



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
CAMPUS PROF. ALBERTO CARVALHO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DE ITABAIANA – DMAI

DÊNISON BISPO DOS SANTOS

**DIFICULDADES APRESENTADAS POR ESTUDANTES DO 7º ANO NAS
RESOLUÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS**

Itabaiana – SE
2024

DÊNISSEON BISPO DOS SANTOS

**DIFICULDADES APRESENTADAS POR ESTUDANTES DO 7º ANO NAS
RESOLUÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática de Itabaiana da Universidade Federal de Sergipe, como requisito avaliativo para obtenção de grau de licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Teresa Cristina Etcheverria.

Itabaiana – SE
2024

DÊNISON BISPO DOS SANTOS

**DIFICULDADES APRESENTADAS POR ESTUDANTES DO 7º ANO NAS
RESOLUÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal de Sergipe, ao
Departamento de Matemática de Itabaiana, como requisito avaliativo para obtenção de grau de
licenciado em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Teresa Cristina Etcheverria (Orientadora)
Universidade Federal de Sergipe

Viviane de Jesus Lisboa Aquino
Universidade Federal de Sergipe

Silvânia da Silva Costa
Universidade Federal de Sergipe

Resultado: _____

Data: ____/____/____

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por estar sempre ao meu lado, protegendo, acolhendo e me mostrando razões para continuar. Sou grato por me fazer acreditar que sou capaz de vencer. Sem Ele, não teria superado as limitações e as barreiras, o que culminou em minha vitória. A Ele, toda honra e toda glória!

Agradeço à minha família, especialmente à minha mãe, Erineide, e à minha avó, Maria Ercília, por não medirem esforços para que eu tivesse acesso a uma educação de qualidade e por me fortalecerem cada dia. À minha irmã, Karlah, sou imensamente grato pelo incentivo constante, por sempre acreditar em mim, por nunca duvidar da minha capacidade e por celebrar cada conquista minha ao longo desta jornada. Meu muito obrigado por tudo e por tanto!

À minha orientadora, Teresa Cristina Etcheverria, minha profunda gratidão pela parceria e pelo apoio, tanto nas disciplinas quanto neste trabalho de conclusão de curso. Agradeço pela preocupação ao longo de toda a minha trajetória, pela paciência, pelo carinho e pelos abraços que transmitem uma energia radiante, trazendo calma e tranquilidade nos momentos mais desafiadores. Muito obrigado por ser essa mulher incrível que contribuiu de forma significativa para o meu crescimento profissional e que se tornou uma verdadeira mãe para mim.

A todos os meus amigos e companheiros de curso que fizeram presente nessa caminhada, sempre me ajudaram e me incentivaram nas disciplinas e nos momentos em que o emocional não estava bem, em especial Dilene, Ítala, Jeferson, Júnior, Suelaine, Juliana e tantos outros amigos que fiz no curso.

Aos professores do curso que contribuíram para minha formação de diferentes maneiras, seja apoiando, ensinando e incentivando, em especial, agradeço a Teresa, Érica, Viviane, Rafael e Marta que estiveram sempre prestativos nas minhas dificuldades.

Aos meus amigos de pesquisa, Larissa, Ronaelton e Graziela, minha gratidão por compartilharmos juntos esta jornada desafiadora, repleta de aprendizados e trocas de conhecimento essenciais. Foram momentos marcados por gargalhadas, apoio mútuo e até mesmo pelos inevitáveis surtos durante os almoços no Restaurante Universitário - RESUN. Muito obrigado por tudo!

Agradeço à equipe escolar que acolheu e apoiou o desenvolvimento do meu estágio e a coleta de dados desta pesquisa. Meu especial agradecimento à diretora, por ceder o espaço, à professora, por disponibilizar suas aulas e acreditar na minha proposta, e aos participantes do

estudo, cujo envolvimento foi essencial. Sem vocês, a continuidade desta pesquisa não seria possível. Meu sincero muito obrigado!

Em especial ao meu namorado Jeferson, cuja presença ilumina os momentos mais desafiadores e dá sentido a cada vitória conquistada. Pelo amor que me oferece, pela compreensão diante das minhas falhas, pela paciência em cada etapa do caminho, pelo carinho constante e pelo incentivo que me impulsiona a seguir em frente. Obrigada por ser mais do que um namorado, por ser meu companheiro fiel em cada dificuldade enfrentada e em cada conquista celebrada. Sua força e dedicação são essenciais na minha jornada.

Expresso minha gratidão a todas as pessoas que, de alguma forma, estiveram presentes na minha trajetória, seja por meio de palavras encorajadoras, ensinamentos importantes ou simples gestos de apoio que marcaram minha caminhada. Cada contribuição, direta ou indireta, foi fundamental para que eu pudesse alcançar essa conquista. Carregarei comigo, para sempre, as lições e o impacto positivo que cada um deixou em minha vida.

RESUMO

Nesta pesquisa trazemos para discussão uma proposta de ensino de situações aditivas, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud (2009). O trabalho teve como objetivo identificar as dificuldades dos estudantes do 7º ano do ensino fundamental na resolução de situações-problema envolvendo adição e subtração de números inteiros. A intervenção de ensino foi realizada com estudantes de uma turma de 7º ano do ensino fundamental de uma escola estadual no município de Itabaiana/SE. Fizemos uso da abordagem qualitativa. Para a coleta de dados fizemos duas aplicações de um instrumento com problemas envolvendo situações aditivas do conjunto dos inteiros e, ainda, registros de áudios e imagens durante as onze aulas desenvolvidas com a turma. Os resultados nos mostraram evidências de que o uso dos recursos materiais: fichas coloridas e reta numérica, pode colaborar para a aprendizagem das operações de adição e subtração com números inteiros. Também, que as dificuldades encontradas na resolução dos problemas foram: números aleatórios; interpretação do problema; interpretação do gráfico; falta de atenção; ausência do sinal do número; falta de conhecimento sobre os inteiros, e que, apesar das dificuldades iniciais na interpretação dos problemas, ao compararmos os resultados presentes na primeira e na segunda aplicação do instrumento, verificamos que houve um avanço no desempenho dos estudantes.

Palavras-chave: Números Inteiros; Ensino Fundamental; Situações-problemas; Operações de adição e subtração.

ABSTRACT

In this research, we present a teaching proposal for additive situations, grounded in Vergnaud's Theory of Conceptual Fields (TCF) (2009). The study aimed to identify the difficulties faced by 7th-grade elementary school students in solving problem situations involving the addition and subtraction of integers. The teaching intervention was conducted with 7th-grade students from a state school in the municipality of Itabaiana, SE, Brazil. We adopted a qualitative approach. Data collection involved two applications of an instrument containing problems related to additive situations within the set of integers, as well as audio and video recordings made during the eleven lessons conducted with the class. The results provided evidence that the use of material resources, such as colored cards and number lines, can support the learning of addition and subtraction operations with integers. Additionally, the main difficulties encountered in solving the problems were: random numbers; problem interpretation, graph interpretation, lack of attention, lack of the number sign, lack of knowledge about integers. Despite the initial challenges in interpreting the problems, a comparison of the results from the first and second applications of the instrument revealed an improvement in the students' performance.

Keywords: Integers; Elementary Education; Problem Situations; Addition and Subtraction Operations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Resposta do estudante A28.....	29
Figura 2: Resposta do item “f” do estudante A10.....	30
Figura 3: Resposta do problema 1 do estudante A9.....	33
Figura 4: Resposta do item “a” do estudante A19	34
Figura 5: Resposta do item “a” e “b” do estudante A17	34
Figura 6: Resposta do item “c” do estudante A11	35
Figura 7: Resposta do problema 2 do estudante A2.....	35
Figura 8: Resposta do problema 1 estudante A25.....	36
Figura 9: Reta numérica	37
Figura 10: Resposta do item “a” do estudante A3	38
Figura 11: Resposta do item “b” do estudante A30	39
Figura 12: Resposta do item “c” do estudante A18	39
Figura 13: Resposta do item “d” do estudante A3	40
Figura 14: Resposta do item “a” do estudante A5	40
Figura 15: Resposta do item "c" da estudante A9.....	41
Figura 16: Resposta do problema 2 do estudante A6.....	42
Figura 17: Resposta do P1a do estudante A10.....	51
Figura 18: Resposta do P3 do estudante A4.....	51
Figura 19: Resposta do P3 do estudante A13.....	52

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Desempenho geral dos estudantes por instrumento	45
Gráfico 2: Dificuldades apresentada por estudantes na 1º aplicação	48
Gráfico 3: Dificuldades apresentada pelos estudantes na 2ª aplicação	50

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Cronograma da trajetória de ensino	21
---	----

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1. TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS – CAMPO CONCEITUAL ADITIVO.....	15
2. ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS E O USO DE RECURSOS MATERIAIS	18
3. METODOLOGIA	21
3.1 Contexto escolar.....	22
3.1.1 A Escola.....	22
3.1.2 O grupo de Alunos.....	23
3.2 Instrumento Aplicado.....	23
4. TRAJETÓRIA DA EXPERIÊNCIA DE ENSINO.....	26
1ª aula.....	26
2ª aula.....	26
3ª aula.....	28
4ª aula.....	30
5ª aula.....	31
6ª aula.....	32
7ª aula.....	34
8ª aula.....	36
9ª aula.....	37
10ª aula.....	40
11ª aula.....	42
5. A ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ESTUDANTES	45
5.1 Análise do desempenho dos estudantes no instrumento aplicado.....	45
5.2. Análise das dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução dos problemas.....	47

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	53
8. REFERÊNCIAS.....	54
9. APÊNDICES.....	57
9.1 Declaração de anuência para a diretora.....	57
9.2 Termo de consentimento para a professora.....	58

INTRODUÇÃO

Devido à influência de um paradigma social, no qual o conhecimento matemático é concebido como algo pronto e de difícil aprendizagem, muitos estudantes afirmam não gostar de matemática e apresentam dificuldades para aprender os conceitos matemáticos. Isso resulta em uma visão distorcida da matemática que é passada de uma geração para outra, levando-a a ser, erroneamente, considerada uma disciplina altamente complexa, que se baseia na memorização de regras.

Lembro que quando estudava na Educação Básica, mais especificamente no ensino fundamental, meus amigos relatavam que tinham dificuldade em operar com números inteiros, principalmente em utilizar e compreender as regras referentes ao conhecido “jogo dos sinais”, como por exemplo, entender por que o produto entre dois números negativos resulta em um positivo. Assim, segundos eles, por conta dessas dificuldades acabavam não aprendendo os assuntos posteriores, tais como, produtos notáveis e operações com polinômios.

Com isso, é possível que as dificuldades relatadas por esses estudantes estejam relacionadas à falta de compreensão dos conceitos envolvidos no estudo desse tema. Segundo Ferreira (2024), a transição repentina para o ensino remoto revelou desigualdades estruturais no sistema educacional brasileiro, destacando dificuldades no acesso à tecnologia, na preparação pedagógica e na infraestrutura disponível para estudantes e professores. Essas lacunas, deixadas pela forma como o ensino foi conduzido durante o período pandêmico da Covid-19, reforçam a necessidade de trabalhar os conceitos relacionados às operações com números inteiros.

Ademais, minhas experiências no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) e na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática, trouxeram oportunidade de ir em uma escola e me pôr no lugar de professor e com isso vivenciar situações que confirmam os relatos de alguns amigos professores, sobre o aumento das dificuldades dos alunos, deixando ainda mais evidente a necessidade de ser trabalhado ou reforçado esses conteúdos. Considerando-se que eles são relevantes e essenciais, não só para o estudo de outros conteúdos matemáticos, como também por sua utilidade em situações do cotidiano, ao carregarem essas dificuldades para os anos escolares seguintes, os estudantes podem se tornar dependentes de calculadoras ou deixam de avançar por conta dessa deficiência.

Dessa forma, junto com minha orientadora, instigados por essa realidade e desejosos de contribuir nela, definimos a seguinte questão de pesquisa: *Quais dificuldades são apresentadas por estudantes do 7º ano do ensino fundamental em suas estratégias resolutivas envolvendo os processos operatórios de adição e subtração inseridas no conjunto dos Números Inteiros?*

E para responder a esse questionamento, temos como objetivo geral deste estudo: *Identificar as dificuldades dos estudantes do 7º ano do ensino fundamental na resolução de situações-problema envolvendo adição e subtração de números inteiros*. E como objetivos específicos: *aplicar atividades para o ensino da adição e subtração dos Números Inteiros com a utilização de recursos materiais, como fichas coloridas e a reta numérica; e identificar as dificuldades nas estratégias resolutivas apresentadas por estudantes envolvendo os processos operatórios de adição e subtração, inseridas no conjunto dos Números Inteiros*.

Para tanto, foi desenvolvida uma proposta que faz uso de recursos materiais no ensino das operações de adição e subtração de números inteiros com estudantes de uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental.

Ao longo deste trabalho estão inclusos os seguintes tópicos: a introdução, que inclui a justificativa da escolha do tema e os objetivos deste trabalho; os pressupostos teóricos; a metodologia; as análises; e as considerações finais.

1. TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS – CAMPO CONCEITUAL ADITIVO

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), conforme concebida por seu criador, o francês Gérard Vergnaud, se apresenta como “uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento daquelas que relevam as ciências e as técnicas” (Vergnaud, 1996, p. 155). De acordo com o autor, o funcionamento cognitivo do aluno se manifesta durante a execução das operações, uma vez que elas refletem a estrutura cognitiva construída. A TCC se baseia na premissa de que a compreensão de um conceito ou conhecimento ocorre por meio da resolução de situações problemáticas que envolvem esse conceito ou conhecimento (Grenier, 2007).

Dentro dessa visão, o conceito assume um papel crucial na TCC, sendo descrito por Vergnaud (1990) como uma tríade de conjuntos $C = \{S, I, R\}$, no qual:

- S – representa o conjunto de situações que atribuem significado ao conceito;
- I – representa o conjunto dos elementos invariáveis que sustentam a funcionalidade dos esquemas;
- R – representa o conjunto das expressões verbais e não verbais que possibilitam a representação simbólica do conceito, suas características, situações e métodos de manipulação.

A TCC traz uma abordagem na qual os assuntos devem ser explorados considerando-se o campo conceitual que os abrangem. Vergnaud define o campo conceitual como “um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns ao outro e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição” (Vergnaud, 1982, p. 40).

Para o referido pesquisador, o conhecimento está estruturado em campos conceituais, cuja compreensão completa por parte do estudante requer um longo período, baseado em sua experiência, desenvolvimento e aprendizado. A sugestão de estudar um campo conceitual em vez de um único conceito se justifica pelo fato de que, em qualquer situação-problema, os conceitos nunca aparecem de forma isolada.

Não é recomendável abordar esses conceitos de forma isolada, pois, de acordo com o autor, todo conceito está inserido em um campo conceitual. Segundo Vergnaud (1990), o campo conceitual das estruturas aditivas é composto por um conjunto de situações que envolvem adição, subtração ou ambas as operações. Dessa forma, o autor organiza essas situações em categorias que exploram as ideias de juntar, retirar, transformar e comparar, e as identificou da seguinte forma:

- I. a composição de duas medidas numa terceira;

- II. a transformação (quantificada) de uma medida inicial numa medida final;
- III. a relação (quantificada) de comparação entre duas medidas;
- IV. a composição de duas transformações;
- V. a transformação de uma relação;
- VI. a composição de duas relações. (Vergnaud, 1996, p. 172)

Cada uma dessas categorias aborda conceitos diversos e que podem estar articulados, como no caso das três últimas categorias (composição de duas transformações, a transformação de uma relação, composição de duas relações), nas quais se faz necessário mais de uma operação para que a situação seja resolvida ou como nas três primeiras categorias (composição, transformação e comparação) nas quais a solução envolve somente uma operação, ou seja, ou adiciona ou subtrai.

As situações presentes nas categorias podem apresentar graus variados de complexidade. Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2008) contribuem nessa discussão ao identificarem os diferentes níveis de dificuldade presentes nas três primeiras categorias apresentadas por Vergnaud (1996). Esses níveis são categorizados como:

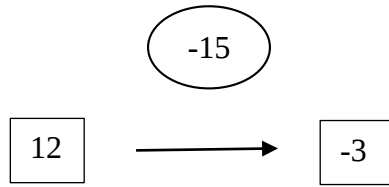
- Protótipo: Problemas de baixa complexidade, nos quais a relação entre o todo e suas partes é direta e facilmente compreendida pelas crianças, mesmo antes da escolarização formal.
- 1ª Extensão: Problemas que introduzem uma camada adicional de complexidade, exigindo maior elaboração cognitiva para serem resolvidos.
- 2ª Extensão: Problemas que apresentam desafios ainda mais complexos, demandando habilidades avançadas de interpretação e resolução.
- 3ª Extensão: Problemas de alta complexidade, nos quais as relações entre os elementos são mais abstratas e requerem um nível elevado de compreensão conceitual.
- 4ª Extensão: Problemas de máxima complexidade dentro dessa classificação, envolvendo múltiplas etapas e relações abstratas que desafiam significativamente as capacidades de resolução dos alunos.

Para as autoras, a categoria composição apresenta dois níveis de complexidade (protótipo e 1ª extensão); a transformação contempla três níveis de complexidade (protótipo, 1ª extensão e 4ª extensão) e a comparação também três (2ª extensão, 3ª extensão e 4ª extensão).

Nesta pesquisa são trabalhadas situações-problema envolvendo as categorias de transformação e comparação. A seguir apresentamos situações que ilustram essas duas categorias.

a) Exemplo de um problema da categoria transformação:

Em uma determinada cidade a temperatura é de 12°C. Indique a nova temperatura se o termômetro baixar 15°C (Andrini e Vasconcellos, 2015, p. 59, adaptado).

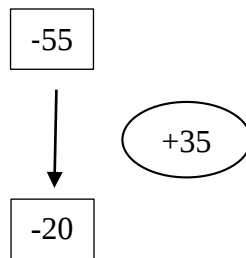


Equação de resolução corresponde: $12 - 15 = -3$

Esse processo mostra a diferença entre o estado inicial (12°C) e a transformação da temperatura quando diminui em 15°C , descobrindo o estado final (-3°C).

b) Exemplo de um problema da categoria comparação

Na Antártida, no inverno, a temperatura pode variar de -20°C a -55°C . Qual dessas temperaturas é a menor? Qual é a variação entre as temperaturas? (Gay; Silva, 2018, p. 36, adaptado)



Equação de resolução corresponde: $(-20) - (-55) = +35$, sendo -55 a menor temperatura.

Esse exemplo de resolução demonstra a relação entre o referido e o referente, destacando a diferença entre ambos.

As situações de transformação e comparação ilustram como situações-problema podem ser utilizadas para desenvolver e compreender a estrutura cognitiva dos alunos, indo além da memorização de regras e fórmulas. Esse enfoque permite que o estudante desenvolva uma compreensão mais profunda dos conceitos, ao interagir com problemas que refletem o uso prático dos números inteiros em contextos reais e matemáticos. Assim, a TCC busca promover um aprendizado significativo, alinhado a práticas pedagógicas que valorizam o desenvolvimento gradual e integrado dos campos conceituais.

2. ENSINO DOS NÚMEROS INTEIROS E O USO DE RECURSOS MATERIAIS

Historicamente, segundo Santos (2008) e Sá e Anjos (2011), os números inteiros tiveram sua origem na Idade Antiga, por volta de 1500 a.C., quando surgiram sistemas de equações lineares que exigiam o uso desse conjunto numérico para serem resolvidos. Embora a ideia dos números inteiros fosse considerada um tanto artificial na época, já existiam referências às regras de sinais.

Na Idade Média, ocorreu a primeira tentativa de sistematizar a aritmética envolvendo números inteiros negativos. No entanto, as soluções negativas de equações quadráticas ainda não eram aceitas, pois geravam estranhamento por não corresponderem a números quadrados perfeitos (Struik, 1997; Sá; Anjos, 2011).

Na Idade Moderna, ainda havia resistência por parte de alguns matemáticos em relação ao uso de números negativos. Cardano (1501-1576) e Descartes (1596-1650) os consideravam "números falsos", enquanto Fermat (1601-1665) rejeitava raízes negativas como soluções de equações. Euler (1707-1783) e D'Alembert (1717-1783) também enfrentaram dificuldades em conceber a ideia de números menores que zero. McLaurin (1894-1968), embora aceitasse números negativos, não demonstrava uma compreensão clara das operações envolvendo esses números. No entanto, foi a partir de seus estudos que se formulou pela primeira vez uma abordagem sistemática para as regras de sinais. Somente no século XVIII, os números inteiros passaram a ter uma representação geométrica, utilizando segmentos em direções opostas (Pontes, 2010; Sá; Anjos, 2011).

Atualmente, o documento que rege e orienta os currículos da Educação Básica é a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), no entanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1998) já contemplavam o bloco de conteúdo denominado "Números e Operações", no qual os números inteiros apareciam como "Números Inteiros positivos e negativos" (Brasil 1998, p. 38).

Segundo a BNCC, o estudo dos Números Inteiros deve abranger, no mínimo, seus usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações, conforme orientado na seção de Matemática do Ensino Fundamental. Ademais, espera-se que os alunos do ensino básico desenvolvam duas habilidades específicas relacionadas ao entendimento dos Números Inteiros, sendo elas:

(EF07MA03) Comparar e ordenar Números Inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico; associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração;

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com Números Inteiros. (Brasil, 2018, p. 307)

De acordo com a BNCC, as habilidades mencionadas são importantes para o ensino dos números inteiros, pois envolvem situações do cotidiano, que possa ajudar a promover uma compreensão mais contextualizada.

Por outro lado, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam que, antes de terem noção sobre o conjunto dos números inteiros, os alunos geralmente acreditam que os sinais de mais e menos são usados apenas para indicar adição e subtração. Por isso, os primeiros contatos com a notação dos números inteiros costumam ser desafiadores para muitos estudantes.

Adicionalmente, percebe-se que os alunos enfrentam dificuldades ao lidar com números negativos, o que revela uma lacuna em relação à competência esperada pela BNCC. Sá e Anjos (2001) essa dificuldade pode ser atribuída ao fato de que os números negativos surgiram a partir de necessidades internas da Matemática, especialmente na álgebra, ao contrário dos números naturais, que emergiram de demandas práticas, como a contagem.

Somando a essas dificuldades, Megid (2001) identificou, em seu estudo sobre números inteiros que: 1) alguns estudantes têm dificuldade em distinguir entre o número -1 e a operação de subtração; 2) ao realizar a operação $25 - (-4) = 17$, muitos interpretam erroneamente os dois sinais negativos como subtrair 4 de 25 duas vezes; 3) há uma aplicação incorreta da regra dos sinais, conhecida como assimilação deformante (Chakur, 2015), na qual os alunos utilizam a regra em contextos inadequados.

Ainda, Chakur (2015) aponta que muitos livros didáticos não promovem um ensino apropriado desse conteúdo, tornando essencial o uso de recursos materiais. Nesse viés, Fagundes (1977, p. 2) ressalta que “[...] a matemática deve ser considerada um conjunto de relações” e afirma que os recursos materiais podem contribuir para a construção dessas relações.

Nessa perspectiva, ao apoiar o uso de recursos materiais, Fiorentini e Miorim (1990, p. 4) argumentam que “nada deve ser apresentado à criança sem antes proporcionar uma situação concreta que a leve a agir, pensar, experimentar e descobrir, para então avançar para a abstração”. Entretanto, espera-se que, ao final do período de experimentação, os alunos consigam realizar as operações sem o auxílio dos materiais, avançando para uma fase de desenvolvimento voltada para a abstração (Costa, 2011; Costa, 2017).

Segundo Fiorentini e Miorim (1990), o uso de recursos materiais possibilita a experimentação de hipóteses e a formulação de conclusões com base nas experiências realizadas. Além disso, Fagundes (1977) argumenta que esses materiais favorecem a vivência de experiências que permitem aos alunos o desenvolvimento de abstrações empíricas e reflexivas e avancem para níveis mais elevados de abstração.

Com base nos estudos de Fiorentini e Miorim (1990), Costa (2011, 2017) e Fagundes (1977), que ressaltam a importância e as contribuições do uso de recursos materiais, esta pesquisa opta por utilizar fichas coloridas e a reta numérica como ferramentas de ensino.

A exploração de situações concretas e a utilização de recursos materiais são fundamentais para a compreensão das operações com números inteiros, pois permitem que os alunos visualizem e experimentem o conteúdo de maneira prática. Quando essa abordagem está alinhada com as diretrizes dos documentos oficiais, como a BNCC e os PCN, ela se torna ainda mais proveitosa, promovendo uma aprendizagem que não apenas facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também os conecta diretamente à sua aplicação no cotidiano.

3. METODOLOGIA

O presente trabalho tem uma abordagem qualitativa, uma vez que queremos identificar as dificuldades dos estudantes do 7º ano do ensino fundamental na resolução de situações-problema envolvendo adição e subtração de números inteiros. Por outro lado, fazemos uso de dados quantitativos para buscarmos indícios de mudanças nas estratégias utilizadas pelos estudantes e no desempenho deles nas atividades envolvendo os processos operatórios da adição e da subtração de números inteiros.

Para a coleta de dados usamos a pesquisa de campo, pois os dados foram coletados por meio da participação do pesquisador “no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas” (Fiorentini e Lorenzato, 2006, p. 112). Dessa forma, a compreensão no desempenho e as dificuldades dos estudantes no processo resolutivo será acompanhado de perto.

A pesquisa foi realizada na cidade de Itabaiana/SE, em uma turma do 7º ano do ensino fundamental de uma Escola Estadual. Durante as aulas foi realizada a coleta dos dados com vistas a identificar as dificuldades dos estudantes no aprendizado das operações com números inteiros. O dia e tempo de aula esteve de acordo com o disponibilizado pela professora de Matemática da turma.

A seguir apresentamos o Quadro 1, que apresenta um cronograma da trajetória de ensino, indicando a quantidade de aulas, as atividades desenvolvidas, a duração de cada aula e o número de alunos presentes em cada uma delas.

Quadro 1: Cronograma da trajetória de ensino

Aulas	Atividades	Tempo de realização	Alunos presentes
1ª	Primeira aplicação do instrumento.	50 minutos	24
2ª	Situação-problema, sistematização do conjunto dos números inteiros e explicação do que é e como usar as fichas coloridas.	30 minutos	20
3ª	Atividade das operações de soma e subtração com o uso das fichas coloridas.	30 minutos	21
4ª	Correção da atividade envolvendo as operações de soma e subtração com uso das fichas coloridas.	50 minutos	22

5 ^a	Discussões sobre a atividade da aula anterior e como foi utilizado o material. Resolução de operações de adição e subtração.	50 minutos	20
6 ^a	Resolução de situações-problema com o auxílio das fichas coloridas.	30 minutos	19
7 ^a	Resoluções de situações-problema sem o auxílio das fichas coloridas.	50 minutos	26
8 ^a	Resolução de uma situação-problema e sistematização do conceito de reta numérica, incluindo instruções sobre como construí-la.	50 minutos	21
9 ^a	Retomada da resolução de situações com o uso de fichas. Discussão sobre a representação de situações numéricas na reta.	50 minutos	23
10 ^a	Resoluções de problemas com o uso da reta numérica.	50 minutos	27
11 ^a	Resolução de problema que envolve a subtração de números inteiros. Segunda aplicação do instrumento.	50 minutos	24

Fonte: Bancos de dados do autor

3.1 Contexto escolar

No presente tópico serão descritas algumas características a respeito da escola e dos estudantes que fazem parte do contexto escolar investigado, pois acreditamos que compreender o contexto educacional pode contribuir para a interpretação dos resultados obtidos.

3.1.1 A Escola

A escola está localizada no centro de Itabaiana – SE. A equipe diretiva está formada por um diretor, dois coordenadores e um secretário. A escola atende 328 alunos, incluindo 9 estudantes com necessidades educacionais específicas (NEE).

Embora o ambiente físico da escola seja de tamanho reduzido, ele é agradável e bem equipado, contando com uma quadra esportiva, um laboratório de informática, uma sala de recursos, uma biblioteca e um pequeno pátio arejado para o lazer dos alunos. No entanto, a acessibilidade ainda é uma questão a ser melhorada, pois o piso tátil para alunos cegos está presente apenas na área da entrada até a secretaria.

A escola dispõe de recursos materiais para todos os alunos e ocupa um prédio térreo que é mantido limpo e organizado durante os três turnos de funcionamento.

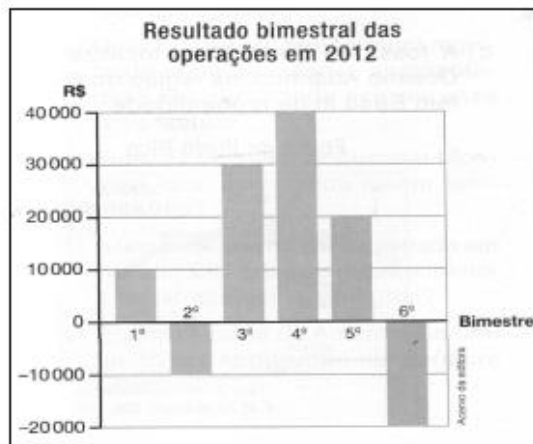
3.1.2 O grupo de Alunos

A turma do 7º ano do Ensino Fundamental no turno matutino estava composta por 29 alunos matriculados, embora, em média, apenas 22 frequentem regularmente as aulas. A faixa etária dos alunos varia de 11 a 13 anos. Em geral, a turma é bastante participativa e interage ativamente, respondendo às perguntas e indo ao quadro. No entanto, há dois alunos que acabam influenciando o comportamento de boa parte da turma, pois costumam fazer brincadeiras e conversas paralelas durante as explicações. Essa atitude, por vezes, desvia a atenção dos demais e cria um ambiente de dispersão, contudo, no momento das atividades e nos momentos da manipulação dos materiais para auxiliar nas atividades eles participaram e ajudaram os demais.

3.2 Instrumento Aplicado

No instrumento aplicado foram utilizados situações-problemas dos livros didáticos (*“Vontade de Saber”* de Souza e Pataro, *“Praticando Matemática: 7”* de Andrini e Vasconcellos, *“Matemática: compreensão e prática”* de Silveira e *“Araribá Mais Matemática”* de Gay e Silva), todos do 7º ano do Ensino Fundamental. Como destacamos anteriormente, para esta pesquisa somente foram contempladas as categorias de transformação e comparação. O instrumento esteve composto pelos cinco problemas a seguir:

Problema 1 (Comparação – 3ª extensão): *Uma empresa divulgou um gráfico no qual apresentava o resultado de suas operações, ou seja, se teve lucro ou prejuízo em cada bimestre de determinado ano.* (Souza; Pataro, 2015, p. 89)



- a) Em quais bimestres a empresa lucrou? E em quais teve prejuízo?
- b) O maior prejuízo ocorreu em qual bimestre? De quantos reais foi esse prejuízo?

Problema 2 (Transformação – Protótipo): *Em uma determinada cidade a temperatura é de 12°C . Indique a nova temperatura se o termômetro baixar 15°C .* (Andrini e Vasconcellos, 2015, p. 59, adaptado).

Problema 3 (Comparação – 3ª extensão): *Na Antártida, no inverno, a temperatura pode variar de -20°C a -55°C . Qual dessas temperaturas é a menor? Qual é a variação entre as temperaturas?* (Gay; Silva, 2018, p. 36, adaptado)

Problema 4 (Transformação – Protótipo): *Um ponto é deslocado, a partir do zero, seis unidades sobre uma reta numérica no sentido positivo e, em seguida, 10 unidades no sentido negativo. Determine o número inteiro correspondente ao local onde o ponto parou após esse percurso?* (Silveira, 2018, p. 19)

Problema 5 (Transformação – 1ª extensão): *Em um dia de muito frio na cidade de São Joaquim (RS), a temperatura esteve em -1°C . À noite, ela chegou a -6°C . Do dia para a noite, a temperatura diminuiu quantos graus Celsius?* (Silveira, 2018, p. 19)

Foram feitas duas aplicações do instrumento, a primeira aconteceu, no dia 24 de abril de 2024, em uma segunda-feira, no turno matutino. Neste dia havia 24 estudantes presentes na turma. Já a segunda aplicação do mesmo instrumento foi realizada no dia 17 de maio de 2024 e novamente 24 estudantes estiveram presentes. Vale ressaltar que apenas na segunda aplicação foram disponibilizados os materiais: fichas coloridas e reta numérica para servirem de apoio aos estudantes. O uso deles ficou a critério dos alunos.

Para analisar o desempenho, foram feitas duas tabelas, com os seguintes critérios: Correto (C);

Incorreto (I); Parcialmente Correto (PC); e Em Branco (EB). Para analisar as dificuldades foram feitos dois gráficos com as dificuldades encontradas pelos alunos durante a resolução dos problemas. Esses dados nos permitiram a análise dos desempenhos e das dificuldades nas resoluções utilizadas por eles, tanto as parcialmente corretas e as incorretas, pois todas revelam os esquemas de pensamento por eles utilizados.

4. TRAJETÓRIA DA EXPERIÊNCIA DE ENSINO

Neste tópico, descrevo a experiência de ensino realizada com a turma de estudantes do 7º ano do ensino fundamental, detalhando a trajetória desde a primeira aplicação do instrumento, passando pela intervenção, até a segunda aplicação do instrumento. Relato a realidade observada e comento as dificuldades apresentadas pelos estudantes ao longo do processo.

1ª aula

Antes mesmo de dar início às aulas, no primeiro encontro com a turma, no dia 24 de abril de 2024, no horário das 9:40h às 10:30h, foi aplicado o instrumento para coleta de dados. O objetivo principal dessa atividade era avaliar a reação dos estudantes ao fazerem um teste sem ter estudado o conteúdo previamente. Queríamos identificar suas possíveis dificuldades e observar se todos tentariam responder ou se deixariam a situação-problema em branco. Durante a aplicação, alguns estudantes fizeram perguntas como "o que é variação?", "o que é uma reta numérica?", "a reta numérica é uma reta com números nela?". Essas dúvidas foram esclarecidas ao longo das aulas.

2ª aula

A aula aconteceu no dia 29 de abril de 2024, no 4º horário, das 9:40h às 10:30h, com a presença de 20 estudantes. Para iniciar a aula, foram feitas perguntas com relação ao conteúdo a ser trabalhado, isto é, os números inteiros: “Como podemos representar o conjunto dos números naturais?”; “Quais são os elementos no conjunto dos números naturais?” e “Como seriam os elementos do conjunto dos números inteiros?”. Na primeira pergunta os estudantes ficaram calados, o que me fez partir para a segunda pergunta, e aí os estudantes responderam em coro: “0, 1, 2, 3, 4, ...”. Já a terceira pergunta eles não responderam imediatamente, logo, foi lembrado que tinham dito que os números naturais não eram suficientes e que existem outros números que estão presentes no cotidiano, como nas dívidas e no termômetro, isso fez eles pensarem e responderem “-1, 2, 0, -3, 5, 6, -4, ...”, sem ordem específica.

Depois disso, apresentei o material das fichas para trabalhar com operações de adição e subtração com números inteiros. Decidimos em conjunto que as fichas rosas representariam os números negativos e as fichas verdes os positivos.

Seguem alguns exemplos trabalhados no quadro das operações de adição e subtração com números inteiros usando as fichas no dia da aula.

1. Adição de dois números positivos: $(+4) + (+2)$, representada com as fichas verdes.



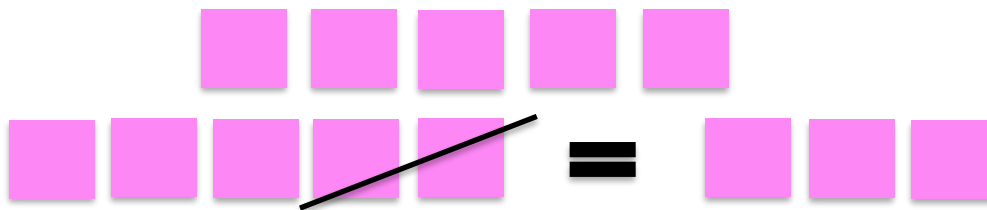
No primeiro exemplo, antes de manipular as fichas, foi perguntado aos estudantes como poderia ser representado o $(+4)$, eles responderam “quatro fichas verdes”. Ao questionar a eles, “por que não as fichas rosas?”. Alguns responderam: “porque o $(+4)$ é positivo e as fichas rosas são para números negativos”. Em seguida, foram utilizadas quatro fichas verdes para representar o $(+4)$ e, ao lado, duas fichas verdes representando o $(+2)$ como mostrado na primeira linha. Perguntou-se então o que mais poderia ser feito, e alguns responderam “juntamos as quatro fichas verdes com as duas verdes” e assim fizemos como está na segunda linha, bastando contar as fichas após juntar, resultando em seis fichas verdes.

2. Adição de um número positivo e um negativo (ou o contrário): $(+4) + (-2)$, representada por fichas verdes e rosas.



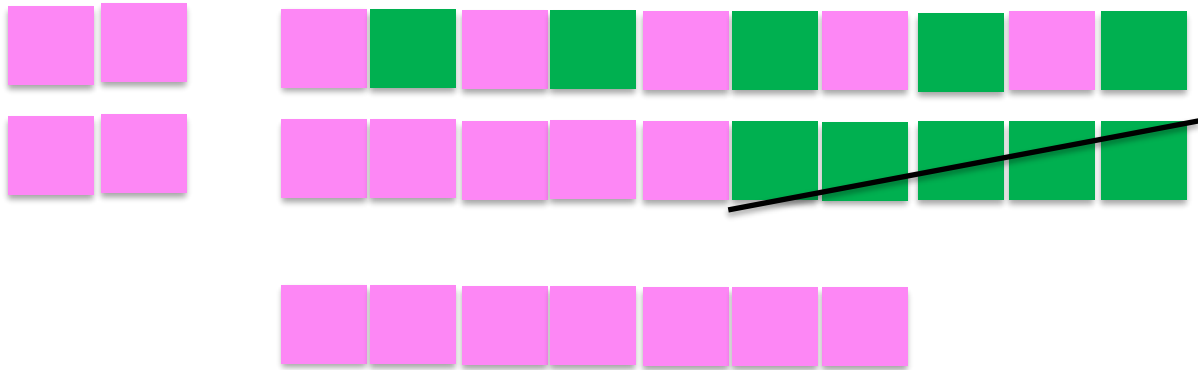
Este exemplo utiliza as duas cores de fichas, as verdes usadas para representar quatro unidades positivas e as rosas para representar duas unidades negativa, em que foi preciso juntá-las e, ao juntar uma ficha verde com uma ficha rosa obtemos o zero como resposta, assim nesse exemplo obtivemos dois zeros sobrando apenas duas fichas verdes que representa $(+2)$.

3. Subtração de dois números negativos: $(-5) - (-2)$



Se temos 5 fichas rosas, que representa -5 e queremos remover 2 delas (-2), bastando retirar essas duas fichas. Isso deixa 3 fichas rosas como resultado, que representa -3.

4. Subtração de um número positivo e um negativo (ou o contrário): $(-2) - (+5)$



Neste exemplo, representamos o (-2) com duas fichas rosas. Como precisamos retirar cinco fichas verdes, que representam +5. Para fazer isso, adicionamos cinco pares neutros, cada um composto por uma ficha rosa e uma verde, pois somam 0 e não alteram o valor inicial (-2). Agora, consigo retirar as cinco fichas verdes (+5), sobrando apenas sete fichas rosas, que correspondem a -7.

3ª aula

A aula aconteceu no dia 30 de abril de 2024 no mesmo local da primeira aula, no horário das 10:30h às 11h e contou com a presença de 21 estudantes. Nesta aula, foi entregue para os estudantes uma tarefa com alguns itens envolvendo as operações de adição e subtração com números inteiros com o intuito de utilizar as fichas coloridas para facilitar a aprendizagem.

No decorrer da tarefa, alguns estudantes sentiram dificuldades, sendo que a mais recorrente era como representar o zero, dessa forma, esse momento foi propício para discutirmos e lembrarmos alguns conceitos. Foram feitos os seguintes questionamentos:

Pesquisador: Como representar o zero?

Estudantes em coro: Nada

Pesquisador: Como podemos representar esse nada com as fichas?

Estudante A23: Uma ficha positiva e uma ficha negativa (canto superior da Figura 1)

Pesquisador: Como representar o +3?

O estudante A9 pediu para representar o +3 com as fichas no quadro, colocando três fichas verdes e, após acabar de colocar as fichas no quadro, foi perguntado aos demais da turma se todos concordavam com o resultado do colega.

Estudantes em coro: Sim

Pesquisador: Por quê?

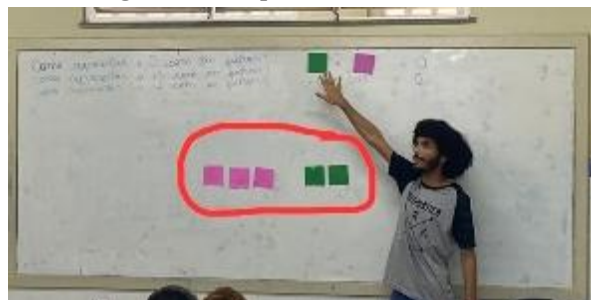
Estudantes em coro: “O 3 é positivo”, “as fichas verdes são positivas”

O estudante A2 disse que tinha pensado de outra forma: quatro fichas positivas (verdes) e uma ficha negativa (rosa). Após a resposta do A2, o estudante A9 perguntou “o que eu fiz tá certo?”, pois ficou inseguro da sua resposta, contudo, foi mostrado que ambos estavam certos e que a resposta do A2 era uma operação do tipo $(+4) + (-1)$, uma vez que uma ficha verde junto com uma rosa vai ser zero, o que acarreta a resposta (+3).

Pesquisador: Como representar o -2?

Nesta pergunta o estudante A28 foi ao quadro representar o (-2) com duas fichas rosas. Além dele, o A2 também respondeu, porém de outra forma (Figura 1). Nota-se que as respostas apresentadas por eles foram distintas, a representação do A28 dá para visualizar a resposta de imediato, já a representação do A2 não, pois é preciso operar com as fichas para chegar no resultado e foi nesse processo que o A2 teve dificuldade e acabou errando, sendo que quando somamos as três fichas rosas com as duas verdes cancelaremos duas fichas rosas e duas fichas verdes, resultando assim em uma ficha rosa que é a mesmo que (-1) e não (-2), como foi a resposta da A28.

Figura 1: Resposta do estudante A2



Fonte: Banco de dados do autor

Ao fazer as perguntas de como poderíamos representar os números inteiros com as fichas, os estudantes apresentaram duas possibilidades: uma de forma direta, só indicando a quantidade de fichas

de acordo com o estipulado, neste caso, rosa para negativo e verde para positivo; outra por meio de operação com as fichas sendo que o número indicado seria o resultado.

4ª aula

A aula aconteceu no dia 03 de maio de 2024, no mesmo local das aulas anteriores, com a presença de 22 estudantes, no horário das 7:50h às 8:40h. Durante a aula, iniciamos a correção da tarefa proposta na aula anterior. Para incentivar a participação dos estudantes, foi solicitado que respondessem no quadro com o auxílio do material. Esse processo de correção, em que os estudantes foram ao quadro, continuou até o fim da aula.

Após o momento em que um dos estudantes resolveu um dos itens, foi reforçado o processo de resolução com o uso das fichas, para assegurar que todos compreendessem o método corretamente.

No item “f) $(-2) - (-3)$ ”, o estudante A10 conseguiu representar (-2) e (-3) com as fichas, porém teve dificuldades ao operar com elas. Ele realizou a manipulação das fichas como se estivesse realizando uma adição, possivelmente lembrando do processo utilizado anteriormente. Assim como nos itens anteriores, foi feita a pergunta para os outros alunos da turma: “Todos concordam com o resultado apresentado pelo A10?”, imediatamente, alguns estudantes responderam em coro que “não”. Em seguida, foi questionado “Por que não?” e responderam “Porque estamos subtraindo e não somando”.

Figura 2: Resposta do item “f” do estudante A10



Fonte: Banco de dados do autor

O momento da aula em que discutimos possíveis equívocos dos estudantes é importante, pois nos permite identificar e corrigir mal-entendidos durante o processo de aprendizagem. Ao explorar as dificuldades específicas enfrentadas pelo estudante A10 (Figura 2), como usar as fichas de maneira inadequada ao subtrair, podemos fornecer explicações adicionais e exemplos para ajudar os alunos a compreender corretamente. Além disso, essa discussão ajuda os alunos a analisar e corrigir eventuais erros, promovendo uma aprendizagem mais eficaz.

Ao longo da aula, observou-se que estudantes não apresentaram dúvidas na operação de adição, uma vez que ao irem ao quadro, manipularam corretamente as fichas e chegaram ao resultado esperado, por outro lado, alguns tiveram dúvidas na operação de subtração, como por exemplo no item i) $(-2) - (+6) = -8$, em que ainda estavam confusos com a ideia de retirar. Eles não entendiam que não podiam simplesmente acrescentar $(+6)$ fichas verdes, mas sim acrescentar 6 zeros. É possível que essa dificuldade esteja relacionada ao fato de não reconhecerem o 0 como o elemento neutro da adição, o que dificulta a operação com as fichas.

5ª aula

A aula ocorreu no dia 6 de maio de 2024, no mesmo local das aulas anteriores, no horário das 9:40h às 10:30h, e nela estiveram presentes 21 estudantes.

Vale ressaltar que foi identificado na aula anterior que eles tiveram dificuldades em compreender a ideia de retirar quando temos que acrescentar fichas. Com vistas na compreensão dessa dificuldade, nessa aula propusemos quatro operações: A) $(-5) + (-6)$; B) $(+3) + (-8)$; C) $(-5) - (-2)$ e D) $(-3) - (+7)$, como forma de avaliação diagnóstica da aprendizagem. Os resultados dessa atividade estão presentes na Tabela 1.

Tabela 1: Desempenho geral dos estudantes nas quatro operações

	C	I	Total
Item A	12	8	20
Item B	10	10	20
Item C	10	10	20
Item D	-	20	20

Fonte: Banco de dados do autor

Observa-se na Tabela 1 que o item que mais teve acertos foi o “A”. Nele o estudante precisava somar dois números negativos. Neste item, 12 estudantes acertaram e 8 erraram. Por outro lado, o item com o menor número de acertos foi o item “D”, no qual nenhum estudante acertou, pois era necessário subtrair um número positivo de um negativo.

O erro mais comum no item “A” foi somarem os dois números como se fossem positivos (como faziam com os números naturais), chegando ao resultado +11 ao invés de -11.

O erro mais cometido pelos estudantes no item “D” foi do tipo “ $3 - 7 = - 4$ ”, em que eles rescreveram a operação de acordo com os conhecimentos prévios. Nele, todos os alunos erraram, aplicando o conhecimento que tinham sobre os números naturais na operação, revelando dificuldade na compreensão do conjunto dos números inteiros. Vale ressaltar que neste item a operação era de subtração e, neste quesito os estudantes já veem apresentando dificuldades durante as aulas.

Esses erros ocorrem a transição de conceitos concretos, como os números naturais, para conceitos mais abstratos, como os números inteiros. De acordo com Vergnaud (2009), o desenvolvimento cognitivo dos alunos ocorre em etapas, nas quais eles constroem novos conhecimentos a partir de estruturas pré-existentes. Ao se depararem com conceitos novos e mais complexos, como a manipulação de números inteiros, os alunos tendem a utilizar estratégias que empregavam com números naturais, embora essas estratégias não sejam adequadas para o novo contexto.

6ª aula

A aula aconteceu no dia 07 de maio de 2024, no mesmo local das aulas anteriores, das 10:30h às 11h, com a presença de 19 estudantes. A aula começou com uma situação-problema (*No início do dia, em certo município, os termômetros registraram $-5^{\circ} C$. No decorrer da manhã, essa temperatura aumentou $9^{\circ} C$. Qual a temperatura nesse município ao final da manhã?* (Souza, 2018, p. 49)) envolvendo interpretação textual e a operação de adição com números inteiros. Além disso, os estudantes utilizaram fichas coloridas para resolver o problema.

Foi observado que nesse problema os estudantes conseguiram fazer a interpretação adequada, pois identificaram que a operação necessária para resolver era a adição. Além disso, eles mencionaram que seria possível resolver sem o uso das fichas. Essa discussão também levou os estudantes a refletirem sobre o motivo do resultado ser positivo, com alguns respondendo que isso ocorria porque “o sinal de $+$ acompanha o maior número”.

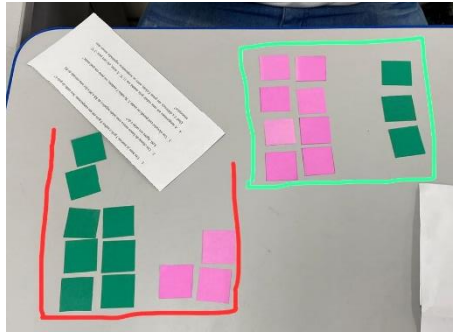
Posteriormente, cada aluno recebeu uma folha contendo quatro situações-problema que deveriam ser resolvidas utilizando as fichas. As situações apresentadas foram:

1. Futebol: cálculo do saldo de gols de um time durante o campeonato.
2. Conta bancária: movimentações de depósitos e saques, com a determinação do saldo final.
3. Sentido do elevador: análise do deslocamento de um elevador em um prédio, considerando subidas e descidas.

4. Temperatura entre cidades: comparação e variação de temperaturas entre duas cidades em diferentes horários.

A seguir, apresentamos imagens que ilustram como os estudantes utilizaram as fichas na resolução de alguns problemas, além de uma discussão sobre os possíveis equívocos cometidos.

Figura 3: Resposta do problema 1 do estudante A9



Fonte: Banco de dados do autor

No problema 1 (*Um time já marcou 3 gols e sofreu 8 gols em um campeonato. Seu saldo de gols é?*) para representar a situação com as fichas, inicialmente adicionamos 3 fichas verdes (representando os gols marcados). O termo "sofreu" indica uma subtração, resultando na operação $(+3) - (+8)$. Para realizar essa subtração utilizando as fichas, é necessário adicionar 8 zeros para que seja possível retirar 8 fichas verdes (representando os gols sofridos). Em seguida, manipulamos o material, formando pares de fichas verdes e rosas (cada par representando um zero), resultando em um saldo final de -5 (representado por 5 fichas rosas).

Uma das dificuldades dos alunos era a realização de subtrações com as fichas, evidenciando dificuldades na compreensão da necessidade de adicionar zeros para efetuar a operação corretamente, o que exige que os alunos compreendam que, em certas situações, é necessário adicionar zero (uma ficha verde e uma rosa) para possibilitar a remoção de um número maior de fichas disponível. Neste viés, temos como exemplo o caso $(-2) - (-8) = +6$, no qual o aluno não conseguia compreender que para retirar 8 fichas negativas de 2 rosas, necessitava que o estudante adicione 6 zeros, para que possa retirar as 8 fichas rosas, chegando no resultado +6, ou seja, 6 fichas verdes. Por outro lado, alguns alunos utilizavam estratégias alternativas, que nem sempre levavam ao resultado correto, indicando a necessidade de reforçar a operação de subtração com números inteiros.

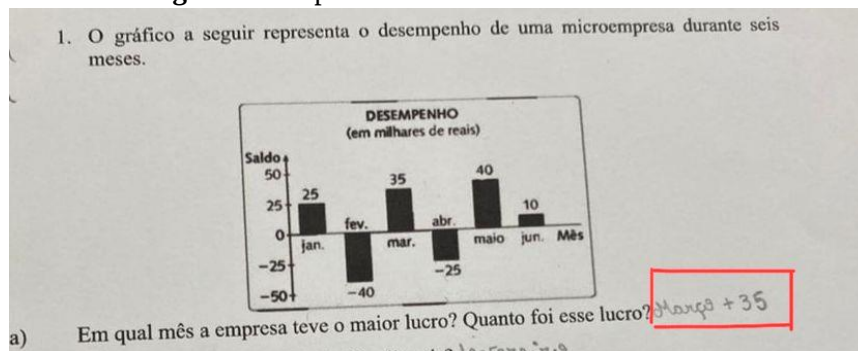
7ª aula

A aula ocorreu no dia 8 de maio de 2024, no horário das 8:40h às 9:30h, com a presença de 21 estudantes. Nesse dia, com o intuito de verificar se as fichas coloridas estavam auxiliando na aprendizagem das operações de soma e subtração com números inteiros, propusemos a resolução de dois problemas e deixamos os alunos com a escolha de utilizar ou não.

O primeiro problema de Silveira (2018, p. 15) requeria a interpretação do gráfico e trazia três questionamentos: “a) Em que mês a empresa teve o maior lucro? Quanto foi esse lucro?”; “b) Em que mês o prejuízo foi de 40 mil reais?”; e “c) Durante esses seis meses a microempresa teve lucro ou prejuízo? De quanto?”.

As figuras a seguir mostram alguns dos principais erros cometidos na atividade.

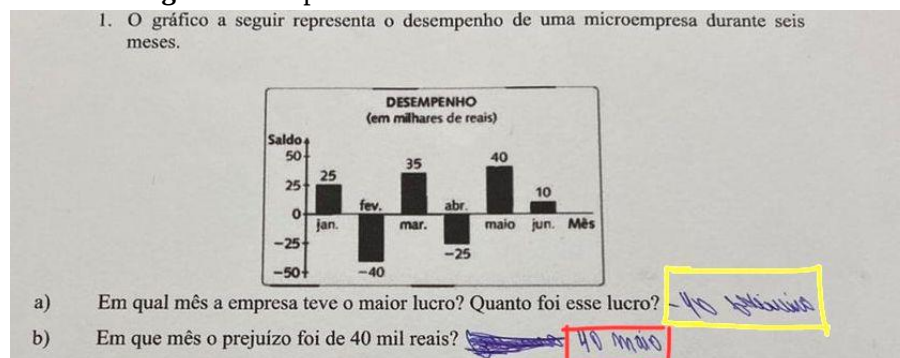
Figura 4: Resposta do item “a” do estudante A19



Fonte: Banco de dados do autor

O estudante A19, Figura 4, interpretou incorretamente o gráfico, indicando março (+35 milhões de reais) como o mês de maior lucro da empresa, pois observa-se no gráfico que o maior lucro ocorreu em maio, com +40 milhões de reais.

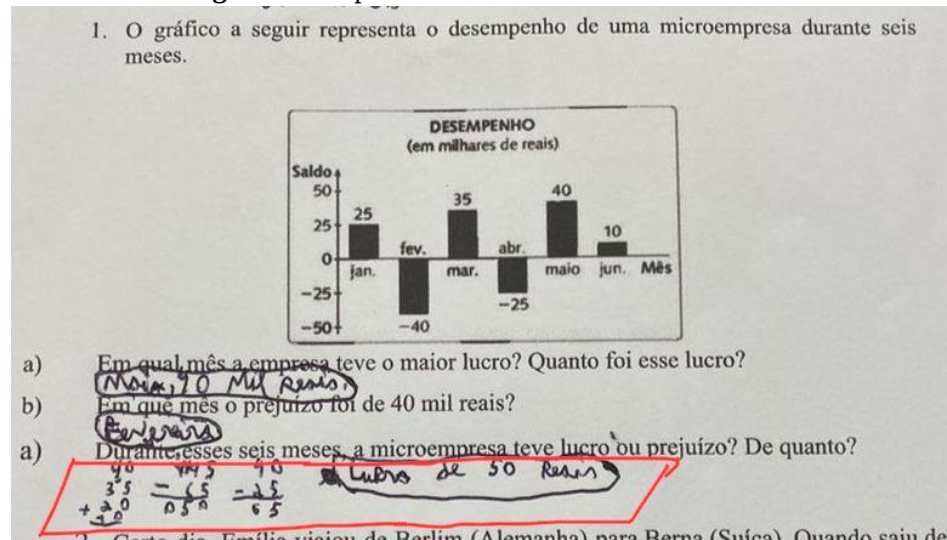
Figura 5: Resposta do item “a” e “b” do estudante A17



Fonte: Banco de dados do autor

Na Figura 5, as respostas do aluno A17 também evidenciam dificuldades na interpretação do gráfico. No item “a”, em vez de identificar o mês de lucro e seu valor, o aluno indicou o mês de prejuízo com o valor de (-40 milhões de reais). No item “b”, ao invés de apontar o mês de prejuízo, A17 afirmou que foi maio, quando, na verdade, o gráfico indica que esse mês foi de lucro para a empresa. É possível que A17 não tenha conseguido identificar que os lucros estavam acima da linha horizontal e que os prejuízos estavam abaixo dessa linha.

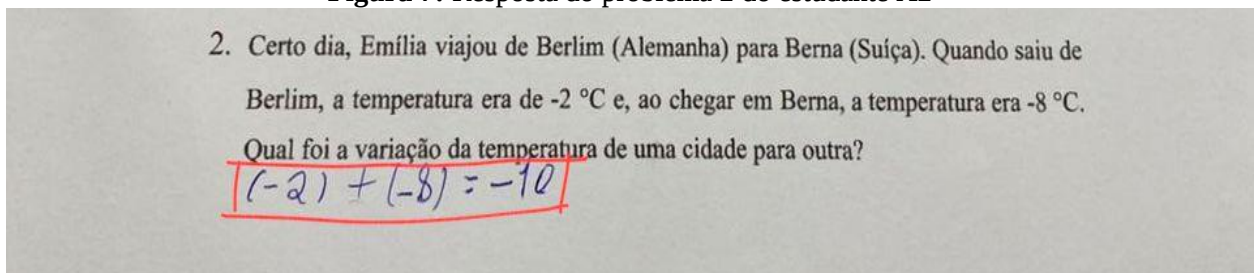
Figura 6: Resposta do item “c” do estudante A11



Fonte: Banco de dados do autor

Na Figura 6, o A11 conseguiu interpretar corretamente o problema e o gráfico, porém, cometeu um erro de cálculo por falta de atenção. Na primeira operação (adição dos lucros), o aluno escreveu 20 em vez de 25 para o mês de janeiro. Na segunda operação, subtraiu o resultado da primeira operação do resultado da terceira operação (soma dos prejuízos), concluindo incorretamente que a empresa teve um lucro de 50 reais.

Figura 7: Resposta do problema 2 do estudante A2



Fonte: Banco de dados do autor

No problema 2 de Silveira (2018), ilustrado na Figura 7, o aluno A2 somou as temperaturas de Berlim (-2°C) e Berna (-8°C), obtendo -10°C como resultado, o que demonstra que o estudante não se atentou ao fato de que era necessário subtrair ao invés de somar.

Dessa forma, a partir da atividade em que os alunos optaram por não utilizar as fichas coloridas, foi possível identificar as seguintes dificuldades: interpretação do problema, falta de atenção e dificuldade em interpretar gráficos. É importante destacar que um dos principais obstáculos foi a compreensão do termo "variação", o que resultou em vários erros. A falta de familiaridade com o significado da palavra levou, em alguns casos, à escolha incorreta da operação, como ilustrado na Figura 7.

No final da aula, após a correção da atividade, foi aplicada mais uma atividade com o objetivo de coletar indícios sobre a aprendizagem dos alunos. Dos 21 estudantes presentes, 8 cometeram erros. A seguir, comentamos a resposta de A25.

Figura 8: Resposta do problema 1 estudante A25

1) O time de Itabaiana participou do Campeonato Sergipano na temporada de 2024, marcando 17 gols e sofrendo 14 gols. Qual é o seu saldo de gols?

Resolução (cálculos)	Resposta
$\begin{array}{r} 17 \\ + 14 \\ \hline 31 \end{array}$	31

Fonte: Banco de dados do autor

Na Figura 8, o estudante A25 somou o saldo de gols marcados com o saldo de gols sofridos, demonstrando não compreender o significado de "gols sofridos". A palavra "sofridos" representa gols contra o time, portanto, seu valor deve ser subtraído. A resposta correta seria $17 - 14 = 3$ ou $(+17) - (+14) = +3$.

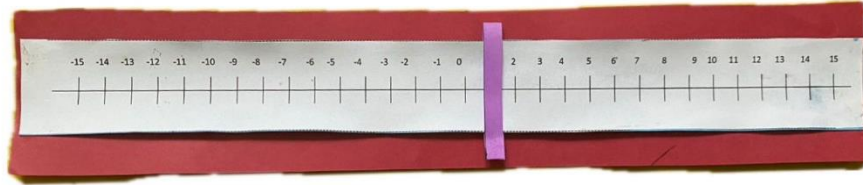
8ª aula

A aula ocorreu no dia 10 de maio de 2024, no mesmo local das demais aulas, por volta das 7:50h às 8:40h, com a presença de 21 estudantes. A aula iniciou com a proposta de uma situação-problema para os alunos na qual eles precisavam colocar os números inteiros em ordem crescente.

Inicialmente, os estudantes não estavam familiarizados com a reta numérica, então a atividade foi utilizada como ponto de partida para esse reconhecimento.

Após mostrar aos estudantes como representar os números inteiros em uma reta numérica, cada um deles recebeu uma atividade e uma reta numérica confeccionada com cartolina colorida e papel cartão para auxiliar na resolução.

Figura 9: Reta numérica



Fonte: Material produzido pelo autor

Vale ressaltar que alguns alunos apresentaram dúvidas sobre qual seria o número seguinte ao zero, já que o número 1 não estava presente na situação-problema. Outros alunos demonstraram incertezas em relação à direção dos números na reta numérica, questionando se os números à esquerda eram negativos ou positivos.

9ª aula

A aula aconteceu no dia 13 de maio de 2024, no mesmo local das demais aulas, por volta das 7:50h às 8:40h, com a presença de 23 estudantes. Nesta aula, iniciou-se com algumas perguntas sobre a reta numérica e a correção da atividade aplicada na aula anterior. Durante a correção, alguns alunos ainda demonstraram dificuldades em visualizar o posicionamento dos números na reta numérica, principalmente quando envolvia números negativos.

Após a retomada e esclarecimento de dúvidas, foi proposto que os alunos resolvessem os problemas:

1. *Escreva e efetue a operação correspondente a cada situação e indique na reta o novo saldo (Dante, 2005, adaptado).*

- a) *O saldo era negativo de R\$ 10,00 e houve um depósito de R\$ 7,00. Qual é o novo saldo?*
- b) *O saldo era positivo de R\$ 9,00 e houve uma retirada de R\$ 11,00. Qual é o novo saldo?*
- c) *O saldo era negativo de R\$ 5,00 e houve uma retirada de R\$ 8,00. Qual é o novo saldo?*
- d) *O saldo era 0 e houve um depósito de R\$ 12,00. Qual é o novo saldo?*
- e) *O saldo era positivo de R\$ 8,00 e houve um depósito de R\$ 4,00. Qual é o novo saldo?*

2. A temperatura em uma cidade pela manhã era de 3°C . À noite, ele caiu para -5°C . Qual é a diferença, em graus Celsius, entre as temperaturas registradas nesses dois momentos? (Silveira, 2018, p. 29)

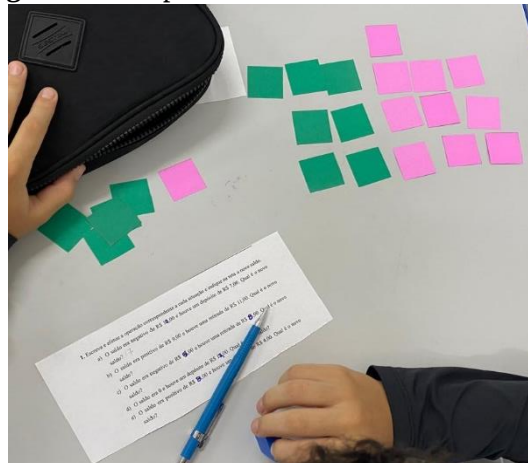
Foi proposto que o primeiro problema fosse resolvido pelos dois caminhos, ou seja, com o uso das fichas e com o uso da reta numérica. Já no segundo problema, foi solicitado a resolução utilizando apenas a reta numérica.

Durante a resolução do problema 1 com o uso das fichas coloridas, alguns estudantes demonstraram dúvidas quanto ao significado do termo “retirada”. O estudante A9, por exemplo, questionou: “*gente, retirada é positivo ou negativo?*”. Consideramos importante destacar que olhar de forma isolada para algum termo presente na situação e, por conta dele, definir a operação a ser realizada pode levar à equívocos, porque o contexto da situação-problema é que nos indica qual operação deve ser realizada.

Um outro ponto a ser destacado é que na operação $(-5) - (+8)$, por exemplo, a maioria dos alunos compreende a necessidade de adicionar zeros. No entanto, ao se depararem com problemas, a dificuldade aumenta, pois é preciso interpretar o enunciado, o que se mostra um desafio para alguns estudantes. Além disso, outros alunos não se atentam ao que o problema pede, o que acarreta a resolução incorreta.

A seguir, serão apresentados os principais erros dos estudantes ao trabalharem com as fichas coloridas para resolverem a problema 1.

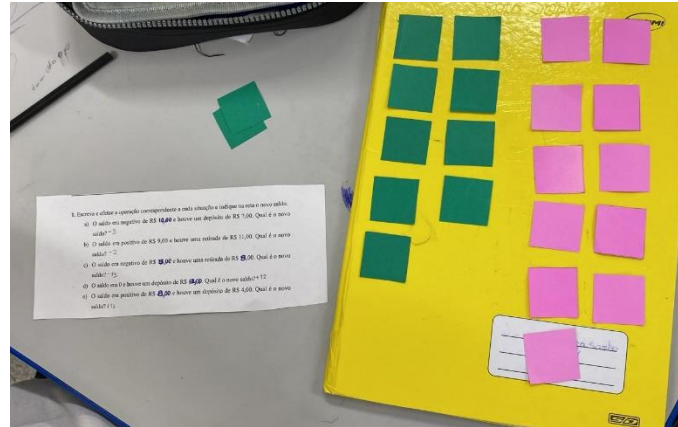
Figura 10: Resposta do item “a” do estudante A3



Fonte: Banco de dados do autor

Na Figura 10, o estudante A3 chegou incorretamente ao resultado +17, demonstrando não ter interpretado o problema corretamente. O aluno não considerou que o saldo inicial era negativo (-R\$10,00) e que houve um depósito (operação de adição) de R\$7,00. Embora tenha representado corretamente os valores com as fichas coloridas, o estudante não soube manipulá-las adequadamente para chegar ao resultado correto.

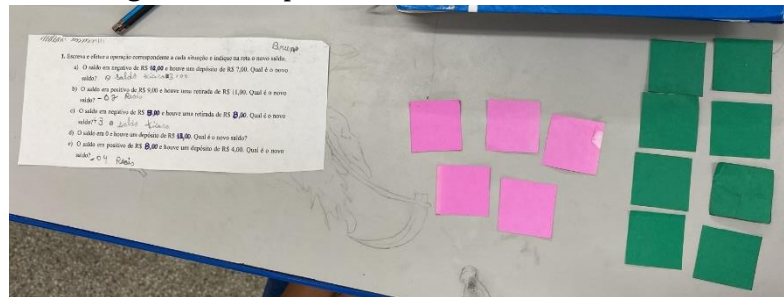
Figura 11: Resposta do item “b” do estudante A30



Fonte: Banco de dados do autor

Neste caso, no item “b”, Figura 11, o estudante não percebeu a necessidade de adicionar zeros, o que poderia acarretar equívocos. Nota-se que ele apenas representou os valores do problema e, embora nesse caso específico a manipulação direta pudesse levar ao resultado correto, nem sempre essa estratégia é eficaz, como consta na próxima figura (Figura 12).

Figura 12: Resposta do item “c” do estudante A18



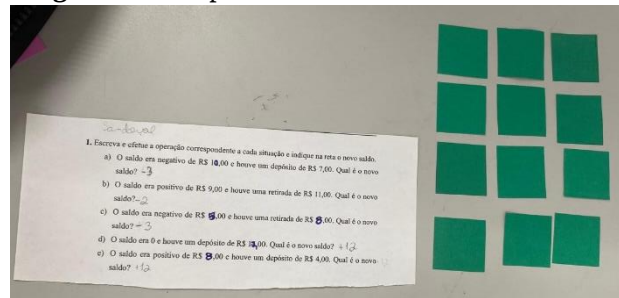
Fonte: Banco de dados do autor

Na Figura 12, observa-se que o estudante não compreende a necessidade de adicionar zeros, uma dificuldade comum entre os alunos. No item “c”, para chegar ao resultado correto, seria necessário adicionar 5 fichas rosas para representar o saldo negativo de R\$5,00. Em seguida, para realizar a retirada

de R\$8,00 (valor positivo), seria preciso adicionar 8 zeros, então, remover as 8 fichas verdes resultando em 13 fichas rosas, representando o saldo final de -R\$13,00.

Nos itens “d” e “e”, a maioria dos estudantes respondeu corretamente. No item “d”, era necessário compreender que o zero é o elemento neutro da adição, ou seja, adicionar zero a qualquer número não altera seu valor. Portanto, ao somar zero (saldo inicial) com 12 (depósito de R\$12,00), o resultado seria 12. Já no item “e”, com um saldo inicial positivo de R\$8,00 e um depósito de R\$4,00, bastava somar os valores para obter o resultado. A Figura 13 ilustra a representação correta com as fichas, tanto para o item “d” quanto para o item “e”, resultando em 12

Figura 13: Resposta do item “d” do estudante A3

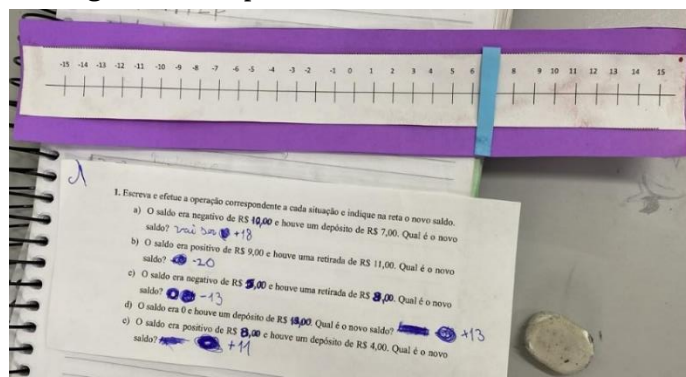


Fonte: Banco de dados do autor

10ª aula

A aula ocorreu no dia 15 de maio de 2024, das 8:40h às 9:30h, com a presença de 26 estudantes. A aula iniciou com a resolução de uma situação-problema, porém, agora os alunos deveriam resolvê-la utilizando a reta numérica. A seguir, comentamos os erros mais frequentes cometidos pelos alunos ao utilizar a reta numérica para resolverem os itens “a, b, c, d e e” do problema.

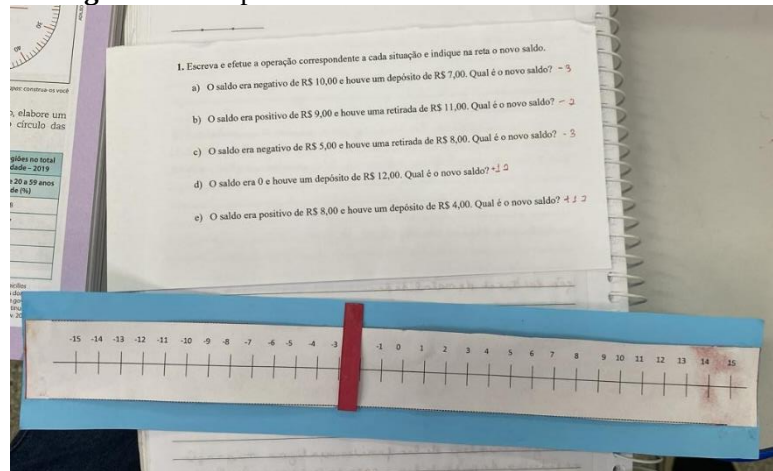
Figura 14: Resposta do item “a” do estudante A5



Fonte: Banco de dados do autor

O item “a” solicitava que o estudante calculasse: “O saldo era negativo de R\$ 10,00 e houve um depósito de R\$ 7,00. Qual é o novo saldo?”. Nota-se que o aluno não interpretou corretamente o problema. Em vez de posicionar o marcador azul no -10 e deslocar 7 casas para a direita (representando a adição de um valor positivo), o aluno contou quantas casas havia entre -10 e 7, o que levou ao resultado equivocado.

Figura 15: Resposta do item “c” da estudante A9



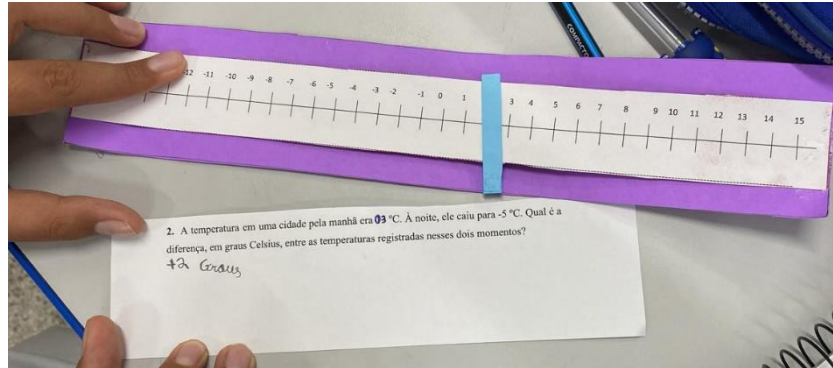
Fonte: Banco de dados do autor

Nesse caso, no item “c” (*O saldo era negativo de R\$ 5,00 e houve uma retirada de R\$ 8,00. Qual é o novo saldo?*), de acordo com a Figura 15, o estudante não considerou que o saldo inicial era negativo (R\$5,00), interpretando-o como positivo. Apesar disso, ele compreendeu corretamente que o termo “retirada” indica uma subtração. O erro ocorreu ao considerar o 5 como positivo, resultando no cálculo $(+5) - (+8)$, quando o correto seria $(-5) - (+8)$ ou $(-5) + (-8)$. Assim, ao obter -8, o estudante deslocou-se 8 casas à esquerda de +5 na reta numérica, chegando a -3 como resposta, no entanto, o correto seria -13, resultando do deslocamento de 8 casas à esquerda a partir de -5.

Assim como responderam corretamente as adições nos itens “d” e “e”, utilizando as fichas coloridas, a maioria dos estudantes também acertou esses itens ao utilizar a reta numérica. Isso sugere que a dificuldade principal reside na operação de subtração, já que ao trabalharem com adição os erros são menos frequentes.

Na sequência propusemos o segundo problema: “A temperatura em uma cidade pela manhã era 03°C . À noite, ele caiu para -5°C . Qual é a diferença, em graus Celsius, entre as temperaturas registradas nesses dois momentos?” (Silveira, 2018, p. 29). Para responder corretamente a esse problema, era necessário observar que a diferença de temperatura é calculada subtraindo a temperatura final da inicial, ou seja, $(-5) - (+3)$, resultando -8°C .

Figura 16: Resposta do problema 2 do estudante A6



Fonte: Banco de dados do autor

A Figura 16 nos mostra que o estudante chegou à resposta incorreta de $+2^{\circ}\text{C}$, possivelmente porque considerou apenas o valor absoluto dos números, realizando o cálculo $5 - 3 = 2$. A resposta apresentada pelos estudantes revela que ele sabia que deveria calcular a diferença, subtraindo a temperatura final da inicial, contudo não observou os sinais dos números para fazer o cálculo correto que é $(-5) - (+3) = (-8)$.

Nesta aula, foi possível perceber que os alunos já conseguiam saber a distinção entre "depósito" e "retirada". Essas palavras indicam a direção do movimento na reta numérica necessário para obter o resultado correto. No entanto, alguns alunos ainda apresentaram dificuldades na interpretação dos problemas, confundindo as operações de soma e subtração, além de cometer erros ao lidar com números negativos, como por exemplo, posicionando-os incorretamente na reta ou tratando-os como positivos.

11ª aula

A 11ª aula aconteceu no dia 17 de maio de 2024, no mesmo local das demais aulas, das 7:50h às 8:40h, com a presença de 24 estudantes. Nesta aula, foi aplicada e corrigida no quadro uma atividade para reforço com o objetivo de retomar aspectos nos quais os estudantes apresentassem dúvidas. Após,

o instrumento foi reaplicado para identificar as dificuldades persistentes no processo de resolução de operações de adição e subtração com números inteiros.

A atividade de reforço proposta foi a seguinte: *“Uma pessoa tinha saldo positivo de R\$ 300,00 em sua conta bancária. Sabendo que ela retirou R\$ 700,00, o saldo passou a ser positivo ou negativo? Qual é o novo saldo da conta?”* (Dante, 2005, adaptado). Tendo um saldo positivo de R\$300,00 e retirando R\$700,00, o aluno precisava saber que o termo "retirar" remete à subtração. Logo, seria necessário realizar o cálculo $(+300) - (+700)$, resultando em um saldo negativo. Nesse momento, foi perceptível que a maioria interpretou corretamente o enunciado, mas ao realizar os cálculos, o resultado obtido foi positivo. Isso indica que os estudantes não se atentaram ao fato de que, ao aplicar a regra de sinais em $-(+700)$, obtemos -700 , e o sinal do resultado é determinado pelo número de maior valor.

Após a conclusão das correções e explicações da atividade de reforço, reaplicamos o instrumento aos estudantes. Durante essa etapa, um aluno questionou se poderia utilizar as fichas coloridas ou a reta numérica para responder às situações-problemas, e foi oferecida a possibilidade de utilizá-los, caso julgassem necessário. É importante lembrar que, na primeira aplicação do instrumento, os alunos ainda não haviam trabalhado com esses materiais. O material tinha o intuito de auxiliar no processo de aprendizagem dos alunos, como um andaime na construção de um edifício. Assim como o andaime é essencial para erguer a estrutura, mas não faz parte da construção final, o material também é fundamental para a compreensão inicial dos conceitos, mas o objetivo é que os alunos gradualmente se tornem independentes dele e consigam realizar os cálculos necessários sem o seu auxílio.

Dessa forma, em alguns momentos, propusemos atividades nas quais os estudantes tinham a opção de usar ou não o material, conforme julgassem necessário. Essa flexibilidade permitiu que os alunos desenvolvessem autonomia na escolha de estratégias. Na 7ª aula, eles optaram por não o utilizar, o que foi importante para estimular a transição do aprendizado mediado pelo material para a aplicação do conhecimento de forma independente.

Além disso, ao longo dos encontros, foi observado que os alunos começaram a compreender o zero como elemento neutro da adição. Essa compreensão se desenvolveu por meio do uso das fichas coloridas e da prática de adicionar zeros, especialmente ao trabalhar com operações de subtração.

As situações-problema aplicadas na 2ª, 6ª e 8ª aula visavam desenvolver as habilidades de interpretação dos alunos, com o intuito de facilitar a identificação da operação (soma ou subtração) adequada para a resolução dos problemas. No entanto, observou-se que os estudantes apresentaram dificuldades na interpretação tanto dessas situações-problema quanto de outras atividades propostas ao longo do planejamento.

Ainda mais, notou-se uma resistência inicial por parte dos alunos em relação ao uso das fichas coloridas. Somente a partir da 5ª aula eles começaram a perceber as fichas como um recurso de apoio para a resolução das atividades. Em contrapartida, a reta numérica confeccionada foi prontamente aceita e utilizada pelos estudantes.

5. A ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ESTUDANTES

A análise do desempenho dos estudantes foi conduzida por meio dos dados coletados nas duas aplicações do instrumento. Após a primeira aplicação, os estudantes participaram de atividades planejadas com vistas da superação das dificuldades apresentadas. Com essa intenção, ao longo das aulas, foram utilizadas fichas coloridas e a reta numérica para auxiliá-los no aprendizado das operações de adição e subtração com números inteiros.

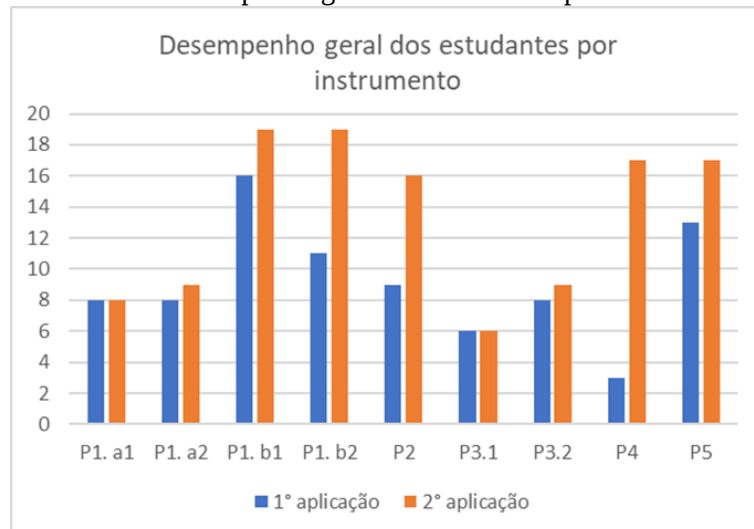
Depois das atividades de intervenção, a fim de finalizar a coleta dos dados, reaplicamos o instrumento, com a intenção de comparar o desempenho apresentado durante as duas aplicações. Na segunda aplicação sugerimos que utilizassem as fichas coloridas ou a reta numérica, conforme sentissem necessidade. Iniciamos comentando o desempenho geral dos estudantes nas duas aplicações do instrumento e depois destacamos as dificuldades por eles apresentadas.

5.1 Análise do desempenho dos estudantes no instrumento aplicado

Neste tópico trazemos para discussão a análise dos dados relativos às respostas dos 21 estudantes do 7º ano que participaram das duas aplicações do instrumento. Ressaltamos que os problemas 1 e 3 tinham mais de uma pergunta, então, as identificamos como subitens.

Para melhor visualização do desempenho dos estudantes, no Gráfico 1, apresentamos os resultados (em números de respostas corretas) por problemas, sendo a cor azul da primeira aplicação e a cor laranja da segunda aplicação.

Gráfico 1: Desempenho geral dos estudantes por instrumento



Fonte: Banco de dados do autor

Ao olharmos os dados da primeira aplicação, observamos que os estudantes tiveram um maior número de acertos no P1, itens “b1” e “b2”, 16 e 11 acertos, respectivamente; e no P5, 13 acertos. Os itens “b1” e “b2” do P1 trazem uma situação da Comparação – 3ª extensão (b1 - *O maior prejuízo ocorreu em qual bimestre?* e b2 – *De quantos reais foi esse prejuízo?*). Segundo Magina *et al.* (2008) nesse tipo de situação os estudantes costumam não ter dificuldade para identificar a maior ou a menor quantidade. É possível que o desempenho tenha sido maior nesses itens, porque não se fazia necessário a realização de nenhum cálculo, somente precisavam identificar esses valores no gráfico.

Já o P5 pede para o estudante dizer quantos graus Celsius diminuiu do dia para noite em uma determinada cidade, ou seja, necessita realizar o cálculo $((-1) - (-6) = 5)$ para chegar na resposta certa.

Os problemas P1 e P5 são de categorias diferentes, sendo P1 de Comparação e P5 de Transformação, mas ambos têm um nível de complexidade maior do que os protótipos. No P1, em específico os itens “b1” e “b2”, são da 3ª extensão, já o P5 é da 1ª extensão.

Na segunda aplicação, novamente a maioria dos acertos se concentrou no P1 (itens “b1” e “b2” com 19 acertos), seguido pelo P4 e P5 (17 acertos), e P2 (16 acertos).

Observa-se nos dados da primeira aplicação, que foi no P4 (*Um ponto é deslocado, a partir do zero, seis unidades sobre uma reta numérica no sentido positivo e, em seguida, 10 unidades no sentido negativo. Determine o número inteiro correspondente onde o ponto parou após esse percurso.*) que ocorreu o menor número de acertos (3), e nele houve o maior número de estudantes que deixaram em branco (12), mesmo este problema sendo considerado de baixo nível de complexidade, pois é uma situação protótipo da categoria de transformação. É possível que esse baixo desempenho esteja relacionado ao fato de a situação-problema envolver um conhecimento da reta numérica que os alunos ainda não tinham antes da intervenção com os recursos materiais. Para resolver o problema os estudantes necessitavam somente seguir o sentido positivo ou negativo presente no enunciado.

Vale destacar, que na segunda aplicação nenhum estudante deixou o P4 em branco. Esta evolução pode ter sido causada pelo uso do recurso material representando a reta numérica que serviu como auxílio durante as aulas e foi disponibilizado na segunda aplicação. De acordo com Novello *et al.* (2009) esse resultado sinaliza que o uso de recursos materiais tornou as aulas mais interativas e estimulou o interesse dos estudantes, favorecendo a aquisição de conhecimentos sobre a reta numérica.

No P5 (*Em um dia muito frio na cidade São Joaquim (RS), a temperatura esteve em -1°C . À noite, ela chegou a -6°C . Do dia para a noite, a temperatura diminuiu quantos graus Celsius?*), como destacado anteriormente, temos uma situação da categoria Transformação – 1ª extensão. Nesse tipo de

situação o nível de complexidade é maior que nos problemas protótipos. Nela, os estudantes necessitavam encontrar a transformação desconhecida (a temperatura), isto é, conhece-se o estado inicial e o final e procurar-se a transformação ocorrida.

O problema 3 (*Na Antártida, no inverno, a temperatura pode variar de -20°C a -55°C e 3.1 - Qual dessas temperaturas é a menor? e 3.2 - Qual é a variação entre as temperaturas?*) mostrou o menor índice de acertos; na pergunta 3.1, apenas 6 acertos e na pergunta 3.2, 9 acertos. O item 3.1 envolve a expressão “a menor”. Pesquisadores (Magina *et al.*, 2008; Etcheverria, 2019) afirmam que expressões desse tipo podem influenciar a criança na escolha da estratégia. Segundo Vergnaud (1982), o pouco sucesso da criança em problemas cujo enunciado faz o uso de termos quantitativos tem mais relação com o desenvolvimento cognitivo da criança do que com o significado da expressão.

Também, no enunciado do item 3.2 aparece o termo “variação”, o que indica que o estudante precisa saber que a resposta “se refere à diferença entre as quantidades e não as quantidades propriamente ditas” (Magina *et al.*, 2008, p. 44). Desta forma, esses dois tipos de situações tem uma maior complexidade se comparado as situações protótipo.

O Gráfico 1 mostra que houve uma melhora geral no desempenho dos estudantes na segunda aplicação em comparação com a primeira. Os problemas P1(itens b1 e b2, P2), P4 e P5 apresentaram aumento no número de acertos. No P4 teve um aumento de 3 para 17, e no item “b2” do P1, mudou de 11 para 19. O P2 também apresentou uma melhora, pois o número de acertos mudou de 9 para 16. Nos itens 3.1 e 3.2 do P3, o número de acertos permaneceu o mesmo no item 3.1, e no item 3.2, o número de acertos aumentou de 8 para 9.

Portanto, a melhora no desempenho, especialmente nos problemas P1, P4 e P5, mostra que os estudantes estão avançando no aprendizado. No entanto, aspectos como o P3 ainda precisam de mais atenção e prática.

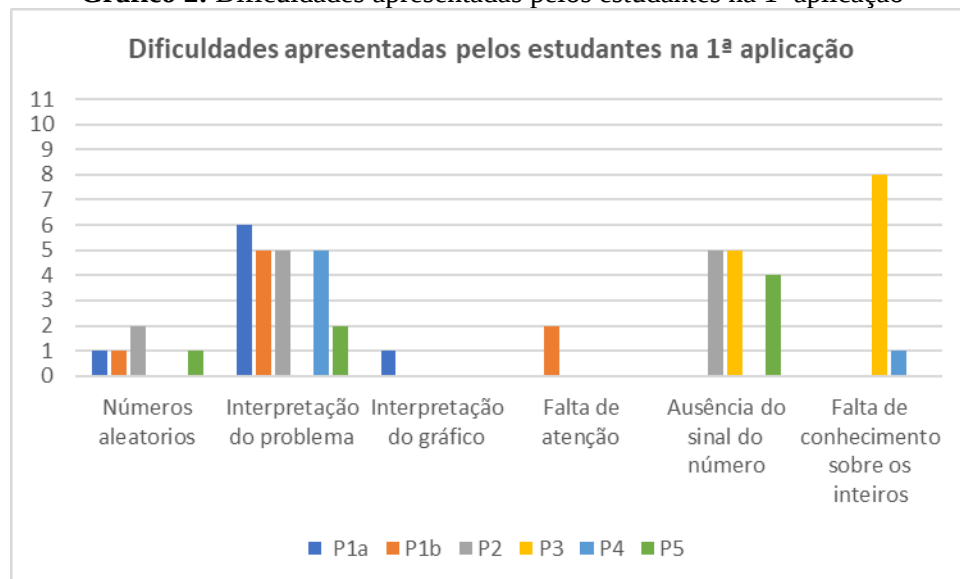
5.2. Análise das dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução dos problemas

Neste tópico abordamos sobre as dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução dos problemas nas duas aplicações do instrumento. Para tanto, voltamos nosso olhar para as respostas categorizadas como parcialmente corretas e incorretas. Tais resoluções evidenciaram as seguintes dificuldades: *números aleatórios; interpretação do problema; interpretação do gráfico; falta de atenção; ausência do sinal do número e falta de conhecimento sobre os inteiros.*

A dificuldade identificada como “*números aleatórios*” foi utilizada para indicar os estudantes que usaram na resolução números que não fazem parte do enunciado do problema. Na “*interpretação do problema*” estão presentes as resoluções que mostram que o aluno errou por não ter entendido o enunciado do problema. Quando não conseguiam responder corretamente por não saberem interpretar as informações presentes no gráfico concebemos como “*interpretação do gráfico*”. Consideramos “*falta de atenção*” quando o aluno cometeu erros por descuido, como, por exemplo, ao calcular corretamente, mas registrar 2.000 em vez de 20.000 como resposta final, também quando se distraiu e acabou errando algum cálculo. Categorizamos como “*ausência do sinal do número*” as respostas que só trazem o número sem dizer se é positivo ou negativo. E, “*falta de conhecimento sobre os inteiros*” quando o aluno mostra que ainda não domina conceitos do conjunto, por exemplo, que -2 é maior que -5.

Para comentar sobre as dificuldades dos estudantes em cada uma das aplicações, escolhemos organizar os dados em dois gráficos, pois consideramos que melhora a visualização. Iniciamos comentando as dificuldades apresentadas pelos estudantes na primeira aplicação do instrumento, antes da intervenção. Considerando-se que o P1 tem quatro itens, organizamos da seguinte maneira: P1a representa o quantitativo de estudantes que resolveram de forma incorreta ou parcialmente correta os itens “a1” e “a2” e P1b, os itens “b1” e “b2”, e da mesma forma fizemos no P3. Assim, escolhemos cores diferentes, presentes nas barras dos gráficos, que identificam a quantidades de estudantes que tiveram aquela dificuldade no: P1a, P1b, P2, P3, P4 e P5.

Gráfico 2: Dificuldades apresentadas pelos estudantes na 1ª aplicação



Fonte: Banco de dados do autor

O Gráfico 2 nos mostra que na primeira aplicação do instrumento as dificuldades mais frequentes foram: *interpretação do problema*, *ausência do sinal do número* e *falta de conhecimento sobre os inteiros*.

A dificuldade de “*interpretação do problema*” esteve presente em quatro problemas: P1(itens a e b), P2, P4 e P5. O erro de interpretação mais cometido foi que os estudantes ao invés de identificarem os bimestres, identificaram o valor do lucro ou do prejuízo, isso aconteceu no P1a e P1b.

A “*ausência do sinal do número*” foi evidenciada nos problemas P2, P3 e P5 (cinco estudantes no P2 e P3 e quatro no P5). Observou-se nos problemas mencionados que os estudantes chegaram no resultado numérico correto, porém, não colocaram o sinal (ficando com o resultado oposto do esperado, ou seja, sentido positivo, ao invés de ser negativo).

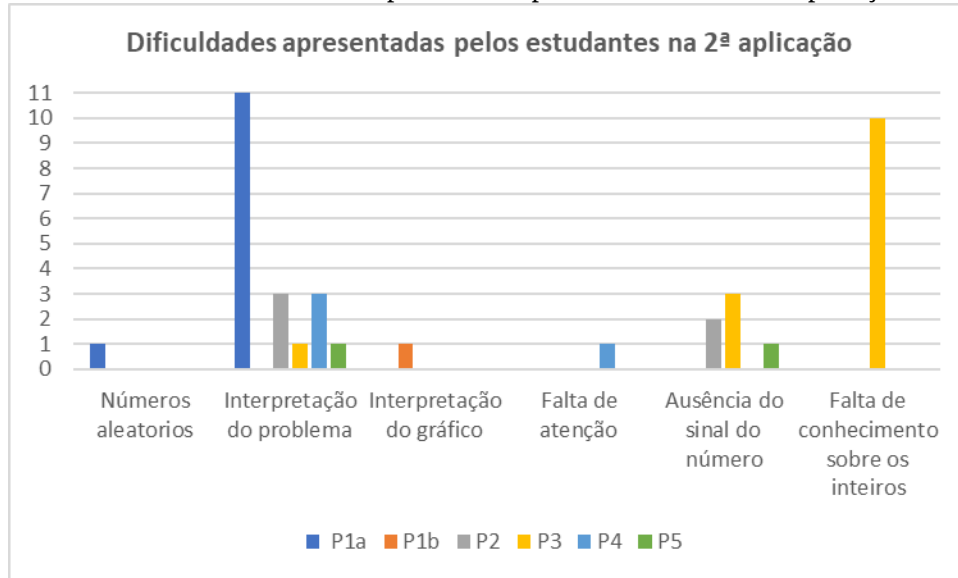
A “*falta de conhecimento sobre os inteiros*” esteve mais presente no problema P3 (oito estudantes). Nesse tipo de problema é comum os estudantes apresentarem dificuldade, pois é considerado de maior grau de complexidade, contudo, as dificuldades que destacamos aqui são as que se relacionam aos conhecimentos próprios do conjunto dos números inteiros. Nesse sentido, observamos dificuldade em realizar o cálculo, pois utilizaram o esquema dos números naturais, e em ordenar as quantidades para saber qual é a maior ou qual é a menor, principalmente quando se trata de números negativos. Por exemplo, saber que -2 é maior que -5. Há uma tendência nos alunos em manter a ideia de que 5 é maior que 2, fato que é verdade no conjunto dos Naturais e, por isso, consideram -5 maior que -2, sem se atentarem para o sentido crescente no qual os números são colocados na reta. Nascimento (2002) destaca a importância de que os estudantes entendam que o zero é o valor que representa a separação numérica dos positivos e dos negativos representados na reta e que os valores negativos crescem à medida que se aproximam do zero. Também, no P4 observamos que ao invés de seguirem o sentido negativo (movimento para a esquerda), como solicitado no enunciado, os alunos seguiram para o lado positivo. Esse erro reflete uma dificuldade na compreensão do sentido crescente ou decrescente dos números na reta numérica.

O uso de “*números aleatórios*”, apesar de em pequeno número, apareceu nas resoluções presentes em quatro problemas, a saber: P1a, P1b, P2 e P5. Também, a “*falta de atenção*” apareceu em pequeno número, contudo em uma única situação-problemas, no P1a. Os estudantes que cometeram esse erro compreenderam o problema, mas esqueceram de um zero na resposta final, no que era para ser 20.000 eles colocaram 2.000. Da mesma forma, a dificuldade “*interpretação do gráfico*”, foi evidenciada por apenas um estudante. Ao resolver o problema P1a esse estudante identificou apenas

dois dos quatro bimestres que tiveram lucro, e ainda identificou com lucro um bimestre em que houve prejuízo.

O Gráfico 3 nos mostra que na segunda aplicação do instrumento as dificuldades mais frequentes são as mesmas presentes na primeira aplicação: *interpretação do problema*, “*ausência do sinal do número*” e “*falta de conhecimento sobre os inteiros*”, contudo, em menor número.

Gráfico 3: Dificuldades apresentadas pelos estudantes na 2ª aplicação



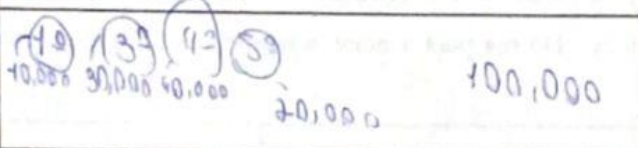
Fonte: Banco de dados do autor

Na segunda aplicação do instrumento, observa-se que a dificuldade de “*interpretação do problema*” diminuiu no P2, P3, P4 e P5, mas aumentou no P1a (11 estudantes) e, da mesma forma, a dificuldade “*falta de conhecimento sobre os inteiros*” diminuiu no P4, chegando a zero estudantes, por outro lado aumentou no P3 (10 estudantes). Quanto à “*ausência do sinal do número*”, observamos que essa dificuldade se manteve nos problemas, entretanto, em menor número.

Na sequência, trazemos algumas resoluções apresentadas pelos estudantes, com vistas a comentar as dificuldades identificadas que foram mais frequentes. Na Figura 17 trazemos a resolução de A10 para o P1a. Observa-se que embora o item “a” solicitasse duas respostas, A10 só respondeu uma delas.

Figura 17: Resposta do P1a do estudante A10

a) Em quais bimestres a empresa lucrou? E em quais teve prejuízo?

Resolução (cálculos)	Resposta
	+70,000

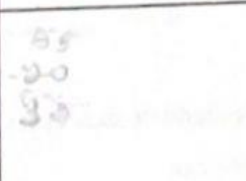
Fonte: Banco de dados do autor

A resolução de A10 mostra que ele acertou a primeira resposta ao escrever e circular os bimestres (1º, 3º, 4º e 5º), contudo, errou a segunda pergunta, pois escreveu o valor (+70,000) e a resposta correta seria no 2º e 6º bimestres, evidenciando que não interpretou corretamente o enunciado.

Como afirmamos anteriormente, outra dificuldade frequente foi a “*falta de conhecimento sobre os inteiros*”. Nela, o estudante apresenta dificuldade em operar com os números inteiros. Esta dificuldade está presente em maior número no P3 (10 estudantes).

Figura 18: Resposta do P3 do estudante A4

3) Na Antártida, no inverno, a temperatura pode variar de -20°C a -55°C . Qual dessas temperaturas é a menor? Qual é a variação entre as temperaturas?

Resolução (cálculos)	Resposta
	-20 graus é a menor temperatura a variação é de $+35$

Fonte: Banco de dados do autor

Uma das perguntas do P3 pedia que o estudante identificasse qual das duas temperaturas era menor, -20 ou -55 . Observa-se na resposta de A4 que ele registrou que -20 era menor, possivelmente levando em consideração seus conhecimentos sobre o conjunto dos números naturais, ao invés de observar o sentido crescente da posição dos números na reta.

Como destacado anteriormente, a dificuldade “*ausência do sinal do número*” esteve presente nos problemas P2, P3 e P5.

Figura 19: Resposta do P3 do estudante A13

3) Na Antártida, no inverno, a temperatura pode variar de - 20 °C a - 55 °C. Qual dessas temperaturas é a menor? Qual é a variação entre as temperaturas?

Resolução (cálculos)	Resposta
$\begin{array}{r} 20 \\ - 55 \\ \hline 35 \end{array}$	a menor é <u>- 55</u> Variação de <u>35</u>

Fonte: Banco de dados do autor

O aluno A13 utilizou os números presentes no enunciado para realizar o cálculo, contudo, ele desprezou o sinal dos números. Ele fez a subtração e apresentou os resultados omitindo o sinal negativo, embora estivesse trabalhando com números inteiros, e não naturais.

Além de identificar as dificuldades em cada aplicação do instrumento, consideramos importante comparar o número de vezes que elas apareceram, pois, apesar de serem as mesmas, observamos que houve mudança nesse quantitativo. Ressaltamos que houve uma redução: (i) na dificuldade “*números aleatórios*”, pois antes constava nos problemas P1a, P1 b1 e b2, P2 e P5, agora apenas apareceu no P1a; (ii) na dificuldade “*interpretação do problema*”, sendo que antes constava ter 5 estudantes com essa dificuldade no P1b e na segunda aplicação não consta mais; na dificuldade “*falta de conhecimento sobre os inteiros*”, pois a quantidade de problemas relacionados diminuiu, assim como a de “*números aleatórios*”, reduzindo-se a apenas um problema em cada uma delas; na dificuldade “*ausência do sinal do número*” manteve-se o quantitativo nos problemas P2, P3 e P5, porém reduziu o P2 antes tinha 5 e diminuiu para 2, P3 tinha 5 e diminuiu para 3 e , o P5 que tinha 4 diminuiu para 1, o que mostra que, em geral, houve redução no número de vezes que as dificuldades apareceram, o que sinaliza uma pequena melhora no aprendizado dos estudantes.

Embora tenha havido uma redução geral nas dificuldades dos estudantes, indicando uma melhora no aprendizado, o aumento da dificuldade “*interpretação do problema*” no P1a sugere que, apesar do progresso, essa área específica ainda precisa de mais atenção. Ou seja, os estudantes estão evoluindo, mas a compreensão dos problemas precisa ser trabalhada de forma mais aprofundada.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de identificar as dificuldades enfrentadas por estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações-problema envolvendo adição e subtração de números inteiros, fazemos considerações com base nos dados coletados nas onze aulas desenvolvidas com a turma de estudantes.

As informações presentes nas estratégias resolutivas apresentadas nos instrumentos aplicados e nos registros de áudio feitos durante as aulas revelam evidências de que o uso dos recursos materiais: fichas coloridas e reta numérica, colaborou para a aprendizagem das operações de adição e subtração com números inteiros. No que diz respeito à resistência dos estudantes em relação aos materiais, observamos que inicialmente houve resistência no uso das fichas coloridas, mas que foi superada ao longo das aulas. A reta numérica, por sua vez, foi prontamente aceita devido à sua fácil visualização e aplicação direta nas operações matemáticas. Apesar das dificuldades iniciais na interpretação de problemas e atividades, houve um progresso ao se trabalhar com operações de adição e subtração, como evidenciado pela comparação dos resultados dos instrumentos aplicados na primeira e na última aula.

A análise das dificuldades encontradas em cada problema nas duas aplicações apontou desafios como: *números aleatórios; interpretação do problema; interpretação do gráfico; falta de atenção; ausência do sinal do número; e falta de conhecimento sobre os inteiros*. Na primeira aplicação, a *interpretação do problema* e a *falta de conhecimento sobre os inteiros* foram as dificuldades mais frequentes. Na segunda aplicação, observou-se uma melhora, especialmente na *interpretação do gráfico* e na *ausência do sinal do número*. No entanto, ainda persistiram dificuldades na interpretação de problemas e no entendimento dos números inteiros, evidenciando a necessidade de se enfatizar o estudo dos números inteiros tendo como base a resolução de problemas.

Quanto ao desempenho dos estudantes nas situações-problema, embora após a intervenção tenha havido uma melhora no índice geral, muitos estudantes ainda apresentam dificuldades em resolver corretamente os problemas de comparação.

Este estudo pode contribuir para futuras pesquisas ao oferecer uma análise das dificuldades dos alunos ao resolverem situações aditivas envolvendo números inteiros e compartilhar uma ação docente pautada no uso de recursos materiais auxiliares.

8. REFERÊNCIAS

ANDRINI, Á; VASCONCELLOS, M. J. *Praticando Matemática: 7. Edição renovada*. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Circulares Nacionais para o Ensino Fundamental. 5ª à 8ª série*, Brasília, SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 11 de mai. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em 06 abr. 2024.

CHAKUR, C. R. S. L. *A desconstrução do construtivismo na educação: crenças e equívocos de professores, autores e críticos*. São Paulo: Editora UNESP Digital, 2015.

COSTA, J.F.S. Oficina de números positivos e negativos: possibilidades para aprender matemática. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 7., 2017, Canoas. Anais [...]. Canoas: Ulbra, 2017. p. 1-13. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/view/6673>

COSTA, J.F.S. *Oficinas de números positivos e negativos: possibilidades para aprender matemática*. 102 f. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Licenciatura em Matemática). Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/37109>

DANTE, L. R. *Tudo é matemática: ensino fundamental*. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2005

ETCHEVERRIA, T. C.; *O ensino de conceitos aditivos: trajetórias e possibilidades*. Curitiba: Appris, 2019.

FAGUNDES, L. C. *Materiais manipulativos no ensino de matemática a crianças de 7 a 14 anos –período das operações concretas*. Palestra proferida no Seminário Nacional sobre recursos audiovisuais no ensino de 1º grau. Departamento de Ensino Fundamental –MEC, Brasília, 1977.

FERREIRA, J. F. *Desafios e estratégias no ensino de matemática durante e após a pandemia: impactos, adaptações e perspectivas futuras*. **Epitaya E-books**, [S. l.], v. 1, n. 91, p. 95-104, 2024. DOI: 10.47879/ed.ep.2024721p95. Disponível em: <https://portal.epitaya.com.br/index.php/ebooks/article/view/1329>. Acesso em: 22 dez. 2024.

FIORENTINI, D; MIORIIM, M. A. *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de matemática*. Boletim da SBEM-SP, n. 7, p. 1-7, jul./ago., 1990.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos metodológicos*. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.

GAY, M. R. G; SILVA, W. R. *Araribá mais matemática*. 1ª. ed. São Paulo: Moderna, 2018.

GRENIER, D. La théorie des champs conceptuels et le modèle de conception. Notes de cours. Grenoble Master2 R et P IC2A Didactique des Sciences. UE TC1 Eléments d'épistémologie et de Didactique. Grenoble, 03/10/07. Disponível em: <http://prevert.upmfgrenoble.fr/SpecialiteDEMS/Cours%202007/UE1/coursTCC%20Conceptions.pdf>

MAGINA, S. et al. Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 3ª ed - São Paulo: PROEM, 2008.

MEGID, M. A. Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com números relativos. In: FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela (org.) Por trás da porta que matemática acontece? Campinas, SP; FE\UNICAMP, 2001.

NASCIMENTO, R. A. Um Estudo Sobre Obstáculos em Adição e Subtração de Números Inteiros Relativos: Explorando a reta numérica dinâmica. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, Tese de Mestrado apresentada ao Departamento de Educação, 2002.

NOVELLO, [et al]. **Material Concreto:** Uma Estratégia Pedagógica Para Trabalhar Conceitos Matemáticos. IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE, III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia, 26 a 29 de outubro de 2009. Disponível em: http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3186_1477.pdf Acessado em 01/10/2011.

PONTES, M. O. Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros. Tese (Doutorado em Educação) –Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/14378>

SÁ, P. F; ANJOS, L. J. S. Números negativos: uma trajetória histórica. Trabalho apresentado no IX Seminário Nacional de História da Matemática, Aracajú, 2011.

SANTOS, M. F. A difícil aceitação dos números negativos: um estudo da teoria dos números de Peter Barlow (1776-1862). Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2008. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/16045>

SILVEIRA, E. Matemática: compreensão e prática. 5ª ed. São Paulo: Moderna, 2018.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. Vontade de Saber - Matemática: 7º Ano. 3ª ed. São Paulo: FTD, 2015.

STRUIK, D. J. História concisa das matemáticas. Tradução: João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1997

VERGNAUD, G. Psicologia cognitiva e do desenvolvimento e pesquisas em educação matemática: algumas questões teóricas e metodológicas. Trad. de Weiss, J. Apresentação concedida para o grupo Canadense de Estudos em Educação Matemática na Queen's University, Kingston, jun.1982.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, Jean (Org.). Didáctica das Matemáticas. (Trad.) Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 155-191.

VERGNAUD, G. A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Trad. Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

9. APÊNDICES

9.1 Declaração de anuência da diretora



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE – UFS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA DE ITABAIANA - DMAI
GRUPO DE ESTUDO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

DECLARAÇÃO DE ANUÊNCIA

Eu, XX, diretora da Escola Estadual XX, venho por meio desta informar que autorizo o pesquisador Dênisson Bispo dos Santos, graduando em licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe – UFS, a desenvolver a pesquisa intitulada “**COMO FAÇO A CONTA? - ESTRATÉGIAS RESOLUTIVAS DE PROCESSOS OPERATÓRIOS**” na Escola Estadual XX, situada no município de Itabaiana - SE.

Declaro conhecer a Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, em suas diretrizes e normas para pesquisa com seres humanos indica, que “toda pesquisa com seres humanos envolve risco em tipos e gradações variados”. No entanto, gostaria de ressaltar que os riscos durante a coleta das informações nesta pesquisa, por meio da observação, desenvolvimento de atividades e aplicação de instrumentos são mínimos, podendo se caracterizar por alguns aspectos desconfortáveis aos professores e estudantes devido ao fato de estarem sendo observados.

A colaboração desse grupo de estudantes será de muita importância, não apenas para a coleta de dados da pesquisa, mas, principalmente, para a formação inicial dos licenciandos, dando-lhes oportunidade de refletir sobre sua prática e de aprender novas situações didáticas. A professora está ciente de que terá o direito de desistir de participar da pesquisa a qualquer momento, sem causar nenhuma penalidade e nenhum prejuízo.

A pesquisa não envolve experimentos, e serão obedecidos todos os preceitos éticos estabelecidos na Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde. Esta pesquisa está vinculada ao projeto intitulado “**COMO FAÇO A CONTA? - ESTRATÉGIAS RESOLUTIVAS DE PROCESSOS OPERATÓRIOS**” que foi aprovado pelo departamento de Matemática de Itabaiana – DMAI. Se houver alguma dúvida em relação ao estudo, poderei entrar em contato com o pesquisador, por e-mail: denissonb@academico.ufs.br ou por telefone: (79)999849021.

Local

Data

Assinatura
Diretora da Escola Estadual XX

9.2 Termo de consentimento da professora



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
DEPARTAMENTO DE MATEM DE ITABAIANA - DMAI
GRUPO DE ESTUDO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezada Professora

Este Termo de Consentimento Livre Esclarecido autoriza Dênisson Bispo dos Santos, enquanto pesquisador, a coletar dados sobre o ensino de Matemática em turmas dos anos finais do ensino fundamental, considerando a pesquisa intitulada **“COMO FAÇO A CONTA? - ESTRATÉGIAS RESOLUTIVAS DE PROCESSOS OPERATÓRIOS”** que está vinculada à linha de pesquisa ensino e aprendizado da matemática do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática – GEPEMAT, da Universidade Federal de Sergipe – UFS. Neste estudo temos como objetivo identificar as dificuldades dos estudantes do 7º ano do ensino fundamental na resolução de situações-problema envolvendo adição e subtração de números inteiros.

Vale ressaltar que os riscos durante a coleta das informações nesta pesquisa, por meio da observação, desenvolvimento de atividades e aplicação de instrumentos e cessão de entrevistas são mínimos, podendo se caracterizar por alguns aspectos desconfortáveis aos professores e estudantes devido ao fato de estarem sendo observados.

Como benefícios, esta pesquisa pretende contribuir para reforçar conceitos relacionados às operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros, por meio do uso de recursos materiais e de diferentes procedimentos operatórios.

Dessa forma, sua colaboração para obtenção de informações que possam auxiliar esta pesquisa é relevante e fica o compromisso do sigilo de sua identidade e da identidade de seus estudantes. Se decidires não participar ou se quiseses desistir de participar em qualquer momento, tens absoluta liberdade de fazê-lo. No caso de aceitar fazer parte dela, você tem liberdade para pedir esclarecimentos sobre qualquer dúvida que tiver.

Dênisson Bispo dos Santos
denissonb@academico.ufs.br / (79) 999849021

Autorizo o pesquisador Dênisson Bispo dos Santos, graduando em licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Sergipe, a utilizar, parcial ou integralmente, as informações coletadas por meio dos instrumentos aplicados no processo de coleta de dados, para fins de sua pesquisa, podendo divulgá-las em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que seja garantido que meu nome não aparecerá e será mantido o mais rigoroso sigilo através da omissão total de quaisquer informações que me identifiquem ou identifiquem meus alunos.

NOME: _____

RG: _____

TELEFONE: _____

Itabaiana/SE, ____ de _____ de 2024.

ASSINATURA: _____