função seno em livros didáticos</i> | 65 |
| 2.3.3.1 A análise praxeológica dos tipos de Tarefas propostas sobre a função seno..... | 73 |
| 2.3.4 <i>O que é esperado pela BNCC a respeito da função seno e o que está presente na seção 7 do volume 'Trigonometria e sistemas lineares' livro didático</i> | 75 |
| Considerações parciais | 76 |
| Seção 3 – Conceção e análise a priori | 80 |
| Considerações iniciais | 80 |
| 3.1 Organização Matemática para abordar a função seno | 82 |
| 3.1.2 <i>Função seno: o objeto matemático desta pesquisa</i> | 82 |
| 3.2 Organização Didática para o ensino da noção de função seno..... | 86 |
| 3.3 Análises das organizações | 105 |
| 3.3.1 <i>Análise da Organização Matemática</i> | 105 |
| 3.3.2 <i>Análise da Organização Didática</i> | 109 |
| Considerações Parciais | 119 |
| CONSIDERAÇÕES FINAIS | 128 |
| REFERÊNCIAS | 133 |
| ANEXO | 137 |
| APÊNDICE | 140 |



SEÇÃO 1

INTRODUÇÃO



Seção 1 - Introdução

Este trabalho inicia com o objetivo de analisar como uma Organização Matemática e Didática, com base na Teoria Antropológica do Didático para a condução de tipos de Tarefas, pode auxiliar na manifestação da Atenção Seletiva necessária durante a aprendizagem da noção da função seno.

Enquanto professora da rede pública da Educação Básica que, desde 2019, começou a construir sua experiência profissional como docente, a autora desta pesquisa vivencia momentos desafiadores, questiona-se e reflete a respeito do ensino de matemática de forma estimulante, atrativa e engajadora, na tentativa de desenvolver práticas pedagógicas eficazes para o processo de ensino e aprendizagem da referida área do conhecimento.

Essas dúvidas e reflexões, inevitavelmente, estarão atreladas ao desenvolvimento desta dissertação, pois elas são o estímulo da autora para ser uma pesquisadora da sua prática educacional, em busca de respostas para perguntas do tipo: quais metodologias vem apresentando contribuições para o ensino de matemática? Como despertar o interesse dos alunos durante as aulas de matemática? Por que os alunos possuem tanta resistência aos conhecimentos matemáticos? O que os estudos dizem a respeito do ensino e aprendizagem de matemática? Esses são apenas alguns questionamentos que a inquietam e, possivelmente, inquietam outros professores de matemática.

Compreendemos que ensinar não é uma tarefa simples, o professor precisa realizar o seu planejamento visando estratégias de ensino para atender a diferentes tipos de indivíduos que possuem as suas particularidades e, conseqüentemente, aprendem de forma diferente. Além dos planejamentos e demandas escolares, o professor precisa manter-se atualizado das novas metodologias de ensino e estudos a respeito de como ocorre a aprendizagem matemática e como é possível favorecer essa aprendizagem. Essa constante formação possibilitará o aprimoramento das práticas educacionais e, portanto, diferentes maneiras de abordar os conhecimentos matemáticos necessários na educação básica.

Corroboramos Nóvoa (2009, p. 13) ao destacar que os docentes são elementos insubstituíveis tanto “na promoção das aprendizagens” quanto “na construção de processos de inclusão que respondam aos desafios da diversidade e no desenvolvimento de métodos apropriados de utilização das novas tecnologias”. Seguindo esse pensamento, consideramos o professor como uma figura ocupante de uma posição importante no processo de ensino e aprendizagem, ele é o grande responsável por idealizar, planejar, desenvolver as aulas, criar

e/ou selecionar ferramentas capazes de favorecer a aprendizagem dos alunos, além de apresentar o conhecimento de forma acessível, para favorecer o desenvolvimento de competências e habilidades que atualmente vem sendo fortemente discutidas, em virtude da implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Nessa perspectiva, elaboramos esta pesquisa com o intuito de colaborar com o trabalho docente, por meio de uma investigação de tarefas matemáticas, já que esse é um dos recursos que o professor mais utiliza em aula. Consideramos as tarefas como um suporte para o professor ensinar e para o aluno aprender, visto que, por meio delas, o aprendiz pode apresentar seus conhecimentos e/ou suas dúvidas. Assim, o professor consegue ter acesso ao modo como o objeto matemático está sendo formulado na mente do estudante.

Ponte (2014, p. 14) assevera que “as tarefas são o elemento organizador da atividade de quem aprende”. O referido autor explica que, por esse motivo, o ensino com foco no aluno ativo na aprendizagem precisa se preocupar com a noção de tarefa. Nesse momento, faz-se necessário destacar que, de acordo com Christiansen e Walther (1986 *apud* Ponte, 2014), a atividade existe nas ações e a tarefa é o objetivo de uma ação. Sendo assim, o que consideraremos como uma tarefa será qualquer proposta no âmbito educacional com o objetivo de mobilizar os alunos para desenvolverem determinadas noções matemáticas.

Para evidenciar a relevância de abordarmos tarefas matemáticas, apresentamos três argumentos citados por Cyrino e Jesus (2014) com base em Stein (2009) e Stein e Smith (1988). De acordo com elas, ao selecionar tarefas, o professor dispõe do que veremos a seguir: (1) As tarefas podem determinar a aprendizagem; (2) segundo Cyrino e Jesus (2014, p. 753), “Os professores ao escolherem uma tarefa a ser implementada em sala de aula, precisam possuir uma intenção, um objetivo para trabalhá-la com o aluno”; (3) ao escolher as tarefas, é preciso levar em consideração a possibilidade de: “encaminhar o aluno a desenvolver formas de raciocínio e estratégias que o permitam ultrapassar a simples memorização de fatos ou procedimentos” (Stein; Smith, 1988, p. 268 *apud* Cyrino; Jesus, 2014, p. 753).

Em se tratando de tarefa, convém utilizarmos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposta por Yves Chevallard como um aporte teórico para o nosso estudo. Segundo Chevallard (1998, p. 91), a TAD “situa a atividade matemática, e portanto a atividade de estudo da matemática, em todas as atividades humanas e instituições sociais”. Assim, o referido autor destaca no postulado básico da TAD que toda atividade humana pode resumir-se na palavra praxeologia, esta apresenta duas espécies relacionadas a um saber matemático, a primeira é a praxeologia matemática ou Organização Matemática (OM) envolvendo a realização de certo

tipo de Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria. A segunda é a praxeologia didática ou Organização Didática (OD) centrada no processo de desenvolvimento do ensino contendo seis momentos didáticos, sendo eles: 1) Encontro com a organização do objeto de estudo; 2) Exploração do o tipo de Tarefa e o desenvolvimento de uma técnica relativa ao o tipo de Tarefa; 3) Constituição do ambiente teórico e tecnológico referente a uma técnica; 4) Trabalho da técnica; 5) Institucionalização; e 6) Avaliação.

De acordo com pesquisadores, a TAD proporciona um horizonte de possibilidades de utilização. Podemos constatar esse fato com base nas pesquisas que vem sendo desenvolvidas, muitas delas utilizam a TAD para analisar livros didáticos, avaliações externas, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM); documentos normativos, a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a BNCC, entre outros objetos; também tem estudos que investigam as organizações matemáticas e didáticas ou os modelos de referência do objeto de estudo, são muitos os enfoques da teoria mencionada para uma pesquisa. Kluth e Almouloud (2018, p. 23) ainda destacam que a TAD possibilita realizar afirmações sobre o “fazer matemático e provocar modificações no fazer matemático da sala de aula que dizem respeito a praxeologia em si e se o aluno conseguiu seguir o caminho traçado por ela”.

Sendo assim, a TAD é um dos pilares desta dissertação e, junto com essa teoria, buscou-se relacionar os conhecimentos da Neurociência Cognitiva, para dispor de mais recursos que auxiliem no ensino de matemática e, conseqüentemente, colabore com a aprendizagem. Segundo Cosenza e Guerra (2009), os estudos da Neurociência Cognitiva podem implicar na contribuição de avanços na educação, visando à busca de melhorias para a qualidade de vida do indivíduo e da sociedade. Os autores ainda relatam que essa área ajuda a fundamentar a prática pedagógica, que terá maior eficiência se for respeitada a forma como o cérebro funciona.

Nessa direção, identificou-se pesquisas como a de Fonseca *et al.* (2020), que já vislumbra a relação entre a TAD e a Neurociência Cognitiva. No artigo intitulado ‘O papel das Funções Cognitivas em Praxeologias de tipos de Tarefa Matemática’ os autores descreveram uma análise sobre como as funções cognitivas atuam diretamente em organizações praxeológicas relativas a tipos de Tarefas trigonométricas, relevando a complexidade neurocognitiva para serem realizadas, com foco nas tarefas relacionadas à trigonometria. Ao buscarem aproximar elementos da TAD com a Neurociência Cognitiva verificaram que, no mínimo, duas condições precisam coexistir, a saber: (1) uma praxeologia em torno de um tipo de Tarefa; e (2) que atenda às exigências do funcionamento do cérebro, primeiramente do sistema límbico.

Diante disto, percebe-se que a relação entre a TAD e a Neurociência Cognitiva já é vista como possível, mas pelo menos aqui, no Brasil, ainda são poucos estudos a respeito dessas áreas em específico. No entanto, as pesquisas envolvendo Neurociência Cognitiva e Educação vem ganhando destaque.

A tese de Richter (2018, p. 276), por exemplo, constata por meio da metanálise realizada, a potencialidade da influência mútua entre a Neurociência Cognitiva e a Educação, pois “a complementação de saberes pode contribuir com a prática docente, com a aprendizagem discente e, de igual modo, com a produção de novos conhecimentos por meio de pesquisa”. Além disso, a referida autora destaca que ficou perceptível o crescimento pelo interesse educacional voltado à Neurociência Cognitiva para potencializar a aprendizagem dos alunos diante do contexto de sala de aula.

Assim como o estudo supracitado, a dissertação de Sant’anna (2018) destaca a importância dos conhecimentos e a contribuição da Neurociência Cognitiva para o trabalho docente. A autora relata que a referida área “começa a iluminar a educação e tenta dar à docência o caminho da ciência, detalhando e mostrando características e particularidades de cada período de desenvolvimento do aluno, facilitando o entendimento do que é aprender na escola” (Sant’anna, 2018, p. 80) destaca a necessidade de discutir os estudos da Neurociência Cognitiva na formação inicial e continuada de professores, levando em consideração as teorias de aprendizagem consolidadas pela pedagogia e psicologia.

Compreende-se, assim, a importância de todo o professor, em especial, os que estão em formação ou iniciando a sua prática docente, possuírem conhecimento a respeito de como o cérebro aprende, pois o seu objetivo de trabalho (promover a aprendizagem por meio do ensino) depende desta informação, uma vez que a aprendizagem está relacionada aos processos neurais. Deste modo, conjecturamos que, ao conhecer o comportamento do cérebro, é possível estipular estratégias de ensino com maiores possibilidades de êxito no processo educacional, para além do que as teorias de ensino e aprendizagem já oferecem.

De tal modo, corroboramos Dreyfus (1991) ao destacar que é difícil analisar quando houve a compreensão de uma noção ou conceito matemático devido a esse processo ocorrer na mente do estudante, o que reforça ainda mais a necessidade de o professor ter uma noção de como as informações são processadas no cérebro.

Portanto, ao conhecer ou ter uma noção de como ocorre o funcionamento do cérebro, o docente pode refletir e buscar possíveis respostas para questionamentos sobre: Por que os alunos aprendem de maneira diferente? Por que alguns alunos, em detrimento de outros,

possuem maior facilidade em aprender matemática? De que maneira é possível estimular a aprendizagem de matemática? Por que alguns alunos esquecem rápido o que foi ensinado?

A busca por respostas para esses e outros questionamentos nos levam a analisar e justificar a necessidade de investigar não só as teorias de ensino e aprendizagem, mas também os estudos da Neurociência Cognitiva, pois acreditamos que é preciso ir um pouco além. Dito isso, pensando em ampliar o nosso leque de possibilidades a respeito das possíveis práticas docentes e aprendizagem discente, é que se optou por inserir a Neurociência Cognitiva nesta pesquisa. No entanto, compreendemos que a referida área não fornece metodologias de ensino, mas poderá ampliar nosso horizonte a respeito das intervenções necessárias, com o fim de minimizar as dificuldades encontradas pelos professores em suas aulas.

Outro ponto relevante para a inserção dos estudos da Neurociência Cognitiva foi a participação da autora desta dissertação no Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática/CNPq (neuroMATH), liderado por seu orientador, Prof. Dr. Laerte Fonseca, HnD (EBWU). O grupo favoreceu o estudo e debate a respeito de uma parte da Neurociência Cognitiva que aborda sobre a Atenção, mais especificamente da Atenção Seletiva, a qual será utilizada neste estudo em conjunto com a TAD. Desse modo, percebermos a atenção como uma das funções cognitivas de suma importância na vida das pessoas, é um dos pontos-chave para que o indivíduo consiga realizar uma determinada tarefa.

De acordo com Gazzaniga, Heatherton e Halpern (2018), a atenção possibilita que as informações sejam transportadas da memória sensorial para a memória de trabalho. Posto isto, podemos considerar a atenção como um dos elementos essenciais para o processo de ensino e aprendizagem, pois ela possibilitará o armazenamento da informação. Não é por acaso que os professores solicitam que os alunos prestem atenção no assunto; ela será a porta de entrada para que as informações recebidas tenham a possibilidade de serem armazenadas por mais tempo na memória.

Mas podemos nos perguntar sobre como é possível evocar essa atenção, uma vez que o docente está concorrendo com diversos recursos, os quais são, muitas vezes, considerados pelos alunos como mais interessantes do que a aula?

Essa é uma pergunta que nos faz refletir a respeito da metodologia de ensino, dos materiais que são utilizados na aula e, como mencionamos anteriormente, na tarefa matemática utilizada, pois a era digital a qual vivemos requer práticas de ensino que sejam estimulantes

tanto quanto os recursos oferecidos pelo celular e pelas redes sociais. O ensino precisa atender às novas necessidades dos indivíduos.

Por essa razão, conjecturamos que a compreensão a respeito dos mecanismos atencionais poderá atuar de forma favorável para o professor de matemática elaborar estratégias de ensino e realizar as escolhas e/ou elaboração das tarefas, visando despertar a atenção de seus alunos e, assim, garantir que a informação apresentada possa ser processada e armazenada pela memória.

No entanto, como não podemos dar conta de pesquisar todo o conhecimento matemático e por desejar desenvolver a pesquisa para contribuir, em especial, com o público do Ensino Médio, o objeto de estudo desta dissertação será a noção da função trigonométrica seno.

De acordo com a história da matemática, a trigonometria está, inicialmente, relacionada com a astronomia vinculada aos problemas sociais da época. No decorrer dos anos, a abordagem trigonométrica passou de geométrica para algébrica e esta relação com a álgebra que influenciou na escolha da noção da função trigonométrica seno como objeto de estudo.

O referido objeto de estudo está associado à relação da autora com a álgebra, pois, desde a licenciatura já vem realizando estudos voltados para o ensino e aprendizagem dos conhecimentos algébricos. Nesse sentido, apresentou o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado “Indícios de Pensamento Algébrico em aluno do 5º ano das séries iniciais” e na Especialização em Educação Matemática abordou sobre “Contribuições de um minicurso na percepção dos cursistas com relação às potencialidades e possibilidades de trabalhar resolução de problemas em sala de aula”, cujos problemas utilizados eram relacionados à generalização.

Este interesse na área da Álgebra começou por conta das vivências enquanto aluna da educação básica que não compreendia o motivo dos colegas possuírem tanta resistência à simbologia algébrica. Nos dias de hoje, já atuando como professora da educação básica, percebe-se que as resistências ainda existem, visto que boa parte dos seus alunos relatam não gostar ou não entender a utilização das letras em matemática.

Pesquisas como a de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) destacam que essa dificuldade em relação à compreensão da simbologia algébrica está ligada à tendência existente ao longo dos anos na educação algébrica em considerar a manifestação do pensamento algébrico somente após o conhecimento da sua simbologia, o que ocasiona falta de significado para o aluno. Os autores citados acreditam existir uma relação dialética entre o pensamento e a linguagem e, assim, propõem ‘Repensar a Educação Algébrica’, sugerindo a exploração e desenvolvimento

de tal pensamento devido a suas potencialidades em promover sentido para a utilização da simbologia.

De fato, levando em consideração o desenvolvimento dos conhecimentos algébricos, inicialmente, era utilizado a linguagem corrente e só depois foi simplificando essa escrita e formalizando as simbologias. Dessarte, podemos pensar em alternativas de ensino que possibilitem a compreensão e necessidade de explorar o pensamento para utilizar a simbologia algébrica.

Dessa forma, a escolha do objeto ‘Função trigonométrica seno’ para além da relação da autora com a álgebra, está pautada na compreensão da importância do ensino e aprendizagem dos conhecimentos algébricos para proporcionar o desenvolvimento do pensamento abstrato possibilitando o trabalho dos alunos a mais do que é perceptível; por trigonometria ser um dos assuntos que os alunos e professores taxam como difícil no processo de ensino e aprendizagem e por concedermos função como um dos objetos matemáticos fundamentais no Ensino Médio.

Segundo (Ponte, 1992 *apud* Ribeiro; Cury, 2015), o conceito de função é um dos mais importantes da Matemática devido as suas ferramentas para estudos de problemas envolvendo variação e as aplicações Matemáticas. No entanto, Ribeiro e Cury (2015) salientam que o conceito de função, muitas vezes, é ensinado sem significado, abordando apenas procedimentos, fórmulas, gráficos e tabelas sem fazer associações com as diversas aplicações existentes.

Diante do exposto, para a realização desta pesquisa, delineamos os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Identificar obstáculos epistemológicos que auxiliaram a evolução da noção da função seno;
- ✓ Levantar referências sobre os fatores que interferem a aprendizagem da função seno;
- ✓ Elaborar uma matriz de referência sobre a manifestação da Atenção Seletiva à luz de pesquisas que abordam a temática;
- ✓ Investigar entre os tipos de Tarefas selecionadas qual possuem potencial para favorecer a manifestação da Atenção Seletiva;
- ✓ Construir uma Organização Matemática e Didática com base na Teoria Antropológica do Didático para o ensino da função trigonométrica seno;

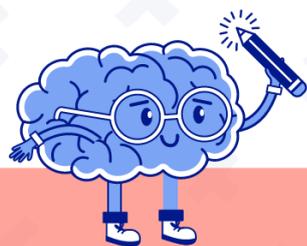
- ✓ Aplicar a Organização Matemática e Didática com um grupo de professores;
- ✓ Validar a Organização Matemática e Didática.

Com tais objetivos, a referente pesquisa tem a intenção de responder o seguinte questionamento: Como favorecer a manifestação da Atenção Seletiva necessária para auxiliar a aprendizagem da noção da função trigonométrica seno por meio de mecanismos atencionais e organizações matemáticas e didáticas?

Para tanto, o aporte metodológico será a Engenharia Didática Clássica (EDC), abordada por Artigue (1996), sendo que os estudos foram iniciados por Brousseau (1986) buscando compreender como considerar a complexidade da sala de aula e como promover relações entre a pesquisa e a inovação docente.

A estrutura da EDC possui quatro fases: (1) análise preliminar; 2) projeto e análise *a priori*, 3) experimento e análise *a posteriori*; 4) Validação; mas só será explorado nesta pesquisa, as duas primeiras fases, pois o período pandêmico vivenciado durante o desenvolvimento desta pesquisa acabou dificultando a realização do experimento e, conseqüentemente, a análise *a posteriori* e a validação. Outro fato para não abordar a fase do experimento e da validação é a demora que ocorre no retorno do conselho de ética que acaba atrasando o andamento da pesquisa e, pensando em evitar atrasos, a pesquisa se resumiu em abordar apenas as duas primeiras fases da referida engenharia.

Sendo assim, esta primeira parte compõe a seção 1 composta da introdução, a seção 2 apresentará as análises preliminares, abordando a Análise Epistemológica da Função Seno, a análise da Organização Didática da função seno, as considerações parciais e a questão de pesquisa. Na seção 3, estará presente o projeto (concepção) e análise *a priori*, contemplando a elaboração da Organização Matemática, a Organização Didática com três Atividades Didáticas e a análise de cada uma das organizações e atividades, posteriormente será apresentada as considerações parciais da seção 3; e, por fim, as considerações finais da pesquisa.



SEÇÃO 2



Seção 2 - Análise Preliminar

A análise preliminar é uma das primeiras fases da Engenharia Didática, Artigue (1996) destaca que nesta fase, na maioria das vezes, é feita a Análise Epistemológica dos conteúdos cobertos pelo ensino, a análise do ensino habitual e seus efeitos, a análise das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos que marcam a evolução, a análise do campo de restrições em que a realização didática real será localizada, e leva em consideração os objetivos específicos da pesquisa.

Sendo assim, das vertentes mencionadas, este tópico só não irá contemplar a análise das concepções dos alunos, pelo fato da pesquisa ter sido desenvolvida mediante um cenário pandêmico da Covid-19. Por esse motivo, foi evitado o contato com estudantes.

Considerações iniciais

Nessa seção, o objetivo é abordar algumas das vertentes da análise preliminar da Engenharia Didática. Para realizar a Análise Epistemológica dos conteúdos cobertos pelo ensino, também foi apresentada a análise do ensino habitual e seus efeitos, devido à noção de obstáculo epistemológico relatado por Almouloud (2007) para relacionar os conhecimentos históricos que ainda são manifestados nas aulas atuais, pois como ele relata: os obstáculos epistemológicos são “aqueles que tiveram um papel importante no desenvolvimento histórico dos conhecimentos e têm sua rejeição integrada explicitamente no saber ensinado aprendido” Almouloud (2007, p. 139).

Assim, para identificar os obstáculos epistemológicos que auxiliaram a evolução da trigonometria e da noção da função seno, foi feita uma busca na história da matemática, da educação matemática, em pesquisas acadêmicas relacionadas ao tema do estudo e, em seguida, foram confrontados os obstáculos históricos e de aprendizado para, assim, inferi-los.

Antes de destacar os obstáculos epistemológicos, é importante conhecer a noção de obstáculo e epistemologia utilizada nessa pesquisa. Para tanto, tem-se uma lista de condições necessárias para ser obstáculo:

- i) Um obstáculo será o conhecimento, o design, não a dificuldade ou a falta de conhecimento.
- ii) Esse conhecimento produz respostas adequadas em um determinado contexto, frequentemente encontrado

- iii) Mas gera respostas falsas fora deste contexto. Uma resposta correta e requer um ponto de vista significativamente diferente.
- iv) Além disso, esse conhecimento resiste às contradições que enfrenta e ao estabelecimento de um melhor conhecimento. Não basta ter um conhecimento melhor para o anterior desaparecer (o que distingue a travessia de obstáculos da acomodação do PIAGET). Por isso, é essencial identificá-lo e incorporar sua rejeição ao novo conhecimento.
- v) Após a realização de sua imprecisão, ele continua a manifestar-se a partir de maneira prematura e teimosa (Duroux, 1982 *apud* Brousseau, 1983, p. 167).

No que concerne à epistemologia, consideramos como “o estudo da constituição dos conhecimentos científicos tanto na sua gênese histórica, na reconstrução mental em cada sujeito, como nas suas articulações numa dada etapa do desenvolvimento do saber científico” (Almouloud, 2007, p. 149).

Ao unir as ideias de (Duroux, 1982 *apud* Brousseau, 1983, p. 167) sobre obstáculos e a de Almouloud (2007) sobre epistemologia, ao nos referirmos a obstáculo epistemológico, neste trabalho, será entendido como um conhecimento constituído na história e reconstruído na mente do sujeito, cuja aplicação, a depender do contexto, produzirá respostas coerentes e, mesmo com o aprimoramento do conhecimento inicial, o obstáculo ainda poderá se manifestar.

Sendo assim, para identificar os obstáculos epistemológicos referente a função seno, levou-se em consideração a seguinte matriz:

Quadro 1: Matriz de referência para determinar os obstáculos epistemológicos

| Características do obstáculo epistemológico |
|--|
| É um conhecimento; |
| Apresenta respostas adequadas em um determinado contexto; |
| Resiste às contradições que enfrenta e ao estabelecimento de um melhor conhecimento; |
| Está presente na história da matemática; |
| Está presente no ensino habitual de matemática; |
| Após a realização de sua imprecisão, ele continua a manifestar-se a partir de maneira prematura e teimosa. |

Fonte: Adaptado de A. Duroux (1982 *apud* Brousseau, 1983, p. 167) e Almouloud (2007, p. 149).

Posteriormente, serão apresentados as dificuldades e os obstáculos que marcam a evolução da função seno e a análise do seu campo de restrições. Essas vertentes são consideradas no tópico da ‘Análise da Organização Didática da função seno’, cuja nomeação foi abordada por Almouloud (2007) ao apresentar uma releitura da Engenharia Didática (ED).

Antes da abordagem da Organização Didática da função seno, serão apresentados o aporte teórico e metodológico desta pesquisa, pois uma das abordagens teóricas servirão de base para realizar a Organização Didática.

Logo após, para compreender a Organização Didática atual da função seno, foi feita uma breve retrospectiva na história do ensino de matemática para que fosse possível entender como essa disciplina se desenvolveu ao longo do tempo. Em seguida, foram analisados documentos oficiais, como os Parâmetros curriculares nacionais do Ensino Médio (PCNEM), Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM); e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além disso, foi feita a apreciação de um dos livros didáticos aprovado no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), de 2021.

O livro didático é um dos recursos mais acessíveis para professores e alunos, segundo Bittencourt (2008) os livros eram fonte de instrumento para o professor aprender o método de ensino e ao mesmo tempo de aprendizado para que ele pudesse ministrar as aulas. Biehl e Bayer (2009, p. 1) relatam que o livro didático “contribui para o processo de ensino e aprendizagem, tendo em vista que, muitas vezes, é o único suporte que os professores têm para preparar suas aulas”.

Com a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) o sistema educacional está sendo modificado, o foco dos fundamentos pedagógicos da BNCC é o desenvolvimento de competências, evidenciado como o “saber” e as habilidades sendo o “saber fazer”. Com isso, a metodologia e os recursos didáticos precisam estar adequados às normas do referido documento.

Dessa maneira, o tópico ‘Análise da Organização Didática da Função Seno apresenta importantes informações a respeito da forma como está sendo proposta a abordagem da função seno no livro didático depois da implementação da BNCC.

Após toda essa exploração a respeito da função seno, para fechar a seção da análise preliminar, está presente as considerações parciais a respeito das análises feitas e a formulação da questão de pesquisa envolvida na problemática desta dissertação.

Vale salientar que, atrelados a esta dissertação, foram elaborados e submetidos dois artigos científicos, um deles tem por título “A abordagem da função seno no livro didático do Ensino Médio após a implementação da BNCC”, que foi aceito para publicação¹ na revista de Ensino de Ciências e Matemática; e o outro artigo “Atenção seletiva e os objetos matemáticos: Mapeamento das dissertações e teses brasileiras desenvolvidas no período de 2012 a 2021”, que foi submetido para a revista Educação online.²

¹ Ver Anexo A.

² Ver Anexo B.

2.1 Análise Epistemológica sobre a Função Seno

Este tópico possui o objetivo de identificar obstáculos epistemológicos que auxiliaram a evolução da trigonometria e da noção da função seno. Para tanto, a seguir, com base em Brousseau (1983), será apresentada uma busca na história da matemática e em pesquisas na educação e ensino de matemática para esclarecer o caráter epistemológico dos obstáculos a serem inferidos pela autora desta dissertação.

Com relação à história da matemática, a fundamentação está nos livros de Eves (2011), Boyer (2012) e Launay (2019), também foram utilizadas a tese de Fonseca (2015) e Oliveira (2020) para complementar as ideias históricas. Após todo aparato histórico, será levado em consideração as barreiras de aprendizado com relação a função seno.

Por meio do portal da CAPES, HAL Open Science, PUBMED e Scielo foi feita uma busca por pesquisas envolvendo a função seno ou as funções trigonométricas. Nessa busca, diante das abordagens e dos resultados apresentados, foram consideradas a tese de Fonseca (2015); a dissertação de Silva (2019); os artigos de Winsløw (2016), Galvão, Souza e Miashiro (2016), Meneghelli e Possamai (2019) e Rocha, Laudares e Souza (2021).

2.1.1 *Conhecendo a história para identificar os obstáculos históricos com relação à função seno*

Segundo Eves (2011), é difícil compreender as origens da trigonometria. Mas, diante dos fatos históricos analisados, não é difícil inferir que os conhecimentos trigonométricos foram utilizados para desvendar problemas sociais da época, sendo bastante utilizados na astronomia, pois é encontrado relatos na história da matemática a respeito de uma variedade de problemas da astronomia aplicados aos estudos dos matemáticos gregos sobre as relações entre retas e círculos. De acordo com Boyer (2012, p. 156), “a trigonometria era evidentemente um instrumento útil e preciso para a astronomia”.

Fonseca (2015) menciona que a geometria junto com a astronomia propiciou o campo trigonométrico. Por consequência, a trigonometria e as funções trigonométricas possuem marcas deixadas tanto na história da Astronomia quanto na Geometria e Física. Assim,

[...] em meio a uma atmosfera entre história e epistemologia, originam-se a Trigonometria e as Funções Trigonométricas como modelos matemáticos para o cálculo de incógnitas – as distâncias inacessíveis entre a Terra e a Lua - e de controle de variáveis que inquietaram os primeiros filósofos naturais quando se preocuparam

em observar a influência da natureza sobre o clima, a terra, os astros, etc. (Fonseca, 2015, p. 201).

Hiparco de Niceia – o chamado “pai da trigonometria” – calculou suas tabelas trigonométricas para serem utilizadas na astronomia e deixou como principais contribuições: a organização de dados empíricos provenientes dos babilônios; a elaboração de um catálogo estelar; melhoramentos em constantes, tais como a duração do mês e do ano; o tamanho da Lua, e o ângulo de inclinação da eclíptica e, finalmente, a descoberta da precessão dos equinócios.

Segundo Boyer (2012), também é atribuído a Hiparco a introdução do círculo de 360° seguindo a astronomia babilônica e o tratado de 12 livros sobre cordas em um círculo. Eves (2011, p. 61) relata que uma das explicações mais convincentes da divisão do círculo em 360 partes iguais é por causa da divisão do tempo que os babilônios utilizavam na astronomia, eles determinaram um dia sendo formado por “12 milhas-tempo, e um dia completo equivale a uma revolução do céu, dividiu-se um ciclo completo em 12 partes iguais. Mas, por conveniência, a milha-tempo babilônica fora dividida em 30 partes iguais. Dessa forma, chegamos a $(12)(30) = 360$ partes iguais num ciclo completo”.

Assim, é possível perceber uma forte ligação inicial entre as causas sociais da época e o desenvolvimento dos conhecimentos trigonométricos. Diante das utilidades da trigonometria nas causas sociais, Oliveira (2020) infere os fenômenos climáticos como uma das razões sociais da trigonometria e funções trigonométricas. Porém, ao longo dos anos, os conhecimentos sociais passaram a não serem os únicos motivadores dos estudos trigonométricos, os quais passaram a assumir uma forma mais sistemática e o rompimento entre a trigonometria e astronomia passou a acontecer.

Os hindus atribuíram uma nova forma a trigonometria, eles converteram a relação funcional entre cordas de um círculo e os ângulos centrais que subentendem por uma correspondência entre a metade de uma corda de um círculo e metade do ângulo subtendido no centro pela corda toda.

Assim, aparentemente nasceu na Índia a precursora da função trigonométrica moderna que chamamos seno de um ângulo, e a introdução da função seno representa a contribuição mais importante dos Siddharta à história da matemática. É dos hindus, e não dos gregos, que deriva nosso uso da metade da corda; e nosso termo “seno”, por acidente de tradução (ver mais a frente), provém da palavra sânscrita *jiva* (Boyer, 2012, p. 153).

O equivalente da função seno para substituir a tabela grega de cordas, essa foi uma das grandes contribuições da Índia na história da matemática. Contudo, é importante destacar que

na história da matemática é mencionado um maior fascínio dos hindus para a parte aritmética da matemática. Segundo Eves (2011, p. 257), “os hindus não eram proficientes em geometria”, eles eram mais intuitivos. Dessa maneira, já começa a existir um rompimento da abordagem geométrica na trigonometria.

Esse rompimento se fortalece com os árabes, que, segundo Boyer (2012) também não tinham muita proximidade com a geometria, eles eram mais atraídos pela álgebra e pela trigonometria e apesar de existir uma competição entre os sistemas de origem grega e indiana, “quase toda trigonometria árabe finalmente se baseou na função seno” (Boyer, 2012, p. 171) dos hindus, mas foram os árabes os grandes responsáveis por difundirem a trigonometria do seno para a Europa.

Com isso, a trigonometria obteve um maior desenvolvimento no Egito, apesar dos povos antigos estudarem os triângulos, a exemplo do teorema de Pitágoras, foram os árabes que apresentaram seguimento as pesquisas e tornaram a trigonometria “numa disciplina de notável precisão, com resultados que ainda hoje tem múltiplas aplicações” (Launay, 2019, p. 112).

Segundo Boyer (2012), foi com o competente algebrista e especialista em trigonometria Abu'l – Wefa que a trigonometria assumiu uma forma mais sistemática, passando a ser demonstrados teoremas como as fórmulas para ângulo duplo e para metade de um ângulo.

Os próximos povos a contribuírem com a trigonometria foram os europeus. Enquanto estava ocorrendo o declínio da ciência na cultura árabe, os Europeus estavam em ascensão, as contribuições anteriores foram significativas para eles e a trigonometria árabe despertou mais o interesse deles do que a trigonometria grega. Eves (2004) destaca que existia um confronto entre essas abordagens trigonométricas, pois, como já mencionado, os árabes eram mais próximos dos conhecimentos algébricos e os gregos dos conhecimentos geométricos, conseqüentemente, a trigonometria de cada um desses povos possuíam abordagens distintas. Dessa forma, a abordagem geométrica passou a ser cada vez menos utilizada na trigonometria e a abordagem algébrica passou a ocupar essa posição.

Regiomontanus foi o pseudônimo utilizado pelo matemático Johann Müller. Este, de acordo com Boyer (2012, p. 194), foi o responsável por renascer a trigonometria no século XVI com “uma exposição sistemática dos métodos para resolver triângulos” apresentando cinco livros envolvendo conhecimentos trigonométricos, “os dois primeiros dedicados à trigonometria plana e os outros três à trigonometria esférica” (Eves, 2011, p. 297).

Entretanto, algumas revisões foram sugeridas por Ptolomeu, uma delas foi a necessidade de novas tabelas, pois “a fim de evitar frações, era costume tomar um valor grande para o raio

de círculo, ou o *sinus totus*. Para uma de suas tabelas de senos, Regiomontanus acompanhou seus predecessores imediatos, usando um raio de 600.000; para outras, usou 10.000.000 ou 600.000.000 [...]” (Boyer, 2012, p. 95, grifo do autor).

Porém, as contribuições de Regiomontanus ficaram atrasadas com a sua morte súbita e, posteriormente, conforme Boyer (2012), Copérnico apresentou o tratado *De revolutionibus orbium coelestium* onde a parte da trigonometria era semelhante à de Regiomontanus em *De triangulis*. No entanto, o referido autor ressalta que as ideias de Copérnico parecem serem datadas em momento anterior ao de Regiomontanus. Ainda é relatado no livro *História da matemática* que Rheticus, estudante de Copérnico, foi mais longe ao juntar as suas ideias, as de seu professor e de Regiomontanus, tornando a trigonometria independente.

O autor abandonou a tradicional consideração de funções relativas ao arco de círculo — em lugar disto, concentrou-se nos lados de triângulos retângulos. Além disso, as seis funções trigonométricas agora foram completamente utilizadas, pois Rheticus calculou elaboradas tabelas de todas. As frações decimais ainda não eram de uso comum; por isso, para as funções seno e cosseno, ele usou uma hipotenusa (raio) de 10.000.000, e para as outras quatro funções, uma base (ou lado adjacente ou raio) 10.000.000 partes, para intervalos de ângulo de 10°. Começou tabelas de tangentes e secantes com uma base de 1015 partes; mas não viveu bastante para terminá-las, e o tratado foi completado e editado, com adições, por seu discípulo Valentin Otho (cerca de 1550-1605), em 1596 (Boyer, 2012, p. 206).

Partindo para o século XVII, Eves (2011) menciona que François Viète apresentou notáveis contribuições à trigonometria no seu livro *Canon mathematicus seu ad triangula*, exibindo o desenvolvimento sistemático de métodos com o auxílio das funções trigonométricas para resolver triângulos planos e esféricos. E, por ser um excelente algebrista, François Viète aplicou a álgebra à trigonometria, segundo Boyer (2012, p. 214), a trigonometria de Viète possuía maior “generalidade e amplitude de visão” e recomendava o uso de frações decimais ao invés de sexagesimais.

Além de ampliar o alcance do assunto, “suas fórmulas para ângulos múltiplos deveriam ter revelado a periodicidade das funções goniométricas³, mas provavelmente foi sua reticência quanto aos números negativos que o impediu — como impediu seus contemporâneos — de chegar tão longe” (Boyer, 2012, p. 216, grifo nosso). *A posteriore*, o referido autor destaca que Napier utilizava regras ligadas à trigonometria esférica e destaca o nome de Roberval como um contribuidor da trigonometria em direção a uma abordagem funcional, ele apresentou o primeiro esboço da metade de um arco da curva do seno.

³ Funções goniométricas era o nome dado as funções trigonométricas. Segundo Boyer (2012), o nome “trigonometria” só foi dado ao assunto no final do século XVI e começo do século XVII.

Outro grande algebrista que contribuiu com a trigonometria foi Girard, “em 1626 ele publicou um tratado de trigonometria que contém o mais antigo uso das abreviações *sin*, *tan* e *sec* para seno, tangente e secante. Ele deu a expressão da área de um triângulo esférico em termos de seu excesso esférico” (Eves, 2011, p. 402).

O lado analítico da trigonometria foi do *De Moivre*, com seu teorema “ $(\cos\Theta + i \sin\Theta)^n = \cos n\Theta + i \sin n\Theta$, não é dado explicitamente, mas é claro de seu trabalho sobre ciclometria e outros contextos que o autor conhecia bem essa relação, provavelmente desde 1707” (Boyer, 2012, p. 282). Relacionado ao exposto teorema, tem o trabalho de Roger Cotes, intitulado *Harmonia mensurarum*, que, de acordo com o referido autor “está entre os primeiros trabalhos a mencionar a periodicidade das funções trigonométricas, os ciclos da tangente e da secante aparecendo impressos aqui talvez pela primeira vez” (Boyer, 2012, p. 282).

Para fechar essa parte histórica, segue o Quadro 2 presente na tese de Fonseca (2015) destacando os marcos históricos identificados nas transições epistemológicas do campo trigonométrico.

Quadro 2: Marcadores das transições epistemológicas do campo trigonométrico

| |
|--|
| <p>ESTÁGIO 01 → ESTÁGIO 02 < das sombras para as cordas > MT_{E1}: 1ª TRANSIÇÃO – passagem dos casos particulares para uma generalização.</p> <p>ESTÁGIO 02 → ESTÁGIO 03 < das cordas para as esferas > MT_{E2}: 2ª TRANSIÇÃO: apelo aos elementos axiomáticos da geometria e da álgebra.</p> <p>ESTÁGIO 03 → ESTÁGIO 04 < das esferas para os senos > MT_{E3}: 3ª TRANSIÇÃO: a mudança de uma TÉCNICA</p> <p>ESTÁGIO 04 → ESTÁGIO 05 < dos senos para à Análise > MT_{E4}: 4ª TRANSIÇÃO: incorporação à Análise</p> |
|--|

Fonte: Fonseca (2015, p. 225).

Diante da abordagem histórica, fica perceptível que os conhecimentos trigonométricos passaram por diversas transições, sendo iniciado com o intuito de resolver problemas sociais tendo uma relação com a astronomia. Porém, essa relação foi sendo distanciada ao longo do tempo dando espaço para a geometria e posteriormente a álgebra, causando, assim, rupturas, porque a percepção geométrica ficou fragmentada e os conhecimentos trigonométricos passaram a ser mais sistemáticos e, por vezes, dissociados dos problemas sociais.

Dessa forma, já é possível identificar na história da matemática possíveis obstáculos epistemológicos, mas para melhor fundamentar esses obstáculos, no próximo tópico será apresentado alguns relatos relacionados às pesquisas na área da educação ou ensino de matemática referentes à função seno.

2.1.2 Análise do ensino habitual e seus efeitos: Barreiras de aprendizado com relação à função seno identificadas em resultados de pesquisas

Quando Bachelard (1965) menciona a respeito dos obstáculos epistemológicos poderem ocorrer na prática educacional, foi feita uma busca por barreiras no aprendizado com relação à função seno presente em pesquisas científicas. Por meio de uma análise do ensino habitual e seus efeitos, foram identificadas as dificuldades relatadas por pesquisadores a respeito do conhecimento dos alunos mediante a abordagem da trigonometria, função seno ou funções trigonométricas.

Assim, na tese de Fonseca (2015), cujo objetivo era analisar a transição do Ensino das Funções Trigonométricas Ensino Médio-Ensino Superior sob a ótica de quadros da Didática da Matemática e da Neurociência Cognitiva, foi identificado por ele, tanto nos documentos oficiais do Brasil como da França, que a ruptura na transição do ensino das Funções Trigonométricas do Ensino Médio para o Ensino Superior poderia ser considerado o fator motivador das dificuldades no que tange à mudança do domínio geométrico e de função.

Uma das fases em que pode ocorrer essa mudança de domínio mencionada por Fonseca (2015), é justamente na passagem das razões para as funções trigonométricas. E no artigo de Galvão, Souza e Miashiro (2016, p. 1127), motivado pela “constatação de que uma das dificuldades, no estudo das funções trigonométricas, é a compreensão de conceitos como o do ciclo trigonométrico e da medida de um ângulo em radianos”, ficam evidente os reflexos da ruptura dos domínios da geometria e função. Além dessas dificuldades, os autores constataram dificuldades na construção de tabelas trigonométricas e gráficos.

A respeito da medida de um ângulo em radianos, outros autores, como Silva (2019) e Winsløw (2016) também apontam essa dificuldade.

Silva (2019), ao aplicar uma Sequência Didática relacionando a Atenção Seletiva e a Teoria Antropológica do Didático (TAD), verificou, em sua pesquisa, que os alunos do 2º ano do Ensino Médio possuíam dificuldades de manipulação dos radianos. Segundo o autor eles reconheciam o π como número (3,14...) e não como ângulo (180°). Winsløw destaca que a noção de ângulo é

[...] naturalizado desde o ensino fundamental como uma “medição” do espaço entre dois segmentos de linha de travessia (por exemplo, lados em um triângulo). Entre as operações misteriosas que geralmente acompanham a passagem do contexto do triângulo para o contexto cartesiano está a mudança desmotivada de “unidade” para esta “medida”, pois “graus” são substituídos por “radianos” (2016, p. 6, grifo do autor e tradução nossa).

Apesar de o estudo de Winsløw (2016) ser internacional, temos o mesmo cenário no Brasil a respeito da noção de ângulo. Esse autor relatou no seu artigo a análise de uma conversa com um aluno do Ensino Superior que já tinha sido assistente de ensino no curso de análise por duas vezes. Tal curso seguia um plano denominado de plano B (explicado pelo referido autor como uma abordagem holística que envolve conexões entre diferentes setores), mas a entrevista foi baseada no Plano A (uma *abordagem compartimentalizada* da matemática, enfatizando o trabalho preciso e purificado dentro de certas pequenas “áreas” da matemática).

Desta forma, foi verificado que o aluno entrevistado possuía dificuldades a respeito da noção de ângulo e Winsløw (2016) considera que essa dificuldade pode surgir nos alunos médios, visto que o aluno pesquisado era do nível avançado.

Outra dificuldade recorrente nas pesquisas foi com relação à utilização e mobilização da linguagem matemática e conhecimentos prévios de fração, mencionados por Silva (2019) e Meneghelli e Possamai (2019). Os autores relatam que os estudantes costumam utilizar a linguagem cotidiana e em alguns momentos não conseguem realizar operações envolvendo frações. Também foi identificado por esses autores e por Rocha, Laudares e Souza (2021) erros de manipulação algébrica.

Diante do exposto, é possível identificar alguns obstáculos de aprendizagem e relacioná-los com os obstáculos históricos para, enfim, conjecturar os possíveis obstáculos epistemológicos de acordo com a noção de OE adotada nesta pesquisa.

2.1.3 Confrontando os obstáculos históricos e de aprendizado com relação a função seno e inferindo obstáculos epistemológicos

Diante do exposto no tópico anterior e, levando em consideração as ideias de Brousseau (1983) e as explicações de Almouloud (2007, p. 146) a respeito do obstáculo epistemológico, tem-se que é possível “procurá-los por meio de uma análise histórica, ou uma análise de dificuldades resistentes com alunos, identificadas pela mobilização estável de concepções fora de seu domínio de validade”.

Sendo assim, no tópico 2.1.1, é possível perceber que o domínio trigonométrico vai sendo modificado ao longo dos anos, passando de uma abordagem na astronomia para uma abordagem independente. Através dessas mudanças vão sendo construídas barreiras que os povos tentam ultrapassar, mas resquícios são deixados e ainda repercutem nas aulas, como foi mencionado no tópico 2.1.2 sobre as barreiras de alunos a respeito da função seno. Fazendo um confronto entre os referidos tópicos, foram identificados pela autora desta dissertação, quatro obstáculos epistemológicos (OE) que serão detalhados a seguir.

✓ OE₁: Ângulos

O conceito de ângulo, deriva do sistema sexagesimal (base 60) dos babilônios. Ao apresentar uma nota histórica a respeito dos ângulos, Viana, Toffoli e Sodré (2020) relatam que o referido conceito aparece primeiramente nos materiais gregos ao estudarem as relações abarcando os elementos de um círculo acoplado com o estudo de arcos e cordas. Como nos tempos mais antigos os povos costumavam buscar respostas para a vida observando a terra e os corpos celestes, os autores mencionados acreditam que o conceito de ângulo foi oriundo da astronomia e utilizado como uma aplicação matemática (no calendário e horas do dia).

Winsløw (2016, p. 6) também menciona o conceito de ângulo relacionado ao círculo, o autor relata que apesar do conceito de ângulo ser “naturalizado no ensino fundamental como uma “medida” do espaço entre os dois segmentos de linha de travessia (por exemplo, lados em um triângulo). [...] Na verdade, a medida do ângulo é nada mais do que comprimento de arco no caso especial de um círculo unitário”.

Levando em consideração esse último conceito de ângulo relatado por Winsløw (2016) é possível inferir que esta explicação seria necessária para abordar com alunos que assim como os da pesquisa de Silva (2019) reconhecem o π como número (3,14...) e não como ângulo (180°). Pois ao explicar que a medida do ângulo se trata do comprimento do arco em círculo unitário, o obstáculo poderá ser evitado ou superado mostrando que a mudança da medida em graus para radianos está relacionada da seguinte forma:

Quadro 3: Mostrando a relação entre a medida do ângulo em graus para radianos

O comprimento do arco equivale a $2 \cdot \pi \cdot r$ e uma volta completa do círculo equivale a 360° , como o raio é unitário e o ângulo é o comprimento do raio então terá $360^\circ = 2 \cdot \pi$.

Dessa forma, $180^\circ = \pi$, pois equivale à metade do arco.

Fonte: A autora (2023).

✓ OE₂: Ciclo ou círculo trigonométrico

Assim como o conceito de ângulo, acredita-se que o ciclo trigonométrico também é oriundo do sistema sexagesimal dos Babilônios e da astronomia.

Em sua tese, Costa (1997) também aponta esse obstáculo epistemológico e relata que ao estudar a noção de tempo nos anos iniciais e conhecer o funcionamento do relógio, poderá resultar em uma barreira a respeito do funcionamento do ciclo trigonométrico que tem o funcionamento em outro sentido. Com relação a esse funcionamento, inferimos que ele está relacionado ao movimento de rotação da terra, visto que o ciclo trigonométrico é proveniente da astronomia, como relata Boyer (2012), “não é improvável que a medida de 360 graus tenha sido tomada da astronomia, onde o zodíaco fora dividido em doze ‘signos’ ou 36 ‘decanatos’”.

Galvão, Souza e Miashiro (2016) também mencionam a manipulação do ciclo trigonométrico como uma barreira no aprendizado da função seno.

Portanto, esse obstáculo parece ser inevitável, mas pode ser superado voltando à origem do conhecimento trigonométrico e explicando sua relação com a astronomia, promovendo a relação do funcionamento do ciclo com a rotação da terra.

✓ OE₃: Fração

Esse conhecimento é mencionado na história da trigonometria sempre que fala das tabelas de senos, pois até o século XVII ainda não era comum o uso das frações decimais e, por esse motivo, eram atribuídos valores altos ao raio do círculo e os valores dos senos eram sempre aperfeiçoados. Nas pesquisas de Meneghelli e Possamai (2019) e Silva (2019), as frações foram mencionadas como uma barreira de aprendizagem da função seno devido a erros de cálculos ocasionados pela carência de conhecimentos prévios desse assunto.

José e Vizolli (2022) explicam que esse obstáculo epistemológico se manifesta no movimento da experiência primeira dos números naturais e inteiros para o conteúdo de fração. Dessa forma, também pode ser considerado como um obstáculo didático, mencionado por Brousseau (1983) como aquele obstáculo resultante das escolhas do professor e da transposição didática. Para superá-lo, inferimos que seja preciso haver modificações na maneira como esse conhecimento é abordado com os estudantes.

✓ OE₄: O conceito de função

A respeito do conceito de função como obstáculo epistemológico (Perrin-Glorian, 1995, p. 93 *apud* Almouloud, 2007, p. 140) destaca três categorias relacionadas a esse conceito, sendo elas: obstáculos ligados à noção de função, obstáculos geométricos e obstáculos lógicos.

Com relação à noção de função, os hindus foram responsáveis por contribuir com esse conhecimento e os árabes se basearam em boa parte da trigonometria dos hindus e difundiu esse conhecimento da função seno.

No que diz respeito aos obstáculos geométricos da função, é possível verificar que nos relatos históricos é mencionado, inicialmente, uma trigonometria com abordagem geométrica, porém, essa era uma barreira para alguns povos por eles não terem muita proximidade com a geometria grega e, assim, eles começaram a adotar outro tratamento a trigonometria. Os hindus tratavam de forma mais aritmética generalizada; os árabes, por sua vez, adotaram uma abordagem mais algébrica. Dessa forma, foi ocasionada uma mudança de técnica, por esses povos não terem muita familiaridade com os conhecimentos da trigonometria de abordagem geométrica que os povos gregos utilizavam.

Essa passagem de base geométrica para algébrica ainda reflete nos conhecimentos dos estudantes, pois, como foi mencionado no tópico 2.2.2, Fonseca (2015) relata que essa mudança de domínio pode ser um fator motivador de dificuldades e a pesquisa de Galvão, Souza e Miashiro (2016) aponta a dificuldade dos alunos em passar informações do ciclo trigonométrico para tabelas e, posteriormente, da tabela para o gráfico.

Essa dificuldade da representação algébrica para a geométrica também pode ser considerada na categoria dos obstáculos lógicos.

Para a superação desse obstáculo, inferimos, também, que urge a necessidade de uma abordagem diferente do habitual, propondo o desenvolvimento do pensamento cartesiano e relacionando os conhecimentos algébricos e geométricos.

Diante do exposto, será levado em consideração os quatro obstáculos epistemológicos (Quadro 4) ao propor a situação didática. Assim como serão consideradas as rupturas ocorridas durante a construção do conhecimento da função seno, pois ficou perceptível o surgimento da trigonometria mediante a preocupações com as causas sociais da época e a ruptura da trigonometria geométrica.

Quadro 4: Obstáculos epistemológicos identificados a respeito da função seno

| Nomenclatura | Marcador de Transição Epistemológica | Obstáculo | Superação |
|-----------------------|--------------------------------------|---|---|
| OE₁ | MT _{E2} | Reconhecimento do π como número (3,14...) e não como ângulo (180°). | Apresentar a relação entre a mudança da medida do π em graus para radianos. |

| | | | |
|-----------------------|--|--|--|
| OE₂ | MT _{E1} | A orientação do ciclo trigonométrico. | Retomar a origem do conhecimento trigonométrico, explicar sua relação com a astronomia e promover a relação do funcionamento do ciclo com a rotação da terra. |
| OE₃ | MT _{E1} | Cálculos com frações. | Modificar a maneira como esse conhecimento é abordado. |
| OE₄ | MT _{E2} , MT _{E3} e MT _{E4} | Noção de função. | Abordar o conhecimento sobre função diferente do habitual, propondo o desenvolvimento do pensamento cartesiano e relacionando os conhecimentos algébricos e geométricos. |
| | | Passar informações do ciclo trigonométrico para tabelas e posteriormente da tabela para o gráfico. | |

Fonte: Dados da pesquisa.

Vale salientar que nem todas as barreiras mencionadas no tópico 2.1.2. foram consideradas como obstáculo epistemológico em relação à função seno; a exemplo das dificuldades de manipulação algébrica e linguagem matemática, essas foram consideradas apenas obstáculo didático. Almouloud (2007) explica que, ao adotar obstáculos no sentido utilizado por Brousseau, é preciso compreender que nem toda dificuldade pode ser considerada um obstáculo, é preciso levar em consideração os elementos mencionados no tópico 1.

A seguir, serão expostos os aspectos teóricos e metodológicos utilizados nesta pesquisa.

2.2 Aspectos teóricos e metodológicos

Promovendo relações entre a Neurociência Cognitiva e a Didática da Matemática

A dificuldade em matemática é um assunto recorrente no campo do ensino e educação matemática. Nas discussões ocorridas nas disciplinas do mestrado e no Grupo de Pesquisa em Desenvolvimento Neurocognitivo da Aprendizagem Matemática (neuroMATH), ficou mais evidente que a dificuldade em matemática pode estar relacionada a diversos fatores externos e internos do indivíduo, tornando difícil a tarefa do professor em propor mecanismos de aprendizagem eficientes para todos os tipos de alunos existentes em uma sala de aula.

Como o professor é mediador do conhecimento e responsável pela comunicação inicial dos conceitos em sala de aula, percebe-se a importância que a maneira de ensinar adotada pelo professor irá influenciar no aprendizado do aluno. Por isso, o professor assume um papel importante no desenvolvimento da aprendizagem discente e, ao levar em consideração essas informações, pode ser relevante para o docente entender como o indivíduo aprende para que, desse modo, consiga preparar aulas que contemplem e ajudem grande parte da turma a ter um melhor desempenho na aprendizagem.

Dessa forma, o referencial teórico escolhido para embasar esta pesquisa foi uma teoria da Neurociência Cognitiva (Atenção Seletiva: A teoria de integração de recursos; também conhecida como Teoria da Integração de Recursos) e outra da Didática da Matemática (Teoria Antropológica do Didático). Ao articular essas teorias, visamos fornecer matrizes de referência para auxiliar na construção da Organização Didática que será o fruto desta dissertação.

Vale salientar que a abordagem das teorias ocorrerá de forma sintetizada, focando nos principais pontos que corroborem com esta pesquisa.

2.2.1 A Atenção Seletiva

A atenção é um dos recursos necessários para o desenvolvimento de praticamente todos os tipos de atividade humana. Cosenza e Guerra (2011) comparam a atenção a uma janela aberta para o mundo no qual utilizamos uma lanterna para iluminar os aspectos mais interessantes. Porém, apesar de parecer simples, a atenção é um processo complexo. Segundo (Sternberg, 2010, p. 123) ela envolve processos conscientes e inconscientes, sendo que “a atenção consciente possui quatro funções básicas”: *detecção de sinais, Atenção Seletiva, atenção dividida e a busca*.

Neste trabalho, a ênfase atribuída será na Atenção Seletiva definida por Sternberg (2010, p. 135) como a capacidade de escolher prestar atenção em alguns estímulos em detrimento de outros. Por exemplo, para que o estudante preste atenção apenas na explicação do professor e não nos diversos fatores que podem fazê-lo ficar disperso, irá existir no cérebro mecanismos autorreguladores para evocar a Atenção Seletiva mudando o comportamento do indivíduo. O referido autor relata três fatores que irá auxiliar um indivíduo prestar atenção em um ambiente barulhento, sendo eles: 1º) “As características sensoriais específicas da fala dessa pessoa, como o tom agudo ou grave da voz, a velocidade e o ritmo do discurso”; 2º) “a intensidade do som (volume) e 3º) “o ritmo do discurso”.

Com o exposto, é possível começar a considerar que a atenção, em especial, a Atenção Seletiva, é de fundamental importância para a aprendizagem. Mas antes de abordar mais sobre a Atenção Seletiva e sua relação com a aprendizagem, é importante ter uma noção do sistema que a comporta: o cérebro.

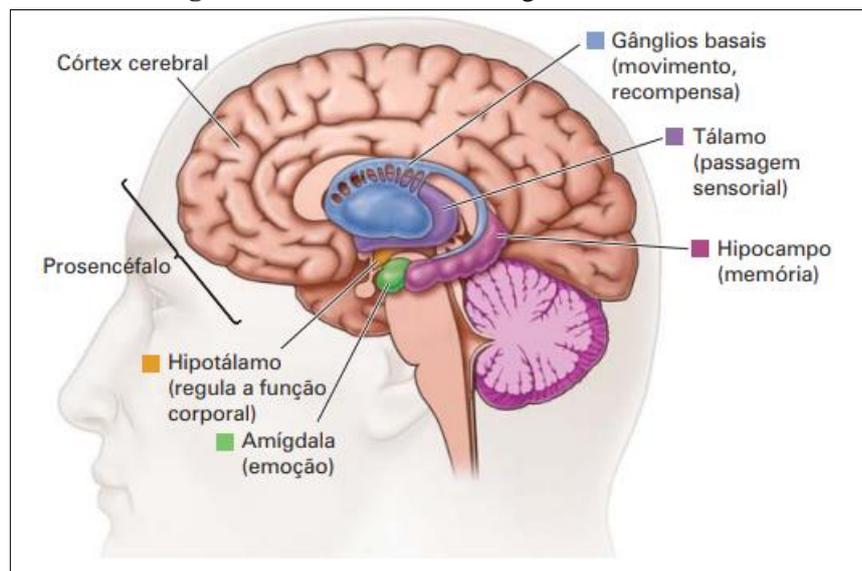
De acordo com Cosenza e Guerra (2011, p. 141), o cérebro é o grande responsável por nosso comportamento e a aprendizagem ocorre quando “somos capazes de exibir, expressar novos comportamentos que nos permitem transformar nossa prática e o mundo em que vivemos, realizando-nos como pessoas vivendo em sociedade”. Diante dessas afirmações, os autores

destacam a importância de relacionar a Neurociência Cognitiva e a Educação como uma forma de colaborar com a fundamentação de práticas pedagógicas que respeitem a tendência de o funcionamento cerebral ocorrer de forma mais eficiente.

O trabalho do educador pode ser mais significativo e eficiente quando ele conhece o funcionamento cerebral. Conhecer a organização e as funções do cérebro, os períodos receptivos, os mecanismos da linguagem, da atenção e da memória, as relações entre cognição emoção, motivação e desempenho, as dificuldades de aprendizagem e as intervenções a elas relacionadas contribui para o cotidiano do educador na escola, junto ao aprendiz e a sua família. [...] (Cosenza; Guerra, 2011, p. 143).

Assim sendo, é válido fazer uma breve apresentação da estrutura cerebral e a sua função para que se tenha uma noção de como o cérebro está estruturado e de como ocorre o funcionamento cerebral. Na imagem a seguir, está presente o prosencéfalo (dois hemisférios cerebrais: direito e esquerdo), as regiões subcorticais e as suas funções.

Figura 1: Prosencéfalo e as regiões subcorticais



Fonte: Gazzaniga (2018, p. 95).

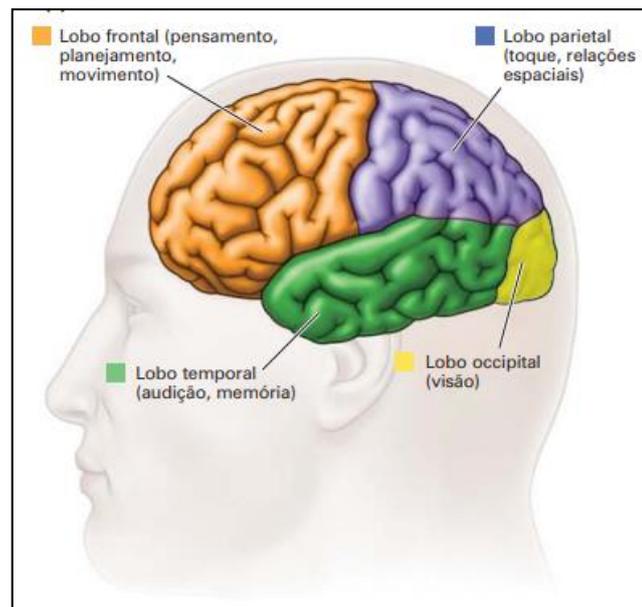
Segundo Lefrançois (2008, p. 171), o córtex cerebral, parte contorcida do cérebro, é “responsável pelas mais avançadas formas de atividade mental: aprendizagem, pensamento e memorização”. No córtex cerebral estão presentes quatro lobos (divisões derivadas das fissuras), tem-se o lobo frontal, temporal, parietal e occipital, cada um deles tem sua função.

Cada um dos lobos desempenha funções essenciais para o ser humano, um complementa o outro, ou seja, desenvolvem funções integradas. Segundo Gazzaniga (2018, p. 98), o direcionamento, manutenção da atenção e manutenção das ideias na mente são de

responsabilidade das partes pré-frontal do córtex e “as distrações bombardeiam as pessoas a partir do meio exterior, e desenvolvimento e execução de planos”.

Portanto, essa parte pré-frontal do córtex é de grande importância para analisar como ocorre a aprendizagem no cérebro, uma vez que essa estrutura é a porta de entrada para a atenção e nela está presente o lobo frontal responsável pelo pensamento, planejamento, movimento. Como mostra a seguir, a figura 2.

Figura 2: Córtex cerebral e a divisão dos lobos



Fonte: Gazzaniga (2018, p. 96).

O cérebro está envolvido na aprendizagem e, é possível levar em consideração que:

1. Toda informação chega ao cérebro por meio dos sentidos. [...]
2. Toda essa informação sensorial (exceto aquelas que têm relação com o olfato) é selecionada e retransmitida a partes apropriadas do córtex cerebral, via tálamo. [...]
3. Informação importante que tem a ver com fatos e acontecimentos não emocionais é encaminhada, através do hipocampo, para o armazenamento de longa duração; [...]
4. O processamento efetivo, aquele que envolve informação de significados e associações, ocorre no córtex cerebral (Lefrançois, 2008, p. 174-175).

Perceba que a aprendizagem é influenciada e conduzida por diferentes regiões do cérebro sendo iniciada por meio dos sentidos até que uma parte dela fique armazenada no lobo temporal o qual é responsável pela audição e memória. Sendo assim, é importante ter conhecimento sobre como o cérebro e a aprendizagem estão relacionados.

Após essa breve explanação da estrutura do cérebro, está presente no próximo tópico uma abordagem para que você leitor tenha uma noção do funcionamento cerebral, acompanhe a abordagem a seguir.

2.2.1.1 Noções básicas do funcionamento cerebral

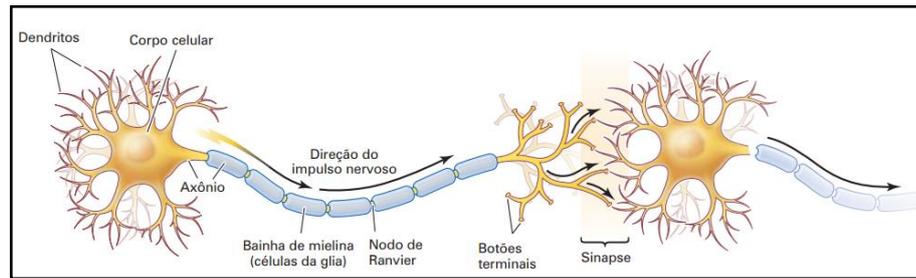
Compreender como o cérebro processa a informação é de suma importância para entendermos como um determinado assunto é processado no cérebro do indivíduo e, conseqüentemente, como ocorre a aprendizagem.

Assim, neste tópico, será abordado sobre o processamento da informação no cérebro, que é o principal órgão do sistema nervoso e, segundo Sternberg (2010, p. 29), “é tanto diretivo como reativo”, ou seja, responsável por comandar outros órgãos, mas também é influenciado por eles.

Muitos pesquisadores assimilam o funcionamento do cérebro a um computador, pois ambos trabalham com um conjunto de informações para serem processadas, codificadas, armazenadas e recuperadas. No entanto, Lent (2008, p. 135) salienta que o cérebro possui funções mais complexas, “tais como a percepção, a cognição, a memória, o aprendizado, as emoções, a motivação e o planejamento das ações”, ou seja, existe uma certa distância entre o processamento da informação no computador e no cérebro.

Diante de leituras sobre o funcionamento cerebral, ficou perceptível que o processamento cerebral da informação acontece mediante 4 etapas. O início ocorre com a captação da informação por meio dos órgãos sensoriais. Cosenza e Guerra (2011) salientam que essas informações são oriundas do meio externo e do interior do corpo. Lent (2008) ainda acrescenta que a informação passa por 4 divisões do sistema nervoso (sensorial, intrínseco, cognitivo e motor), o sistema motor é a via final comum para o comportamento do indivíduo e é influenciado pela atividade dos 3 primeiros sistemas.

Após receber as informações, um conjunto de células chamadas de neurônios realiza o processamento e a condução. Segundo Carlson (2006) e Shepherd (2004) (*apud* Sternberg, 2010, p. 30) essas células são individuais, mas trabalham em conjunto e “transmitem sinais elétricos de um local para o outro do sistema nervoso”. Um neurônio geralmente apresenta a seguinte estrutura:

Figura 3: Estrutura do neurônio

Fonte: Gazzaniga (2018, p. 79).

Pesquisadores apontam a existência de mais de 100 bilhões de neurônios e, de acordo com Sternberg (2010), a maior concentração é no neocórtex.

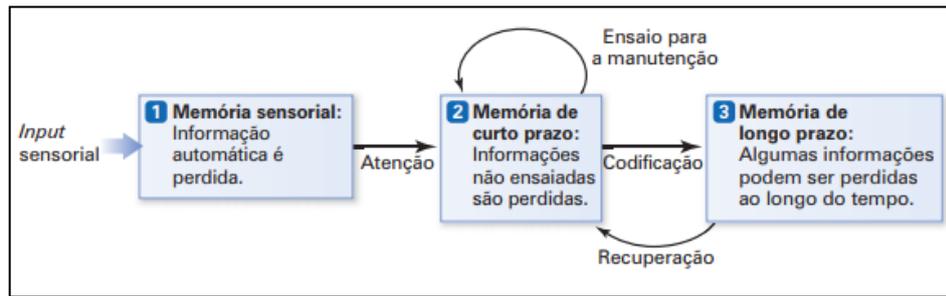
De acordo com Lent (2008), quando o neurônio recebe uma informação, ela percorre por toda sua extensão (axônio) sofrendo impulsos elétricos derivados da variação de energia potencial de membrana em variação de energia eletroquímica. Para proteger a passagem dessa informação, alguns neurônios são revestidos da bainha de mielina. Sternberg (2010) explica que esse revestimento é fragmentado pelos Nódulos de Ranvier e, quanto menor for a distância entre eles, mais rápida será a passagem da informação.

Todavia, nesse percurso, nem toda informação absorvida será aproveitada, ao chegar nos feixes terminais apenas uma parcela do que for significativo para o indivíduo será transferida para o potencial receptor (receptor sensorial) onde será feita a segunda parte do processamento da informação, a codificação.

Segundo Gazzaniga (2018), nesse momento, a informação recebida será transformada em um código neural para ser utilizada a qualquer momento de acordo com os dois tipos de sinais recebidos, sendo eles, o excitatório (aumenta a possibilidade de o neurônio disparar) e o inibitório (diminuir a possibilidade de o neurônio disparar), o referido autor salienta que é o número e a frequência dos sinais que influenciará no disparo.

É após esse disparo que ocorre a comunicação química entre os neurônios, no local chamado sinapse. Sternberg (2010, p. 31) explica que os “feixes terminais liberam um ou mais transmissores na sinapse”, são esses neurotransmissores responsáveis por conduzir a informação da sinapse de um neurônio para os dendritos de um neurônio receptor.

Agora a informação que está sendo processada faz parte da memória e passará para a terceira fase, o armazenamento que é a “retenção da representação codificada”. Existem três maneiras de o cérebro armazenar as informações na memória, sendo elas: sensorial, de curto prazo e de longo prazo.

Figura 4: Tipos de memória

Fonte: Gazzaniga (2018, p. 272).

Ao observar essa figura do ponto de vista educacional, a autora desta dissertação percebe a importância de oferecer diferentes mecanismos de aprendizado para que as informações estudadas não sejam perdidas facilmente. Para isso, é preciso que as informações fiquem armazenadas na memória de longo prazo, cuja maneira de armazenamento necessita da atenção do aluno, pois, segundo Gazzaniga *et al.* (2006), a atenção é responsável por possibilitar ao indivíduo o processamento de informações, pensamentos ou ações consideradas relevantes, enquanto ignora outras tarefas.

Cosenza e Guerra (2011) relatam que o cérebro está constantemente disposto a aprender o que é significativo para o indivíduo e essa informação é de grande serventia aos professores, pois ao apresentar o conteúdo de forma que o estudante reconheça como importante irá facilitar a captura da atenção dos alunos e, por conseguinte, irá auxiliar no processamento da informação estudada que ficará armazenada em uma das memórias.

Alguns recursos compatíveis com o funcionamento dos processos atencionais conhecidos e eficientes para manifestar a atenção, relatados por Cosenza e Guerra (2011) são: ambiente estimulante e agradável, atividades em que o aluno tenha um papel ativo, interatividade, supervisão de metas a serem seguidas, minimização de elementos distraidores, flexibilização de recursos com o uso adequado da voz, postura e elementos como humor e música.

Portanto, para evocar a atenção dos estudantes, ao abordar um assunto, o professor precisa torná-lo significativo ao aluno, além de manter o ambiente e recursos favoráveis ao funcionamento atencional. Mas após um período existe uma tendência de ocorrer um desvio atencional. Sendo assim, é preciso estar constantemente utilizando elementos que evoquem a atenção dos estudantes.

Por fim, a informação passa para a sua quarta fase, a recuperação, é o momento do resgate da informação. Uma prova, por exemplo, é uma ferramenta com a finalidade de

proporcionar a recuperação das informações, pois para respondê-la será preciso utilizar o conteúdo que foi codificado e armazenado na memória. Gazzaniga (2018, p. 277) salienta que “as memórias são fortalecidas com a recuperação, de modo que uma maneira de tornar as memórias duráveis é praticar a recuperação”.

O autor supracitado ainda acrescenta que o ensaio é uma maneira de levar a informação para a memória de longo prazo, mas também acrescenta que apenas a repetição não é muito eficaz. Cosenza e Guerra (2011, p. 62) destacam que “o quanto mais ligações ou “ganchos” forem estabelecidos com informações disponíveis no cérebro, melhor será, pois o registro vai se fixar de forma mais permanente”. Logo, realizar associações com informações existentes na memória faz com que os neurônios estabeleçam conexões e armazenem a informação por mais tempo.

Diante de tudo que foi apresentado sobre o funcionamento cerebral, fica reforçada a fala sobre a importância da atenção. Esse mecanismo é bem requisitado dentro e fora da sala de aula, sempre que é necessário abordar algo importante e que o outro precise aprender ou fixar na memória. Este fato ocorre por conta do processo cognitivo da atenção “ser capaz de focar seletivamente algumas coisas e evitar outras” (Gazzaniga, 2018, p. 134).

De acordo com Fonseca e Silva (2021), a realização de praticamente todos os tipos de Tarefas exige a atenção na qualidade de função cognitiva. Gazzaniga *et al.* (2006) mencionam que a atenção é a porta de entrada para o indivíduo conseguir processar as informações, pensamentos ou ações consideradas relevantes, enquanto outras tarefas são ignoradas. Mas nem todos os seres humanos possuem o sistema atencional ideal, muitos indivíduos possuem falhas atencionais e com isso eles apresentam deficiências ou distúrbios, a exemplo de: Distúrbio do Déficit de Atenção (DDA) e Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade (TDAH).

Porém, na sala de aula, os desafios dos professores são redobrados, uma vez que ele pode se deparar com alunos que possuem e não possuem falhas atencionais, sem contar com outros distúrbios e problemas existentes. E como foi relatado inicialmente, o cérebro é o grande responsável pelo comportamento e, conseqüentemente, pela aprendizagem. Assim, Cosenza e Guerra (2011, p. 144) ressaltam a necessidade de uma comunicação entre educadores e neurocientistas servindo como uma via de mão dupla para “avaliar o sucesso ou não de determinadas práticas pedagógicas em termos dos achados no funcionamento cerebral”.

Agora que já foi feita uma breve abordagem sobre funcionamento do cérebro, cabe ressaltar a teoria da Atenção Seletiva que dará suporte a esta dissertação.

2.2.1.2 A teoria da atenção de integração de características

A teoria da atenção de integração de características é uma das teorias da Atenção Seletiva e foi desenvolvida por Anne Treisman e Garry Gelade, em 1980. Consoante Sterneberg (2010, p. 139) “as teorias dos recursos de atenção ajudam a explicar como é possível realizar mais de uma tarefa que demande atenção ao mesmo tempo. Ela propõe que as pessoas têm uma quantidade fixa de atenção que podem escolher alocar, segundo o que a tarefa exige”.

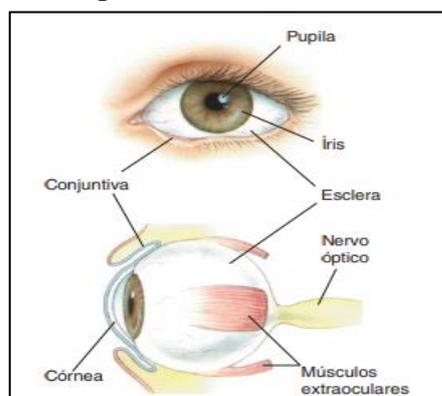
Treisman e Gelade consideram que as características são vistas primeiro na percepção, sendo registradas

[...] automaticamente e em paralelo em todo o campo visual, enquanto os objetos são identificados separadamente e apenas em um estágio posterior, o que requer atenção focada. Assumimos que a cena visual é inicialmente codificada ao longo de várias dimensões separáveis, como cor, orientação, frequência espacial, brilho, direção do movimento. A fim de recombinar essas representações separadas e garantir a síntese correta de características para cada objeto em uma exibição complexa, as localizações dos estímulos são processadas em série com atenção focal (Treisman; Gelade, 1980, p. 98, tradução nossa).

Dessa forma, os autores destacam que a atenção focal irá auxiliar na percepção das características e será fundamental para que as características sejam relacionadas entre si. “Nesta teoria, assumimos que as características integrais são conjugadas automaticamente, enquanto as características separáveis requerem atenção para sua integração” (Treisman; Gelade, 1980, p. 99, tradução nossa).

Diante do que foi falado, é perceptível que a TIC está intimamente relacionada a visão, cuja estrutura do cérebro responsável é o lobo occipital (ver fig. 2). É por meio do olho que o indivíduo detecta, localiza e analisa.

Figura 5: Anatomia do olho



Fonte: Bear *et al.* (2017, p. 297).

Gazzaniga (2008, p. 96) explica que “a informação visual é geralmente organizada para o córtex cerebral, de modo a preservar as relações espaciais. Ou seja, a imagem transmitida é “projetada” de forma mais ou menos fiel sobre o córtex visual primário”. Para que ocorra a formação da imagem, Bear *et al.* (2017) relatam que é focalizado sobre a retina os raios de luz emitidos ou refletidos por objetos no meio ambiente que o olho coleta.

Retomando a explicação sobre a TIC, Treisman e Gelade (1980) apresentam vários paradigmas diferentes e testam diferentes previsões da teoria, sendo elas: 1) Pesquisa visual – possibilita a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção; 2) Segregação de texturas – assim como o agrupamento de figura-fundo parece ser provável que sejam processos pré-atenciosos e paralelos; 3) *Conjunções ilusórias* e 4) identidade e localização – Podem gerar a possibilidade de combinações incorretas caso a atenção focalizada em determinados objetos seja impedida por conta do tempo curto ou desvio de atenção para outros objetos; 5) *Interferência de estímulos* não assistidos – Deve ser registrado apenas no nível do recurso.

Tais previsões identificam a percepção de traços separáveis e de conjunções, esses dois agrupamentos são verificados em nove experimentos, os quais não serão explorados neste trabalho. Por fim, Treisman e Gelade (1980, p. 134, tradução nossa) relatam que identificamos um objeto unitário por dois caminhos: 1º) por meio da atenção focal (integrando as características registradas no foco) e 2º) Processo de cima para baixo (combinando características disjuntivas).

Como a intenção nesta pesquisa é de abordar a Atenção Seletiva, sobretudo a Teoria da Integração de Características na educação matemática, será apresentada a seguir uma matriz de referência para auxiliar a aplicabilidade da referida teoria na elaboração de materiais e desenvolvimento das aulas de matemática.

Quadro 5: Matriz de referência para abordagem da teoria da Atenção Seletiva nas aulas de matemática

| | Ação | Descritores |
|----------------------|---|--|
| A₁ | Reconhecer a importância do assunto abordado utilizando estratégias, conceitos, procedimentos, entre outros elementos para interpretar situações em diversos contextos. | D ₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. |
| | | D ₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto. |
| A₂ | Realizar diferentes tipos de Tarefas por meio de diferentes tipos de recursos. | D ₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. |
| | | D ₄ – Resolver problemas contextualizados por meio de diferentes recursos. |
| A₃ | Estabelecer metas para serem seguidas. | D ₅ – Planejar e executar ações. |

| | | |
|----------------|--|--|
| | | D ₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. |
| A ₄ | Minimizar elementos distraidores. | D ₇ – Utilizar recursos que envolva os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. D ₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. |
| A ₅ | Promover a recuperação das informações. | D ₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). D ₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. |
| A ₆ | Promover a integração de características | D ₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual D ₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. D ₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. D ₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. D ₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). D ₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). D ₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. |

Fonte: Dados da pesquisa.

É válido salientar que as ações relatadas no Quadro 5 não precisam necessariamente obedecer à ordem apresentada e nem todas as ações estarão presentes conjuntamente durante uma aula ou um material didático. Elas servem como uma orientação de elementos relevantes que podem ser utilizados para auxiliar o desenvolvimento da Atenção Seletiva dos estudantes.

Posto isso, será apresentado a seguir a teoria da didática que irá possibilitar a elaboração de tarefas pautadas nos estudos da Atenção Seletiva.

2.2.2 A Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) vem ganhando destaque nas pesquisas brasileiras e foi desenvolvida por Yves Chevallard (1998), educador francês que a apresenta como um complemento da Transposição Didática (consiste na passagem do saber a ser ensinado em saber ensinado, ou seja, a transposição do saber científico em saber escolar), também abordada por ele. Almouloud (2015, p. 10) menciona que a TAD, “estuda o homem frente ao saber matemático, e mais especificamente, frente a situações matemáticas”. E, devido a teoria situar “a atividade matemática, e, portanto, a atividade de estudo da matemática, em todas as atividades humanas e instituições sociais” (Chevallard, 1998, p. 91), recebeu o termo

“antropológico”.

A TAD também apresenta algumas noções primitivas para que seja possível compreender a referida teoria. Em uma comunicação ocorrida em Paris, Chevallard (2003) mencionou as quatro noções fundamentais, sendo elas: Objeto (O), Relação pessoal R (x, o), Pessoa (x) e Instituição (I).

O objeto é o elemento básico, segundo Chevallard (2003, p. 81), “tudo é objeto”. Já a pessoa “X”, na TAD, é um processo de estágios que inicia como Indivíduo (aquele que não muda ao se relacionar com objetos e instituições) passa a ser Sujeito (aquele que se relaciona com uma instituição) e por fim torna-se Pessoa (o conjunto de sujeitos do indivíduo). E a Instituição “I” pode ser entendida como uma estrutura heterogênea, “em que existem várias relações de pessoas X com objetos O que pertencem a I” (Santos; Menezes, 2015, p. 651).

Para exemplificar esses elementos da TAD, é possível pensar o objeto como sendo o assunto de funções trigonométricas, a pessoa como sendo um estudante, a instituição pode ser representada por um colégio e a relação pessoal é a interação da pessoa com o objeto, se existe conhecimento sobre o objeto esta relação não será vazia. Chevallard (2003) destaca que quando relação pessoal não é vazia, é porque o objeto (O) é conhecido pelo indivíduo (X).

Segundo Cavalcante, Lima e Andrade (2016), a relação pessoal R (x, o) propõe a existência de vários saberes já comportados na Transposição Didática. Além da relação pessoal existem muitas outras relações na TAD e elas são o ponto chave para que a aprendizagem aconteça. De acordo com Santos e Menezes (2015), a aprendizagem ocorre quando existe alteração na relação entre a pessoa e o objeto, quando estão em conformidade as relações entre pessoa e objeto e as relações entre instituição e objeto, dizemos que a pessoa se tornou um sujeito adequado para, assim, a instituição manifestar intencionalidade na aprendizagem.

Para identificar se o sujeito está ou não em conformidade, a Instituição realiza a avaliação institucional e se ela for utilizada apenas com a intenção de controlar essa conformidade poderá influenciar a relação do sujeito com objeto fazendo com que este realize ações para estar em conformidade com a Instituição comprometendo a formação dos conceitos do objeto. Em outras palavras, quando o professor realiza uma atividade para verificar a aprendizagem do estudante e esta atividade é o único meio de avaliar o conhecimento, é possível que o estudante utilize mecanismos para ajudá-lo a manipular uma suposta relação dele com o objeto, não garantindo que ele realmente tenha manifestado aprendizagem sobre o objeto.

Segundo Chevallard (2009, p. 3), a confirmação da conformidade da relação pessoal terá como mecanismo a atividade realizada pelo sujeito, “mais precisamente, essas atividades

são reguladas por praxeologias que os sujeitos da instituição que são os atores têm que implementar”.

A noção de praxeologia é considerada pelo referido autor como o coração da TAD e o postulado dessa teoria rompe a visão particularista do mundo social. Chevallard (1998) retrata que toda atividade humana pode resumir-se a palavra praxeologia (vem do grego *praxi* = ação e *logia* = conhecimento).

A TAD apresenta duas espécies de praxeologias relacionadas ao saber matemático, a primeira é a praxeologia matemática ou Organização Matemática (OM) pautada nas tarefas e técnicas; a segunda é a praxeologia didática ou Organização Didática (OD), centrada no processo de desenvolvimento do ensino. A seguir, será comentado mais sobre elas.

2.2.2.1 Praxeologia Matemática

A praxeologia matemática retrata a realidade matemática que pode ser elaborada para desenvolver durante a aula com os estudantes. São apresentados quatro elementos que sustentam essa organização, a saber: tipo de Tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ). Eles são articulados pelo bloco prático-técnico que envolve o tipo de Tarefa e a técnica (saber-fazer) e o bloco tecnológico-teórico que envolve tecnologia e teoria (saber).

Santos e Menezes (2015) destacam que na TAD, o tipo de Tarefa pode ser compreendido como todo e qualquer objeto que necessite a realização de procedimentos próprios. Chevallard (1999) apresenta três pontos a serem considerados imediatamente sobre a noção de tarefas: 1) ela vai além da linguagem comum; 2) o objeto suposto é relativamente preciso; 3) tarefas, tipos de Tarefas e gêneros são construções institucionais.

Sendo assim, ‘calcular o valor numérico de uma determinada função’, representa um tipo de Tarefa. Cujas Tarefas é ‘calcular o valor numérico’, apenas a palavra ‘calcular’, é indicado na TAD como o gênero da tarefa, percebe-se que ele é caracterizado por um verbo, já a tarefa propriamente dita possui seu conteúdo estritamente especificado.

A técnica corresponde a maneira ou modo de se realizar a tarefa. Segundo Chevallard (1999) esse modo de fazer não precisa ser necessariamente utilizando algoritmos. Um dos postulados de atividade humana apresentado por Chevallard (1994, p. 1) retratar que “para ser viável, uma técnica deve parecer *compreensível e justificável*. Essa função dupla é suportada por uma ‘fala’ específica, a *tecnologia da técnica*”.

Sendo assim, a tecnologia é o discurso racional sobre a técnica e a teoria é uma noção que explica e justifica a tecnologia (definições, teoremas, noções, entre outros). De acordo com

Chevallard (2009, p. 4) este último e não menos importante “componente *teórico* Θ , que rege a tecnologia θ em si (e, portanto, todos os componentes da praxeologia)”. Assim,

A hierarquia técnica-tecnologia-teoria é *relativa* ao tipo de tarefa considerada. Assim, a elaboração de uma tecnologia (ou uma teoria) em si pressupõe uma técnica, etc. A parada no nível da teoria do que é *a priori* apresentado como uma regressão infinita aparece como um dado do funcionamento das instituições: dado qualquer tarefa realizada em uma determinada instituição, o questionamento sobre a técnica correspondente é esgotado com o nível da teoria, em si frequentemente “desaparecendo” (Chevallard, 1994, p. 1, tradução nossa).

De acordo com a ênfase estabelecida, cada elemento da praxeologia matemática poderá ser de um tipo, ou seja, quando a ênfase está em uma única tarefa têm-se a praxeologia pontual, Chevallard explica que essa é a mais simples e

[...] consiste em um tipo de tarefas T , uma técnica τ , forma de realizar tarefas t do tipo T , de um discurso θ , fundamentado (logotipos) sobre a técnica (tekhnê) que é suposto tornar τ inteligível como meio de acomodar tarefas do tipo T , finalmente – por último, mas não menos importante – de um componente teórico Θ , que rege a tecnologia θ em si (e, portanto, todos os componentes da praxeologia). Tal a praxeologia pontual (o “ponto” aqui é o tipo de tarefas T) é denotado $[T / \tau / \theta / \Theta]$. Inclui uma parte prática-técnica $\Pi = [T / \tau]$, ou práxis (que pode, se necessário, ser chamada de “know-how”) e uma parte técnico-teórica $\Lambda = [\theta / \Theta]$, ou logotipos (que podem ser identificados com “conhecimento” no sentido comum do termo) (2009, p. 4, tradução nossa).

Santos e Menezes (2015) exemplificam os tipos de praxeologia, eles apresentam a praxeologia pontual com uma tarefa de resolução de uma equação do primeiro grau ($124 + x = 103$) utilizando a transposição de termos. Nessa tarefa, a única técnica será transpor os termos, a tecnologia será a propriedade das operações inversas no conjunto dos Reais (\mathbb{R}).

Ao centrar-se em uma tecnologia tem-se a praxeologia local. Para exemplificar, os referidos autores apresentam uma tarefa de resolução de equação do segundo grau, nesse caso, é possível utilizar várias técnicas, como a fórmula de Bhaskara, complementar quadrados ou colocar o fator comum em evidência, mas todas elas estão relacionadas a uma tecnologia representada pela propriedade das operações inversas no conjunto dos Reais (\mathbb{R}) e terá a Álgebra como teoria.

Na praxeologia regional o centro é uma determinada teoria, por exemplo, o foco de uma praxeologia regional pode ser a geometria, dessa forma o foco está apenas na teoria podendo existir diversas tecnologias e a praxeologia global foca em mais de uma teoria, segundo

Chevallard (1997) essa organização global é o resultado de uma junção de várias praxeologias regionais obtida em uma instituição.

Todas essas praxeologias estão centradas no objeto matemático cuja maneira de ser expressa é por meio da atividade matemática em seus diversos registros. Os elementos da praxeologia $[T, \tau, \theta, \Theta]$ são compostos de objetos ostensivos e não ostensivos.

Vale salientar que Chevallard (1994) aborda os objetos ostensivos e não ostensivos como sendo dois tipos de objetos que auxiliam no desenvolvimento e implementação da técnica, sendo que existe uma dialética entre eles, uma vez que para manipular um ostensivo será preciso evocar o não ostensivo. O referido autor menciona que a característica do objeto ostensivo é a possibilidade de ser manipulado, ele possui forma material, por exemplo, a caneta, um texto, um livro, uma voz, um discurso são objetos ostensivos.

O contrário dos ostensivos são os objetos não ostensivos, “o que normalmente é chamado *de noções, conceitos, ideias*, etc. – não pode, estritamente falando, ser manipulado: eles só podem ser *evocados*, através da manipulação de ostensivos associados” (Chevallard, 1994, p. 5, tradução nossa e grifo do autor).

2.2.2.2 Praxeologia Didática

A praxeologia didática, refere-se a maneira de fazer a construção das organizações matemáticas ganhar vida. Segundo Chevallard (1998), as tarefas didáticas são geralmente cooperativas, ou seja, a realização envolve algumas pessoas (X_1, \dots, X_n), sendo eles os ‘atores da tarefa’ onde para cada um, são atribuídos ‘gestos’ de atuação. Quando (x_i) com $i = 1, \dots, n$, realiza a tarefa de acordo com a técnica, é apontado o topo de (x) em t .

O *topos* grego (que corresponde ao locus latino) significa “lugar”: o *topos* de x_i é o “lugar de x_i ”, seu “lugar”, o lugar onde, psicologicamente, x_i experimenta a sensação de jogar, na realização de t , “um papel próprio”. No caso de uma classe, falaremos assim do *topos* do aluno e do *topos* do professor. Então, quando uma aula de matemática “faz um exercício”, que é uma tarefa altamente cooperativa, a subtarefa de fornecer a declaração do exercício geralmente é do professor: ela pertence ao seu *topos*. A tarefa de produzir - por exemplo por escrito - uma solução para o exercício fica por conta do *topos* do aluno, enquanto a tarefa de então fornecer uma chave de resposta volta novamente ao *topos* do professor. Se, durante a resolução do exercício, um aluno faz uma pergunta ao professor, este realiza o que costuma ser visto como um simples gesto, exigindo um gesto homólogo por parte do professor - gesto que por vezes pode consistir em para... recusar-se a responder (Chevallard, 1998, p. 108).

O autor supracitado ainda chama atenção para a dificuldade de o professor proporcionar uma efetiva autonomia por parte do aluno no momento do ensino de matemática. Surge, assim,

o “drama didático” diante da sintetização da palavra *topos* ligar-se a proposta do professor: “sempre sutilmente presente, mesmo *in absentia* (em ausência), este deve saber estar ausente mesmo *in praesentia* (em presença), para deixar o aluno livre para vencer. uma independência que a figura tutelar do professor torna possível e incerta” (Chevallard, 1998, p. 109, grifo do autor).

Desse modo, ao tratar-se da praxeologia ou Organização Didática, os autores Santos e Menezes (2015) ressaltam a exposição de Yves Chevallard ao comentarem que não vai existir uma única maneira de abordar uma OM, mas algumas situações (momentos de estudo) surgirão, em qualquer que seja o caminho tomado.

Quadro 6: Matriz dos momentos de estudo de uma Organização Didática

| Momentos de Estudo | | Como pode ocorrer |
|--------------------|--|---|
| 1) | Primeiro encontro com a organização do objeto de estudo | <p>Analisar a identidade do objeto encontrado pela primeira vez questionando-se: O que é encontrado em um primeiro encontro?</p> <p>Identificar: quais as formas possíveis do primeiro encontro? Podendo ser por parte de uma questão cultural-mimética.</p> <p>Buscar e esclarecer de modo discursivo as razões de ser do objeto assim encontrado, ou seja, as razões de para quem este objeto foi construído, ou para quem, pelo menos, persiste na cultura.</p> <p>Propor situações fundamentais para que o aluno sozinho ou em grupo construa uma definição do objeto encontrado.</p> <p>Pode ocorrer o efeito Jourdain⁴.</p> <p>O primeiro encontro não determina inteiramente a relação com o objeto que se constrói e rearranja ao longo do processo de estudo. Serve como um orientador do desenvolvimento das relações entre sujeito, objeto e instituição.</p> |
| 2) | Exploração do tipo de Tarefa e o desenvolvimento de uma técnica relativa ao tipo de Tarefa | O estudo do problema irá consistir na criação e aperfeiçoamento de uma técnica relativa a problemas do mesmo tipo. |
| 3) | Constituição do ambiente teórico e tecnológico referente a técnica | Verificação da tecnologia e teoria envolvida, o que já pode ocorrer desde o primeiro momento com o objeto. |
| 4) | Trabalho da técnica | Deve tanto aprimorar a técnica, tornando-a mais eficiente e confiável (o que geralmente requer retoques na tecnologia desenvolvida até então), quanto aumentar o domínio: este momento de testar a técnica supõe em particular um ou mais corpus de tarefas adequadas tanto qualitativa como quantitativamente. |
| 5) | Institucionalização | Possui o objetivo de especificar o que é "exatamente" a Organização Matemática desenvolvida, distinguindo em particular, por um lado, os elementos que, tendo contribuído para a sua construção, não existiam, não serão integrados, e por outro lado os elementos que entrarão definitivamente na Organização Matemática em questão. |

⁴ **Efeito Jourdain:** Acontece quando o professor faz o aluno acreditar que seus conhecimentos ingênuos se transformem em um discurso revestido de sabedoria, o professor está realizando este efeito (Duarte; Duarte, 2016, p. 3).

| | | |
|----|-----------|---|
| 6) | Avaliação | Se articula no momento da institucionalização (da qual é, em certos aspectos, um sub-momento): o pressuposto de relações institucionais transcendentais com as pessoas, de fato, é a razão do projeto. Avaliar as relações pessoais referindo-as à norma que o momento da institucionalização terá, portanto, hipostasiado. |
|----|-----------|---|

Fonte: Adaptado de Chevallard (1998, p. 110-112).

Os seis momentos de estudo apresentados no Quadro acima são indicados por Chevallard (1998) como possível de possuir pelo professor duas atribuições: a primeira delas é chamada por Santos e Menezes (2015) como um checklist para analisar os processos didáticos empregados e a segunda atribuição seria a identificar os problemas na realização dos diferentes momentos de estudo. Vale salientar que esses momentos não obedecem a uma hierarquia, podendo ocorrer de forma conjunta ou em outra ordem.

Após ter apresentado algumas ideias a respeito da TAD e suas praxeologias, serão abordados a seguir os aspectos metodológicos desta pesquisa.

2.2.3 A Engenharia Didática como metodologia de pesquisa

A Engenharia Didática (ED) é uma metodologia de pesquisa que foi construída nos anos de 1980 no âmbito da educação matemática. Segundo Artigue (2002), a Engenharia Didática Clássica possui base nas situações didáticas de Brousseau (1986) e seu desenho foi estruturado para atender duas necessidades: “como levar em conta a complexidade das salas de aula, numa época em que a pesquisa dependia principalmente de experimentos de laboratório e questionários; e como conceber as relações entre pesquisa e inovação docente” (Barquero; Bosch, 2015, p. 2).

Conforme Artigue (1996, p. 247-248), Engenharia Didática Clássica enquanto metodologia de pesquisa é caracterizada primeiramente por “por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, ou seja, sobre o desenho, implementação, observação e análise das sequências de ensino” e caracteriza também “pelo registro em que está localizado e pelo modos de validação que estão associados a ele... cuja validação é essencialmente interna, baseada no confronto entre *análise a priori* e *análise posteriori*”.

A estrutura da Engenharia Didática Clássica está dividida em 4 fases, sendo elas: 1) análise preliminar; 2) projeto e análise *a priori*, 3) experimento e análise *a posteriori*; 4) Validação. Para esta pesquisa só serão consideradas as duas primeiras fases da ED, elas serão apresentadas, detalhadas e justificadas na próxima seção, levando em consideração o objeto de estudo desta pesquisa.

Sendo assim, a base teórica dessa pesquisa está fundamentada na Neurociência Cognitiva (especificamente na Atenção Seletiva) e na Teoria Antropológica do Didático. A intenção é levar em consideração os conhecimentos da Neurociência Cognitiva a respeito do cérebro e das influências externas e internas na aprendizagem para que, junto com os conhecimentos da teoria da didática escolhida, seja possível dispor de mais recursos que colaborem para o ensino e aprendizagem de matemática, auxiliando na construção ou (re)elaboração de organizações didáticas.

Para tanto, a Engenharia Didática Clássica irá auxiliar o caminho desta pesquisa e a TAD junto com a Atenção Seletiva compõem a estrutura teórica didática desta pesquisa.

A seguir, serão apresentadas a análise da Organização Didática, buscando mostrar como está sendo consolidado os conhecimentos a respeito da função seno a serem ensinados no século XXI.

2.3 Análise da Organização Didática da função seno

Este tópico possui o desígnio de levantar referências sobre os fatores que influenciam o ensino-aprendizagem da função seno, para compreender como este conhecimento está sendo organizado e como ele aparece no livro didático.

Ao fazer uma leitura da história da educação matemática e do livro didático, é possível ter uma noção da forma como foi sendo estruturada a disciplina de matemática, o desenvolvimento das metodologias utilizadas, e a integração dos livros didáticos nas aulas.

Para a análise da história cultural da educação matemática, Silva e Valente (2009, p. 20) utilizaram os cadernos escolares como fonte de pesquisa, eles explicaram que esse material é importante para compreender as representações das apropriações que os professores utilizaram diante das representações “construídas por matemáticos e *experts* do ensino em diferentes tempos históricos sobre a matemática que deveria ser ensinada nas escolas”.

Os autores citados ainda mencionam que “o conhecimento dessas representações sobre o passado da educação matemática deve possibilitar a realização de práticas de ensino e de aprendizagem de melhor qualidade em tempos presentes” (Silva; Valente, 2009, p. 20).

Bittencourt (2008, p. 24) relata que, no decorrer do século XIX “o Estado brasileiro, em formação, buscava acompanhar o ideário liberal adaptando-o a seus interesses”. A pesquisadora ainda ressalta que a educação brasileira e os livros didáticos sofreram influência francesa, política e da igreja, e foi preciso se adaptar às necessidades das classes, a exemplo da abolição

e da “constituição de uma educação que deveria incluir trabalhadores livre, situação que interferiu nas concepções de escola objetivos do seu ensino” (Bittencourt, 2008, p. 24).

A autora também informa que o poder governamental estabeleceu, planejou, acompanhou e adotou vários mecanismos para direcionar e controlar o saber a ser ensinado, pois o governo tinha receio de como o povo poderia se comportar diante dos conhecimentos disseminados nas escolas. Assim, durante o século XIX e início do século XX foram elaborados diversos projetos educacionais, entre eles está a garantia do governo em “doar” o livro didático para os estudantes das escolas públicas.

Silva e Valente (2009) explicam que, a partir da década de 1930, diversos fatores estão atrelados ao fato do estabelecimento do livro didático como material do aluno, eles mencionam que entre eles está

[...] o crescimento do número de escolas, o impulso do parque editorial, a obrigatoriedade da seriação escolar e a necessidade de referência didática para organização das aulas de matemática a partir da Reforma de Francisco Campos que cria, em nível nacional, a disciplina “Matemática” como resultado da fusão de três outras disciplinas: Aritmética, Álgebra e Geometria. Surgem a partir dessa época, as coleções de livros didáticos de matemática destinados a cada série escolar (Silva; Valente, 2009, p. 24-25)

Então, o que antes era abordado de forma separada, passou a ser englobado em uma única área, articulando, desse modo, os conhecimentos aritméticos, algébricos e geométricos. E uma nova mudança é proposta no início do século XX, com uma tentativa de internacionalizar a matemática escolar, dessa vez o responsável foi Euclides Roxo, fazendo com que em todo Brasil se tornasse obrigatório

[...] o ensino de uma única disciplina escolar – a Matemática – sob a égide das ideias modernizadas herdadas da CIEM/IMUK⁵. Elas incluía, além da fusão das três disciplinas matemáticas existentes, do uso do conceito de função como fio condutor unificador, o trato metodológico heurístico de ensino dos conteúdos matemáticos (Silva; Valente, 2009, p. 36, grifo nosso).

Porém, ao realizarem a análise das anotações de sete cadernos (de um aluno do primeiro ginásio oficial de São Paulo produzidos entre os anos 1935 e 1938), divididos em Aritmética, Álgebra, Geometria, Trigonometria e cadernos de exercícios. Esses autores perceberam que a abordagem utilizada pelo professor ainda era dedutiva e não heurística, conforme proposto por Euclides Roxo, além disso, as áreas eram abordadas de forma separada.

⁵ CIEM/IMUK: Comissão Internacional para o Ensino de Matemática.

Tais fatos levam-nos a inferir que a determinação de uma mudança metodológica não influenciou de imediato na mudança metodológica do professor, pois ele já estava adaptado a sua forma antiga de ensino. Isso, de igual modo, nos leva a refletir a respeito da atual Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A indagação feita é sobre quando os reflexos da institucionalização da BNCC estarão sendo, de fato, repercutidos nas aulas de matemática? Essa é uma pergunta que ainda não temos ferramentas para responder.

Mas um passo considerado importante pela autora dessa dissertação é que os livros já estão sendo elaborados pautados na BNCC, pois Pires e Curi (2013) destacam que, entre os professores, os livros didáticos são os materiais mais difundidos e utilizados, enquanto os documentos curriculares prescritos parecem causar pouco impacto nas práticas docentes. Sendo assim, é importante compreender as mudanças que estão presentes nos livros didáticos aprovados no PNL 2021 para o Ensino Médio, visto que é a primeira versão após a implantação da BNCC.

Para analisar essas mudanças, é preciso saber como esse conhecimento está sendo proposto em alguns documentos oficiais, os quais serão relatados a seguir.

2.3.1 Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais

Aqui, serão levados em consideração os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM+).

Com os PCNEM vê-se que, segundo Brasil (2000, p. 4), estes parâmetros possuem o papel de “difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor, na busca de novas abordagens e metodologias”. Nesse documento já é mencionada a proposta da Base Nacional Comum Curricular, com o ensino pautado no desenvolvimento de competências e habilidades básicas.

Também são mencionados dois fatores que contribuem para a necessidade de repensar os parâmetros curriculares e as diretrizes gerais que norteiam o Ensino Médio, sendo eles: o fator econômico e os avanços tecnológicos. Apenas o exercício de memorização tão presente até o século XX já não seria mais suficiente para atender às demandas da sociedade e, assim, os PCNEM propõem “no nível do Ensino Médio, a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular” (Brasil, 2000, p. 5).

A reformulação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei 9.394/96) conferiu ao Ensino Médio uma nova identidade determinando, pois, que ele compõe a Educação Básica, sendo a etapa final do Ensino básico, complementando os conhecimentos do Ensino Fundamental. Essa compreensão foi referência para a determinação da proposta de áreas e na parte III dos PCNEM é abordada a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

No que se refere à matemática, os PCNEM mencionam que a matemática do Ensino Médio possui um papel formativo, contribuindo com o desenvolvimento de processos do pensamento e aquisição de atitudes, além do mais, possui o caráter instrumental de ser percebida pelo aluno como um conhecimento a ser aplicado tanto em outras áreas do conhecimento como na atividade profissional. Para além disso, Brasil (2000) menciona que a matemática deve ser vista como uma ciência que possui características estruturais específicas.

Por fim, cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento (Brasil, 2000, p. 41).

A essa necessidade de saber aprender, desenvolver a autonomia e a capacidade de pesquisa, inferimos que o profissional responsável precisa ter competência para desenvolver nos estudantes as Funções Executivas (FE), abordada na Neurociência Cognitiva e explicada por Cosenza e Guerra (2011, p. 87) como um conjunto de habilidades que permite a execução de ações necessárias para alcançar um objetivo, destacando a importância do desenvolvimento dessas funções para a educação e, em especial, para o professor proporcionar aos estudantes condições de desenvolverem a flexibilidade, lidando com ambiguidades de maneira construtiva.

Brasil (2000), de igual modo, menciona que para acontecer a mudança na metodologia de ensino, é preciso que a forma de apresentar o conteúdo também seja modificada e estabelece a contextualização e interdisciplinaridade como critério central na formulação do currículo, buscando proporcionar a conexão entre conceitos matemáticos, diferentes formas de pensamento, relevância cultural, aplicações e a importância histórica no desenvolvimento da ciência. As funções são citadas como um dos exemplos de conexões entre os conteúdos internos da matemática, a exemplo da trigonometria e dos gráficos, as sequências e progressões, as propriedades de retas e parábolas, os polinômios e equações algébricas.

Além das funções, a Trigonometria também é mencionada como um tema exemplificador da relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências

[...] desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa (Brasil, 2000, p. 44).

Assim, os PCNEM relatam que o currículo de Matemática do Ensino Médio precisa proporcionar a conexão entre os ramos internos da Matemática e também com as demais áreas do conhecimento. Para complementar os PCNEM, foi elaborado, em 2002, o PCN+ sem pretensão normativa, buscando estabelecer um diálogo direto com os professores e demais educadores, objetivando “discutir a condução do aprendizado nos diferentes contextos e condições de trabalho das escolas brasileiras, de forma a responder às transformações sociais e culturais da sociedade contemporânea, levando em conta as leis e diretrizes que redirecionam a educação básica” (Brasil, 2002, p. 7).

O PCN+ (2002) centra-se nas disciplinas da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, mas enfatiza que as orientações presentes visam à escola como um todo. Dessa forma, apresenta, inicialmente, as razões da reforma do Ensino Médio, orientam como rever o projeto pedagógico da escola, apresenta novas orientações para o Ensino Médio, abordam os conhecimentos, competências, disciplinas e seus temas estruturadores que já tinham sido abordados nos PCNEM, ainda é apresentada as articulações entre áreas e entre as disciplinas em cada uma das áreas.

Após essa explanação, são abordadas para cada uma das disciplinas contempladas na área de Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias, o seguinte: as competências, temas estruturadores do ensino, organização do trabalho escolar e estratégias para a ação.

A respeito do ensino de matemática, é reforçada a necessidade de uma matemática além do seu caráter instrumental.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se

apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (Brasil, 2002, p. 111).

Sendo assim, para auxiliar nessa forma de aprender matemática, é mencionada a Resolução de Problemas como peça central para o ensino dessa disciplina e o desenvolvimento dessa competência é utilizada como um dos fatores de justificativa para a mudança na abordagem dos conhecimentos matemáticos e dos tipos de exercícios a serem apresentados aos alunos.

Brasil (2002, p. 119) ressalta que, para atender às competências mencionadas no documento⁶, é preciso que as escolas junto com os professores proponham um trabalho pedagógico com recorte dos conteúdos a serem explorados, sendo relativo aos temas “números, álgebra, medidas, geometria e noções de estatística e probabilidade envolve diferentes formas do pensar em Matemática, diferentes contextos para as aplicações, bem como a existência de razões históricas que deram origem e importância a esses conhecimentos”.

O ensino de trigonometria é contemplado no eixo Álgebra: números e funções, propondo a ênfase do estudo das diversas funções no conceito, propriedades em relações às operações, interpretação dos gráficos e aplicações. Dessa forma, Brasil (2002) menciona que o estudo das funções não precisa iniciar com o estudo dos conjuntos numéricos, pois este conhecimento é desnecessário após definir funções.

A respeito da trigonometria, é destacado que, mesmo sendo um conhecimento importante, não existe uma conexão com as implicações, apresentando um enfoque maior ao cálculo algébrico das identidades e equações ao invés dos

[...] aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo (Brasil, 2002, p. 122).

⁶ Não foram mencionadas as competências em matemática presente nos PCNEM e PCN+, pois será dada ênfase nas competências apresentadas na BNCC, visto que é o documento normativo que foi implementado mais recente com relação a data de elaboração dessa dissertação.

Assim, o PCN+ propõe a abordagem da função seno na unidade temática: Variação de grandezas e na unidade trigonometria propõe o estudo da trigonometria do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta. E na organização do trabalho escolar, a função seno é proposta para ser abordada na 2ª série do Ensino Médio (atual 2º ano do Ensino Médio).

Como estratégias de ação é proposto a resolução de problemas, trabalhos em grupo, ações para proporcionar a comunicação, elaborar projetos e proporcionar uma avaliação, visando a alguns aspectos gerais e outros específicos a matemática.

Diante do que foi exposto, os PCNEM e PCN+ apresentam orientações para a organização dos conhecimentos matemáticos do Ensino Médio, mas ainda deixam a escolha dos conteúdos de forma flexível e ao mesmo tempo abrangente. Fonseca (2015) ressalta que esse fato pode implicar em dificuldades para a escolha do livro didático e para a preparação para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Outro fato a ser destacado é a abordagem de uma trigonometria de domínio algébrico, reforçando a ruptura do domínio geométrico mencionada na Análise Epistemológica desta dissertação.

Como já existem outros documentos que orientam o currículo do Ensino Médio, serão abordados a seguir as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com vistas a identificar como está sendo abordada a Organização Matemática da função seno para as aulas de matemática do Ensino Médio.

2.3.2 Orientações Curriculares para o Ensino Médio e a Base Nacional Comum Curricular

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) possuem o objetivo de contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente.

Brasil (2006) aponta dois aspectos sobre o Ensino Médio: 1º) as finalidades atribuídas a esse nível de ensino visando aprimorar o educando como ser humano, formação ética, desenvolvimento da autonomia intelectual, pensamento crítico, preparação para o trabalho e a possibilidade de continuar seu aprendizado ao desenvolver competências; 2º) proposta da organização curricular com a base nacional comum curricular, planejamento e desenvolvimento orgânico do currículo, integração e articulação dos conhecimentos, proposta pedagógica elaborada e executada pelos estabelecimentos de ensino e participação dos docentes na elaboração da proposta pedagógica.

Para a área de matemática, as OCEM pretendem contribuir com o debate sobre as orientações curriculares tratando três aspectos: a escolha de conteúdos, a forma de trabalhar os conteúdos, o projeto pedagógico e a organização curricular.

A respeito da escolha dos conteúdos é esperado que os alunos ao final do Ensino Médio usem a matemática de diferentes formas: resolvendo problemas do cotidiano, modelando fenômenos em outras áreas do conhecimento, compreendendo a Matemática como uma ciência cujas características são próprias, organizadas por meio de “teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico” (Brasil, 2006, p. 69).

Arelado às escolhas dos conteúdos está a maneira de trabalhar esses conteúdos, sendo necessário agregar sempre valor formativo no desenvolvimento do pensamento matemático, o que significa

[...] colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva. Também significa um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica (Brasil, 2006, p. 70, grifo nosso).

Diante da abordagem de Chevallard (1999) sobre a Organização Matemática, inferimos os processos de aprendizagens mencionados como tipos de Tarefas a serem realizadas pelos alunos até o final do Ensino Médio. Esse processo formativo ainda é destacado por Brasil (2006) como sendo necessário ter cuidado na escolha dos conteúdos e estabelecer critérios de seleção para que seja possível o aluno ‘fazer matemática’, pois o valor agregado será mais qualitativo do que quantitativo.

Nas OCEM, o conteúdo matemático é organizado nos blocos Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade. A respeito do bloco das funções, a abordagem permanece com o mesmo discurso dos PCN+ propondo o início do ensino de função com base nas relações entre duas grandezas.

A respeito das funções trigonométricas que residem no modelo periódico, Brasil (2006) menciona que a abordagem da função seno, cosseno e tangente devem ocorrer após o trabalho das relações métricas no triângulo retângulo e as leis dos senos e cossenos, já que essas

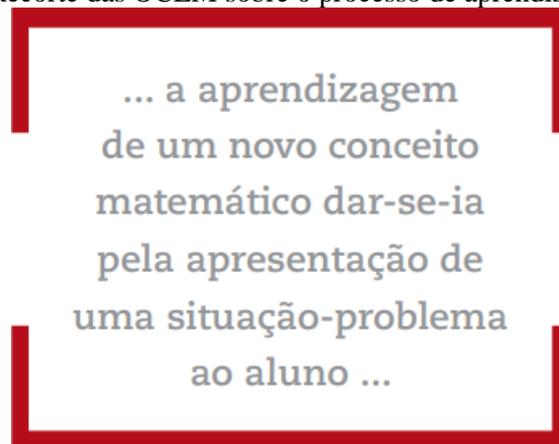
ferramentas são consideradas essenciais pelo referido documento para o aluno do Ensino Médio adquirir as funções trigonométricas antes de estudá-las.

No entanto, o próprio documento ressalta a necessidade de atenção na transição da abordagem do estudo dos senos e cossenos no triângulo retângulo para o círculo, porque a medida do ângulo é abordada, de início, em graus, e depois em radianos.

Como foi mencionado na Análise Epistemológica desta dissertação, a transição do estudo dos senos e cossenos no triângulo para o círculo pode ocasionar o OE₁, mas ele pode ser superado com a mediação docente.

A respeito das questões metodológicas, as OCEM destacam a situação didática como um caminho para o ensino e aprendizagem, introduzindo conceitos de contrato didático, contrato pedagógico, transposição didática e contextualização.

Figura 6: Recorte das OCEM sobre o processo de aprendizagem



Fonte: Brasil (2006, p. 81).

A resolução de problemas também é mencionada nas OCEM como uma metodologia a ser seguida sendo necessário não abordar exclusivamente problemas fechados (com alternativas), “porque esses pouco incentivam o desenvolvimento de habilidades” (Brasil, 2006, p. 83). Nesse sentido, a situação-problema é citada como uma alternativa de possibilitar o aluno ser construtor do conhecimento.

Outras estratégias de ensino também são mencionadas, como: modelagem matemática, trabalho com projetos, história da matemática. Além disso, as OCEM comentam sobre o papel do livro didático nas aulas de matemática, que acaba sendo visto como um substituto das orientações curriculares e isso influencia a perda de autonomia dos professores no processo de transição didática interna.

Na ausência de orientações curriculares mais consolidadas, sistematizadas e acessíveis a todos os professores, o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que “o mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa” (Brasil, 2006, p. 86).

Atualmente, as orientações curriculares estão presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), este é um documento de caráter normativo, homologado em 2018, servindo de referência para a elaboração dos currículos de toda educação básica brasileira. Buscando assegurar os direitos dos alunos com relação à aprendizagem e desenvolvimento, fica definido em Brasil (2018, p. 7) o “conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica [...] em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE)”.

O foco dos fundamentos pedagógicos da BNCC é o desenvolvimento de competências, evidenciado como o “saber” e as habilidades sendo o “saber fazer”. A ideia é que o aluno realize a mobilização dos recursos que lhe são dados para resolver situações complexas, bem como desenvolver as competências propostas ao longo do ensino básico.

A área de matemática é abordada na BNCC como uma ciência que possui grande importância para a formação do cidadão crítico e, apesar de ser “por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva” não se pode ignorar “o papel heurístico⁷ das experimentações na aprendizagem da Matemática” (Brasil, 2018, p. 263, grifo nosso). O documento ainda propõe que no Ensino Médio seja ampliada e aprofundada as aprendizagens essenciais desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental, cujos propósitos serão alcançados, segundo a BNCC, com o desenvolvimento das habilidades de investigação, modelagem matemática e resolução de problemas.

Para o Ensino Médio, Brasil (2018) apresenta os pares de ideias fundamentais (variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações) como uma forma de produzir articulação entre os campos da Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas, pois são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Até então, as ideias fundamentais não tinham sido abordadas nos documentos oficiais mencionados anteriormente. Machado (2015, p. 2) retrata que “o reconhecimento e a

⁷ Segundo o site Significados, “No âmbito pedagógico, o **método heurístico** é aplicado para auxiliar os alunos a encontrarem as respostas sobre determinado assunto por conta própria, através do encaminhamento feito por meio de algumas perguntas, por exemplo”. Disponível em: <https://www.significados.com.br/heuristica>. Acesso em: 30 jul. 2022.

caracterização de um elenco de ideias fundamentais em cada disciplina é uma tarefa urgente e ingente, constituindo o verdadeiro antídoto para o excesso de fragmentação na apresentação dos conteúdos disciplinares”. Com a intenção de não banalizar a caracterização das ideias fundamentais, o referido autor apresenta três características notáveis para as escolhas das ideias, são elas:

Em primeiro lugar, qualquer ideia realmente fundamental pode ter seu significado e sua importância explicada apenas com o recurso à linguagem ordinária; se for necessário recorrer a técnicas excessivas para se fazer compreender uma ideia, ela pode ser importante, mas não é fundamental. A ideia de energia, por exemplo, é fundamental na Física; ela pode ser apresentada como uma capacidade de produzir movimento, em suas várias formas de manifestação. Naturalmente, não se pretende que o conteúdo se esgote nessa apresentação intuitiva, mas é necessário que por aí se inicie.

Em segundo lugar, uma ideia fundamental nunca é um tema isolado, ou com raros vínculos com outros temas: justamente por se tratar de fundamentos, tais ideias estão presentes, quase sempre de modo bem visível, em múltiplos temas da disciplina, possibilitando, em decorrência de tal fato, uma articulação natural entre os mesmos, numa espécie de “interdisciplinaridade interna”. A ideia de proporcionalidade, por exemplo, transita com desenvoltura entre a aritmética, a álgebra, a geometria, a trigonometria, as funções etc.

Em terceiro lugar, uma ideia realmente fundamental nunca se esgota nos limites da disciplina em que surge: sempre transborda tais limites, articulando as da disciplina em que se origina, ou em relação à qual é referida, enraizando-se em outros territórios disciplinares. A ideia de energia, por exemplo, mesmo desempenhando um papel fundamental na Física, transita com total pertinência pelos terrenos da Química, da Biologia, da Geografia etc. Em razão disso, favorece naturalmente uma aproximação no tratamento dos temas das diversas disciplinas (Machado, 2015, p. 2, grifo do autor).

Segundo Machado (2015), as ideias fundamentais podem ser exploradas em diversos conteúdos, levando em consideração o desenvolvimento de competências. Ao olharmos para a proposta da BNCC, ainda são apresentadas cinco competências específicas da área de matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio.

Quadro 7: Competências específicas da área de matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio

| Competências | |
|--------------|---|
| C1 | Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral |
| C2 | Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. |
| C3 | Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. |

| | |
|----------------|---|
| C ₄ | Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. |
| C ₅ | Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. |

Fonte: Adaptado de Brasil (2018, p. 523).

Para cada uma das cinco competências é apresentada uma breve explicação seguida de um conjunto de habilidades que segundo Brasil (2018, p. 522, grifo do autor) “são fundamentais para que o letramento matemático⁸ dos estudantes se torne ainda mais denso e eficiente, [...] e terão mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para essa etapa”.

Ao final das competências, a BNCC apresenta um modelo de organização das habilidades referente apenas a unidade de funções polinomiais de 1º e 2º graus. Como a função seno é o objeto de estudo dessa pesquisa, foi realizada a organização da unidade funções trigonométricas, contendo as competências e habilidades que contemplam o objeto do conhecimento matemático e estão presentes em Brasil (2018).

Quadro 8: Competências, habilidades e proposta didática que inferimos estarem relacionadas as funções trigonométricas

| Unidade: Funções trigonométricas | | |
|---|--|--|
| Competência | Habilidade | Proposta didática |
| C ₁ | (EM13MAT101) Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais. | Favorecer a interpretação e compreensão da realidade; |
| | (EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para analisar diferentes produções humanas como construções civis, obras de arte, entre outras. | Utilizar conceitos de diferentes campos da Matemática para fazer julgamentos bem fundamentados. |
| C ₂ | (EM13MAT203) Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões. | Desenvolver um projeto cuja finalidade é responder questões como as relativas aos diferentes territórios geográficos e/ou sociais e fundamentar conclusões sobre elas. |

⁸ Na BNCC, o letramento matemático está assim definido: competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. O letramento deve também assegurar que todos os estudantes reconheçam que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para compreender e atuar no mundo e para que também percebam o caráter de jogo intelectual da Matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e que pode também ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 522).

| | | |
|----------------|---|---|
| C ₃ | (EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria. | Desenvolver a interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, espaciais, estatísticos, probabilísticos, entre outros. |
| C ₄ | (EM13MAT404) Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT405) Reconhecer funções definidas por uma ou mais sentenças (como a tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, convertendo essas representações de uma para outra e identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento. | Utilizar diferentes representações de um mesmo objeto matemático para potencializar de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliar a capacidade de pensar matematicamente. |

Fonte: Adaptado de Brasil (2018).

Apenas nas habilidades presentes na C₅ não foram identificadas nenhuma que contemplasse as funções trigonométricas, mesmo a referida competência mencionando as tecnologias, visto que esse é um campo favorável para a exploração da trigonometria. Vale ressaltar que a habilidade (EM13MAT203) foi citada justamente por abordar aplicativos e jogos digitais, e contempla, em algum momento, as funções trigonométricas, mas não é explícito na descrição da habilidade.

As únicas habilidades que referem explicitamente a função seno é a (EM13MAT306) e (EM13MAT404). Ao fazermos uma relação com Teoria Antropológica do Didático (TAD), é possível verificar que ambas as habilidades estão próximas da ideia de bloco prático [T - τ] mencionado por Chevallard (1999). Elas propõem o desenvolvimento de práticas a respeito do conhecimento e para isso será preciso utilizar uma ou mais técnicas para a realização dos tipos de Tarefas que estão sendo propostas nas habilidades.

Portanto, é possível propor um diálogo entre a TAD e as competências e habilidades da BNCC. Sendo assim, a seguir será apresentada a análise da Organização Matemática da função seno em livros didáticos.

2.3.3 Análise da abordagem da função seno em livros didáticos

Neste tópico, será abordado a análise do livro didático ‘Matemática em contextos’ da editora Ática, escrito por Luiz Roberto Dante e Fernando Viana, aprovado no PNLD de 2021.

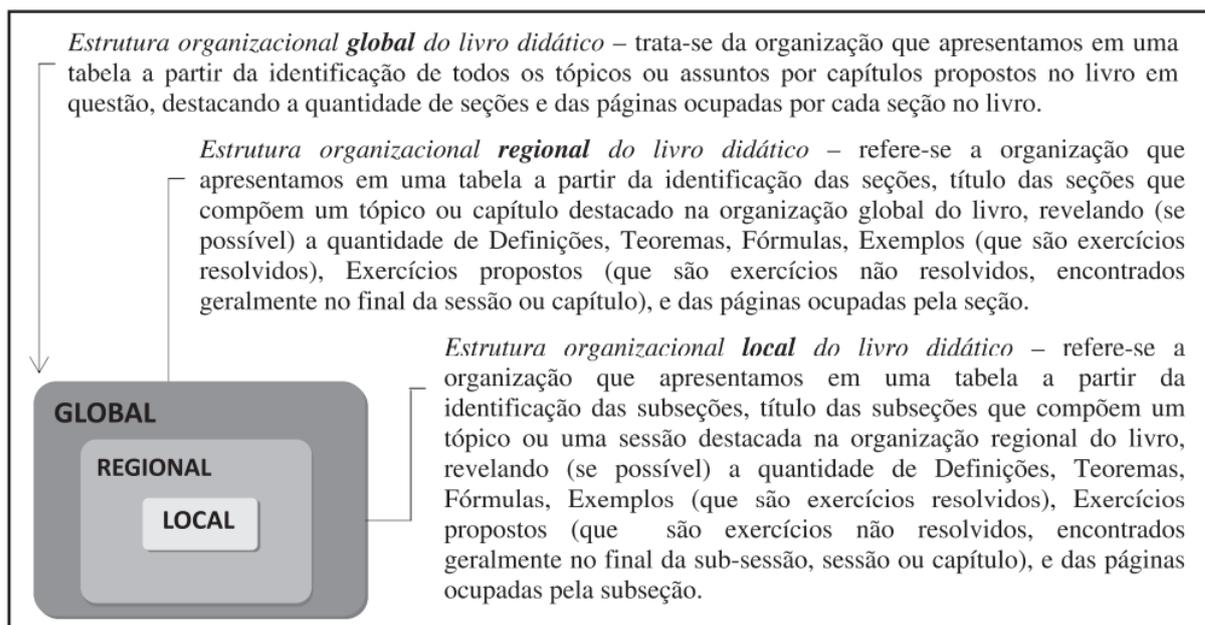
A escolha do livro ocorreu devido a obra ser utilizada pela autora dessa dissertação no colégio em que ela é professora regente.

Com a intenção de obter uma visão geral da abordagem da função seno proposta pelos livros didáticos, foi feita a análise institucional definida como

[...] um estudo realizado em torno de elementos institucionais, a partir de inquietações/questões levantadas pelo pesquisador no contexto institucional correspondente, permitindo identificar as condições e exigências que determinam, nessa instituição, as relações institucionais e pessoais a objetos do saber, em particular, os objetos matemáticos, as organizações ou praxeologias desses objetos que intervêm no processo ensino/aprendizagem (Henriques; Nagamine; Nagamine, 2012, p. 1268).

A supracitada análise utilizada considera três estruturas organizacionais (global, regional e local) apresentadas na figura a seguir:

Figura 7: Estruturas organizacionais para analisar o livro didático



Fonte: Henriques, Nagamine e Nagamine (2012, p. 1274).

Antes de apresentar a análise das três estruturas, vale salientar que, com a implementação da BNCC, os livros sofreram modificações, uma delas foi a quantidade de volumes, antes eram elaborados 3 volumes, sendo o volume 1 para o 1º ano, volume 2 para o 2º ano e volume 3 para o 3º ano. Agora, os livros de matemática passaram a ter 6 volumes, cada um contemplando até dois objetos do conhecimento, podendo ser utilizado em diferentes anos do Ensino Médio, de acordo com a proposta curricular da escola.

Sendo assim, foi analisado o volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’ do livro ‘Matemática em contextos’.

Tabela 1: Organização global do volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’.

| Capítulo | Tópicos | Seções | Páginas |
|------------------------------|---------|--------|---------|
| Trigonometria | 2 | 20 | 77 |
| Matrizes e Sistemas lineares | 2 | 14 | 63 |
| Total | 4 | 34 | 140 |

Fonte: Dados da pesquisa.

O capítulo 1 se inicia mostrando a prática do surfe e comentando sobre “a variação do nível do mar, que ocorre devido à maré – **fenômeno periódico** de elevação e diminuição do nível do mar causado pelas forças de atração exercidas pela Lua e pelo Sol sobre a Terra” (Dante; Viana, 2020, p. 9, grifo dos autores). Em seguida, são apresentados alguns questionamentos a respeito dos fenômenos periódicos e ao final é relatado que esse fenômeno pode ser modelado por funções trigonométricas.

Posteriormente, o livro apresenta os objetivos do capítulo e a justificativa, mencionando a trigonometria como a área da matemática que estuda os triângulos, as relações entre lados e ângulos e as funções trigonométricas. Com relação às competências e habilidades específicas da área de matemática, o livro menciona a CEMAT03 e EM13MAT306, EM13MAT308⁹.

Os dois tópicos presentes no capítulo 1 é referente a ‘Trigonometria no triângulo’ e ‘Funções trigonométricas’. O capítulo 2 segue a mesma estrutura do capítulo 1 e aborda, a princípio, uma situação de vendas, seguida da representação das informações em tabelas e questionamentos a respeito das informações. Os objetivos e justificativa desse capítulo também são apresentados.

Não será dada ênfase ao capítulo 2 devido ao objeto de estudo da pesquisa estar presente no capítulo 1. Assim, a análise da organização regional ficará restrita ao Capítulo 1 do livro analisado.

Tabela 2: Organização regional do tópico 1 do capítulo Trigonometria

| Seção – título | subseção | Definição | Teorema | Fórmula | ex.re | ex.p | p. |
|---|----------|-----------|---------|---------|-------|------|----|
| 1 - Explorando a semelhança de triângulos | - | - | - | - | - | 2 | 1 |
| 2 - Formalizando o conceito de semelhança de triângulos | - | 5 | - | 1 | - | - | 2 |

⁹ **EM13MAT308** - Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança (Brasil, 2018, p. 529, grifo do autor).

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 3- Um pouco da história da trigonometria | 1 | - | - | - | - | 9 | 2 |
| 4 - Formalizando as relações métricas no triângulo retângulo | 2 | 2 | 1 | 5 | 2 | 10 | 3 |
| 5 - Explorando as razões trigonométricas no triângulo retângulo | - | - | - | - | - | 3 | 1 |
| 6 - Formalizando algumas razões trigonométricas no triângulo retângulo | 4 | 4 | 1 | 7 | 1 | 10 | 5 |
| 7 - Leitura e compreensão | 3 | - | - | 3 | 3 | 9 | 4 |
| 8 - Formalizando a definição de seno e cosseno de ângulos obtusos | 7 | 3 | 2 | 7 | 3 | 21 | 9 |
| Total de páginas¹⁰ | - | - | - | - | - | - | 25 |

Fonte: Dados da pesquisa.

A organização desse primeiro tópico ‘Trigonometria no triângulo’ apresentado na tabela 2 é de fundamental importância para os conhecimentos posteriores, como menciona Brasil (2006, p. 74) as “funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre 0° e 180° ”. Porém, o próprio documento chama a atenção para transição da abordagem do estudo dos senos e cossenos no triângulo retângulo para o círculo, visto que a medida do ângulo é abordada primeiro em graus, depois em radianos. Essa transição também foi destacada anteriormente como um fator motivador de obstáculo epistemológico ao estudar as funções trigonométricas.

Ao seguirmos para a organização regional do tópico 2 ‘Funções trigonométricas’ vemos que ele inicia apresentando duas situações, a saber: o relógio de pêndulo e as marés para comentar sobre o comportamento dos movimentos estarem relacionados às funções do tipo trigonométrica e, também, são apresentados questionamentos explorando cada uma das situações.

Tabela 3: Organização regional do tópico 2 do capítulo Trigonometria

| Seção – título | Subseção | Definição | Teorema | Fórmula | ex.re | ex.p | p. |
|--|----------|-----------|---------|---------|-------|------|----|
| 1 – Conceitos Trigonométricos básicos na circunferência | 5 | 2 | - | 3 | 10 | 1 | 4 |
| 2 – Leitura e compreensão | 3 | - | - | - | - | 10 | 3 |
| 3- Conexões | 6 | 3 | - | 6 | - | 5 | 7 |
| 4 – Tecnologias digitais | 3 | - | - | - | 3 | 6 | 4 |

¹⁰ O total de páginas não corresponde a somatória das páginas por ter sido utilizado números discretos devido a ter, por exemplo, duas seções dividindo uma página.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|----|----|
| 5 - Explorando ideia de seno e cosseno de um número real | - | 3 | 3 | 3 | - | - | 1 |
| 6 - Formalizando a definição de seno e cosseno de um número real | 3 | 3 | - | 4 | 1 | 2 | 4 |
| 7 – A função seno | 4 | 3 | - | 5 | - | 1 | 3 |
| 8 – A função cosseno | 4 | 1 | - | 5 | - | 1 | 3 |
| 9 – As senoides e os fenômenos periódicos | - | 1 | - | 3 | 3 | - | 2 |
| 10 - Tecnologias digitais | 3 | - | - | 4 | 4 | 26 | 9 |
| 11 - Leitura e compreensão | 5 | - | - | 2 | - | 3 | 3 |
| 12 – Vestibulares e Enem | - | - | - | - | - | 21 | 4 |
| Total de páginas¹¹ | - | - | - | - | - | - | 45 |

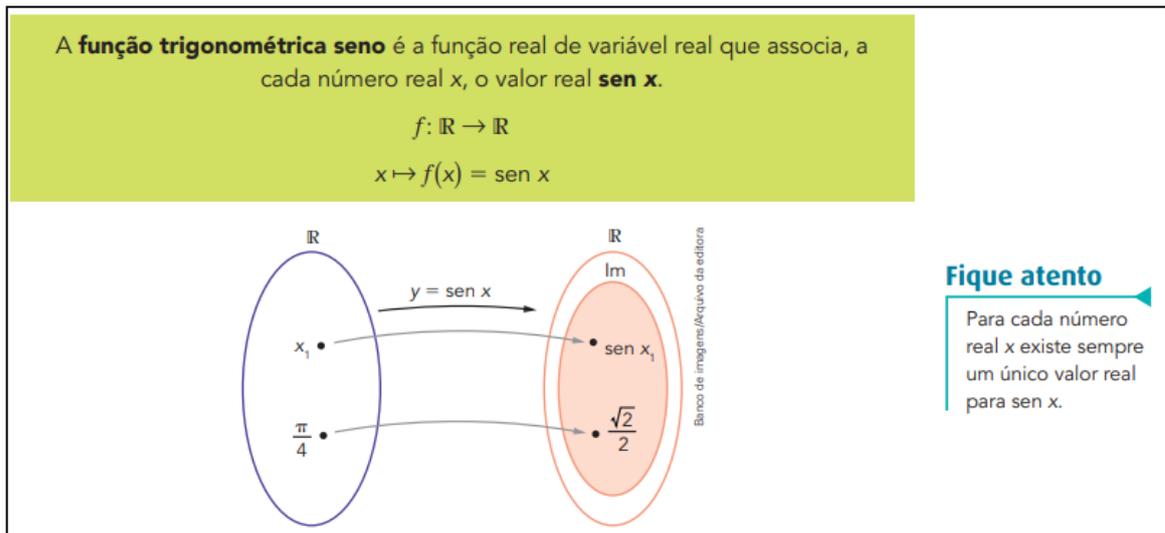
Fonte: Dados da pesquisa.

A respeito do objeto matemático em estudo – a função trigonométrica seno – é possível verificar na tabela 3 que o assunto está no tópico 7 iniciando com a definição da função trigonométrica seno. A forma como a função seno está sendo abordada é semelhante a que está apresentada no volume 2 do livro ‘Matemática Contextos & Aplicações’ escrito por um dos autores do livro analisado e aprovado no PNLD de 2018.

O livro apresenta um texto explicando que, como já se sabe a forma de obter o valor de seno e cosseno de números reais, é possível definir as funções trigonométricas e, em seguida, é formalizado a noção da função trigonométrica seno.

¹¹ O total de páginas não corresponde à somatória das páginas por ter sido utilizado números discretos devido a ter por exemplo, duas seções dividindo uma página.

Figura 8: Abordagem da definição da função seno do L2



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 62).

Ao fazermos uma análise à luz da TAD, utilizando o Quadro de tipos de Tarefas, além de tarefas contemplando a função seno (em anexo), a autora desta pesquisa infere o processo para associar um número real x à medida x de um ângulo (ou arco) como t_1 e obter o valor da função $\text{sen } x$, como t_2 . Retomando as seções, foi possível identificar a técnica τ_1 : realizar a medida na circunferência trigonométrica e subtécnica¹² associadas a técnica dessas tarefas, sendo elas: $\tau_{1.1}$: utiliza o ponto $(1, 0)$; $\tau_{1.2}$: mede na circunferência trigonométrica, a partir do ponto $A(1, 0)$, um arco de comprimento t , no sentido positivo (como já definimos, sentido anti-horário). A extremidade desse arco é o ponto $P(t)$; $\tau_{1.3}$: mede na circunferência trigonométrica, a partir do ponto $A(1, 0)$, um arco de comprimento t , no sentido negativo (como já definimos, sentido horário). A extremidade desse arco é o ponto $P(t)$. A τ_2 : substituir o valor de x na função; τ_3 : calcular o seno.

Para continuar a análise, segue a tabela referente a estrutura organizacional local do tópico 'A função' com o intuito de analisar como ele está organizado e posteriormente continuar apreciar a luz da TAD como está sendo abordada a função seno após a implementação da BNCC.

¹² Segundo Menezes (2010) esse termo foi utilizado por ele, mas não é encontrado na teoria de Chevallard. O autor menciona as subtécnicas como "técnicas que adquirem um status de auxiliar ou secundária na resolução de um tipo de Tarefa que tenha uma técnica com status de principal ou primária" (Menezes, 2010, p. 109).

Tabela 4: Estrutura da organização local da seção 7 do capítulo Trigonometria
Seção – título **Subseção** **Definição** **Teorema** **Fórmula** **ex.re** **ex.p** **p.**

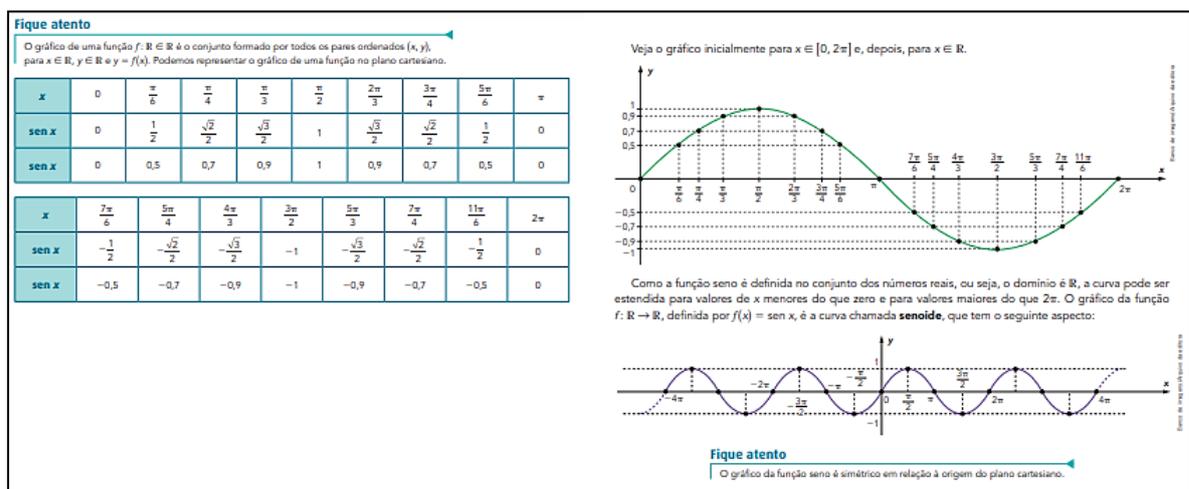
| | | | | | | | |
|-------------------|--|---|---|---|---|---|---|
| 7 – A função seno | Gráfico da função seno | 1 | - | 1 | - | - | 1 |
| | Periodicidade da função seno | 1 | - | 2 | - | - | 2 |
| | Sinal dos valores da função seno | - | - | - | - | 1 | 1 |
| | Algumas características da função seno | 1 | - | 4 | - | - | 1 |

Fonte: Dados da pesquisa.

As quatro subseções da seção 7 estão distribuídas em três páginas, a seção ‘Gráfico da função seno’ está na página 62, ‘Periodicidade da função seno’ inicia na página 62 e finaliza na página 63, ‘Sinal dos valores da função seno’ e ‘Algumas características da função seno’ estão na página 64’. Perceba que na seção 7 é apresentado apenas um exercício proposto que está presente no box ‘reflita’, os demais exercícios estarão presentes nos tópicos 10 e 12.

A subseção ‘Gráfico da função seno’ inicia com uma explicação a respeito da construção do gráfico, informando que, em alguns casos, são apresentados valores aproximados, também é apresentada duas tabelas para auxiliar na construção do gráfico e em seguida é esboçado o gráfico referente a cada uma das tabelas. Dessa maneira, a técnica abordada no livro para a tarefa t_3 : construir o gráfico da função seno; τ_3 : realizar a elaboração de uma tabela com valores de x da 1ª volta positiva; τ_4 : quando necessário realizar aproximações; e τ_5 : fazer o esboço do gráfico.

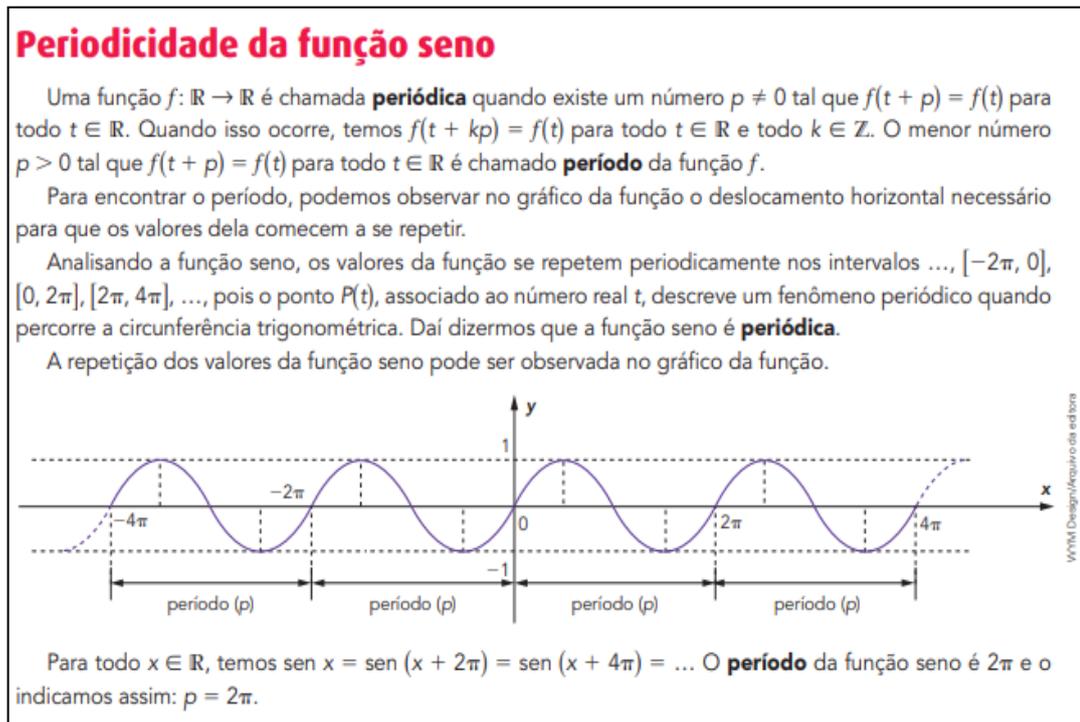
Figura 9: Tabelas e gráficos da função seno



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 62-63).

Ao tratar da periodicidade da função seno, é definindo uma função periódica e destaca a mesma técnica τ_6 (observar no gráfico o deslocamento horizontal necessário para que ele comece a se repetir) para realizar a tarefa t_4 (encontrar o período da função seno, é mencionada técnica).

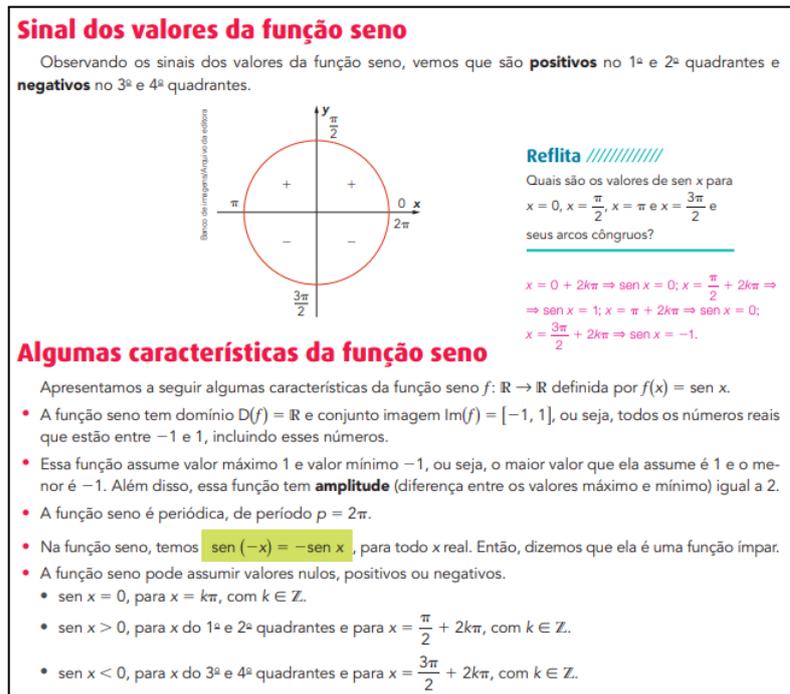
Figura 10: Abordagem da periodicidade da função seno no L2



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 63).

A subseção ‘Sinal dos valores da função seno’ apresenta de forma breve quando o sinal dos valores da função seno será positivo ou negativo.

Figura 11: Abordagem do sinal da função seno e alguma característica da função seno



Fonte: Dante e Viana (2020, p. 64).

Para fechar a seção 7 é mencionado algumas características da função seno.

2.3.3.1 A análise praxeológica dos tipos de Tarefas propostas sobre a função seno

Só após abordar ‘A função Cosseno’ que o livro apresenta uma atividade contemplando a função seno e cosseno.

Figura 12: Atividade envolvendo função seno presente na seção 2 do volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’ do Livro *Matemática em contextos*

Atividades //////////////// Não escreva no livro.

81. Considere as funções f e g , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , tal que $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \cos x$.

a) Calcule $f(\pi)$, $g(\pi)$, $f\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$ e $g\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$. *As respostas encontram-se nas Orientações específicas deste Manual.*

b) Determine o valor de x , com $x \in [0, 2\pi]$, tal que $f(x) = g(x)$.

c) Existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e $f(x) = g(x)$? Justifique sua resposta.

Fonte: Dante e Viana (2020, p. 66).

Na análise à luz da TAD, da atividade 81, presente na página 66, foi identificado três tipos de Tarefas e suas respectivas técnicas foram escritas com base na resolução presente nas orientações específicas do livro analisado.

Quadro 9: Organização Matemática da atividade 81 da seção 2 do volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’ do Livro ‘Matemática em contextos’

| Tarefa [t] | Técnica [τ] | Tecnologia-Teoria [θ, Θ] |
|---|---|--|
| t₂: Obter a função seno para o valor de x pertencente ao intervalo $[-\frac{3\pi}{4}, \pi]$ | τ ₂ : substituir o valor de x na função; τ ₃ : calcular o seno; | [θ, Θ] ₁ : Definição da função trigonométrica seno [θ, Θ] ₃ : Noção de função |
| t_{5b}: Determinar o valor de x no intervalo $[0, 2\pi]$ para que a função $\sin x$ seja igual a $\cos x$ | τ ₉ : Esboçar o ciclo trigonométrico; τ ₁₀ : Identificar no ciclo trigonométrico o valor de x que atenda a igualdade $\sin x = \cos x$; | |
| t₁₂: justificar se existe $x \in \mathbf{R}$ tal que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e $f(x) = g(x)$ | τ ₁₁ : Verificar no ciclo trigonométrico que no intervalo apresentado o $\sin x > 0$ e $\cos x < 0$. | |

Fonte: Dados da pesquisa.

Diante da OM da atividade 81 é possível perceber a presença das duas tarefas (t_{5b} e t₁₂) e três técnicas (τ₉, τ₁₀ e τ₁₁). Além disso, a questão apresenta a possibilidade de o estudante desenvolver a observação e argumentação a respeito do assunto abordado.

As demais questões presentes no livro sobre a função trigonométrica estão presentes na subseção 10 - Tecnologias digitais, onde das 26 questões foram consideradas 16 que envolvem diretamente a função seno para realizar uma parte da praxeologia, ficando restrito apenas a analisar seus gêneros, tipos de Tarefas e tarefas.

O livro contempla os seguintes gêneros de tarefas: comparar, construir, determinar, elaborar, identificar, justificar, observar, obter e relacionar. Sendo que o gênero de tarefa ‘determinar’ está presente na maioria das questões.

Quadro 10: Tipos de Tarefas e tarefas de cada uma das dezoito questões contemplando a função seno presente nas questões da página 72-76

| tipo de Tarefa [T] | Tarefa [t] | Questão associada (n°) |
|--|--|------------------------|
| T₂: Obter a função | t ₂ : Obter a função seno definida por $f(x) = a + b \cdot \sin(cx)$ | 89 |
| T₃: Construir o gráfico da função | t ₃ : Construir o gráfico das funções seno: $h(x) = 2 \cdot \sin x$; $f(x) = a + b \cdot \sin x$; $f(x) = a + b \cdot \sin(cx)$ | 83 (b), 87, 89 |
| T₆: Determinar a imagem da função | t ₆ : Determinar a imagem das funções seno: $h(x) = 2 \cdot \sin x$; $y = 70 - 15 \sin t$. | 83 (b), 90 |
| T₇: Determinar o período da função | t ₇ : Determinar o período das funções seno: $h(x) = 2 \cdot \sin x$; $f(x) = \sin 7x$; $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$; $f(x) = \sin 40 \cdot \sin \frac{\pi x - \pi}{2}$ | 83 (b), 85 (a e b), 92 |
| T₈: Identificar valores no gráfico | t ₈ : Identificar valores no gráfico da função seno: $f(x) = a + b \cdot \sin(cx)$ | 89 |

| | | |
|--|--|------------------------|
| T₉: Assinalar alternativa | t ₉ : Assinalar a alternativa correspondente a situação problema apresentada no enunciado das questões 88, 94 e 102. | 88, 94, 102 |
| T₁₃: Determinar o domínio | t ₁₃ : Determinar o domínio da função seno: $h(x) = 2 \cdot \text{sen } x$ | 83 (b) |
| T₁₄: Determinar a amplitude | t ₁₄ : Determinar a amplitude da função seno: $h(x) = 2 \cdot \text{sen } x$ | 83 (b) |
| T₁₅: Observar gráficos | t ₁₅ : Observar gráficos das funções seno: $h(x) = 2 \cdot \text{sen } x$; função sonora | 84, 99 |
| T₁₆: Comparar gráficos | t ₁₆ : Comparar gráficos da função seno: $h(x) = 2 \cdot \text{sen } x$; | 84 (c) |
| T₁₇: Determinar valores de máximo e mínimo | t ₁₇ : Determinar valores de máximo e mínimo das funções trigonométrica: $f(x) = \text{sen } x - 10$; $f(x) = \text{sen } x + \cos x$; $A(h) = 2 + 1,5 \cdot \text{sen } \left(\frac{\pi}{6}, h\right)$; $V(t) = 3 + 0,5 \cdot \text{sen } \frac{2\pi t}{5}$; $P(t) = 32000 - 9000 \text{sen } \left(\frac{\pi t}{12} - \frac{\pi}{6}\right)$. | 86 (a e d), 94, 95, 96 |
| T₁₈: Relacionar a amplitude | t ₁₈ : Relacionar a amplitude da função que modela a onda com a intensidade da onda | 99 (a) |
| T₁₉: Relacionar o período | t ₁₉ : Relacionar o período da função que modela a onda com a frequência da onda: $Y = a \cdot \text{sen } [b(x+c)]$ | 99 (b), 103 |
| T₂₀: Elaborar problemas | t ₂₀ : Elaborar um problema que possa ser modelado por uma função trigonométrica | 105 |

Fonte: Dados da pesquisa.

Nas questões 87 e 89, o enunciado não aborda explicitamente o gênero de tarefa construir, mas diante do que é solicitado ficou subentendido pela autora dessa dissertação que o tipo de Tarefa a ser realizado é exatamente a T₃. Pois na questão 87 o enunciado é: “Como podemos obter o gráfico da função do item a da atividade anterior, já tendo traçado o gráfico da função seno?” (Dante; Viana, 2020, p. 72) e no final do enunciado da questão 89 apresenta o seguinte: “[...] Marque esses pontos em um plano cartesiano e identifique a lei de uma função que oferece uma boa aproximação para esses dados” (Dante; Viana, 2020, p. 72).

Feita essa exploração no livro didático, será apresentado a seguir uma comparação da abordagem da função seno presente no volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’ do Livro ‘Matemática em contextos’, e as orientações da BNCC.

2.3.4 O que é esperado pela BNCC a respeito da função seno e o que está presente na seção 7 do volume ‘Trigonometria e sistemas lineares’ livro didático

Com relação as competências e habilidades específicas da área de matemática relacionada a função seno e que foram inferidas na página 38, o livro menciona apenas a C₃ e a habilidade EM13MAT306. A EM13MAT404 não é mencionada no capítulo 1 do livro, apesar de ela abordar explicitamente as funções seno “(EM13MAT404) Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da

comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais” (Brasil, 2018, p. 531, grifo do autor).

Já a habilidade (EM13MAT308) que não tinha sido inferida no tópico anterior está sendo citada no livro, segundo Brasil (2018, p. 529) a referida habilidade retrata sobre “Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança”.

Diante da estrutura organizacional local da seção 7 do livro analisado, percebe-se que na abordagem da função seno é apresentado primeiro a parte teórica para depois realizar aplicações do conteúdo. Adotando assim, uma abordagem que não condiz com as propostas da BNCC de trabalhar resolução de problemas, modelagem matemática ou a investigação matemática. A não ser que o professor faça adaptações durante a abordagem do assunto mencionado, utilizando em sua metodologia, por exemplo, pelo menos uma das tendências matemática mencionada.

A respeito das tarefas presentes no livro, inferimos que a questão 81 está próxima da proposta da BNCC quando o documento relata a necessidade de os estudantes estarem em “interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática” (Brasil, 2018, p. 519), para desenvolver as competências que envolvem o raciocinar. A competência de argumentar também envolve a abordagem de justificativas.

Os gêneros de tarefas abordados na seção 7 (comparar, construir, determinar, elaborar, identificar, justificar, observar, obter e relacionar) estão relacionados com o auxílio do desenvolvimento de competências indicadas por Brasil (2018), a exemplo de: raciocinar, representar, comunicar-se e argumentar. Temos os pares de ideias fundamentais, a saber: variação e constância; certeza e incerteza; movimento e posição; relações e inter-relações.

Diante do que foi exposto, foi possível considerar que na abordagem da função seno, o livro didático começou adaptar-se a proposta da BNCC, mas ainda é preciso explorar mais o pensamento crítico dos alunos e incentivar a investigação matemática.

No próximo tópico será feita uma discussão geral a respeito de tudo que foi apresentado, para, assim, chegar à questão de pesquisa norteadora desta dissertação.

Considerações parciais

As análises preliminares apresentadas nesta terceira seção, foram ponderadas segundo a três dimensões mencionadas por Artigue (1996): dimensão epistemológica, cognitiva e

didática. Elas apresentam características, respectivamente, ao conhecimento em estudo, cognitivas do público-alvo e do funcionamento educacional.

O conhecimento matemático a ser estudado nesta pesquisa é a noção da função trigonométrica seno. A respeito da dimensão epistemológica, sabe-se que o domínio trigonométrico passou por diversas modificações ao longo dos anos até assumir uma abordagem independente e foi conduzido por um domínio algébrico em detrimento do geométrico e astronômico, distanciando-se das suas razões de ser iniciais, que estavam ligadas à preocupações com as causas sociais da época, acarretando, pois, obstáculos epistemológicos, a exemplo do conhecimento de ângulos, ciclo trigonométrico, frações e a noção de função.

A respeito da dimensão cognitiva, apesar de não ter sido realizada uma análise dos estudantes, será levado em consideração as barreiras mencionadas nas pesquisas analisadas, as quais indicaram erros de manipulação algébrica, dificuldades quanto à linguagem matemática, bem como construções geométricas e algébricas da função.

Quanto à dimensão didática, o ensino básico (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio), no Brasil, está passando por modificações devido à implementação da BNCC. Dessa forma, o ensino seguirá uma linha de desenvolvimento de competências e habilidades, o que pode ser favorável para esta pesquisa, pois na TAD a praxeologia aborda o bloco prático [T - τ] que está próximo da ideia de habilidades “saber fazer” e os livros didáticos já estão sendo elaborados de acordo com as exigências da BNCC. As sugestões do referido documento norteador é que, no ensino de matemática, o papel heurístico das experimentações não seja esquecido, os conhecimentos desenvolvidos ao longo do ensino fundamental sejam ampliados por meio da investigação, modelagem e resolução de problemas, além de trabalhar com as ideias fundamentais matemáticas no Ensino Médio.

Ao levar em consideração essa análise preliminar, a autora desta dissertação acredita que a abordagem da noção de função seno precisa suprir barreiras de aprendizagem que vem sendo mencionadas constantemente em pesquisas e o atual cenário de ensino pode colaborar com este estudo, uma vez que a proposta da BNCC é desvincular o ensino pautado puramente em disciplinas para um ensino centrado no desenvolvimento de competências e habilidades.

Uma reflexão a ser feita é sobre a ausência dos mecanismos atencionais para a aprendizagem presente nos documentos oficiais, visto que já possuem estudos como o de Cosenza e Guerra (2011, p. 142-143), o qual aborda o seguinte: “o Cérebro é o órgão da aprendizagem [...] O trabalho do educador pode ser mais significativo quando ele conhece o funcionamento cerebral”.

Assim, esta pesquisa possui o objetivo de analisar como uma Organização Matemática e didática, com base na Teoria Antropológica do Didático para a condução de tipos de Tarefas, pode auxiliar na manifestação da Atenção Seletiva necessária durante a aprendizagem da noção da função seno. Buscando responder a seguinte questão de pesquisa: Como favorecer a manifestação da Atenção Seletiva necessária para auxiliar a aprendizagem da noção da função trigonométrica seno por meio de mecanismos atencionais e organizações matemáticas e didáticas?

Para tal, delineamos os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Identificar obstáculos epistemológicos que auxiliaram a evolução da noção da função seno;
- ✓ Levantar referências sobre os fatores que interferem a aprendizagem da função seno;
- ✓ Constatar a análise praxeológica relacionada à função seno presente no livro didático “Matemática em contextos”, da editora ática;
- ✓ Elaborar uma matriz de referência sobre a manifestação da Atenção Seletiva à luz de pesquisas que abordam a temática;
- ✓ Investigar entre os tipos de Tarefas selecionadas que possuem potencial para favorecer a manifestação da Atenção Seletiva;
- ✓ Construir uma Organização Matemática e didática com base na Teoria Antropológica do Didático para o ensino da função trigonométrica seno.

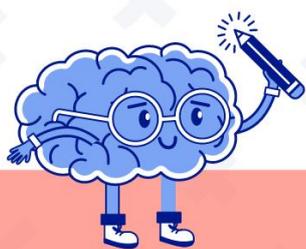
Em suma, para o desenvolvimento da próxima fase da Engenharia Didática Clássica, será considerada algumas condições e restrições. A depender do momento uma dada condição pode ser considerada uma restrição.

Quadro 11: Condições e restrições a serem consideradas sobre o ensino da função seno

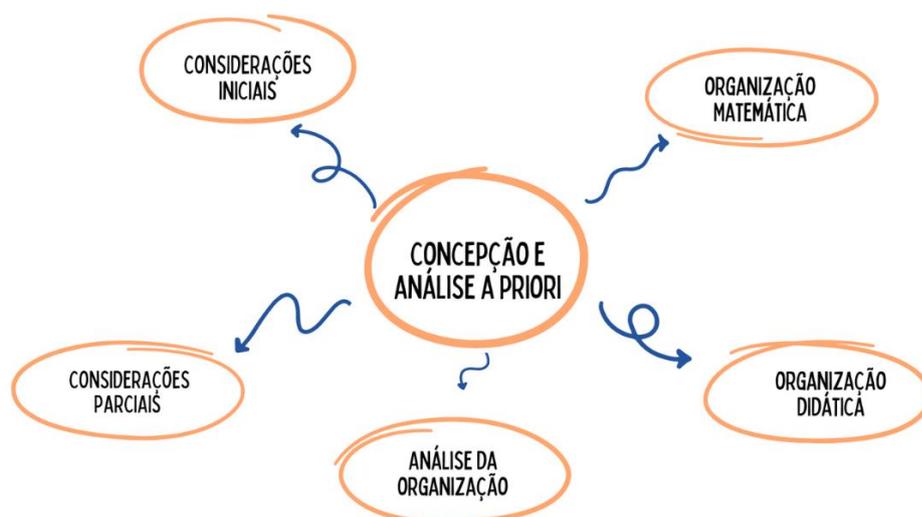
| Dimensão no nível | Considerações |
|-----------------------|---|
| Epistemológico | Conhecimentos relacionados a ângulo, ciclo trigonométrico, cálculo com frações, noção e representação algébrica e gráfica da função. |
| Cognitivo | Linguagem matemática, erros de manipulação algébrica, construções geométricas e algébricas da função, desenvolvimento da Atenção Seletiva e minimização dos elementos distraidores. |
| Didático | Conhecimento das relações métricas no triângulo retângulo e as leis dos senos e cossenos, atenção no momento de transição do estudo dos senos e cossenos no triângulo para o círculo, trabalhar com o desenvolvimento de competências e abordar a habilidade EM13MAT404 presente na BNCC. |

Fonte: A autora (2023).

Na próxima seção será apresentada a segunda fase da Engenharia Didática Clássica, contendo a Organização Didática e sua análise *a priori*.



SEÇÃO 3



Seção 3 – Concepção e análise *a priori*

A concepção e análise *a priori* ou projeto e análise *a priori* é a fase 2 da Engenharia Didática Clássica. Segundo Artigue (1996, p. 254), essa é a fase do pesquisador começar a “agir sobre um certo número de variáveis do sistema não corrigidas pelas restrições: *variáveis de controle* das quais ele assume quais variáveis são relevantes para o problema que está sendo estudado”. A referida autora menciona que essas variáveis são do tipo macro e microdidáticas referindo-se, respectivamente, a organização geral e local da engenharia.

O objetivo da análise *a priori* é, portanto, determinar como as escolhas feitas tornam possível controlar o comportamento dos alunos e seu significado. Para isso, será baseado em hipóteses e são essas hipóteses cuja validação estará, em princípio, em jogo indiretamente, no confronto realizada na quarta fase entre a *análise a priori* e a *posteriori*. Tradicionalmente, essa análise, que inclui uma parte descritiva e uma parte preditiva, **é uma análise focada nas características de uma situação didática que queremos constituir e que buscaremos fazer a devolução aos alunos** [...] (Artigue, 1996, p. 257, tradução e grifo nossos).

Portanto, esta é a fase de restringir as variáveis e realizar o desenho da sequência ou Organização Didática que será aplicada aos alunos.

Considerações iniciais

Esta é a fase da pesquisa onde serão apresentadas as variáveis para o problema que está sendo estudado, assim como a Organização Matemática e Didática. O objetivo desta seção é apresentar as escolhas adotadas pela autora mediante as considerações das seções anteriores para, dessa maneira, construir uma Organização Matemática e Didática, com base na Teoria Antropológica do Didático para o ensino da função trigonométrica seno.

Esta pesquisa não contará com a fase de experimentação, mas é importante destacar as variáveis para uma possível aplicação posterior, pois pode servir de base para que outras pessoas ou a própria autora continue o estudo.

Sendo assim, as variáveis macro didáticas iniciam com a escolha do referencial teórico. A relação entre a teoria da Atenção Seletiva e da Teoria Antropológica do Didático tem o intuito de constatar a possibilidade de relacionar a Neurociência Cognitiva e o ensino de matemática, além de evocar a atenção dos alunos para que eles consigam melhor compreender a noção da função trigonométrica seno.

O ambiente para uma possível aplicação também é uma variável global importante. Portanto, a Organização Didática foi elaborada com base na realidade de uma escola da rede pública de ensino, tomando como referência a Bahia (por ser o estado que reside a autora desta pesquisa), cujas salas comportam em torno de 45 alunos. É preciso levar em consideração o quantitativo de alunos em sala, o uso indevido de aparelhos eletrônicos, os materiais didáticos necessários, a exemplo de régua, compasso, transferidor, computadores, entre outros elementos.

Visando o fator tempo, que, muitas vezes, é um “inimigo” do professor na sala de aula, será optável a entrega de material impresso; e para realização das tarefas, é possível que seja feita em grupo, duplas e em outros momentos individualmente. Dessa forma, pode ocorrer a discussão, interação, autonomia e conhecimento em grupo e individual.

No nível micro didático, deverá ser considerado o desenvolvimento da habilidade EM13MAT404 presente na BNCC. Tal escolha está atrelada ao fato de a referida habilidade envolver diretamente a função trigonométrica seno e por não estar presente no livro didático analisado na seção anterior.

O tipo de praxeologia a ser adotado é uma variável a ser considerada, pois essa escolha reflete na elaboração da Organização Matemática. Assim, pensando na abrangência da praxeologia, será considerada a global, por envolver um conjunto de praxeologias obtidas por meio das teorias Θ_1 : Funções circulares/trigonométricas e Θ_2 : Atenção de integração de características.

Além disso, foi levado em consideração os conhecimentos previamente construídos, quais sejam, a noção de ângulo, ciclo trigonométrico, fração, noção e representação de função, linguagem matemática, transposição algébrica e geométrica, bem como os mecanismos de resolução de problemas. Todas as variáveis mencionadas serão úteis para elaboração do material e compreensão do assunto a ser abordado.

Chevallard (1999 *apud* Almououd, 2007, p. 123), menciona que quando um saber é associado às organizações, elas podem ser de espécies matemáticas e didáticas. “As organizações matemáticas referem-se à realidade matemática que se pode construir para ser desenvolvida em uma sala de aula e as organizações didáticas referem-se a maneira como se faz essa construção [...]”.

Dito isto, a seguir está presente a Organização Matemática (OM) adotada para a realização da Organização Didática (OD) a respeito da noção de função seno. Posteriormente, analisaremos a Organização Matemática e a Didática, e também serão mencionadas as considerações parciais a respeito desta seção e, por fim, traremos as considerações finais.

3.1 Organização Matemática para abordar a função seno

A Organização Matemática (OM) a ser apresentada está associada à noção da função trigonométrica seno, com base na realidade de uma sala de aula do ensino médio, em uma instituição pública que comporta até 45 alunos por sala.

A OM foi idealizada com o intuito de mobilizar a Atenção Seletiva dos alunos para que eles consigam assimilar o conhecimento a respeito do objeto matemático (função seno) de forma mais expressiva e duradoura. Para isso, o foco foi direcionado na abordagem das teorias Θ_1 : Funções circulares/trigonométricas e Θ_2 : Atenção de integração de características, caracterizando essa OM como uma Organização Matemática Global (OMG) na qual os blocos saber fazer (Tarefa/Técnica) e o bloco saber (Tecnologia/Teoria) são integrados.

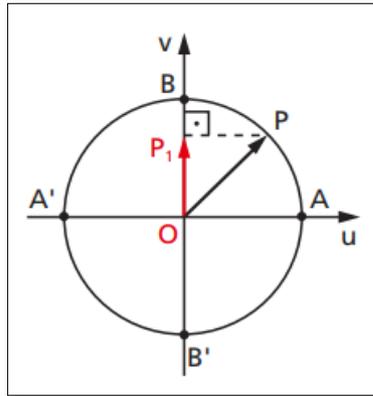
Mas antes de apresentar a OM, é importante conhecer o objeto matemático desta pesquisa: a noção de função seno, a qual discorreremos no tópico a seguir.

3.1.2 Função seno: o objeto matemático desta pesquisa

A respeito do objeto matemático abordado, foi levado em consideração a análise preliminar apresentada na seção 2, que destacou o distanciamento do surgimento da trigonometria para resolver problemas sociais e passou a ser apresentada de forma mais abstrata.

Como apresentamos na análise preliminar, segundo Boyer (2012), a função seno surgiu após os hindus realizarem a conversão da relação funcional entre as cordas de um círculo e os ângulos centrais para a correspondência entre a metade da corda de um círculo e metade do ângulo, obtendo, desse modo, o equivalente da função seno para as tabelas gregas de cordas.

Atualmente, a noção de função seno conhecida é definida da seguinte forma: “Dado um número real x , seja P sua imagem no ciclo. Denominamos seno de x (e indicamos $\text{sen } x$) a ordenada \overline{OP}_1 do ponto P em relação ao sistema uOv . Denominamos **função seno** a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que associa a cada real x o real $OP_1 = \text{sen } x$, isto é: $f(x) = \text{sen } x$ ” (Iezzi, 2013, p. 93, grifo do autor). Ao lado da definição, o referido autor ainda coloca a representação da função no ciclo trigonométrico.

Figura 13: Definição da função seno no ciclo trigonométrico

Fonte: Iezzi (2013, p. 93).

Em seguida, é mencionada as propriedades da função seno, lembrando propriedades da razão trigonométrica seno e são acrescentadas duas novas propriedades para função seno.

Figura 14: Propriedades da função seno

1ª) A imagem da função seno é o intervalo $[-1, 1]$, isto é, $-1 \leq \text{sen } x \leq 1$ para todo x real.

É imediata a justificação, pois, se P está no ciclo, sua ordenada pode variar apenas de -1 a $+1$.

2ª) A função seno é periódica e seu período é 2π .

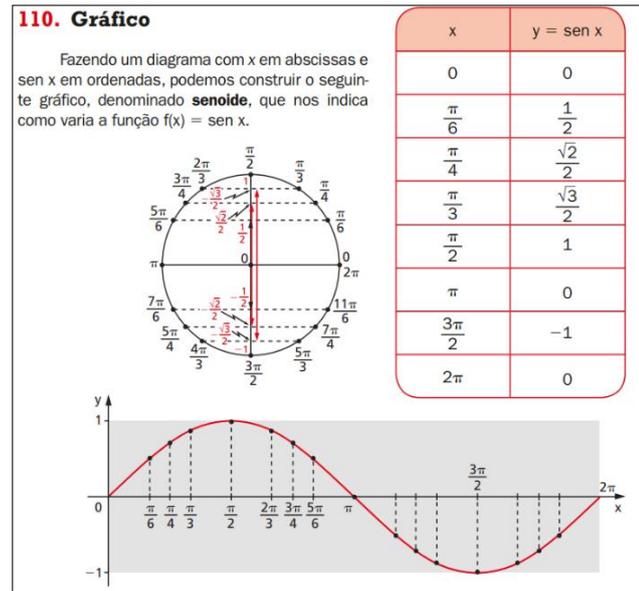
É imediato que, se $\text{sen } x = OP_1$ e $k \in \mathbb{Z}$, então $\text{sen } (x + k \cdot 2\pi) = OP_1$, pois x e $x + k \cdot 2\pi$ têm a mesma imagem P no ciclo. Temos, então, para todo x real:

$$\text{sen } x = \text{sen } (x + k \cdot 2\pi)$$

e, portanto, a função seno é periódica. Seu período é o menor valor positivo de $k \cdot 2\pi$, isto é, 2π .

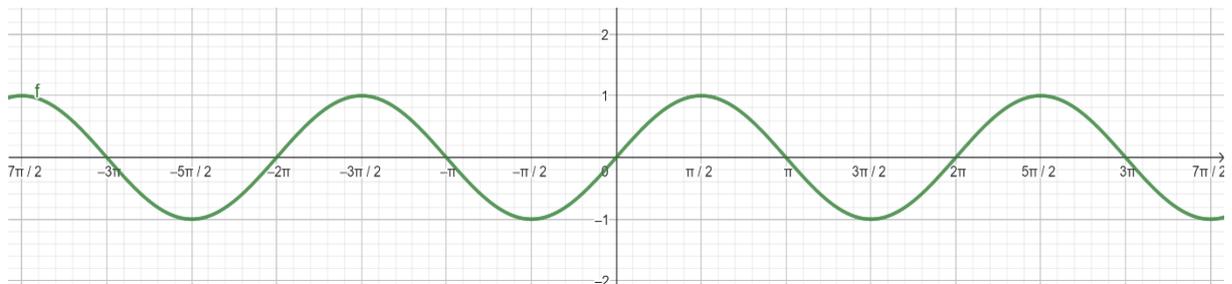
Fonte: Iezzi (2013, p. 94).

Essas propriedades são características importantes para a percepção e identificação da função seno. Elas serão consideradas na OM e OD de forma separada e conjunta para que os alunos possam reconhecer a função seno ao realizar a busca por suas características. Além disso, será considerado as diferentes maneiras de representação do objeto matemático, em estudo, para representá-lo graficamente.

Figura 15: Representação do gráfico da função seno

Fonte: Iezzi (2013, p. 94).

Perceba que Iezzi (2013) acrescenta o ciclo trigonométrico, possibilitando a associação entre o ciclo, a tabela e o gráfico. Como o domínio da função seno é o conjunto dos reais (\mathbb{R}), é possível estender a representação gráfica e obter o seguinte gráfico:

Figura 16: Representação do gráfico de $f(x) = \text{sen } (x)$ 

Fonte: A autora (2023).

No gráfico é possível identificar os elementos da função seno, como a periodicidade, domínio e imagem.

Feita essa exposição do objeto matemático a ser ensinado, segue a abaixo a Organização Matemática elaborada nesta pesquisa para ensinar a noção de função seno, de modo que o aluno possa conhecer e reconhecer a importância deste conhecimento para a sociedade, para o seu aprendizado e, também, para que consiga realizar um tratamento sistemático.

Quadro 12: Organização Matemática para abordar a função seno com base na TAD e TIC

| tipo de Tarefa [T] | Tarefa [t] | Técnica [τ] | Tecnologia [θ] | Teoria [Θ] |
|---|---|---|--|---|
| T ₁ : Conhecer e interpretar alguma situação problema. | t ₁ : Conhecer e interpretar alguma situação que envolva a função seno. | τ_1 : Realizar a leitura, identificar os conceitos apresentados, verificar as informações importantes. | θ_1 : Processamento da informação no cérebro e noção de Atenção Seletiva. | Θ_1 : Funções circulares/ trigonométricas Θ_2 : Atenção de integração de características. |
| T ₂ : Reconhecer a importância do estudo de função. | t ₂ : Reconhecer a importância do estudo da função seno. | τ_2 : Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto reconhecendo assim sua utilidade prática. | | |
| T ₃ : Relacionar a função por meio de diferentes representações. | t ₃ : Relacionar a função seno com pontos no ciclo trigonométrico ao gráfico no plano cartesiano e esboçar o gráfico da função. | τ_3 : Identificar objetos separadamente por meio do campo visual, ou seja, identificar os pontos correspondentes no ciclo e no plano cartesiano. | θ_2 : Definição da função seno, atenção focal. θ_3 : processos de cima para baixo. | |
| | | τ_4 : Realizar a integração de características registradas no foco. | | |
| | | τ_5 : Traçar o gráfico da função seno. | | |
| T ₄ : Identificar as características fundamentais da função. | t ₄ : Identificar as características fundamentais da função (periodicidade, domínio, imagem) em ciclos trigonométricos e planos cartesianos. | τ_3 : Identificar objetos separadamente por meio do campo visual. | | |
| | | τ_6 : Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. | | |
| | | τ_7 : Utilizar a atenção focal para auxiliar a percepção de características. | | |
| | | τ_8 : Comparar e associar representações no ciclo e no plano cartesiano com ou sem apoio da tecnologia. | | |
| T ₅ : Realizar diferentes tipos de Tarefas sobre função. | t ₅ : Realizar diferentes tipos de Tarefas sobre a função seno por meio de recursos variados. | τ_9 : Realizar a integração de características registradas no foco e, em seguida, descrevê-las. | θ_1 : Processamento da informação no cérebro e noção de Atenção Seletiva. θ_2 : Definição da função seno, atenção focal. θ_4 : mecanismos da resolução de problemas | |
| | | τ_{10} : Interpretar a tarefa envolvendo função seno. | | |
| | | τ_{11} : Planejar, executar ações favoráveis a resolução e utilizar estratégias para desenvolver as ações. | | |
| T ₆ : Promover a recuperação dos estudos relacionados a função | t ₆ : Promover a recuperação dos estudos relacionados a função seno. | τ_{12} : Resolver problemas que envolvam a função seno por meio de recursos variados | θ_1 : Processamento da informação no cérebro e noção de Atenção Seletiva. | |
| | | τ_{13} : Praticar a recuperação das informações por meio das tarefas apresentadas. | | |
| | | τ_{14} : Realizar a associação de informações existentes na memória com o estudo da função seno. | | |

| | | | | |
|---|--|---|---|--|
| T ₇ : Definir e reconhecer a noção de função | t ₇ : Definir e reconhecer a noção da função trigonométrica seno. | τ ₁₅ : Apresentar a definição da função seno por meio de suas características separadas ou em conjunção (por meio da pesquisa visual). | θ ₁ : Processamento da informação no cérebro e noção de Atenção Seletiva. θ ₂ : Definição da função seno, atenção focal. θ ₃ : processos de cima para baixo. | |
|---|--|---|---|--|

Fonte: A autora (2023).

Como já foi mencionado, a OM (Quadro 12) envolve duas teorias: uma de ensino, e outra da Neurociência Cognitiva. Essa junção derivou tarefas e técnicas, com o intuito de mobilizar a Atenção Seletiva dos alunos, uma vez que a atenção é um fator de grande importância para a aprendizagem. Conforme relata Gazzaniga *et al.* (2006) é por meio da atenção que o indivíduo irá conseguir processar as informações, pensamentos ou ações consideradas relevantes, enquanto outras tarefas são ignoradas.

Para auxiliar o professor sobre como utilizar a OM em sala de aula, tem-se, a seguir, a Organização Didática (OD).

3.2 Organização Didática para o ensino da noção de função seno

A Organização Didática a ser apresentada neste tópico, refere-se a uma possibilidade de o professor proporcionar a realidade matemática apresentada na OM (Quadro 12).

Tomando como referência as ideias de Chevallard (1999, p. 109) ao relatar que “uma Organização Didática se articula em tipos de Tarefas (geralmente cooperativas), em técnicas, em tecnologias, em teorias”. E que esta é uma forma de (re)construir o processo de estudo da OM, já que pode ser única para cada estudante (pois cada um poderá criar uma relação diferenciada com as tarefas propostas e desenvolvem, por isso, técnicas distintas), foi idealizado um conjunto de três atividades didáticas para abordar a noção de função seno em sala de aula.

Essas atividades didáticas possuem o mesmo status das chamadas tarefas didáticas mencionadas por Chevallard (1999) que, a depender do contexto, são cooperativas, ou seja, realizadas em conjunto, propondo autonomia para o aluno construir seu conhecimento.

Por não existir uma forma única de abordar uma OM, o autor supracitado aponta que terá momentos didáticos (ou de estudos) comuns referente a OD. Portanto, independente da tarefa didática, irá existir uma convergência para um determinado momento de estudo. Dessa forma, as atividades a serem apresentadas irão conduzir a algum (ns) dos momentos didáticos da OD.

Para tanto, foi feito um emparelhamento do Quadro 6 com a OM, obtendo uma idealização inicial de como poderá ocorrer cada um dos momentos de estudo da OD. Com base nessa proposta, as atividades didáticas foram sendo desenhadas. Observe o Quadro a seguir:

Quadro 13: Organização Didática para abordar a função seno com base na TAD e TIC

| Momentos de Estudo | | Como pode ocorrer | Como ocorrerá |
|--------------------|--|---|---|
| 1) | Primeiro encontro com a organização do objeto de estudo | <p>Analisar a identidade do objeto encontrado pela primeira vez questionando-se: O que é encontrado em um primeiro encontro?</p> <p>Identificar: quais as formas possíveis do primeiro encontro? Podendo ser por parte de uma questão cultural-mimética.</p> <p>Buscar e esclarecer de modo discursivo as razões de ser do objeto assim encontrado, ou seja, as razões de para quem este objeto foi construído, ou para quem, pelo menos, persiste na cultura.</p> <p>Propor situações fundamentais para que o aluno sozinho ou em grupo construa uma definição do objeto encontrado.</p> <p>Pode ocorrer o efeito Jourdain.</p> <p>O primeiro encontro não determina inteiramente a relação com o objeto que se constrói e rearranja ao longo do processo de estudo. Serve como um orientador do desenvolvimento das relações entre sujeito, objeto e instituição.</p> | <p>Por meio da história da matemática será comentado sobre as funções trigonométricas; depois serão utilizadas situações problema envolvendo o ciclo trigonométrico, fenômenos periódicos e o cálculo do seno. Como referência terá as tarefas t_1 e t_2.</p> <p>Nesse momento ocorrerá a exploração de forma individual e com a discussão coletiva</p> |
| 2) | Exploração do tipo de Tarefa e o desenvolvimento de uma técnica relativa ao tipo de Tarefa | <p>O estudo do problema irá consistir na criação e aperfeiçoamento de uma técnica relativa a problemas do mesmo tipo.</p> | <p>Realizar como referência a t_3 e t_4 com suas respectivas técnicas. Esse momento será feito por meio de atividades em grupo.</p> |
| 3) | Constituição do ambiente teórico e tecnológico referente a técnica | <p>Verificação da tecnologia e teoria envolvida, o que já pode ocorrer desde o primeiro momento com o objeto.</p> | <p>Ocorrerá durante todo o desenvolvimento da organização por meio da sondagem e possíveis indicativos da tecnologia e teoria.</p> |
| 4) | Trabalho da técnica | <p>Deve tanto aprimorar a técnica, tornando-a mais eficiente e confiável (o que geralmente requer retoques na tecnologia desenvolvida até então), quanto aumentar o domínio: este momento de testar a técnica supõe em particular um ou mais corpus de tarefas adequadas tanto qualitativa como quantitativamente.</p> | <p>Será aumentado gradualmente o nível de dificuldade das tarefas cujas técnicas iniciais serão aprimoradas e fortalecidas por meio da conexão entre elas. Esse será o momento da realização da t_5</p> |
| 5) | Institucionalização | <p>Possui o objetivo de especificar o que é "exatamente" a Organização Matemática desenvolvida, distinguindo em particular, por um lado, os elementos que, tendo contribuído para a sua construção, não existiam, não serão integrados, e por outro lado os elementos que entrarão definitivamente na Organização Matemática em questão.</p> | <p>Será feita a apresentação da definição de função seno e suas características por meio de uma aula expositiva e com a contribuição dos alunos a respeito das observações feitas durante a realização das tarefas anteriores. Com isso, estará sendo utilizado a t_6 e t_7.</p> |
| 6) | Avaliação | <p>Se articula no momento da institucionalização (da qual é, em certos</p> | <p>Ocorrerá durante todo o desenvolvimento da OD. Será</p> |

| | | |
|--|---|--|
| | aspectos, um sub-momento): o pressuposto de relações institucionais transcendentais com as pessoas, de fato, é a razão do projeto. Avaliar as relações pessoais referindo-as à norma que o momento da institucionalização terá, portanto, hipostasiado. | verificado, por meio de uma tarefa de reconhecimento da função seno com base em suas características, buscando os conhecimentos que ficaram registrados na memória de longo prazo. |
|--|---|--|

Fonte: A autora (2023).

Vale salientar que os momentos de estudos não estarão ocorrendo na ordem apresentada, as três atividades didáticas estarão contemplando um ou mais momentos de estudos que podem não seguir a sequência apresentada no Quadro 13, o que não invalida a Organização Didática. Almouloud (2007) comenta que os momentos didáticos não precisam seguir a ordem apresentada, pois não existe uma pré-definição da sequência em que eles irão ocorrer, podendo acontecer simultaneamente.

Todas as atividades didáticas tem um cabeçalho que iniciam explicitando a atividade, abordando os objetivos e o desenvolvimento da aula para auxiliar o professor no momento de utilização da Organização Didática a ser apresentada. Após essa explicação está presente a atividade no formato que será entregue ao aluno.

Assim, a primeira Atividade Didática ficou organizada da seguinte forma:



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA
ORIENTADOR: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca
ORIENTANDA: Gabriele Souza de Carvalho



Atividades da Organização Didática para o ensino e aprendizagem da função seno

O objetivo geral dessa Organização Didática é favorecer a manifestação da Atenção Seletiva necessária para auxiliar a aprendizagem da noção da função trigonométrica seno por meio de mecanismos atencionais e organizações matemáticas e didáticas.

Proposta da Atividade Didática 1: Um encontro com a função seno

Objetivos:

- ✓ Compreender a história das funções trigonométricas;
- ✓ Reconhecer a importância e surgimento dos conhecimentos a respeito da função seno;
- ✓ Explorar e interpretar situações que envolvam periodicidade;
- ✓ Resolver problemas contextualizados;

- ✓ Utilizar a atenção focal por meio da leitura e percepção das características;
- ✓ Promover o desenvolvimento da seletividade.

Desenvolvimento

Cada aluno receberá a **Atividade Didática 1** para que, individualmente, eles façam a leitura e realizem as questões. Inicialmente, os alunos receberão as duas primeiras páginas da atividade que vai até a questão 3, após a resolução será feita uma discussão a respeito das questões resolvidas. Nesse momento a proposta é que o aluno realize a busca visual e desenvolva sua atenção focal por meio da leitura do texto e posteriormente ele irá interpretar e resolver as questões.

Por fim, os alunos recebem a questão 4 e 5, que também serão discutidas e corrigidas após os alunos responderem (esse segundo momento pode ocorrer em dupla).

A seguir, está presente o modelo da **Atividade Didática 1**.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA
ORIENTADOR: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca
ORIENTANDA: Gabriele Souza de Carvalho



Atividade Didática 1: Um encontro com a função seno



Olá!
 Eu sou a professora Gabriele e quero levar você para um encontro com a função seno. Vamos lá?!
 Espero que você goste desse primeiro encontro.

1. Leia com atenção e realize as tarefas que aparecem nessa caminhada ao encontro com a função seno:

Antes de encontrar com a função seno, eu vou te lembrar a base dela, a trigonometria: palavra que tem origem grega, em que *trigonon* significa triângulo e *metron* significa medida, ou seja, a trigonometria é um ramo da matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos do triângulo.

Segundo a história da matemática, a trigonometria e as funções trigonométricas começaram a ser utilizadas como instrumento para resolver problemas sociais da época e era bastante útil para a astronomia, tinha muita relação com a geometria, depois passou a ter uma

base mais algébrica. Com o tempo, os estudos foram avançando e a trigonometria foi ficando cada vez mais independente.

Diversos povos contribuíram para o avanço dos conhecimentos trigonométricos, um deles foram os hindus, que converteram a relação funcional entre cordas de um círculo e ângulos centrais, fazendo surgir a introdução a função seno, isto é, uma das funções trigonométricas. Mas os grandes responsáveis por difundirem a trigonometria do seno para toda Europa foram os árabes e, com isso, o maior desenvolvimento da trigonometria foi no Egito, o árabe Al-Battani inovou utilizando o círculo de raio unitário. Os europeus também tiveram sua contribuição na trigonometria e os estudos avançaram para a trigonometria plana e a trigonometria esférica e as seis funções trigonométricas foram completamente utilizadas, sendo elas a função: seno, cosseno, tangente, secante, cossecante e cotangente.

Como você acabou de ler, os conhecimentos trigonométricos que conhecemos na atualidade, só foram possíveis devido à contribuição de diversos povos. Mas calma, o encontro ainda não terminou.

Atualmente, os conhecimentos trigonométricos são aplicáveis em diversas áreas, a exemplo da matemática, engenharia, física, astronomia, ciências náuticas, cartografia, música, geografia, arquitetura, medicina, computação, desenvolvimento de jogos, funções periódicas, entre outras áreas.

São muitas as aplicações da trigonometria e funções trigonométricas! Mas vamos adiantar esse encontro, pois essa aula só tem 50 minutos e, por falar nisso, você já reparou que cada aula possui essa mesma duração, ou seja, a cada 50 minutos o período se repete?



Chamamos isso de um fenômeno periódico (aquele que se repete sempre após o mesmo intervalo de tempo). Existem outros exemplos: o dia e a noite, o movimento da lua... Até poema tem para falar desse fenômeno na trigonometria:



Pôr do sol trigonométrico

Oscila a onda
 Baixa a maré
 Vem o pôr do sol
 A noite cai
 O pêndulo marca a hora
 Chega a onda sonora
 Os fenômenos sucedem-se em ritmos amenos
 Os ciclos repetem-se com simetria
 O cientista estudou
 E tudo são senos e cossenos
 Da trigonometria
 (Maria Augusta Neves)

Disponível em: <https://bityli.com/lmf3M6>. Acesso em: 26.02.2023

2. Diante da leitura qual a relação da trigonometria com os fenômenos periódicos?

3. Você lembra de algum outro fenômeno periódico? Caso não lembre faça uma pesquisa na internet a respeito de pelo menos dois exemplos de situações que envolvem esse fenômeno e registre as anotações:

Você já deve ter percebido que existem algumas informações necessárias para podermos encontrar a função seno. Todo esse percurso será importante para que você consiga compreender melhor a noção dessa função trigonométrica. A seguir tem uma situação bem interessante para você explorar, divirta-se!



4. Observe, reflita e responda os questionamentos a respeito da situação a seguir:

Mariana decidiu ir ao parque de diversões que está na sua cidade, chegando lá ela ficou encantada com a roda-gigante que viu e decidiu se aventurar. Sua amiga Vitória preferiu ficar só observando Mariana e aproveitou para descobrir algumas informações sobre a roda gigante, ela perguntou ao instrutor qual a distância que a roda gigante estava do solo e qual o diâmetro daquela roda.

O instrutor informou para Vitória que a roda gigante estava a 12 metros do chão e possuía um diâmetro de 20 metros.

Ao iniciar as voltas da roda gigante, Vitória ficou observando a amiga ficando em um ponto cada vez mais alto e depois retornando para um ponto mais baixo, em relação ao solo.

Passaram-se 8 minutos e Mariana tinha dado duas voltas pagando um valor de R\$ 10,00.

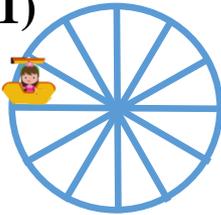
Vitória não conseguia parar de pensar no ponto mais alto que Mariana chegou durante as voltas no brinquedo, ela ficava apavorada só de lembrar, pois ela tem medo de altura. Vamos analisar as informações sobre a roda gigante e verificar algumas informações a respeito dessa aventura de Mariana nessa situação.



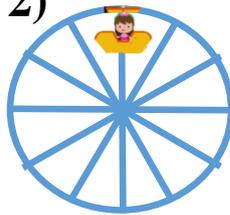
Fonte: <https://www.independentes.com.br/festadopeao/noticia/1901/rodagigantecom32metrosdealtura>

- a) Com as informações que tem no enunciado descubra quando foi o primeiro momento que Mariana esteve na posição mais alta da roda gigante com relação ao solo.
- b) Chegando no ponto mais alto da roda gigante, no primeiro giro, qual o período para Mariana retornar ao ponto mais baixo?
- c) Quanto tempo levou para Mariana ficasse pela primeira vez a 22m do solo?
- d) Vitória tirou uma foto da amiga no momento exato em que ela estava a 22 metros do solo. Verifique qual das representações abaixo melhor representa um possível local da cadeira que Mariana estava no momento da foto?

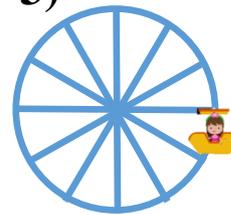
1)



2)



3)



- e) Existiria um outro local possível em que Mariana também estivesse a 22 metros do solo? Se sim, faça a representação.
- f) A qual altura do solo Mariana estava após 2,5? E após 7 minutos?
- g) Sabendo das informações anteriores, você se aventuraria assim como Mariana ou faria como Vitória e ficaria só observando? Comente.

5. Vamos explorar mais a situação anterior

- a) Podemos considerar a situação da roda gigante de fenômeno periódico? Justifique.
- b) Perceba que existe uma relação de dependência na situação da roda gigante mencionada na questão anterior. Sabendo disso, quais são as grandezas que estão sendo relacionadas?
- c) Qual a variável dependente e a independente?
- d) Preencha a tabela a seguir e depois represente as informações no plano cartesiano

| Tempo (minutos) | Distância com relação ao solo (metros) |
|-----------------|--|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | |

e) Você já estudou sobre alguma função que possui esse comportamento?



Esse encontro está rendendo vários outros encontros e reencontros, não é mesmo?

Não deixe de registrar as informações que você considera úteis sobre funções trigonométricas. E após a discussão da realização dessa tarefa você finalmente encontrará a **função seno**.

Atividade Didática 1: é um encontro com a função seno, propõe o contato dos alunos com o contexto histórico que a função seno está inserida, por meio da leitura do texto e ainda apresenta situações fundamentais para que o estudante comece a relacionar os acontecimentos reais como aplicações do conhecimento das funções trigonométricas, em especial, a função seno. Além disso, as questões da atividade estão propondo o resgate de informações as quais esperam-se que já tenham sido estudadas anteriormente, a exemplo do ciclo trigonométrico, cálculo do seno, noção de função, entre outros, estimulando, ainda, a associação de informações.

Assim sendo, a primeira atividade contempla os seguintes momentos de estudo: 1) Primeiro encontro com a organização do objeto de estudo; 2) Exploração do tipo de Tarefa e o desenvolvimento de uma técnica relativa ao tipo de Tarefa; e 3) Constituição do ambiente teórico e tecnológico referente à técnica. Para além dos momentos de estudo, estão presentes ações da Atenção Seletiva referente a Teoria de Integração de Características (TIC), que estão associadas a seus descritores (Quadro 5, p. 42-43), sendo elas:

Quadro 14: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 1

| | Ação | Descritores |
|----------------|---|--|
| A ₁ | Reconhecer a importância do assunto abordado utilizando estratégias, conceitos, procedimentos, entre outros elementos para interpretar situações em diversos contextos. | D ₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. |
| | | D ₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto. |
| A ₂ | Realizar diferentes tipos de Tarefas por meio de diferentes tipos de recursos. | D ₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. |
| | | D ₄ – Resolver problemas contextualizados por meio de diferentes recursos. |
| A ₃ | Estabelecer metas para serem seguidas. | D ₅ – Planejar e executar ações. |
| | | D ₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. |
| A ₄ | Minimizar elementos distraidores. | D ₇ – Utilizar recursos que envolva os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. |
| | | D ₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. |

| | | |
|----------------|--|--|
| A ₅ | Promover a recuperação das informações. | D ₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. |
| A ₆ | Promover a integração de características | D ₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual D ₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. D ₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. D ₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. |

Fonte: Dados da pesquisa.

Segunda Atividade Didática: Conhecendo e colocando em prática os conhecimentos sobre a noção de função seno, inicia com o resgate das informações estudadas na Atividade Didática 1 e irá contemplar os momentos de estudo 2) Exploração do tipo de Tarefa e o desenvolvimento de uma técnica relativa ao tipo de Tarefa; 3) Constituição do ambiente teórico e tecnológico referente à técnica e 5) Institucionalização, ao apresentar a noção de função seno por meio de um experimento utilizando o desenho do ciclo trigonométrico e linhas nas cores preta, vermelha e azul para que o estudante perceba a relação de dependência entre x e o $\sin x$.

Posteriormente, será realizado o momento 4) Trabalho da técnica, por meio da questão 2, onde os alunos poderão praticar a técnica de representar a função seno na tabela e no plano cartesiano, identificar algumas das características da função seno e perceber a relação entre as diferentes formas de representar a relação de x com $\sin x$.

Diante disto, a Atividade Didática 2 ficou desenhada da seguinte forma:



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA
ORIENTADOR: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca
ORIENTANDA: Gabriele Souza de Carvalho



Proposta da Atividade Didática 2: Conhecendo e colocando em prática os conhecimentos sobre a noção de função seno

Objetivos:

- ✓ Identificar e aperfeiçoar técnicas para o reconhecimento da função seno;
- ✓ Representar a função seno de forma algébrica e geométrica;



- ✓ Realizar a conversão da representação da função seno utilizando a forma algébrica e geométrica;
- ✓ Possibilitar a definição da função seno por meio da integração de suas características separadas e/ou em conjunção;
- ✓ Recuperar e fortalecer as memórias da **Atividade Didática 1**;
- ✓ Realizar associações com informações existentes na memória.

Desenvolvimento

Retomar a situação da roda gigante para comentar sobre o movimento circular e relacioná-lo com o ciclo trigonométrico que já deve ter sido abordado antes de chegar na noção da função seno. Assim, a **Atividade didática 2** ocorrerá mediante os passos apresentados a seguir.

1. Retomar brevemente a representação do seno no ciclo trigonométrico para que eles lembrem essa representação. Para isto, será feita a **Atividade didática 2** onde será solicitado que eles determinem alguns valores de $\sin x$ e depois será feito um mural representando o seno de cada elemento x .

Após a exibição e discussão das representações, mostrar que está existindo uma relação de dependência entre x e $\sin x$, ou seja, para cada número real x associa-se um único valor real $OX1 = \sin x$. Sendo que esta relação é chamada de função trigonométrica seno e pode ser representada por $f(x) = \sin x$.

2. Após definir a função seno, será apresentada a **questão 2 e 3 da Atividade didática 2** onde será feita a conversão da representação no ciclo para a tabela e posteriormente para o gráfico.
3. Registrar as características observadas na função trigonométrica seno para que seja possível combinar as características e identificar quando uma função é do tipo $\sin x$. **Utilizar a questão 4 e 5 da Atividade 2.**

- ✓ Utilize as representações anteriores para investigar regularidades e características na representação gráfica.
- ✓ Verifique com os alunos se eles estão percebendo alguma regularidade e qual seria, caso eles não respondam comece a instigar, perguntando se existe uma repetição, qual nome pode ser atribuído a esse fenômeno, qual o intervalo que essa repetição ocorre? Qual o domínio e a imagem dessa função?

- ✓ Feito isso, registrar no quadro as observações feitas. Destacar os pontos de máximo e mínimo, definindo, assim, a amplitude;
- ✓ Solicitar que os alunos verifiquem em qual intervalo a função é crescente ou decrescente;
- ✓ Solicite que os alunos façam um resumo sobre o que eles entenderam das aulas e comentem a tarefa que mais chamou a atenção deles.

A seguir está presente o modelo da **Atividade Didática 2**.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA
ORIENTADOR: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca
ORIENTANDA: Gabriele Souza de Carvalho



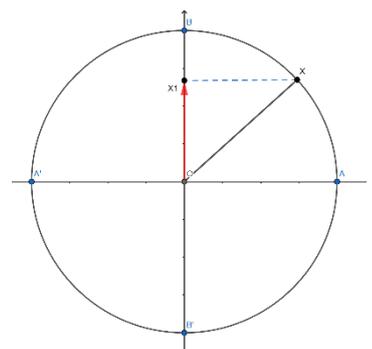
Atividade Didática 2: Conhecendo e colocando em prática os conhecimentos sobre a noção de função seno

1. Com base na legenda, a seguir, utilize as linhas entregues para realizar a representação do $\sin x$, sendo $x = \frac{\pi}{3}$. (Observe o exemplo)

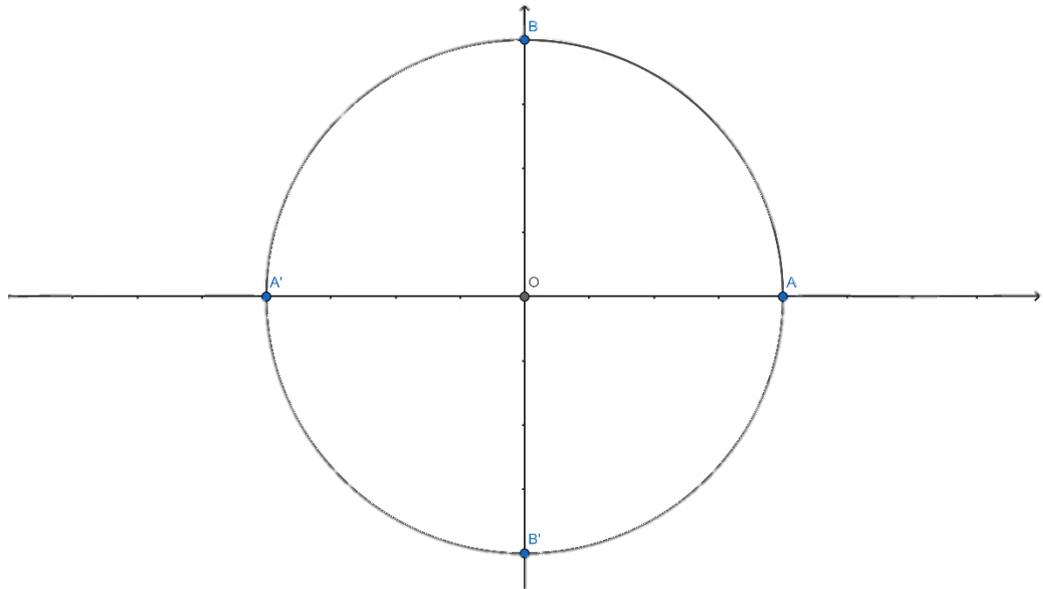
Legenda - Associação da cor da linha e sua utilidade

| Cor da linha | Utilidade |
|-----------------|---|
| Preta | Representar a ligação do centro a um ponto da circunferência (raio) |
| Vermelha | Representar o seno |
| Azul | Representar a ligação entre o ponto e o eixo dos senos |

Exemplo



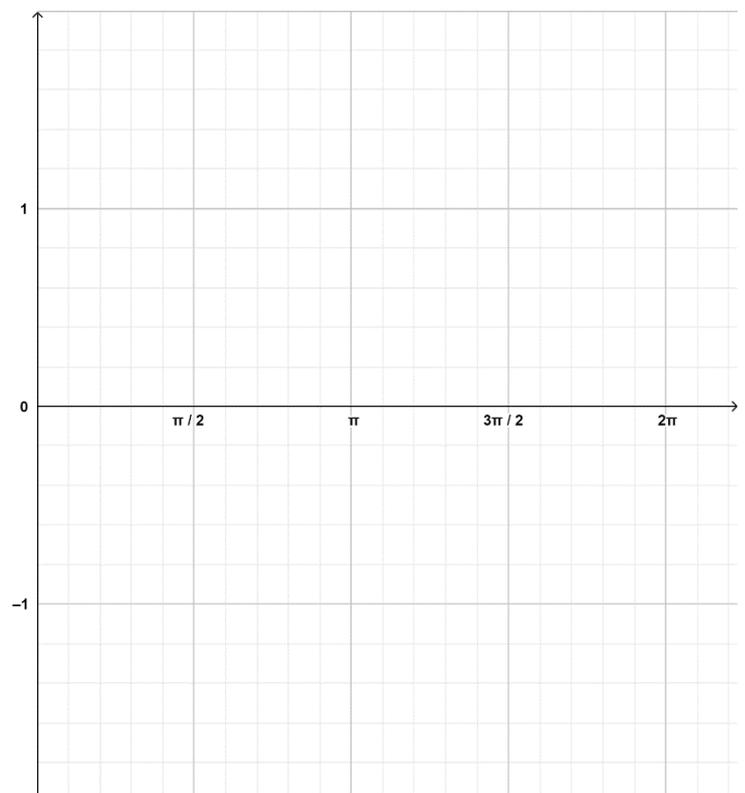
- ✓ Agora é com você, represente o $\sin \frac{\pi}{3}$



O comprimento do arco equivale a $2\pi \cdot r$ e, uma volta completa do círculo equivale a 360° , como o raio é unitário e o ângulo é o comprimento do raio então terá $360^\circ = 2\pi$.
Dessa forma, $180^\circ = \pi$, pois equivale à metade do arco.

2. Agora, converta as representações do ciclo trigonométrico para a tabela e, posteriormente, para o plano cartesiano.

| X | Y = sen x |
|------------------|-----------|
| 0 | |
| $\frac{\pi}{6}$ | |
| $\frac{\pi}{4}$ | |
| $\frac{\pi}{3}$ | |
| $\frac{\pi}{2}$ | |
| π | |
| $\frac{3\pi}{2}$ | |
| 2π | |



3. De acordo com a questão 2, faça as representações na tabela e no plano cartesiano para $f(x) = -\text{sen } x$.

4. Complemente as características que possibilitam identificar a função trigonométrica seno.



Algumas características da função seno

- ✓ A função seno tem domínio $D(f) = \underline{\hspace{2cm}}$ e conjunto imagem = $[\underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}]$ ou seja, todos os números reais que estão entre $\underline{\hspace{1cm}}$ e $\underline{\hspace{1cm}}$, incluindo esses números.
- ✓ Essa função assume valor máximo $\underline{\hspace{1cm}}$ e valor mínimo $\underline{\hspace{1cm}}$, ou seja, o maior valor que ela assume é $\underline{\hspace{1cm}}$ e o menor é $\underline{\hspace{1cm}}$. Além disso, essa função tem amplitude (diferença entre os valores máximos e mínimos) igual a 2.
- ✓ A função seno é periódica, de período $p = \underline{\hspace{2cm}}$.
- ✓ Ela é uma função ímpar, ou seja, $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. Comente sobre o que mais chamou a sua atenção durante as tarefas desenvolvidas e o que você conseguiu compreender sobre a função trigonométrica seno.

Para a Atividade Didática 2 apresentada, também foram consideradas ações da Atenção Seletiva referente à Teoria de Integração de Características (TIC) obtendo como referência as seguintes ações:

Quadro 15: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 2

| | Ação | Descritores |
|----------------------|---|---|
| A₁ | Reconhecer a importância do assunto abordado utilizando estratégias, conceitos, procedimentos, entre outros elementos para interpretar situações em diversos contextos. | D ₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. |
| A₂ | Realizar diferentes tipos de Tarefas por meio de diferentes tipos de recursos. | D ₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. |
| A₃ | Estabelecer metas para serem seguidas. | D ₅ – Planejar e executar ações. D ₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. |
| A₄ | Minimizar elementos distraidores. | D ₇ – Utilizar recursos que envolva os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. D ₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. |
| A₅ | Promover a recuperação das informações. | D ₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. |

| | | |
|----|--|--|
| A6 | Promover a integração de características | D ₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual |
| | | D ₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. |
| | | D ₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. |
| | | D ₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. |
| | | D ₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). |
| | | D ₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). |
| | | D ₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. |

Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, a Atividade Didática 3: Reconhecendo e verificando os conhecimentos adquiridos sobre a noção de função seno, foi desenhada para aprimorar e fortalecer os conhecimentos desenvolvidos nas atividades didáticas 1 e 2 a respeito da noção da função seno por meio do resgate das informações e aprimoramento das técnicas.

Assim, os momentos de estudo contemplados na Atividade Didática 3 são o: 2) Exploração do tipo de Tarefa e o desenvolvimento de uma técnica relativa ao tipo de Tarefa; 3) Constituição do ambiente teórico e tecnológico referente à técnica; 4) Trabalho da técnica; 5) Institucionalização, ao apresentar a noção de função seno e 6) Avaliação.

Posto isso, a seguir, está sendo apresentada a Atividade Didática 3.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA**

ORIENTADOR: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca

ORIENTANDA: Gabriele Souza de Carvalho



**Proposta da Atividade Didática 3: Reconhecendo e verificando os
conhecimentos adquiridos sobre a noção de função seno**

Objetivos:

- ✓ Reforçar os conhecimentos sobre a função seno;
- ✓ Aprimorar as técnicas para identificação e representação da função seno;
- ✓ Recuperar as informações estudadas nas aulas anteriores;
- ✓ Identificar objetos separadamente por meio do campo visual;
- ✓ Combinar características disjuntas;



- ✓ Realizar a integração de características registradas no foco;
- ✓ Verificar os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades didáticas.

Desenvolvimento

1. Iniciar a aula fazendo uma retrospectiva do que foi estudado nas aulas anteriores, para isto, será preciso escolher alguns alunos aleatoriamente para comentarem sobre: o que é e algumas as características da função seno. A intenção é que os alunos resgatem essas informações na memória de longo prazo.
2. Realizar a aplicação do **jogo Foco na função seno**. Esse jogo consiste em Identificar as características fundamentais da função (periodicidade, domínio, imagem) em ciclos trigonométricos e planos cartesianos com ou sem apoio de tecnologia (Habilidade EM13MAT404). Será apresentada representações da função seno e de outros tipos de função para que eles façam o reconhecimento delas e expliquem por que escolheram aquela figura.
3. O professor poderá registrar sua avaliação por meio da ficha de avaliação por grupo que está presente no jogo.

A seguir, está presente o modelo da **Atividade Didática 3**.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA
ORIENTADOR: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca
ORIENTANDA: Gabriele Souza de Carvalho



Atividade Didática 3: Reconhecendo e verificando os conhecimentos adquiridos sobre a noção de função seno

Essa é a segunda etapa da Atividade Didática 3 e será desenvolvida por meio do jogo ‘Foco na função seno’, que propõe o desenvolvimento da **Habilidade EM13MAT404**:

Identificar as características fundamentais da função (periodicidade, domínio, imagem), em ciclos trigonométricos e planos cartesianos por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

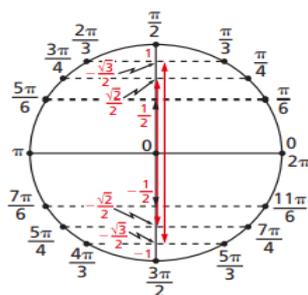
Material: O jogo é composto por cartas. Elas apresentam separadamente a representação da função seno no plano cartesiano, no ciclo trigonométrico, na forma algébrica, na tabela e algumas características na linguagem natural.

Como jogar: Separar a turma em grupos de, no máximo, 5 alunos, cada um deles irá procurar uma das figuras que possa representar a função seno e/ou suas características. Deve ser feito um sorteio inicial para verificar por qual tipo de representação será iniciado. Feito isso, a busca das cartas deverá ocorrer da seguinte maneira:

- ✓ Um aluno de cada grupo irá escolher uma das cartas de acordo com a representação sorteada;
- ✓ Esse aluno irá levar a carta para que os demais componentes do grupo analisem e comecem a identificar as características presentes na representação para que outro aluno de cada grupo possa ir em busca da carta complementar que possui a representação associada a carta anterior.
- ✓ O segundo aluno retorna para o grupo com a carta escolhida e novamente é feita uma discussão para verificar se as cartas são realmente complementares.
- ✓ Um terceiro aluno do grupo vai em busca de outra carta e leva ao grupo para discussão e esse processo vai se repetindo até que as 5 cartas referente a função seno seja encontrada.

Por fim, os grupos socializam as figuras identificadas e justificam a associação entre elas.

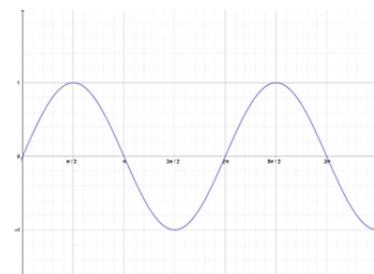
Modelo das cartas:



Algumas características

- Domínio (f) = \mathbb{R}
- Imagem (f) = $[-1, 1]$
- Amplitude = 2
- Período = 2π

$$f(x) = \text{sen } x$$



| x | y = sen x |
|------------------|----------------------|
| 0 | 0 |
| $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\frac{\pi}{2}$ | 1 |
| π | 0 |
| $\frac{3\pi}{2}$ | -1 |
| 2π | 0 |

Ficha de avaliação para o professor:

Componentes do Grupo 1:

AVALIAÇÃO

| Itens | Sim | Não | Em parte | Observação |
|--|-----|-----|----------|------------|
| Todos os alunos presentes participaram do jogo; | | | | |
| As características foram identificadas corretamente; | | | | |
| Foi feita a justificativa da associação das figuras; | | | | |
| Os alunos mantiveram a concentração e atenção na proposta do jogo; | | | | |
| Os alunos demonstraram ter domínio do conhecimento da função seno. | | | | |

Comentários: _____

Vale salientar que o jogo é composto por 20 cartas¹³, mas na atividade só foi apresentado o modelo de 5 cartas. E assim como nas atividades didáticas 1 e 2, na Atividade Didática 3 também estão presentes ações da Atenção Seletiva referente a Teoria de Integração de Características (TIC), inclusive o jogo foi totalmente idealizado com base nas ideias da Teoria de Integração de Características.

¹³ Ver Apêndice B.

Quadro 16: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 3

| | Ação | Descritores |
|----------------------|--|--|
| A₂ | Realizar diferentes tipos de Tarefas por meio de diferentes tipos de recursos. | D ₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. |
| A₃ | Estabelecer metas para serem seguidas. | D ₅ – Planejar e executar ações. D ₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. |
| A₄ | Minimizar elementos distraidores. | D ₇ – Utilizar recursos que envolva os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. D ₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. |
| A₅ | Promover a recuperação das informações. | D ₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). D ₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. |
| A₆ | Promover a integração de características | D ₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual D ₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. D ₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. D ₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. D ₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). D ₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). D ₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. |

Fonte: Dados da pesquisa.

As três atividades didáticas apresentadas estão sendo propostas como um caminho para o professor abordar a noção da função seno com o intuito de mobilizar a Atenção Seletiva dos alunos e por esse motivo elas contemplam conhecimentos de uma Teoria de Ensino: a TAD e outra da Neurociência Cognitiva: a TIC.

Após essa abordagem da Organização Matemática e Organização Didática, será apresentada a análise dessas organizações buscando atender ao objetivo desta pesquisa que é o de analisar como uma Organização Matemática e Didática com base na Teoria Antropológica do Didático para a condução de tipos de Tarefas pode auxiliar na manifestação da Atenção Seletiva necessária durante a aprendizagem da noção da função seno.

3.3 Análises das organizações

Neste tópico está presente as análises realizadas a respeito das organizações matemática criadas pela autora desta pesquisa. Para realizar essa análise, foram utilizados os aportes teóricos desta pesquisa, apesar de não realizar a aplicação das atividades didáticas com alunos, foi feita uma validação interna por meio de um questionário online formulado no *google forms*¹⁴ com seis membros do grupo de pesquisa neuroMATH e outras duas pessoas não integrantes do neuroMATH, sendo uma professora de Ensino Superior com conhecimento na Teoria Antropológica do Didática e uma professora de Ensino Médio também com conhecimentos sobre a TAD e com experiência de sala de aula no Ensino Médio. A formação inicial de todos é de licenciatura em matemática.

Essa validação serviu como uma forma de complementar a análise e constatar com profissionais da área de educação se as organizações estavam objetivas, com potencialidades para serem aplicadas numa aula de matemática e se atendiam a requisitos da TAD e TIC. Buscando por diferentes perspectivas, foram observados diferentes olhares a respeito das organizações contando com pessoas que possuíam conhecimentos a respeito de alguma das teorias TAD e TIC e até mesmo com experiência no Ensino Médio.

Apenas duas pessoas que participaram da validação informaram não ter atuado no Ensino Médio, mas todos sinalizaram ter estudado sobre o objeto matemático de pesquisa (função seno) em algum momento de sua vida.

3.3.1 Análise da Organização Matemática

Sobre a Organização Matemática (Quadro 12) todos os participantes da validação constataram que a OM idealizada para o ensino da noção de função seno contempla o quarteto praxeológico (Tarefa, Técnica, Tecnologia e Teoria).

A respeito do bloco saber fazer (Tarefa/Técnica), têm-se para cada tipo de Tarefa [T] uma Tarefa [t] associada, esta é mais específica, a exemplo de T_1 : Conhecer e interpretar alguma situação problema e t_1 : Conhecer e interpretar alguma situação que envolva a função seno. Perceba que t_1 especificou que a situação problema é relacionada a função seno. O gênero desta tarefa é conhecer. Nas demais tarefas, os gêneros são: Reconhecer, Relacionar, Esboçar, Identificar, Realizar, Promover e Definir.

¹⁴ Link do modelo de formulário: <https://forms.gle/oLoDDLbfgqM9j6vY6>.

A OM também contempla os pares de ideias fundamentais mencionadas em Brasil (2018, p. 520-521), foi possível identificar a Variação e Constância “envolve observar, imaginar, abstrair, discernir e reconhecer características comuns e diferentes ou o que mudou e o que permaneceu invariante, expressar e representar (ou descrever) padrões, generalizando-os”. O par certeza e incerteza estão associado “ao estudo de fenômenos aleatórios, à obtenção de medidas no mundo físico, a estimativas, análises e inferências estatísticas e a argumentações e demonstrações algébricas ou geométricas. Mas ela engloba muitas outras ideias”. Movimento e posição é o par de ideia fundamental onde “estão presentes na localização de números em retas, de figuras ou configurações no plano cartesiano e no espaço tridimensional [...]”.

Além desses pares foi identificado em Machado (2015) as seguintes ideias fundamentais e seus conteúdos associados.

Quadro 17: Ideias Fundamentais relacionadas a OM

| Ideias fundamentais | Conteúdos disciplinares |
|---------------------|---|
| Medida | Grandezas discretas e contínuas, padrões, comprimentos, áreas, volumes, sistemas de unidades,... |
| Aproximação | Estimativas, cálculo mental, números irracionais, médias, desvios, ordens de grandeza, notação científica,... |
| Interdependência | Funções, gráficos, variação, funções polinomiais, exponenciais e logarítmicas, composição de funções,... |
| Invariância | Regularidades, sequências, classificações, geometria, poliedros, padrões, periodicidade, ... |
| Representação | Linguagem matemática, formas, construções, medidas, simetria, semelhança, posições relativas, mapas, ... |
| Problematização | Linguagem matemática, linguagem natural, equações, inequações, sistemas, modelagem, otimização,... |

Fonte: Adaptado de Machado (2015, p. 4-5).

Para que as ideias fundamentais e as tarefas sejam desenvolvidas, é preciso que exista a técnica, ou seja, a maneira de fazer a tarefa. Como a OM propõe o ensino do objeto matemático de estudo por meio da TAD e TIC poderá existir técnicas desconhecidas e consideradas problemáticas. Segundo Chevallard (1994), a partir do momento que essas técnicas forem dominadas, as tarefas passarão a se tornar rotineiras e deixarão de ser uma tarefa, pois será algo natural de ser realizado.

As técnicas também contam com dois tipos de objetos: *ostensivos* e *não-ostensivos*. A diferença entre eles é explicada por Chevallard (1994) com sendo o objeto *ostensivo* com a característica de ser manipulável e os *não-ostensivos* é o contrário do *ostensivo*. Ao levar em consideração essas observações, as técnicas apresentadas na OM contemplam:

Quadro 18: Tipos de objetos presentes *ostensivos* e *não-ostensivos* presentes na OM

| Objetos ostensivos | Objetos não-ostensivos |
|--|---|
| Leitura | Conceitos a respeito das funções trigonométricas. |
| Discussão | Noção de fenômenos periódicos |
| Atividades didáticas | Manipulação de operações da matemática básica |
| Linha de cores variadas | Noção de função |
| Representações no ciclo trigonométrico | Conceito de seno |
| Representação gráfica | Noção de ciclo trigonométrico |
| Representações na tabela | Noção de função seno |
| Resolução escrita | Manipulação da Atenção Seletiva |

Fonte: Dados da pesquisa.

Segundo Chevallard (1994), os referidos objetos possuem uma relação dialética onde a manipulação de um *ostensivo* irá evocar os *não-ostensivos*.

O bloco saber (Tecnologia/Teoria) estão associados à Atenção Seletiva relacionada à Teoria da Integração de Características e as Funções circulares/trigonométricas. Este é o aparato teórico/tecnológico que sustentam as técnicas da OM.

A proposta de relacionar uma teoria de ensino com a Neurociência Cognitiva está baseada nas ideias de Cosenza e Guerra (2011) ao ressaltar que pôr o cérebro ser o grande responsável pela aprendizagem, se faz necessário que os professores conheçam o funcionamento dele. Além disso, os estudos e discussões do grupo neuroMATH também influenciaram nessa proposta de associação entre a área da Educação e da Neurociência Cognitiva.

Para validar o bloco saber, principalmente a presença da Teoria de Integração de Características foi perguntado no questionário se a OM propõe elementos favoráveis para mobilização da Atenção Seletiva, se a OM propõe elementos desfavoráveis para mobilização da Atenção Seletiva e foi solicitado que fosse selecionado os descritores da Atenção Seletiva com referência na Teoria da Atenção de Integração de Características (TIC) que a OM tem potencialidade de promover.

Seis participantes confirmaram que a OM propõe elementos favoráveis para mobilização da Atenção Seletiva e dois participantes informaram que não tem conhecimento sobre a Atenção Seletiva. Dos descritores selecionados a respeito da OM, os participantes da validação fizeram as seguintes seleções:

Quadro 19: Descritores selecionados pelos participantes da validação

| Descritores | V ₁ | V ₂ | V ₃ | V ₄ | V ₅ | V ₆ | V ₇ | V ₈ |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| D₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| D₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| D₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. | | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| D₄ – Resolver problemas contextualizados por meio de diferentes recursos. | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| D₅ – Planejar e executar ações. | | | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ |
| D₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| D₇ – Utilizar recursos que envolvam os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. | ✓ | | ✓ | | ✓ | | | |
| D₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| D₁₂ – Utilizar elementos variados, como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. | ✓ | | ✓ | | ✓ | | ✓ | |
| D₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. | ✓ | | ✓ | | ✓ | | ✓ | |
| D₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | |

Fonte: Dados da pesquisa.

É possível perceber que um dos descritores menos identificado foi o D₈, sendo possível conjecturar que este descritor estará mais presente no momento das ações do professor ao realizar escolhas assertivas para que os alunos façam essa mobilização da Atenção Seletiva, selecionando a atividade em detrimento de outros elementos.

O D₅, D₇, D₉, D₁₂ e D₁₄ também são descritores que podem estar mais visíveis durante a proposta das atividades didáticas e pode ter sido por esse motivo que apenas a metade dos participantes os destacaram.

Diante da análise da OM, cinco participantes consideraram que ela possui chances de contribuir com o ensino e aprendizagem da função trigonométrica seno e três mencionaram que a OM talvez tenha essa chance. Já ao perguntar se a OM possui potencialidade de ser desenvolvida com alunos da rede pública de ensino, 6 responderam que sim e 2 responderam que talvez.

Por fim, ao solicitar a consideração a respeito da OM apresentada, 5 participantes apresentaram as seguintes respostas:

Quadro 20: Consideração da OM feita pelos participantes da validação.

| Validador | Consideração sobre a OM |
|----------------|---|
| V ₃ | Meu olhar tem uma limitação por não conhecer a TAD, no entanto, considerado a OM e a TIC, creio que você conseguiu organizar elementos que possibilitarão a aprendizagem da função seno, alicerçada na atenção seletiva. |
| V ₄ | Adequada |
| V ₅ | A OM apresenta um potencial para mobilizar a atenção seletiva através da utilização da TIC, e com isso contribuir para a aprendizagem da função trigonométrica seno. O planejamento da OM permite boas articulações com os descritores da atenção seletiva. |
| V ₆ | Está bem esclarecida. |
| V ₇ | Vejo muito potencial na OM, porém para uma validação mais criteriosa eu precisaria conhecer um pouco mais sobre a TIC. |

Fonte: Dados da pesquisa.

Diante do que foi apresentado, os diferentes olhares sobre a OM convergiram para a potencialidade de ela ser utilizada em sala de aula, e é possível considerar que a OM atende elementos da TAD e TIC. Mas vale destacar que para verificar a real potencialidade que ela oferece para o ensino e aprendizagem da noção de função seno é preciso aplicá-la com alunos do Ensino Médio.

No tópico a seguir, será apresentada a análise da OD e suas Atividades Didáticas.

3.3.2 Análise da Organização Didática

A Organização Didática apresentada (Quadro 13) é uma forma resumida de exibir os momentos de estudo que serão desenvolvidos mediante as atividades didáticas. Ela serve como um norte do que se espera que ocorra em cada momento. Segundo Chevallard (1998) os momentos de estudo possuem duas funcionalidades para o professor: a primeira é mencionada por Santos e Menezes (2015) como um checklist para analisar os processos didáticos empregados; a segunda é verificar com clareza os problemas da realização de cada momento de estudo.

Ao apresentar a OD no questionário mencionado anteriormente e questionar se ela atende aos momentos da Organização Didática proposto na Teoria Antropológica do Didático, 7 participantes informaram que atendem e apenas um mencionou que atende parcialmente. Sendo assim, É possível inferir que o participante informou atender parcialmente devido às atividades didáticas não estarem presente nesse primeiro momento.

Também foi perguntado se a OD propõe elementos favoráveis para mobilização da Atenção Seletiva e 6 pessoas informaram que sim, as outras duas mencionaram que não tem conhecimento sobre a Atenção Seletiva. Ao questionar se a OD possui chances de contribuir com o ensino e aprendizagem da função trigonométrica seno, 7 pessoas informaram que sim e 1 informou que talvez.

Com relação aos descritores da Atenção Seletiva com ênfase na TIC os participantes da validação destacaram:

Quadro 21: Descritores destacados pelos participantes da validação sobre o resumo da OD

| Descritores | V ₁ | V ₂ | V ₃ | V ₄ | V ₅ | V ₆ | V ₇ | V ₈ |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| D₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| D₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. | | ✓ | | | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₄ – Resolver problemas contextualizados por meio de diferentes recursos. | ✓ | | | ✓ | ✓ | | | |
| D₅ – Planejar e executar ações. | | | | | ✓ | | ✓ | |
| D₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. | | | | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| D₇ – Utilizar recursos que envolvam os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | | |
| D₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | |
| D₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. | | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual | | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| D₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. | ✓ | | ✓ | | ✓ | | ✓ | |
| D₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. | | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| D₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

Fonte: Dados da pesquisa.

O D₅ só foi destacado por duas pessoas, como esse descritor está relacionado com o planejamento de ações, ele pode estar mais visível nas atividades didáticas, mas no resumo da OD está sendo mencionada a realização de tarefas e, conseqüentemente, o aluno irá precisar planejar e executar as ações, uma vez que as tarefas ainda não possuem técnicas dominadas e,

como foi dito anteriormente, segundo Chevallard (1994), as tarefas só passam a ser rotineiras, ou seja, se tornam naturais, quando a técnica foi dominada. Dessa forma, o D₅ está implicitamente presente na OD e o mesmo pensamento vale para D₄ e D₆ que só foram destacadas por três participantes.

Sobre a consideração dos validadores sobre a apresentação inicial da OD, foram apresentadas por quatro pessoas o seguinte:

Quadro 22: Consideração do resumo da OD feita pelos participantes da validação

| Validador | Consideração sobre a OD |
|----------------|---|
| V ₃ | Eu não consegui visualizar alguns recursos que serão utilizados no desenvolvimento da tarefa, por isso não conseguir avaliar a efetividade de alguns descritores apresentados. No entanto, esta pode ser uma limitação do meu conhecimento relacionado a TAD. |
| V ₄ | Adequada |
| V ₅ | A OD apresenta um potencial para mobilizar a atenção seletiva através da utilização da TIC, e explorar a construção e aplicação dos conhecimentos sobre a função trigonométrica seno. |
| V ₇ | Gostei, mas percebi termos que precisariam ser significados, a exemplo de "efeito Jourdan". Acredito que no corpo do texto da dissertação tenha a explicação, mas seria interessante a OD já ser auto explicativa, para o caso de um professor e/ou pesquisador, no futuro, querer usar a OD sem necessariamente ter que ler a dissertação na sua totalidade. |

Fonte: Dados da pesquisa.

As considerações apresentadas são pertinentes para o aprimoramento da OD, uma conjectura para alguns dos problemas apontadas é o fato do resumo da OD ter sido apresentado sem as atividades Didáticas, o que acabou limitando o olhar dos validadores. No entanto, os apontamentos feitos são importantes e podem estar relacionados com a segunda função do modelo de estudo, mencionado por Chevallard (1998) como a identificação dos problemas na realização dos diferentes momentos de estudo.

Chevallard (1998, p. 113) ainda salienta que são indagações do tipo: “Como, por exemplo, realizar concretamente o primeiro encontro com tal organização matemática? Com esse tipo de Tarefas? Como conduzir o estudo exploratório de um determinado tipo de Tarefa? Como fazer a institucionalização? Como atingir o momento da avaliação?” Levam o professor a chegar na criação de situações didáticas para resolver esses problemas, o que pode ter acontecido com V₃ ao mencionar que não visualizou os recursos para realização da atividade.

A observação feita por V₇ é pertinente, pois para que qualquer professor com conhecimento ou não a respeito das teorias consiga compreender a proposta da OD e consequentemente utilizá-la em suas aulas será preciso que alguns significados sejam apresentados na OD.

Partindo para a análise das atividades didáticas, foi solicitado, inicialmente, a verificação dos descritores que elas possuem potencialidade de desenvolver. Essa verificação foi feita para cada uma das três atividades.

✓ **Atividade Didática 1: Um encontro com a função seno**

A primeira questão desta atividade propõe a leitura de um texto, em que é comentado sobre o desenvolvimento das funções trigonométricas, também aborda brevemente sobre algumas aplicações da função seno e apresenta um poema que fala sobre a trigonometria no pôr do sol. Daí é possível identificar D₁ ao D₃, como segundo Treisman e Glade (1980) a leitura e o monitoramento de instrumentos utiliza a atenção focal, é possível também identificar D₇, D₈, D₁₁, D₁₂ e D₁₃.

Treisman e Glade (1980, p. 134, tradução nossa) ainda destacam que a atenção focal é a primeira rota para a identificação de objetos “direcionada serialmente para diferentes locais, para integrar características registradas dentro de um mesmo “holofote” espaço-temporal em uma unidade por cento”. Assim temos a identificação da D₁₄ na primeira questão da Atividade Didática 1.

O D₄ ao D₆ e D₁₀ já estará mais evidenciado nas questões 2 até a 5, que também envolvem outros descritores, como D₃ e D₁₁ ao D₁₄.

A percepção dos validadores a respeito dos descritores presentes nessa atividade foi a seguinte:

Quadro 23: Descritores destacados pelos participantes da validação sobre a Atividade Didática 1

| Descritores | V ₁ | V ₂ | V ₃ | V ₄ | V ₅ | V ₆ | V ₇ | V ₈ |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| D ₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| D ₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto. | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ |
| D ₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. | | ✓ | ✓ | | | ✓ | ✓ | |
| D ₄ – Resolver problemas contextualizados por meio de diferentes recursos. | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | |
| D ₅ – Planejar e executar ações. | | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D ₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D ₇ – Utilizar recursos que envolva os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | |
| D ₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D ₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ | | |
| D ₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |

| | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|--|--|
| D₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual | ✓ | | ✓ | ✓ | | ✓ | | |
| D₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. | ✓ | | ✓ | | | ✓ | | |
| D₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). | | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |

Fonte: Dados da pesquisa.

Como foi evidenciado anteriormente, a Atividade Didática 1 foi elaborada buscando atender, principalmente, ao D₁, D₈, D₁₀ e D₁₄, por essa ser uma atividade inicial para nortear o aluno a respeito do tema, explorar técnicas e começar a constituir um ambiente teórico tecnológico, conforme propõem, respectivamente, os momentos de estudos 1 ao 3 da TAD. Diante da análise do Quadro 23, a presença dos descritores 1 ao 8 e do 10 ao 14 foi percebido por pelo menos 4 dos 8 validadores. Ao levar em consideração que os validadores V₇ e V₈ informaram não possuir conhecimento da TIC podemos inferir que a maioria dos validadores com conhecimento da TIC conseguiram perceber a presença dos descritores utilizados para a elaboração da Atividade Didática 1.

Entretanto, alguns descritores, como D₉, D₁₅, D₁₆ e D₁₇, que a autora desta pesquisa julgou não estar presente, foram identificados por alguns validadores. Ao analisarmos cada um deles, foi considerado que o D₉, por tratar da recuperação das informações, ainda não está explicitamente presente na Atividade Didática 1, mas pode ter sido sinalizado por ser preciso utilizar conhecimentos anteriores a respeito da noção de seno e função. Por essa razão, ele será reconsiderado para a atividade.

O D₁₅ foi destacado por 4 validadores, ele retrata a definição de um alvo através de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). Apesar do texto promover a busca visual, essa primeira atividade ainda não trata da definição da noção de função seno e, por isso, o D₁₅ não foi considerado nesta primeira parte.

O D₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo) foi destacado por 3 validadores, não foi considerada pela pesquisadora por não solicitar a combinação neste primeiro momento, mas, sim, por identificar os objetos para nas próximas atividades realizar a combinação das características.

O D₁₇ foi destacado por 5 validadores e fala sobre caracterizar e/ou distinguir objetos. Esse descritor também não é explicitamente solicitado nessa Atividade Didática 1, pois nas questões da atividade não é solicitado a caracterização ou distinção de objetos e, por esse motivo, ela não foi considerada.

✓ **Atividade Didática 2: Conhecendo e colocando em prática os conhecimentos sobre a noção de função seno**

Esta atividade busca complementar a Atividade Didática 1, mas também apresentar ao estudante a noção de função seno, por meio da relação de x e seu seno no ciclo trigonométrico, realizando os cálculos necessários para depois passar as representações para a tabela e para o plano cartesiano.

Assim, a primeira e segunda questão da Atividade Didática 2 destacam os descritores D₁, D₃ e D₆, que estão relacionados às situações envolvendo o assunto; O D₇ e o D₈ retratam mais da manipulação da atenção do aluno para que ele possa resolver a atividade; o D₁₀ diz respeito à associação das informações, que ocorrerá por meio das diferentes representações propostas; e os descritores do D₁₁ ao D₁₇ retratam a integração de características, que agora estão sendo apresentadas de forma separada, para o aluno fazer as combinações.

Após da primeira questão da Atividade Didática 2 ocorrerá o momento de institucionalização, mencionado por Chevallard (1998) como o momento de estudo 5. Para em seguida os alunos realizarem as questões 3 a 5 que além dos descritos destacados nas questões 1 e 2, contempla também o D₅. Assim as questões 3 a 5 irão atender os momentos de estudo 2, 3 e 4.

A respeito dessa Atividade Didática 2, a percepção dos validadores sobre os descritores foi:

Quadro 24: Descritores destacados pelos participantes da validação sobre a Atividade Didática 2

| Descritores | V ₁ | V ₂ | V ₃ | V ₄ | V ₅ | V ₆ | V ₇ | V ₈ |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| D ₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ |
| D ₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto. | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| D ₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. | | | ✓ | | | ✓ | ✓ | ✓ |
| D ₄ – Resolver problemas contextualizados por meio de diferentes recursos. | ✓ | | ✓ | ✓ | | | | ✓ |
| D ₅ – Planejar e executar ações. | | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D ₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D ₇ – Utilizar recursos que envolvam os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | | |

| | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|--|
| D₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). | | ✓ | ✓ | | ✓ | | | |
| D₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D₁₂ – Utilizar elementos variados, como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | |
| D₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). | | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

Fonte: Dados da pesquisa.

Dos descritores destacados pelos validadores, apenas o D₂, D₄ e D₉ não foram mencionados pela pesquisadora.

O D₂ não foi mencionado pelo fato de a Atividade Didática 2 não abordar a utilidade da função seno e, sim, apresentar a noção da referida função, por meio do desenvolvimento das técnicas: τ_3 : Identificar objetos separadamente por meio do campo visual. τ_4 : Realizar a integração de características registradas no foco. τ_5 : Traçar o gráfico da função seno. τ_6 : Utilizar elementos variados, como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. τ_7 : Utilizar a atenção focal para auxiliar a percepção de características. τ_8 : Comparar e associar representações no ciclo e no plano cartesiano com ou sem apoio da tecnologia. τ_9 : Realizar a integração de características registradas no foco e, em seguida, descrevê-las.

Sendo assim, o D₂ não se faz presente na Atividade Didática 2. O D₄ também não está presente pelo fato de as questões apresentadas na Atividade Didática 2 não serem contextualizadas.

Com relação ao D₉, destacado por 3 validadores, a autora desta dissertação reconsidera que ele pode estar presente nesta atividade, pois esse descritor retrata a recuperação das informações, o que leva a inferir que no momento das associações a serem feitas no ciclo trigonométrico, o estudante resgatará informações que já foram estudadas ao iniciar os conhecimentos sobre trigonometria, o mesmo poderá ocorrer ao representar as informações na tabela e no plano cartesiano. A questão 3 e 4, também pode ser vista como uma forma de fortalecer e resgatar as técnicas realizadas nas atividades 1 e 2.

✓ **Atividade Didática 3: Reconhecendo e verificando os conhecimentos adquiridos sobre a noção de função seno**

Para concluir o ensino e aprendizagem da noção de função seno, é apresentada a Atividade Didática 3, reforçando os momentos de estudo 2, 3, 4, 5 e, de igual modo, contemplando o momento de estudo 6 da TAD. Apesar do aluno estar sendo avaliado durante todo o processo, nessa atividade o momento de avaliação estará mais explícito.

Na prática, chega um momento em que temos que “fazer um balanço”: porque esse momento de reflexividade onde, seja qual for o critério e o juiz, examinamos o que vale o que foi aprendido, esse momento de reflexão, verificação que, apesar das lembranças da infância, não é de forma alguma uma invenção da Escola, na verdade participa da própria “respiração” de toda atividade humana (ver lição 3) (Chevallard, 1998, p. 112, tradução nossa).

Portanto, o momento de estudo 6 constitui a verificação do aprendizado que ficou após o ensino, o que é algo natural, não só da escola como da vida. É preciso fazer esse diagnóstico até mesmo para que o professor possa refletir a respeito de sua prática e das escolhas didáticas adotadas. Para a Neurociência Cognitiva, esse é o momento da recuperação das informações e, para isso, a Atividade Didática 3 aborda um jogo intitulado de Foco na função seno.

A respeito dos descritores, a Atividade Didática 3 contempla o D₃ e do D₅ ao D₁₇. A proposta desta atividade já inicia fazendo um resgate das informações anteriores, o que já contempla o D₃, em seguida, no desenvolvimento do jogo será requisitado os demais descritores mencionados promovendo a recuperação e o fortalecimento das informações de forma lúdica e provavelmente atrativa para os estudantes que estarão envolvidos no jogo praticando as técnicas desenvolvidas nas atividades didática 1 e 2 e podem até mesmo criar novas técnicas.

Os validadores perceberam, na Atividade Didática 3, a presença dos seguintes descritores:

Quadro 25: Descritores destacados pelos participantes da validação sobre a Atividade Didática 3

| Descritores | V ₁ | V ₂ | V ₃ | V ₄ | V ₅ | V ₆ | V ₇ | V ₈ |
|--|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| D₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| D₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto. | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ |
| D₄ – Resolver problemas contextualizados por meio de diferentes recursos. | | | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| D₅ – Planejar e executar ações. | | ✓ | ✓ | | ✓ | | | |
| D₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

| | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|--|
| D₇ – Utilizar recursos que envolvam os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| D₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. | | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | |
| D₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. | ✓ | | ✓ | | ✓ | ✓ | | |
| D₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | |
| D₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | | |
| D₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

Fonte: Dados da pesquisa.

Diante da validação apresentada, os descritores destacados inicialmente foram percebidos pela maioria dos validadores que informaram possuir conhecimentos sobre a TIC. Apesar dos descritores D₁, D₂ e D₄ não terem sido mencionados para esta Atividade Didática 3, alguns validadores destacaram que eles estariam presentes.

No entanto, como o D₁ retrata da identificação de elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto, é possível que os validadores tenham relacionado o jogo e as características da função seno com esses elementos relevantes e interessantes, mas esse descritor não está contemplado na Atividade Didática 3.

O D₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto, foi destacado por 5 dos 8 validadores, mas o jogo não aborda a utilidade prática do assunto, mas, sim, o aprimoramento das técnicas para identificar e representar a função seno de maneiras diferentes. Por esse motivo, ele não está sendo contemplado nessa atividade.

O D₄ também não está sendo contemplado por não ser uma atividade contextualizada, pois não apresenta uma ligação com a realidade – está mais ligada à abstração.

Ao finalizarmos essa parte das considerações dos validadores a respeito dos descritores da Atenção Seletiva, com ênfase na TIC, presente nas três atividades didáticas foi questionado se as atividades possuem potencialidades para serem utilizadas por professores do Ensino Médio, principalmente na rede pública de ensino. Apenas um validador respondeu talvez e os demais responderam que sim.

Sobre a autonomia do aluno durante as atividades, Chevallard (1998, p. 108) chama a atenção para a dificuldade que o professor possui em promover essa autonomia, “isto é, criar, para si e para cada um tema estudado, um topos adequado, que dá ao aluno a sensação de ter um ‘verdadeiro papel a desempenhar’” O autor explica que esse topos está relacionado à ideia de o professor se fazer presente mesmo na ausência e ausente mesmo na presença.

E ao indagar aos validadores se as atividades didáticas possibilitam que o aluno seja autor do conhecimento, ou seja, dá espaço para o aluno ter autonomia sobre o assunto, apenas dois informaram que talvez e os demais responderam que sim. Dessa forma, vemos que eles consideraram algo positivo a possibilidade de os alunos estarem mais ativos durante o desenvolvimento das três atividades didáticas.

Para finalizar, cinco validadores deixaram comentários sobre a consideração das atividades didáticas da OD:

Quadro 26: Consideração das atividades didáticas da OD feita pelos participantes da validação

| Validador | Consideração sobre a OD |
|----------------|--|
| V ₃ | Na análise da OD inicialmente havia ficado com dúvidas se todos os descritores poderiam ser alcançados, mas com a visualização da atividade em si, foi possível identificar o potencial da mesma para o desenvolvimento da aprendizagem matemática da função seno. |
| V ₄ | Adequada |
| V ₅ | A OD apresenta um potencial para mobilizar a atenção seletiva e contribuir para a aprendizagem da função trigonométrica seno, através das dinâmicas propostas. As interações com o texto, buscas visuais, dinâmicas das atividades e a recuperação das informações são estratégias pertinentes para envolver os alunos e valorizar as informações trabalhadas em sala. |
| V ₆ | Parabéns!! Está bem organizada. Gostei bastante. Só não entendi muito bem a dinâmica do jogo proposto para retomar o conteúdo. São quantas cartas e todas as cartas representam Só a função seno? Ou terão outras funções no meio para embaralhar mais e o aluno focar sua atenção buscando apenas as que representam o seno!? |
| V ₇ | Não seria das atividades? Se sim, considero que têm potencial, mas uma sugestão é a de fazer um "laboratório" com aluno(s) do ensino médio, com a finalidade de identificar como reagem diante das questões. Com relação ao jogo, fiquei na dúvida, já que só foi apresentado o modelo de 5 cartas, mas gostei da ideia de trabalhar a função seno nas suas variadas representações. |

Fonte: Dados da pesquisa.

Os comentários apresentados são de extrema importância para o aprimoramento das atividades. O comentário de V₃ confirma a conjectura feita após os comentários do resumo da OD de que a apresentação dele sem as atividades didáticas limitou o olhar inicial dos validadores.

Outro ponto de destaque é a proposta do jogo que foi sinalizada por V₅ e V₇, pois na Atividade Didática 3 só são apresentadas 5 cartas do jogo, mas na totalidade são 20, dispostas da seguinte forma: 4 cartas representando diferentes funções seno na forma algébrica, outras 4 cartas representando-a no gráfico, mais 4 na forma de tabela, 4 abordando as características da

função e as outras 4 representando-a no ciclo trigonométrico. Contudo, essas informações não estão presentes na atividade e, por isso, surgiram as dúvidas nos validadores.

Sendo assim, faz-se necessário que essas informações sejam apresentadas na Atividade Didática 3, pois essa dúvida também pode ser a de outras pessoas e o jogo precisa ser apresentado de forma clara.

Considerações Parciais

Esta seção buscou abordar a segunda fase da Engenharia Didática Clássica (a concepção e análise *a priori*) que é o resultado da análise prévia e das escolhas feitas com base nessa análise.

Sendo assim, foi apresentada a proposta de uma Organização Matemática e uma Organização Didática para a aprendizagem da função seno, com o intuito de responder à questão de pesquisa ‘Como favorecer a manifestação da Atenção Seletiva necessária para auxiliar a aprendizagem da noção da função trigonométrica seno por meio de mecanismos atencionais e organizações matemáticas e didáticas?’ e atingir o objetivo geral de ‘analisar como uma Organização Matemática e Didática com base na Teoria Antropológica do Didático para a condução de tipos de Tarefas pode auxiliar na manifestação da Atenção Seletiva necessária durante a aprendizagem da noção da função seno.’

Apesar de não ter ocorrido a aplicação da OM e OD em sala de aula, foi feita uma validação com alguns professores que possuem conhecimento sobre a TAD e/ou TIC e professor sem conhecimento das teorias, mas com a experiência de sala de aula para verificar com base nos diferentes olhares se as organizações tinham sido elaboradas de maneira clara, com potencialidade de ser aplicada com alunos do Ensino Médio, principalmente os da rede pública (devido aos recursos existentes nessa rede de ensino) e se atendiam os requisitos das referidas teorias.

Essa validação auxiliou em um novo olhar da pesquisadora a respeito das organizações. Os pontos abordados pelos validadores foram relevantes e a OM foi validada positivamente, destacando que ela tem potencialidade para ser utilizada em sala de aula e atende aos elementos da TAD e TIC.

Sobre a OD, os validadores também validaram positivamente e conseguiram perceber descritores da TIC que já tinham sido destacados anteriormente pela pesquisadora. Além desses, foram identificados outros descritores que a pesquisadora não tinha julgado estar presente.

Vale destacar que será levada em consideração a observação feita por V₇ sobre apresentar o esclarecimento de alguns termos da OD, como o “efeito Jourdain”, para que a organização fique mais autoexplicativa.

Sendo assim, o resumo da OD fica:

Quadro 27: Organização Didática para abordar a função seno com base na TAD e TIC após a validação

| Momentos de Estudo | | Como pode ocorrer | Como ocorrerá |
|--------------------|--|---|---|
| 1) | Primeiro encontro com a organização do objeto de estudo | <p>Analisar a identidade do objeto encontrado pela primeira vez questionando-se: O que é encontrado em um primeiro encontro?</p> <p>Identificar: quais as formas possíveis do primeiro encontro? Podendo ser por parte de uma questão cultural-mimética.</p> <p>Buscar e esclarecer de modo discursivo as razões de ser do objeto assim encontrado, ou seja, as razões de para quem este objeto foi construído, ou para quem, pelo menos, persiste na cultura.</p> <p>Propor situações fundamentais para que o aluno sozinho ou em grupo construa uma definição do objeto encontrado.</p> <p>Pode ocorrer o efeito Jourdain, ou seja, “o professor faz o aluno acreditar que seus conhecimentos ingênuos se transformem em um discurso revestido de sabedoria”. (DUARTE e DUARTE, 2016, p. 3).</p> <p>O primeiro encontro não determina inteiramente a relação com o objeto que se constrói e rearranja ao longo do processo de estudo. Serve como um orientador do desenvolvimento das relações entre sujeito, objeto e instituição.</p> | <p>Por meio da história da matemática será comentado sobre as funções trigonométricas; depois serão utilizadas situações problema envolvendo o ciclo trigonométrico, fenômenos periódicos e o cálculo do seno. Como referência terá as tarefas t_1 e t_2.</p> <p>Nesse momento ocorrerá a exploração de forma individual e com a discussão coletiva</p> |
| 2) | Exploração do tipo de Tarefa e o desenvolvimento de uma técnica relativa ao tipo de Tarefa | <p>O estudo do problema irá consistir na criação e aperfeiçoamento de uma técnica relativa a problemas do mesmo tipo.</p> | <p>Realizar como referência a t_3 e t_4 com suas respectivas técnicas. Esse momento será feito por meio de atividades em grupo.</p> |
| 3) | Constituição do ambiente teórico e tecnológico referente a técnica | <p>Verificação da tecnologia e teoria envolvida, o que já pode ocorrer desde o primeiro momento com o objeto.</p> | <p>Ocorrerá durante todo o desenvolvimento da organização por meio da sondagem e possíveis indicativos da tecnologia e teoria.</p> |
| 4) | Trabalho da técnica | <p>Deve tanto aprimorar a técnica, tornando-a mais eficiente e confiável (o que geralmente requer retoques na tecnologia desenvolvida até então), quanto aumentar o domínio: este momento de testar a técnica supõe em particular um ou mais corpus de tarefas adequadas tanto qualitativa como quantitativamente.</p> | <p>Será aumentado gradualmente o nível de dificuldade das tarefas cujas técnicas iniciais serão aprimoradas e fortalecidas por meio da conexão entre elas. Esse será o momento da realização da t_5</p> |
| 5) | Institucionalização | <p>Possui o objetivo de especificar o que é “exatamente” a Organização Matemática desenvolvida, distinguindo em particular, por um lado, os elementos que, tendo contribuído para a sua construção, não</p> | <p>Será feita a apresentação da definição de função seno e suas características por meio de uma aula expositiva e com a contribuição dos alunos a respeito das observações</p> |

| | | | |
|----|-----------|---|--|
| | | existiam, não serão integrados, e por outro lado os elementos que entrarão definitivamente na Organização Matemática em questão. | feitas durante a realização das tarefas anteriores. Com isso, estará sendo utilizado a t_6 e t_7 . |
| 6) | Avaliação | Se articula no momento da institucionalização (da qual é, em certos aspectos, um sub-momento): o pressuposto de relações institucionais transcendentais com as pessoas, de fato, é a razão do projeto. Avaliar as relações pessoais referindo-as à norma que o momento da institucionalização terá, portanto, hipostasiado (considerar como real o que é ficção). | Ocorrerá durante todo o desenvolvimento da OD. Será verificado, por meio de uma tarefa de reconhecimento da função seno com base em suas características, buscando os conhecimentos que ficaram registrados na memória de longo prazo. |

Fonte: A autora (2023).

Nas atividades didáticas 1 e 2, será considerado o D₉ devido à sinalização de alguns validadores referente à presença desse descritor nas referidas atividades, a pesquisadora passou a perceber a presença dele implicitamente na atividade 1 e mais explícita na atividade 2, uma vez que, ao solicitar que os estudantes aprimorem as técnicas, também fará com eles fortaleçam e tornem as memórias duradouras. Gazzaniga (2018, p. 277) salienta que “as memórias são fortalecidas com a recuperação, de modo que uma maneira de tornar as memórias duráveis é praticar a recuperação”.

Sendo assim, as ações e descritores da Atividade Didática 1 fica da seguinte forma:

Quadro 28: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 1 após validação

| | Ação | Descritores |
|----------------|---|--|
| A ₁ | Reconhecer a importância do assunto abordado utilizando estratégias, conceitos, procedimentos, entre outros elementos para interpretar situações em diversos contextos. | D ₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. |
| | | D ₂ – Reconhecer a utilidade prática do assunto. |
| A ₂ | Realizar diferentes tipos de Tarefas por meio de diferentes tipos de recursos. | D ₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. |
| | | D ₄ – Resolver problemas contextualizados por meio de diferentes recursos. |
| A ₃ | Estabelecer metas para serem seguidas. | D ₅ – Planejar e executar ações. |
| | | D ₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. |
| A ₄ | Minimizar elementos distraidores. | D ₇ – Utilizar recursos que envolva os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. |
| | | D ₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. |
| A ₅ | Promover a recuperação das informações. | D ₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). |
| | | D ₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. |
| A ₆ | Promover a integração de características | D ₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual |
| | | D ₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. |

| | | |
|--|--|--|
| | | D ₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. |
| | | D ₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. |

Fonte: Dados da pesquisa.

E da Atividade Didática 2 ficou assim:

Quadro 29: Ações e descritores contemplados na Atividade Didática 2 após validação

| | Ação | Descritores |
|----------------------|---|--|
| A₁ | Reconhecer a importância do assunto abordado utilizando estratégias, conceitos, procedimentos, entre outros elementos para interpretar situações em diversos contextos. | D ₁ – Identificar elementos relevantes e interessantes a respeito do assunto. |
| A₂ | Realizar diferentes tipos de Tarefas por meio de diferentes tipos de recursos. | D ₃ – Interpretar situações envolvendo o assunto abordado. |
| A₃ | Estabelecer metas para serem seguidas. | D ₅ – Planejar e executar ações. D ₆ – Utilizar estratégias para desenvolver ações. |
| A₄ | Minimizar elementos distraidores. | D ₇ – Utilizar recursos que envolva os alunos na prática desejada e que sejam favoráveis ao funcionamento atencional. D ₈ – Promover meios de desenvolver a seletividade, focando em algumas coisas em detrimento de outras. |
| A₅ | Promover a recuperação das informações. | D ₉ – Fortalecer e tornar as memórias duráveis (praticando a recuperação das informações). D ₁₀ – Realizar associações com informações existentes na memória. |
| A₆ | Promover a integração de características | D ₁₁ – Identificar objetos separadamente por meio do campo visual D ₁₂ – Utilizar elementos variados como cor, orientação, frequência espacial, brilho, duração de movimentos. D ₁₃ – Utilizar a atenção focal para auxiliar na percepção das características. D ₁₄ – Realizar a integração de características registradas no foco. D ₁₅ – Possibilitar a definição de um alvo por meio de suas características separadas ou em conjunção (promover a pesquisa visual). D ₁₆ – Combinar características disjuntivas (processo de cima para baixo). D ₁₇ – Caracterizar e/ou distinguir objetos. |

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Atividade Didática 3 também será levado em consideração as observações dos validadores V₆ e V₇ sobre o quantitativo de cartas no jogo que não está sendo comentado na atividade. Portanto, o texto sobre o jogo Foco na função seno será reescrito e o modelo da Atividade Didática 3 ficará da seguinte forma:



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA
ORIENTADOR: Prof. Dr. Laerte Silva da Fonseca
ORIENTANDA: Gabriele Souza de Carvalho



**Atividade Didática 3: Reconhecendo e verificando os conhecimentos adquiridos sobre a
 noção de função seno**

Essa é a segunda etapa da Atividade Didática 3 e será desenvolvida por meio do jogo ‘Foco na função seno’, que propõe o desenvolvimento da **Habilidade EM13MAT404:** Identificar as características fundamentais da função (periodicidade, domínio, imagem), em ciclos trigonométricos e planos cartesianos por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Material: O jogo é composto por 20 cartas, as quais apresentam 5 tipos de representações da função seno, sendo elas: na forma algébrica, na tabela, no ciclo trigonométrico, no plano cartesiano e descrição de algumas características. Essas representações serão utilizadas para 4 diferentes funções seno.

Como jogar: Separar a turma em grupos de, no máximo, 5 alunos, pois cada um deles será responsável por pegar uma carta de acordo com as orientações.

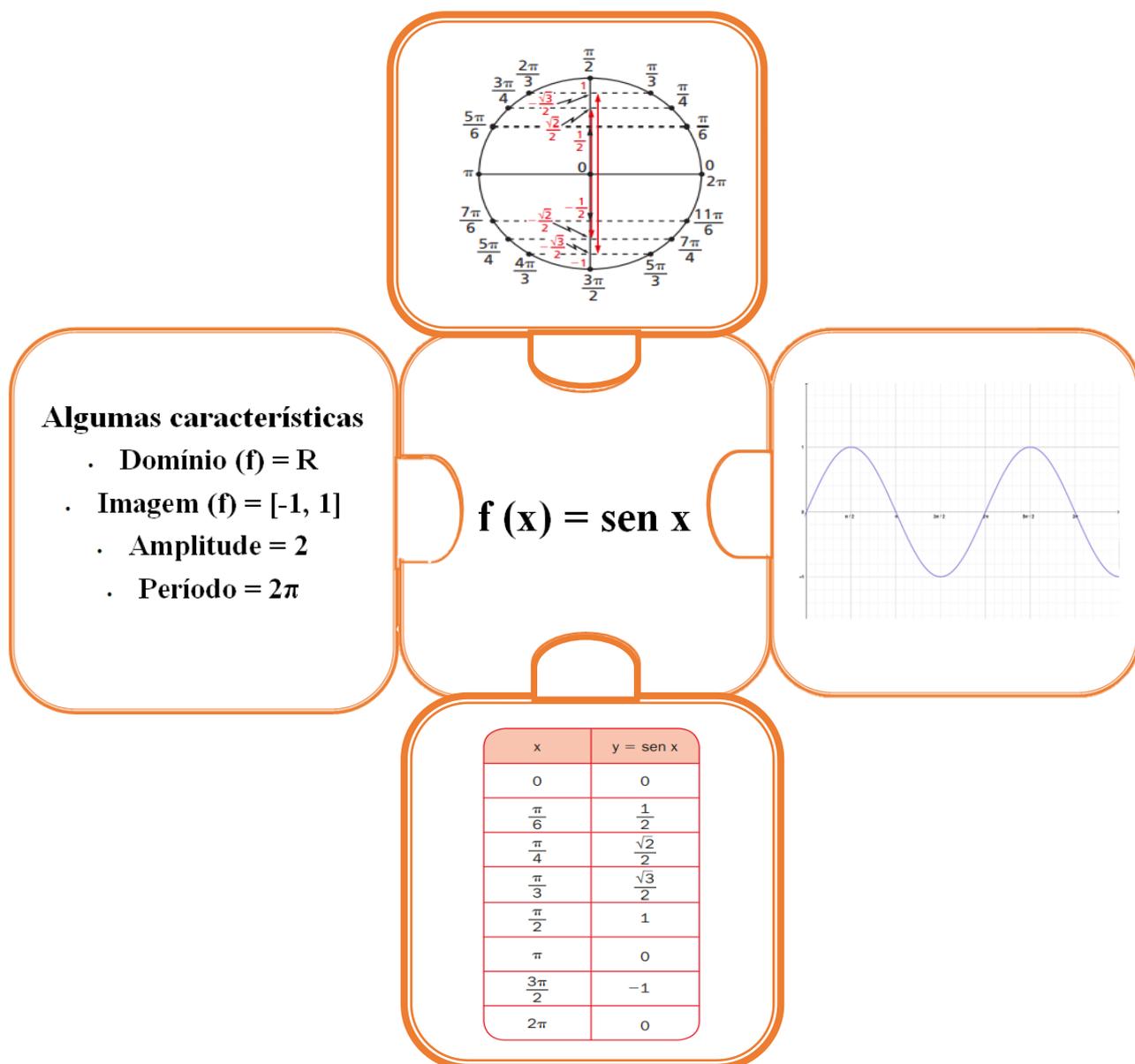
Deve ser feito um sorteio inicial para verificar por qual tipo de representação será iniciado (para que não corra o risco de diferentes grupos pegarem as cartas de uma mesma função seno). Feito isso, a busca das cartas deverá ocorrer da seguinte maneira:

- ✓ Um aluno de cada grupo irá escolher uma das figuras de acordo com a representação sorteada;
- ✓ Esse aluno irá levar a figura para que os demais componentes do grupo analisem e comecem a identificar as características presentes na representação e, com isso, outro aluno de cada grupo poderá ir em busca da figura complementar que possui a representação associada a figura anterior.
- ✓ O segundo aluno retorna para o grupo com a figura escolhida e novamente é feita uma discussão para verificar se as figuras são realmente complementares, se o grupo permanece ou devolve a figura para a mesa.

- ✓ Um terceiro aluno do grupo vai em busca de outra figura e retorna ao grupo para discussão. E esse processo vai se repetindo até que as 5 figuras referente a função seno escolhida seja encontrada.

Por fim, os grupos socializam as figuras identificadas e justificam a associação entre elas.

Modelo de 5 das 20 cartas do jogo:



Ficha de avaliação para o professor:

Componentes do Grupo 1:

AVALIAÇÃO

| Itens | Sim | Não | Em parte | Observação |
|--|-----|-----|----------|------------|
| Todos os alunos presentes participaram do jogo; | | | | |
| As características foram identificadas corretamente; | | | | |
| Foi feita a justificativa da associação das figuras; | | | | |
| Os alunos mantiveram a concentração e atenção na proposta do jogo; | | | | |
| Os alunos demonstraram ter domínio do conhecimento da função seno. | | | | |

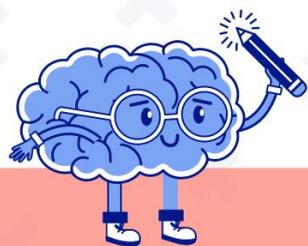
Comentários:

V₇ ainda mencionou sobre a possibilidade de realizar um laboratório com as atividades, mas não será possível realizá-lo a tempo hábil, provavelmente esse laboratório ocorrerá posteriormente, pois a pesquisadora pretende prosseguir com esse caminho investigativo.

Diante de tudo que foi exposto, buscando responder à questão de pesquisa ‘Como favorecer a manifestação da Atenção Seletiva necessária para auxiliar a aprendizagem da noção da função trigonométrica seno por meio de mecanismos atencionais e organizações matemáticas e didáticas?’ fica considerado a necessidade de promover o desenvolvimento de momentos de estudo capazes de auxiliar a aprendizagem com base nos conhecimentos da Neurociência Cognitiva, em especial, a Atenção Seletiva, por este ser um mecanismo necessário para que as informações sejam processadas no cérebro, pois sem atenção o aprendizado fica comprometido e uma das teorias da atenção que pode auxiliar na elaboração de atividades didáticas é a Teoria da Integração de Características por ser uma teoria que, segundo Sterneberg

(2010), irá orientar como é possível a realização de mais de uma tarefa cuja a atenção seja requisitada ao mesmo tempo.

Todavia, é válido salientar que estamos no campo das conjecturas e para verificar a real potencialidade do aprendizado da noção de função seno por meio da manifestação da Atenção Seletiva, é preciso que as organizações sejam aplicadas com alunos do Ensino Médio.



CONSIDERAÇÕES FINAIS



CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa é fruto de discussões e reflexões a respeito da possibilidade de relacionar o ensino com os conhecimentos da Neurociência Cognitiva, em especial, com a área da Atenção Seletiva. Diante disso, é notório que relacionar uma teoria de ensino com uma teoria da Neurociência Cognitiva é um tanto quanto desafiador, pois ainda não existem muitos trabalhos no Brasil que se propõem a realizar essa interação entre as referidas áreas.

Nessa direção, foi acreditando na possibilidade de a Neurociência Cognitiva contribuir positivamente com o ensino e aprendizagem dos conhecimentos matemáticos e, de igual modo, proporcionar ao professor um leque de possibilidades para aprimorar suas escolhas didáticas que essa dissertação começou a existir.

O professor de matemática da educação básica deve saber o quanto essa disciplina é taxada de difícil pelos alunos e muitos ainda chegam a comentar que não conseguem aprender matemática e que não vê utilidade nos conhecimentos. Porém, o que supomos é que, talvez, esteja faltando para esses alunos o interesse e a atenção devida durante as aulas, algo que lhe prenda a atenção e faça seu cérebro reconhecer aquele momento como importante.

Enquanto professora de matemática da educação básica que atua com alunos do Ensino Médio na rede pública, percebo a dificuldade de muitos deles em matemática, sobretudo, nos conhecimentos que exigem mais abstração. Essa pesquisa também é reflexo dessas observações e reflexões feitas nas aulas ministradas para os estudantes do Ensino Médio e é uma forma de promover o amadurecimento pessoal e profissional da pesquisadora, pois servirá de referência para sua prática didática e para tantos outros professores.

Essa pesquisa foi desenvolvida com o objetivo geral de ‘analisar como uma Organização Matemática e Didática com base na Teoria Antropológica do Didático para a condução de tipos de Tarefas pode auxiliar na manifestação da Atenção Seletiva necessária durante a aprendizagem da noção da função seno’.

Os objetivos específicos foram: Identificar obstáculos epistemológicos que auxiliaram a evolução da noção da função seno; levantar referências sobre os fatores que interferem a aprendizagem da função seno; elaborar uma matriz de referência sobre a manifestação da Atenção Seletiva à luz de pesquisas que abordam temática; investigar entre os tipos de Tarefas selecionadas qual possuem potencial para favorecer a manifestação da Atenção Seletiva; construir uma Organização Matemática e Didática com base na Teoria Antropológica do

Didático para o ensino da função trigonométrica seno; aplicar a Organização Matemática e Didática com um grupo de professores e validar a Organização Matemática e Didática.

Sendo assim, buscando atender aos objetivos e responder à questão de pesquisa ‘Como favorecer a manifestação da Atenção Seletiva necessária para auxiliar a aprendizagem da noção da função trigonométrica seno por meio de mecanismos atencionais e organizações matemáticas e didáticas?’ foi desenvolvida uma pesquisa cujo aporte teórico está fundamentado na Teoria Antropológica do Didático e na Atenção Seletiva com ênfase na Teoria da Integração de Características, já o aporte metodológico está em alguns princípios da Engenharia Didática Clássica, sendo que só foram atendidas as fases (1) análise preliminar e 2) projeto e análise a *priori*.

A pesquisa foi iniciada com as análises preliminares e foram observados e destacados quatro obstáculos epistemológicos a respeito da função trigonométrica seno, a saber: OE₁: Reconhecimento do π como número (3,14...) e não como ângulo (180°); OE₂: A orientação do ciclo trigonométrico; OE₃: Cálculos com frações; OE₄: Passar informações do ciclo trigonométrico para tabelas e, posteriormente, da tabela para o gráfico. Também foram ponderadas as três dimensões mencionadas por Artigue (1996): dimensão epistemológica, cognitiva e didática.

No âmbito epistemológico ficou perceptível o surgimento e desenvolvimento dos conhecimentos trigonométricos, destacando as diversas modificações de domínios ocorridas ao longo dos anos e, com isso, o surgimento de obstáculos epistemológicos, os quais foram considerados o conhecimento de ângulos, ciclo trigonométrico, frações e a noção de função.

A dimensão cognitiva que destacou a necessidade de levar em consideração algumas barreiras mencionadas em pesquisas, a exemplo de erros de manipulação algébrico, dificuldades quanto à linguagem matemática e construções geométricas e algébricas da função. Já a dimensão didática, menciona o cumprimento da BNCC, pois este é o documento normativo para o ensino básico.

Ao levar em consideração a análise preliminar, foi desenvolvida a segunda fase da EDC, na qual foi elaborada e apresentada uma Organização Matemática caracterizada como global por abranger as teorias Θ_1 : Funções circulares/ trigonométricas e Θ_2 : Atenção de integração de características, com o intuito de mobilizar a Atenção Seletiva dos alunos para que eles consigam assimilar o conhecimento a respeito do objeto matemático (função seno) de forma mais expressiva e duradoura.

Para que a OM tenha a possibilidade de ser utilizada em sala de aula, também foi elaborada e apresentada uma Organização Didática composta por seis momentos didáticos para serem desenvolvidos mediante três atividades didáticas. Em ambas as organizações, buscou-se promover a interação entre a teoria de ensino e a teoria da Atenção Seletiva, respectivamente, TAD e TIC.

Como as organizações não foram aplicadas com alunos, foi feita uma validação com professores de matemática com conhecimentos sobre a TAD e/ou TIC e até sem conhecimento das teorias, mas com experiência em ministrar aulas no Ensino Médio. Essa validação foi de grande importância para a análise da OM e OD, proporcionando a pesquisadora novos olhares para organização a cada vez que analisava as respostas dos validadores que consideraram as organizações com potencialidade para o ensino e aprendizagem da noção de função seno, mobilização da Atenção Seletiva por meio dos descritores da TIC e do suporte dos momentos didáticos da TAD.

Diante do exposto e respondendo à questão de pesquisa, a pesquisadora deste estudo conjectura que uma das possibilidades de favorecer a manifestação da Atenção Seletiva necessária para auxiliar a aprendizagem da noção da função trigonométrica seno por meio de mecanismos atencionais e organizações matemáticas e didáticas, ocorra com o desenvolvimento das três atividades didáticas apresentadas, sendo que estas devem estar amparadas na OM e nos momentos de estudo da OD construídos durante esta pesquisa, pois eles foram elaborados com base na TAD em conjunto com os descritores da TIC.

No entanto, é válido salientar que estamos no campo das conjecturas e para verificar a real potencialidade do aprendizado da noção de função seno por meio da manifestação da Atenção Seletiva, é preciso que as organizações sejam aplicadas com alunos do Ensino Médio.

Deixamos essa aplicação para uma futura continuação para a pesquisadora deste estudo realizar e até mesmo outros pesquisadores que tenham interesse em colocar as organizações em prática.

Após toda essa explanação, consideramos esta pesquisa de grande relevância para a educação básica e até mesmo o Ensino Superior, uma vez que o presente estudo propõe a possibilidade de o professor conseguir utilizar mecanismos didáticos para estimular a Atenção Seletiva do aluno mobilizando-a para favorecer o aprendizado de conhecimentos matemáticos que, muitas vezes, é abordado de forma sistemática sem despertar no aluno o interesse em aprender o assunto e manter-se engajado nas atividades. Com isso, é possível pensar a longo prazo, na melhora da relação dos alunos com a matemática.

Os professores em exercício da profissão e os futuros professores também são beneficiados, pois terão mais recursos para a sua metodologia.

Por fim, consideramos que esta pesquisa apresenta uma contribuição significativa para a área de ensino de ciências e matemática, sendo uma das poucas pesquisas brasileiras a propor essa inovação no âmbito escolar em utilizar os conhecimentos da Neurociência Cognitiva a favor do ensino e aprendizado de matemática.

Enquanto professora, acredito no potencial que o ensino possui na vida dos estudantes, bem como na responsabilidade que cada professor carrega em estar sempre se atualizando para proporcionar o melhor aprendizado para seus alunos. Acredito que devemos permanecer em constante processo de formação, refletindo e inovando nossa prática, lutando cada vez mais por condições favoráveis de trabalho.

Com o exposto, esse trabalho termina considerando a importância da Atenção Seletiva para auxiliar o desenvolvimento das tarefas com base na Teoria Antropológica do Didático, pois os mecanismos poderão potencializar a execução das tarefas, promovendo a aplicação das técnicas de maneira mais efetiva. Nesse sentido, a Teoria da Integração de Características, em especial, poderá servir de pilar para o desempenho das ações, ou seja, das técnicas necessárias para responder as tarefas.

Para além disso, Teoria da Integração de Características e a Teoria Antropológica do Didático irão colaborar no planejamento e execução da aula de matemática, somando as ferramentas que os professores já conhecem e utilizam na sua metodologia de ensino.



REFERÊNCIAS



REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.
- BACHELARD, G. **La Formation de l'Esprit Scientifique**. Ed. J. Vrin, France, 1965.
- BITTENCOURT, C. **Livro didático e saber escolar (1810 a 1910)**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2008.
- BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEMT, 2000.
- BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: volume 2 – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2006.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: PCN+ – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEMT, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/ SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf. Acesso em: 1º jun. 2022.
- BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologique et les problèmes en Mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 4.2, p. 165-198, 1983.
- CAVALCANTE, J. L.; LIMA, A. P. A. B.; ANDRADE, V. L. V. X. de. Teoria Antropológica do Didático: Reflexões sobre suas bases epistemológicas e antropológicas. **I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática Bonito**, Mato Grosso do Sul, 01 a 06 de novembro de 2016.
- CHEVALLARD, Y. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. *In*: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Tradução e Maria José Figueredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.
- CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: L'approche anthropologique. **Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques**, La Rochelle, 4-11; paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120. 1998. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=27. Acesso em: 15 maio 2022.
- CHEVALLARD, Y. A abordagem antropológica da relação com o conhecimento e a didática da matemática. Comunicação nas 3ª Jornadas de Estudo Franco-Quebec (René-Descartes

University Paris 5, 17-18 de junho de 2002). *In*: MAURY, S.; CAILLOT, M. (Eds.). **Rapport au savoir et didactiques**. Paris: Éditions Fabert, 2003. p. 81-104.

CHEVALLARD, Y. La TAD face au professeur de mathématiques. **Communication au Séminaire DiDiST de Toulouse**, le 29 avril 2009. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf. Acesso em: 15 maio 2022.

COSENZA, R.; GUERRA, L. **Neurociência e educação**: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.

COSTA, N. M. L. **Funções seno e cosseno**: uma sequência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador. 1997. 250 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

CYRINO, M. C. C. T.; JESUS, C. C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professores que ensinam matemática. **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos**: trigonometria e sistemas lineares. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking Processes. *In*: TALL, D. (Ed.). **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1991. p 25-41.

DUARTE, V. M. B.; DUARTE, M. A. H. Os efeitos didáticos no processo de ensino aprendizagem da matemática – uma abordagem em sala de aula com licenciandos em matemática. **Anais III CONEDU...** Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/21830>. Acesso em: 30 jan. 2023.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FONSECA, L. S. da. **Um estudo sobre o Ensino de Funções Trigonométricas no Ensino Médio e no Ensino Superior no Brasil e França**. 2015. 1. v. 495 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

FONSECA, L. S. da *et al.* O Papel das Funções Cognitivas em Praxeologias de Tipos de Tarefas Matemáticas. **JIEEM**, v. 13, n. 3, p. 321-328, 2020.

FONSECA, L. S. da; SILVA, K. Elementos neurocognitivos da atenção seletiva para a compreensão da transição escolar de noções matemáticas. **Revista Ciências & Cognição**, v. 26, n 1, p. 10-25, 2021.

GALVÃO, M. E. E. L.; SOUZA, V. H. G.; MIASHIRO, P. M. A Transição das Razões para as Funções Trigonométricas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1127-1144, dez. 2016.

GAZZANIGA, M.; HEATHERTON, T.; HALPERN, D. **Ciência psicológica** [recurso eletrônico]. Tradução: Maiza Ritomy Ide, Sandra Maria Mallmann da Rosa, Soraya Imon de Oliveira; revisão técnica: Antônio Jaeger. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2018.

GAZZANIGA, M. S.; IVRY, R. B.; MANGUM, G. R. Breve história da neurociência cognitiva. In: _____. **Neurociência cognitiva: a biologia da mente**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

JOSÉ, W. A.; VIZOLLI, I. Obstáculos Epistemológicos Inerentes ao Conceito de Função. **REMATEC**, Belém (PA), n. 17, p. 48-66, jan./dez. 2022.

KLUTH, V. S.; ALMOULOU, S. A. A teoria antropológica do didático: primórdio de uma trajetória direcionada à prática de ensino de matemática. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 20, n. 3, p. 1-25, 2018.

LAUNAY, M. **A fascinante história da matemática: da pré-história aos dias de hoje**. Tradução Clóvis Marques; revisão da tradução Anna Maria Sotero. 1. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2019.

LENT, R. **Neurociência da Mente e do Comportamento**. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2008.

MACHADO, N. J. **Sementes 1 # MATEMÁTICA: Ideias Fundamentais**. Disponível em: <https://www.nilsonjosemachado.net/sementes-1-matematica-ideias-fundamentais/>. Acesso em 1º jul. 2022.

MENEGHELLI, J.; POSSAMAI, J. P. Resolução de Problemas e o software GeoGebra: um caminho para a compreensão das funções seno e cosseno. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 21, n. 2, p. 491-512, 2019.

NÓVOA, A. **Professores: Imagens do futuro presente**. Lisboa: Educa, 2009.

OLIVEIRA, E. S. S. **Estudo das funções seno e cosseno por meio de um modelo didático alternativo integrado ao Geogebra**. 2020. 320 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador/BA, 2020.

PONTE, J. P. Tarefas no Ensino e na aprendizagem da Matemática. **Revista Práticas profissionais dos professores de matemática**, Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 13-27, 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/275409996_Tarefas_no_ensino_e_na_aprendizagem_da_Matematica. Acesso em 1º jul. 2022.

ROCHA, M. J.; LAUDARES, J. B.; SOUZA, S. A. Objeto de Aprendizagem Digital para as Funções Seno e Cosseno e suas Inversas com Aplicação na Eletroeletrônica. **Abakos**, Belo Horizonte, v. 9, n. esp., p. 3-18, mar. 2021.

SILVA, L. P. **Um estudo da atenção seletiva na aprendizagem das funções trigonométricas: etiologias e tipologias de erros na perspectiva da neurociência cognitiva**. 2019. 209 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Fundação Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão/SE, 2019.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

TREISMAN, A. M.; GELADE, G. Feature-integration theory of attention. **Cognitive Psychology**, v. 12, n. 1, p. 97-136, 1980.

VIANA, G. K. A. M.; TOFFOLI, S. F. L.; SODRÉ, U. **Geometria: Ângulos**. Matemática Essencial Ensino Fundamental, Médio e Superior no Brasil. Londrina-PR, 29 jul. 2020.

Disponível em:

<http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/fundamental/angulos.html#sec03>. Acesso em: 17 jun. 2022.

WINSLØW, C. **Angles, trigonometric functions, and university level Analysis**. First conference of International Network for Didactic Research in University Mathematics, Montpellier, France, mar. 2016.

ANEXO

ANEXO A - Decisão editorial da submissão do artigo “A abordagem da função seno no livro didático do ensino médio após a implementação da BNCC”

Notificações



[REnCiMa] Decisão Editorial

2022-11-26 02:05

Gabriele Souza de Carvalho, Jackelyne de Souza Medrado, Robson Aldrin Lima Mattos, Laerte Silva da Fonseca

O artigo "*A abordagem da função seno no livro didático do ensino médio após a implementação da BNCC*", submetido à *REnCiMa*, foi analisado por pareceristas *ad hoc*. A avaliação encontra-se ao final desta mensagem; observe se há arquivo anexado a este e-mail.

O artigo foi aprovado mediante ajustes. Com isso, convidamos a analisar os comentários listados na avaliação a seguir e a realizar uma revisão de seu texto à luz desses comentários. As adequações devem ser realizadas utilizando o arquivo submetido.

ANEXO B - Comprovante de submissão do artigo “Atenção seletiva e os objetos matemáticos: Mapeamento das dissertações e teses brasileiras desenvolvidas no período de 2012 a 2021”

[EOL] Agradecimento pela submissão  Caixa de entrada x



eduonline@puc-rio.br

dom., 21 de ago. de 2022, 00:43



para mim ▾

Gabriele,

Agradecemos a submissão do trabalho "Atenção seletiva e os objetos matemáticos: Mapeamento das dissertações e teses brasileiras desenvolvidas no período de 2012 a 2021" para a revista Educação Online.

Acompanhe o progresso da sua submissão por meio da interface de administração do sistema, disponível em:

URL da submissão: <http://educacaoonline.edu.puc-rio.br/index.php/eduonline/authorDashboard/submission/1330>

Login: gabriele29

Em caso de dúvidas, entre em contato via e-mail.

Agradecemos mais uma vez considerar nossa revista como meio de compartilhar seu trabalho.

Maria Luiza Canedo

eduonline@puc-rio.br Educação Online <http://educacaoonline.edu.puc-rio.br/index.php/eduonline>

APÉNDICE

APÊNDICE A - Quadro dos tipos de Tarefas e tarefas contemplando a função seno presentes no L_1 e L_2

| Tipo de Tarefa [T] | Tarefa [t] | Questão associada (n°) |
|--|---|-------------------------------|
| T ₁ : Associar um número real a uma medida | t ₁ : Associar um número real x à medida x de um ângulo (ou arco) | |
| T ₂ : Obter a função | t ₂ : Obter a função seno | |
| T ₃ : Construir o gráfico da função | t ₃ : Construir o gráfico da função seno | |
| T ₄ : Encontrar o período da função | t ₄ : Encontrar o período da função seno | |
| T ₅ : Determinar os valores reais de um número x | t _{5a} : Determinar os valores reais de um número para que exista o seno. | |
| | T _{5b} : Determinar o valor de x no intervalo $[0, 2\pi]$ para que a função $\text{sen } x$ seja igual a $\text{cos } x$ | |
| T ₆ : Determinar a imagem da função | t ₆ : Determinar a imagem da função seno | |
| T ₇ : Determinar o período da função | t ₇ : Determinar o período da função seno | |
| T ₈ : Identificar valores no gráfico | t ₈ : Identificar valores no gráfico da função seno | |
| T ₉ : Assinalar alternativa | t ₉ : Assinalar a alternativa correspondente a situação problema apresentada no enunciado | |
| T ₁₀ : Calcular o lucro | t ₁₀ : Calcular o lucro correspondente as funções que representam o custo de produção e o valor de venda | |
| T ₁₁ : Determinar uma senoide | t ₁₁ : Determinar uma senoide relacionando a velocidade e posição representados no gráfico | |
| T ₁₂ : Justificar a existência do valor de $x \in \mathbb{R}$ | t ₁₂ : justificar se existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e $f(x) = g(x)$ | |
| T ₁₃ : Determinar o domínio | t ₁₃ : Determinar o domínio da função seno | |
| T ₁₄ : Determinar a amplitude | t ₁₄ : Determinar a amplitude da função seno | |
| T ₁₅ : Observar gráficos | t ₁₅ : Observar gráficos da função seno | |
| T ₁₆ : Comparar gráficos | t ₁₆ : Comparar gráficos da função seno | |
| T ₁₇ : Determinar valores de máximo e mínimo | t ₁₇ : Determinar valores de máximo e mínimo de uma função trigonométrica | |
| T ₁₈ : Relacionar a amplitude | t ₁₈ : Relacionar a amplitude da função que modela a onda com a intensidade da onda | |
| T ₁₉ : Relacionar o período | t ₁₉ : Relacionar o período da função que modela a onda com a frequência da onda | |
| T ₂₀ : Elaborar problemas | t ₂₀ : Elaborar um problema que possa ser modelado por uma função trigonométrica | |

APÊNDICE B - Modelos das cartas para o jogo ‘Foco na função seno’

