UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

BARBARA BETTINA OLIVEIRA SOUZA

UMA COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE ENUNCIADOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA ABORDAGEM DE EQUAÇÃO DO 1° GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS *MATEMÁTICA BIANCHINI* E *COMPREENSÃO E PRÁTICA* (PNLD 2017 E 2020)

São Cristóvão/SE
2024

BARBARA BETTINA OLIVEIRA SOUZA

UMA COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE ENUNCIADOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA ABORDAGEM DE EQUAÇÃO DO 1° GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS *MATEMÁTICA BIANCHINI* E *COMPREENSÃO E PRÁTICA* (PNLD 2017 E 2020)

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) da Universidade Federal de Sergipe (UFS), na Linha de Pesquisa em Currículo, Didáticas e Métodos de Ensino das Ciências Naturais e Matemática, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos.

São Cristóvão - SE
2024

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Souza, Barbara Bettina Oliveira
S729c Uma compração dos tipos de enunciados de problemas matemáticos na abordagem de equação de 1º grau no livros didáticos Matemática Bianchini e Compreensão e prática (PNLD 2017 e 2020) / Barbara Bettina Oliveira Souza ; orientadora Ivanete Batista dos Santos. - São Cristóvão, 2024.
99 f. : il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2024.

1. Matemátia (Ensino fundamental). 2. Livros didáticos. 3. Equações. I. Santos, Ivanete Batista dos Orient. II. Título.

CDU 51:37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIMA

BARBARA BETTINA OLIVEIRA SOUZA

UMA COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE ENUNCIADOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA ABORDAGEM DE EQUAÇÃO DE 1° GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS MATEMÁTICA BIANCHINI E COMPREENSÃO E PRÁTICA (PNLD 2017 E 2020).

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
27 DE FEVEREIRO DE 2024

gov.br Documento assinado digitalmente
IVANETE BATISTA DOS SANTOS
Data: 28/02/2024 12:01:42-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

_____
Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos (Orientadora)
PPGECIMA/UFS

gov.br Documento assinado digitalmente
DIVANIZIA DO NASCIMENTO SOUZA
Data: 04/03/2024 10:49:04-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

_____
Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza
PPGECIMA/UFS

gov.br Documento assinado digitalmente
DEOCLECIA DE ANDRADE TRINDADE
Data: 01/03/2024 09:29:52-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

_____
Prof. Dr. Deoclecia de Andrade Trindade (Membro interno)
SEDUC

Dedico esta dissertação a minha filha, Pâmela Maria, essa que é a pessoa mais importante de minha existência e me inspira todos os dias. Filha, todo meu esforço é para você e por você.

AGRADECIMENTOS

Dias antes de redigir estas palavras, minha memória me proporcionou uma reflexão sobre nomes de pessoas que merecem minha gratidão, pelo apoio, momentos de amizade, auxílio, generosidade, abraços e orientação durante a elaboração desta pesquisa. E por esse motivo não poderia omiti-los das linhas a seguir.

Primeiramente a Deus, por me conceder o dom da vida, a sabedoria e por me dar força e coragem para concluir um longo caminho árduo e complicado, que nos momentos difíceis de angústias e desânimo sempre esteve comigo, e pelos livramentos a mim concedidos.

A minha filha, Pâmela Maria de Oliveira Souza, por me ensinar todos os dias sobre o amor, perseverança e resiliência e por sempre estar me ajudando a moldar-me em busca de melhorias.

Aos meus pais, João Valtecio *(in memoriam*), que, mesmo não estando mais presente, sua lembrança é saudosa em minha memória e sei o quão feliz estaria nesse momento, e Valdirene, minha mãe, por todo apoio, preocupação, esforço e amor, contribuindo diretamente para que eu chegasse.

Ao meu companheiro, José Dias, por me incentivar todos os dias a melhorar, por me apoiar e me acolher. Essa conquista não é só minha, essa conquista é nossa, pois sem você não teria chegado até aqui.

Aos meus irmãos, Josimário César, Wimbledon Stallone, Mirna Vanessa, Marcio Verlan e Marcus Vinicius, vocês são importantes nessa jornada. E a minha irmã Claudiane, que é minha cunhada, mas se encaixa entre os irmãos, obrigada por tudo. Aos demais familiares, em especial a minha avó Maria José (in memoriam), por todas as vezes que me aconselhou, incentivou a estudar e me ensinou sobre a vida. Esteja onde estiver, sempre lembrarei de seus conselhos.

À Universidade Federal de Sergipe e ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, por tornar possível a realização do meu sonho. A minha orientadora, essa que é a melhor “bruxa” que já conheci, a Professora Drª Ivanete Batista dos Santos, por todo acolhimento, paciência, orientação, conhecimento, dedicação e profissionalismo. Admiro-te demais e não apenas como professora.

Aos professores do PPGECIMA, pelos ensinamentos, por compartilharem seus conhecimentos e suas experiências que muito contribuíram para a construção deste trabalho.

Às minhas amigas, Ana Flávia, Caroline, Lara e Maria Clara, essas que são essenciais em minha jornada, estando sempre presentes e vibrando em todas as minhas conquistas, agradeço por tudo. E ao cunhado que Clara nos deu, Ramon Bernardi, esse ser especial, agradeço por tudo.

Aos meus cunhados e cunhadas, em especial a Milena Souza e Maria Eduarda, e minha comadre Michele Araújo, as quais são presentes e me apoiam/acolhem em todos os momentos. A minha sogra Maria da Cruz e ao meu sogro Bodó, por todos os incentivos.

Aos meus colegas do mestrado, em especial, a minha amiga Géssica Maria, e meu amigo Makel Bruno, por todas as nossas conversas, conselhos, risadas, angústias, pelos momentos de estudos e troca de conhecimento, pelos momentos de auxílio, companheirismo, amizade e descontração.

Agradeço a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram e torceram pela realização desse sonho.

RESUMO

SOUZA, Barbara Bettina Oliveira. **Uma comparação dos tipos de enunciados de problemas matemáticos na abordagem de equação do 1° grau nos livros didáticos *matemática bianchini* e *compreensão e prática* (PNLD 2017 e 2020)**. 2024. p.99. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2024.

No presente trabalho é apresentado o resultado de uma pesquisa que teve como objetivo comparar tipos de enunciados de problemas matemáticos na abordagem de Equação do 1° Grau nos livros didáticos *Matemática Bianchini e Compreensão e Prática* (PNLD 2017 e 2020). Vale ressaltar que as fontes foram selecionadas por serem exemplares da coleção mais adotada para uso em escolas públicas de Aracaju/SE, do PNLD 2017, bem como estarem entre as três obras dos Anos Finais mais escolhidas do PNLD 2020. A indagação norteadora que desencadeou a pesquisa foi a seguinte: quais os tipos de enunciados de problemas matemáticos identificados nos livros didáticos de Matemática em edições diferentes de PNLD, em relação à Equação do 1° Grau? Para responder a essa indagação foram realizados dois movimentos, o primeiro foi um mapeamento das dissertações relacionadas à temática disponíveis na BDTD, em que foram selecionadas as dissertações de Trindade (2012) e Corá (2019) para revisão bibliográfica. A partir da apropriação do entendimento de problemas matemáticos, adotados pelos autores dessas dissertações, priorizou-se o trabalho dos enunciados a partir da classificação estabelecida por Dante (2005). Em um segundo movimento, foi realizada inicialmente a tipificação dos enunciados presentes na abordagem de equação do 1º grau nos exemplares selecionados de diferentes PNLD para em seguida efetuar a comparação. Como resultado da tipificação nos exemplares da coleção *Matemática Bianchini*, foram identificados cento e setenta e um problemas, e nos exemplares de *Matemática Compreensão e Prática*, foram identificados duzentos e trinta problemas. Assim, ao compará-los, foi possível identificar que em ambos os exemplares, com exceção da obra de Silveira (2015), não foi encontrado problema - processo ou heurístico, foram identificados exercício de algoritmo, exercício de reconhecimento, problema padrão simples e composto, problema – processo ou heurístico, problema de aplicação e problemas de quebra-cabeça, sendo o mais identificado, em todos os exemplares, o problema padrão.

Palavras-chave: Equação do 1° grau; Livro didático; Problemas matemáticos; Tipificação de problemas matemáticos.

ABSTRACT

SOUZA, Barbara Bettina Oliveira. **A comparison of two types of mathematical problem statements in the approach to 1st-grade equations in Bianchini and comprehensive mathematical didactic books (PNLD 2017 and 2020).** 2024. p.99. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2024.

In the present work presents the result of research that aims to compare types of statements of mathematical problems in the approach to Equação do 1° Grau in the textbooks Mathematics Bianchini and Comprehension and Practice (PNLD 2017 and 2020). It is worth highlighting that the fonts selected by them will be examples of the collection most suitable for use in public schools of Aracaju/SE, from PNLD 2017, as they will be among the three works two Years Finals most selected by PNLD 2020. A northern investigation that unleashed a The research was as follows: What are the types of mathematical problem statements identified in the teaching books of Mathematics in editions different from PNLD, about the 1st Grade Equation? To respond to this inquiry, two movements were made, first of all, there was a map of the dissertations related to thematic topics available in BDTD, in which were selected the dissertations of Trindade (2012) and Corá (2019) for a bibliographic review. From the appropriation of the understanding of mathematical problems, given to the authors of these dissertations, prioritizing the work of two statements from the classification established by Dante (2005). In a second move, it was initially carried out to typify two statements present in the approach to the equation of the 1st grade of the selected exemplars from different PNLD to then carry out a comparison. As a result of typifying our exemplars from the *Bianchini Mathematical School*, we identified one hundred and seventy-one problems, and in our exemplars of *Mathematics Comprehension and Practice*, we identified two and three problems. Thus, to compare them, it was possible to identify that in both the exemplars, except the work of Silveira (2015), no problem was found - process or heuristic, were identified algorithm exercise, recognition exercise, simple and composite master problem, problem – process or heuristic, application problem and brain-brain problems, being the most identified, in all the examples, the main problem.

Keywords: 1st grade equation; Didactic book; math problems; Typification of mathematical problems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Unidades temáticas de Matemática de acordo com a BNCC 22
Figura 2 - Coleções de Matemática aprovadas no PNLD 2017 39
Figura 3 - Coleções de Matemática aprovadas no PNLD 2020 41
Figura 4 – Conteúdos identificados no livro de Matemática do 7° ano da obra de Bianchini (2015). 43
Figura 5 - Capítulos identificados no livro de Matemática do 7° ano da obra de Bianchini (2018). 44
Figura 6 - Sumários referentes às orientações para o professor, presentes nas obras Bianchini (2015 e 2018)..... 45
Figura 7- Comparação da subseção sobre a resolução de problemas em Bianchini (2015) e Bianchini (2018)..... 46
Figura 8 - Objetivos do objeto de conhecimento equação do 1° grau em Bianchini (2015).... 48
Figura 9 – Competências e habilidades da BNCC para o ensino de Equação do 1º grau 48
Figura 10 – Página do livro do professor com conteúdo e orientações em Bianchini (2018).. 49
Figura 11- Comparação entre os sumários identificados na parte destinada ao professor, nas obras de Silveira (2015) e Silveira (2018)..... 51
Figura 12 – Objetivos gerais da coleção encontrados em Silveira (2015) 53
Figura 13 – Síntese com os significados de Álgebra a serem desenvolvidos nos ciclos finais encontrados na obra de Silveira (2015) 54
Figura 14 - Objetivos gerais da coleção encontrados em Silveira (2018) 54
Figura 15 – Habilidades distribuídas por objetos de conhecimentos na obra de Silveira (2018) 55
Figura 16 - Página do livro do professor com conteúdo e orientações em Silveira (2018)..... 56
Figura 17 - Abertura do capítulo sobre equações no livro de Bianchini 2015 58
Figura 18 - Abertura do capítulo sobre equações no livro de Bianchini 2018 59
Figura 19 - Aberturas do objeto do conhecimento equação do 1° grau no livro de Silveira (2015) 62
Figura 20 - Abertura do objeto de conhecimento equação do 1° grau no livro de Silveira (2018) 64
Figura 21 - Exemplo de seção que foi transformada em subtópico no livro de Silveira (2018) 66

Figura 22 – Exemplo de enunciado encontrado com o destaque hora de criar 67
Figura 23 - Tipificação dos problemas segundo Dante (2005) 70
Figura 24- Exemplos de exercício de reconhecimento identificados nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini (2018) 70
Figura 25 - Exemplo de problemas matemáticos do tipo de exercício de reconhecimento identificado em Bianchini (2018) 72
Figura 26 - Exercícios de algoritmos identificados nas obras de Silveira (2015) e Silveira (2018) 73
Figura 27 - Exemplo de exercício de algoritmo identificado em Bianchini (2015) 74
Figura 28 - Exemplos de exercício de algoritmo identificados em Bianchini (2018) 74
Figura 29 - Exemplo de exercício de algoritmo identificados nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini (2018) 75
Figura 30 - Exemplo de exercício de algoritmo identificados nos livros de Silveira (2015) e Silveira (2018) 75
Figura 31 - Exemplos de problemas padrão identificados nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini (2018). 77
Figura 32 - Exemplo de problemas padrão identificado no livro de Bianchini (2018). 77
Figura 33 - Exemplo de problema padrão identificado em Silveira (2018) 78
Figura 34 - Problema de aplicação identificado no livro de Bianchini (2018). 79
Figura 35 – Problemas processo ou heurístico identificados no livro de Bianchini (2018) 81
Figura 36 - Problema heurístico identificado no livro de Silveira (2018) 82
Figura 37 - Problemas heurísticos identificados no tópico elaborando do livro de Silveira (2018) 82
Figura 38 – Exemplo de problema heurístico identificado no livro de Silveira (2018) 84
Figura 39 - Exemplo de problemas de quebra-cabeça identificado em Bianchini (2015) 86
Figura 40 - Exemplo de problema de quebra-cabeça encontrado em Bianchini (2018) 87
Figura 41 - Exemplo de problema de quebra-cabeça encontrado nas duas obras de Silveira na seção atividades. 88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Relação das coleções adotadas pelas escolas Municipais de Aracaju/SE do PNLD 2017, nome da escola e quantidade de coleção 40
Tabela 2 - Relação das coleções adotadas pelas escolas Municipais de Aracaju/SE do PNLD 2020, nome da escola e quantidade de coleção 42

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Dissertações selecionadas para exame 24
Quadro 2 - Textos utilizados para aproximação com o tema 26
Quadro 3 - Diferença entre problema e exercício 28
Quadro 4 - Tipificação dos problemas segundo Dante (2005) 29
Quadro 5 - Semelhança na classificação dos tipos de problemas 30
Quadro 6 - Autores e suas classificações de problemas 33
Quadro 7 - Principais ideias dos modelos de Skovsmose (2000) 34
Quadro 8 - Tipos de classificações identificados em Trindade (2012) e Corá (2019) 36
Quadro 9 - Tópicos identificados ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Bianchini (2015 e 2018) 60
Quadro 10 – Tópicos identificados ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Silveira (2015) e Silveira (2018) 65
Quadro 11 - Seções encontradas ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini (2018) 67
Quadro 12 – Seções encontradas ao tratar a equação do 1° grau nos livros de Silveira (2015) e Silveira (2018) 68

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Tipificação de enunciados identificados nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini 2018 89
Gráfico 2 - Tipificação de enunciados identificados ao abordar a equação do 1° grau em Silveira (2015) e Silveira (2018) 90
Gráfico 3 – Comparação de enunciados identificados ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Bianchini e Silveira de 2015 92
Gráfico 4 - Comparação de enunciados identificados ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Bianchini e Silveira de 2018 93

LISTA DE ABREVIATURAS

BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CP	Compreensão do Problema
DP	Designar um Plano
EP	Executar o plano
LD	Livro Didático
OMS	Organização Mundial da Saúde
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
PPGCIMA	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
RP	Retrospecto do Problema
SEMED	Secretaria Municipal de Educação
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFS	Universidade Federal de Sergipe

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....**17**
1 EXAME DE TRABALHOS RELACIONADOS À ENUNCIADOS DE PROBLEMAS E LIVROS DIDÁTICOS.....**24**
2 A FONTE DE PESQUISA: UMA APRESENTAÇÃO DOS LIVROS MATEMÁTICA – BIANCHINI E MATEMÁTICA - COMPREENSÃO E PRÁTICA.....**38**
2.1. AS FONTES DE PESQUISA 43
2.1.1 MATEMÁTICA BIANCHINI 43
2.1.2 MATEMÁTICA COMPREENSÃO E PRÁTICA.....50
3 TIPIFICAÇÃO E COMPARAÇÃO DOS ENUNCIADOS DE PROBLEMAS IDENTIFICADOS AO ABORDAR EM QUE É TRATADO EQUAÇÃO DO 1° GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS MATEMÁTICA – BIANCHINI E MATEMÁTICA - COMPREENSÃO E PRÁTICA.....**57**
3.1. TIPIFICAÇÃO DOS ENUNCIADOS 69
3.2. COMPARAÇÃO DOS ENUNCIADOS 88
CONSIDERAÇÕES.....**95**
REFERÊNCIAS.....**97**

INTRODUÇÃO

Antes de adentrar na temática diretamente relacionada à pesquisa, explico o processo de minha trajetória de formação. Durante a educação básica, estudei em instituições públicas e, desde os Anos Finais do Ensino Fundamental e Médio, passei a ter afinidade com a disciplina Matemática.

Em 2012, ingressei no Centro Universitário Ages para cursar Licenciatura em Matemática[1]. Mesmo gostando da disciplina, durante todos os anos de estudos, a Matemática não era a graduação inicial que escolhi, porém, por não conseguir a aprovação na que optei naquele momento, escolhi por seguir na Licenciatura. Iniciado o primeiro período, muitas foram as dificuldades e a desistência de muitos colegas do curso levou-me ao desânimo, a ponto de pensar em desistir.

Os dias foram passando e decidi trancar o curso. Ao chegar à faculdade para trancar, lá estava acontecendo um evento do curso no qual estava matriculada. Ao chegar ao auditório para participar, uma professora estava apresentando sobre a relação dos jogos com o ensino de Matemática, fiquei encantada pela forma como o ensino ligado ao lúdico pode ser trabalhado dentro de sala de aula, pois, quando estudei, aprendi de forma tradicional. Aquela palestra reafirmou meu sentimento de que a Matemática era a área que afetava minhas emoções, fazendo-me permanecer no curso.

Atrelado a isso, comecei a pesquisar sobre como despertar no meu futuro aluno esse encanto pela Matemática e como utilizar os jogos, sondando trabalhos sobre o tema. Durante os quatros estágios[2] que participei, fiz levantamentos bibliográficos sobre a relevância do jogo para o ensino da Matemática, o que ajudou na construção do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), cujo tema foi “A relevância do lúdico no ensino da Matemática no 6° ano: análise de percepção dos professores na escola Municipal Padre Ezaú Barbosa de Souza.”.

Logo após a graduação, pude cursar uma especialização em Metodologia do Ensino da Matemática e da Física, iniciada com o intuito de conhecer ainda mais os métodos de ensino. Desde então, acompanhei, sempre que possível, as pesquisas relacionadas ao ensino de Matemática.

---

[1] A instituição fica localizada na Avenida Universitária, 23 – Parque das Palmeiras, Paripiranga – BA, 48430-000

[2] Estágio Supervisionado (sociedade) em 2015/1, Estágio Supervisionado (Gestão escolar) em 2015/2, Estágio Supervisionado (Docente) em 2016/1, Estágio Supervisionado (Discentes) em 2016/2, todos realizados enquanto aluno do Centro Universitário Ages.

No ano de 2018, minha filha nasceu e dei uma pausa nos estudos; passados os seis meses de seu nascimento, voltei a trabalhar como professora e retornei às leituras para conhecimento dos avanços sobre os temas relacionados à educação. Durante esse tempo, pude acompanhar vários autores falando sobre jogos, sobre o livro didático, sobre resoluções de problemas e vários outros temas. Nesse momento, comecei a planejar a continuidade dos estudos.

No entanto, um novo cenário social surgiu, no final de 2019, a Organização Mundial de Saúde (OMS) recebeu um alerta de que algumas pessoas que moravam na cidade de Wuhan, província de Hubei, na China, estavam com pneumonia, contudo, a etiologia era desconhecida. A doença se espalhou rapidamente pelo território chinês e, nos dias subsequentes, foi identificado o vírus em diversas pessoas em outros países, chegando ao Brasil, em 26 de fevereiro de 2020, com a identificação do primeiro caso.

Tal vírus antes não tinha sido identificado em seres humanos e foi denominado coronavírus SARS-CoV-2 (Covid-19). Os sinais e sintomas clínicos do Covid-19 são, especialmente, respiratórios, semelhantes a uma gripe, acompanhados de febre, tosse e dificuldade de respirar. Esse vírus é transmitido pelo ar ou por contato com pessoas infectadas, por meio de gotículas de saliva e catarro, toque ou aperto de mão, causando, assim, a disseminação da doença. Dessa maneira, para que se evitasse uma maior contaminação, foram determinadas algumas medidas preventivas, entre elas, o distanciamento social, ocasionando o fechamento das escolas (Brasil, 2023).

Com o tempo, alternativas precisaram ser tomadas para que os alunos pudessem retornar às atividades escolares, então, as aulas passaram a ser de forma online e/ou híbridas. Esse modelo de ensino causou-me muita insegurança profissional, senti algumas dificuldades durante o período, uma vez que não era familiarizada com essa abordagem de ensino. Contudo, tive que me adaptar e sempre procurei a melhor maneira de ensinar aos alunos. Com isso, percebi a necessidade do professor em continuar a sua formação.

Posto isso, como sempre tive o sonho de cursar um programa de mestrado, certo dia, conversei com um colega[3] sobre o curso de pós-graduação da UFS, ele estava cursando o mestrado em Ensino de Ciências e Matemática na UFS e deu-me total apoio para que eu participasse da seleção, então, comecei a cogitar essa possibilidade, logo, em conversa com o meu companheiro[4], decidi participar do processo de seleção para o programa de pós-graduação em ensino de Ciência e Matemática – PPGECIMA, no ano de 2021.

[3] Alan Almeida Santos, que a época da conversa era estudante do PPGECIMA e formado em Licenciatura em Matemática na instituição UniAges, mesma instituição que me formei.
[4] José Dias de Souza Neto

Para concorrer à seleção mencionada, elaborei o projeto inicial com o título: “A relação do uso de jogos na sala de aula atrelada ao conteúdo do livro didático e ao conhecimento matemático.”. Esse teria como sujeitos da pesquisa alunos do 6° ano dos Anos Finais, de três escolas públicas do município de Riachão do Dantas – Sergipe, e os jogos seriam aplicados com eles, com o fito de responder a hipótese de que o jogo contribui diretamente para a aprendizagem dos discentes.

Porém, mesmo sendo um tema de suma importância – e resguardo-me a trabalhá-lo, em um momento futuro, por ser de interesse –, decidi mudá-lo. Por que isso aconteceu? Ao iniciar o mestrado, pude participar da disciplina “Resolução, proposição e exploração de problemas e construtivismo social”[5]– que foi essencial na mudança do tema, pois, durante as aulas, ao trabalhar textos sobre a concepção e a conceituação sobre problema, o problema matemático, a Resolução de problemas (RP), o seu uso como metodologia e abordagem, e tipos de problemas, pude entender com mais aprofundamento a relevância de se conhecer os tipos de enunciados na escolha dos problemas a serem aplicados.

Durante as discussões nas aulas, algumas definições sobre o que seja um problema foram abordadas, uma delas foi Dante (1991), que o classifica como qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-lo. Outra definição, mais atual, também discutida nas aulas, foi a de Azevedo (2004), que define que o problema existe quando o indivíduo, ao procurar resolvê-lo, não chega a uma solução de forma imediata ou automática, precisando refletir e tomar decisões.

Tais entendimentos não englobam todo ensino de Matemática, mas foi adotado como problema matemático não qualquer situação, mas uma que exija a maneira Matemática de pensar, necessitando de conhecimento matemático para resolvê-lo (Dante, 1991).

A resolução de problemas, de acordo com Halmos (1980), é a principal razão para a existência da Matemática, por consistir na descoberta ou na proposição de problemas e na busca de solução para eles. Não existe apenas um tipo de resolução, nem um modo único de utilizar, ela pode ser usada como metodologia ou abordagem, além de que o professor pode utilizá-la para ensinar a Matemática por meio da resolução de problema, com a resolução de problema e para a resolução de problema.

Conhecer os tipos de problemas existentes auxilia o processo de ensino-aprendizagem por meio da resolução de problema, pois, para que o objetivo seja alcançado, o tipo correto precisa ser utilizado, por exemplo, se o professor usa apenas um tipo, ele não conseguirá fazer

[5] Disciplina ministrada no programa PPGECIMA pela professora, doutora Ivanete Batista dos Santos.

o seu aluno relacionar o conteúdo com outras disciplinas ou com o seu cotidiano. Assim, é necessário estudar as classificações para que seja viável distingui-los e aplicá-los em situações necessárias. De tal modo, por compreender a pertinência das classificações, fui motivada a construir um artigo, com o tema "Uma comparação dos tipos de problemas matemáticos utilizados pelos autores do livro didático *A Conquista da Matemática* ao abordar equação do 1° grau" ao final da disciplina Resolução, proposição e exploração de problemas e construtivismo social.

Como resultado da produção desse artigo, consegui perceber que existe uma estreita relação entre os tipos de problemas identificados no livro didático com o ensino da Matemática, possibilitando pesquisar a fundo sobre os enunciados, com o intuito de compará-los. Assim como na presente pesquisa, a Equação de 1º Grau continuou a ser o tema escolhido, tal decisão de priorizar um conteúdo para a pesquisa se deu pelos seguintes motivos: ser um livro extenso que apresenta diversos problemas passíveis de análises que necessitam de um tempo significativo para a realização de todas as tipificações presentes; tratar de um assunto que faz a transição da unidade temática (U.T) "números", adentrando e preparando o aluno para a U.T álgebra; afinidade com o tema e por esse ser um assunto presente no sétimo ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, servindo como um auxiliador para assuntos futuros, como estudos da geometria e introdução para as outras equações matemáticas. Ademais,

> [...] o assunto de Equação de 1º Grau é substancialmente fundamental, pelo fato de quem está aprendendo possa ser capaz de resolver circunstância do dia a dia, onde se encontram algumas situações matemáticas. Além disso, pode-se constatar que alguns do corpo discente indicam deficiências do assunto mencionado com destaque das letras, troca de sinais, membros (se houver membros) e no processo de resolução (Silva, 2014, p. 15).

Constata-se que o contato com essa temática implica uma imediata e acentuada dificuldade por parte do aluno, haja vista que operacionalizar as expressões que envolvem números e operadores, bem como as incógnitas que os valores devem ser calculados. Segundo Silva (2011), o ensino das Equações do 1º Grau, além dos objetivos curriculares da Matemática, possui finalidades, como promover o desenvolvimento de habilidades para a solução de problemas do dia a dia, como também fazer uso em diferentes áreas do conhecimento.

Com isso, infere-se que o exame dos enunciados é de fundamental relevância no ensino de Equação do 1° grau, porque, a partir dele, tanto o aluno como o professor poderão utilizar a resolução de problema como recurso ou metodologia. Nesse contexto, a opção foi colocar o livro didático de Matemática como fonte para responder à seguinte indagação: Quais os tipos

de enunciados de problemas matemáticos identificados nos livros didáticos de Matemática em edições diferentes de PNLD, em relação à Equação do 1° Grau?

É necessário ressaltar que a escolha do PNLD, de 2017 e 2020, se deu por compreender a necessidade de buscar uma comparação de livros didáticos, usando como ponto de referência, para a sua escolha, a implantação da BNCC. Até 2017 o documento era os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que estavam em vigor desde 1997. No tocante à Matemática, ele apresenta como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros (Brasil, 1998).

O ensino e aprendizagem de Matemática nos PCNs, relativo ao Ensino Fundamental, era dividido em quatro ciclos. O primeiro ciclo se constitui da 1.ª e 2.ª séries; o segundo da 3.ª e 4.ª séries; o terceiro, da 5.ª e das 6.ª séries; e o quarto e último ciclo é composto por 7.ª e 8.ª séries.

Para a pesquisa ficou limitado a citar apenas o terceiro ciclo, pois, no que se refere ao ensino de equação do 1º grau com uma incógnita, é uma temática que nos PCN (Brasil, 1998) é sugerida para que seja abordada nesse ciclo do Ensino Fundamental, isto é, iniciado na 6ª série (atual 7º ano). Nesse, os conteúdos matemáticos eram organizados em quatro blocos: números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas e tratamento de informações.

A equação do 1º grau com uma incógnita era conteúdo do bloco números e operações, pois nesse eram definidos como uns dos procedimentos:

> - Tradução de situações-problema por equações ou inequações do 1° grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta.
> - Resolução de situações-problema por meio de um sistema de equações do 1° grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta (Brasil, 1998, p. 87).

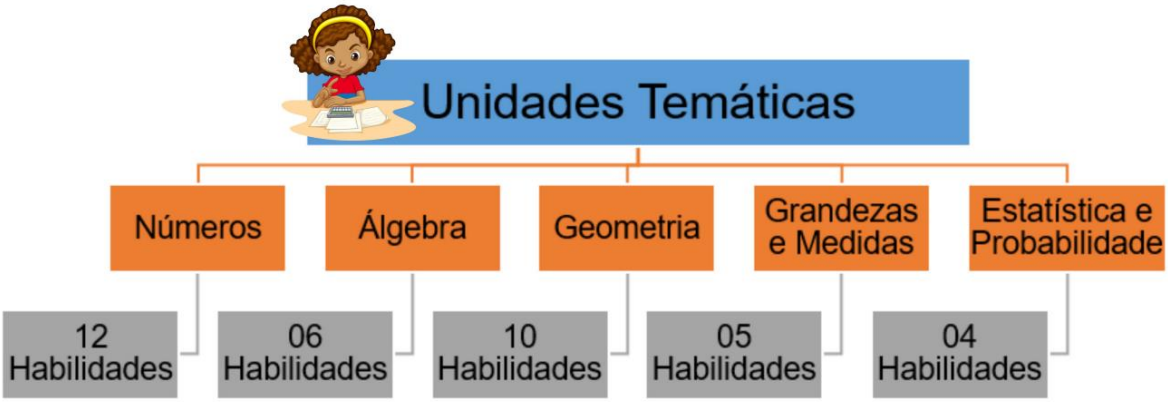
O estudo de conteúdos algébricos é proposto de forma sistematizada no bloco números e operações. E "[...] constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas" (Brasil, 1998, p. 115).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi homologada em 20 de dezembro de 2017. Diferente dos PCNs, que tem como proposição fornecer elementos para ampliar o debate dos professores, classificada como um documento de caráter normativo, que define o conjunto

orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (Brasil, 2018).

Na BNCC está proposto que, para a área da Matemática no Ensino Fundamental – anos iniciais e finais – cinco unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Em cada uma, foram designadas habilidades que expressam as aprendizagens essenciais de cada etapa da escolarização, como é mostrado na figura 1.

Figura 1 - Unidades temáticas de Matemática de acordo com a BNCC



Fonte: De autoria própria, 2023.

A equação do 1° grau com uma incógnita é encontrada na BNCC na temática Álgebra, sendo trabalhada a partir do 7° ano, justificando assim a escolha da coleção do 7° ano a ser trabalhada aqui, com a habilidade "(EF07MA18) [6] Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade" (Brasil, 2018, p. 307).

Com essa implementação da BNCC, o PNLD foi adequado pelos colaboradores, uma vez que os livros didáticos sofreram alterações. Dessa maneira, a proposta é que as áreas conversem entre si, construindo um caráter interdisciplinar, propondo ao aluno uma visão do todo. Nesse sentido, para o desenvolvimento da pesquisa, foi definido, como objetivo geral: comparar tipos de enunciados de problemas matemáticos na abordagem de Equação do 1° Grau nos livros didáticos Matemática Bianchini e Compreensão e Prática (PNLD 2017 e 2020).

Para apresentar os resultados obtidos durante a pesquisa, este texto está organizado em três seções. Na primeira seção, está posto um levantamento das pesquisas encontradas na Base

[6] As habilidades aparecem em códigos, o primeiro par de letras indica a etapa, o primeiro par de números indica o ano, o segundo par de letras indica o componente curricular, e o último par de número indica a posição da habilidade na numeração sequencial do ano ou do bloco de anos.

Digital de Teses e Dissertações[7], a fim de identificar a relação com o tema deste trabalho, tal qual a descrição de todo o processo de escolha.

Na segunda seção, apresento as fontes da pesquisa – para alcance do objetivo. Escolhi os exemplares das coleções de livro didático Matemática Bianchini e Compreensão e Prática, ambas do PNLD 2017 e 2020 - assim como todos os movimentos que realizei para escolha das fontes. Logo em seguida, trago um levantamento sobre cada um dos livros didáticos.

Já na terceira seção, trago o resultado da pesquisa, que, para alcance do objetivo, inicialmente foram tipificados os enunciados dos problemas das duas edições, e em seguida comparei-os de duas maneiras, a primeira entre os livros de mesmo autor e, em seguida, entre os exemplares dos diferentes autores. Por fim, apresento as considerações.

[7] Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/

1. EXAME DE TRABALHOS RELACIONADOS A ENUNCIADOS DE PROBLEMAS E LIVROS DIDÁTICOS

Com o intuito de encontrar pesquisas que abordam temáticas relacionadas à escolhida e fornecer-me um olhar amplo sobre o tema, realizei, no mês de novembro de 2022, uma busca por teses e dissertações no banco de dados da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), a partir das seguintes palavras-chave: problemas matemáticos, tipificação de problema matemático, livros didáticos de Matemática e Equação de 1º Grau.

O levantamento foi realizado utilizando uma palavra-chave por vez. Assim, quando consultado "problemas matemáticos", resultou um total de trezentos e cinquenta e quatro (354) trabalhos, "tipificação de problema matemático", um trabalho, "livros didáticos de matemática", duzentos e quarenta e oito (248) trabalhos e "Equação de 1º Grau", oitenta e seis (86) trabalhos durante a pesquisa.

Devido ao alto quantitativo de trabalhos, e o tempo disponível para a pesquisa, realizei um primeiro mapeamento, neste foi observado o tema, as palavras-chave e objetivos dos trabalhos encontrados, a fim de identificar aqueles que tivessem relação com a temática, com esse movimento excluí muitos trabalhos, pois eles não apresentavam relação alguma com a minha pesquisa, sendo voltados para a pesquisa sobre a resolução de problema como metodologia, assim, selecionei onze trabalhos para um segundo mapeamento, por entender que esses poderiam fornecer de forma direta ou indireta indícios para aproximação com o tema.

A seguir, no quadro 1, é possível observar as dissertações selecionadas, com alguns de seus elementos formais, por ordem de publicação.

Quadro 1 - Dissertações selecionadas para examinar se há indícios para aproximação com o tema.

Título	Autor	Localização	Ano
A abordagem da noção de função nos livros didáticos: possibilidades de investigação, exploração, problema e exercícios.	Alan Florencio de Atayde	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	2010
O ensino de função polinomial do 1º grau na oitava série dos Anos Finais: um trabalho com situações do cotidiano.	Daiana Moraes Seckler	Universidade Franciscana	2010

Continua.

Título	Autor	Localização	Ano
O ensino da Matemática via resolução de problemas proposto em materiais didáticos para o oitavo ano dos Anos Finais.	Lílian Maria de Oliveira	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	2012
Entendimento(s) sobre o uso da resolução de problemas matemáticos: o caso de professores de matemática do 6º ao 9º ano da rede municipal de Aracaju (SE).	Deoclecia de Andrade Trindade	Universidade Federal de Sergipe	2012
Potencialidades e limitações de material didático para explorar resolução de problemas matemáticos.	Geovana Luiza Kliemann	Centro Universitário UNIVATES	2015
Uma proposta didática de resolução de problemas na Matemática: escrever para entender, entender para resolver.	Kleber Xavier Feitosa	Universidade de Brasília	2015
Os livros didáticos de Matemática, a variedade de problemas propostos e o binômio de Newton.	Cássia Ribeiro de Souza	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	2019
Análise da inserção da resolução de problemas identificada em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais.	Jucimara Rufato Corá	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	2019
Uma proposta metodológica para o ensino de Equação de 1º Grau por meio da resolução de problemas de idade.	Alana Ventura Lucena	Universidade Federal da Paraíba	2020
A concepção da habilidade de resolução de problemas aritméticos em livros didáticos dos Anos Finais: um olhar sob a concepção histórico-culturalista.	Anderson Felix Silva	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	2021

Continua.

Título	Autor	Localização	Ano
Entendimento(s) sobre a resolução de problemas a partir do PNLD de Matemática dos Anos Finais (2002 a 2020).	Jocelmo de Morais França	Universidade Federal de Sergipe	2022

Fonte: De autoria própria, 2023.

Após a seleção desses onze trabalhos, realizei um segundo mapeamento, agora com uma leitura mais aprofundada com a intenção de verificar se todos forneceriam elementos que pudessem contribuir para o desenvolvimento desta, seja falando sobre tipificação, equação do 1° grau, BNCC, PNLD, pontos que poderiam ser trazidos aqui. Observei então que nenhum dos trabalhos realizou o processo de tipificação de enunciados de problemas matemáticos, porém duas dessas dissertações trazem na discussão alguns tipos de classificação dos problemas, fornecendo, dessa forma, dados que auxiliaram na realização de uma aproximação com a temática de pesquisa. Desta forma, os trabalhos selecionados foram os que podem ser identificados no Quadro 2.

Quadro 2 - Textos utilizados para aproximação com o tema.

Título	Autor	Tipo de pesquisa	Localização	Ano
Entendimento(s) sobre o uso da resolução de problemas matemáticos: o caso de professores de Matemática do 6º ao 9º ano da rede municipal de Aracaju (SE).	Deoclecia de Andrade Trindade	Dissertação	Universidade Federal de Sergipe	2012
Análise da inserção da resolução de problemas identificada em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais	Jucimara Rufato Corá	Dissertação	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	2019

Fonte: De autoria própria, 2023.

Selecionados esses dois trabalhos, continuei o mapeamento verificando outros pontos levantados acima e pude notar que aqueles que traziam a temática sobre resolução de problema não apresentavam elementos relacionados a tipificações. Então, continuando o mapeamento, selecionei a dissertação de Daiana Moraes Seckler (2010), com o tema "O ensino de função polinomial do 1º grau na oitava série do ensino fundamental: um trabalho com situações do cotidiano" e palavras-chave: Função polinomial de 1º grau; Problemas contextualizados; Ensino Fundamental e Resolução de problemas, acreditando que essa poderia fornecer dados sobre a equação do 1° grau.

Com a leitura constatei que nenhum tópico trazia benefícios para a pesquisa, a autora descreve na sua introdução a questão problema e o objetivo, que foi: analisar as possibilidades de trabalhar o conceito de função polinomial do 1º grau com alunos de 8ª série do Ensino Fundamental, a partir da resolução de problemas relacionados ao cultivo de produtos agrícolas. Em seguida, o referencial teórico que cita a educação matemática crítica, nesse momento ela usa os PCNs, citando o objetivo deste para o ensino fundamental, algo que já tinha tido acesso ao ler os PCNs voltados à Matemática, então não era algo suficiente para escolhê-lo para aproximação com o tema.

Continuando, é discutida a resolução de problema, usando Polya (1978) para referenciar e trazendo as etapas propostas por Allevato e Onuchic (2009) quanto ao uso desta como metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, pois o trabalho usou essas etapas para aplicação das atividades realizadas com os alunos ao longo da pesquisa. E, então, a dissertação continua descrevendo como foi a realização de toda etapa e conclui a pesquisa. Como pode ser observado, a pesquisa citada não traz benefícios suficientes à temática escolhida, sendo excluída, assim como as demais, restando apenas as duas citadas no quadro 2.

Trindade (2012), ao trabalhar com o tema "Entendimento (s) sobre o uso da resolução de problemas matemáticos: o caso de professores de Matemática do 6º ao 9º ano da rede municipal de Aracaju (SE)", ao objetivar, em sua pesquisa, a análise dos usos que professores de Matemática da rede municipal de Aracaju (SE) fazem de diferentes tipos de problemas matemáticos em busca de indícios da Resolução de Problema como Metodologia, apresenta situações que direcionam o andamento da minha pesquisa.

Para atingir o objetivo, Trindade (2012) realizou uma investigação desenvolvida em fases. Como a sua pesquisa se deu com professores, a escolha desses ocorreu a partir da utilização do livro didático "A Conquista da Matemática" (2009), por ser esse adotado em dezesseis das vinte escolas da rede municipal de Aracaju (SE), inscritas no último PNLD -

Plano Nacional do Livro Didático, em 2011. Após a escolha dos professores, foi realizada uma entrevista semiestruturada por meio de questionário. Dessa forma, os professores tinham perguntas para responder e enunciados de problemas matemáticos para tipificar, esses, retirados do livro didático escolhido pela autora, com o fito de identificar o conhecimento sobre os tipos de problemas e a utilização desses no processo de ensino-aprendizagem.

É preciso citar que a autora escolheu como base teórica para o seu estudo a apropriação do entendimento de resolução de problemas como metodologia defendido por Onuchic (1998, 1999, 2008) e Pereira (2004); para os símbolos de interação na busca de indícios da Resolução de Problemas como Metodologia o conceito de Chapman (1999). Além disso, foi trazido Polya (1978), Dante (2005) e D'Amore (2007) para definir a tipificação e o que é denominado problema matemático.

Inicialmente, antes de realizar a tipificação dos problemas retirados do livro didático, Trindade (2012) traz a discussão com D'Amore (2007) sobre o que seja um problema e um exercício, tendo em vista que sem esse entendimento inicial o leitor poderá não saber classificar os problemas matemáticos. Um quadro trazido pela autora resume tal pensamento.

Quadro 3 - Diferença entre problema e exercício.

	Problema	**Exercício**
No ensino	Instrumento de aquisição de conhecimento. Objeto de ensino	Instrumento para consolidar e Verificar conhecimentos e habilidades.
Privilegia	Processos.	Produtos.
O professor	Escolhe problemas, Segue os processos.	Escolhe exercícios Corrige e avalia produtos.
O sujeito tem Papel	Produtivo.	Executivo.

Fonte: Quadro retirado de Trindade (2012, p. 23)

Em relação ao problema, a autora apresenta uma discussão muito pertinente, pois o que para um pode ser um problema, para o outro pode não ser, e é justamente por isso que o problema apresenta várias definições, dessa maneira, a autora optou:

> [...], por adotar daqui para frente uma adaptação das definições de Dante (2005) e D'amore (2007) o que resulta em problema matemático é toda situação que exige a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la e que necessita de alguma(s) regra(s) ou de algum(ns) procedimento(s) que ainda não estão na bagagem cognitiva do aluno (Trindade, 2012, p. 24).

Além dessa definição, a autora destaca que um problema matemático pode ser classificado de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) [8] de Matemática como "[…] uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la" (Trindade, 2012, p. 24).

Para conceituar as tipificações dos problemas que foram identificados no decorrer da pesquisa, Trindade (2012) optou pela utilização de Dante (2005), mas, para decidir, pesquisou outros modos de tipificação, a exemplo de Borasi (1986), o qual tipifica esses em exercício, palavras para descobrir, provar conjectura, vida real, situações problemáticas e situações, esses sete tipos são classificados de acordo com a formulação, o contexto, como se dará a solução e quais estratégias serão usados para chegar à resolução.

Diferentemente de Borasi (1986), Dante (2005) apresenta seis tipos, esses podem ser observados no quadro a seguir.

Quadro 4 - Tipificação dos problemas segundo Dante (2005).

Tipo	**Características**	**Exemplo**
Exercícios de Reconhecimento	A solução necessita apenas que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, uma definição, uma propriedade etc.	Dados os números 2,5,10,103,156 e 207, quais são pares?
Exercícios de Algoritmo	Reforça conhecimentos anteriores mediante o treinamento de habilidades na execução de algoritmos.	Calcule o valor de [(3.4) +2]/7
Problemas Padrão podem ser: Padrão simples Padrão Composto	A tarefa é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, pois a solução já está no próprio enunciado.	Luís tem 7 anos a mais que o triplo da idade de Felipe. Os dois juntos têm 55 anos. Qual a idade de cada um?
Problemas - Processo ou Heurístico	Problemas que aguçam a curiosidade e o espírito inovador do aluno, diferente dos problemas padrão, a resposta não está no enunciado. Serve para fixar conceitos	Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mãos teremos ao todo?
Problemas de Aplicação	Retratam situações do dia a dia e que exigem conceitos da Matemática para serem resolvidos.	Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual é o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda escolar. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos?

[8] Documento que era responsável pela grade curricular da instituição educativa, que foi criado com a intenção de ampliar e aprofundar um debate educacional que envolva escolas, pais, governos e sociedade.

Continua.

Tipo	Características	Exemplo
Problemas de Quebra-cabeça	A solução necessita quase sempre de um truque, é chamada de Matemática recreativa.	Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual é o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos?

Fonte: Quadro elaborado por Trindade (2012, p. 25-6)

A partir do que está posto em Trindade (2012), ao observar as classificações desses dois autores, é possível detectar semelhanças nos seus tipos, atribuindo, assim, epítetos diferentes, essas semelhanças podem ser observadas a seguir.

Quadro 5 - Semelhança na classificação dos tipos de problemas.

	Autores	
	DANTE (2005)	BORASI (1986)
Semelhança	Exercícios de Reconhecimento	
	Exercícios de Algoritmo	Exercício
	Problemas Padrão pode ser: Padrão simples Padrão Composto	Problemas de palavras
	Problemas - Processo ou Heurístico	
	Problemas de Aplicação	Um problema de vida real
	Problemas de Quebra-cabeça	Problemas para descobrir

Fonte**:** De própria autoria, 2023.

Dante (2005) tem um tipo de classificação a mais que Borasi (1986), das cinco restantes, três são semelhantes. Sendo assim, reconhecendo as duas classificações escolhidas, a autora optou por Dante (2005), por justificar que ele é autor de livros didáticos há mais de 20 anos. Ele tem sido referência diversas pesquisas e contribui diretamente com o tema ao escrever artigos, como o publicado em 1996, com o tema “Livro Didático de Matemática: uso ou

abuso?”.

Entendo que, embora Trindade (2012) não tenha como objetivo principal classificar ou comparar os enunciados existentes em sua pesquisa, sua abordagem de solicitar aos professores que respondam aos questionamentos e tipifiquem alguns enunciados fornece insights valiosos que colaboram com minha própria pesquisa. Ao examinar seu trabalho, pude perceber a existência de outras classificações dos problemas matemáticos e a importância fundamental do entendimento dos professores para sua aplicação. Assim, utilizei esse estudo como uma lente para enriquecer minha análise e para orientar a escolha da tipificação empregada na avaliação das fontes.

O último trabalho examinado como lente para a pesquisa é o de Corá (2019), “Análise da inserção da Resolução de Problemas identificada em Livros Didáticos de Matemática dos Anos Finais”, que desenvolve sua pesquisa por motivações profissionais, levando em consideração a seguinte problemática: Os livros didáticos de Matemática dos Anos Finais escolhidos pela maioria das escolas públicas brasileiras no PNLD – 2017 para utilização no triênio 2017-2019 oferecem subsídios para o desenvolvimento de aulas de Matemática com foco na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas na perspectiva de Allevato e Onuchic (2014)?.

A partir do problema da pesquisa, o seu objetivo foi analisar a coleção de livros didáticos de Matemática, aprovada em 2017 pelo PNLD, que foi a mais escolhida pelos professores de Matemática e, portanto, com mais exemplares adquiridos no território nacional, identificando “se” e “como” a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-avaliação, através da Resolução de Problemas de Allevato e Onuchic (2014), é inserida nesses livros didáticos.

Para responder o problema estudado e alcançar o objetivo, Corá (2019) optou pela realização de uma pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa. Inicialmente, foi solicitada uma planilha ao Núcleo Regional de Educação de Pato Branco no Paraná, com as informações sobre as escolhas dos livros didáticos, para, assim, a partir da maior adesão a certo livro pelas escolas, esse ser escolhido para realização da pesquisa. Com o exame, o livro da coleção “Praticando Matemática – 6° ao 9° ano (Edição Renovada)”, de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos – Editora do Brasil 4° edição – 2015 foi o escolhido.

Com a escolha da coleção a ser estudada, a pesquisa se deu em três etapas, na primeira, foi criado um quadro em que foi exibido o fichamento de cada volume do livro didático “Praticando Matemática”, 6º, 7º, 8º e 9º ano, respectivamente, relacionado à forma de apresentação do conteúdo na Unidade e nas subseções. Relativamente ao que seja uma tarefa,

a autora usa a definição de Ponte (1997), a qual relata que a tarefa é uma situação de aprendizagem que o professor leva para sala de aula, seja no modelo de problema, investigação, exercício ou outro.

Na segunda etapa, a autora realizou uma apreciação das tarefas encontradas no início da subseção de cada Unidade, a fim de compreender se era iniciado com tarefas do tipo problema ou exercícios. Para a caracterização do que é um problema, a autora usou as seguintes características, listadas:

> Característica 1: O problema contribui para o desenvolvimento conceitual, ou seja, a partir de um problema pode-se iniciar um conteúdo; característica 2: o problema deve ser desconhecido, para que se torne desafiador e interessante para o aluno. Característica 3: Podem conter informações ocultas, que só percebemos se analisarmos corretamente as informações dadas, ou seja, ter incorporadas ideias matemáticas importantes e úteis; Característica 4: O caminho da resolução é desconhecido, sua solução não consiste na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas: é indispensável que os problemas envolvem os alunos nas discussões, exijam processos de pensamentos elevados, que elaborem hipóteses e esquematizam várias estratégias para que se chegue à solução; Característica 5: o problema está em um nível adequado de dificuldade, devem ser desafiadores, mas capazes de serem resolvidos pelos alunos da série em que estão sendo aplicados, para que não se sintam frustrados; Característica 6: o problema permite ao professor avaliar a aprendizagem/desenvolvimento/interação dos alunos para encontrar a sua solução (Corá, 2019, p. 92-3).

Todas as tarefas encontradas nas obras analisadas que não se encaixam nessas características foram consideradas como exercício. Na terceira etapa, foram analisadas as tarefas restantes em todo corpo do livro didático. Primeiramente, Corá (2019) traz a definição de livro didático de acordo com Lajolo (1996, p.4), que apresenta que: “Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática”. A importância do livro didático para o ensino é inegável, dessa maneira, é evidente a sua necessidade de melhoria e de adequação nesse contexto.

A autora, sobre a importância desse material, cita Lopes (2000), a qual coloca o livro como um recurso que ultrapassa as barreiras do tempo. O Ministério da Educação, em uma de suas publicações, afirma que “[...] o livro didático brasileiro, ainda hoje, é uma das principais formas de documentação e consulta empregados por professores e alunos. Nessa condição, ele às vezes termina por influenciar o trabalho pedagógico e o cotidiano da sala de aula (Brasil, 2003, p.8)”.

No tópico que traz como tema a Resolução de Problema no ensino da Matemática, a autora aborda os aspectos históricos da resolução de problema, nesse momento, Corá (2019) traz para discussão a citação de Onuchic (1999):

> [...] O ensino de Resolução de Problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática, começou a ser investigado de forma sistemática sob a influência de Polya, nos Estados Unidos, nos anos 1960. No fim dos anos 1970, a Resolução de Problemas ganhou espaço no mundo inteiro. Começou o movimento a favor do ensino de resolução de problemas. Em 1980 é editada, nos Estados Unidos, uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics – An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's1, que chamava todos os interessados, pessoas e grupos, para juntos, num esforço cooperativo massivo, buscar uma melhor educação matemática para todos (Onuchic, 1999, p. 203, 204, *apud* Corá, 2019, p. 49).

Para a discussão sobre a resolução de problema, é preciso existir o entendimento do que seja um problema, assim, com a leitura de Trindade (2012) e Corá (2019), pude compreender que existem diversas definições, isso ocorre, pois, de acordo com Dante (1998 *apud*, Corá, 2019), o que é um problema para um, pode não ser um problema para o outro, portanto, essa definição é aberta e complexa. Corá (2019) complementa essa discussão sobre problema citando Onuchic (1999), a qual define que um problema pode ser enunciado como sendo tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que existe interesse em resolver, isto é, qualquer situação que leve o aluno a pensar e que lhe seja desafiadora e não trivial. Ressalto que tal entendimento sobre o problema será utilizado para exame das fontes.

Em relação à tipificação dos problemas, Corá (2019) traz alguns autores, como Polya (1978), com os quatros tipos de problemas; Charles e Lester (1989) *apud* Silva, com seis classificações; Butts (1997, p. 33-36) considera cinco categorias de tarefas; Dante (2005) com seis tipos de problemas; Pereira (2002) com quatro tipos de problemas; e, por fim, Skovsmose (2000), trazendo a existência de dois modelos, que, de acordo com Corá (2019), é a Educação Matemática Tradicional (exercícios) e a Educação Matemática Crítica (Cenário para a investigação), sendo esses dois os escolhidos pela autora para a sua análise do livro didático.

Quadro 6 - Autores e suas classificações de problemas.

Autores	**Problemas**
Skovsmose (2000)	Exercícios; Cenário para a Investigação
Polya (1978)	Problemas auxiliares; Problema Rotineiro; Problemas de Determinação, Problemas de Demonstração; Problemas Práticos.

Continua.

Autores	Problemas
Charles e Lester (1989)	Exercícios de Treinamento; Problema de tradução simples; Problema de tradução complexa; Problema - processo; Problema de Aplicação; Problemas Quebra-cabeça.
Butts (1997)	Exercício de Reconhecimento; Exercícios de Algoritmos; Problemas de Aplicação; Problema de Pesquisa Aberta; Situações Problemas.
Dante (2005)	Exercício de Reconhecimento; Exercício de Algoritmos; Problemas Padrão; Problemas Processo ou Heurístico; Problemas Aplicação; Problemas Quebra-cabeça.
Pereira (2002)	Problemas de aprendizagem; Problemas de revisão; Aprofundamento; Problemas de sondagem; Problemas de análise.

Fonte: Elaborado pela autora a partir de Corá (2019).

A partir da classificação de Skovsmose (2000), Corá (2019) classificou as tarefas em exercícios e problemas, para melhor compreensão da teoria escolhida foi criado o quadro 7, com o intuito de demonstrar cada uma das características da classificação escolhida.

Quadro 7 - Principais ideias das classificações de Skovsmose (2000).

Classificação	Definição
Exercícios com Referência à Matemática Pura	Neste caso temos a ocorrência mais tradicional de exercícios, apenas com finalidade matemática de prática de algum conceito. Predominam exercícios com utilização de fórmulas, em geral com enunciados como: resolva, calcule, efetue etc, ou seja, exercícios “siga o modelo
Exercícios com Referências à semi - realidade:	Remete a atividades que trazem elementos da vida real, mas apenas com o intuito de contextualizar o problema, sem levar em conta a coerência do enunciado com a realidade de fato, ou seja, uma realidade artificial.
Exercícios com Referências à realidade:	Trata-se de atividades que se encontram no dia a dia das pessoas, os dados vêm da vida real oferecendo uma condição diferente para a comunicação entre o professor e o aluno. São utilizadas informações contidas em jornais, revistas e sites, bem como gráficos.

Continua.

Classificação	Definição
Cenário para a investigação com Referências à Matemática pura	Se refere a algo puramente matemático como produto, mas a abordagem é diferente, levando o aluno a investigar alguns fatos para concluir algo de utilidade puramente matemática. Esses 70 ambientes envolvem números e figuras geométricas, vão além da sistematização de regras e fórmulas pré-estabelecidas. Abrem caminho para que os alunos considerem outros aspectos, outros conceitos matemáticos.
Cenário para a investigação com Referências à semi realidade:	Contém referências a situações contextualizadas, mas que não são efetivamente reais. A situação é aberta à argumentação, usada como recurso para que o aluno explore, questione, formule suas ideias e suas hipóteses.
Cenário para a investigação com Referências à realidade:	As referências também são a realidade, tornando possível aos alunos produzir diferentes significados para as atividades, em linhas gerais, a ideia é implementar a matemática crítica, e criar nos alunos um senso crítico.

Fonte: Elaborado pela autora a partir de Corá (2019).

Com a análise da presença das tarefas, no início das Subseções do Livro didático por Corá (2019), foi possível concluir que o livro "não favorece o docente no sentido de abordar o conteúdo utilizando a Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas" (Corá, 2019, p. 119), uma vez que é observado que a porcentagem de problemas identificados no início das subseções é mínima, sendo 7% no livro do 6º ano; 1,4% no livro do 7º ano, 4,2% no livro do 8º ano, e no livro do 9º ano, 2.1%.

Corá (2019), ao examinar as tarefas complementares, nota que os números apresentados são ainda menores. No 6° ano, no total de 937 tarefas encontradas, apenas 2,5% podem ser classificadas como problemas; no livro do 7° ano, foram encontradas 927 tarefas, e dessas 2,2% são classificadas como problemas. No 8° ano, esse número cresce um pouco, porém não sendo uma mudança significativa, isso porque das 1044 tarefas encontradas, apenas 3,4% são problemas; e, finalmente, no 9° ano, das 667 tarefas encontradas, 7,5% dessas são problemas.

Dessa forma, após análise realizada por Corá (2019), foi possível constatar "que a coleção de livros didáticos *Praticando Matemática*, apresenta poucos problemas geradores no início das subseções," (Corá 2019, p. 135), afetando, assim, diretamente o ensino a partir da Resolução de Problemas nas escolas, já que o livro didático segue sendo a principal ferramenta mais usada para ensinar. Ainda, sobre as tarefas complementares, foi possível observar a defasagem nos livros da coleção analisada.

Assim sendo, é preciso ressaltar que o texto de Corá (2019) traz um destaque para a utilização do livro didático, ressaltando, aqui, a relevância da minha escolha como fonte, tendo em vista que o livro didático faz parte de uma das mais importantes políticas públicas no âmbito educacional, refletindo nos processos educacionais, como uma ferramenta de trabalho do professor e dos alunos, segundo Corá (2019).

Relacionado à temática sobre os tipos de problemas, apesar de esse texto não apresentar um aprofundamento sobre as classificações citadas, ajudou-me com a comparação entre todos. Por conseguinte, ao usá-lo, juntamente com Trindade (2012), criei o quadro 8 com todos os tipos existentes para escolher o melhor, na minha concepção, tentando trabalhar os enunciados.

Quadro 8 - Tipos de classificações identificados em Trindade (2012) e Corá (2019).

Autor	Exercícios e Problemas
Skovsmose (2000)	Exercícios – Referência à Matemática pura; A semi-realidade; à realidade; Cenário Para a Investigação Referência à matemática pura; a semi-realidade; a realidade.
Polya (1978)	Problemas auxiliares; Problema Rotineiro; Problemas de Determinação; Problemas de Demonstração; Problemas Práticos;
Charles e Lester (1989)	Exercícios de Treinamento; Problema de tradução simples; Problema de tradução complexa; Problema Processo; Problema de Aplicação; Problemas Quebra-cabeça;
Butts (1997)	Exercício de Reconhecimento; Exercícios de Algoritmos; Problemas de Aplicação; Problema de Pesquisa Aberta; Situações Problemas;
Dante (2005)	Exercício de Reconhecimento; Exercício de Algoritmos; Problemas Padrão; Problemas Processo ou Heurístico; Problemas Aplicação; Problemas Quebra-cabeça;
Borasi (1986)	Exercício; um problema de palavras; um problema para equacionar; um problema para demonstrar; um problema para descobrir; um problema de vida real; uma situação problemática.
Pereira (2002)	Problemas de aprendizagem; Problemas de revisão e Aprofundamento; Problemas de sondagem; Problemas de análise.

Fonte: Elaborado pela autora a partir de Trindade (2012) e Corá (2019).

A partir da construção do quadro, pude constatar semelhanças entre as classificações, como, por exemplo, o exercício de reconhecimento, que é encontrado em Dante (2005) e Butts (1997), como outros que apresentam nomes diferentes, porém são iguais em seus objetivos. Os estudos de Trindade (2012) e Corá (2019) foram fundamentais para embasar minha decisão sobre a classificação dos tipos de enunciados dos problemas encontrados no livro didático. Optei por utilizar a classificação de Dante (2005), que identifica seis tipos distintos, influenciado pela análise e discussões presentes nesses trabalhos anteriores.

2. A FONTE DE PESQUISA: UMA APRESENTAÇÃO DOS LIVROS MATEMÁTICA – BIANCHINI E MATEMÁTICA - COMPREENSÃO E PRÁTICA

Para a realização da pesquisa, foi utilizado o livro didático de Matemática do 7° ano dos Anos Finais, considerando a sua inclusão nos PNLD 2017 e 2020. A escolha desses dois momentos se deu por entender que a Base Nacional Comum Curricular propõe mudanças significativas no PNLD. Em 17/07/2017, foi lançado o decreto de n° 9.099, o qual determina, em seu artigo 2°, que os objetivos do PNLD é,

> I - aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a consequente melhoria da qualidade da educação; II - garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica; III - democratizar o acesso às fontes de informação e cultura; IV - fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes; V - apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor; e VI - apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2023, n. p).

Para implementação da BNCC, uma das propostas é que os livros apresentem um caráter interdisciplinar, pois se espera que as áreas conversem entre si, possibilitando que o aluno tenha uma visão do todo.

No que tange à região, escolhi a capital sergipana, Aracaju, por possuir um grande quantitativo de escolas. Com o local escolhido, pesquisei as coleções que foram aprovadas no PNLD 2017, para conhecê-las. Nesse ínterim, através do Guia Digital[9] do PNLD, foi possível constatar que onze coleções foram aprovadas naquele ano, a figura 2, a saber, busca apresentá-las.

Após esse momento, procurei informações sobre as escolas, por meio de pesquisa, encontrei o Sistema de Controle de Material Didático (SIMAD) e acessei-o pelo *Google*. Por conseguinte, filtrei a busca pelo ano do programa (2017), o programa (PNLD), a esfera (administração pública municipal), tipo de entidade (todos), localização (estado de Sergipe e município de Aracaju). Nessa etapa, o site mostrou que o município de Aracaju, em 2017, tinha 45 (quarenta e cinco) escolas municipais em todo o seu território, observei todas elas para selecionar apenas as que ofertavam os Anos Finais, desse modo, das encontradas, apenas 21 (vinte e uma) possuíam. Em sequência, executei o rastreamento acerca da adoção dos livros didáticos aprovados pelo PNLD 2017 e 2020.

[9] Disponível em: http://www.fnde.gov.br/pnld-2017/#.

Figura 2 - Coleções de Matemática aprovadas no PNLD 2017.

Fonte: elaborado pela autora a partir do Portal do FNDE

Com a seleção das vinte e uma escolas públicas municipais de Aracaju, realizei a identificação de tais instituições na lista dada pelo SIMAD e verifiquei a coleção de livros didáticos de Matemática adotada por cada uma delas. Com os dados, elaborei a tabela 1, que apresenta o quantitativo das escolhas da coleção presente no PNLD 2017.

Foi possível observar que, das onze coleções aprovadas no PNLD 2017, sete foram adotadas por escolas da rede municipal de Aracaju, sendo as coleções *Matemática -Bianchini e Matemática – Compreensão e Prática*, as mais adotadas entre as escolas. De tal modo, reservei-as para usá-las como fonte a serem trabalhadas aqui, neste trabalho.

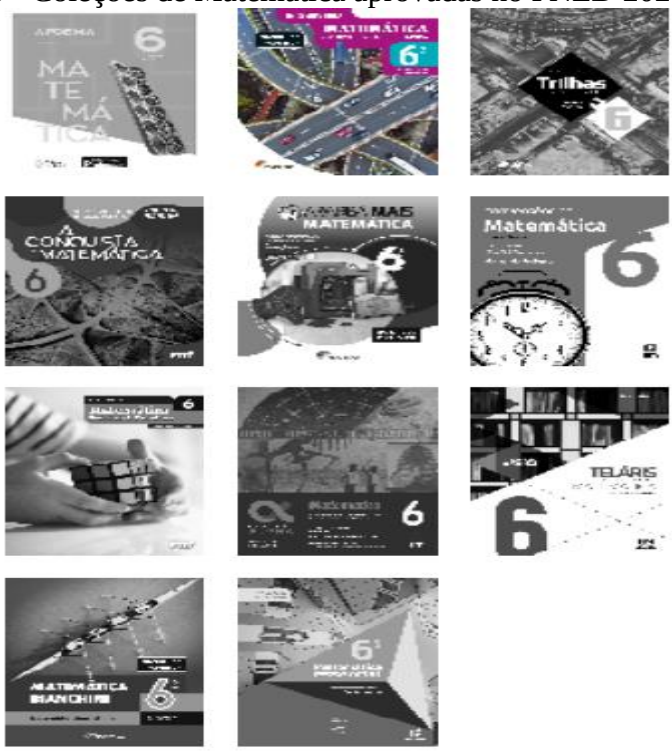
Tabela 1 - Relação das coleções adotadas pelas escolas Municipais de Aracaju/SE do PNLD 2017, nome da escola e coleção escolhida.

COLEÇÃO	ESCOLA	QUANTIDADE DE ESCOLA
MATEMÁTICA – BIANCHINI	EMEF ANÍSIO TEIXEIRA EMEF DOUTOR CARVALHO NETO EMEF JORNALISTA ORLANDO DANTAS EMEF JOSÉ CONRADO DE ARAUJO EMEF PROF ALCEBIADES MELO VILAS BOAS	5
VONTADE DE SABER MATEMÁTICA	EMEF DEPUTADO JAIME ARAÚJO EMEF PROFª MARIA THETIS NUNES	2
MATEMÁTICA - COMPREENSÃO E PRÁTICA	EMEF GENERAL FREITAS BRANDÃO EMEF PRESIDENTE VARGAS EMEF PROFESSOR LAONTE GAMA DA SILVA EMEF SABINO RIBEIRO EMEF SANTA RITA DE CÁSSIA EMEF SÉRGIO FRANCISCO DA SILVA	6
PROJETO TELÁRIS – MATEMÁTICA	EMEF JOÃO TELES MENEZES EMEF JUSCELINO KUBITSCHEK	2
PROJETO ARARIBÁ – MATEMÁTICA	EMEF MANOEL BOMFIM EMEF PROF JOSÉ ANTONIO DA COSTA MELO	2
MATEMÁTICA NOS DIAS DE HOJE NA MEDIDA CERTA	EMEF OLGA BENÁRIO EMEF PROFESSOR FLORENTINO MENEZES EMEF PRESIDENTE TANCREDO NEVES	3
PRATICANDO MATEMÁTICA- EDIÇÃO RENOVADA	EMEF OVIÊDO TEIXEIRA	1

Fonte**:** Elaborado pela autora a partir de dados obtidos no portal do SIMAD.

Porém, para que fosse possível utilizá-las e realizar a comparação entre as duas obras, levando em consideração as escolas públicas de Aracaju, foi necessário confirmar no site se essas coleções faziam parte do acervo do PNLD 2020, pois é sabido que as coleções podem ser reprovadas de um ano para o outro, então, para isso, retornei a pesquisa para o site das coleções aprovadas, a fim de averiguar se as coleções - *Matemática -Bianchini e Matemática – Compreensão e Prática*- foram aprovadas, em 2020. Pude constatar que, das 11 aprovadas em 2017, apenas seis foram aprovadas em 2020, e constatei que as duas escolhidas estavam entre as aprovadas no PNLD, como mostra a figura a seguir.

Figura 3 - Coleções de Matemática aprovadas no PNLD 2020.



Fonte: Elaborado pela autora a partir dos dados fornecidos pelo Portal do FNDE

Confirmada a presença das coleções no PNLD 2020, voltei a buscar no site do SIMAD as instituições públicas de ensino de Aracaju, com a intenção de analisar se essas duas coleções estavam entre as escolhidas pelas escolas do referido município. É relevante destacar que, no processo de busca, chamou a minha atenção a diferença no quantitativo de instituições, pois foram encontradas sessenta escolas públicas no município, diferente de 2017, com quarenta e cinco escolas, assim, foi necessário realizar o mesmo processo de olhar uma a uma, para acrescentar e/ou averiguar se alguma das escolas acrescidas ofertavam os Anos Finais.

Com a pesquisa, percebi que a EMEF General Freitas Brandão não se encontrava mais disponível no site, deixando a entender que ela foi fechada. Dessa forma, das sessenta escolas

encontradas no site, vinte delas ofertam os Anos Finais e as demais são instituições de Ensino Infantil e Anos Finais I.

Na tabela 2 estão expressas as coleções aprovadas pelo PNLD 2020 e o quantitativo de escolas que adotou cada uma delas.

Tabela 2 - Relação das coleções adotadas pelas escolas Municipais de Aracaju/SE do PNLD 2020, nome da escola e coleções escolhidas.

COLEÇÃO	ESCOLA	QUANTIDADE DE ESCOLA
Matemática – Bianchini	EMEF Santa Rita de Cássia EMEF Doutor Carvalho Neto EMEF Oviêdo Teixeira EMEF Profª Maria Thetis Nunes	4
Vontade de Saber Matemática	EMEF Deputado Jaime Araújo	1
Matemática - Compreensão e Prática	EMEF Presidente Tancredo Neves EMEF Sérgio Francisco da Silva EMEF Sabino Ribeiro	3
Aprender e Relacionar: Matemática	EMEF Anísio Teixeira	1
Matemática Realidade e Tecnologia	EMEF João Teles Menezes EMEF Presidente Vargas	2
A Conquista da Matemática	EMEF Professor Florentino Menezes EMEF Prof José Antonio da Costa Melo EMEF Juscelino Kubitschek EMEF Professor Laonte Gama Da Silva EMEF Prof Alcebiades Melo Vilas Boas EMEF Jornalista Orlando Dantas EMEF Manoel Bomfim	7
Projeto Teláris – Matemática	EMEF Olga Benário	1
Novo Pitanguá	EMEF José Conrado de Araújo	1

Fonte: Dados coletados no SIMAD

Analisando a Tabela 2, observei que a coleção Matemática Bianchini não ocupou o primeiro lugar em termos de escolha no ano em questão, e a coleção Compreensão e Prática

também não ficou em segundo lugar. No entanto, ambas foram selecionadas por sete escolas. Esse fato viabiliza a comparação entre essas duas obras, uma vez que estão presentes em algumas das escolas públicas de Aracaju nos dois PNLD escolhidos.

2.1. AS FONTES DE PESQUISA

Nesta subseção apresento as obras escolhidas, a fim de levar as informações gerais sobre a parte destinada ao professor.

2.1.1 MATEMÁTICA BIANCHINI

A primeira coleção, trazida aqui, é a do autor Edwaldo Roque Bianchini, que atuou como professor por mais de três décadas e publicou mais de cinquenta obras sobre Matemática. Os livros dele, aqui utilizados, são as 8º e 9ª edições, do 7° ano, pois é nesse que está a equação do 1° grau.

Os livros são divididos por capítulos, Bianchini (2015) tem 10 capítulos divididos em trezentos e cinquenta e três páginas, e Bianchini (2018) tem 12 capítulos divididos em trezentos e sessenta e três páginas. Quanto ao objeto de conhecimento escolhido para pesquisa, na coleção pautada nos PCNs ele é o quarto capítulo e possui trinta e uma páginas, sendo seguido de números inteiros, números racionais e ângulos, como pode ser observado na figura 4.

Figura 4 – Conteúdos listados no livro de Matemática do 7° ano da obra de Bianchini (2015).

7º ANO – 10 capítulos – 353 pp.	
1.	Números inteiros: reta numérica, módulo, comparação, adição – tabelas – números inteiros: propriedades, adição, multiplicação, divisão, expressões numéricas, potenciação, raiz quadrada
2.	Números racionais: definição, dízima periódica, reta numérica, módulo, comparação, adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, raiz quadrada, expressões numéricas – tabelas, gráficos de colunas
3.	Ângulos: medida, classificação, congruentes, operações, bissetriz – gráfico de setores
4.	Equações; expressões algébricas; valor numérico; equações do 1°grau com uma incógnita: resoluções – médias e estimativas
5.	Inequações – gráficos de colunas, tabelas
6.	Equações com duas incógnitas: par ordenado, representação geométrica – possibilidades e probabilidades – sistemas de equações do 1°grau com duas incógnitas – tabelas, gráficos de colunas e linhas
7.	Simetria axial; ângulos: complementares, suplementares, opostos pelo vértice
8.	Razão – tabelas, gráfico de barras – proporção: propriedade fundamental
9.	Grandezas diretamente e inversamente proporcionais; regra de três simples – gráficos de barras e colunas – regra de três composta – porcentagem – gráficos de setores
10.	Área – estimativas – figuras equivalentes; áreas: paralelogramo, triângulo, losango, trapézio – pictogramas; gráficos de colunas

Fonte: Guia Digital do PNLD 2017.

Na coleção editada a partir da BNCC, a equação do 1° grau é abordada no capítulo cinco com 30 páginas, seguido de números inteiros, números racionais, operações com números racionais e ângulos. Além do capítulo, operações com números racionais, nesta edição foram acrescentados mais dois capítulos, estudo dos polígonos e estudo da circunferência, isso se deu pois o capítulo nove de Bianchini (2015) foi incorporado no capítulo nove Razões, proporções e porcentagem, de Bianchini (2017). Abaixo apresento a distribuição dos capítulos.

Figura 5 - Capítulos listados no livro de Matemática do 7° ano da obra de Bianchini (2018).

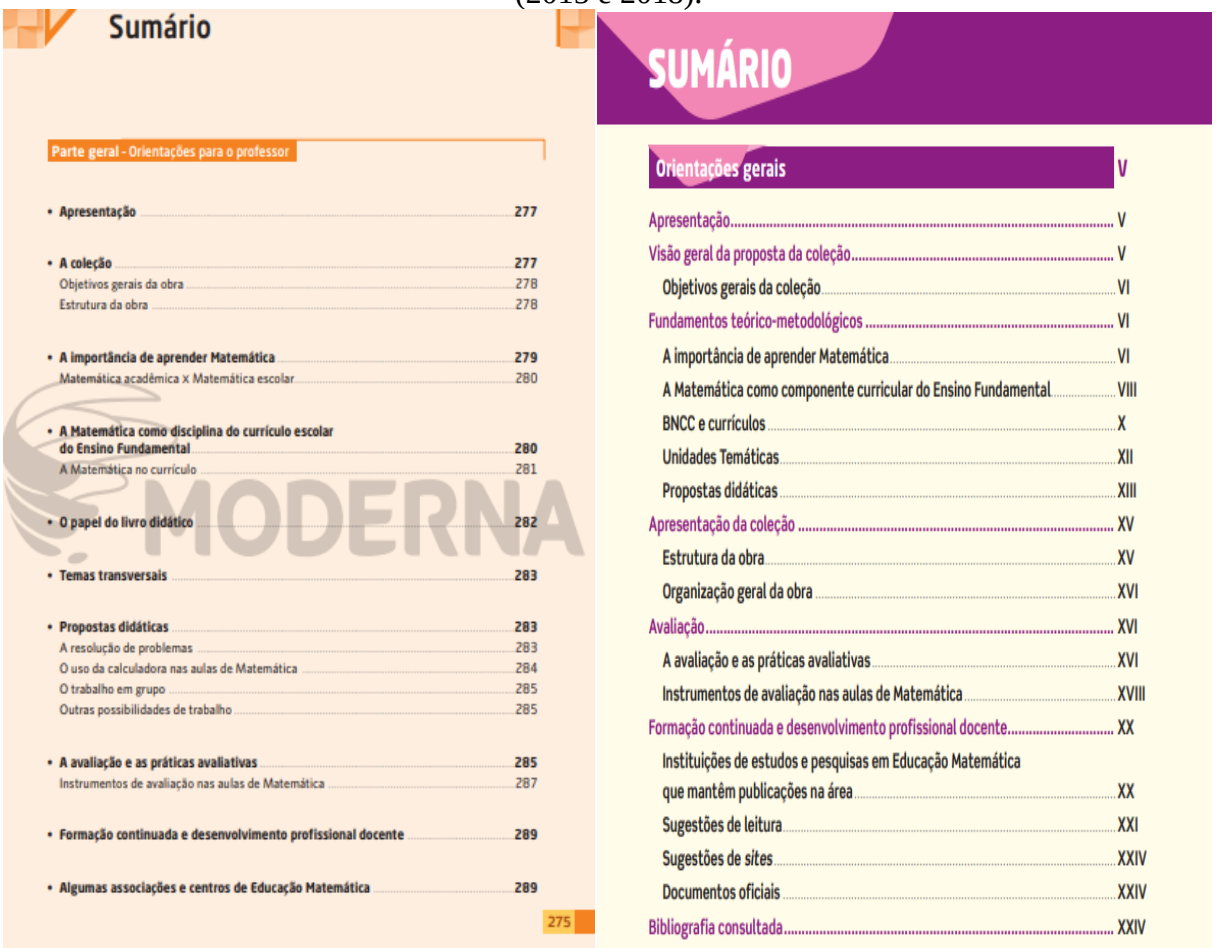
	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Capítulo 1	Números	Números inteiros	Potências e raízes	Números reais
Capítulo 2	Operações com números naturais	Números racionais	Construções geométricas e lugares geométricos	Operações com números reais
Capítulo 3	Estudando figuras geométricas	Operações com números racionais	Estatística e probabilidade	Grandezas proporcionais
Capítulo 4	Divisibilidade	Ângulos	Cálculo algébrico	Proporcionalidade em Geometria
Capítulo 5	Um pouco de Álgebra	Equações	Polinômios e frações algébricas	Semelhança
Capítulo 6	Um pouco de Geometria plana	Inequações	Produtos notáveis e fatoração	Um pouco mais sobre Estatística
Capítulo 7	Números racionais na forma de fração	Sistemas de equações	Estudo dos triângulos	Equações do 2º grau
Capítulo 8	Operações com números racionais na forma de fração	Simetria e ângulos	A Geometria demonstrativa	Triângulo retângulo
Capítulo 9	Números racionais na forma decimal e operações	Razões, proporções e porcentagem	Estudo dos quadriláteros	Razões trigonométricas nos triângulos retângulos
Capítulo 10	Polígonos e poliedros	Estudo dos polígonos	Sistemas de equação do 1º grau com duas incógnitas	Estudo das funções
Capítulo 11	Comprimentos e áreas	Sobre áreas e volumes	Área de regiões poligonais	Circunferência, arcos e relações métricas
Capítulo 12	Outras unidades de medida	Estudo da circunferência e do círculo	De áreas a volumes	Polígonos regulares e áreas

Fonte: Recorte retirado do livro didático de Bianchini (2018).

Ao observar as orientações para o professor, foi possível perceber que os dois livros de Bianchini (2015 e 2018) ainda possuem muitas similaridades. Em ambas as coleções foi encontrada a apresentação de tais orientações, uma das diferenças ocorre quanto a sua posição no livro, em Bianchini (2015), essa parte está situada ao término da obra, após todos os capítulos e é denominada de *Suplemento com orientações para o professor*. Já em Bianchini (2018), essas orientações estão localizadas logo no início da obra, e não possui o mesmo nome, na verdade, o autor não faz essa distinção, ele deixa essa parte como a continuidade do livro e já inicia com a parte *conheça o seu manual*, que informa os aspectos gerais sobre a obra. Ao continuar, é trazido o sumário. A partir da análise dos dois, é perceptível que algumas mudanças

ocorreram e algumas delas se restringem aos termos, por exemplo, em Bianchini (2015) a Matemática é chamada de disciplina, já em Bianchini (2018), ela é denominada de componente curricular, conforme orientado pela BNCC. A figura 6 mostra a comparação entre os dois sumários apresentados.

Figura 6 - Sumários referentes às orientações para o professor, presentes nas obras Bianchini (2015 e 2018).



Sumário

Parte geral - Orientações para o professor

- Apresentação ... 277
- A coleção ... 277
  - Objetivos gerais da obra ... 278
  - Estrutura da obra ... 278
- A importância de aprender Matemática ... 279
  - Matemática acadêmica x Matemática escolar ... 280
- A Matemática como disciplina do currículo escolar do Ensino Fundamental ... 280
  - A Matemática no currículo ... 281
- O papel do livro didático ... 282
- Temas transversais ... 283
- Propostas didáticas ... 283
  - A resolução de problemas ... 283
  - O uso da calculadora nas aulas de Matemática ... 284
  - O trabalho em grupo ... 285
  - Outras possibilidades de trabalho ... 285
- A avaliação e as práticas avaliativas ... 285
  - Instrumentos de avaliação nas aulas de Matemática ... 287
- Formação continuada e desenvolvimento profissional docente ... 289
- Algumas associações e centros de Educação Matemática ... 289

275

SUMÁRIO

Orientações gerais ... V

Apresentação ... V
Visão geral da proposta da coleção ... V
Objetivos gerais da coleção ... VI
Fundamentos teórico-metodológicos ... VI
A importância de aprender Matemática ... VI
A Matemática como componente curricular do Ensino Fundamental ... VIII
BNCC e currículos ... X
Unidades Temáticas ... XII
Propostas didáticas ... XIII
Apresentação da coleção ... XV
Estrutura da obra ... XV
Organização geral da obra ... XVI
Avaliação ... XVI
A avaliação e as práticas avaliativas ... XVI
Instrumentos de avaliação nas aulas de Matemática ... XVIII
Formação continuada e desenvolvimento profissional docente ... XX
Instituições de estudos e pesquisas em Educação Matemática que mantêm publicações na área ... XX
Sugestões de leitura ... XXI
Sugestões de sites ... XXIV
Documentos oficiais ... XXIV
Bibliografia consultada ... XXIV

MODERNA

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2015) e Bianchini (2018).

Dando sequência à análise dessa obra, sobre o que o autor traz em relação aos tipos de problema e/ou sobre a resolução do problema, em ambos, é destinado um tópico que traz a resolução de problema no ensino da Matemática. Ao ler, foi perceptível verificar que o autor, em 2018, traz um resumo do que colocou em 2015, não modificando ou mesmo acrescentando a BNCC sobre a Resolução de Problemas.

Além do autor apresentar um resumo, ele usa o que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) propõem que seja desenvolvido pelo aluno nesse processo, a diferença é que, no primeiro, ele faz referência e, no segundo, não se preocupa com a citação, mesmo

entendendo que, desde 2017, os PCNs deixaram de ser o documento oficial da educação, passando para a BNCC.

Figura 7- Comparação da subseção sobre a resolução de problemas em Bianchini (2015) e Bianchini (2018).

A resolução de problemas

O trabalho com a resolução de problemas é um dos destaques do ensino matemático contemporâneo. Para atender aos pressupostos de uma educação globalmente formadora, o "problema matemático" deve, sempre que possível, ser apresentado em um contexto desafiador, que faça sentido ao aluno, possibilitando a mobilização dos conteúdos estudados na busca de soluções e, sobretudo, abrindo espaço para a criação de estratégias pessoais e para a produção de novos conhecimentos.

De acordo com os PCN, resolver um problema pressupõe que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros alunos;
- valide seus procedimentos.

Nesta coleção, procuramos entremear aos exercícios convencionais, de pura fixação do conteúdo, aqueles que associam os contextos matemáticos aos de outras áreas do conhecimento. A constante recorrência a imagens, gráficos e tabelas, muitos deles publicados em mídias atuais, tem por objetivo estimular os alunos a estabelecer conexões razoáveis com o mundo em que vivem.

Dentro da mesma proposta, algumas unidades também apresentam jogos desafiadores, já que a atividade lúdica na sala de aula tem sido apontada como parte da estratégia de ensino, pois, além do prazer inerente ao jogo, promove um efetivo desenvolvimento cognitivo ao propiciar, entre outros benefícios:

- a introdução e (re)significação de conceitos;
- a descoberta de estratégias de resolução de problemas;
- o estímulo à tomada de decisões;
- a interação social;
- o conhecimento da própria forma de pensar.

É importante lembrar que, para as atividades lúdicas alcançarem os efeitos esperados, são necessários alguns cuidados, como: a análise do conteúdo do jogo; a escolha do momento adequado — momento real e momento do aprendizado; a organização da sala de aula; e as necessárias intervenções pedagógicas.

Resolução de problemas

O trabalho com a resolução de problemas é um dos destaques do ensino matemático contemporâneo. Para atender aos pressupostos de uma educação globalmente formadora, o problema matemático deve, sempre que possível, ser apresentado em um contexto desafiador, que faça sentido ao aluno. Ele possibilita a mobilização dos conteúdos estudados em busca de soluções e, sobretudo, abre espaço para a criação de estratégias pessoais e para a produção de novos conhecimentos.

Um problema matemático é visto como uma situação desafiadora que tem significado para o aluno e se define como tal não por sua forma, mas sim por sua relação com os saberes e o nível de conhecimento do aluno que deve pensar sobre ele.

Na resolução de problemas, é importante que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros alunos;
- valide seus procedimentos.

Nesta coleção, procuramos diversificar as atividades e propor problemas variados, distribuídos entre os capítulos e, em especial, nas seções **Pense mais um pouco...** e **Diversificando**.

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2015, p. 283-4) e Bianchini (2018, p. XIV).

Sobre os problemas matemáticos, em 2018, o autor define como uma situação desafiadora, que precisa fazer sentido para o aluno, o que faz lembrar-me do que Trindade (2012) apresenta em seu texto, ou seja, o que pode ser um problema para uma pessoa, pode não ser para a outra, por isso, é necessário do professor o conhecimento sobre seus alunos na hora da utilização do problema matemático. No tocante à tipificação dos enunciados, em nenhuma das obras foram citados.

Continuando a leitura, abro este espaço para falar sobre como a BNCC divide os objetos de conhecimento, antes chamados de conteúdo. De acordo com as normativas, os assuntos abordados ao longo de cada componente curricular são divididos, agora, por unidades temáticas. Bianchini (2018) traz que são: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística.

A Equação de 1º Grau, temática trabalhada na pesquisa, faz referência à unidade álgebra, essa unidade apresenta como foco, de acordo com Bianchini (2018), desenvolver o pensamento algébrico, efetivo na representação, compreensão e análise da variação de grandezas, além de promover o conhecimento das estruturas matemáticas. Nos Anos Finais, os alunos estudam álgebra, aprofundam e ampliam a identificação de regularidades e padrões em sequências (numéricas ou não) e o estabelecimento de leis matemáticas que expressem a interdependência entre grandezas e generalizações.

Ao ensinar ou abordar sobre Equação de 1º Grau, é necessário entender a sua unidade temática e o que se espera do aluno e do processo, nesse sentido, Bianchini (2018) traz a seguinte citação: "Espera-se que o aluno crie, interprete e transite entre as diversas representações gráficas e simbólicas para resolver equações e inequações, desenvolvidas para representar e solucionar algum tipo de problema" (Bianchini, 2018, p. XII). Sendo imprescindível fazer com que o aluno consiga estabelecer relação entre os termos, como função e variável, como também entre a equação e as incógnitas.

Ainda na parte destinada ao professor, em ambos os livros existe uma seção voltada à orientação por objetos do conhecimento. Ao examinar essa parte, em cada uma das coleções, pude notar algumas mudanças. A primeira, é sobre o que se é trabalhado na seção em questão, em Bianchini (2015), o autor traz essa parte como uma espécie de direcionamento de como o professor deve usar o capítulo, fornecendo orientações de como iniciar, além de trazer alguns problemas abordados ao longo do capítulo, com o intuito de mostrar como se trabalha, deixando a entender o que o autor espera da atuação do professor.

Bianchini (2015) inicia as orientações sobre Equações, apresentando os objetivos que ele designou ao capítulo, que podem ser observados a seguir. Esses objetivos são identificados nas duas coleções, mas em partes diferentes, na primeira coleção, eles aparecem na página direcionada à orientação dos conteúdos, na segunda obra, na primeira página do capítulo sobre Equações.

Outro ponto a destacar sobre essa área voltada para as orientações aos professores é que Bianchini (2018) usa tal departamento não para direcionar a atuação do professor frente aos assuntos abordados, e, sim, para mostrar a esse profissional como esse conteúdo é abordado na BNCC, além de apresentá-los às competências e habilidades que necessitam ser desenvolvidas ao longo das aulas. A seguir, é possível conhecê-las.

Figura 8 - Objetivos do objeto de conhecimento equação do 1° grau em Bianchini (2015).

Fonte**:** De própria autoria, 2023.

Figura 9 – Competências e habilidades da BNCC para o ensino de Equação do 1º grau.

Capítulo 5 – Equações		
Conteúdos do capítulo	**Objetos de conhecimento da BNCC**	**Habilidades**
• Conceito de variável • Valor numérico • Termo algébrico • Sentença matemática • Equação, raiz, conjunto universo, solução • Equação do 1º grau com uma incógnita • Resolução de problemas	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	**(EF07MA05)** Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. **(EF07MA06)** Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas, que têm a mesma estrutura, podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
	Linguagem algébrica: variável e incógnita	**(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. **(EF07MA14)** Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
	Equações polinomiais do 1º grau	**(EF07MA18)** Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
• Médias e estimativas	Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados	**(EF07MA35)** Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2018).

Tais habilidades foram criadas pelo documento e norteiam o que se espera do aluno, isto é, ao estudar esse objeto de conhecimento, o aluno necessita, por exemplo, desenvolver a capacidade de resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. É preciso ressaltar que o autor não exclui dessa coleção a parte de orientação da dinâmica frente aos problemas, o que ocorreu foi a mudança do local, sendo remanejado para as páginas do capítulo, deixando-as ao lado, como pode ser visto a seguir.

Figura 10 – Página do livro do professor com conteúdo e orientações em Bianchini (2018).

Orientações

Reúna os alunos em grupo e proponha a resolução dos problemas apresentados, socializando os procedimentos. Esses problemas serão resolvidos nas páginas 135-136.

Sugira aos alunos que resolvam, com estratégias próprias, o primeiro problema: "Determinada quantidade e a sua quarta parte adicionadas dão 15. Qual é a quantidade?".

Um modo interessante de resolvê-lo é por meio de tentativas que se ajustem sucessivamente ao resultado. Por exemplo, podem testar valores múltiplos de 4, pois o cálculo envolve a quarta parte da quantidade procurada, e verificar o resultado obtido para fazer a próxima tentativa. Testando o valor 4: $4 + \frac{4}{4} = 5$. Como o resultado deve ser 15 (o triplo de 5), a quantidade correta é o triplo do valor testado: $3 \cdot 4 = 12$. Então: $12 + \frac{12}{4} = 15$.

Esse método de resolução de algumas equações do 1º grau com uma incógnita era denominado pelos antigos egípcios como "regra da falsa posição". Ao final do capítulo, na seção **Para saber mais**, falamos desse método com mais detalhes.

Números representados por letras

Iniciamos o trabalho de representação dos valores variáveis de grandezas nos contextos apresentados.

Trabalhar com o desconhecido pode ser uma atividade fascinante. Proponha que, em duplas, os alunos experimentem o exercício a seguir.

Um deles diz uma frase do tipo "o dobro de um número menos 5 é igual a...". O outro aluno da dupla imagina um número, calcula mentalmente o dobro desse número, subtrai 5 do resultado e diz ao colega quanto deu. Este deve descobrir qual é o número pensado.

112

EM EDUARD STRACHEY. *THE ALGEBRA OF THE HINDUS*. LONDRES: BLACK, PARRY AND CO., 1813.

Fragmento do manuscrito *Lilavati* (A bela), escrito em 1150 pelo matemático indiano Bhaskara. *Lilavati* é uma das quatro partes de *Siddhanta siromani* e contém 278 versos que tratam de vários assuntos.

A seguir, destacamos dois problemas.

O primeiro faz parte da coleção do papiro de Rhind, e o segundo se baseia em uma das traduções do manuscrito *Lilavati*.

Determinada quantidade e a sua quarta parte adicionadas dão 15. Qual é a quantidade? 12

... o colar do pescoço da esposa partiu-se. Um terço das pérolas caiu no chão, um quinto foi para debaixo da cama. A esposa apanhou um sexto, e seu amado, um décimo. Seis pérolas ficaram no fio original. Descubra o número total de pérolas no colar. 30

MONITO MAN

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Você saberia resolver esses problemas?

Embora não seja fácil, é possível encontrar as respostas por meio de tentativas.

Neste capítulo, você vai aprender novos recursos que podem facilitar a resolução de problemas como esses.

2 Números representados por letras

Em algumas situações, você teve a oportunidade de trabalhar com expressões matemáticas.

Observe estas expressões, escritas na linguagem comum e na linguagem simbólica da Matemática.

a) Dois vezes cinco → $2 \cdot 5$

b) Três vezes quatro mais um → $3 \cdot 4 + 1$

c) O quadrado de dois sétimos adicionado a dois quintos → $\left(\frac{2}{7}\right)^2 + \frac{2}{5}$

Como você já deve ter estudado, a Álgebra é a parte da Matemática que trabalha com grandezas cujos valores variam (**variáveis**) ou que são desconhecidos (**incógnitas**) e que são representados por símbolos – em geral, por letras.

SIDNEY MEIRELES

112 CAPÍTULO 5 | EQUAÇÕES

Habilidades trabalhadas nesta dupla de páginas: (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2018, p. 112)

Neste novo modelo, são apresentadas, em cada uma das páginas, orientações sobre os assuntos abordados em cada momento, ao abordar o tópico 2, os números representados por letras, é orientado que o professor aborde a turma sobre as experiências que a atividade fornece, além de descrever o processo que ele pode usar com seus alunos. Logo, nesse novo modelo, são fornecidas mais orientações sobre os assuntos.

No mais, em ambas as coleções são encontradas similaridades do objetivo das orientações para o professor e pude perceber que o posicionamento do autor não apresenta muita diferença, mesmo levando em consideração o ano de cada uma das coleções. Outrossim, foi possível identificar uma modificação referente aos tópicos discutidos na parte de orientação para o professor, apresentando maior contextualização e fornecendo mais orientações para os professores, assim como o acréscimo de alguns temas, a saber, a BNCC e os currículos, as competências da BNCC e a apresentação e a discussão das unidades temáticas.

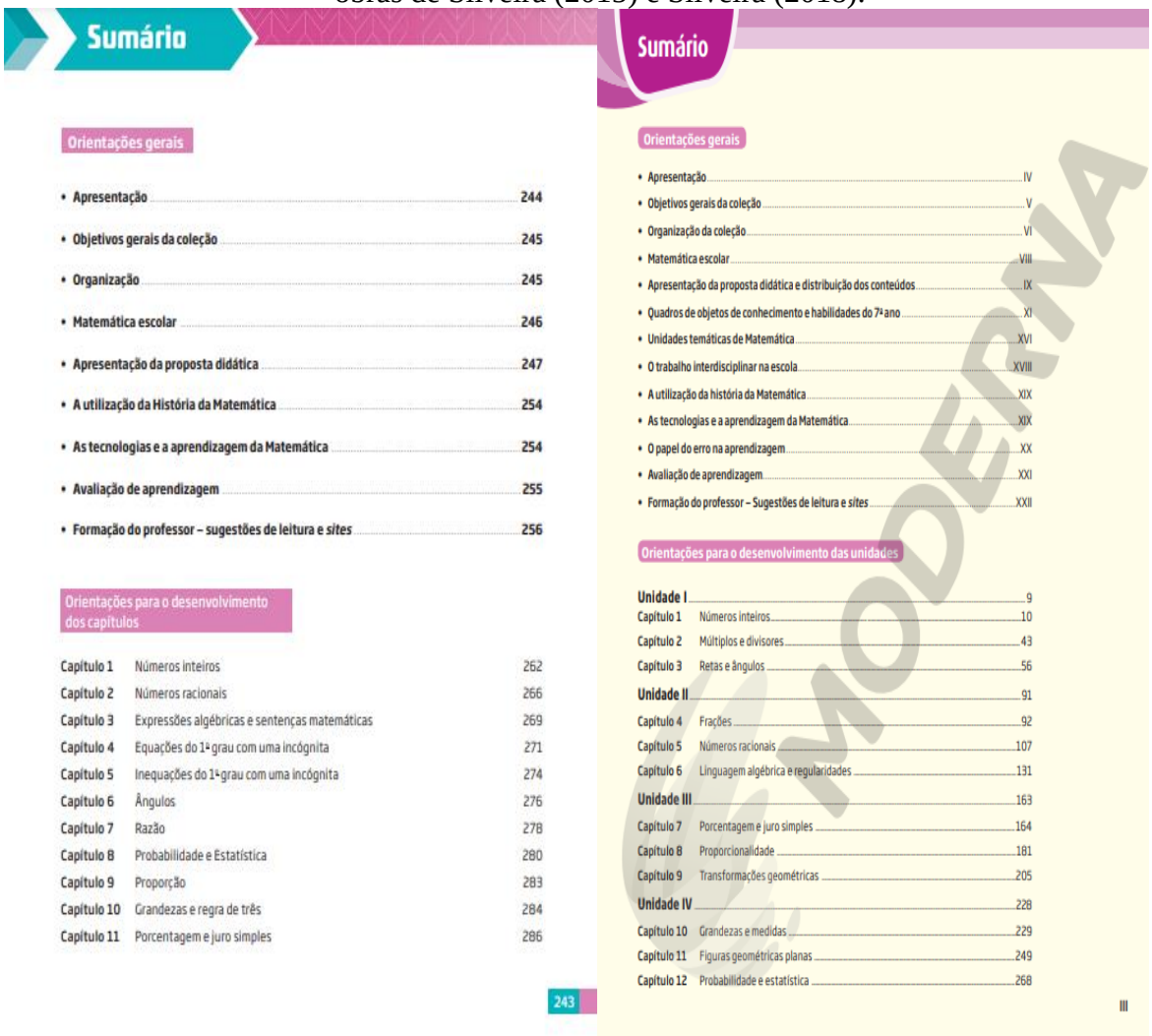
2.1.2 MATEMÁTICA COMPREENSÃO E PRÁTICA

A segunda coleção aqui apresentada é a coleção Matemática Compreensão e Prática, do autor Ênio Silveira. Assim como a coleção de Bianchini, foram escolhidos os dois livros do 7° ano dos anos finais, pois é nesse que é encontrada a equação do 1° grau. Os livros são do manual do professor, o da coleção de 2015 está dividido em 11 capítulos organizados ao longo das duzentas e noventa páginas, e o de 2018 tem trezentos e trinta e duas páginas com 12 capítulos.

Ao verificar as obras, pude notar que em ambas existe a parte destinada ao professor, na obra de 2015 essa é chamada de *Suplemento com orientações para o professor 7° ano,* e tem sua localização ao término dos capítulos, já em Silveira (2018), ela tem sua localização no início, após a capa, contracapa e folha catalográfica e diferente da coleção anterior, essa não tem o mesmo tema, ela já é iniciada com a folha do sumário.

Adiante, fui analisar o sumário, a fim de encontrar similaridades e diferenças, então percebi que o autor o divide em duas partes, em Silveira (2015) a primeira tem o subtema *Orientações gerais,* e a segunda com *Orientações para o desenvolvimento do capítulo,* e em Silveira (2018) com *Orientações gerais* e *Orientações para o desenvolvimento da unidade.* Essa mudança ocorreu, pois, a BNCC modificou o termo, capítulo para unidades temáticas, ou unidades. A figura 10 traz a comparação dos sumários.

Figura 11- Comparação entre os sumários identificados na parte destinada ao professor, nas obras de Silveira (2015) e Silveira (2018).



Sumário

Orientações gerais

- Apresentação ... 244
- Objetivos gerais da coleção ... 245
- Organização ... 245
- Matemática escolar ... 246
- Apresentação da proposta didática ... 247
- A utilização da História da Matemática ... 254
- As tecnologias e a aprendizagem da Matemática ... 254
- Avaliação de aprendizagem ... 255
- Formação do professor – sugestões de leitura e *sites* ... 256

Orientações para o desenvolvimento dos capítulos

Capítulo 1 Números inteiros 262
Capítulo 2 Números racionais 266
Capítulo 3 Expressões algébricas e sentenças matemáticas 269
Capítulo 4 Equações do 1º grau com uma incógnita 271
Capítulo 5 Inequações do 1º grau com uma incógnita 274
Capítulo 6 Ângulos 276
Capítulo 7 Razão 278
Capítulo 8 Probabilidade e Estatística 280
Capítulo 9 Proporção 283
Capítulo 10 Grandezas e regra de três 284
Capítulo 11 Porcentagem e juro simples 286

243

Sumário

Orientações gerais

- Apresentação ... IV
- Objetivos gerais da coleção ... V
- Organização da coleção ... VI
- Matemática escolar ... VIII
- Apresentação da proposta didática e distribuição dos conteúdos ... IX
- Quadros de objetos de conhecimento e habilidades do 7º ano ... XI
- Unidades temáticas de Matemática ... XVI
- O trabalho interdisciplinar na escola ... XVIII
- A utilização da história da Matemática ... XIX
- As tecnologias e a aprendizagem da Matemática ... XIX
- O papel do erro na aprendizagem ... XX
- Avaliação de aprendizagem ... XXI
- Formação do professor – Sugestões de leitura e *sites* ... XXII

Orientações para o desenvolvimento das unidades

Unidade I ... 9
Capítulo 1 Números inteiros ... 10
Capítulo 2 Múltiplos e divisores ... 43
Capítulo 3 Retas e ângulos ... 56
Unidade II ... 91
Capítulo 4 Frações ... 92
Capítulo 5 Números racionais ... 107
Capítulo 6 Linguagem algébrica e regularidades ... 131
Unidade III ... 163
Capítulo 7 Porcentagem e juro simples ... 164
Capítulo 8 Proporcionalidade ... 181
Capítulo 9 Transformações geométricas ... 205
Unidade IV ... 228
Capítulo 10 Grandezas e medidas ... 229
Capítulo 11 Figuras geométricas planas ... 249
Capítulo 12 Probabilidade e estatística ... 268

III

MODERNA

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2015) e Silveira (2018).

Além dessa diferença do termo, Silveira (2018), na parte de orientações gerais traz tópicos a mais, como: distribuição dos conteúdos, quadro de objetos de conhecimento e habilidades do 7° ano, unidades temáticas de Matemática, o trabalho interdisciplinar na escola e o papel do erro na aprendizagem.

Na parte destinada aos capítulos, algo que chamou a atenção foi a junção dos capítulos relacionados à equação do 1° grau em Silveira (2018). Em Silveira (2015), o autor apresenta dois capítulos, o primeiro é o capítulo três, denominado expressões algébricas e sentenças matemáticas, que traz uma introdução para o cálculo da equação do 1° grau, esse, de acordo com o autor, foi desenvolvido a partir dos seguintes objetivos:

> Reconhecer que as representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções. Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. Entender o que é um termo algébrico, bem como reconhecer e operar com termos algébricos semelhantes, a fim de obter expressões equivalentes a uma expressão dada. Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas; expressões e igualdades (Silveira, 2015, p. 269).

O segundo é o quarto, denominado equações do 1° grau com uma incógnita, que apresenta como objetivo:

> Compreender o que é uma equação e o que é uma incógnita. Entender o significado de raiz de uma equação. Compreender os conceitos de conjunto universo e solução de uma equação. Entender o que são equações equivalentes e como obter, a partir de uma equação dada, por meio do princípio aditivo ou multiplicativo das igualdades, equações equivalentes a ela. Compreender o que significa resolver uma equação e quais procedimentos utilizar para isso. Mobilizar os conhecimentos construídos ao longo do capítulo para resolver problemas envolvendo equações do 1o grau com uma incógnita (Silveira, 2015, p, 271).

Esses dois capítulos tratam sobre o conteúdo abordado aqui. Na obra de Silveira (2018), eles formam um único, o capítulo seis, denominado linguagem algébrica e regularidade, com o objetivo de: "Compreender a ideia de variável e incógnita. Compreender leis de formação de sequências do tipo recursiva ou não recursiva. Expressar sequências numéricas algebricamente. Reconhecer expressões algébricas equivalentes. Resolver e elaborar problemas que envolvem equações do 1° grau" (Silveira, 2015, p.131). Essa alteração é de suma relevância, pois diz respeito ao objeto aqui estudado, sendo assim, nessa coleção, irei utilizar os três capítulos para tipificação e comparação.

Após verificação do sumário, recorri a pesquisar o que o autor cita sobre tipos de problemas, ou tipificação, e assim como nas coleções de Bianchini, não foi encontrada em nenhum livro referência sobre a temática. Então procurei por resolução de problema e identifiquei alguns fragmentos distribuídos ao longo das partes, não tendo nenhum tópico de destaque sobre a resolução de problema.

Esses fragmentos aparecem ao longo das orientações, logo no início, ao apresentar os objetivos gerais da coleção, Silveira (2015) cita que, para alcançar os objetivos levantados, a obra busca construir elementos que permitam desenvolver o pensamento e o raciocínio matemático, construindo habilidades para a resolução de problemas, para a comunicação matemática e para a análise crítica de situações diversas do cotidiano.

Além dessa citação, o autor usa outras vezes o termo, na parte chamada de *apresentação da proposta didática*, ao falar sobre a geometria, o autor cita que "a resolução de problema é um cenário potencial para essa abordagem" (Silveira, 2015, p. 253), referindo a abordagem das

transformações geométricas. Como pode ser observado, o autor não apresenta a resolução de problema a fim de justificá-la, explicá-la ou defini-la, usa a palavra, em sua maioria, fazendo relação com a prática de responder questões matemáticas. Ao procurar em Silveira (2018), podemos encontrar as mesmas citações.

Sobre os problemas matemáticos, essa coleção não trouxe nenhuma definição. Então, entendendo que o livro pertencente ao PNLD de 2017 é baseado no PCNs, verifiquei o que o autor cita sobre tal documento. Na parte sobre os objetivos, o autor destaca que escolheu três objetivos dos PCNs, para fazer parte da sua coleção e a partir desses adotar o seu objetivo. A figura a seguir apresenta esses objetivos.

Figura 12 – Objetivos gerais da coleção encontrado em Silveira (2015).

OBJETIVOS GERAIS DA COLEÇÃO

Ao escolhermos e organizarmos os conteúdos a serem abordados ao longo dos quatro anos desse ciclo escolar, tivemos a preocupação de proporcionar aos alunos as melhores condições para construção dos conhecimentos matemáticos esperados para essa faixa de escolaridade. Pautamo-nos nos objetivos estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998)[3], que pode ser consultado a qualquer momento por todos os que se interessam e se preocupam com o ensino e a aprendizagem nessa área do saber.

Dentre os objetivos gerais para o Ensino Fundamental, anunciados nos PCN, destacamos três deles:

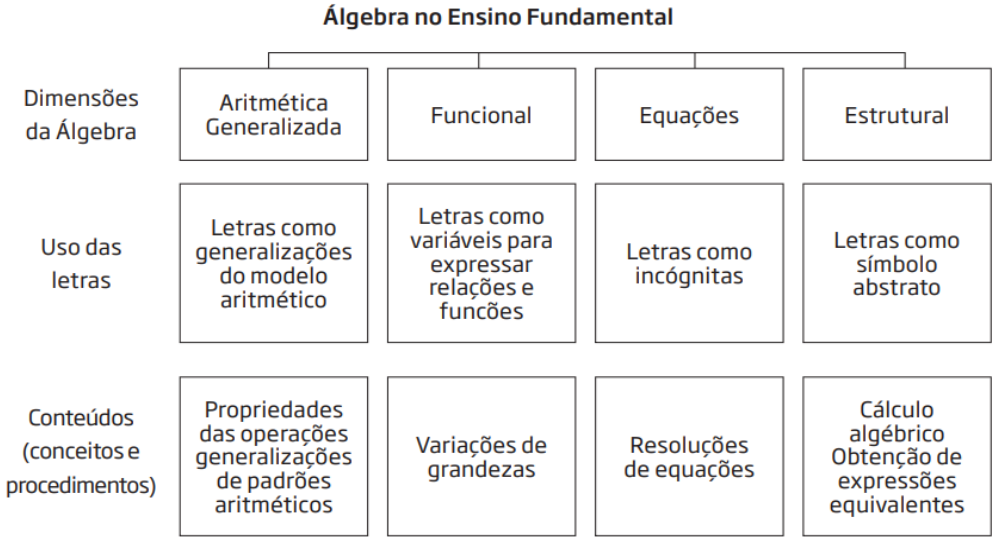
- utilizar as diferentes linguagens – verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar as produções culturais e usufruir delas, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
- saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
- questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

Fundamentados nesses objetivos (sem esquecer os demais, logicamente) e nos anunciados para cada ciclo do Ensino Fundamental, adotamos nesta coleção, o objetivo principal de desenvolver as competências necessárias para a aprendizagem da Matemática e para a formação integral do aluno, tal como abordamos na apresentação da obra. Para isso, buscamos construir elementos que permitam desenvolver o pensamento e o raciocínio matemático, construindo habilidades para a resolução de problemas, para a comunicação matemática e para a análise críticas de situações diversas do cotidiano.

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2015, p. 245).

Busquei, ao longo do texto, se o autor traz alguma relação dos PCNs com a equação do 1° grau, e me deparei com a imagem destacada a seguir, que diz respeito à apresentação de uma síntese com os significados de Álgebra a serem desenvolvidos nos ciclos finais.

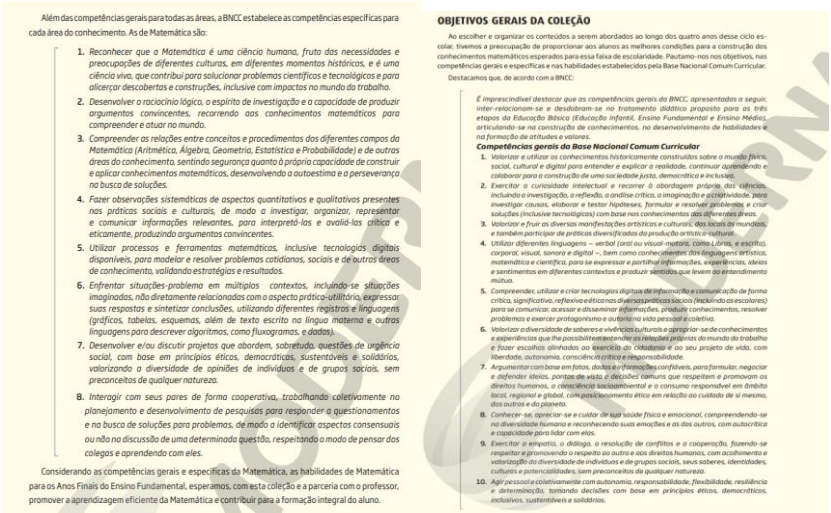
Figura 13 – Síntese com os significados de Álgebra a serem desenvolvidos nos anos finais encontrada na obra de Silveira (2015).



Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2015, p. 252).

Em Silveira (2018), observei a parte dos objetivos para verificar se o autor os modificou, entendendo que agora a coleção estava pautada na BNCC e, como pode ser percebido a seguir, o autor tanto modificou seu objetivo, como trouxe as competências gerais e as competências específicas para a Matemática.

Figura 14 - Objetivos gerais da coleção encontrado em Silveira (2018).



Além das competências gerais para todas as áreas, a BNCC estabelece as competências específicas para cada área do conhecimento. As de Matemática são:

1. *Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.*
2. *Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.*
3. *Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.*
4. *Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.*
5. *Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.*
6. *Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).*
7. *Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.*
8. *Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.*

Considerando as competências gerais e específicas da Matemática, as habilidades de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental, esperamos, com esta coleção e a parceria com o professor, promover a aprendizagem eficiente da Matemática e contribuir para a formação integral do aluno.

OBJETIVOS GERAIS DA COLEÇÃO

Ao escolher e organizar os conteúdos a serem abordados ao longo dos quatro anos desse ciclo escolar, tivemos a preocupação de proporcionar aos alunos as melhores condições para a construção dos conhecimentos matemáticos esperados para essa faixa de escolaridade. Pautamo-nos nos objetivos, nas competências gerais e específicas e nas habilidades estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular.

Destacamos que, de acordo com a BNCC:

É imprescindível destacar que as competências gerais da BNCC, apresentadas a seguir, inter-relacionam-se e desdobram-se no tratamento didático proposto para as três etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores.

Competências gerais da Base Nacional Comum Curricular

1. *Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.*
2. *Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.*
3. *Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, dos locais do mundo, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.*
4. *Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimento das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.*
5. *Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.*
6. *Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.*
7. *Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.*
8. *Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.*
9. *Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.*
10. *Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.*

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. V-VI).

Além dessa parte, ao longo dos outros tópicos da orientação, o autor traz destaque para a BNCC, citando por exemplo as habilidades que deverão ser desenvolvidas em cada capítulo, como está exposto a seguir.

Figura 15 – Habilidades distribuídas por objetos de conhecimentos na obra de Silveira (2018).

7º ano		
Unidades	**Capítulos**	**Habilidades**
I	1 Números inteiros	EF07MA03 e EF07MA04
	2 Múltiplos e divisores	EF07MA01
	3 Retas e ângulos	EF07MA23
II	4 Frações	EF07MA05, EF07MA06, EF07MA07, EF07MA08 e EF07MA09
	5 Números racionais	EF07MA10, EF07MA11 e EF07MA12
	6 Linguagem algébrica e regularidades	EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, EF07MA16 e EF07MA18
III	7 Porcentagem e juro simples	EF07MA02
	8 Proporcionalidade	EF07MA09, EF07MA13 e EF07MA17
	9 Transformações geométricas	EF07MA19, EF07MA20 e EF07MA21
IV	10 Grandezas e medidas	EF07MA29, EF07MA30, EF07MA31 e EF07MA32
	11 Figuras geométricas planas	EF07MA22, EF07MA24, EF07MA25, EF07MA26, EF07MA27, EF07MA28 e EF07MA33
	12 Probabilidade e estatística	EF07MA34, EF07MA35, EF07MA36 e EF07MA37

DERNA

Fonte: recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. X).

Ao continuar o mapeamento dessa parte, busquei por orientações direcionadas ao objeto de conhecimento aqui trabalhado, então notei algumas diferenças na obra.

Em Silveira (2015), nas *Orientações para o desenvolvimento dos capítulos* o autor cita cada capítulo e vai mostrando os conteúdos que serão trabalhados, os objetivos daquele capítulo, as orientações específicas e finaliza deixando um espaço para o professor fazer anotações. Procurei então pelo objetivo referente ao capítulo da equação do 1° grau e identifiquei os seguintes:

> • Compreender as propriedades de uma desigualdade e saber mobilizá-las para resolver problemas. • Compreender o conceito de inequação e suas aplicações. •Identificar inequações equivalentes e saber como obter, a partir de uma inequação dada, inequações equivalentes a ela. • Compreender o que significa resolver uma inequação e quais procedimentos utilizar para isso. •Mobilizar os conhecimentos construídos ao longo do capítulo para resolver problemas envolvendo inequações do 1° grau com uma incógnita (Silveira, 2015, p. 274).

Logo abaixo dos objetivos, nas orientações o autor vem falando como o professor pode iniciar o conteúdo, e cita algumas atividades que, segundo ele, são bastante importantes, e devem ser bem exploradas.

Ao observar o livro de Silveira (2018), percebi que essa parte foi modificada, agora ela aparece nos arredores da primeira página de cada capítulo, com os objetivos, é hora de observar

e refletir as habilidades da BNCC sobre o objeto de conhecimento, como pode ser visto na figura 16.

Figura 16 - Página do livro do professor com conteúdo e orientações em Silveira (2018).

CAPÍTULO 5

Números racionais

Entrada da cidade de Campos do Jordão, na Serra da Mantiqueira (SP), 2017.

É hora de observar e refletir

Campos do Jordão, também conhecida como a Suíça brasileira, é um município do estado de São Paulo. Localiza-se na Serra da Mantiqueira, a 180 quilômetros da cidade de São Paulo, em uma altitude de 1 628 metros. Tem uma área de 289,5 quilômetros quadrados e uma população de aproximadamente 51 000 habitantes. Seu clima é subtropical, com temperatura amena no verão, em torno de 22 °C; no inverno, já chegou a atingir −5,7 °C. A cidade recebe, por ano, cerca de 3,5 milhões de turistas; a maior parte de sua receita é proveniente do turismo, e seu **índice de desenvolvimento humano municipal** (IDH-M) é alto: 0,749.

- Classifique em natural e/ou inteiro cada número que aparece no texto acima.
  números naturais e inteiros: 180, 1 628, 51 000 e 22; números sem classificação: 289,5; −5,7; 3,5 e 0,749
- Todos os números apresentados puderam ser classificados? Não; os números 289,5; −5,7; 3,5 e 0,749 não podem ser classificados em naturais e/ou em inteiros, pois são números racionais.

Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)

É um índice utilizado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud) com o intuito de avaliar as condições de vida da população. O IDH é calculado considerando o índice de esperança de vida ao nascer, a média dos anos de estudo da população acima de 25 anos; a expectativa de anos de escolaridade e o Rendimento Nacional Bruto (RNB) *per capita*.

107

Objetivos

- Ampliar o conceito de número, incorporando ao conjunto dos números inteiros os números racionais positivos e negativos.
- Localizar números racionais na reta numérica.
- Comparar e ordenar números racionais.
- Compreender o conceito de módulo de um número racional, relacionando-o à distância de um ponto da reta numérica até a origem.
- Reconhecer os números racionais opostos ou simétricos, relacionando-os a pontos da reta numérica.
- Resolver e elaborar problemas envolvendo as operações com números racionais.

Habilidades da BNCC

- Este capítulo foi planejado para favorecer o desenvolvimento das habilidades **EF07MA10**, **EF07MA11** e **EF07MA12** da BNCC.
- Neste capítulo, trabalharemos com as diversas formas de representação dos números racionais (frações, decimais e porcentagem), as operações com esses números e a resolução de problemas.
- Em relação à concepção de fração, adquirida pelos alunos em anos anteriores, cabe, nesse momento, estabelecer a equivalência entre as ideias de relação parte (numerador) e todo (denominador) e de quociente.

É hora de observar e refletir

- A situação de abertura introduz elementos do novo conjunto numérico a ser estudado, os números racionais, e retoma elementos de conjuntos numéricos já estudados anteriormente (inteiros e naturais).
- Comente com os alunos que o IDH será objeto de estudo na seção "É hora de extrapolar" desta unidade (páginas 161 e 162).

EF07MA10: Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

EF07MA11: Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

EF07MA12: Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

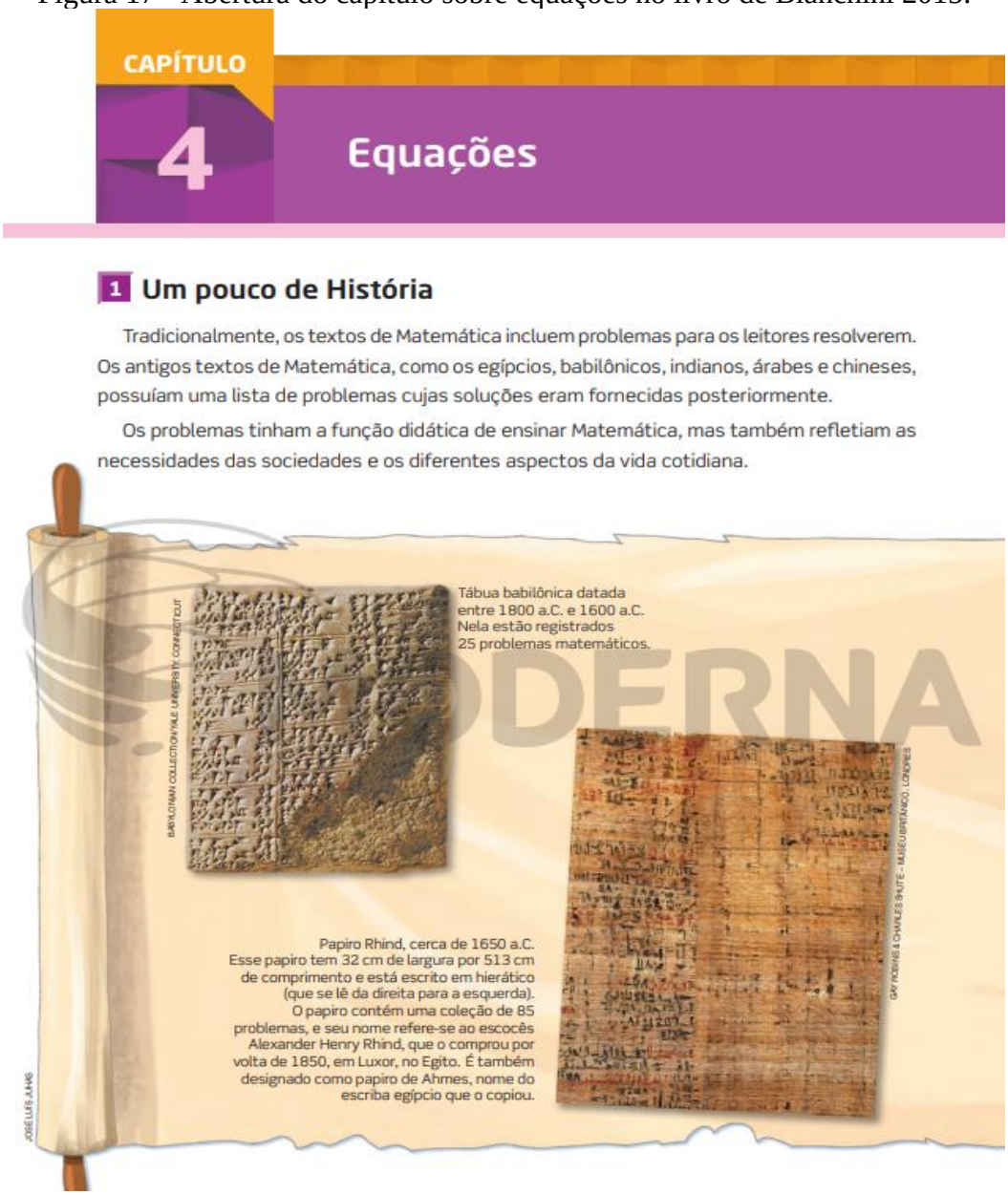
Fonte**:** recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. 107).

Nessa obra, as páginas, ao longo do capítulo, continuam com o mesmo modelo, com orientações sobre cada assunto abordado e como o professor pode direcionar algumas questões em cada momento. No mais, ambas as coleções apresentam similaridades de pensamento, porém cada uma usando o documento oficial da educação, os PCNs e BNCC.

3. TIPIFICAÇÃO E COMPARAÇÃO DOS ENUNCIADOS DE PROBLEMAS IDENTIFICADOS AO ABORDAR A EQUAÇÃO DO 1° GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS MATEMÁTICA – BIANCHINI E MATEMÁTICA - COMPREENSÃO E PRÁTICA

Nesta sessão a opção adotada foi primeiro tipificar os enunciados dos problemas das duas edições para em seguida comparar a produção dos dois autores. Para abordar o conteúdo equação do 1° grau, Bianchini faz de maneira diferente nas duas edições. Bianchini (2015) já introduz na primeira página o conteúdo, denominado um pouco de história, como destacado na figura a seguir.

Figura 17 - Abertura do capítulo sobre equações no livro de Bianchini 2015.



CAPÍTULO 4

Equações

1 Um pouco de História

Tradicionalmente, os textos de Matemática incluem problemas para os leitores resolverem. Os antigos textos de Matemática, como os egípcios, babilônicos, indianos, árabes e chineses, possuíam uma lista de problemas cujas soluções eram fornecidas posteriormente.

Os problemas tinham a função didática de ensinar Matemática, mas também refletiam as necessidades das sociedades e os diferentes aspectos da vida cotidiana.

Tábua babilônica datada entre 1800 a.C. e 1600 a.C. Nela estão registrados 25 problemas matemáticos.

Papiro Rhind, cerca de 1650 a.C. Esse papiro tem 32 cm de largura por 513 cm de comprimento e está escrito em hierático (que se lê da direita para a esquerda). O papiro contém uma coleção de 85 problemas, e seu nome refere-se ao escocês Alexander Henry Rhind, que o comprou por volta de 1850, em Luxor, no Egito. É também designado como papiro de Ahmes, nome do escriba egípcio que o copiou.

Fonte: recorte retirado do livro de Bianchini (2015, p. 96).

Já no livro Bianchini (2018), o autor introduz apresentando uma página de abertura com uma imagem motivadora e um breve texto para contextualizar as equações. Outra diferença encontrada é que nesse exemplar o autor apresenta aos arredores das páginas orientações ao professor, que pode ser observado a seguir.

Figura 18 - Abertura do capítulo sobre equações no livro de Bianchini, 2018.

Objetivos do capítulo

Levar o aluno a:

- Utilizar a linguagem algébrica para descrever sentenças e equações.
- Reconhecer situações que podem ser resolvidas por meio de equações do 1º grau com uma incógnita.
- Aplicar as técnicas adequadas para resolver equações do 1º grau com uma incógnita.
- Compreender o conceito de média aritmética e aplicá-lo para fazer estimativas.

Orientações gerais

Este capítulo dá continuidade ao trabalho iniciado no **capítulo 5** do ano anterior e o transcende, assim como novas abordagens da Unidade Temática **Álgebra** aprofundarão conceitos e ideias aqui estudados.

Algumas "facetas" da Álgebra permeiam os capítulos desta obra. Delas, muito resumidamente, podemos citar:

- a **representação** de um elemento genérico (variável) ou desconhecido (incógnita) de um conjunto ou de uma grandeza;
- a sua função de **linguagem** estruturada, por meio da qual traduzimos uma situação problema em sentenças de igualdade (equação), de desigualdade (inequação) ou de um conjunto dessas sentenças (sistema);
- a **generalização** implícita nas demonstrações de teoremas, propriedades ou conclusões específicas efetuadas;
- o papel que ela ocupa na **história** da evolução do pensamento do ser humano.

Essas talvez sejam as "facetas" mais importantes a serem destacadas no estudo da Álgebra, mesmo nas **atividades lúdicas**, aparentemente despretensiosas, que aqui encontramos nas seções **Pense mais um pouco...** ou **Diversificando**.

Capítulo 5 Equações

Acervo permanente do Museu de Arte de São Paulo Assis Chateaubriand (Masp), São Paulo. (Foto de 2015.)

O preço da moldura de um quadro depende do perímetro dele, isto é, da soma das medidas dos lados, e pode ser obtida por meio de uma equação.

Há quem questione a importância da moldura em relação ao quadro. Lembramos que a diferença de importância atribuída ao protagonista e ao coadjuvante de um filme muitas vezes esconde o principal: a combinação entre ambos é o que conta.

110 CAPÍTULO 5

Material Digital Audiovisual • Áudio: Calculando o gasto de combustível

Orientações para o professor acompanham o Material Digital Audiovisual

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2018, p. 110).

Constata-se que o autor fez duas opções: no livro de 2015 ele inicia trazendo a história e no seguinte ele faz uma aplicação, apresentando o conteúdo de forma diferente. Em seguida, verifica-se que o autor desenvolve o objeto de conhecimento dividindo-o por tópicos, nestes, são identificados os assuntos, que "são apresentados em linguagem clara e objetiva e acompanhados de exemplos e ilustrações cuidadosamente elaboradas" (Bianchini, 2018, p. 4). Assim, o primeiro tópico é "Um pouco de História", em que são iniciadas e apresentadas histórias antigas de textos de Matemática, como a tábua babilônica, datada entre 1800 a.C e

1600 a.C; o papiro de Rhind, cerca de 1650 a.C; a página do Zhou bi suan jing ou chou pei suan ching (entre 100 a.C e 100 d.C); a página do livro Hisab-al-jabr-al-muqabala, datado por volta de 825 d.C e o fragmento do manuscrito lilavati, escrito em 1150 pelo matemático Bhaskara. Esses textos incluíam problemas para os leitores resolverem e "[...] tinham a função didática de ensinar Matemática, mas também refletiam as necessidades das sociedades e os diferentes aspectos da vida cotidiana" (Bianchini, 2018, p. 111).

Os tópicos identificados na unidade são relevantes para o ensino. Além do citado, o autor apresenta os seguintes, destacados no quadro.

Quadro 9 - Tópicos identificados ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Bianchini (2015 e 2018).

Bianchini (2015)	**Bianchini (2018)**
Um pouco de história	Um pouco de história
Expressões numéricas	Não consta como tópico
Não consta como tópico	Números representados por letras
Valor numérico de uma expressão algébrica	Valor numérico de uma expressão algébrica
Termos algébricos	Termos algébricos
Sentenças matemáticas	Sentenças matemáticas e equações.
Equações	Não consta como tópico
Equações do 1o grau com uma incógnita	Equações do 1 o grau com uma incógnita
Resolução de equações	Resolução de equações
Para saber mais	Para saber mais
Trabalhando a informação	Trabalhando a informação
Diversificando	Diversificando

Fonte: De própria autoria, 2023.

Como pode ser observado no quadro, as mudanças foram mínimas. Valor numérico de uma expressão algébrica é encontrado em ambas as coleções com o mesmo título e traz explicação e, ao fim, alguns problemas. Termos algébricos, também repetidos, seguindo o mesmo pensamento, iniciando a apresentação de conteúdo e finalizando com atividades.

Sentenças matemáticas e Equações podem ser encontradas em Bianchini (2015) de forma separada, porém, em Bianchini (2018), eles aparecem em um mesmo tópico. No tocante ao conteúdo, é apresentado em ambos da mesma forma, com os mesmos exemplos, explicações

e modelo, primeiro a elucidação do objeto de conhecimento, depois, as atividades. Equações do 1° grau com uma incógnita traz exemplos de reconhecimento desse tipo de equação e apresenta ao aluno o que seja equações equivalentes, finalizando com exercício. Nesse contexto de fechamento do objeto do conhecimento, o autor apresenta o tópico Resolução de equações, esse é o que possui maior quantidade de páginas com conceitos e atividades.

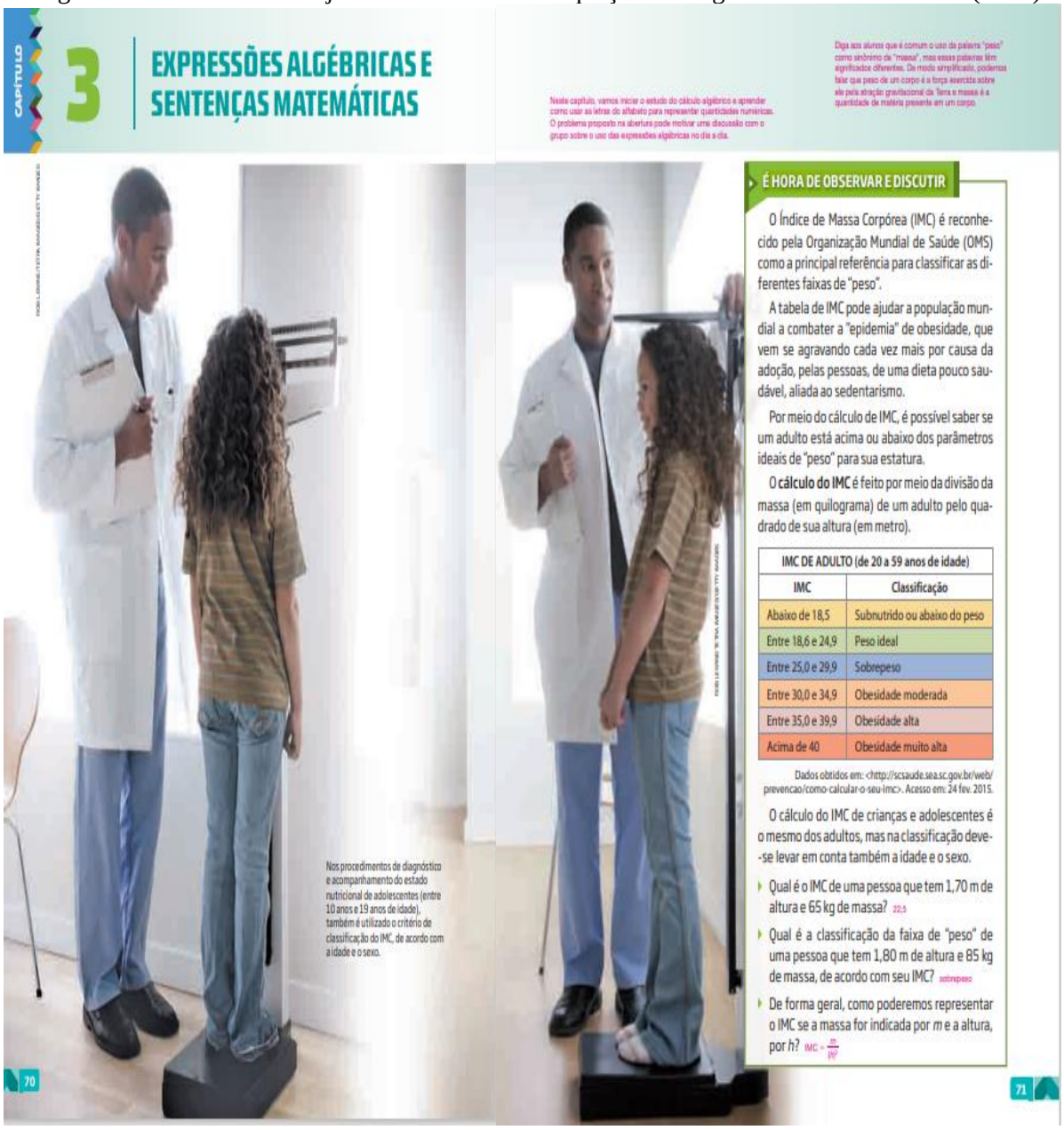
O tópico "Para saber mais" busca levar textos sobre geometria e história da Matemática, o seu objetivo, de acordo com o autor, é enriquecer e explorar diversos conteúdos matemáticos estudados. Trabalhando a informação, propõe que o discente explore sobre as informações apresentadas em diferentes linguagens, fornecendo maiores significâncias ao seu processo de aprendizagem.

Finalizando, o autor traz o "Diversificando" em ambos os livros, esse é apresentado com o intuito de "estimular o raciocínio lógico, a argumentação e a resolução de problema; propor temáticas atuais relevantes à faixa etária a que a obra se destina" (Bianchini, 2015, p. 279). Cada um desses tópicos foi identificado e criado com o mesmo intuito.

Já em relação aos exemplares da coleção Matemática Compreensão e Prática de Silveira, foi verificado que o objeto de conhecimento equação do 1° grau foi abordado em dois capítulos em Silveira (2015), sendo esses o terceiro e o quarto, enquanto em Silveira (2018) o autor abordou o objeto em apenas um capítulo, o sexto desse livro.

Para introdução do objeto equação do 1° grau, o autor na obra de 2015 inicia com duas páginas de abertura, composta de uma imagem e o boxe "É hora de observar e curtir", que, de acordo com o autor, esse é composto por um texto que explora a imagem de abertura e atividades que incentivam o aluno, professor a refletir sobre o conteúdo que será trabalhado, considerando o conhecimento adquirido anteriormente (Silveira, 2015), como pode ser observado na figura a seguir.

Figura 19 - Aberturas do objeto do conhecimento equação do 1° grau no livro de Silveira (2015).



CAPÍTULO 3

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS E SENTENÇAS MATEMÁTICAS

Neste capítulo, vamos iniciar o estudo do cálculo algébrico e aprender como usar as letras do alfabeto para representar quantidades numéricas. O problema proposto na abertura pode motivar uma discussão com o grupo sobre o uso das expressões algébricas no dia a dia.

Diga aos alunos que é comum o uso da palavra "peso" como sinônimo de "massa", mas essas palavras têm significados diferentes. De modo simplificado, poderíamos falar que peso de um corpo é a força exercida sobre ele pela atração gravitacional da Terra e massa é a quantidade de matéria presente em um corpo.

Nos procedimentos de diagnóstico e acompanhamento do estado nutricional de adolescentes (entre 10 anos e 19 anos de idade), também é utilizado o critério de classificação do IMC, de acordo com a idade e o sexo.

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

O Índice de Massa Corpórea (IMC) é reconhecido pela Organização Mundial de Saúde (OMS) como a principal referência para classificar as diferentes faixas de "peso".

A tabela de IMC pode ajudar a população mundial a combater a "epidemia" de obesidade, que vem se agravando cada vez mais por causa da adoção, pelas pessoas, de uma dieta pouco saudável, aliada ao sedentarismo.

Por meio do cálculo de IMC, é possível saber se um adulto está acima ou abaixo dos parâmetros ideais de "peso" para sua estatura.

O **cálculo do IMC** é feito por meio da divisão da massa (em quilograma) de um adulto pelo quadrado de sua altura (em metro).

IMC DE ADULTO (de 20 a 59 anos de idade)	
IMC	Classificação
Abaixo de 18,5	Subnutrido ou abaixo do peso
Entre 18,6 e 24,9	Peso ideal
Entre 25,0 e 29,9	Sobrepeso
Entre 30,0 e 34,9	Obesidade moderada
Entre 35,0 e 39,9	Obesidade alta
Acima de 40	Obesidade muito alta

Dados obtidos em: <http://scsaude.sea.sc.gov.br/web/prevencao/como-calcular-o-seu-imc>. Acesso em: 24 fev. 2015.

O cálculo do IMC de crianças e adolescentes é o mesmo dos adultos, mas na classificação deve-se levar em conta também a idade e o sexo.

- Qual é o IMC de uma pessoa que tem 1,70 m de altura e 65 kg de massa? 22,5
- Qual é a classificação da faixa de "peso" de uma pessoa que tem 1,80 m de altura e 85 kg de massa, de acordo com seu IMC? sobrepeso
- De forma geral, como poderemos representar o IMC se a massa for indicada por m e a altura, por h? $IMC = \frac{m}{h^2}$

70

71

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2015, p. 70-1).

Figura 19. Continua.

CAPÍTULO 4

EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM UMA INCÓGNITA

É HORA DE OBSERVAR E DISCUTIR

A máquina envasadora de esteira de uma indústria de laticínios consegue encher de 3 000 a 5 000 frascos por hora.

- Se uma dessas máquinas funcionar 12 horas por dia poderá, em 5 dias, envasar no mínimo quantas garrafas? E no máximo? 180 000 garrafas; 300 000 garrafas
- Escreva no caderno uma expressão algébrica para determinar a produção máxima em relação ao número de horas de funcionamento (x) dessa máquina. $5000x$

Máquina envasadora

Usada para engarrafar, envasar ou envasilhar produtos.

A eficácia da esterilização da embalagem tem influência considerável no tempo de conservação dos produtos envasados e grande importância na sequência do tratamento asséptico, assim como nos procedimentos de envase.

Linha de produção em fábrica de laticínios na China, em setembro de 2008.

82

83

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2015, p. 82-83).

Ao examinar a obra de Silveira (2018) referente à equação do 1° grau, pude observar que o autor inicia apresentando imagens e exemplos diferentes, porém com a semelhança de ser uma imagem de abertura e possuir o tópico “É hora de observar e refletir”, assim como na obra anterior, a diferença que pude averiguar é que esses são apresentados em uma única página e que no livro de Silveira (2018) o autor aborda orientações sobre o capítulo aos arredores da página, bem como as habilidades da BNCC.

Figura 20 - Abertura do objeto de conhecimento equação do 1° grau no livro de Silveira (2018).

CAPÍTULO 6

Linguagem algébrica e regularidades

1ª mês (1 casal)
2ª mês (1 casal)
3ª mês (2 casais)
4ª mês (3 casais)
5ª mês (5 casais)

Ilustração artística, em cores-fantasia, que representa Fibonacci caminhando próximo à catedral de Pisa, na Itália, e pensando a respeito do problema dos coelhos.

É hora de observar e refletir

Leonardo de Pisa, também conhecido como Leonardo Fibonacci, foi um famoso matemático italiano. O pai de Fibonacci era um comerciante em Pisa, o que deu a Leonardo a oportunidade de entrar em contato e aprender sobre a cultura e a matemática de outras regiões, como a do mundo árabe.

Durante sua vida, Leonardo resolveu alguns problemas da corte italiana, garantindo-lhe renda para que se dedicasse à matemática. Uma de suas obras mais famosas foi o Liber Abaci (o "livro do Ábaco"), no qual introduz no mundo ocidental os numerais indo-arábicos.

A sequência abaixo é citada por Fibonacci em seu livro e ficou muito famosa; inclusive, recebeu o nome dele.

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...)

Essa sequência surgiu de um problema proposto por ele que envolvia reprodução de coelhos e consistia no seguinte: "Supondo que um casal de coelhos só se reproduzirá pela primeira vez depois de 2 meses do seu nascimento e gerará um casal de filhotes por mês, quantos casais vão existir ao final de 12 meses?". Foi a quantidade de casais de coelhos por mês que deu origem à sequência de Fibonacci.

- Qual é o próximo número dessa sequência? E o número depois dele? Escreva em seu caderno. 21; 34
- No caderno, explique com suas palavras como você descobriu o próximo número. Resposta pessoal.

131

Objetivos

- Compreender a ideia de variável e incógnita.
- Compreender leis de formação de sequências do tipo recursiva ou não recursiva.
- Expressar sequências numéricas algebricamente.
- Reconhecer expressões algébricas equivalentes.
- Resolver e elaborar problemas que envolvem equações do 1º grau.

Habilidades da BNCC

- Este capítulo foi planejado para favorecer o desenvolvimento das seguintes habilidades: **EF07MA13**, **EF07MA14**, **EF07MA15**, **EF07MA16** e **EF07MA18**.
- Neste capítulo, inicia-se o estudo do cálculo algébrico e do uso das letras para representar quantidades numéricas, contemplando a habilidade **EF07MA13**, que será retomada e aprofundada no capítulo 8.

É hora de observar e refletir

- A abertura traz uma situação da história da Matemática que envolve uma sequência numérica, a sequência de Fibonacci. As questões apresentadas têm o objetivo de fazer com que os alunos percebam o padrão dessa sequência.

Espera-se que eles compreendam que, nessa sequência, o termo seguinte é obtido por meio de uma adição dos dois termos anteriores, com exceção dos dois primeiros. Para isso, deverão observar a seguinte regularidade:

- $2 = 1 + 1$;
- $3 = 1 + 2$;
- $5 = 2 + 3$;
- $8 = 3 + 5$; e assim por diante.

Concluindo que os próximos termos são:

- $21 = 8 + 13$ e
- $34 = 13 + 21$.

EF07MA13: Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
EF07MA14: Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
EF07MA15: Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
EF07MA16: Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
EF07MA18: Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. 131-32).

Nesse momento, para melhor desenvolver o texto, peço licença para tratar os capítulos três e quatro de Silveira (2015) como sendo um único, por estes pertencerem ao objeto de conhecimento equação do 1° grau sendo uma continuação do outro, para que, assim, possa compará-lo quanto às suas seções e seus tópicos dos enunciados de problemas matemáticos, com o encontrado em Silveira (2018).

Uma observação refere-se à quantidade de páginas, em Silveira (2015) essas totalizaram trinta e três páginas, já em Silveira (2018), foram contabilizadas trinta e uma páginas, o que

podemos concluir que a quantidade é igual, pois as duas páginas acrescidas são as páginas de abertura.

Após a página de abertura, em ambos os livros, o autor apresenta a seção “Trocando ideias”, que, de acordo com o autor, foi criada para incentivar uma conversa entre os alunos sobre assuntos da equação do 1° grau, mobilizando seus conhecimentos (Silveira, 2018). Dando continuidade, é trazido o primeiro tópico, pois, assim como nas obras de Bianchini, o autor divide-o por tópicos, permitindo assim que “o conteúdo seja apresentado em linguagem clara e direta” (Silveira, 2018, p.4). No quadro a seguir é possível visualizar os tópicos identificados nas obras.

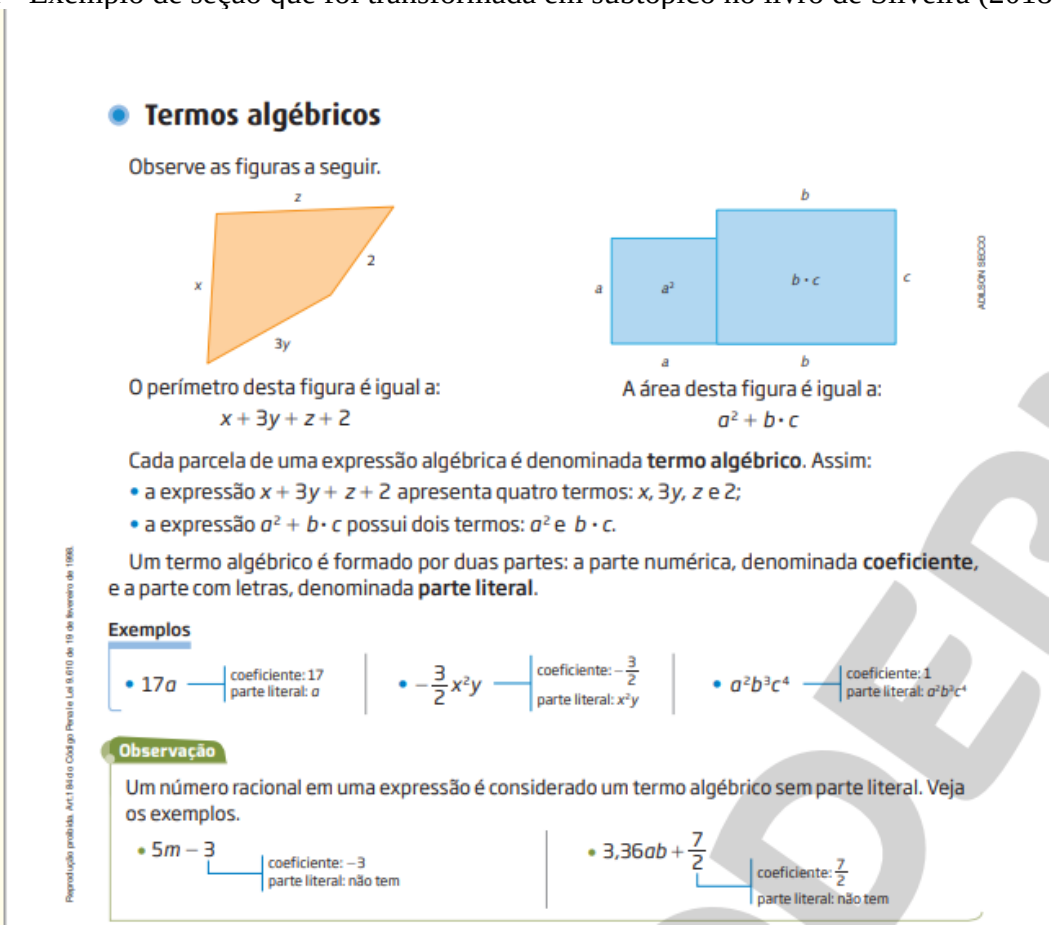
Quadro 10 – Tópicos identificados ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Silveira (2015) e Silveira (2018).

Silveira (2015)	**Silveira (2018)**
Expressões algébricas	Expressões algébricas
Valor numérico de uma expressão algébrica	Não consta como tópico
Termos algébricos	Não consta como tópico
Sentenças matemáticas	Sequência
Equações	Equações
Raiz de uma equação	Não consta como tópico
Resolução de equações do 1° grau com uma incógnita	Não consta como tópico
Resolução de problemas	Resolução de problemas

Fonte: De própria autoria, 2023.

Como pode ser visto, a partir do quadro há uma redução em Silveira (2018), porém, quando verificado, pude perceber que o tópico “sentenças matemáticas” foi excluído, enquanto os demais, “valor numérico de uma expressão algébrica”, “termos algébricos”, “Raiz de uma equação”, “Resolução de equações do 1° grau com uma incógnita” foram transformados em subtópicos de alguns de expressões algébricas e equações, como apresentado a seguir.

Figura 21 - Exemplo de seção que foi transformada em subtópico no livro de Silveira (2018).



Termos algébricos

Observe as figuras a seguir.

O perímetro desta figura é igual a:
$x + 3y + z + 2$

A área desta figura é igual a:
$a^2 + b \cdot c$

Cada parcela de uma expressão algébrica é denominada **termo algébrico**. Assim:

- a expressão $x + 3y + z + 2$ apresenta quatro termos: x, $3y$, z e 2;
- a expressão $a^2 + b \cdot c$ possui dois termos: a^2 e $b \cdot c$.

Um termo algébrico é formado por duas partes: a parte numérica, denominada **coeficiente**, e a parte com letras, denominada **parte literal**.

Exemplos

- $17a$ — coeficiente: 17; parte literal: a
- $-\frac{3}{2}x^2y$ — coeficiente: $-\frac{3}{2}$; parte literal: x^2y
- $a^2b^3c^4$ — coeficiente: 1; parte literal: $a^2b^3c^4$

Observação

Um número racional em uma expressão é considerado um termo algébrico sem parte literal. Veja os exemplos.

- $5m - 3$ — coeficiente: -3; parte literal: não tem
- $3{,}36ab + \frac{7}{2}$ — coeficiente: $\frac{7}{2}$; parte literal: não tem

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. 137)

Ao comparar os exemplares dos dois autores em relação à abordagem do conteúdo, foi constatado que Bianchini (2015) e Silveira (2015) iniciam a temática de forma diferente, Bianchini (2015) já inicia abordando o conteúdo, enquanto Silveira (2015) apresenta uma imagem e um texto para sua exploração. Já nos exemplares de Bianchini (2018) e Silveira (2018), os capítulos são iniciados de forma semelhante, ambos com uma página de abertura contendo uma imagem e um texto explorando a imagem e com as orientações nos arredores das páginas.

Levando em consideração que a minha prioridade, neste momento, é olhar os enunciados, não irei me estender sobre esses tópicos. Dessa forma, pude notar, ao examiná-los, que os enunciados presentes neles estão divididos em seções e são identificados sempre no mesmo local, no término dos conteúdos, como um reforço direto do assunto discutido em cada tópico. Essas seções podem ser notadas no quadro a seguir.

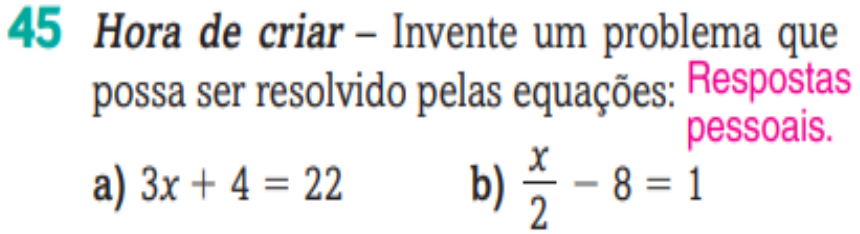
Quadro 11 - Seções encontradas ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini (2018).

Bianchini (2015)	**Bianchini (2018)**
Exercícios propostos.	Exercícios propostos.
Pense mais um pouco.	Pense mais um pouco.
Agora é com você.	Agora é com você.
Exercício complementar.	Exercício complementar.

Fonte: De própria autoria, 2023.

As seções apresentadas anteriormente, de acordo com Bianchini (2015), foram criadas com o objetivo de facilitar o planejamento do trabalho docente, bem como possibilitar ao aluno desenvolver habilidades diversas. Como visualizado no quadro, é perceptível que em ambos os livros, o autor utiliza as seções com a mesma denominação, ao verificá-las, percebi que não apenas o título é igual, a sua forma de apresentação também, a única diferença que pude perceber é que na seção exercícios propostos em Bianchini (2018), algumas questões são destacadas, sendo acrescentado antes no enunciado o termo "Hora de criar", como pode ser visto a seguir.

Figura 22 – Exemplo de enunciado encontrado com o destaque hora de criar.



Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2018, p. 132).

Este tópico não é apresentado em todos os momentos desta seção, sendo apenas em cinco momentos. Esses enunciados foram separados e destacados com o objetivo de chamar a atenção do aluno e do professor para eles, já que, segundo Bianchini (2018), essa seção apresenta problemas que convidam os alunos a usar a sua criatividade, imaginação, capacidade de argumentação e colaboração ao ser trabalhada em duplas ou em grupos.

A seção exercícios propostos apresenta-se "[...] ao longo do desenvolvimento teórico, trabalham aspectos importantes de cada conteúdo de maneira variada" (Bianchini, 2018, p. XV). Ela, assim como Exercício complementar, foi criada com o intuito de estimular o raciocínio lógico do aluno. Na seção "Pense mais um pouco" são encontradas atividades

desafiadoras, essas farão com que eles possam aprofundar seus conhecimentos ao longo do capítulo e a seção "Agora é com você" aparece seguido do tópico para saber mais e diversificando com enunciados relacionados ao tema exposto.

Assim como nos livros de Bianchini, ao examinar os exemplares de Silveira (2015 e 2018), observei grandes semelhanças, em ambos os autores os enunciados aparecem nos tópicos que tratam sobre a equação do 1° grau ao fim do conteúdo e são apresentados em seções, essas podem ser visualizadas a seguir.

Quadro 12 – Seções encontradas ao tratar a equação do 1° grau nos livros de Silveira (2015) e Silveira (2018).

Silveira (2015)	**Silveira (2018)**
Trocando ideia	Trocando ideia
Atividades	Atividades
Trabalhando os conhecimentos adquiridos	Trabalhando os conhecimentos adquiridos
Lendo e aprendendo	Lendo e aprendendo
Resolvendo em equipe	Não consta como tópico
Não consta como tópico	É hora de extrapolar

Fonte: De própria autoria, 2023.

Como posto no quadro, a primeira seção trocando ideia é apresentada logo após a página de abertura, antes da introdução do conteúdo, sendo essa criada “[...] para incentivar uma conversa entre os alunos sobre assuntos do capítulo, mobilizando seus conhecimentos” (Silveira, 2018, p. 132). Em ambas as obras, ela aparece com o mesmo formato, com uma situação cotidiana em que o aluno necessita responder às questões apresentadas.

A seção atividade, apresenta-se “após cada conteúdo estudado [...], com nível de dificuldade crescente” (Silveira, 2015, p. 5), sendo que algumas “atividades estimulam a discussão, a reflexão e a resolução em grupo, o trabalho com cálculo mental e promovem o uso de calculadoras e de outras tecnologias, como planilha eletrônica e *softwares* de construção de gráficos de geometria dinâmica” (Silveira, 2018, p. 4).

Em trabalhando os conhecimentos adquiridos aparecem enunciados diversificados, na obra de Silveira (2015) essa seção é dividida em duas partes, a primeira é o revisando, que é “[...] composta de atividades de revisão e autoavaliação” (Silveira, 2015, p. 5), e a segunda é aplicando que “[...] explora o conteúdo por meio de atividades com diferentes níveis de

dificuldade, incluindo atividades, desafios e algumas do Enem" (Silveira, 2015, p. 5). Em contrapartida, além dessas partes, o autor acrescenta na obra de 2018 uma terceira parte, denominada elaborando, nessa seção trabalha os conhecimentos adquiridos apresentando atividades para estimular a criatividade e elaboração das questões (Silveira, 2018). Ainda nessa seção, são exibidos alguns desafios, não numerados que serão apresentados ao longo do texto.

A seção lendo e aprendendo foi encontrada nas duas obras, ela é apresentada em forma de texto que "[...] explica e enriquece o conteúdo principal" (Silveira, 2015, p. 5). Em Silveira (2015), após o texto existem duas questões, já em Silveira (2018), há o texto, mas não há questões a serem resolvidas.

Resolvendo em equipe, foi outra seção que o autor criou nas duas obras, em Silveira (2015) é encontrada uma questão, já em Silveira (2018), ela não foi encontrada no capítulo referente à equação do 1° grau, mas quando observado o livro como um todo, ela estava presente em outros capítulos. Nessa são apresentadas atividades "[...] para incentivar a participação coletiva dos alunos na resolução de situações-problema" (Silveira, 2015, p. 5).

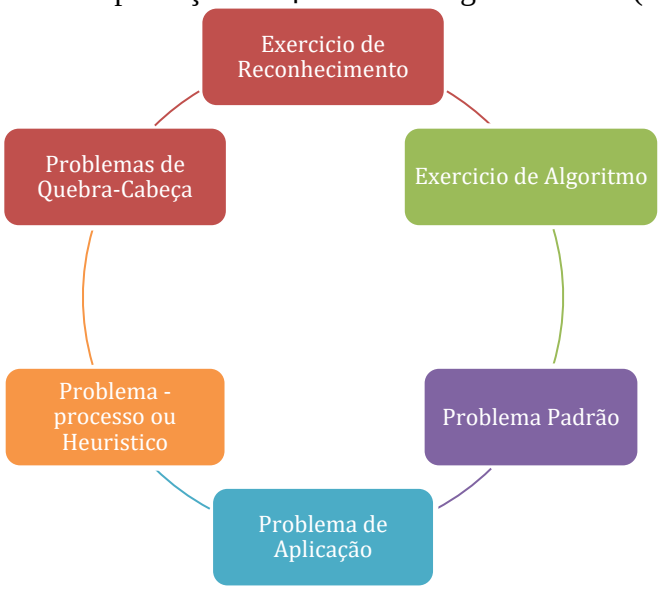
Finalizando a abordagem do conteúdo equação do 1° grau, Silveira (2018) apresenta a seção é hora de extrapolar com "[...] atividade em grupo proposta como fechamento da unidade. Explora a pesquisa, a comunicação e a elaboração de um produto, que será compartilhado com a turma ou com a comunidade escolar" (Silveira, 2018, p. 5). Depois de examinar a proposta de abordagem sobre equação do 1° grau, apresento a tipificação e comparação dos enunciados.

3.1. TIPIFICAÇÃO DOS ENUNCIADOS

Para realização da tipificação, foi utilizada, como já definida anteriormente, a classificação proposta por Dante (2005), conforme está apresentado a seguir (Figura 23).

A partir dessas classificações foi possível realizar a tipificação dos enunciados dos problemas relacionados à equação do 1º grau. O primeiro a destacar é o problema de reconhecimento, este problema é entendido por Dante (2005) como expresso também por Butts (1997) como aquele "[...] que normalmente pede ao aluno para reconhecer, recordar, definir ou enunciar um teorema, de fato específico" (Butts, 1997 *apud* Corá, 2019, p. 69), eles são utilizados, em sua maioria, como primeira e segunda questão das seções.

Figura 23 - Tipificação dos problemas segundo Dante (2005).



Fonte: De própria autoria, 2023.

Em ambos os livros de Bianchini foram identificados seis problemas, divididos nas mesmas seções, sendo cinco identificados em exercício proposto e um em agora é com você, e essa semelhança não é única, os problemas também são iguais, tendo apenas uma modificação na posição das alternativas em um dos enunciados. É possível observar, na figura a seguir, que em Bianchini (2015) elas estão lado a lado, já em Bianchini (2018), elas são dispostas uma a seguir da outra, modificando apenas o espaço ocupado na página, algo que não interfere para o ensino.

Figura 24 - Exemplos de exercício de reconhecimento identificados nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini (2018).

18 Entre as sentenças abaixo, copie em seu caderno somente as equações.

a) $3x - 9 = x + 6$
b) $2y - 9 = 21$
c) $5 + 7 = 12$
d) $3x - 1 < 8$
e) $9^2 - 7^2 = 32$
f) $9y^2 - 7y = 0$

22 Entre as sentenças abaixo, copie em seu caderno somente as equações. a, b, f

a) $3x - 9 = x + 6$
b) $2y - 9 = 21$
c) $5 + 7 = 12$
d) $3x - 1 < 8$
e) $9^2 - 7^2 = 32$
f) $9y^2 - 7y = 0$

Fonte: Recortes retirados dos livros de Bianchini (2015, p. 107) e Bianchini (2018, p. 122).

Nestes exemplos, o aluno precisará reconhecer, entre as opções, a que seja uma equação, precisando apenas lembrar que "[...] equação é toda sentença matemática expressa por uma igualdade que apresenta letras representando números" (Bianchini, 2018, p. 121), tornando, assim, exercício de reconhecimento.

Esse tipo de exercício está alinhado à BNCC, mesmo essa não prescrevendo como devem ser os enunciados especificamente, ela fornece orientações e competências a serem desenvolvidas pelo estudante ao longo dos anos. Assim, ao definir a seguinte competência, o documento faz relação à relevância do exercício de reconhecimento.

> Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções (Brasil, 2018, p. 267).

Constata-se, pelo que está posto na citação, que o uso desses enunciados auxilia na criação de uma compreensão sólida dos conceitos matemáticos, pelos alunos, além de possibilitar que adquiram as competências necessárias para a resolução de problemas matemáticos mais complexos. Além disso, a habilidade "(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita" (Brasil, 2018, p. 307) ressalta que a compreensão da ideia, ou do que seja a equação, como o exemplo da imagem anterior, faz parte do que se espera do ensino da Matemática.

A partir da leitura realizada em Trindade (2012), destaca-se que os professores conseguem reconhecer esse tipo de problema e, ao serem questionados sobre a definição, eles o classificaram como um problema que permite explorar a percepção do aluno, além de possibilitar/compreender se esse aluno decorou o assunto ou aprendeu, sendo capaz de reconhecê-lo em outras situações. Outro exemplo encontrado no exemplar pode ser observado a seguir (Figura 25).

Neste exemplo, além de compreender o que é a equação, o aluno deverá saber modificar a linguagem usual em linguagem matemática. Como pode ser visto, esse problema não necessita que o aluno faça algum tipo de cálculo e é usado para verificar o entendimento do estudante sobre o assunto. Portanto, os exercícios de reconhecimento desempenham um papel importante para o cumprimento das competências e habilidades das metas educacionais.

Figura 25 - Exemplo de problemas matemáticos do tipo de exercício de reconhecimento identificado em Bianchini (2018).

4 Nas expressões a seguir, a letra x representa um número. Identifique cada expressão escrita na linguagem comum com a expressão algébrica correspondente, escrevendo em seu caderno o número romano e a letra que estão associados a elas.

I. O dobro do quadrado de x. e

II. O quadrado do dobro de x. c

III. A diferença entre o dobro de x e 3. a

IV. O dobro da diferença entre x e 3. g

V. A divisão da soma de x com 3 por 2. f

VI. A soma dos quadrados dos números x e 3. b

VII. O quadrado da soma dos números x e 3. d

a) $2x - 3$

b) $x^2 + 3^2$

c) $(2x)^2$

d) $(x + 3)^2$

e) $2x^2$

f) $\frac{x + 3}{2}$

g) $2(x - 3)$

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2018, p. 113).

Com relação aos problemas de reconhecimentos encontrados nos exemplares da coleção Matemática Compreensão e Prática, foi possível identificar que o livro de Silveira (2015) apresenta mais enunciados, com oito, enquanto Silveira (2018) apresenta apenas dois, e esses dois fazem parte das duas obras, como pode ser visualizado na figura a seguir.

Figura 26 - Exercícios de algoritmos identificados nas obras de Silveira (2015) e Silveira (2018).

1 Identifique, no caderno, as sentenças que representam equações do 1º grau.

alternativas **c** e **e**

a) $2x + 5 < 3$

b) $7 - 3 = 2 + 2$

c) $8 = 6y - 4$

d) $x - 1 \neq 0$

e) $3x + 7 = \frac{1}{2}$

f) $m - 8 > 5$

g) $2x^3 = -16$

h) $\frac{1}{3} \neq -2x$

i) $0 = 5x^4 + 2y$

j) $15 - 2x^2 < x^2 - 3$

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2015, p. 86).

1 Identifique, no caderno, as sentenças que representam equações do 1º grau.

alternativas c, e

a) $2x + 5 < 3$

b) $7 - 3 = 2 + 2$

c) $8 = 6y - 4$

d) $x - 1 \neq 0$

e) $3x + 7 = \frac{1}{2}$

f) $2x^3 = -16$

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2018, p.142).

Os exemplos destacados anteriormente foram modificados apenas quanto a quantidade das alternativas e a cor do plano de fundo, um sendo rosa e outro azul. O problema de algoritmo, o segundo aqui abordado, como já apresentado, é aquele que busca reforçar os conhecimentos anteriores mediante o treinamento de habilidades na execução de algoritmos (Dante, 2005). No livro de Bianchini (2015) foram identificados quinze problemas e, em Bianchini (2018), quatorze. Em ambos, a maioria desses problemas foram identificados na seção Exercício Proposto, com dez em 2015 e nove em 2018, tendo apenas uma questão diferente no livro do ano de 2015, que está exibida a seguir.

Figura 27 - Exemplo de exercício de algoritmo identificado em Bianchini (2015).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

26 Que equação se obtém quando multiplicamos os dois membros de $3x = 8$ por 5? $15x = 40$

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2015, p. 111)

Para resolução desse exercício, o aluno irá multiplicar o 3x por 5, que dará 5x e o 8 por 5, que dará 40, chegando ao resultado, 15x = 40. Os exercícios de algoritmos são bem claros em relação a sua forma, iniciam, na maioria das vezes, com os termos "calcule, resolva, simplifique, reduza", podendo ser identificado de imediato, uma vez que ele é um exercício direto que contém, em seu texto, o cálculo que se pede.

Figura 28 - Exemplos de exercício de algoritmo identificados em Bianchini (2018).

16 Reduza os termos semelhantes.

a) $-4x + 6y + 10x - 2y - x$ $5x + 4y$

b) $x + 7x + 10y - 3x$ $5x + 10y$

c) $2x - 8y - 6y - y - 9x$ $-7x - 15y$

d) $\frac{3}{2}x + \frac{1}{4}y - \frac{1}{3}x + 2y$ $\frac{7}{6}x + \frac{9}{4}y$

17 Simplifique as expressões algébricas.

a) $4(x - 1) + 3(x + 1)$ $7x - 1$

b) $-2(2x - 4) + 5(-2x - 10)$ $-14x - 42$

c) $\frac{2}{5}(x - 0{,}2) - \frac{1}{2}\left(3x - \frac{4}{25}\right)$ $-\frac{11}{10}x$

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2018, p. 119).

Os exemplos apresentados anteriormente são fáceis de identificar e requerem do aluno que entenda o procedimento de resolução da equação. É preciso a ressalva de que existem alguns exercícios que apresentam certa contextualização, todavia, não deixa de ser do tipo algoritmo por apresentar o objetivo de resolver o cálculo que está explícito na questão, porém, em ambos os livros, nenhum com essa forma foi encontrado.

Além desses problemas, foram identificados problemas de algoritmos em mais duas seções, quatro enunciados em exercício complementar e um em agora é com você. Esses são relativamente iguais, sendo modificadas poucas coisas, como observado na figura a seguir.

Figura 29 - Exemplo de exercício de algoritmo identificados nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini (2018).

11 Resolva as equações a seguir.

a) $7(y-1)=2(3y+1)$ 9

b) $y+4(y-1)=9-2(y+3)$ 1

c) $4(y-2)+3(2y-1)=6(2y-3)$

d) $\frac{2-a}{10}+\frac{a-5}{8}=-\frac{1}{2}$ -3

e) $\frac{3y}{2}-\frac{y-5}{3}=1+\frac{2y-4}{4}$ $-\frac{5}{2}$

7 Resolva as equações a seguir.

a) $7(y-1)=2(3y+1)$ 9

b) $y+4(y-1)=9-2(y+3)$ 1

c) $4(y-2)+3(2y-1)=6(2y-3)$

Fonte: recortes retirados dos livros de Bianchini (2015, p. 125) e Bianchini (2018, p. 139).

Nestes exemplos, podemos verificar que essa questão foi modificada apenas na quantidade de alternativas a serem resolvidas, enquanto Bianchini (2015) solicita que o aluno resolva cinco equações na questão 11, em Bianchini (2018), o autor reduz a três problemas, apoiando, assim, a ideia de mudança de pensamento do autor sobre a relevância da quantidade de questão para a aprendizagem do aluno. A seguir, apresento outro exemplo para corroborar com essa observação.

Figura 30 - Exemplo de exercício de algoritmo identificados nos livros de Silveira (2015) e Silveira (2018).

1 Resolva as equações e obtenha a solução de cada uma, sabendo que $U=\mathbb{Q}$.

a) $3x-9=9$ $x=6$

b) $x-5=-7$ $x=-2$

c) $y-6=5y+8$ $y=-\frac{7}{2}$

d) $10x=20+9x$ $x=20$

e) $2x+5-x=5-3x$ $x=0$

f) $2m+6=m$ $m=-6$

g) $2x+1=15$ $x=7$

h) $5-x-20=5x-10-7x$ $x=5$

i) $x+6=2-3x$ $x=-1$

3 Resolva as equações e obtenha a solução de cada uma, sabendo que $U=\mathbb{Q}$.

a) $3x-9=9$ $x=6$

b) $x-5=-7$ $x=-2$

c) $y-6=5y+8$ $y=-\frac{7}{2}$

d) $10x=20+9x$ $x=20$

Fonte: recortes retirados dos livros de Silveira (2015, p. 92) e Silveira (2018, p. 145).

Nesses exemplos, é possível verificar a redução das alternativas, assemelhando-se assim a Bianchini, que, em 2015 e 2018, apresentou uma questão igual com redução das alternativas. Mesmo Trindade (2012) não tendo como objetivo de sua pesquisa tipificar os enunciados, os professores que participaram de seu trabalho foram questionados sobre o que se espera do aluno quando aplicam esse tipo de problema e esses foram claros ao fazer referência ao treinamento da operação, tendo como objetivo o processo de resolução, a fixação e retenção de uma operação e/ou algoritmo.

Levando em consideração a minha vivência pedagógica e as leituras realizadas, os exercícios de algoritmos são usados para treinamento do aluno, muito usado para exercitar o objeto de conhecimento ensinado e reforçá-lo. Assim, esse tipo é fácil de ser classificado, além de ser muito utilizado e reconhecido pelos professores. Ao observá-lo, é possível relacioná-lo ao ensino tradicional, no qual o aluno precisa decorar o conteúdo e saber usar a fórmula ensinada.

Isso não quer dizer que o uso desse tipo não faz parte da BNCC, mas necessita de cuidado para não ser usado demasiadamente, ou mesmo, ser utilizado apenas desse tipo. Por exemplo, uma das habilidades, a EF07MA18 - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade - demonstra que o aluno precisa saber calcular, saber usar as fórmulas, assim como resolver exercícios desse tipo.

O problema padrão pode ser definido como aquele em que o aluno precisa transformar a linguagem usual em Matemática para chegar à solução, diferente do anterior, mesmo não sendo cálculo direto, não é um tipo que aguce a curiosidade do aluno nem o desafie. Esse tipo pode ser encontrado de duas maneiras, a simples e a composta, a diferença entre elas é que a simples envolve apenas um conceito, enquanto o tipo padrão composto requer dois ou mais conceitos para a sua resolução (Dante, 2005).

Esse tipo de problema foi o mais encontrado nos livros tipificados. Em Bianchini (2015) ele aparece com trinta e cinco enunciados e em Bianchini (2018) com trinta e quatro. Nas duas obras, esse tipo é identificado nas seções exercício proposto, exercício complementar, pense mais um pouco e em agora é com você. A seguir são apresentados exemplos desse problema.

Figura 31 - Exemplos de problemas padrão identificados nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini (2018).

52 Resolva o problema a seguir que também está presente na obra *Lilavati*, de Bhaskara.

> *Um terço, um quinto e um sexto de uma quantidade de lótus foram oferecidos, respectivamente, ao Lorde Siva, ao Lorde Visnu e ao Sol; e um quarto foi oferecido a Parvati. Os seis lótus que sobraram foram presenteados ao venerável preceptor.*
> *Diz depressa o número total de lótus.* 120

BIGGABIG/SHUTTERSTOCK

Lótus é uma flor aquática, muito comum na Índia.

39 Sabendo que hoje a soma da idade de Guilherme e de Laura é 70 meses, há quantos meses a foto abaixo foi tirada? 16 meses

CARLOS CARRARA

Guilherme, aos 18 meses, e Laura, aos 20 meses.

Fonte: Recortes retirados dos livros de Bianchini (2015, p. 122) e Bianchini (2018, p. 132).

Esses dois exemplos estão presentes nos dois livros e são compostos, tendo em vista que em ambos o aluno deverá transformar a linguagem usual em linguagem matemática e encontrar a equação para poder calcular e chegar ao número esperado.

O único problema padrão encontrado na seção pense mais um pouco foi o mesmo em ambos os livros (2015/2018) e está exposto a seguir.

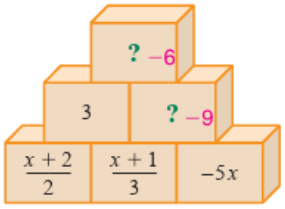
Figura 32 - Exemplo de problemas padrão identificado no livro de Bianchini (2018).

Pense mais um pouco...

A partir do bloco de cima, cada número é a soma dos dois números que estão nos blocos imediatamente abaixo.

a) Descubra o valor de x. 2

b) Escreva no seu caderno os números que devem ser colocados nos blocos com "?".



FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2018, p. 137).

Esse exemplo refere-se a uma pirâmide numérica, em que o aluno deve usar a dica descrita na questão. Nesse viés, cada número é a soma dos dois números que estão nos blocos imediatamente a seguir e encontrar o que se pede, conforme Dante (2005). Ademais, esse

problema poderia ser confundido com o problema de quebra-cabeça, porém como a questão descrever como encontrar o resultado, esse é considerado um problema padrão.

Ao tipificar os livros de Silveira, identifiquei que setenta e sete dos cento e vinte e nove enunciados da edição de 2015 são do tipo padrão, e em Silveira (2018) quarenta e nove dos cento e um problemas foram identificados como padrão, sendo esse o problema mais encontrado em ambos. Além disso, a maioria dos enunciados da edição de 2018 estão presentes na edição anterior, sendo apenas três diferentes. A figura a seguir traz um exemplo dos enunciados identificados diferentes.

Figura 33 - Exemplo de problema padrão identificado em Silveira (2018).

4 Em um circo, na apresentação das 22 h, foi vendida uma quantidade a de ingressos para adultos e uma quantidade c de ingressos para crianças.

AVELINO GUEDES

a) Que expressão algébrica representa o total arrecadado para a apresentação? $24a + 12c$

b) Quantos reais foram arrecadados na apresentação das 22 h, sabendo que $a = 150$ e $c = 240$? R$ 6 480,00

Fonte: recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. 136).

Nesse exemplo, o aluno deverá inicialmente transformar o seu enunciado em uma expressão algébrica e em seguida calcular qual foi o valor arrecadado, dessa forma, levando em consideração esses dois passos, esse problema pode ser definido como padrão composto.

Os problemas de aplicações trazidos por Dante (2005) buscam desenvolver a aprendizagem significativa, pois é um problema que chama a atenção dos alunos por retratar situações do seu cotidiano e exigir pesquisa e uso de outros conceitos, fazendo-os aplicarem conhecimentos matemáticos para resolvê-los, como demonstrado a seguir.

Figura 34 - Problema de aplicação identificado no livro de Bianchini (2018).

12 Uma empresa de confecção assume um custo mensal fixo de R$ 10.000,00 para o pagamento de algumas despesas com funcionários e impostos, além do custo de R$ 2,50 para cada camiseta produzida.

O custo mensal para essa empresa pode ser dado pela expressão algébrica:

$$C = 10.000 + 2{,}5x,$$

em que C é o custo mensal, em real, e x é o número de camisetas produzidas.

CLÁUDIO CHIYO

R$ 12.500,00

a) Determine o custo para a empresa no mês em que eles fabricaram 1.000 camisetas.

b) Se cada camiseta for vendida a R$ 20,00, a empresa terá lucro? Em caso afirmativo, de quanto? sim; R$ 7.500,00

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Fonte: recorte retirado do livro de Bianchini (2018, p. 116).

Nesse exemplo, será necessário o conhecimento do aluno sobre outras áreas, como a Matemática financeira, para conhecimento dos termos, como lucro e custo, para interpretar a questão e solucioná-la, bem como de estar usando a situação cotidiana para ensinar. Esse tipo é o segundo mais identificado, com vinte e cinco problemas em Bianchini (2015), esses distribuídos em três das quatro seções, com treze em exercício proposto, onze em exercício complementar, sendo esse o que apresenta maior quantidade nessa seção e um em agora é com você. Na seção pense mais um pouco, não foi encontrado nenhum desse tipo.

Nas obras trabalhadas de Bianchini, os problemas de aplicação ocupam a segunda posição com dezessete problemas, com doze na seção exercício proposto, quatro em exercício complementar e um em agora é com você, e, assim como no anterior, na seção pense mais um pouco não foi identificado nenhum problema de aplicação.

Esse tipo de problema é projetado para conectar a Matemática ao mundo do aluno, permitindo responder às questões tão constantes: “Para que serve isso?” e “Onde usarei?”, por permitir que os alunos visualizem a utilidade prática dos conceitos matemáticos.

Segundo o que está posto na BNCC, a proposta é que o ensino de Matemática esteja interligado à resolução de problema e à vida cotidiana do aluno. De acordo com o documento, é esperado que os alunos “[...] desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (Brasil, 2018, p. 265). Diante disso, ela apresenta que, quando o aluno alcança essa relação entre problemas, resolução de problema e vida cotidiana, haverá o contexto de educação matemática.

Dessa maneira, a utilização do problema de aplicação está prevista no documento. Ao tipificar os problemas matemáticos da obra de Silveira (2015), pude identificar nove problemas de aplicação distribuídos ao longo do capítulo. Já em Silveira (2018), identifiquei oito problemas na mesma seção. Algo que chamou muito a minha atenção, pois acreditava que o autor iria adicionar mais enunciados desse tipo na obra de 2018, por esse ser um problema que fornece elementos para que o aluno visualize a Matemática além de um conteúdo, aconteceu o contrário, ocorrendo a redução de um enunciado.

Com relação ao problema heurístico, em Bianchini (2015), foram identificados seis em todo o capítulo e, em Bianchini (2018), oito. Algo a destacar é que o autor, em Bianchini (2018), criou um subtópico chamado hora de criar para destacar os cinco problemas heurísticos pertencentes à seção exercício proposto. Ao compará-los a Bianchini (2015), verifiquei que três estão no livro, na mesma sessão, porém, sem destaque. Todos eles são enunciados que exigem que o aluno elabore um problema com base no assunto estudado, acredito que para atingir o objetivo do autor ao criar o tópico, citado anteriormente. A seguir, trago dois exemplos dos problemas identificados no subtópico.

Figura 35 – Problemas processo ou heurístico identificados no livro de Bianchini (2018).

7 ***Hora de criar*** – Invente cinco expressões que envolvam um número x qualquer e operações matemáticas. Escreva-as em linguagem comum e troque com as de um colega para que reescrevam essas expressões em linguagem simbólica. Depois destroquem para corrigi-las.

Resposta pessoal.

29 ***Hora de criar*** – Crie duas equações diferentes que tenham como raiz o número:

Resposta pessoal.

a) 8;
b) -8;
c) $-0{,}8$;
d) 0;
e) $\frac{1}{2}$.

Fonte: Recortes retirados do livro de Bianchini (2018, p. 114 e p. 124).

Com esses problemas o aluno criará enunciados, aguçando, assim, a sua curiosidade. No problema 29 espera-se que os alunos descubram um procedimento capaz de levá-los à criação de equações a partir de um número dado, como sendo uma solução deles, ocorrendo a construção de enunciados diferentes, mas que chegam ao mesmo resultado. Essa característica o define como problemas processo ou heurístico, tal problema também pode ser encontrado em Bianchini (2015), na página 109. Os demais problemas aparecem nas seções pense mais um pouco, com um, e em agora é com você, com dois, sendo os mesmos do livro anterior.

No livro de Silveira, o problema heurístico, destacado em Dante (2005), foi encontrado apenas na obra do PNLD de 2020. Esse tipo de problema, quando utilizado adequadamente integrados ao currículo e ao plano de ensino, é uma ferramenta poderosa para ajudar os alunos a alcançar as competências descritas na BNCC, por esse desafiar os alunos a pensar de maneira mais profunda e criativa, tendo como um dos objetivos o descobrir, a invenção, ajudando a desenvolver suas habilidades cognitivas, intelectuais e de resolução de problemas (Polya, 1995).

O enunciado 3 da figura a seguir requer que o aluno não apenas saiba o que seja uma sequência ou como calcular, mas que ele utilize competências para criar uma lei de formação que atenda a cada uma das questões.

Figura 36 - Problema heurístico identificado no livro de Silveira (2018).

3 Encontre uma lei de formação que gere os elementos das sequências seguintes. Depois, explique ao professor e aos colegas como você pensou para determinar cada lei.

a) (6, 12, 18, 24, 30, 36, ...) $a_n = 6n$

b) (7, 8, 9, 10, 11, 12, ...) $a_n = 6 + n$

c) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2, \ldots\right)$ $a_n = \frac{n}{3}$

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. 151).

Outro problema heurístico identificado no livro está na seção elaborando, que, como o próprio nome faz referência, nesta o aluno deverá elaborar algo, dessa maneira, todos os três enunciados aqui descritos são problemas heurísticos.

Figura 37 - Problemas heurísticos identificados no tópico elaborando do livro de Silveira (2018).

Elaborando

1 Elabore em seu caderno uma atividade sobre um evento em que uma quantidade desconhecida de pessoas deverá comparecer. O evento deve ter um custo para ser feito e as pessoas devem pagar por um ingresso na entrada. Troque a atividade com um amigo e resolva a que ele propôs. Ao receber a resolução do amigo, dê um retorno a respeito da resposta dele, indicando os equívocos, se existirem. Resposta pessoal.

2 Elabore uma questão que envolva a quantidade de patas de uma aranha (oito patas) e a quantidade de patas de uma formiga (seis patas). Ela deve ser resolvida por meio de uma equação do primeiro grau. Troque sua atividade com um colega, resolva a atividade que ele criou e peça a ele que resolva a que você criou.
Resposta pessoal.
Uma equação possível é
$6x + 8x = 140$.

CLÁUDIO CHIYO

3 Crie uma atividade envolvendo sequências numéricas descritas por uma lei de formação recursiva. A atividade deve conter duas partes.

a) Elabore uma sequência dando os cinco primeiros termos, sem mostrar a lei de formação dessa sequência. Peça a seu amigo que encontre a lei de formação na qual pensou.
Resposta pessoal.

b) Elabore uma lei de formação recursiva e entregue a atividade a um amigo, pedindo a ele que liste os seis primeiros termos da sequência. Verifique se o amigo encontrou corretamente os termos, apontando eventuais equívocos. Resposta pessoal.

Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. 160).

Esses enunciados apresentados requerem que o aluno elabore questões ou atividades envolvendo o conteúdo e conhecimentos exteriores, por isso, ele é chamado de problema heurístico. Finalizando o capítulo, em Silveira (2018) foi acrescida a seção É hora de extrapolar, que "[...] propõe o fechamento da unidade por meio de um trabalho colaborativo que explora a pesquisa, a comunicação e a elaboração e a apresentação de um jornal, que será compartilhado com a turma ou com a comunidade escolar" (Silveira, 2018, p. 161).

Sendo assim, nessa é solicitada a realização de uma pesquisa com o objetivo de pesquisar sobre o IDH, analisar os cálculos utilizados para determinar o IDH, produzir uma reportagem sobre o assunto e elaborar e apresentar um jornal. Essa pesquisa aparece dividida em etapas, que, de acordo com Silveira (2018), essa divisão é relevante para promover o entendimento do contexto e dos objetivos do trabalho a ser realizado, a pesquisa coletiva, a elaboração, em grupo, da reportagem; a apresentação e divulgação do jornal e a reflexão e síntese do trabalho. Dessa forma, essa seção apresenta um problema heurístico, como demonstra a figura a seguir.

Figura 38 – Exemplo de problema heurístico identificado no livro de Silveira (2018).

É hora de extrapolar

Faça as atividades no caderno.

VOCÊ JÁ OUVIU FALAR DO IDH? SABE O QUE SIGNIFICA?

Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para avaliar as condições de vida de uma população. Conhecer os parâmetros e o cálculo usados para a obtenção desse índice ajuda a compreender como e o que um valor numérico indica sobre o desenvolvimento humano de uma sociedade.

Objetivo: Pesquisar sobre o IDH, analisar os cálculos utilizados para determinar o IDH, produzir uma reportagem sobre o assunto e elaborar e apresentar um jornal.

Etapa 1: Pesquisa sobre o IDH.

1. Reúna-se em grupo. Pesquisem em *sites* ou livros especializados sobre IDH, buscando informações a respeito da origem desse índice, dos objetivos, dos significados, dos parâmetros utilizados em seu cálculo, das escalas usadas para a classificação dos países e dos resultados mais recentes.

2. A partir dos resultados obtidos, respondam:

a) O IDH é calculado a partir de indicadores em três áreas. Quais são elas? Expectativa de vida (ou saúde), educação e renda.

b) Vocês acham que existem outros indicadores que poderiam ou deveriam ser considerados no cálculo para medir o desenvolvimento humano de uma sociedade? Se sim, quais?

2. b) Resposta pessoal. Os alunos podem citar indicadores ligados à sustentabilidade/ecologia, igualdade de gênero, grau de desigualdade social, democracia, acesso à informação, entre outros.

3. O Relatório de Desenvolvimento Humano de 2016, publicado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud), apresenta os valores de IDH de 188 países para o ano de 2015. Veja a tabela a seguir com alguns desses dados.

Índice de desenvolvimento humano de alguns países e classificação – 2015		
Classificação	**País**	**IDH**
1ª	Noruega	0,949
2ª	Áustria	0,939
2ª	Suíça	0,939
4ª	Alemanha	0,926
185ª	Burkina Faso	0,402
186ª	Chade	0,396
187ª	Níger	0,353
188ª	República Centro-Africana	0,352

Dados disponíveis em: <http://hdr.undp.org/sites/default/files/HDR2016_EN_Overview_Web.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2018.

3. b) Não, porque os valores de IDH dos países variam entre 0 e 1 e, nesse caso, 0,597 indica que há uma grande diferença entre os níveis de desenvolvimento humano desses dois países.

c) Alemanha: $\frac{976}{1000} = \frac{463}{500}$; Burkina Faso: $\frac{402}{1000} = \frac{201}{500}$

a) Qual é a diferença entre o IDH da Noruega e o IDH da República Centro-Africana? 0,597

b) De acordo com o valor obtido no item **a**, podemos afirmar que o IDH da Noruega é próximo ao IDH da República Centro-Africana? Por quê?

c) Escreva os valores do IDH da Alemanha e de Burkina Faso na forma fracionária.

d) Ao escrever o valor do IDH de um país na forma fracionária, o denominador será maior, igual ou menor que o numerador? Por quê?

O denominador sempre será maior que o numerador, já que o IDH corresponde a um número entre zero e 1.

Etapa 2: Análise do cálculo utilizado para determinar o IDH de uma localidade.

4. O índice relacionado à educação, um dos aspectos considerados na determinação do IDH (2015), pode ser obtido por meio do seguinte cálculo:

$$I_{educação} = \frac{\frac{ME}{15} + \frac{EE}{18}}{2},$$

sendo ME o número médio de anos que os indivíduos frequentam a escola e EE o número esperado de anos que os indivíduos passem na escola.

Determine o $I_{educação}$ do Brasil em 2015, sabendo que o ME foi de 7,8 e o EE de 15,2. $I_{educação} = 0,682$

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Figura 38. Continua.

Lembre-se:
Não escreva no livro!

5. O índice relacionado à saúde (expectativa de vida), no IDH de 2015, pode ser obtido por meio do seguinte cálculo:

$$I_{saúde} = \frac{EV - 20}{85 - 20},$$

sendo EV a expectativa de vida do país.

Sabendo que o $I_{saúde}$ do Brasil em 2015 foi de 0,8415, determine a EV do país nesse ano (use uma aproximação com uma casa decimal). 74,7 anos

Etapa 3: Elaboração de reportagem sobre o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM).

6. Além do IDH dos países, também é possível analisar os índices para os municípios brasileiros. O *Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil* é um *site* que abriga diversas informações sobre o desenvolvimento humano no país.

Um dos conteúdos explorados pelo *Atlas* é o *ranking* do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) dos municípios brasileiros. Veja as informações sobre os dois municípios que obtiveram os maiores índices, em 2010:

IDHM – 2010					
Posição	Município	IDHM	IDHM renda	IDHM saúde	IDHM educação
1º	São Caetano do Sul (SP)	0,862	0,891	0,887	0,811
2º	Águas de São Pedro (SP)	0,854	0,849	0,890	0,825

Dados disponíveis em: <http://www.atlasbrasil.org.br/2013/pt/ranking>. Acesso em: 31 ago. 2018.

- Comparem os índices apresentados para São Caetano do Sul e Águas de São Pedro. É correto afirmar que o município que ocupa o 1º lugar obteve índices superiores em todos os quesitos em relação ao município que ocupa o 2º lugar? Não, os índices de saúde e educação de São Caetano do Sul são menores que os respectivos índices apresentados por Águas de São Pedro.

7. Explorem o *ranking* de IDHM disponível no *site Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil*, comparando municípios e explorando também o *ranking* dos estados. Selecionem dois municípios, ou dois estados, e elaborem uma reportagem comparando o IDHM das localidades escolhidas. A reportagem deverá conter:

- uma manchete (título);
- explicação sobre o IDH (significado, objetivos, indicadores considerados etc.);
- estado em que os municípios se localizam ou região em que os estados selecionados se localizam e número de habitantes;
- tabela com os valores de IDHM das localidades selecionadas;
- comparação e análise dos índices;
- imagens do locais selecionados e outras informações que julgarem importantes.

Etapa 4: Elaboração e apresentação de um jornal.

8. Disponibilizem a reportagem elaborada para que os demais colegas comentem sobre a pertinência da manchete, a clareza das informações e a comparação e análise dos índices das localidades escolhidas.

9. Anotem as dúvidas, as opiniões e as sugestões dos colegas.

10. Depois dos ajustes necessários, organizem um jornal, digital ou impresso, composto pelas reportagens elaboradas pela turma. Divulguem o jornal para que todos da comunidade escolar tenham acesso às informações.

Etapa 5: Síntese do trabalho realizado. Respostas pessoais.

11. Algumas questões que devem ser discutidas:

a) Como a pesquisa realizada na etapa 1 ajudou na elaboração da reportagem?

b) Quais ações devem ser tomadas para que um país, estado ou município eleve seu IDH?

12. Redijam um texto que descreva o processo realizado pelo grupo nas etapas 3 e 4.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

MODERNA

Fonte**:** Recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. 161-2).

Utilizando essa pesquisa, o professor poderá realizar um trabalho interdisciplinar, característica da BNCC, convidando o professor de Geografia para discutir sobre o tema, buscando compreender as diferenças entre comparar o desenvolvimento humano dos países usando o PIB e usando o IDH, propondo a investigação e o debate sobre os fatores que permitem o alto desenvolvimento de alguns países, o que causa o baixo desenvolvimento de outros, trabalhar o princípio da economia e administração pública;

O problema de quebra-cabeça foi o menos encontrado nos livros de Bianchini. Sendo identificados, em Bianchini (2015), três problemas e, em Bianchini (2018), houve a redução de um, restando dois problemas de quebra-cabeça. O exemplo a seguir é classificado como quebra-cabeça, pois solicita que o aluno descubra a regra inventada que é descrita, além de procurar o número solicitado e responder a problemas das alternativas, como podemos observar a seguir.

Figura 39 - Exemplo de problemas de quebra-cabeça identificado em Bianchini (2015).

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Pense mais um pouco...

Reúna-se com um colega para resolver este problema.

Em uma brincadeira, Lucas falava um número, e Lia dizia outro, segundo uma regra criada por ela. O objetivo da brincadeira era fazer Lucas descobrir a regra inventada por Lia. Vejam a sequência de números que eles falaram.

Lucas	1	2	3	4	5	9	15	20
Lia	4	5	6	7	8	12	18	23

a) Descubram a regra que Lia criou e escrevam essa regra na forma de expressão algébrica. $x + 3$

b) Se Lucas falasse o número 25, que número Lia diria? E se ele falasse -3? 28; zero

c) Que número Lucas deveria dizer para que Lia falasse o maior número possível?

Mais tarde, Lia passou a falar os números, e Lucas, segundo sua nova regra, dizia outro número. Vejam a nova sequência de números que eles falaram.

Lia	1	2	3	4	5	9	15	20
Lucas	7	9	11	13	15	23	35	45

d) Descubram a regra de Lucas e a escrevam na forma de expressão algébrica. $2x + 5$

e) Se Lia falasse o número zero, que número Lucas diria? E que número ela deveria dizer para que a resposta dele fosse o número 5? 5; zero

f) Que número Lia deveria dizer para que Lucas falasse o maior número possível?

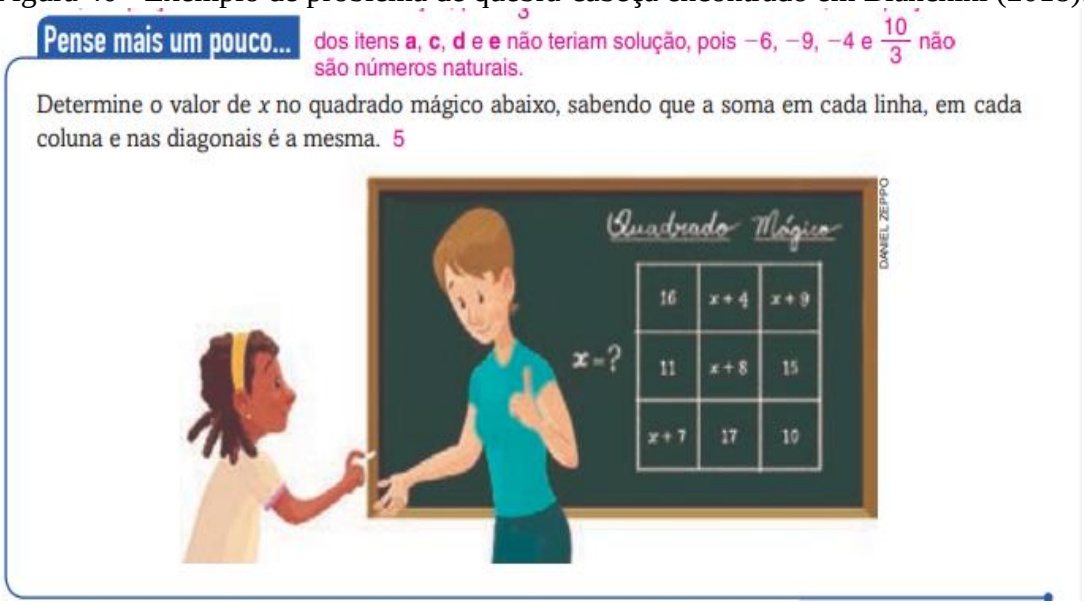
Nos itens **c** e **f**, espera-se que os alunos percebam que não é possível Lucas ou Lia falarem o maior número, uma vez que sempre haverá um número maior que aquele falado.
Se achar oportuno, peça aos alunos que, em duplas, criem suas próprias regras para que o outro a descubra.

CAPÍTULO 4 | EQUAÇÕES

Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2015, p. 99).

Na figura a seguir, é possível observar outro tipo problema de quebra-cabeça.

Figura 40 - Exemplo de problema de quebra-cabeça encontrado em Bianchini (2018).



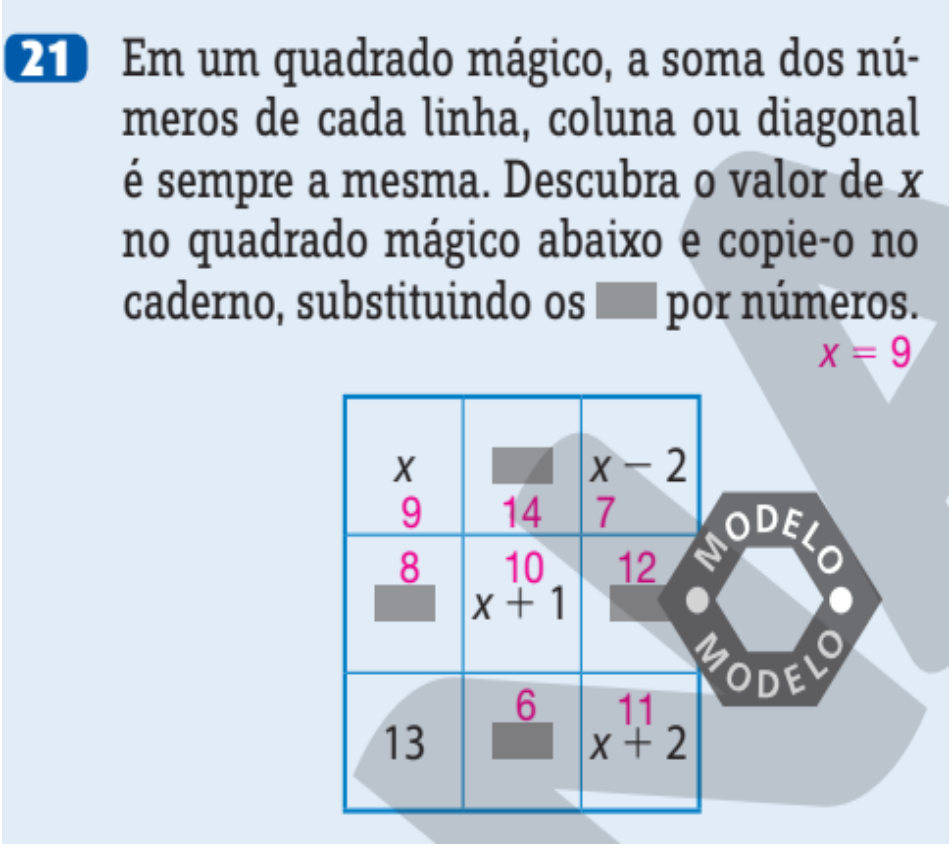
Fonte: Recorte retirado do livro de Bianchini (2018, p. 128).

O problema apresentado acima requer do aluno muito mais que conhecimento do conteúdo matemático, esse se refere ao quadrado mágico, exigindo um truque para chegar a sua resolução, devendo encontrar uma equação que possibilite com que ele consiga determinar o valor de x.

A utilização de problemas de quebra-cabeça é relevante ao ensino de Matemática por desenvolver no aluno o raciocínio lógico, além de auxiliar no alcance do que foi proposto para o ensino, como exposto na competência II da BNCC, que cita: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (Brasil, 2018, p. 267).

Ao continuar a tipificação, pude identificar em Silveira (2015) cinco problemas quebra-cabeça e quatro em Silveira (2018), sendo esses últimos citados os mesmos da coleção anterior. A seguir trago um exemplo.

Figura 41 - Exemplo de problema de quebra-cabeça encontrado nas duas obras de Silveira na seção atividades.



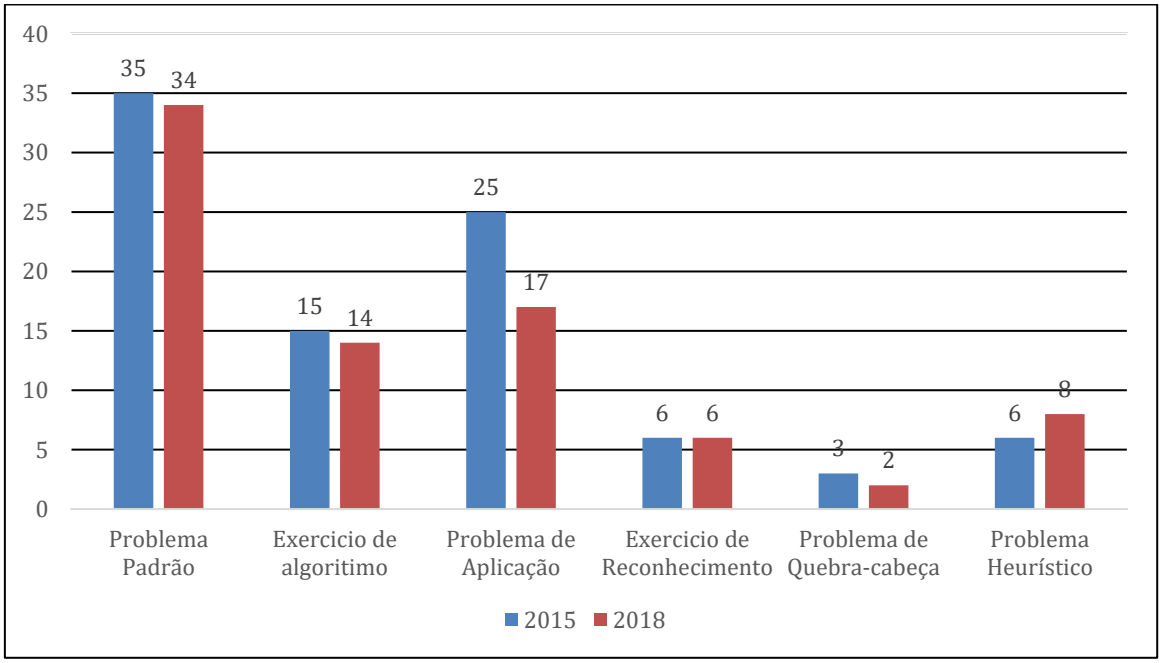
Fonte: Recorte retirado do livro de Silveira (2018, p. 148).

Nesse exemplo, o aluno deverá encontrar um valor para x e esse valor deve servir para que a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal, seja sempre a mesma. Em ambos os livros de Silveira o problema de quebra-cabeça apareceu em pequena quantidade. Depois de tipificar os enunciados, apresento comparação deles.

3.2. COMPARAÇÃO DOS ENUNCIADOS

Realizei a comparação de duas maneiras, a primeira foi entre os livros de mesmo autor e em seguida entre as obras. Para melhor visualizar a comparação, trago, a seguir, um gráfico sobre os enunciados identificados nos livros de Bianchini 2015 e 2018.

Gráfico 1 - Tipificação de enunciados identificados nos livros de Bianchini (2015) e Bianchini 2018.



Fonte: Elaborado após verificação da tipificação dos problemas identificados ao abordar a equação do 1° grau da Obra de Bianchini (2015 e 2018).

Diante das informações expressadas por meio do gráfico, é imprescindível salientar que o autor citado, mesmo compreendendo que ocorreu uma mudança no cenário educacional e a implementação da BNCC, seguiu o mesmo pensamento na criação e escolha dos enunciados, não realizando muitas mudanças, como observadas, este continuou usando os mesmos exemplos para explicação do conteúdo, os mesmos problemas em sua maioria, além de ocuparem o mesmo local nas coleções, uma mudança visualizada diz respeito a quantidade, pois em Bianchini (2015) foram identificados noventa problemas e no livro de 2018 e oitenta e um.

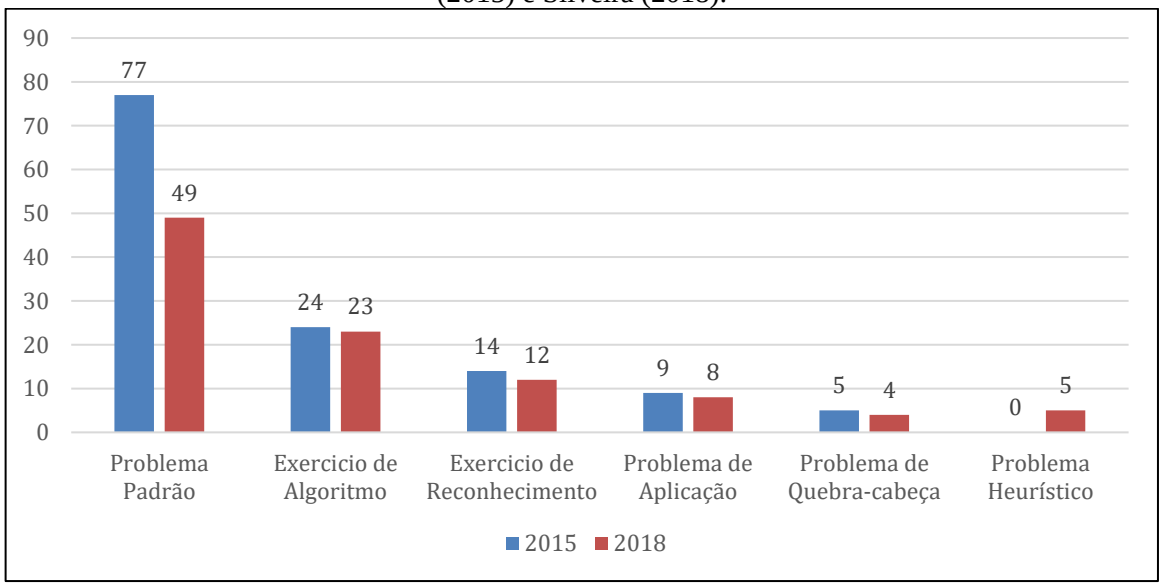
É importante destacar que foram retirados do livro Bianchini (2015) onze enunciados, porém foram acrescentados dois problemas de processo heurístico em Bianchini (2018), justificando assim a diferença de nove enunciados entre as obras. Além disso, é relevante relatar que os enunciados excluídos compreendem um problema padrão, um de algoritmo, um quebra-cabeça e oito problemas de aplicação. Esse último ponto chamou bastante atenção, pois os problemas de aplicação, ao retratarem situações cotidianas que requerem o uso e compreensão de conceitos matemáticos para serem resolvidas (Dante, 2005), estão diretamente relacionados ao objetivo proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em relação à interdisciplinaridade e à integração do cotidiano do aluno na sala de aula.

Essa redução pode ter ocorrido devido a mudança de pensamento do autor sobre "quanto mais problemas melhor", pois Bianchini (2018), ao usar o mesmo espaço para explicação das atividades usadas ao longo do livro, cita que "A obra procura trazer atividades que possibilitam a sistematização dos procedimentos e a reflexão sobre os conceitos em construção." Ao observar bem as frases, é possível verificar que a frase "um número suficiente de exercícios" encontrada no mesmo espaço em Bianchini (2015) foi retirada, deixando o entendimento de que a hipótese levantada está correta e a quantidade não é mais relevante para o autor.

Além dessa observação, é nítido que o autor atende, parcialmente, a proposta da BNCC sobre a criação de problemas mais desafiadores e que busquem desenvolver a autonomia dos alunos, pois os problemas de aplicação que ofertam esse papel foram identificados em maiores quantidades nas duas obras com relação ao de algoritmo, que é um problema mais direto e que não desenvolve no aluno autonomia, criatividade ou seu pensamento crítico. Vale ressaltar que atende parcialmente, pois o problema de aplicação não é o mais encontrado, e sim o padrão, que, mesmo sendo mais contextualizado que o exercício de algoritmo, o seu intuito resume-se ao assunto ensinado. Além disso, em Bianchini (2018) o autor elevou a quantidade de problema heurístico.

Para essa visualização no tocante aos exemplares da coleção Matemática Compreensão e Prática, trago o gráfico com os enunciados identificados nos exemplares de Silveira (2015) e Silveira (2018) para comparação entre ambos. Esse é apresentado a seguir.

Gráfico 2 - Tipificação de enunciados identificados ao abordar a equação do 1° grau em Silveira (2015) e Silveira (2018).



Fonte: De própria autoria, 2023.

Perante as informações descritas no gráfico, é possível compreender que, mesmo com as mudanças apresentadas pela BNCC, algumas foram as modificações encontradas, a primeira aqui citada diz respeito à quantidade de enunciados, o autor demonstra que a quantidade não é tão relevante, assim como Bianchini (2018), e, ao retirar os enunciados e acrescentar outros, ele buscou atender algumas demandas da BNCC, como, por exemplo, acrescentando enunciados como os problemas heurístico, mesmo sendo acrescidos poucos, mas por a coleção anterior não ter nenhum, já demonstra que o autor percebeu que esse deve fazer parte do ensino.

Outra observação foi sobre a igualdade dos problemas, a maioria continuou igual, poucos foram acrescidos em Silveira (2018). Além disso, compreendendo que a comparação busca vestígios sobre a atualização levando em consideração o novo documento, e entendendo que mudanças necessitam de processo, o autor está no processo, atendendo parcialmente as competências da BNCC, porém, necessitando de acréscimo de mais problemas de aplicação e heurístico.

Levando em consideração que o objetivo desta pesquisa é comparar, é necessária a realização da comparação entre os autores. Dessa forma, comecei comparando as coleções de 2015. Com a comparação, o primeiro fato a destacar é que ambos apresentam o problema padrão como o mais utilizado, estando esse presente em todas, ou na maioria das seções que apresentam enunciados, algo a ser destacado é sobre a sua quantidade, em Bianchini (2015) foram identificados trinta e cinco enunciados, enquanto em Silveira (2015), setenta e sete, ou seja, mais que o dobro, demonstrando que, mesmo essa edição apresentando mais problemas que a de 2018, o autor Silveira disponibiliza mais enunciados em seu capítulo.

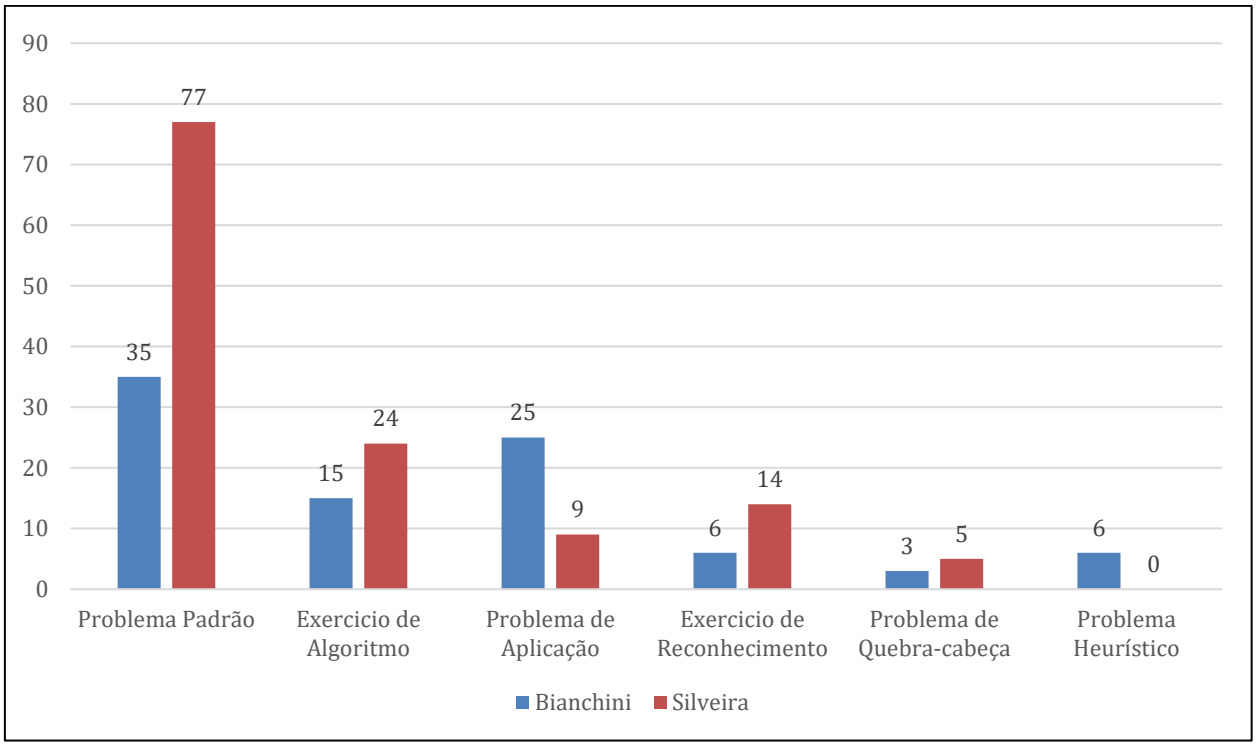
A semelhança sobre os problemas mais utilizados se encerra aqui, pois o segundo lugar apresenta tipos diferentes, Bianchini (2015) traz o problema de aplicação como o segundo mais utilizado, com vinte e cinco enunciados dos noventa, já em Silveira, esse problema ocupa a quarta posição, com nove enunciados, dos cento e vinte e nove, ou seja, não chegando a 20% da quantidade total. O segundo mais encontrado em Silveira (2015) foi o exercício de algoritmo, com vinte e quatro enunciados, esse tipo ocupa a terceira posição em Bianchini (2015).

O exercício de reconhecimento foi encontrado nos dois livros. Em Bianchini (2015), ele dividiu a quarta posição com o processo heurístico, ambos com seis enunciados, enquanto em Silveira (2015), ele aparece com quatorze enunciados, ocupando a terceira posição. A partir dos exemplos dos problemas de reconhecimentos encontrados nas obras Bianchini (2015) e Silveira (2015), foi possível visualizar que eles possuem características semelhantes, sendo necessário para a resolução de um dos enunciados identificado que o aluno compreenda o que seja uma

equação do 1° grau para responder corretamente o problema dos dois livros.

Algo a se destacar é sobre o processo heurístico, como já dito, em Bianchini ele aparece com seus tipos, porém, em Silveira (2015), nenhum problema desse tipo foi encontrado. O problema de quebra-cabeça foi encontrado também nas duas obras, exibindo menos enunciados em Bianchini (2015), ocupando assim o último lugar com três problemas, já em Silveira (2015), se desconsiderarmos o processo heurístico que não apareceu, e contar apenas com os que apareceram, esse ocupa também a última posição, com cinco problemas. O gráfico 6 apresenta essa comparação entre as coleções de 2015.

Gráfico 3 – Comparação de enunciados identificados ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Bianchini e Silveira de 2015.



Fonte: De própria autoria, 2023.

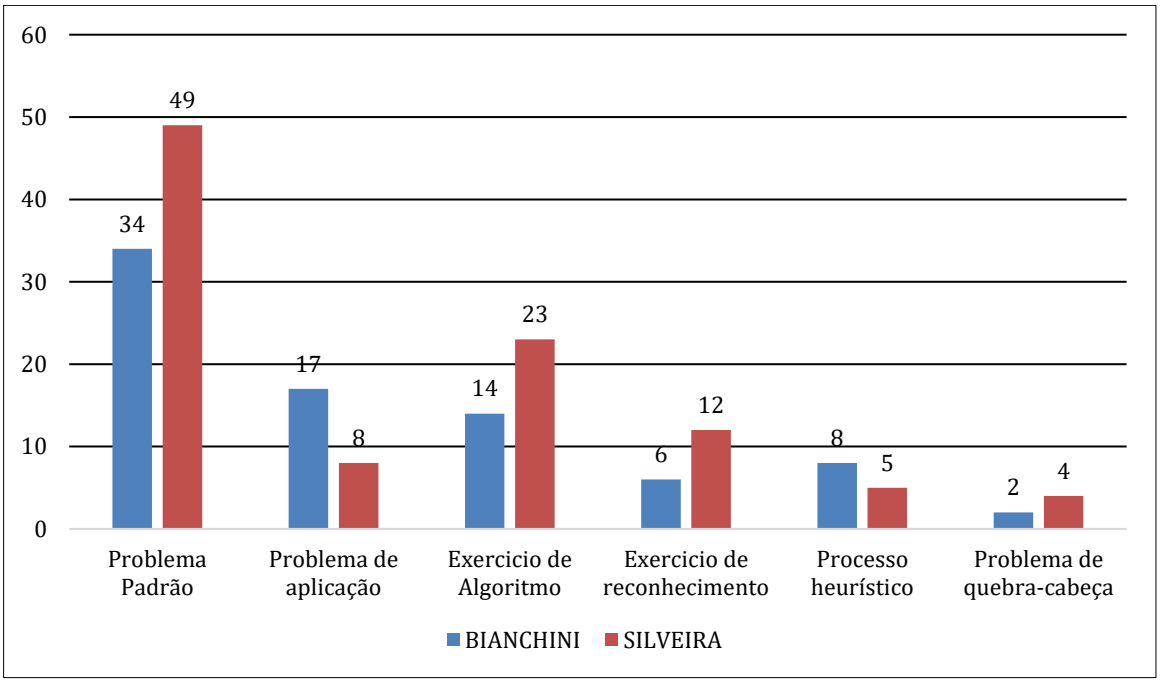
Além dos fatos citados anteriormente, outro evento diz respeito à quantidade de enunciados de todos os livros verificados, pois tanto o livro de Bianchini (2015), quanto Silveira (2015) apresentam mais enunciados que o mesmo livro do ano de 2018. Essa mudança se dá, acredito, por ambos os autores perceberem que, para que o aluno aprenda, não necessariamente é necessário quantidade, mas sim qualidade. Dessa forma, comparei as coleções 2018, para melhor compreender a mudança sobre as quantidades, e se modificaram as semelhanças e diferenças que identifiquei nos livros de 2015.

As mudanças foram poucas, o problema padrão continuou sendo o mais encontrado nas obras, com trinta e quatro, dos oitenta e um em Bianchini (2018) e quarenta e nove dos cento e um em Silveira (2018). Algo que notei foi que as duas obras diminuíram a quantidade de enunciados em comparação à edição passada. Quanto aos demais problemas, houve pouca mudança na posição.

O exercício de algoritmo, em Silveira (2018), continuou ocupando a segunda posição com vinte e três problemas, já Bianchini (2018) traz o problema de aplicação ocupando essa posição, com dezessete problemas.

Ocupando o terceiro lugar em Silveira (2018) aparece novamente o problema de reconhecimento, ou seja, a sequência pouco mudou. Um destaque que chamou a atenção foi sobre o processo heurístico, esse aparecendo agora nas duas obras, com oito enunciados em Bianchini (2018) e cinco em Silveira (2018). O quebra-cabeça é pouco utilizado pelos autores, isso nas duas edições, sendo o menos utilizado nas obras. O gráfico 7 aborda com mais clareza as quantidades encontradas.

Gráfico 4 - Comparação de enunciados identificados ao abordar a equação do 1° grau nos livros de Bianchini e Silveira de 2018.



Fonte: De própria autoria, 2023.

Diante dos gráficos expostos anteriormente é evidente que a BNCC proporcionou algumas mudanças nos pensamentos dos autores, essa observação fica clara quando se olha para o processo heurístico, esse que tem o papel de relação à Matemática com outras áreas, além de

buscar desenvolver a criticidade, a criatividade do aluno. Porém, é preciso ressaltar que essas mudanças foram abaixo do esperado, por esse problema estar entre os dois menos utilizados em Silveira, e entre os três menos utilizados em Bianchini.

Além disso, Bianchini, em suas obras, busca problemas mais contextualizados, como o padrão, o de aplicação, que são os dois mais identificados, enquanto Silveira, nas duas edições, mesmo trazendo o padrão em maior quantidade, apresenta o exercício de algoritmo em segundo lugar, com quase o dobro de enunciados, se comparado ao terceiro. Além disso, essa observação pode ser verificada, pois os problemas de aplicação são muito pouco usados: dos duzentos e trinta encontrados nas duas obras de Silveira, apenas dezessete são desse tipo.

Dessa maneira, a partir do exame podemos destacar que, para o ensino de equações do 1º grau com uma incógnita proposto nos livros Matemática Bianchini e Matemática Compreensão e Prática os autores ainda têm dado pouca ênfase aos problemas heurísticos e de aplicação e enfatizam os problemas padrão.

CONSIDERAÇÕES

Com o objetivo de comparar tipos de enunciados de problemas matemáticos na abordagem de Equação do 1° Grau nos livros didáticos Matemática Bianchini e Compreensão e Prática (PNLD 2017 e 2020), foram tomados, como fonte de pesquisa, os exemplares do sétimo ano. Para a concretização do objetivo foram realizadas algumas etapas, a primeira foi a tipificação dos enunciados que foram iniciadas entre as edições de um mesmo autor, apresentando por tipos de problemas e em seguida entre os dois livros. A segunda foi a comparação dos problemas identificados nos exemplares das obras, assim como também a comparação entre os exemplares das coleções.

Nos exemplares da coleção Matemática Bianchini foram identificados cento e setenta e um problemas, sendo noventa problemas no livro de 2015 e oitenta e um na versão de 2018. Dos problemas identificados, foi possível constatar nos enunciados que o problema padrão foi o mais utilizado pelo autor, com sessenta e nove enunciados dos cento e setenta e um problema, seguido do problema de aplicação com quarenta e dois enunciados.

No tocante aos exemplares da coleção Matemática Compreensão e Prática, de Silveira, foram identificados duzentos e trinta problemas nas edições, sendo cento e vinte e nove na edição de 2015 e cento e um problemas no exemplar de 2018. Desses, o problema padrão foi o mais identificado em ambos os livros, com setenta e sete na obra de 2015 e quarenta e nove em 2018. Como já relatado ao longo da pesquisa, o autor traz o problema de algoritmo em segunda posição, com vinte e quatro em Silveira (2015) e vinte e três problemas no exemplar de 2018.

Ao observar esses quantitativos e compará-los, foi possível constatar que existem alguns elementos de aproximação entre os exemplares das obras, um deles é que o problema padrão é o tipo mais adotado pelo autor.

Dessa maneira, a partir da comparação dos dados da tipificação, foi possível evidenciar que nos exemplares de Bianchini as semelhanças estão presentes em todo momento referente à equação do 1° grau, o que se deve ao fato de que dos oitenta e um problemas tipificados em Bianchini (2018), apenas quatro não são iguais a Bianchini (2015), todo o restante é igual. Com a ressalva de que foram modificados detalhes, como posição e cor de fundo. Ocorrendo assim também nos livros de Silveira, pois a maioria dos problemas identificados na edição 2018 estavam presentes em 2015.

Sobre os elementos de distanciamento, foram poucos, já que as obras seguem o mesmo modelo. Uma das diferenças entre as obras de Silveira e Bianchini diz respeito à quantidade de

enunciados, pois nos dois livros de Silveira eles têm mais enunciados que os de Bianchini. Outro distanciamento é que em ambos os exemplares de 2018 os autores apresentam menor quantidade que o de 2015. Além de que a coleção Matemática Compreensão e Prática apresenta uma queda de mais de cinquenta por cento dos enunciados entre o primeiro mais identificado e o segundo, já Bianchini, nas suas obras, a diferença é a metade em 2018, e em 2015 eles têm uma redução de aproximadamente trinta por cento, do primeiro ao segundo.

Portanto, observa-se que, nos exemplares dos livros Matemática Bianchini e Matemática Compreensão e Prática, o ensino de equações do 1º grau com uma incógnita é abordado com pouca ênfase nos problemas heurísticos, enquanto os autores dão maior destaque aos problemas padrão.

Por fim, um ponto interessante a ser investigado em uma outra pesquisa é se os professores adotam tipos diferentes de enunciados de problemas para elaborar e planejar suas atividades didáticas, e ainda se os tipos de problemas são utilizados para a adoção da resolução de problema como uma metodologia.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHI et al. **Resolução de Problemas:** teoria e prática. São Paulo: Paco editorial, 2014. p. 35-52.

ATAYDE, A. F. **A abordagem da noção de função nos livros didáticos: possibilidades de investigação, exploração, problemas e exercícios.** 2010. 83 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini.** 8. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini.** 9. ed. São Paulo: Moderna, 2017.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Histórico do Livro Didático.** Disponível em http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livrodidatico/historico. Acesso em 09/08/2023.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Coronavírus.** Disponível em: https://www.gov.br/saude/pt-br/coronavirus. Acesso em: 28/06/2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos**: PNLD: Matemática: Ensino Fundamental: Anos Finais. 2017.

CORÁ, J. R. **Análise da inserção da resolução de problemas identificada em livros didáticos de matemática do ensino Fundamental.** 2019. 144 f. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, PR, 2019.

DANTE, L. R. Livro didático de Matemática: Uso ou abuso? In: **Em Aberto**, v. 16, n. 69, p. 83-90. jan/mar. 1996.

FRANÇA, J. M. **Entendimento(s) sobre a resolução de problemas a partir do PNLD de matemática do ensino fundamental (2002 a 2020)**. 2022. 83f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2022.

FEITOSA, K. X. **Uma proposta didática de resolução de problemas na matemática: escrever para entender, entender para resolver.** 2015. 90 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

HALMOS, P. The Heart of Mathematics. **The American Mathematical Monthly**, v. 87, 1980.

KLIEMANN, G. L. **Potencialidades e limitações de material didático para explorar resolução de problemas matemáticos.** 2015. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, jan. 2015.

LAJOLO, M**. Livro didático:** um (quase) manual de usuário. Em Aberto, Brasília, v. 16, n. 69, jan./mar. 1996.

LOPES, Jairo de Araujo. **Livro didático de matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática.** 2000. 264 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas, SP.

LUCENA, A. V. **Uma proposta metodológica para o ensino de Equação de 1º Grau por meio da resolução de problemas de idade**. João Pessoa, 2020.

OLIVEIRA, L. M. **O ensino da matemática via resolução de problemas proposto em materiais didáticos para o oitavo ano dos Anos Finais.** 2012. 87 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, La. Rosa.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensinoaprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org). **Educação Matemática** - pesquisa em movimento. 2.ed. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231.

ONUCHIC, L.R. **A resolução de problemas na educação matemática:**onde estamos? E para onde iremos? Espaço pedagógico, v.20., n.1, p. 88-104, 2013.

ONUCHIC, L. L. R; LEAL JUNIOR, L.C. **A influência da Leitura na Resolução de Problemas:** Problemas de sentidos, significados, interesses e motivações. Rematec, 2016.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araujo. 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P. et al. **Didáctica da Matemática**. Lisboa: DES do ME. 1997.

SECKLER, D. M. **O ensino de função polinomial do 1º grau na oitava série dos anos finais: um trabalho com situações do cotidiano.** 2010. 81 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, 2010.

SILVA, A. F. **A concepção da habilidade de resolução de problemas aritméticos em livros didáticos dos Anos Finais: um olhar sob a concepção histórico-culturalista.** 2021. 165f. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2021.

SILVA, J. A. **O ensino das equações do 1º grau nos Anos Finais com o uso de balanças**. Monografia. UFPB. Araruna – PB, 2014.

SILVA, J. P. **As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo equações do 1o grau para linguagem algébrica.** Monografia. Itaporanga - PB, 2011.

SILVEIRA, Ê. **Matemática:** compreensão e prática. – 3 ed. São Paulo. Moderna, 2015.

SILVEIRA, Ê. Matemática: compreensão e prática. – 5 ed. São Paulo. Moderna, 2018.
SKOVSMOSE.**O Cenários para investigação**. Publicado em Bolema, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

SOUZA, C. R. **Os livros didáticos de matemática, a variedade de problemas propostos e o Binômio de Newton.** 2019. 181 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2019.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum**.** In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving.** Reston: NCTM, 1989. p. 1-22.

TRINDADE, D. A. **Entendimento(s) sobre o uso da resolução de problemas matemáticos: O caso de professores de Matemática do 6º ao 9º da rede municipal de Aracaju-SE.** 2012. 121f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2012.