



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**



**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**FÁBIO DOS SANTOS ANDRADE**

**OBSTÁCULOS E DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM SOBRE  
FUNÇÃO QUADRÁTICA: UMA INVESTIGAÇÃO AO LONGO DE  
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

**SÃO CRISTÓVÃO/SE**

**2023**

FÁBIO DOS SANTOS ANDRADE

**OBSTÁCULOS E DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM  
SOBRE FUNÇÃO QUADRÁTICA: UMA INVESTIGAÇÃO AO  
LONGO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA) como requisito para aprovação na defesa de mestrado.

**Orientadora:** Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza

SÃO CRISTÓVÃO/SE

2023

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

Andrade, Fábio dos Santos  
A554o Obstáculos e dificuldades de aprendizagem sobre função quadrática: uma investigação ao longo de uma sequência didática / Fábio dos Santos Andrade; orientadora Divanízia do Nascimento Souza. – São Cristóvão, SE, 2023.  
73 f.; il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2023.

1. Funções algébricas. 2. Didática (Ensino médio). 3. Metacognição. I. Souza, Divanízia dos Nascimento, orient. II. Título.

CDU 5:37



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGEICIMA**



FÁBIO DOS SANTOS ANDRADE

**OBSTÁCULOS E DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM SOBRE FUNÇÃO  
QUADRÁTICA: UMA INVESTIGAÇÃO AO LONGO DE UMA SEQUÊNCIA  
DIDÁTICA**

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM  
31 DE MAIO DE 2023



Documento assinado digitalmente

DIVANIZIA DO NASCIMENTO SOUZA

Data: 01/06/2023 22:36:55-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza (Orientadora)  
PPGEICIMA/UFS



Documento assinado digitalmente

IVANETE BATISTA DOS SANTOS

Data: 02/06/2023 23:28:12-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos  
PPGEICIMA/UFS

---

Profa. Dra. Marlene Alves Dias  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE

## RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo analisar a vivência de uma sequência didática para investigar sobre as razões que levam os alunos do ensino médio a apresentarem obstáculos e dificuldades na aprendizagem de função quadrática. Durante a sequência didática, aos alunos foi oportunizado utilizar estratégias metacognitivas, com a finalidade de auxiliar na superação dos obstáculos e dificuldades que eles possam enfrentar na construção de conhecimentos sobre função quadrática. Partiu-se do pressuposto que compreender estratégias metacognitivas permita ao discente o desenvolvimento da própria cognição e a reflexão sobre seus conhecimentos. Durante a pesquisa, foi analisado sobre a compreensão dos estudantes na resolução de problemas que envolvam Função Quadrática, bem como foi avaliada a contribuição dos conhecimentos prévios dos alunos em cada aula no processo de ensino e aprendizagem. Esta pesquisa esteve apoiada em textos dos principais teóricos que fundamentam o objeto de estudo: Brousseau, Barbosa, Oliveira, Zabala entre outros. Os sujeitos da pesquisa em questão foram alguns alunos de uma escola pública estadual do ensino médio, na cidade de Ribeira do Amparo – BA, que foram oportunizados por meio da sequência didática a refletirem sobre seu papel no contexto escolar, seus obstáculos e dificuldades de aprendizagem e à identificação, por meio da metacognição, dos instrumentos que os levarão a querer estudar de maneira prazerosa e significativa. A pesquisa contribuiu para ratificar a importância da investigação e da metacognição em um processo de sequência didática, por valorizar a experiência dos alunos e o diálogo entre eles em sala de aula. Esse estudo também auxiliou a compreender sobre suas dificuldades e obstáculos de aprendizagem sobre função quadrática. Para essa aprendizagem, faz-se necessário trazer para sala de aula um ambiente acolhedor e inovador, que promovam nos alunos a capacidade de resolver problemas e lidar com informações numéricas, algébricas e gráficas.

**PALAVRAS-CHAVES:** Função Quadrática; Sequência Didática; Metacognição; Obstáculos; Aprendizagem.

## ABSTRACT

This study aimed to analyze the experience of a didactic sequence to investigate the reasons that lead high school students to present obstacles and difficulties in learning quadratic function. Throughout the didactic sequence, students were given the opportunity to use metacognitive strategies in order to help overcome the obstacles and difficulties they may face in the construction of knowledge about quadratic function. It was assumed that understanding metacognitive strategies allows students to develop their own cognition and reflect on their knowledge. Throughout the research, the students' comprehension in solving problems involving quadratic function was analyzed, as well as the contribution of the students' previous knowledge in each class in the teaching and learning process was evaluated. This research was based on texts by the main theorists that support the object of study: Brousseau, Flavell and Zabala, among others. Some students from a public high school in Ribeira do Amparo, BA, participated in the research. They were given the opportunity, through the didactic sequence, to reflect about their role in the school context, their learning obstacles and difficulties, and to identify, through metacognition, the instruments that will lead them to want to study in a pleasurable and meaningful way. The research contributed to ratify the importance of promoting inquiry and metacognition in a didactic sequence process, by valuing the students' experience and the dialogue among them in the classroom. The study also helped to understand their difficulties and obstacles in learning about the quadratic function. For this learning, it is necessary to bring to the classroom a welcoming and innovative environment that promotes in students the ability to solve problems and deal with numerical information.

**KEYWORDS:** Quadratic Function; Following teaching; Metacognition; Obstacles; Learning.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fotografia com exemplificação de parábola representada pela trajetória de uma bola lançada no ar.....	35
Figura 2 - Concavidades da parábola.....	37
Figura 3 - Coordenadas do vértice.....	37
Figura 4 - Fórmula de Bhaskara.....	38
Figura 5 - GeoGebra .....	40
Figura 6 - Gráfico da função quadrática no Geogebra.....	42
Figura 7 - Fotografias no Formato de uma Parábola.....	50
Figura 8 - Plano cartesiano na cartolina e o guarda-chuva.....	51
Figura 9 - Plano cartesiano na cartolina.....	52
Figura 10 - Conhecendo o aplicativo GeoGebra.....	59
Figura 11 - Utilizando o aplicativo GeoGebra.....	60

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Problemas de função quadrática.....	33
Quadro 2 - Estratégias metacognitivas.....	34
Quadro 3 - Estudo da Função.....	38
Quadro 4 - Construção de gráfico da função no plano cartesiano.....	39
Quadro 5 - Situação-problema .....	40
Quadro 6 - Questionário metacognitivo.....	43
Quadro 7 - Resposta de um grupo de alunos às questões e problemas propostos sobre função quadrática.....	44
Quadro 8 - Resposta dos alunos 5 e 6 à questão 2 sobre função quadrática.....	47
Quadro 9 - Respostas das questões sobre o gráfico da função no plano cartesiano.....	54
Quadro 10 - Respostas das questões sobre o gráfico da função no plano cartesiano.....	55
Quadro 11 - Respostas do aluno 2 do Quadro 5.....	56
Quadro 12 - Respostas da Situação-problema.....	58
Quadro 13 - Respostas do questionário metacognitivo.....	62

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	09
1.1 OBJETIVOS.....	11
1.1.1 Objetivo Geral.....	11
1.1.2 Objetivos Específicos.....	11
2. REVISÃO DE LITERATURA.....	12
3. FUNÇÃO QUADRÁTICA NA BNCC E ALERTA DE PESQUISA SOBRE OBSTÁCULOS E DIFICULDADES.....	15
4. REFERENCIAL TEÓRICO.....	19
4.1 Obstáculos e dificuldades de aprendizagem.....	19
4.2 Situações didáticas e sequência didática.....	23
4.3 Metacognição.....	27
5. ABORDAGEM METODOLÓGICA.....	31
5.1 Local de realização da pesquisa e participantes.....	32
5.2 Aplicação de uma sequência didática para o ensino de função quadrática.....	32
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	44
7. CONCLUSÃO.....	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	70

## 1. INTRODUÇÃO

Durante todo o percurso histórico da escolarização, provavelmente nunca se exigiu tanto da escola, dos alunos e dos professores como atualmente. Cada vez mais, o sistema educacional depara-se com os desafios de educar jovens preparando-os para lidar com as exigências do mundo contemporâneo. Dentre esses desafios, temos os obstáculos e dificuldades na aprendizagem da Matemática, que nos conduziu a considerar neste estudo, em especial, os relativos ao tema Função Quadrática; sendo esses obstáculos e dificuldades uma realidade presente no cotidiano escolar dos alunos do Ensino Médio.

Consideramos o ensino da Função Quadrática um desafio, a partir de conteúdos estudados em sala de aula. Uma vez que, na prática, ao observar os alunos da educação básica, é perceptível a dificuldade na compreensão deste conteúdo, que muitas vezes é considerado como difícil e complexo. Didaticamente, na maioria das vezes, esse tema é abordado por meio de metodologias expositivas, pelo viés da memorização de fórmulas, regras e conceitos matemáticos desarticulados do contexto dos alunos.

Os obstáculos e as dificuldades na aprendizagem de Função Quadrática resultam em insatisfação no seu estudo por parte dos alunos, mediante os resultados de aprendizagem matemática negativos, representados pelas notas insuficientes nas provas da disciplina matemática e pela falta de compreensão sobre a aplicação desse tipo de função nas outras ciências e no cotidiano. Desta forma, um dos grandes desafios na Escola Básica é tornar o estudo de matemática interessante, trazendo-o para a realidade do aluno. Uma vez que, é notório durante a prática em sala de aula, a matemática seja vista como a grande vilã dentre as disciplinas que fazem parte do conjunto de saberes escolares. Isso conduz a dificuldades de aplicação e articulação dos conhecimentos matemáticos em disciplinas como a Física, que representa e explica os fenômenos da natureza por meio da matemática.

“A presença de um obstáculo no processo de aprendizagem não indica a existência de dificuldades permanentes, mas, sim, a forma que o sujeito encontrou de autorregular seus esquemas de aprendizagem” (BARBOSA,

2008, p. 55). Sendo assim, é necessário criar um ambiente agradável e motivador, para que o discente supere suas dificuldades de aprendizagem. Assim, é importante levar o aluno a perceber, pensar e avaliar o desenvolvimento de suas atividades cognitivas, durante o processo de aprendizagem.

Os alunos de hoje vivem em um mundo de avanços tecnológicos, o que torna necessário que o professor acompanhe as inovações para superação das dificuldades e obstáculos de aprendizagem dos temas abordados na escola. Pelos alunos e até mesmo professores, é necessário a utilização desses recursos para desenvolver a motivação em estudar, ao contrário disso, acontece o desinteresse pelo estudo dos temas da disciplina. Isso, muitas vezes se traduz em evasão escolar e em fuga das carreiras que exigem a aplicação dos conhecimentos matemáticos adquiridos na Educação Básica.

Partindo desta problemática, nesta pesquisa, questionamos sobre quais obstáculos e dificuldades enfrentados pelos alunos na aprendizagem de função quadrática. Para investigar sobre isso, foi desenvolvida uma sequência didática sobre o tema, contendo atividades envolvendo metacognição. Deste modo, buscou-se compreender os obstáculos e dificuldades associados ao tema para propor ferramentas que possam contribuir para a superação desses obstáculos e dificuldades. No planejamento da sequência, considerou-se estratégias, materiais e atividades que despertem a curiosidade e o interesse do aluno, favorecendo a construção de conhecimentos matemáticos.

Ademais, pretendeu-se discutir alternativas metacognitivas que permitam ao discente o desenvolvimento da própria cognição e a reflexão sobre seus conhecimentos matemáticos. Com isso, o intento foi contribuir para que os estudantes se tornem indivíduos com autonomia intelectual, motivados para avançar no conhecimento com práticas de estudo que sejam provocadoras de mudanças, de modo a diminuir os obstáculos e dificuldades de aprendizagem em matemática. Favorecendo o desenvolvimento da matemática e seu uso em diversas situações que expandem a sua prática.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo Geral

Investigar, por meio de uma sequência didática, os obstáculos e dificuldades relativos à aprendizagem de função quadrática vivenciados por alunos do Ensino Médio e propor ferramentas que ajudem a ultrapassá-los, assim como alternativas metacognitivas para o desenvolvimento da cognição, a reflexão e o reconhecimento dos conhecimentos matemáticos pelos próprios alunos.

### 1.1.2 Objetivos Específicos:

- Elaborar uma Sequência Didática para o ensino de função quadrática, tendo em vista contribuir para a superação dos obstáculos e dificuldades de aprendizagem matemática;
- Identificar os obstáculos e dificuldades relacionados ao processo de aprendizagem dos conteúdos relacionados à função quadrática a partir da manifestação de alunos;
- Analisar alternativas para tornar o estudo deste conteúdo mais motivador, de modo a diminuir os obstáculos e dificuldades de sua aprendizagem;
- Oportunizar aos estudantes utilização de estratégias metacognitivas para a superação dos obstáculos e dificuldades na construção de conhecimentos matemáticos.

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

Sequências didáticas têm sido utilizadas com a finalidade de colaborar para o planejamento dos conjuntos de atividades organizados e vivenciados em sala de aula, estimulando a aprendizagem e contribuindo para o desenvolvimento de competências e habilidades a partir de conteúdos estudados no ambiente escolar. Para Zabala (1998, p. 18), a sequência didática é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos.

Por meio de uma sequência didática é possível à criação de uma estrutura didática que aproxime os professores de uma metodologia discursiva e reflexiva e, ao mesmo tempo, o afaste do método tradicional de ensino. Com a vivência de tal estrutura o aluno resolverá diversas atividades, em vários níveis de complexidade, em sequência, o que contribui para que o professor possa analisar as potencialidades e fragilidades dos alunos sobre os temas abordados na sequência.

Para tanto, consideramos ser necessária a criação de estratégias que auxiliem no raciocínio lógico dos discentes, proporcionando a eles o reconhecimento dos obstáculos e dificuldades que bloqueiam a sua compreensão sobre o que é abordado nas aulas. Isso nos conduziu ao estudo de Cavalcanti (2007), pois o pesquisador assinala que a utilização de diferentes estratégias de resolução de problemas pelos alunos permite-lhes refletir sobre o processo de resolução de problemas e auxilia na construção da sua autonomia de pensar matematicamente.

Além disso, o professor deve recorrer a meios para enfrentar os obstáculos e dificuldades de aprendizagem e contribuir para a reconstrução de relações cognitivas que agenciem a compreensão dos estudantes, em particular, para a nossa pesquisa trata-se de recorrer a esses meios associando-os ao estudo da função quadrática. Deve-se levar em consideração que a aprendizagem é um desenvolvimento cognitivo que deve familiarizar-se com as temáticas estudadas, além de pôr significados ao que está sendo aprendido.

Consideramos ainda a inovação no ensino de matemática, na perspectiva de controlar os obstáculos e dificuldades que impedem a aprendizagem. Os educadores precisam ser inovadores, construindo estratégias que possibilitem o aluno a capacidades de tomada de decisões, autonomia e resoluções de problemas do dia a dia, que envolve a compreensão e leitura em matemática.

“Os alunos precisam aprender a ler matemática e ler matemática para aprender, pois, para interpretar um texto matemático, é necessário familiarizar-se com a linguagem e com os símbolos próprios desse componente curricular e encontrar sentido naquilo que lê, compreendendo o significado das formas escritas”. (NACARATO; MENGALI e PASSOS, 2009, p. 44).

A mudanças acima indicadas tanto em relação ao desenvolvimento e autonomia dos alunos como da possibilidade do professor utilizar novos meios em sua prática diária estão associadas à formação inicial e continua do professor, que precisa ter acesso aos resultados das pesquisas em ensino para, por exemplo, levar em conta o conhecimento que o aluno traz do seu cotidiano e as relações desse conhecimento com as necessidades da comunidade em que está inserido, para que juntos possam discutir e refletir sobre os conceitos matemáticos e suas aplicações tanto em atividades cotidianas como de outras áreas do conhecimento como ciências naturais, artes, entre outras.

Desse modo, essa nova forma de desenvolvimento da matemática, por meio da abordagem por competências, como indica a BNCC, conduz a necessidade de dar voz ao aluno para que ele seja o protagonista da sua formação, o que reforça a necessidade do professor estar preparado para tanto, o que, em geral, não corresponde à realidade, uma vez que o professor não foi formado sob essa perspectiva, reforçando assim a importância da formação continua, sendo que essa deve ser continua e integrada ao seu horário de trabalho.

Atualmente, encontramos diversas pesquisas que mostram a importância de utilizar ferramentas tecnológicas nos processos de ensino-aprendizagem de matemática, pois é consenso que tais ferramentas contribuem para o desenvolvimento das aulas, favorecendo a autonomia do aluno ao permitirem que ele visualize e conjecture sobre propriedades e

teoremas relacionados à conceitos matemáticos, o que ainda permite a conexão entre aluno e professor, pois o professor pode contribuir para construção do conhecimento através da aprendizagem mediada pelas tecnologias desde que considere momentos de discussão e reflexão sobre as conjecturas apresentadas pelos alunos, identificando obstáculos, dificuldades, erros e acertos, associando a conhecimentos prévios e novos conhecimentos, observando ainda abusos de linguagem que dificultam a compreensão de um novo conceito.

As considerações colocadas acima, nos conduzem à pesquisa de Medeiros (2005, p. 34),

[...] o aluno é sujeito participante, intelectualmente, e não objeto do ato educativo, assim, ao momento que os alunos tiverem contato com o *software*, eles poderão questionar e analisar diversas questões relacionadas ao conteúdo, além de ter contato com uma metodologia diferenciada. Como exemplo de *software*, temos o aplicativo Geogebra, que é um recurso tecnológico que permite ao aluno realizar investigações matemáticas, melhorando o processo de ensino e aprendizagem.

Ressaltamos ainda que Sasseron (2015) fortalece a necessidade do docente ser criativo e cooperador, sendo capaz de motivar o aluno, auxiliando-o a pensar e tornar-se autônomo, além de motivá-lo a utilizar o ensino por investigação, que de acordo com Sasseron (2015, p. 58),

[...] caracteriza-se por ser uma forma de trabalho que o professor utiliza na intenção de fazer com que a turma se engaje com as discussões e, ao mesmo tempo em que travam contato com fenômenos naturais, pela busca de resolução de um problema, exercitam práticas e raciocínios de comparação, análise e avaliação bastante utilizadas na prática científica.

Mais uma vez, observamos que propostas como a de Sasseron indicam a importância de considerar novas metodologias de ensino tanto na formação inicial como na continua, o que fortalece a necessidade de considerar um horário específico na carga de trabalho do professor para que ele possa realmente integrar essas novas metodologias em suas aulas.

A partir dessa reflexão sobre o papel do aluno e do professor no momento atual, com as novas demandas indicadas na BNCC e a existência de metodologias que podem auxiliar os professores a proporem novas formas de estudo em que os alunos são os protagonistas de seu processo de

aprendizagem, consideramos em nossa pesquisa desenvolver com os alunos seqüências didáticas centradas no desenvolvimento do pensamento matemático por meio de situações do cotidiano, em especial quando se considera o conceito de função quadrática, suas representações e propriedades, de modo que o aluno consiga realizar investigações, interpretar situações-problemas, organizar informações e recorrer a caminhos para aprendizagens, que pode ocorrer através reflexão do seu próprio conhecimento.

A seguir apresentamos uma breve reflexão sobre o que se propõe para o processo de ensino-aprendizagem da noção de função quadrática nos ensinos fundamental anos finais e ensino médio em termos de habilidades a serem desenvolvidas e quando possível essas reflexões são acompanhadas por resultados de pesquisas que indicam dificuldades já encontradas e possíveis caminhos que podem ser considerados.

### **3. FUNÇÃO QUADRÁTICA NA BNCC E ALERTA DE PESQUISA SOBRE OBSTÁCULOS E DIFICULDADES**

A Função quadrática é um conceito que é implicitamente considerado na unidade temática álgebra, por meio dos objetos de conhecimento representações numérica, algébrica e gráfica de funções, estando associada à habilidade: (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Desse modo, o conceito de função e suas representações numérica, algébrica e gráfica faz parte do desenvolvimento das habilidades no 9º ano, Ensino Fundamental – Anos Finais, e que de acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018, p. 316 e 317), tem como objetivo o estudo das relações de dependência unívoca entre duas variáveis associado às suas representações numérica, algébrica e gráfica de forma a distinguir e analisar situações que envolvam relações funcionais, o que implicitamente

supõe o estudo da função polinomial do segundo grau ou função quadrática, pois para a unidade temática Álgebra, os objetos de conhecimento são as funções: representações numérica, algébrica e gráfica e a habilidade correspondente é (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Matemática	9º	Álgebra	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
------------	----	---------	---	---

Fonte: adaptado da BNCC

Em seguida, o tema função quadrática é ampliado no 1º ano do Ensino Médio, propondo um estudo que vai além da identificação e análise de situações por meio das representações, tabelas, fórmulas e gráficos.

Para melhor compreender as exigências apresentadas em termos de competências e habilidades indicadas na BNCC, para o estudo do conceito de função quadrática, suas representações, propriedades e aplicações, consideramos importante refletir sobre que habilidades estão associadas a matemática para o ensino-aprendizagem do conceito de função quadrática.

Para o tema função quadrática ao associarmos competências específicas e habilidades, identificamos:

Competência: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

No caso da função quadrática observamos a importância de associar seu estudo a casos específicos de Ciências da Natureza e Humanas, o que indica a importância de professores de diferentes áreas trabalharem de forma interdisciplinar, procurando situações que possam ser interpretadas por meio da função quadrática e suas representações, ou seja, implicitamente é indicado o desenvolvimento de projetos interdisciplinares.

Competência: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Seguindo a mesma lógica da habilidade anterior, a construção de modelos indica a importância de desenvolvimento de projetos interdisciplinares o que está relacionado ao ensino médio em tempo integral, no qual esse tipo de projeto é indicado como forma de desenvolvimento da autonomia do estudante e da motivação por meio do estudo associado ao seu projeto de vida.

(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

A habilidade (EM13MAT315) reforça a importância do desenvolvimento de um processo de ensino-aprendizagem interdisciplinar centrado nas opções dos estudantes e dando ênfase aos conhecimentos atuais necessários para o futuro profissional deles no mercado de trabalho.

Nas habilidades relativas aos diversos objetos de conhecimentos, definidas na BNCC (BRASIL, 2018, p. 533), para o Ensino Médio, temos a habilidade EM13MAT502: Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização.

Diante disso, o conceito de função quadrática, suas representações, propriedades e aplicações no Ensino Médio envolve conhecimentos prévios que poderão ser mobilizados no ensino superior, em particular na disciplina de

cálculo diferencial e integral, que compõe a grade curricular de diversos cursos do ensino superior. Sendo assim, espera-se que os alunos que optem por cursos de exatas, e que estude o conteúdo de funções, tenham conhecimentos suficientes para utilizá-los na aplicação em diferentes áreas em que a matemática é utilizada para justificar e demonstrar o resultado de fenômenos específicos, como é o caso dos fenômenos físicos, químicos, biológicos, econômicos, entre outros.

A compreensão desse universo de fenômenos é um desafio para muitos alunos que não possuem um domínio para resolver problemas relacionados com função quadrática. Para Lima (2006, p. 119), o estudo das funções quadráticas tem sua origem na resolução da equação do segundo grau; problemas que recaem numa equação do segundo grau que estão entre os mais antigos da matemática.

Conforme a BNCC, uma das habilidades (EM13MAT302) a ser adquirida em matemática é “Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p. 528). Desta forma, a função do segundo grau, que é também chamada de função quadrática ou função polinomial do 2º grau, é um conteúdo riquíssimo para o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

Portanto, cabe ao professor a realização de novas estratégias pedagógicas para sala de aula. Desta forma, as competências definidas na BNCC poderão contribuir para guiar a aprendizagem e o desenvolvimento do aluno, por meio de unidades temáticas, que contribuem para uma aprendizagem significativa. Deste modo, espera-se que o estudante se torne capaz de “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p. 265).

Sabe-se das dificuldades e obstáculos dos discentes no estudo da função quadrática, muitas vezes devido à ausência de conhecimento acerca da representação gráfica das funções quadráticas. Uma vez que tal representação pode ser ensinada de maneira desarticulada com a realidade do estudante.

É imprescindível que a escola contribua para que o discente encontre caminhos para a construção de conhecimentos referentes à função quadrática. Logo, surge a necessidade de propiciar ao aluno um conhecimento mais real, através de estratégias de resolução de problemas que ultrapassam a aplicação de definições e propriedades matemáticas. Para isso, é necessário a conexão entre as fórmulas matemática e o contexto em que o aluno está inserido.

Lopes, Angotti e Moretti (2003) dizem que

[...] apesar das inúmeras pesquisas envolvendo o ensino e a aprendizagem do conceito de função, ainda são grandes as dificuldades apresentadas pelos educandos do ensino fundamental e médio no seu aprendizado como meio e fim universais. Dentre estas está a inabilidade de construir conexões entre as diferentes representações de funções: fórmulas, tabelas, diagramas, gráficos, expressão verbal das relações, e, ainda, em estabelecer interações com outras áreas do conhecimento que fazem uso dessas mesmas representações, situadas em contextos diferentes (LOPES; ANGOTTI; MORETTI, 2003, p. 2).

Em suma, o professor deve relacionar funções quadráticas com o contexto social do aluno, isto é, conectá-las a diferentes áreas do conhecimento e a muitas questões e necessidades do homem, pois o ser humano compreende melhor ao intervir no mundo que o rodeia.

## **4. REFERENCIAL TEÓRICO**

### **4.1 Obstáculos e dificuldades de aprendizagem**

A cada dia o ser humano é desafiado a resolver cálculos e problemas matemáticos do seu dia a dia. Neste cenário, é notório a presença de alunos com dificuldades na resolução de problemas matemáticos, e que muitas das vezes, são obstáculos oriundos de anos anteriores de sua aprendizagem, principalmente quando se trata de regras e cálculos. Para tanto, é importante compreender o que impede essa aprendizagem e as ferramentas necessárias para solução desses obstáculos e dificuldades.

Para tanto, Brousseau (2010) define um obstáculo como:

Um obstáculo é um conjunto de dificuldades de um ator (sujeito ou instituição) associado à sua concepção de uma noção. Essa concepção foi formada por uma atividade e por uma adaptação correta, mas para condições particulares, que a deformaram ou limitaram seu alcance. As dificuldades criadas por essa concepção estão associadas a “raciocínios”, mas também a numerosas circunstâncias nas quais essa concepção intervém. Assim, a concepção resiste a simples aprendizagem de um conhecimento mais correto. As dificuldades parecem desaparecer, mas elas reaparecem de maneira inesperada e causam os erros, por meio de relações insuspeitas. A identificação e a inclusão explícita da rejeição de um obstáculo no novo conhecimento são geralmente condições necessárias para o seu uso correto. (BROUSSEAU, 2010, tradução nossa).

Após explicitar o que é um obstáculo e propor uma maneira de tratá-lo, Brousseau explicita e apresenta exemplos de osbstáculos de origem ontogenética, didática e epistemológica, a saber:

**Obstáculos de origem ontogenética** são aqueles que surgem devido às limitações (neurofisiológicas entre outras) do sujeito em um momento de seu desenvolvimento: ele desenvolve conhecimentos adequados aos seus meios e seus objetivos nessa idade. **Os obstáculos de origem didática** são aqueles que parecem depender apenas de uma escolha ou de um projeto do sistema de ensino. Por exemplo, a apresentação atual de decimais no nível elementar é o resultado de uma longa evolução no quadro de uma escolha didática feita pelos enciclopedistas e depois pela Convenção: dada a sua utilidade, os decimais iriam ser ensinados a todos no mundo o mais rápido possível. quanto possível, associados a um sistema de medidas, e se referindo às técnicas de operação dos naturais. Assim, hoje, os decimais são, para os alunos, "naturais com uma mudança de unidade", portanto "números naturais" (com vírgula) e as medidas. **Os obstáculos de origem epistemológica** são aqueles dos quais não se pode, nem se deve escapar, pelo próprio fato do seu papel constitutivo no conhecimento visado. Eles podem ser encontrados na história dos próprios conceitos. Isso não significa que devemos ampliar seu efeito ou que devemos reproduzir no ambiente escolar as condições históricas em que foram superadas. (BROUSSEAU, 2010, tradução nossa).

Podemos dizer que no processo de ensino-aprendizagem é necessário respeitar o desenvolvimento do pensamento metacognitivo do aluno, permitindo que o ele supere os desafios, as dificuldades e os obstáculos encontrados na construção de seus conhecimentos. Para isso, uma condição que consideramos importante é que as aulas sejam conectadas com o mundo em que vivemos.

Em relação ao desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem apresentamos brevemente as conclusões de pesquisadores sobre o papel do professor e dos alunos nesse processo.

Segundo Chas (2014), o professor precisa diversificar a maneira de ensinar e tornar o estudo de matemática mais interessante e motivador, sendo muitos os caminhos que tornam o processo de ensino-aprendizagem mais interessante.

Faz-se necessário ainda mostrar situações práticas que contribuem para superação de obstáculos e dificuldades de aprendizagem.

Para Barbosa (2008, p. 55),

A presença de um obstáculo no processo de aprendizagem não indica a existência de dificuldades permanentes, mas, sim, a forma que o sujeito encontrou de autorregular seus esquemas de aprendizagem. Neste sentido, a busca da superação desses obstáculos deve acontecer não como uma proposta de cura, mas como um encontro para a ampliação de recursos a serem utilizados neste movimento de busca de equilíbrio e de autorregularão.

Podemos dizer que os obstáculos e dificuldades de aprendizagem surgem mediante vários fatores, dentre eles o ambiente em que o discente está inserido, levando em consideração o tempo, o espaço e talvez, as técnicas utilizadas para aprender. De acordo com Barbosa (2008), no contexto escolar vários tipos de dificuldade que podem resultar em obstáculos de aprendizagem estão presentes, a exemplo de discalculia, disgrafia, dislexia, TDHA, acalculia entre outros, que segundo nossa interpretação corresponde a obstáculos ontogenéticos conforme definição de Brousseau (2010).

Isso também significa dizer que aprendizagem acontece devido a vários fatores que influenciam no desempenho de suas atividades. Alguns possuem facilidades para desenvolver o raciocínio lógico, que são criativos e talentosos; em controvérsias, os que possuem limitações, devido a inquietação, desmotivação e até mesmo déficit de atenção. Assim, segundo Kampff, Machado e Cavedini (2004, p. 2),

É necessário repensar o ensino e a aprendizagem, colocando-se numa postura de professor inovador, criando situações significativas e diferenciadas, cabendo propiciar diferentes situações “problemas” ao educando. O aluno precisa ser motivado a envolver-se ativamente nesse processo, construindo o seu conhecimento a partir de múltiplas interações. O professor de matemática deve organizar um trabalho estruturado através de atividades que propiciem o desenvolvimento da exploração informal e investigação reflexiva e que não privem os alunos nas suas iniciativas e controle da situação.

Ademais, faz-se necessário informar a importância de permitir ao aluno a buscar soluções para os problemas encontrados, valorizando suas experiências e descobertas. Para Sanchez,

As dificuldades de aprendizagem em Matemática podem ocorrer devido a diversos aspectos: “[...] Dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e a construção da experiência matemática; do tipo da conquista de noções básicas e princípios numéricos, da conquista da numeração, quanto a prática das operações básicas, quanto à mecânica ou quanto à compreensão dos significados das operações. Dificuldades na resolução de problemas, o que implica a compreensão do problema, compreensão e habilidade para analisar o problema e raciocinar matematicamente. Dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expectativas e aos fatores emocionais, acerca da matemática. Dificuldades relativas à própria complexidade da matemática, como seu alto nível de abstração e generalização, a complexidade dos conceitos e algoritmos. Dificuldades atencionais, motivacionais; dificuldades na memória, etc. Dificuldades originadas no ensino inadequado ou insuficiente sejam porque à organização do mesmo não está bem sequenciado, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz.” (SANCHEZ, 2004, p. 174).

É perceptível que o estudo de matemática vai além do contexto sala de aula e que muitos obstáculos surgem ao longo do processo educativo do aluno, e que requer atenção e cuidado. Segundo BARBOSA (2008, p. 57),

(...) não queremos negar a existência de dificuldades advindas de obstáculos de caráter orgânico, afetivo, social ou funcional, porém queremos alertar para o fato de que tais dificuldades fazem parte do processo de aprendizagem de uma determinada pessoa e por isso precisam ser encaradas de forma processual e não como um tumor que precisa ser eliminado, curado, ou mesmo aceito de forma passiva.

Desta forma, vários são os fatores que impossibilitam a aprendizagem, desde aqueles alunos que têm dúvidas e não que não perguntam sobre essas por timidez, aos que não têm hábito de estudar, as condições de trabalho e talvez a falta de comunicação entre aluno e professor. É importante destacar que o docente precisar recorrer aos diferentes recursos e metodologias de ensino, na expectativa de ajudar o estudante a superar suas dificuldades e limitações que surgirão durante a aprendizagem.

Na sequência apresentamos o que Brousseau considera como situações matemáticas apropriadas para o ensino e reforçamos a definição de sequência didática segundo Zabala.

#### **4.2 Situações didáticas e sequência didática**

Nos processos de ensino-aprendizagem é importante a utilização de aulas com significado para o grupo de aluno, o que pode se traduzir pela proposta de situações matemáticas que estimulem os alunos a buscar explicações para os conceitos e problemas matemáticos. A sequência didática contribui para a solução de problemas do cotidiano, como estratégia para organização e desenvolvimento dos objetivos educacionais.

Brousseau (2010) considera a noção de situação matemática que será posteriormente definida enquanto situações didáticas e a-didáticas e assim constituir o modelo teórico desenvolvido por meio da Teoria das situações didáticas em matemática.

Segundo Brousseau (2010) define situação, em particular situação matemática, como podemos ressaltar no extrato que segue:

[...] as condições de um dos usos particulares de um conhecimento matemático são consideradas como formando um sistema denominado “situação”. Uma situação é, por um lado, um jogo hipotético, que pode ser definido matematicamente, que esclarece um sistema mínimo de condições necessárias sob as quais um dado conhecimento matemático, pode se manifestar por decisões com efeitos observáveis por meio de ações de um ator em um meio. Por outro lado, um modelo do tipo acima, é destinado a interpretar a parte das decisões observáveis de um sujeito real que estão associadas à sua relação com um determinado conhecimento matemático. (Brousseau, 2010, tradução nossa)

Por exemplo, na nossa pesquisa ao sugerir soluções para as atividades propostas, os alunos manifestam decisões corretas e erradas sobre o conceito de função quadrática, suas representações, propriedades e aplicações que podem ser observadas e interpretadas pelo professor.

Ainda segundo Brousseau (2010) uma situação é institucionalmente caracterizada, dependendo do projeto político, social e da comunidade em que está inserido, pois cabe aos sujeitos que interagem em uma situação de fazê-la evoluir, o que permite entender as decisões do professor e dos alunos, assim

como seus acertos e erros, como podemos verificar no extrato abaixo em que Brousseau (2010) caracteriza uma situação em determinada instituição e o papel dos sujeitos envolvidos no desenvolvimento da situação em função do projeto pactuado entre professor e alunos.

Uma situação é caracterizada em uma instituição por um conjunto de relações e papéis recíprocos de um ou mais sujeitos (aluno, professor, etc.) com um ambiente, visando transformar esse ambiente de acordo com um projeto. O ambiente é constituído pelos objetos (físicos, culturais, sociais, humanos) com os quais o sujeito interage em uma situação. O sujeito determina certa evolução entre os estados possíveis e autorizados desse ambiente, rumo a um estado terminal que julga conforme seu projeto. Observe que uma tarefa é uma ação aceita *a priori* pelo ator como sendo determinada, em uma situação pactuada. A situação permite “entender” as decisões do professor e dos alunos, erros ou apropriações. (Brousseau, 2010, tradução nossa).

No nosso estudo a situação proposta aos alunos do 1º ano do ensino médio correspondeu à aplicação de uma sequência didática composta de atividades sobre o conceito de função quadrática, suas representações, propriedades e aplicações para serem interpretadas e resolvidas e discutidas pelos alunos individualmente e depois distribuídos em grupo, afim de encontrarem uma resposta adequada, que seriam validadas pelos alunos por meio de estratégias de metacognição.

Segundo Brousseau (2010), a Teoria das Situações Didáticas em Matemática comporta dois objetivos, a saber:

A teoria das situações tem, portanto, dois objetivos, por um lado, o estudo da consistência dos objetos e suas propriedades (lógicas, matemáticas, ergonômicas), necessárias para a construção lógica e a invenção de “situações”, e por outro lado a confrontação científica (empírica ou experimental) da adaptação destes modelos e das suas características com a contingência. (Brousseau, 2010, tradução nossa).

Conforme Brousseau (2010), as situações hipotéticas consideradas na TSD pertencem a duas categorias, ou seja, as situações didáticas que permitem que os alunos se expressem por meio de ações e as situações a-didáticas que são desenvolvidas pelos alunos sem a intervenção direta do professor, a saber:

[...] as situações didáticas em que um ator, um professor, por exemplo, organizam um dispositivo que manifesta sua intenção de modificar ou suscitar o conhecimento de outro ator, um aluno por

exemplo e permite que ele se expresse em ações [...] A modelagem do ensino eficaz leva a combinar os dois: certas situações didáticas fornecem situações de aprendizagem que são parcialmente liberadas da intervenção direta: situações a-didáticas. (Brousseau, 2010, tradução nossa).

Desse modo, com a finalidade de tornar as aulas de matemática mais motivadoras e facilitadoras de aprendizagem, em particular no ensino-aprendizagem de Função Quadrática, a vivência de uma sequência didática é importante para a compressão do conteúdo, por permitir identificar os conhecimentos prévios dos alunos, criando assim um ambiente propício para a discussão e reflexão entre os alunos de forma que eles possam identificar seus próprios acertos e erros e construir assim novas formas de estudo, observando que o erro, em geral, corresponde a necessidade de um novo conhecimento que eles ainda não detém ou não dominam.

Para tanto, a sequência didática considerada para o estudo do conceito de função quadrática, suas representações, propriedades e aplicações foi construída utilizando situações, em geral, vivenciadas no cotidiano dos alunos, de forma que podemos considera-las, a-didáticas, uma vez que eles eram capazes de trata-las sem a intervenção do professor.

Dolz e Schneuwly (2004) defendem que as sequências didáticas são instrumentos que podem nortear os professores na condução das aulas e no planejamento das intervenções didáticas.

Sendo assim, consideramos que o estudo do conceito de função quadrática por meio de uma sequência didática e segundo definição de Zabala contribui para ajustar a ligação de diferentes noções, representações, propriedades e aplicações relacionadas à função quadrática, facilitando a compreensão dos conceitos, ideias e problemas, tornando a aprendizagem mais interessante e ampliando os conhecimentos prévios dos alunos, uma vez que as atividades sequenciais irão permitir a transformação dos conhecimentos.

Observamos que para Zabala (1998, p. 18), esse tipo de sequência compõe *“um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”*.

O aluno precisa ser motivado e influenciado a aprender, mesmo que não seja do seu interesse. O professor precisa trabalhar com a realidade, nunca fugindo do foco, relacionando a vivência do sujeito, isto ao propor situações problemas, resolução de problemas em equipe, levantamento de dados de pesquisas e questionários sobre questões da sociedade, esporte, filmes ou situações da época.

Oliveira (2013, p. 43) diz que para a construção de uma sequência didática, *“o professor precisa escolher o tema, problematizar o assunto, planejar os conteúdos; traçar os objetivos, delimitar as atividades de forma sequencial levando em consideração os grupos, materiais, tempo, etapas e a avaliação dos resultados”*.

E antes de tudo, é necessário refletir sobre os conteúdos nas aulas de matemática, pois não existe uma receita pronta para aprender e ensinar matemática, assim como diz Machado (2005) que *“o ensino da Matemática deve estar voltado à formação cidadã do aluno, mostrando que inúmeros conceitos fazem parte de sua rotina”*. É preciso saber o papel de cada estratégia para adequá-las às necessidades e às aspirações dos alunos que estamos formando, uma vez que existem diversas possibilidades de se trabalhar matemática em sala de aula, e que é indispensável que o professor construa a sua prática questionando e considerando às pretensões atuais e futuras dos alunos.

Costa e Peretti (2013) ao indicarem o interesse de desenvolvermos nossas aulas utilizando sequência didática, ressaltam a importância de recursos para resolução de cálculo, o que indica a necessidade de estar preparado para justificar métodos e revisar conceitos e técnicas consideradas como conhecimentos prévios se necessário, em particular quando se integra o ensino com outras didáticas ou problemas reais. Por exemplo, os alunos do 1º ano do ensino médio, mesmo se já estudaram movimento retilíneo e uniforme e movimento retilíneo uniformemente variado em física, em geral, não associam esse estudo às funções afim e quadrática, o que pode estar relacionado com as diferentes representações simbólicas entre as duas disciplinas, o que precisa ser explicitado, e a falta de compreensão da questão de taxa de variação que precisa ser melhor discutida quando do estudo das funções afim e quadrática em matemática.

Uma sequência didática com recursos para resolução de cálculos faz-se necessária para um melhor entendimento sobre o conteúdo a ser trabalhado, contextualizando-o, gerando um ensino integrado com outras disciplinas, tornando-as com significados que são dados pelas próprias situações didáticas e pela associação de problemas reais. (COSTA e PERETTI, 2013, p. 3).

Porquanto, no que diz respeito à aprendizagem de função quadrática, sabe-se que demanda raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas. E para que tudo isso seja concretizado nas aulas, é fundamental a utilização de alternativas que aumentem a motivação para a aprendizagem e atenção para com o que está aprendendo. De acordo com Mascarin (2017), quando o professor prepara uma sequência didática para trabalhar certos conceitos usando vários recursos, e propõe atividades práticas envolvendo os conceitos, propicia motivação aos alunos para o estudo e contribui para o desenvolvimento do raciocínio formal, lógico e dedutivo do aluno.

Em suma, a aprendizagem no ambiente escolar deve permitir que o aluno compreenda o conteúdo de maneira prática, dinâmica e por meio de exemplos voltados ao seu cotidiano e quando possível articulados com outras disciplinas para que, em seguida, ele seja capaz de resolver problemas mais complexos, por meio de construção de conhecimentos que ultrapassam as atividades propostas na sequência didática, mas que são referência para a compreensão e execução de novas atividades, incluindo aquelas associadas ao seu cotidiano.

Na sequência consideramos o conceito de metacognição que corresponde a outro referencial teórico central em nossa pesquisa.

### **4.3 Metacognição**

Metacognição é um mecanismo importante no processo de aprendizagem de matemática, pois estimula o discente a refletir e identificar os obstáculos e dificuldades na construção do conhecimento, por meio da resolução de atividades cognitivas.

Para Figueira (2007), a atividade metacognitiva possibilita ao sujeito controlar seus processos e mecanismos de construção do conhecimento, permitindo orientar a aprendizagem sobre o mundo físico e conceitual.

A metacognição contribui para que os estudantes aprendam como se aprende. Podendo ser utilizada como uma ferramenta de aprendizagem na matemática, a partir do momento que o discente planeja suas ações futuras, tendo como base seus conhecimentos adquiridos. Além de identificar seus obstáculos e dificuldades na aprendizagem, o estudante procura métodos mais eficazes para superar esses impedimentos, refletindo sobre os instrumentos utilizados na execução das atividades.

Segundo Glaser (1994) a metacognição tem sido uma das áreas de investigação que mais tem contribuído para promover as novas configurações de aprendizado e instrução (GLASER, 1994).

De acordo com Flavell (1987), a metacognição está relacionada ao conhecimento que uma pessoa tem sobre os próprios processos e produtos cognitivos ou qualquer outro assunto relacionado a eles, como exemplo, as propriedades da informação relevantes para a aprendizagem. (FLAVELL, 1987, p. 232)

É importante dizer que a metacognição contribui para que o aluno reflita sobre uma determinada tarefa, principalmente sobre suas dificuldades e obstáculos, como podemos compreender melhor seu papel na definição e exemplos apresentados por Araújo:

Em relação à aprendizagem escolar, a metacognição pode ser definida como o conhecimento que o estudante tem sobre os seus próprios processos cognitivos ou sobre algo relacionado a esses, como os problemas e dificuldades para assimilar um determinado conteúdo, os procedimentos cognitivos adequados para desenvolver uma tarefa, a aplicação de estratégias para resolver problemas, etc. Esses conhecimentos metacognitivos conduzem, por exemplo, o aluno a saber que tem a tendência de cometer certos tipos de erros quando resolve problemas, ou que ele lê sempre muito rápido, sem se preocupar em, realmente, compreender o enunciado de um problema (ARAÚJO, 2009, p. 48).

Nessa linha de raciocínio, a metacognição é indispensável para construção do conhecimento, tendo em vista que o discente irá reconhecer suas potencialidades e dificuldades, superando seus obstáculos e dificuldades.

Desta forma, a metacognição contribui para a autoaprendizagem, e a busca da superação das limitações deve estar presente na construção da aprendizagem.

Segundo Burón (1996), a metacognição está relacionada ao conhecimento e à regulação de nossos próprios conhecimentos e dos nossos processos mentais. Esse constitui um processo voltado a uma compreensão interior, por isso também é denominado de conhecimento autorreflexivo.

É importante dizer que o aluno tem a capacidade de pensar sobre seu conhecimento e verificação dos seus saberes. Deste modo, é possível avaliar a metacognição do aluno, a partir do momento que ele é capaz de refletir sobre o processo de aprendizagem, desenvolvendo um olhar crítico e consciente sobre o que está desempenhando.

Já em relação ao papel do professor, Santos (2002) explicita que “*O papel do professor é mais uma vez central, cabendo-lhe a responsabilidade de construir um conjunto diversificado de contextos facilitadores para o desenvolvimento da autoavaliação, tornando-se o aluno cada vez mais autónomo* (SANTOS, 2002, p. 02)

Segundo Pereira e Andrade (2012) é por meio do processo metacognitivo que podemos levar o discente a evidenciar quais atividades são mais significativas na expectativa de superar seus obstáculos e dificuldades. Os autores indicam a importância de o aluno refletir e ter consciência de seu progresso cognitivo para ser capaz de gerenciar sua aprendizagem, como podemos identificar no extrato que segue.

O estudante, ao longo de sua escolarização, deve refletir e tomar consciência sobre suas potencialidades e dificuldades, sobre como é o seu progresso cognitivo e sobre que estratégias deve utilizar para aprender, a fim de gerenciar sua aprendizagem para atingir seus objetivos (Pereira e Andrade, 2012, p. 664)

Os pesquisadores que desenvolvem estudo sobre metacognição indicam que o estudante poderá controlar de maneira independente sua própria aprendizagem, através de estratégias metacognitivas que conduzem ao melhor desempenho na realização de suas tarefas. Segundo Boruchovitch (1999), as estratégias metacognitivas podem ser definidas como recursos que beneficiam os sujeitos na organização e planejamento, ou seja, nos objetivos de estudo,

na regulação ou no conhecimento de como aprender e no monitoramento do próprio pensamento (BORUCHOVITCH, 1999).

Para Araújo (2009), é preciso criar situações de interação entre os alunos, que permitam a passagem de um plano de funcionamento cognitivo para um plano metacognitivo, aplicando situações problemas diferentes das que os alunos estão acostumados, os levando a desencadear estratégias metacognitivas. (Araújo, 2009, p.182)

É necessário um estímulo para os estudantes demonstrarem as habilidades e competências necessárias à execução de cada atividade escolar. Proporcionando tais experiências metacognitivas, é possível aferir os impactos diretos da metodologia de acordo com a individualidade de cada aluno, a partir desse processo. Vieira (2003, *apud* Flavell, 1987) filia-se a ideia de que:

O conhecimento metacognitivo e as experiências metacognitivas estão interligados, na medida que o conhecimento permite interpretar as experiências e agir sobre elas. Estas, por sua vez, contribuem para o desenvolvimento e a modificação desse conhecimento.

Os conhecimentos metacognitivos são importantes nas estratégias que envolvem a realização de tarefas do dia a dia no ambiente escolar. Segundo Brown (1987) a regulação do conhecimento inclui o uso de recursos autorreguladores no momento efetivo de realização de uma tarefa, em que estão incluídos o planejamento, o monitoramento, a verificação, a revisão e, também, a avaliação das atividades cognitivas.

Para Carrasco (2004) as estratégias metacognitivas são:

- Saber avaliar a própria execução cognitiva;
- Saber selecionar uma estratégia adequada para solucionar determinado problema;
- Saber dirigir, focar a atenção a um problema;
- Saber decidir quando parar a atividade em um problema difícil;
- Saber determinar a compreensão do que se está lendo ou escutando;
- Saber transferir os princípios ou estratégias aprendidas de uma situação para outra;
- Saber determinar se as metas ou os objetivos propostos são consistentes com suas próprias capacidades;
- Conhecer as demandas da tarefa;
- Conhecer os meios para chegar às metas ou objetivos propostos;
- Conhecer as próprias capacidades e como compensar suas deficiências.

É de grande importância levar o estudante a avaliar o seu conhecimento metacognitivo, a obter a consciência de suas dificuldades e potencialidades, através da construção do conhecimento que envolve a elaboração de estratégias de forma reflexiva, e que possibilita maior envolvimento em seu processo de aprendizagem e criação de estratégias que podem ser eficazes para a superação dos obstáculos de aprendizagem, em especial, no conteúdo de função quadrática.

## **5. ABORDAGEM METODOLÓGICA**

Mediante análise de um problema identificado a ser discutido na educação básica, é necessário à realização de uma pesquisa bibliográfica e de campo para a construção de uma intervenção, visando o exame do tema “Obstáculos e dificuldades de aprendizagem sobre função quadrática: uma investigação ao longo de uma sequência didática” para melhor sedimentar as conclusões deste trabalho.

Dessa forma, entende-se ser possível contarmos com experiências vivenciadas, partindo de princípios particulares para chegar à generalização dos resultados deste trabalho. Como fonte de resultados, a pesquisa aqui descrita foi de natureza qualitativa, pelo fato de abrir espaço para a interpretação, por meio da análise da realidade escolar no todo, observando a realidade subjetiva, suas particularidades, o que realmente ocorre na sala de aula, e observações que possibilitam expressar opiniões sobre o que foi visto e estudado, como explicita diz Maanen (1979, p. 520).

Desse modo, esse tipo de pesquisa compreende um conjunto de diferentes técnicas interpretativas que visam a descrever e a decodificar os componentes de um sistema complexo de significados, tendo por objetivo traduzir e expressar o sentido dos fenômenos do mundo social.

Para Godoy (1995) hoje em dia a pesquisa qualitativa ocupa um reconhecido lugar entre as várias possibilidades de se estudar os fenômenos que envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais, estabelecidas em diversos ambientes.

Nessa perspectiva, na busca de respostas para os fenômenos em análise e observação, os participantes da pesquisa em questão foram os alunos de uma escola pública estadual (Ensino Médio) em município da Bahia. Esses estudantes tiveram oportunidade de refletir sobre seu papel no contexto temporal/situacional em que se encontravam, por meio da observação de sua própria aprendizagem. Desta forma, buscou-se identificar os principais obstáculos e dificuldades enfrentadas para o estudo do conteúdo de Função quadrática, na disciplina de matemática e, posteriormente, identificar através da avaliação da metacognição sobre os instrumentos que levaram os discentes a quererem estudar de maneira prazerosa e significativa.

### **5.1 Local de realização da pesquisa e participantes**

A pesquisa foi realizada em um colégio da rede estadual, localizado em um município do estado da Bahia. A instituição dispõe de turmas do 1º ao 3º ano do Ensino Médio, tendo em seu quadro de funcionários um total de 15 professores, sendo 3 desses professores de Matemática. Os participantes da pesquisa, foram 45 alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio com idades entre 15 e 20 anos.

### **5.2 Aplicação de uma sequência didática para o ensino de função quadrática**

A sequência didática foi elaborada com a finalidade de investigar os obstáculos e dificuldades de aprendizagem do conceito, representações, propriedades e aplicações do objeto matemático conhecido como função quadrática, contendo atividades metacognitivas que possibilitam avaliar a contribuição dos conhecimentos prévios dos alunos durante a aplicação da sequência didática.

A pesquisa foi realizada a partir de uma sequência didática vivenciada ao longo de cinco encontros. Inicialmente, no primeiro encontro, foi feita a apresentação do projeto de pesquisa e entrega do termo de livre consentimento participação aos participantes.

Em seguida, foi disponibilizado aos alunos uma sequência didática sobre o conceito de função quadrática, contextualizando com situações reais do cotidiano, relacionando com a resolução, competências algébricas e representações gráficas, que podem ser representadas através de parábolas. Assim, oportunizou-se aos estudantes um bate-papo sobre os conceitos e finalidades do tema central em estudo. Além disso, foi explanado sobre a importância da metacognição e suas estratégias no desenvolvimento da aprendizagem do aluno. As estratégias contribuem para conduzir o indivíduo a saber planejar, monitorar e avaliar o seu próprio pensamento, durante a resolução das questões.

Avaliando e respeitando o conhecimento inicial dos alunos, construção de ideias e vivências cotidianas. Nessa ocasião, os alunos puderam dialogar e realizar investigações sobre o conteúdo estudado, através de uma ação metacognitiva, em que o aluno teve a oportunidade de refletir sobre suas possíveis dificuldades na temática em estudo.

Depois de explanado e discutido sobre o tema, foi solicitado aos discentes que respondessem a algumas questões e resolvessem alguns problemas relacionados à função quadrática, descritos no Quadro 1. Essa ação contribuiu para analisar os obstáculos, dificuldades e o desenvolvimento do pensamento cognitivo dos estudantes.

Quadro 1: Problemas de função quadrática.

1. Como identificar uma situação que envolve uma função quadrática no dia a dia?
2. Pedro disse em um grupo de amigos que o quadrado de certo número natural é igual ao seu dobro somado a 24. O dobro desse número menos 8 é igual a:
3. É possível representar uma função quadrática em um gráfico de barras?
4. Um treinador de futebol chuta, bem forte, uma bola com certa inclinação em relação ao solo. Como é denominada a curva que representa a trajetória da bola?
5. Felipe escreveu duas funções em seu caderno: $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ e $f(x) = 4x - 2x$ . Qual delas corresponde a uma função quadrática?

Fonte: Arquivo pessoal do autor e adaptado do livro de Dante

Durante a resolução destas questões, os estudantes tiveram a oportunidade de resolver problemas por meio de diferentes estratégias metacognitivas, isto é, ao pensar o próprio processo de aprendizagem. Isso porque “As estratégias metacognitivas consistem em procedimentos individuais de planejamento, monitoramento e regulação” (BORUCHOVITCH, 2001).

As questões envolveram situações problemas do cotidiano, que foram propostas aos estudantes com a expectativa de verificar seus obstáculos e dificuldades de aprendizagens. Assim, eles tiveram a oportunidade de ter uma atitude mais participativa, utilizando situações de interação e estratégias metacognitivas.

Depois de resolvidas as questões, fez-se necessário perguntar aos alunos, quais estratégias eles utilizaram para encontrar as suas respostas. E como ferramenta de reflexão, eles puderam observar um quadro explicativo (Quadro 2), para melhor compreensão sobre estratégias metacognitivas:

Quadro 2: Estratégias metacognitivas

<b>Planejamento</b>	<b>Monitoramento</b>	<b>Regulação</b>
Seleção e programação das tarefas.	Observação e desenvolvimento de suas tarefas e própria cognição.	Avaliação do próprio pensamento e comportamento.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Nessa etapa, seus acertos e erros foram analisados, com ênfase na observação dos obstáculos e dificuldades de aprendizagem em cada problema resolvido em sala de aula. Com isso, buscou-se possibilitar ao aluno refletir sobre suas respostas e oportunizá-lo a capacidade de considerar diferentes maneiras de resolver situações problemas e as suas estratégias.

No segundo encontro, como proposta de conhecimento real, foi feito o estudo da parábola a partir de contextos cotidianos. Assim, os alunos foram instigados a estudar imagens que remetem à parábola, a exemplo: guarda-chuva, pontes, arco-íris, antenas parabólicas e outros. Como modelo para exemplificação, utilizou-se lançamentos de bola ao cesto, como em um jogo de basquete, em que o jogador lança a bola de maneira que ela passe por um aro,

posicionado a certa altura, comparando a trajetória da bola a uma parábola (Figura 1).

Figura 1: Fotografia com exemplificação de parábola representada pela trajetória de uma bola lançada no ar.



Fonte: Livro de Dante, Luiz Roberto. Matemática em Contextos: função fim e quadrática.

Durante a discussão sobre a imagem, foi realizada uma atividade prática, em que os alunos lançaram uma bola no ar, comparando a uma parábola, da mesma forma que na figura. Trazendo como reflexão, os conhecimentos adquiridos durante essa simulação, além da compreensão sobre as noções de espaços, altura e concavidade.

Tratando de interdisciplinaridade e explorando o conhecimento global, aprofundou-se um pouco sobre a história da Primeira Guerra Mundial, período em que o mundo se apavorou com o uso de canhões, tanques e morteiros que lançavam projéteis a centenas de quilômetros de distância. Para isso, foi empregado como base o texto “Projéteis e mísseis: estrelas da guerra” (GIOVANNI; BONJORNO; GIOVANNI JR, 2002, p. 137).

Como atividades extraclasse e na perspectiva de que os estudantes reconhecessem uma parábola no dia a dia, foi pedido que eles, ao voltar para casa depois da aula, fotografassem objetos e locais que possuem o formato de uma parábola, observando tal formato, suas características e realizando estudos de medidas e aplicação prática com a finalidade de contribuir para a sua aprendizagem.

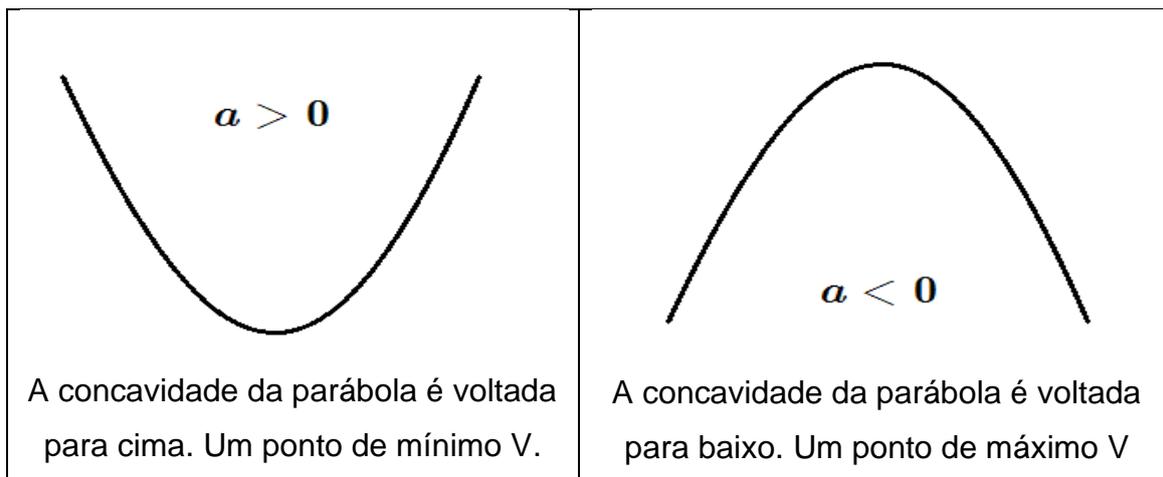
No terceiro encontro, depois de ter realizado a atividade extraclasse, os alunos apresentaram suas fotografias, relatando suas experiências e descobertas, de maneira expositiva; compreendendo que muitos objetos possuem a representação de uma parábola e que são úteis no nosso cotidiano. Depois disto, com o intuito de facilitar sua aprendizagem de maneira prática, foi proposto o desafio de construção de um guarda-chuva no formato tridimensional (3D), para auxiliar os estudantes a compreender os elementos fundamentais de uma parábola de maneira prática.

Durante essa atividade, os estudantes puderam compreender que a antena parabólica tem a forma de uma curva chamada parábola, fazendo uma relação entre a definição geométrica de uma parábola e a noção de função quadrática.

Em continuidade às atividades expostas, os alunos tiveram a oportunidade de construir um plano cartesiano na cartolina, em dupla. Para isso, eles utilizaram os seguintes materiais: barbante, tesoura, fita adesiva e cola, para construção do gráfico no plano cartesiano. O barbante serviu para representar a curva da parábola escolhida. Nesse contexto, essa atividade teve como finalidade contribuir para que os alunos aprendessem a representar geometricamente a função do segundo grau, a utilização da medida de comprimento, localização, dimensão de espaço, dentre outras metodologias importantes ao estudo de função quadrática. Com essa atividade, esperou-se identificar os obstáculos de aprendizagem nos alunos, principalmente as dificuldades de medição, de desenho, localização e espaço.

Com o objetivo de reforçar a compreensão dos alunos, de maneira expositiva, discutiu-se o gráfico de uma função polinomial do 2º grau, que é a curva chamada parábola, através da figura que apresenta o estudo da concavidade da parábola (Figura 2)

Figura 2: Concavidades da parábola



Fonte: livro de Dante

Foram apresentados pelo professor, os pontos importantes do gráfico da função do 2º grau, sendo esses a concavidade, zero da função ou raiz da função e vértice. Do mesmo modo, foi explicado sobre as coordenadas do vértice de uma parábola. O vértice da parábola é o ponto mais alto quando sua concavidade está voltada para baixo; em contrapartida, o ponto mais baixo é quando a sua concavidade está voltada para cima. Logo, as coordenadas do vértice da parábola são dadas pela seguinte fórmula, na Figura 3:

Figura 3: Coordenadas do vértice

$$V \left( -\frac{b}{2a} , -\frac{\Delta}{4a} \right)$$

Fonte: livro de Dante

Aprofundando o conteúdo, os alunos assistiram uma paródia em vídeo (<https://youtu.be/bZPEYYNkt3g>), que trata da Função Polinomial do Segundo Grau, ou ainda, da Função Quadrática. Após o vídeo foi discutido sobre os conhecimentos adquiridos pelos estudantes, para demonstrar a importância da função quadrática na construção do aprendizado. Isso serviu para auxiliar os alunos a se reconhecerem enquanto ser biopsicossocial, afetados pelo ambiente externo, e principalmente pelo fato de viabilizar a identificação dos obstáculos e dificuldades de aprendizagem.

No quarto encontro, com a finalidade de compreender a construção do gráfico e suas fases, iniciou-se o estudo da função  $f(x) = x^2$ , conforme apresentado no Quadro 3 a seguir:

Quadro 3: Estudo da Função

X	f(x)	Y
-3	$(-3)^2$	9
-2	$(-2)^2$	4
-1	$(-1)^2$	1
0	$0^2$	0
1	$1^2$	1
2	$2^2$	4
3	$3^2$	9

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Depois de apresentado, de forma expositiva, foi construído em conjunto com os estudantes um plano cartesiano em uma cartolina, para oportunizar aos discentes a localização dos pontos encontrados na tabela, para ligá-los e formar o gráfico. Entende-se que essa atividade demandaria um pouco mais de esforço cognitivo, dado que a formação do gráfico requer, necessariamente, que sejam localizados os pontos no plano cartesiano, o que corresponde a um conhecimento prévio considerado mobilizável pelos alunos do 1º ano do ensino médio, mas que dependendo das dificuldades do grupo de alunos precisa ser revisitado pelo professor.

Em seguida, foram discutidos os zeros da função, os valores de “x” que tornam nula a função  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Isso serviu para que os alunos compreendessem as técnicas utilizadas para encontrar as raízes de uma função polinomial do 2º grau, através da Fórmula de Bhaskara, na Figura 4, a seguir:

Figura 4: Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Fonte: livro de Dante

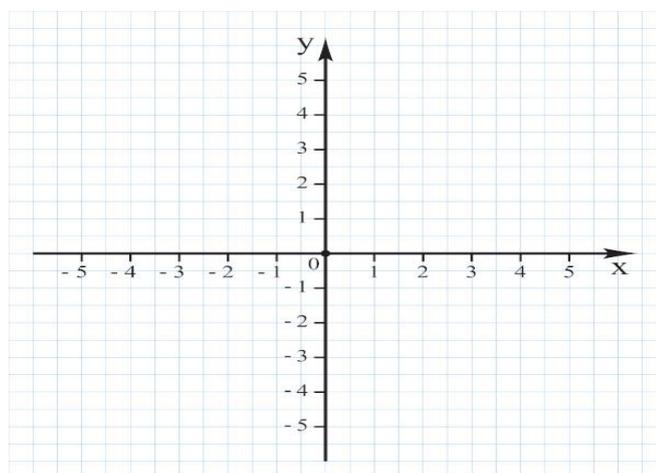
Na expectativa de compreender o que foi discutido de maneira prática, foi pedido que os alunos justificassem sua resposta ao responder a tarefa sobre plano cartesiano, conforme atividade apresentada no Quadro 4.

Quadro 4 - Construção de gráfico da função no plano cartesiano.

A partir da função  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ . Calcule os valores de  $y$ , de acordo com os valores de  $x$  na tabela, e, em seguida, determine:

- Se parábola tem concavidade voltada para cima ou para baixo.
- Os zeros da função no gráfico.
- As coordenadas do vértice no gráfico.
- O valor máximo e mínimo.

X	f(x)	Y
1		
2		
3		
4		
5		

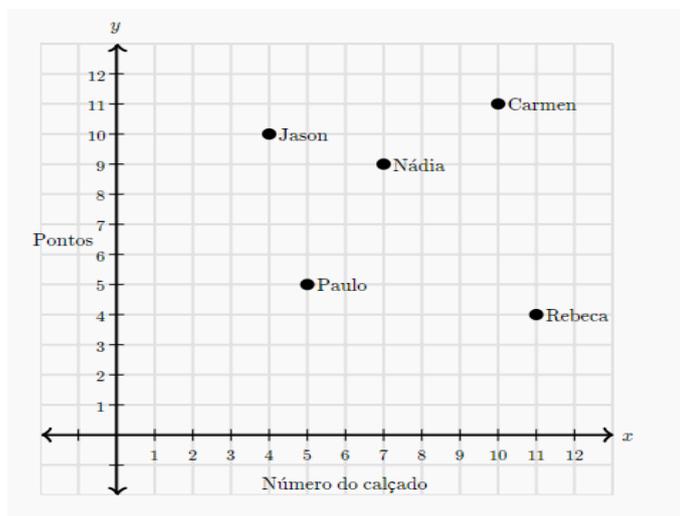


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Em seguida, foram apresentadas as situações problemas envolvendo a representação de pontos no sistema cartesiano, com as seguintes questões (Quadro 5):

### Quadro 5 - Situação-problema

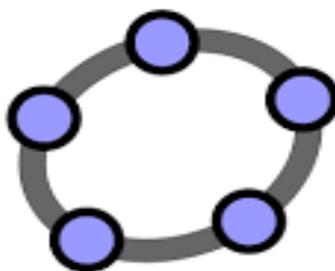
O treinador Kaká coletou dados sobre 5 de seus jogadores de beisebol. Os pontos mostram número do calçado e o número de pontos marcados essa semana pelos 5 jogadores. Analisando a figura abaixo, responda: qual jogador marcou o maior número de pontos?



Fonte: <https://www.santos.sp.gov.br/?q=file/63414/download&token=mZO2CzB2>

No quinto encontro, buscando reforçar a aprendizagem dos discentes, realizou-se a apresentação e exploração do programa GeoGebra sobre as funções quadráticas, estimulando o pensamento cognitivo do estudante, de forma a contribuir para que ele seja o próprio protagonista do conhecimento, com questões que poderão ser tiradas as possíveis dúvidas encontradas pelos alunos durante a resolução.

Figura 5: GeoGebra



Fonte: Google

O Geogebra, cujo símbolo está representado na Figura 5, é um aplicativo de matemática de ensino e aprendizagem de matemática de forma

dinâmica. De tal modo que possibilita as construções geométricas com o estudo de função quadrática, por meio da utilização de pontos, retas, valores e outras ferramentas indispensáveis ao estudo da álgebra e cálculo.

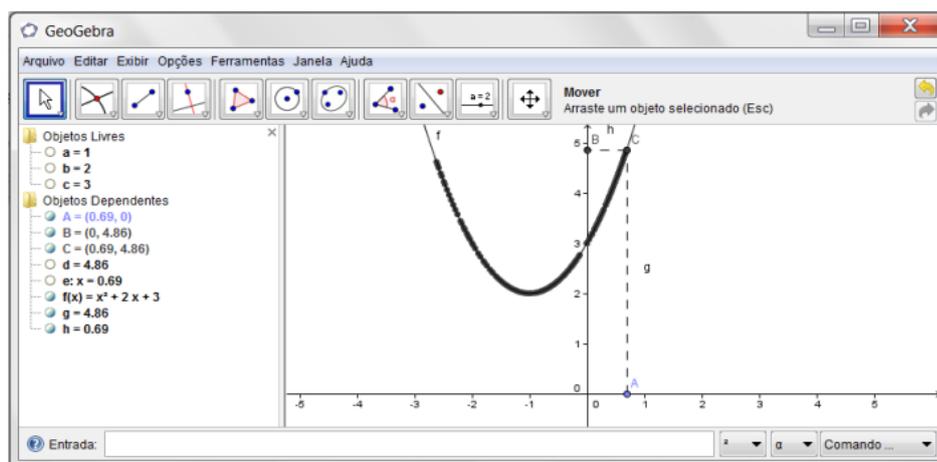
O software de matemática dinâmico GeoGebra oferece a possibilidade de gerar applets interativo para meios de aprendizagem. Seus gráficos, álgebra, álgebra de computador e spreadsheet combinam representações matemáticas múltiplas com a cada outro de maneira interativa e conectada. Por um lado, o software facilita a visualização de fatos e conceitos matemáticos. Por outro lado, GeoGebra apoia a interação de formas diferentes de representação de objetos matemáticos. (HOHENWARTER, 2014, p. 11).

Com efeito, no que diz respeito a “ser protagonista” na construção do próprio conhecimento, utilização de ferramentas do dia a dia, a problematização e a tecnologia são mecanismos valorosos, pois auxiliam os alunos a conjecturar e assim ensejam o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático por parte do discente.

Para esse estímulo, foi vivenciado o software GeoGebra, que possibilita diversas formas de aprendizagem, por ser um aplicativo de matemática dinâmica que articula conhecimentos de matemática e álgebra. Assim, os discentes baixam o aplicativo no celular ou no computador, ficando um tempo interagindo à vontade com o programa, para compreender as funcionalidades do software e as características geométricas em um ambiente tecnológico. Para os que não têm acesso a ferramenta tecnológica, o software foi projetado através do retroprojetor, para que todos tivessem acesso às informações e resolução da atividade.

De maneira prática, foi proposto aos alunos resolver atividades envolvendo a Construção do gráfico da função quadrática no aplicativo GeoGebra, como exemplificado na Figura 6.

Figura 6: Gráfico da função quadrática no Geogebra



Fonte: Geogebra / Software gratuito de código aberto. <https://www.geogebra.org/>

Durante a construção do gráfico no GeoGebra, é possível uma grande contribuição na aprendizagem do conteúdo em estudo, proporcionando uma série de situações favoráveis ao aprendizado, inclusive, oportunizar aos alunos para que expressem suas dificuldades e desafios para encontrar os resultados ao manusear o aplicativo.

Por meio da vivência desse aplicativo, espera-se ser possível identificar o nível de compressão dos alunos mediante o que foi vivenciado na sequência didática, contribuindo para que os estudantes desenvolvam a capacidade de construção de conhecimentos sobre função quadrática. Nesse ponto, a referida estratégia de investigação cognitiva é bastante relevante, e alguns estudiosos, como Vieira (2001) e Ribeiro (2003), consideram que essa intervenção psicopedagógica impacta positivamente o processo de potencialização da aprendizagem, o que também se pretende avaliar no presente estudo.

Deste modo, com o intuito de investigar os obstáculos e dificuldades de aprendizagem e o uso do pensamento cognitivo, foi aplicado um questionário metacognitivo sobre as tarefas desenvolvidas durante a sequência didática, que serviu como uma oportunidade para o exercício do autoconhecimento dos estudantes e reflexão sobre os seus próprios saberes, subsidiando o entendimento do pesquisador ante o objeto da investigação. O questionário está apresentado no Quadro 6.

Quadro 6: Questionário metacognitivo.

<b>PERGUNTAS</b>	<b>SIM</b>	<b>NÃO</b>
1. Eu sei que o que respondi		
2. Eu fui capaz de entender e resolver com facilidade as tarefas		
3. Eu sei dizer o quando estudei		
4. Eu prestei atenção nas explicações		
5. Eu li as instruções com cuidado, antes de resolver as questões		
6. Quando terminava as tarefas, eu sabia o que estava fazendo		
7. Para responder um problema, tinha que lembrar de um problema parecido que resolvi antes		
8. Antes de resolver as tarefas, pensei em muitos jeitos de responder		
9. Eu pedi ajuda a um colega para resolver as tarefas		

Fonte: adaptado de Escala de metacognição (EMETA) de Pascualon (2001, p. 80 – 84).

Com o questionário buscou-se compreender as barreiras que contribuem para formação dos obstáculos e dificuldades de aprendizagem no processo de resolução das atividades para o grupo de estudantes que participaram da pesquisa. Além de investigar as estratégias metacognitivas que contribuem para a autorregulação da aprendizagem pelo próprio aluno.

Por fim, em síntese, através da sequência didática, esperou-se ser possível compreender os obstáculos e dificuldades dos estudantes no processo de aprendizagem sobre o conceito de função quadrática, suas representações, propriedades e aplicações mediante a aplicação e resolução das atividades propostas nos encontros sequenciais. Por conseguinte, este estudo poderá contribuir para encontrar alternativas para tornar o estudo de funções quadráticas mais motivador, diminuindo os obstáculos e dificuldades de aprendizagem sobre tais funções. Com isso, espera-se que o estudante desenvolva a capacidade de abordar o processo de ensino-aprendizagem de forma autônoma, procurando as respostas para as diferentes situações que encontra no cotidiano, sejam elas escolares, pessoais e profissionais, o que supõe a realização da reflexão cognitiva que irá auxiliá-lo a encontrar respostas para situações mais complexas.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A sequência didática foi vivenciada no período de 01 de novembro a 03 de dezembro de 2022, em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, por meio de exposição didática e realização de atividades necessárias para alcançar o objetivo da pesquisa.

Em relação aos aspectos éticos de nossa investigação, o assentimento ocorreu por meio da explicação dos objetivos da pesquisa, e logo em seguida os alunos assinaram o termo de livre consentimento, dando ciência da compreensão da finalidade da pesquisa e dos resultados.

Dando início à sequência didática, pelo professor, foi apresentado aos alunos sobre o conceito de função quadrática, contextualizando com situações reais do cotidiano e a importância da metacognição. Eles tiveram oportunidade de apresentar os seus conhecimentos prévios sobre o conteúdo estudado ao responderem um quadro com questões e problemas de função quadrática, por meio de uma ação metacognitiva. Nesse primeiro encontro, o professor foi apenas um mediador; os alunos expuseram suas ideias e as suas respostas possibilitaram identificar o nível de conhecimento da turma em relação ao tema estudado.

Vale mencionar que as respostas dos alunos foram espontâneas, uma vez que as perguntas remetiam ao cotidiano. O objetivo das questões foi levar os estudantes a perceberem a importância de conhecerem sobre função quadrática que fazem parte do seu dia a dia. O quadro 7, a seguir, mostra as respostas de um grupo de estudantes:

Quadro 7 – Resposta de um grupo de alunos às questões e problemas propostos sobre função quadrática

1. Como identificar uma situação que envolve uma função quadrática no dia a dia?

Aluno 1:

É POSSÍVEL IDENTIFICAR EM VÁRIAS SITUAÇÕES RELACIONADAS MUITO A FÍSICA TAMBÉM EM ALGUMAS SITUAÇÕES OU OBJETOS QUE ESTEJAM EM FORMATO DE PARÁBOLA.

Aluno 2:

1- Por meio de parábolas como o guarda-chuva.

Aluno 3:

① Conseguir identificar quando algo tem formato de Parábola.

Aluno 4:

Através do formato parábola

2. Pedro disse em um grupo de amigos que o quadrado de certo número natural é igual ao seu dobro somado a 24. O dobro desse número menos 8 é igual a:

Aluno 1:

$x^2 - 2x - 24 = 0$ , se  $x = 6$  porém o enunciado quer saber quanto é  $2x - 8$ , assim,  $2x - 8 = 2 \cdot 6 - 8 = 12 - 8 = 4$

Aluno 2:

$$x^2 = 2x + 24$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24$$

$$\Delta = -4 - 96$$

$$\Delta = -100$$

$$R = 192$$

Aluno 3:

$$\textcircled{2} x^2 = 2x + 24$$

$$- x^2 - 2x - 24 = 0$$

Aluno 4:

O número é 6.

3. É possível representar uma função quadrática em um gráfico de barras?

Aluno 1:

Não, a função quadrática no gráfico que a representa é uma curva chamada parábola.

Aluno 2:

3- Não, precisa ser em parábolas

Aluno 3:

03. não pois a função quadrática o gráfico que a representa é uma curva chamada parábola

Aluno 4:

Sim

4. Um treinador de futebol chuta, bem forte, uma bola com certa inclinação em relação ao solo. Como é denominada a curva que representa a trajetória da bola?

Aluno 1:

CHAMA-SE PARÁBOLA.

Aluno 2:

4- Parábola

Aluno 3:

④ É denominada como parábola.

Aluno 4:

4) Parábola

Aluno 5:

u - É conhecida como parábola.

5. Felipe escreveu duas funções em seu caderno:  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  e  $f(x) = 4x - 2x$ . Qual delas corresponde a uma função quadrática?

Aluno 1:

A QUE CORRESPONDE A UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA É:  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

Aluno 2:

5-  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

Aluno 3:

5)  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

Aluno 4:

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

Aluno 5:

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

Fonte: arquivo do autor

Pelo exposto, é possível perceber que o universo de alunos cujas respostas foram aqui tratadas apresentou certa dificuldade ao responderem as questões, e mesmo que os enunciados foram contextualizados com a realidade, eles demonstraram não ter confiança em suas respostas. De tal modo, ao analisar alguns dos resultados, identificou-se o seguinte: nas questões 1, 4 e 5, tivemos a maior parte das respostas corretas; por seu turno, na questão 2, os alunos não conseguiram interpretar e responder corretamente; e na questão 3, tivemos poucas respostas que satisfazia, por ser uma questão que integrava outros saberes. O que foi possível constatar é que a maior dificuldade foi em relação a questão 2, por ser mais específica no que diz respeito ao conteúdo de função quadrática, conforme demonstração nas respostas dos alunos 5 e 6, no Quadro 8, a seguir:

Quadro 8 - Resposta dos alunos 5 e 6 à questão 2 sobre função quadrática

$x^2 = 2x + 24$ $x^2 - 2x = 24$ $4x = 24$ $x = \frac{24}{4} \quad x = 6$	$x^2 = 2x + 24$ $a = 1 \quad \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ $b = -2 \quad \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)$ $c = -24 \quad \Delta = 4 - 96$ $\Delta = -92$
--	--

Fonte: Respostas do aluno 1 e 2

Ao observar as respostas dos alunos, no caso específico da questão 2, as duas respostas apresentadas mostram que os alunos ainda têm dificuldades em resolver equação quadrática ou equação do segundo grau. Eles interpretam

corretamente o enunciado e no quadro à esquerda é difícil saber como o aluno encontrou o  $4x$ . Já no quadro à direita o aluno comete um erro associado à multiplicação de números inteiros, o que corresponde a um obstáculo epistemológico. Em relação a equação do segundo grau encontrada, o aluno parece não ter continuado a solução, pois ainda não dispõem da noção de números complexos, o que indica a importância de discutir e refletir sobre os conhecimentos prévios que dificultam a aquisição de um novo conhecimento.

Vale mencionar que a turma já tinha estudado função quadrática, mas continuava com dificuldades de resolver questões ligadas a esse conteúdo. Prosseguindo a sequência didática, em um diálogo com a turma, dentre os 45 alunos, 7 expressaram seus pensamentos acerca de seus obstáculos e dificuldades de aprendizagem sobre o conteúdo, conforme diálogo a seguir entre o professor e alunos:

**Pesquisador:** O que você sabe do conteúdo de Função Quadrática?

**Aluno 1:** Não lembro se estudei esse assunto.

**Aluno 2:** Não deu tempo de ver esse conteúdo, pois a explicação foi muito rápida durante esse ano.

**Aluno 3:** Durante a pandemia, só vimos o básico de matemática.

**Aluno 4:** Já estudei esse conteúdo, mas não sei para onde vai.

**Aluno 5:** Esse assunto parece ser interessante, espero que seja útil para minha vida.

**Aluno 6:** Espero aprender muito nesse conteúdo, pois não lembro.

**Aluno 7:** Faltei as aulas, no dia dessa explicação.

Com o intuito de avaliar os obstáculos e dificuldades dos discentes, foi realizado com a turma uma discussão, com a finalidade de evidenciar estratégias metacognitivas, acerca do aluno saber planejar, monitorar e avaliar o seu próprio pensamento durante a resolução das questões.

Desta forma, os alunos ao responderem oralmente, possibilitou identificar que a maioria dos alunos realizam a observação e o desenvolvimento de suas tarefas (monitoramento) e outra parte utilizam a avaliação do próprio conhecimento (regulação).

Ficou evidente que a maior parte avalia e observa o seu saber (monitoramento). Em contrapartida, nenhum aluno respondeu que seleciona e programa suas tarefas (planejamento), evidenciando a ausência de um plano ao resolver um problema. Isso caracteriza que os alunos não leem previamente

o assunto estudado, não fazem anotações e tampouco questionam o professor sobre o assunto. Esses motivos contribuem para as dificuldades e obstáculos de aprendizagem do conteúdo em estudo.

Ao realizar um comparativo sobre as respostas dos alunos na atividade e nas respostas das perguntas de metacognição, ficou evidente que os alunos avaliam e observam seus próprios conhecimentos, mas não realizam um planejamento para resolução de suas atividades.

Em análise, podemos dizer que os estudantes utilizam a metacognição no processo reflexivo, sendo a maneira que eles aplicam uma estratégia para adquirir informações relacionadas a algum conhecimento. E devido à ausência de um planejamento na resolução das atividades, isso acaba dificultando o bom desempenho em sua aprendizagem.

No segundo encontro, foi proposto uma atividade intrínseca ao cotidiano do aluno, com o estudo de imagens que ilustrem parábolas. Foi realizada a simulação de um jogo de basquete, em que os alunos lançavam a bola no ar, comparando a trajetória da bola a uma parábola. Trazendo assim, para sala de aula, práticas lúdicas que desenvolvem a criatividade e a motivação dos alunos em participar e aprender, modificando a dinâmica da sala de aula.

Aqui, percebemos uma familiarização dos alunos com o termo parábola, pois eles associaram a curva descrita pela bola ao ser lançada no ar ao gráfico de uma função quadrática. E um fato que chamou atenção foi a fala de uma estudante, surpresa com a identificação da parábola por meio da trajetória descrita pela bola. Essa estudante logo disse: “Eu nunca imaginei que utilizaria essa curva chamada parábola, em minha vida!” O que ficou claro, que na maioria das vezes, os alunos não percebem a importância da parábola para o estudo da função quadrática no seu cotidiano.

Em sequência a esse momento dinâmico, na expectativa de facilitar a aprendizagem, foi proposto aos discentes como atividade extraclasse que trouxessem fotografias de objetos e locais que possuem o formato de uma parábola do seu dia a dia. E no terceiro momento, os alunos compareceram com suas fotografias, relatando suas experiências e descobertas, conforme apresentado na Figura 7, a seguir, a fotografia der 4 alunos:

Figura 7 - Fotografias no Formato de uma Parábola



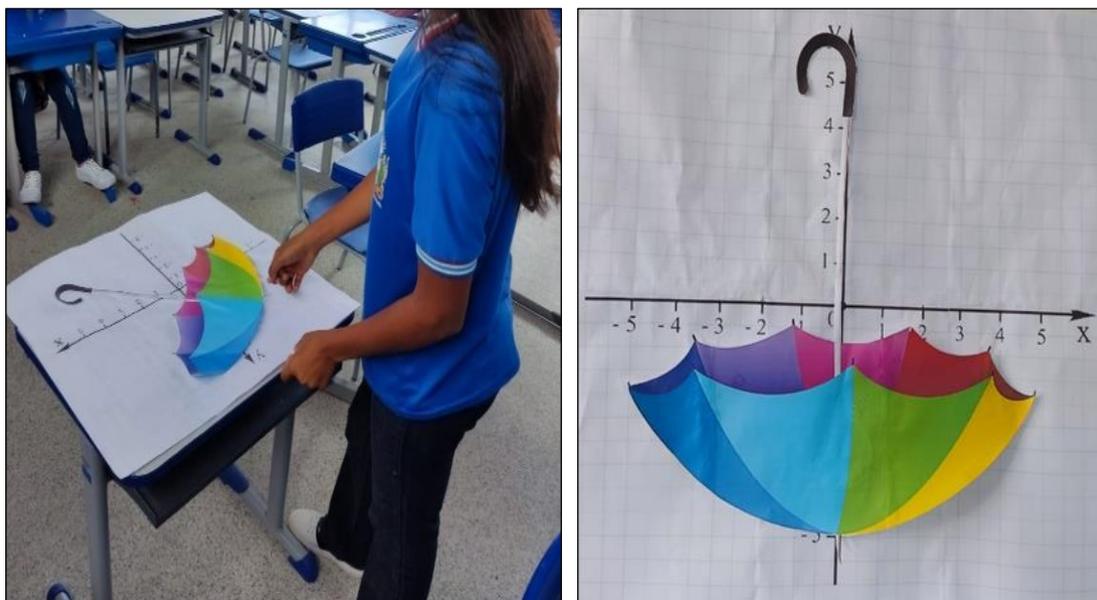
Fonte: Imagens coletadas pelos alunos

Pelo exposto, pode-se afirmar que os estudantes trouxeram imagens que evidenciam o formato de uma parábola, sendo essas do seu cotidiano. Vale salientar que a figura do aluno 4, das costas da cadeira, embora não remeta uma parábola, tem o formato aproximado. Essa atividade possibilitou aos alunos uma familiarização com o tema, com reflexões sobre o conteúdo estudado, por meio da identificação de imagens de partes de objetos que representam parábola, tornando um conhecimento real.

Nessa atividade, conseguimos identificar que os alunos foram motivados a participar na construção de seu próprio conhecimento, de forma estimulante e com situações que fazem parte de seu cotidiano. Sendo assim, o que ficou evidente, foram os alunos atentos ao conteúdo, buscando imagens para ilustrar e compreender o que estava sendo estudado.

Depois disso, com o intuito de facilitar sua aprendizagem de maneira prática, os estudantes, em dupla, pesquisaram figuras impressas no formato 3D de um guarda-chuva para melhor representar uma parábola no plano cartesiano, além de despertar o interesse dos alunos, ao trazer uma relação da teoria matemática com a realidade. Ademais, construíram também um plano cartesiano na cartolina, com a expectativa de compreender os elementos fundamentais de uma parábola de maneira prática. Foi um momento dinâmico e divertido, em que todos puderam participar dessa construção, conforme Figura 8, a seguir, que representam o estudo da parábola por uma aluna que foi escolhida para apresentação do seu trabalho.

Figura 8 – Plano cartesiano na cartolina e o guarda-chuva



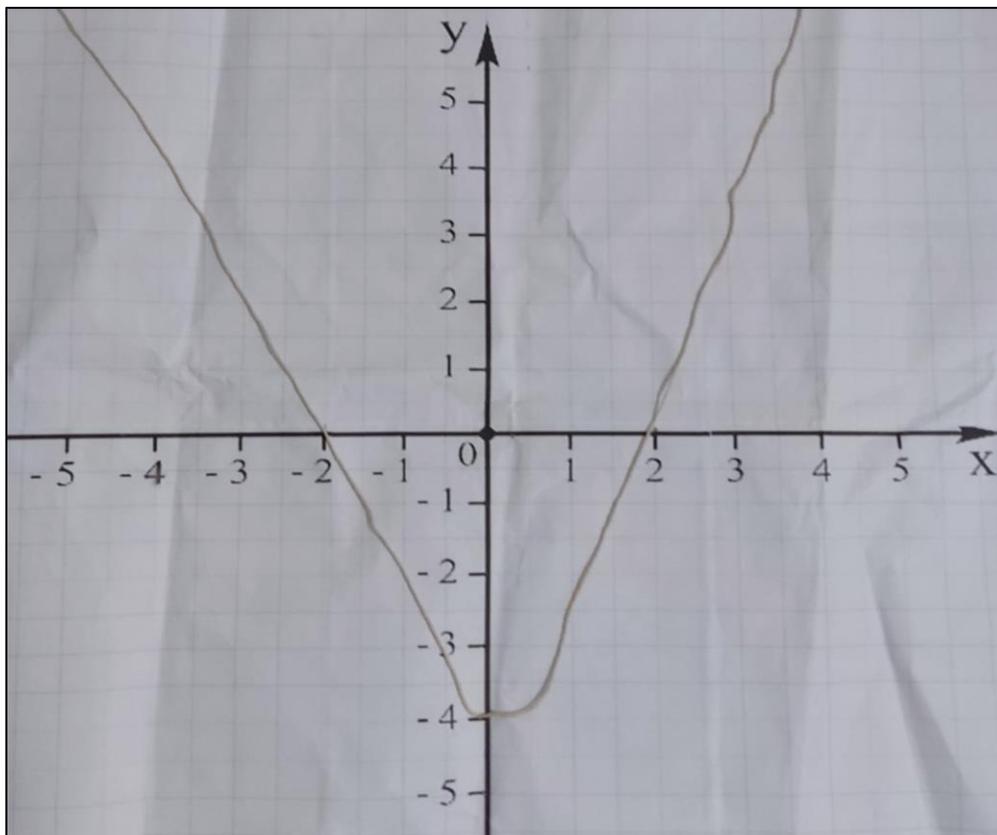
Fonte: Construção do próprio aluno

Nessa figura, é visível a apresentação do resultado de uma investigação matemática sobre o estudo da parábola. Fruto de seus esforços, em que uma estudante foi escolhida para apresentar um pouco de seu trabalho, e ainda teceu o seguinte comentário: “é possível representar a função quadrática por meio de representações algébricas, compreendendo o estudo de parábola e o saber matemático”.

Ainda como resultados, tivemos o plano cartesiano na cartolina e a representação da parábola por meio de um barbante. Ocasão em que foi possível identificar o grau de compreensão de cada aluno acerca da

representação de uma parábola no plano cartesiano. Todos participaram da confecção de maneira assídua, conforme figura de um plano cartesiano do aluno 2, a seguir:

Figura 9 - Plano cartesiano na cartolina



Fonte: Construção do próprio aluno

Durante essas atividades, os alunos demonstraram interesses ao compartilhar e rever seus conhecimentos. Situação em que eles puderam perceber o sentido do estudo da função quadrática, tendo a oportunidade de tiraram dúvidas e expressar suas opiniões acerca do conteúdo.

Em continuidade à sequência didática, discutiram-se os aspectos teóricos da função quadrática. E a maior dificuldade e obstáculos dos alunos foi entender sobre o estudo das raízes da função, devido à necessidade de calcular o valor numérico da função quadrática. Tal fato foi identificado desde o momento de aula expositiva neste encontro e acabou por se confirmar através da resolução das atividades posteriormente propostas nos encontros seguintes da sequência didática. Para tanto, por meio das reflexões dos estudantes e

algumas poucas intervenções acerca de seus conhecimentos prévios sobre o conteúdo estudado, foi perceptível a necessidade de uma compreensão mais efetiva e profunda em relação ao que está sendo proposto.

Desta forma, na tentativa de aprofundar a aprendizagem sobre o conteúdo, os alunos assistiram à paródia em vídeo, possibilitando assim, a capacidade da consciência crítica do aluno. Esse fato gerou uma análise dos conhecimentos adquiridos, através da reflexão e a interpretação do conteúdo nas letras da música. Essa dinâmica possibilitou o fortalecimento de conhecimento de cada discente, ao estimular a fazer associações cognitivas, isto, quando eles dialogavam entre os colegas, ao dizer que já tinha visto algumas frases e conceitos do conteúdo em estudo.

No quarto encontro, os alunos estudaram sobre função  $f(x) = x^2$ . Momento em que foi possível perceber as dificuldades dos alunos na resolução do cálculo e na representação do plano cartesiano de um par ordenado. Contudo, a pesquisa foi realizada no final do ano letivo, ou seja, no final do 1º ano, e já tinha passado o processo de ensino-aprendizagem de funções e de funções quadrática, o que parece mostrar que os conhecimentos prévios considerados disponíveis não foram revisitados e propostos enquanto discussão e reflexão quando do estudo das funções. Uma vez, que eles mostraram ter pouco conhecimento sobre as funções, durante a resolução da atividade proposta, conforme respostas das questões do aluno 5, no Quadro 9.

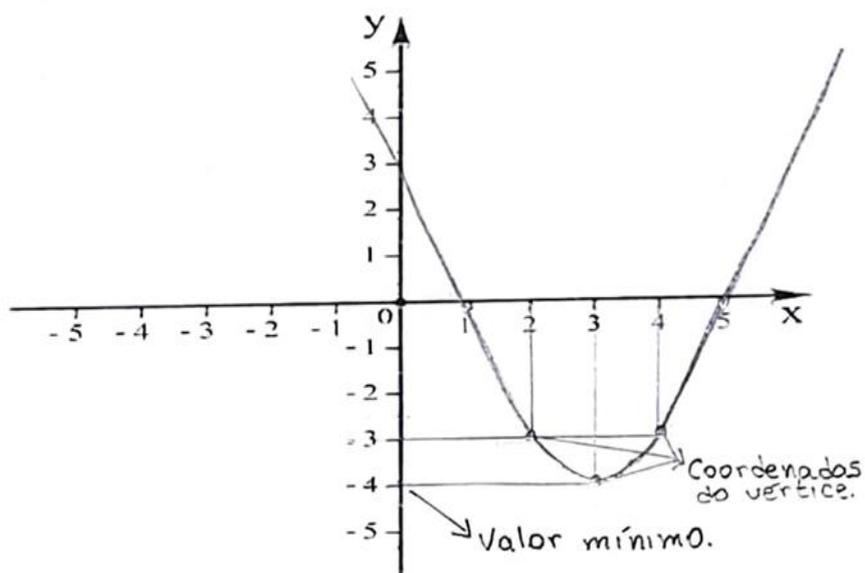
Na resolução dessa questão, os alunos tiveram o ensejo de resolver a função de 2º grau, localizando os pares ordenados, utilizando a fórmula de Bhaskara, identificando a concavidade da parábola, o valor mínimo ou máximo, além de colocar em prática os conhecimentos adquiridos em sala de aula. Destarte, ficou evidente a ausência de um conhecimento prévio no aluno, acerca do seu estudo, pois eles tiveram necessidade de entender e retomar por várias vezes a explicação do conteúdo pelo professor.

Quadro 9 - Respostas das questões sobre o gráfico da função no plano cartesiano

A partir da função  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ . Calcule os valores de  $y$ , de acordo com os valores de  $x$  na tabela, e, em seguida, determine:

- Se parábola tem concavidade voltada para cima ou para baixo.
- Os zeros da função no gráfico.
- As coordenadas do vértice no gráfico.
- O valor máximo e mínimo.

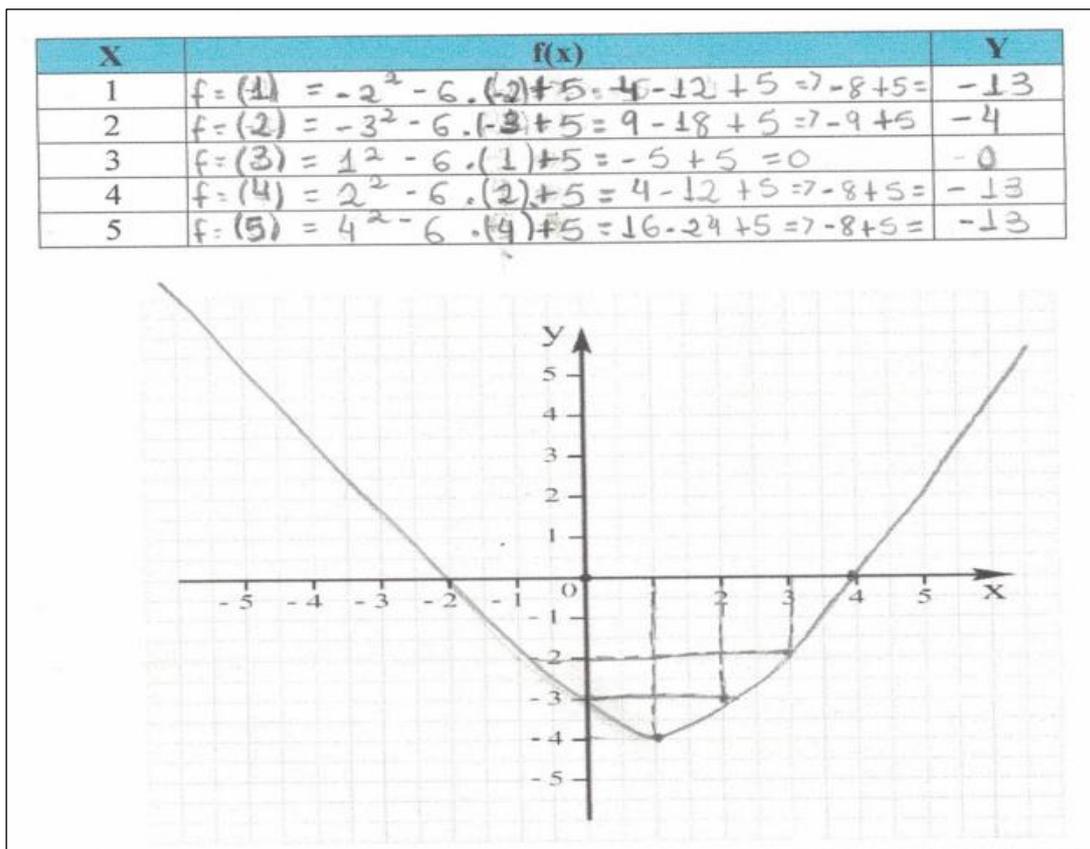
X	f(x)	Y
1	$f(1) = 1^2 - 6 \cdot 1 + 5 \Rightarrow 1 - 6 + 5 \Rightarrow -5 + 5 = 0$	0
2	$f(2) = 2^2 - 6 \cdot 2 + 5 \Rightarrow 4 - 12 + 5 \Rightarrow -8 + 5 = -3$	-3
3	$f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 \Rightarrow 9 - 18 + 5 \Rightarrow -9 + 5 = -4$	-4
4	$f(4) = 4^2 - 6 \cdot 4 + 5 \Rightarrow 16 - 24 + 5 \Rightarrow -8 + 5 = -3$	-3
5	$f(5) = 5^2 - 6 \cdot 5 + 5 \Rightarrow 25 - 30 + 5 \Rightarrow -5 + 5 = 0$	0



Fonte: Construção do próprio aluno

Nas respostas apresentadas, é perceptível que o aluno 5 respondeu correto. Mas, foram observadas outras respostas incorretas, de alunos que não conseguiam progredir em suas respostas, conforme resultados do aluno 6, a seguir:

Quadro 10 - Respostas das questões sobre o gráfico da função no plano cartesiano



Fonte: Construção do próprio aluno

Ao discutir os zeros da função quadrática, os alunos tiveram a oportunidade de estudar as técnicas utilizadas para encontrar as raízes de uma função do 2º grau, através do uso da Fórmula de Bhaskara e as coordenadas do vértice. No entanto, a maior dificuldade dos alunos era entender o sentido da necessidade de utilização de tal fórmula. Contudo, mediante as aulas práticas e sequenciais, foi possível resolver em coletivo as questões, conforme respostas do aluno 8, do quadro 11, a seguir:

Quadro 11 – Respostas do aluno 2 do Quadro 5

$$x^2 - 6x + 5$$

$$A=1 \quad B=6 \quad C=5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$$

$$\Delta = 36 - 20$$

$$\Delta = 16 = \sqrt{16} = 4$$

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \frac{-6 + 4}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \frac{-6 - 4}{2 \cdot 1} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$S = \{-1, -5\}$$

$$x_v = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-6}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4 \cdot a} \Rightarrow \frac{-16}{4 \cdot 1} = \frac{-16}{4} = -4$$

Fonte: Resposta do próprio aluno

Vale salientar que a maior parte da argumentação dos alunos apontava as dificuldades no período de pandemia, caracterizado por um período de aulas fragmentadas, em que eles não tiveram acesso ao conteúdo das disciplinas como deveriam ter. Isso devido os desafios de acesso ao ensino remoto e as atividades pela internet, por conta das dificuldades dos alunos em utilizar as tecnologias.

Ficou evidente que os alunos não tiveram uma melhor estrutura de estudo, talvez, devido a diversos fatores que surgem mediante as diversas situações, sejam elas culturais, biológicas ou sensoriais. Assim, nas resoluções das atividades, os estudantes apresentavam obstáculos e dificuldades em reconhecer e resolver o estudo de uma função quadrática e seus coeficientes, o que implicou diretamente na resolução da questão envolvendo o gráfico da função no plano cartesiano.

Em um momento de troca de informações, alguns alunos fizeram os seguintes relatos: “a gente estudou pouca coisa, devido a mudança de professor para lecionar a disciplina e por causa do acúmulo de casos de COVID, o que causou a suspensão das aulas”. Nessa fala, o aluno apresentou um fato real, que foi a suspensão das aulas; o que dificultou a aprendizagem do aluno, e conseqüentemente um atraso na transmissão de conteúdo,

principalmente quando se trata de situações-problemas matemáticos com a utilização de regras.

Mediante a resolução da tarefa, um ponto que trouxe maior impacto na fala dos alunos, em relação aos seus conhecimentos, foi o período do ensino remoto, impulsionado pelo coronavírus. Uma época marcada por grandes dificuldades de acesso à internet e aos recursos tecnológicos por parte dos discentes; um período de desigualdades na entrega de atividades, em que alguns estudantes recebiam todo o suporte em casa e outros sequer tinham algum apoio pedagógico, devido as condições financeiras e a baixa escolaridade de seus pais e/ou responsáveis.

Somando-se a esses aspectos negativos, durante um diálogo com a turma, tivemos o seguinte questionamento e as respostas de 5 alunos, de um total de 45 alunos:

**Pesquisador:** A pandemia contribuiu para as dificuldades e obstáculos de aprendizagem?

**Aluno 1:** Sim! A gente perdeu muitas aulas.

**Aluno 2:** Não tínhamos acesso as aulas online.

**Aluno 3:** Sim, pois não tinha com quem tirar dúvidas das atividades impressas. E o que eu respondi não tive retorno para saber se estava correto ou não.

**Aluno 4:** A pandemia atrapalhou muito, devida a ausência de um contato direto entre aluno, professor e colega.

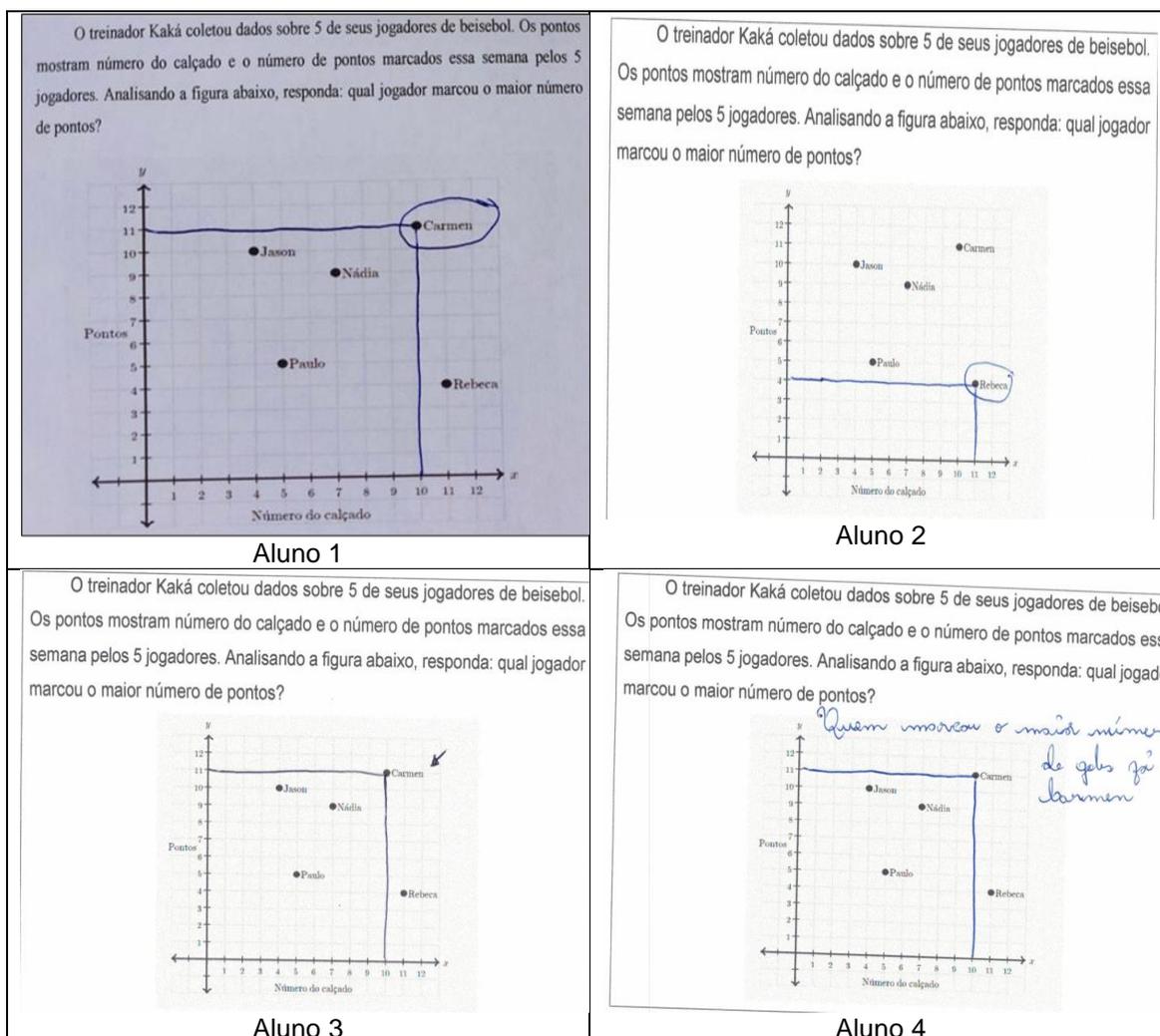
**Aluno 5:** Eu só tive acesso ao material impresso e não tinha um professor para tirar dúvidas.

Durante o diálogo, essas foram as principais falas dos alunos, ao externarem suas dificuldades e obstáculos, caracterizando a pandemia como um maior desafio para a aprendizagem dos discente. É importante falar que muitos docentes tiveram muitas dificuldades de desenvolver suas aulas durante o período pandêmico por motivos variados, o que prejudicou enfaticamente a aprendizagem dos alunos, principalmente devido à falta de contato com os estudantes. Ocasão, em que era esperado dos alunos um bom conhecimento de função, com habilidades de identificar e analisar o estudo de gráfico e parábola. Observamos aqui que segundo Magalhães (2020) *“A substituição das aulas presenciais por aulas em modelo remoto, por exemplo, transformou abruptamente as relações pedagógicas, escancarando ainda mais as*

fragilidades dos sistemas de ensino em todo o mundo” (MAGALHÃES, 2020, p. 04).

Em continuidade à sequência didática, foi proposto aos alunos que fosse identificado os pontos da parábola e a representação gráfica da função quadrática. Logo, no total de 45 alunos, temos as respostas de 4 alunos, na resolução da situação-problema:

### Quadro 12 - Respostas da Situação-problema



Fonte: Resposta do próprio aluno

Ao acompanhar as respostas dos alunos, já é perceptível identificar uma melhor compreensão do conteúdo estudado. Mas, que mesmo sendo uma atividade contextualizada, alguns alunos tiveram dificuldades para interpretar o que se pedia na questão, a exemplo do aluno 2, que fez uma análise diferente dos demais escolhidos. Como respostas, é possível perceber alguns fatores, como o desinteresse pela leitura, falta de atenção ou até mesmo por não terem

o hábito de resolver questões contextualizadas. O que incumbe ao professor de hoje, recorrer a estratégias para o desenvolvimento do conhecimento, ao buscar situações que estimulem os estudantes, levando-o a praticar sua aptidão de pensar e buscar soluções para as situações-problemas proporcionados.

No quinto encontro, foi a vez do uso das ferramentas tecnológicas, em específico, a exploração do programa GeoGebra sobre as funções quadráticas. Foi perceptível, a admiração por parte dos alunos, por descobrir que existia uma ferramenta tão simples e que pode ser utilizada no celular. Como diz Colet (2015) [...] *a utilização das ferramentas tecnológicas tem sido essencial para ampliar o conhecimento de conteúdos em estudo e desenvolver nos alunos novos hábitos de pensamento, autonomia e poder de investigação na realização das atividades.* (COLET, 2015, p. 20),

Vale ressaltar que eles não conheciam o aplicativo Geogebra. Assim, primeiramente, foi necessário verificar se todos haviam feito o download do aplicativo em seus celulares, e os que não tinham celular e/ou não puderam baixar, tiveram a oportunidade de acompanhar por meio da projeção de Datashow. Com isso, os estudantes exploraram e conheceram a interface e os comandos do aplicativo, conforme imagens a da Figura 10:

Figura 10 – Conhecendo o aplicativo GeoGebra

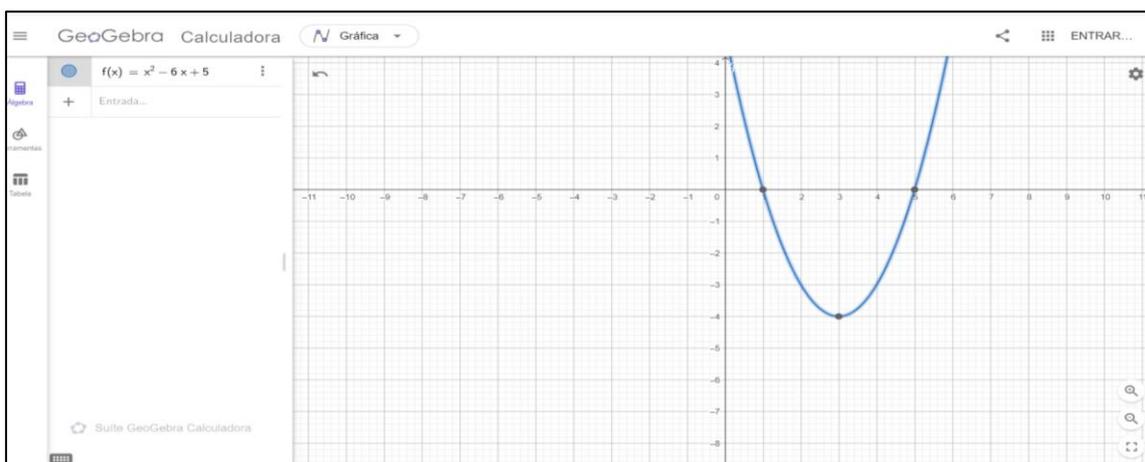


Fonte: alunos conhecendo o aplicativo GeoGebra no celular e na tela, pelo Datashow.

É inegável ver a concentração e interesse dos alunos em manusear o aplicativo. Com o auxílio do aplicativo, os discentes conseguiram identificar o ponto de intersecção da parábola com o eixo das ordenadas através de cada função solicitada. Durante esse momento, notou-se que muitos alunos demonstravam dificuldades para compreender as regras de função quadrática a serem executadas, por não ter muito acesso as ferramentas tecnológicas. De outro lado, o uso do aplicativo promoveu uma aproximação entre o contexto educacional e o mundo contemporâneo, levando o estudante a ser protagonista do próprio conhecimento.

Partindo para a prática, os alunos tiveram a oportunidade de responder à questão do Quadro 5 (Construção de gráfico da função no plano cartesiano) no aplicativo GeoGebra, situação que levou os alunos a um melhor entendimento sobre o ensino da função quadrática com o uso do GeoGebra, conforme Figura 9:

Figura 11 – Utilizando o aplicativo GeoGebra



Fonte: Resposta da questão no aplicativo Geogebra

Inicialmente, os alunos demonstraram certa dificuldade, por ser algo novo. No entanto, com a orientação do professor e a troca de ideias com alguns colegas, as dúvidas foram sanadas, situação em que eles ficaram impressionados com a facilidade da construção do gráfico da função quadrática. Desta forma, buscando amenizar as dificuldades e obstáculos na aprendizagem de matemática, é preciso que o professor reflita sobre as ferramentas de ensino, buscando uma intervenção nas atividades práticas e

encontrando ferramentas que o auxiliem na condução do conteúdo, sem esquecer, no caso das funções, de articular a construção pelo software e pelos estudantes em lápis e papel, uma vez que as macros avaliações não permitem o uso desse dispositivo.

Em suma, no decorrer da aula, foi possível ouvir alguns comentários dos alunos, dentre 45 alunos, 6 responderam, conforme as falas no diálogo a seguir:

**Pesquisador:** O que vocês acharam do aplicativo?

**Aluno 1:** Achei superinteressante.

**Aluno 2:** Se todo professor trabalhasse com esse aplicativo, não teríamos dificuldades de aprender.

**Aluno 3:** Esse aplicativo é uma tecnologia indispensável para colocar em prática o que aprendemos na teoria.

**Aluno 4:** A partir de hoje, utilizarei em diversas situações do dia a dia.

**Aluno 5:** Uma ferramenta tão boa, que posso andar com ela em qualquer lugar.

**Aluno 6:** Um aplicativo que facilita nossas vidas.

Os comentários expostos pelos alunos possibilitaram confirmar a importância das ferramentas tecnológicas, frente às dificuldades dos alunos para analisar os gráficos, isto é, ao identificar as coordenadas do vértice e os pontos de intersecção da curva com o eixo x no aplicativo. Contudo, é importante salientar que o estudante não pode ficar apenas no aplicativo, pois, podem ter dificuldades de resolver atividades com lápis e papel que serão consideradas obstáculo didáticos. Assim, é importante essa observação, porque nossos estudantes não podem utilizar softwares no ENEM e nas macros avaliações.

Partido para o último momento, na tentativa de investigar os obstáculos e dificuldades de aprendizagem, a importância do pensamento cognitivo, aplicou-se um questionário metacognitivo sobre as tarefas desenvolvidas durante a sequência didática. Momento de reflexão, que possibilitou o aluno a sua autoavaliação, mencionar suas representações e a refletir sobre suas estratégias. De tal forma, que após aplicação do questionário, obteve os seguintes resultados:

Quadro 13 - Respostas do questionário metacognitivo

PERGUNTAS	SIM	NÃO
1. Eu sei o que respondi	60%	40%
2. Eu fui capaz de entender e resolver com facilidade as tarefas	50%	50%
3. Eu sei dizer o quanto estudei	40%	60%
4. Eu prestei atenção nas explicações	75%	25%
5. Eu li as instruções com cuidado, antes de resolver as questões	35%	65%
6. Quando terminava as tarefas, eu sabia o que estava fazendo	35%	65%
7. Para responder um problema, tinha que lembrar de um problema parecido que resolvi antes	60%	40%
8. Antes de resolver as tarefas, pensei em muitos jeitos de responder	40%	60%
9. Eu pedi ajuda a um colega para resolver as tarefas	70%	30%

Fonte: respostas dos alunos

Vale salientar, que nessa atividade utilizou-se a metacognição, objetivando estimular os estudantes a refletir sobre os modos pelos quais eles responderam as questões e situações-problemas de função quadrática. Desta forma, na análise das respostas, na primeira questão, constatou que 60% dos alunos sabem o que respondeu e 40% não sabem, evidenciando assim, que nem todos alunos conseguiram entender a proposta de ensino e da pesquisa. Deixando claro, que os alunos possuem certa dificuldade de compreender e interpretar a tarefa proposta e associá-la aos conhecimentos necessários para resolvê-la, contribuindo para a não realização de suas tarefas escolar.

Durante a vivência da sequência didática, identificamos alunos que não tinha uma base do estudo de função quadrática, sendo assim, necessário um diálogo com a turma, e 7 alunos responderam, que dentre 45 alunos, conforme conversa a seguir:

**Pesquisador:** qual sua maior dificuldade e obstáculo para responder as atividades?

**Aluno 1:** dificuldade de concentração.

**Aluno 2:** dificuldades de fazer cálculos. Sempre tive dificuldades com números.

**Aluno 3:** dificuldade de entender regras e instruções.

**Aluno 4:** dificuldades de organizar e interpretar gráficos.

**Aluno 5:** dificuldades de compreender as relações de quantidade, ordem e tamanho.

**Aluno 6:** sempre tive dificuldades de aprender matemática.

**Aluno 7:** dificuldades de analisar a questão.

Nesse diálogo, os alunos externaram seus desafios em resolver operações com números. Os demais não souberam expressar suas dificuldades. Entretanto, mediante a utilização de diversas estratégias de ensino, tornou-se possível despertar no discente, o interesse em aprender e procurar novos meios para solucionar as tarefas que não dispunha de conhecimento necessários para resolvê-las.

Na segunda questão, ao questionar sobre a capacidade de entender e resolver as tarefas, metade da turma respondeu que sim e a outra metade que não. Demonstrando que apenas parte da turma possui a capacidade de interpretação e concentração.

Na terceira questão, apenas 40% dos alunos disseram que sabe dizer o quanto estudou, evidenciando uma falta de habilidade associada ao planejamento e controle do trabalho matemático, que é habitual na grande parte das escolas de educação básica, o que foi destacado pela pandemia. Um período marcado por perdas nas aprendizagens, ocasionadas pelas situações do ensino remoto, principalmente com adaptação à metodologia do ensino remoto e falta de motivação dos alunos, tudo isso impactou fortemente na aprendizagem dos alunos. Segundo Saviani (2020, p. 5), [...] *o ensino remoto é posto como um substituto do ensino presencial excepcionalmente nesse período da pandemia em que a educação presencial se encontra interdita*.

Na quarta questão, quando examinado se prestaram atenção nas explicações, 75% dos alunos responderam que sim e 25 % que não. Um fator preocupante para esses alunos que não prestaram atenção. Contudo, ficou evidente que eles não prestaram atenção, devido a alguns fatores externos e internos à escola, que foi explanado em algumas falas de 6 alunos, conforme diálogo a seguir:

**Pesquisador:** o que lhe fez não prestar atenção na explicação das atividades?

**Aluno 1:** falta de interesse com o estudo.

**Aluno 2:** eu só venho para escola porque sou obrigado.

**Aluno 3:** matemática não é minha praia.

**Aluno 4:** não tenho interesse para estudar.

**Aluno 5:** não sei explicar.

**Aluno 6:** Tenho dificuldade de concentração.

Ficou manifesto nas respostas destes alunos que existem vários fatores que impossibilitam o progresso na aprendizagem dos sujeitos, principalmente quando já vem desmotivado de casa, e talvez por aspectos emocionais. Embora, a maior parte dos alunos disseram que prestaram atenção, é importante uma atenção especial por parte da gestão escolar e docentes para os alunos que mencionaram não ter atenção, uma vez que pode ser em virtude de algum problema familiar ou emocional. Segundo Russo, (2015, p. 83) “[...] *as dificuldades em aprendizagem podem derivar de causas emocionais, do nível do pensamento de diferenças funcionais ou de alterações no desenvolvimento das funções*”.

Quando os estudantes foram questionados se leem as instruções com cuidado, antes de resolver as questões, isto é, na quinta questão, somente 35% responderam sim e 65% que não. Isso significa dizer que os alunos não costumam ler os enunciados atentamente, o que pode ser um hábito de um ensino centrado na resolução de tarefas puramente técnicas, em que o aluno simplesmente aplica uma definição, uma técnica ou um método de cálculo. O que se torna imprescindível a criação de estratégias por parte do professor, na utilização de ferramentas que despertem o interesse do aluno para estudar e que auxiliem a conjecturar e compreender o papel da matemática no processo de ensino-aprendizagem a que estão submetidos.

Na questão sexta, quando terminava as tarefas, se eu sabia o que estava fazendo? Apenas 35% dos alunos responderam que sim e 65% que não. Outro resultado inquietante, mas que durante a sequência didática, encontramos respostas, que devido a diversos fatores, como a falta de interesse, falta de um trabalho explícito de controle do trabalho matemático executado durante o tempo de estudo que já estão na escola e/ou dificuldade

de atenção, o discente chega a ter dificuldades de lembrar e racionar que se está estudando.

Na questão sétima, ao perguntar, se para responder um problema, tinha que lembrar de um problema parecido que resolveu antes, 60% responderam que sim e 40% que não, o que é compreensível quando se trata de tarefas mais complexas ou não escolares que exigem um maior domínio do conhecimento em jogo para que possam ser desenvolvidas e que muitas vezes não fazem parte do processo de ensino-aprendizagem atual. A maioria ainda precisa do apoio do outro, o que reforça as dificuldades encontradas durante o ensino remoto e mostra a importância das relações com o outro.

Nessa questão, temos a representação de muitos alunos da atualidade. Que utilizam o exemplo de uma questão, para resolver outra questão. Tornando algo repetitivo e talvez mecânico, ou seja, o aluno acaba utilizando o instinto de recorrer a exemplos ou anotações de explicações feitas pelo professor durante a explanação do conteúdo, pois implicitamente o contrato didático dos professores com os quais ele teve contato até o momento é esse, o que também depende das cobranças em termos de sucesso dos alunos que são feitos pela instituição.

Na questão oitava, que diz: antes de resolver as tarefas, pensei em muitos jeitos de responder, 40% disseram que sim e 60% que não. Um reflexo de que a maioria dos alunos utilizam a resolução de uma situação-problema para ter como base na resolução de outras questões, sem sequer, realizar outras tentativas para perceber se indo bem em suas respostas. Não obstante, o aluno precisa buscar vários caminhos para solucionar as situações-problemas, desenvolvendo sua autoconfiança. A resposta a essa questão corrobora com a da questão 7 e indica a importância de propor tarefas que ultrapassam a aplicação de uma definição, técnica ou método e exigem a aplicação de um conhecimento pedido que é utilizado corretamente e aquelas em que o aluno precisa identificar o conhecimento em jogo na tarefa e utilizá-lo corretamente.

Por fim, a última questão, sobre pedir ajuda a um colega para resolver as tarefas, 70% responderam que sim e 30% que não. De certa forma, representa o trabalho coletivo, de ajudar o próximo, interagindo entre os pares e desenvolvendo a comunicação com a turma, entretanto, é necessário que o

indivíduo crie sua autonomia, para saber responder as questões em qualquer ambiente e local, o que indica que a autonomia se conquista ao longo do tempo.

Concluindo a sequência didática com a turma, depois de apresentar os resultados e dialogar sobre o estudo da função quadrática, ficou evidente para classe a importância do estudo da função quadrática ou função polinomial do segundo grau na formação do estudante de matemática tanto para sua formação escolar como para sua futura formação profissional.

Além de enfatizar que os professores precisam recorrer aos novos métodos de ensino e as práticas pedagógicas contextualizadas. Segundo Soares e Pinto (2001), *o papel de professor será de incentivador, facilitador, mediador das ideias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas, levando os alunos a pensarem e a gerarem seus próprios conhecimentos*. Mas, é preciso ressaltar que para desempenhar o seu papel satisfatoriamente o professor precisa de uma formação inicial e continuada que esteja atenta a essas questões e que lhe apresente, discuta e reflita sobre metodologias e estratégias para serem desenvolvidas com seus alunos, ou seja, para mudar a forma de abordagem da matemática com os alunos da educação básica precisamos melhorar a formação inicial e continuada dos professores e tratá-los como profissionais.

É necessário ir além do livro didático, e procurar diferentes práticas de ensino, na expectativa de encontrar ferramentas que auxiliam a promover o protagonismo do estudante e levá-lo a construção do próprio conhecimento, mas para isso o professor precisa ser consultado sobre as possibilidades de mudanças no ensino e indicar as condições necessárias para sua implementação, o que ficou evidente com o novo ensino médio que evidenciou a falta de condições para a sua implementação.

## 7. CONCLUSÃO

O ensino da função quadrática ou função polinomial do segundo grau é um conteúdo pouco presente nos anos finais do Ensino Fundamental, que será tratado mais particularmente no Ensino Médio e que será utilizado como conhecimento prévio para motivar o estudo da derivada de funções polinomiais na disciplina de Cálculo diferencial e integral no início do ensino superior. Deste modo, neste trabalho foi realizado um estudo sobre os obstáculos e dificuldades enfrentados pelos alunos na aprendizagem de função quadrática no Ensino Médio. Para investigar sobre isso, foi desenvolvida uma sequência didática sobre o tema, contendo atividades que envolvesse a metacognição, que tem sua importância nos dias atuais e no processo de construção do próprio conhecimento do discente.

Na sequência didática foi possível planejar e sistematizar um conjunto de atividades que contribuíram para analisar as dificuldades e obstáculos dos alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Portanto, foram tarefas realizadas que possibilitaram a argumentação do aluno e exploração de resolução situações problemas que favoreceram a compreensão, por parte dos alunos; e das aplicações do conceito de função quadrática com ênfase em aplicações em que é possível identificar sua representação geométrica e gráfica no cotidiano e de considerar questões específicas que envolvem conceito, representações e propriedades de função quadrática.

Partindo desse pressuposto, muito se enfatizou sobre a importância da metacognição, que levou o discente a compressão da aprendizagem da matemática dentro e fora da sala de aula, levando a reflexão sobre todo o processo que possibilita a aprendizagem. Por meio da construção do conhecimento que envolve a elaboração de estratégias de forma reflexiva, e que possibilita a superação dos obstáculos e dificuldades de aprendizagem, em especial, no conteúdo de função quadrática.

Durante a vivência da sequência didática, ficou perceptível vários desafios para aprendizagem matemática; dentre eles, os impulsionados pela

pandemia que resultaram em grandes impactos no processo de ensino aprendizagem da Matemática, e outros obstáculos, como dificuldades de atenção, desmotivação para estudar, muitas vezes por conteúdos desarticulados da realidade.

As dificuldades e obstáculos encontrados pelo grupo de estudantes que participaram da pesquisa parecem ser ainda mais decisivos devido à aplicação da pesquisa ter se dado no final de 2022, o que permitiu identificar as dificuldades e obstáculos relacionados aos anos anteriores 2020, 2021 em que as aulas eram totalmente online e 2022 quando as aulas presenciais voltaram gradativamente e os professores precisaram reorganizar seus planejamentos para atender aqueles que tiveram pouco ou nenhum acesso às aulas durante o período remoto. Observamos que as respostas dos estudantes evidenciam perda de aulas, dificuldades de acesso, falta de apoio e respostas para atividades impressas, falta de contato entre alunos e alunos e professores.

Devido a essa falta de contato entre estudantes e professor, obstáculos e dificuldades que poderiam ser tratados ainda no ensino fundamental anos finais ficaram para o ensino médio e impactaram a introdução e desenvolvimento de novos conhecimentos por falta de conhecimentos prévios pelos estudantes.

Destarte, ficou evidente a necessidade de identificar ações de intervenção pedagógica a serem desenvolvidas com os alunos, além do uso de ferramentas tecnológicas, como o software Geogebra, na expectativa de atender a realidade dos estudantes de hoje, além disso, foi um instrumento de grande importância na aplicação da pesquisa, e que sem dúvidas possibilitou a interação entre alunos e professor com o conteúdo matemático.

Esta pesquisa trouxe como contribuição ratificar a importância da investigação em um processo de sequência didática e metacognição, para valorizar a experiência dos alunos e o diálogo entre eles na sala de aula, na expectativa de compreender suas dificuldades e obstáculos. Essa compreensão contribui para detectar alguns elementos necessários para a aprendizagem de função quadrática.

Para isso, faz-se necessário trazer para sala de aula um ambiente acolhedor e inovador, por meio da promoção de habilidades que permitam ao aluno a capacidade de resolver problemas matemáticos e lidar com

informações numéricas para que tenham êxito nas tomadas de decisões. Além disso, é preciso ficar atento para o fato que o desenvolvimento de competências e habilidades só pode ocorrer no longo tempo, o que é um grande desafio para a implementação da nova abordagem de ensino preconizada pela BNCC.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, L. F. **Rompendo o contrato didático**: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

BARBOSA, Laura Monte Serrat. **Psicopedagogia**: um diálogo entre a psicopedagogia e a educação. 2. ed. Curitiba: Bolsa nacional do livro, 2008.

BORUCHOVITCH, E. Estratégias de aprendizagem e desempenho escolar: considerações para a prática educacional. **Psicol. Reflex. Crit.**, v. 12, n. 2, p. 361-376, 1999.

BORUCHOVITCH, E. Algumas estratégias de compreensão em leitura de alunos do ensino fundamental. **Psicologia Escolar e Educacional**, v. 5, n. 1, p. 19–25, jun. 2001.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC\\_EnsinoMedio\\_e\\_mbaixa\\_site\\_110518.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_e_mbaixa_site_110518.pdf) . Acesso em 09/10/2022

BRAUMANN, C. A. A. **Matemática e a Vida**. Educação e Matemática, nº 64, 2001, p. 23-29.

Brousseau, G. Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématique. Disponível em: [http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire\\_V5.pdf](http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf) Acesso em: 23 de maio de 2023.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. RDM, v.4, n.2, Grenoble, 1983.

BROWN, A. L. (1987). **Metacognition**, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. Em F. E. Weinert & R. Kluwe (Orgs.), *Metacognition, motivation, and understanding* (pp. 1-16). Hillsdale, N. J.: Erlbaum.

BURÓN, J. Enseñar a aprender: **Introducción a la metacognición**. Bilbao: Ediciones Mensajero. 8º Edição. 1996.

CARRASCO, J. B. **Estrategias de aprendizaje**: para aprender más e mejor. Madrid: RIALP, 2004.

CARVALHO, Fernanda Antoniolo Hammes de. **Reaprender a aprender**: a pesquisa como alternativa metacognitiva. 2007.

CARVALHO, Marcelo José. **O devaneio cósmico e o conhecimento de si: Gaston Bachelard da alma poética à androginia da alma**. Rio de Janeiro.

2007. Dissertação (Mestrado em Filosofia) - Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

CAVALCANTI, C. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K.S.; DINIZ, M. I. (Orgs). **Ler, escrever e resolver problemas** [recurso eletrônico]: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2007

CHAS, D. M. P. **Matemática e atividades lúdicas: uma metodologia diferenciada**. In: I Simpósio Educação Matemática em Debate. Joinville - SC: [s.n.], 2014. v. 1, p. 93–103.

COLET, E.B. **Uma nova proposta para o ensino de funções quadráticas**. Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática para a Educação Básica. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134088/000983935.pdf?sequence=1>>. Acesso em 17 de fevereiro de 2023.

COSTA, G. M. T.; PERETTI, L. **Sequência Didática na Matemática**. Instituto de Desenvolvimento Educacional do Alto Uruguai – IDEAU. Revista de Educação do IDEAU. Vol. 8 – Nº 17 - Janeiro – junho, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & aplicações**. – 2. ed. – São Paulo: Ática, 2013.

DEMO, P. **Aprendizagem no Brasil: ainda muito por fazer**. Porto Alegre: Mediação, 2005.

DOLZ, J. e SCHNEUWLY, B. **Gêneros e progressão em expressão oral e escrita**. Elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). In Gêneros Oraís e escritos na escola. Campinas (SP): Mercado de Letras. 2004.

FIGUEIRA, A. P. C. Metacognição e seus contornos. **Revista Iberoamericana de Educación**, 2007. Disponível em <http://www.rieoei.org/deloslectores>.

FLAVELL, J.H. Speculations about the nature and development of metacognition. In: WEINERT, F.E.; KLUWE, R.H. (Eds.). **Metacognition, motivation and understanding**. Hillsdale, NJ: Erlbaum. p. 21-29, 1987.

GIOVANNI; BONJORNO; GIOVANNI Jr. **Matemática Completa**. Volume Único. FTD, 2002.

GLASER, R. Learning theory and instruction. In: D'YDEWALLE, D.; EELEN, P.; BERTELSON, B. (eds.). **International perspectives on psychological Science, II: The State of the Art**, NJ: Erlbaum, 1994.

GODOY, A. S. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. RAE - Revista de Administração de Empresas, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

HOHENWARTER, M. Multiple representations and GeoGebra-based learning environments. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática (Unión)**, [s.l.], n. 39, p. 11-18, 2014.

LIMA, Elon Lages, CARVALHO, Paulo C. P., WAGNER, Eduardo, MORGADO, Augusto C. *A Matemática do Ensino Médio*, Vol. 2. SBM. Rio de Janeiro-RJ. 2006.

LOPES, J. P.; ANGOTTI, J. A. P.; MORETTI, M. T. Função Afim e conceitos unificadores: o ensino de Matemática e Física numa perspectiva conceitual e unificadora. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS (ENPEC), 4., 2003, Bauru. **Atas**. Bauru: USP, 2003, p. 1-11.

KAMPPFF, A. J. C, MACHADO, J. C, CAVEDINI P. **Novas Tecnologias e Educação Matemática**. Anais X Workshop de Informática na Escola. XXIII Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Bahia, 2004.

MAANEN, John, Van. **Reclaiming qualitative methods for organizational research: a preface**, In Administrative Science Quarterly, vol. 24, no. 4, December 1979 a, pp. 520 - 526.

MACHADO, I. A. **Algumas dificuldades do ensino da matemática na 7ª série do ensino fundamental**. Universidade Católica de Brasília, 2005.

MAGALHÃES, T. F. A. **A escolarização do estudante com deficiência em tempos de pandemia da COVID-19: tecendo algumas possibilidades**. Revista Artes de Educar, v. 6, 2020, p. 205-221. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/riae/issue/view/2420/showToc>. Acesso em: 20/02/2023.

MASCARIN, L.A. **A utilização de atividades lúdicas e exploratórias no ensino e aprendizagem de matemática**. 2017. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

MEDEIROS, Cleide Farias. (2005). **Por uma Educação Matemática como Intersubjetividade** in BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Educação Matemática. 2. Ed. São Paulo: Centauro, 2005.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

OLIVEIRA, M.M. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

PAIS, LUIZ Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PEREIRA, M. M., Andrade, V. A. (2012). **Autoavaliação como estratégia para o desenvolvimento da metacognição em aulas de ciências**. Investigações em Ensino de Ciências, 17 (3), 663-674.

PONTE, J. P. (2005) **Álgebra no currículo escolar**. Educação e Matemática. n. 85, 2005.

RIBEIRO, Célia. **Metacognição: um apoio ao processo de aprendizagem**. Psicologia: reflexão e crítica, v. 16, p. 109-116, 2003.

RUSSO Rita Margarida Toler. **Neuropsicopedagogia Clínica, Introdução, Conceitos, Teoria e Prática**. JURUÁ Psicologia, Curitiba, 2015.

SANTOS, Leonor (2002). **Auto-avaliação regulada: por quê, o quê e como?** Lisboa: Ministério da Educação e Departamento da Educação Básica de Lisboa

SANCHEZ, J. N. G. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SASSERON, L. H. Alfabetização científica, ensino por investigação e argumentação: Relações entre Ciências da Natureza e escola. **Revista Ensaio**, BH, v. 17, n. especial, p. 49-67, 2015.

SAVIANI, Dermeval. **Crise estrutural, conjuntura nacional, coronavírus e educação: o desmonte da educação nacional**. Revista Exitus, Santarém/PA, v. 10, p. 01-25, ago. 2020. Disponível em: <http://www.ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistaexitus/article/view/1463/858>. Acesso: 20 fevereiro de 2023.

SILVA, Jackson Kamphorst. **Uma proposta de ensino de tópicos de mecânica quântica sob a ótica de Bachelard**. Bagé, 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Fundação Universidade Federal do Pampa

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu. **“Matemática é difícil”: Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos**, 2002. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf>>. Acesso em: 03 de fev. 2022.

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas**. In: 24<sup>a</sup> Reunião ANPEd, 2001, Caxambu. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/24/tp1.htm#gt19> . Acesso em: 15 dez. 2022.

VIEIRA, Elaine. **Representação mental: as dificuldades na atividade cognitiva e metacognitiva na resolução de problemas matemáticos**. Psicologia: reflexão e crítica, v. 14, p. 439-448, 2001.

ZABALA, Antoni. **A Prática educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.