

INVESTIGANDO A CONTRIBUIÇÃO DE UMA UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA (UEPS) NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

INVESTIGATING THE USE OF A POTENTIALLY MEANINGFUL TEACHING UNITS (PMTU) IN THE LEARNING AND TEACHING PROCESS OF TRIGONOMETRIC RATIOS IN A RIGHT-ANGLED TRIANGLE

Tiago Nery Ribeiro

Universidade Federal de Sergipe – UFS
tnribeiro@academico.ufs.br

Divanízia do Nascimento Souza

Universidade Federal de Sergipe – UFS
divanizi@ufs.br

Marlene Alves Dias

Instituto Federal do Ceará – IFCE
maralvesdias@gmail.com

Resumo

Neste artigo investigamos o desenvolvimento da aprendizagem de alunos em situações de ensino desenvolvidas em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) sobre conceitos referentes ao conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo, a partir de conteúdos aplicados à Física, para identificar indícios de uma aprendizagem significativa. O trabalho foi baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa e teve uma metodologia de abordagem do tipo qualitativa, com elementos do *Design Experiment* e os dados analisados a partir da análise textual discursiva. Considerando os princípios que determinam a aprendizagem significativa, concluímos que a UEPS proposta sobre razões trigonométricas em um triângulo retângulo tornou-se um material potencialmente significativo, uma vez que foi importante para as estruturas cognitivas idiossincráticas dos alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Aprendizagem Significativa; UEPS; Razões trigonométricas; Triângulo retângulo.

Abstract

In this article we investigated the development of student learning in teaching situations developed in a Potentially Meaningful Teaching Units (PMTU) on concepts related to trigonometric ratios in a right-angled triangle, from contents applied to physics, to identify evidence of meaningful learning. The work was based on the Theory of Meaningful Learning and had a qualitative approach methodology, with elements of Design Experiment, with data analyzed from discursive textual analysis. Considering the principles that determine meaningful learning, we conclude that the PMTU on trigonometric ratios in a right-angled triangle has become a potentially significant material as it has been important for students' idiosyncratic cognitive structures.

Keywords: Mathematical education; Meaningful learning; PMTU; Trigonometric ratios; Right-angled triangle.

INTRODUÇÃO

A motivação para a construção deste trabalho acerca da elaboração de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) resultou, principalmente, da observação do cotidiano de sala de aula de turmas do primeiro período de curso de licenciatura em Física, a partir da qual, vislumbramos a necessidade de buscar novas ferramentas para superar os desafios que se apresentam na educação. Conforme consta em Rodrigues (2005), necessitamos de uma construção do conhecimento científico no ambiente escolar, de modo a condicionar não apenas o fazer para, mas o fazer com, em um processo construtivista que envolve a aprendizagem e seus agentes formadores: aprendiz, professor, conhecimento, pensamento crítico e criativo e ação instrumental.

Para D'Ambrosio (1989), tornam-se necessárias novas formas de ensinar e aprender o conhecimento matemático. É preciso propor novos projetos no processo de ensino e aprendizagem, que ultrapassem as aulas expositivas, nas quais o professor é o protagonista e os alunos passivamente reproduzem o modelo apresentado pelo professor.

A condição necessária para um novo processo de ensino e aprendizagem é indicada pelo fazer de uma forma ativa que, aliada à questão de ultrapassar a simples transmissão de conhecimento, nos faz considerar que é preciso que o aluno seja protagonista de seu próprio conhecimento, ou seja, fica a cargo do aluno encontrar os procedimentos e técnicas necessários para agir enquanto sujeito da sua formação. Por isso, a memorização pode auxiliar na aprendizagem, mas em um ambiente no qual a aprendizagem da matemática se cristaliza apenas em um espaço de repetição e reprodução, esta pode não se tornar significativa para o aluno. Isso pode ser ainda mais relevante quando a matemática serve de ferramenta para a aprendizagem de outras disciplinas, como a Física, por exemplo, que historicamente deu origem a diversos saberes matemáticos, em particular, os associados à trigonometria, que são atribuídos à Astronomia e à Agrimensura e Navegações.

Essa reflexão conduziu a busca de uma nova forma de ensino que pudesse modificar a realidade do processo de ensino e aprendizagem de matemática. Para isso, desenvolvemos uma experiência de ensino voltada à aprendizagem significativa por ser, segundo Ausubel (2003, p.15), subjetivamente agradável, familiar. Segundo esse autor, esse tipo de experiência aguça a curiosidade intelectual e a perspectiva de se adquirir novos conhecimentos, em vez de provocar uma reação como a que se pode ter diante de uma tarefa desagradável de aprendizagem por memorização, que envolve esforço cognitivo indevido.

Dessa forma, nossas inquietudes nos levaram aos seguintes questionamentos: como evolui a aprendizagem de alunos em situações de ensino desenvolvidas em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre conceitos referentes às noções associadas às razões trigonométricas no triângulo retângulo, a partir de aplicações em situações contextualizadas de Física? Quais dificuldades podemos identificar na aplicação dos conhecimentos matemáticos em tais situações?

O conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo é um saber matemático necessário em aplicações práticas nas várias áreas de atividades humanas, que quando propostas adequadamente podem enriquecer a ação do professor em sala de aula. Em Física, por exemplo, são inúmeros os temas que se relacionam com razões trigonométricas no triângulo retângulo, por exemplo, no cálculo do módulo da força em um plano inclinado. A articulação entre Matemática e Física, possibilita a interdisciplinaridade e o desenvolvimento de situações contextualizadas reais, possibilitando uma nova organização do trabalho pedagógico, que pode ajudar a motivar os alunos, auxiliando na construção do conhecimento deles, não mais marcado pela fragmentação, mas pela inter-relação entre os saberes das áreas do conhecimento.

No entanto, como aponta Fortes (2012), a partir de um trabalho de pesquisa baseado na análise de erros cometidos por estudantes da 2ª série do Ensino Médio quando desenvolvem atividades sobre o conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo, os alunos não conseguiram identificar hipotenusa, cateto oposto e cateto adjacente ou não conheciam as relações trigonométricas no triângulo retângulo; não distinguiam medidas de ângulos e medidas de lados de um triângulo; apresentavam dificuldades de cálculo matemático; não tinham estratégias definidas para iniciar as soluções dos problemas; demonstravam dificuldades na utilização de fórmulas trigonométricas para resolução dos problemas propostos e dificuldades na interpretação de problemas contextualizados. Segundo a autora, para sanar tais dificuldades, não bastaria que o professor apontasse a solução para os erros, mas sim, que reconhecesse as lacunas existentes na aprendizagem desses alunos, para tentar resgatar conceitos básicos sem insistir em estratégias que efetivamente não funcionaram (FORTES, 2012, p. 84).

Nesta perspectiva, com a finalidade de responder às questões apresentadas, buscamos investigar o desenvolvimento da aprendizagem de alunos em situações de ensino desenvolvidas em uma UEPS, referente ao tema razões trigonométricas no triângulo retângulo, a partir de conteúdos aplicados à Física.

Os resultados aqui apresentados, que constituem um excerto de uma tese de doutorado, deriva de uma experiência de ensino com a UEPS em dois momentos: a elaboração e aplicação da situação de aprendizagem com a UEPS e a coleta, análise e categorização das respostas dos alunos na situação de aprendizagem para identificar indícios de uma aprendizagem potencialmente significativa.

O universo do presente estudo constituiu-se por três grupos de alunos caracterizados da seguinte maneira: estudantes do ensino médio, estudantes do ensino superior em início de curso e do 5º período em diante, ambos de cursos da área de exatas, buscando observar o desenvolvimento da evolução conceitual do material de ensino em diferentes perfis. Todos os estudantes que participaram do processo formativo assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e tiveram suas identidades preservadas. O projeto foi registrado no Comitê de Ética e Pesquisa (CEP), com o protocolo número 22798813.6.0000.5493 e parecer consubstanciado número 833.043.

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E UEPS

A aprendizagem significativa é um conceito-chave na elaboração de uma UEPS, pois, como cita Novak (p. 15, 1984), ela está subjacente à integração construtiva do pensamento, dos sentimentos e das ações que levam a capacitação humana quanto ao compromisso e à responsabilidade. Assim, para que uma unidade de ensino seja considerada potencialmente significativa é necessário que o material disponha de situações que relacionem os conhecimentos prévios relevantes contidos na estrutura cognitiva do aprendiz com o novo conhecimento a ser aprendido e que o novo conhecimento a ser aprendido, seus conceitos e proposições, sejam relevantes para o aprendiz.

A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) tem como princípio o fato de que novas ideias expressas de forma simbólica se relacionam com aquilo que o aprendiz já sabe de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interação ativa e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflete a natureza substantiva e denotativa deste produto interativo (AUSUBEL, 2003, p. 72). A TAS é uma teoria cognitiva desenvolvida inicialmente pelo psicólogo David Paul Ausubel (2003), mas que atualmente sofre importante influência de autores como: Joseph Donald Novak (1981, 1984), D. Bob Gowin (1984) e Marco Antônio Moreira (1983, 2011(a)).

A ideia central da teoria de Ausubel alicerça-se no fato que toda a retenção e aquisição de conhecimentos se dá por meio de um processo interativo, que ocorre entre o material instrucional e as concepções relevantes sobre o(s) conceito(s) em jogo que estão

na estrutura cognitiva daquele que aprende, levando-o a criar novos significados relevantes sobre aquilo que está aprendendo.

Portanto, os novos conhecimentos são uma consequência da interação ativa que ocorre entre o material de instrução e as ideias relevantes presentes na estrutura cognitiva do aluno. Para Ausubel (2003) isso ocorrerá quando forem respeitadas duas condições:

(1) tarefas de aprendizagem suficientemente não aleatórias, sensíveis e plausíveis para se relacionarem, de forma não arbitrária e substancial, a algumas componentes relevantes de um conjunto de conhecimentos existente em, pelo menos, alguns aprendizes e (2) a existência desta última componente na estrutura cognitiva de determinado aprendiz (AUSUBEL, 2003, p. 43).

Assim, a aprendizagem significativa pressupõe um processo pelo qual, segundo Ausubel (2003), se faz necessário que o aluno reconheça o significado do material, que precisa estar relacionado com seus conhecimentos prévios.

Considerando os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, construímos a UEPS, discutida nesse extrato do trabalho de pesquisa, observando se ela contribuiria para uma aprendizagem ativa.

Ressaltamos que, segundo Ausubel (2003), uma aprendizagem ativa necessita ser estruturada com base nos princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integrativa, para possibilitar a aprendizagem, a retenção e a organização do conhecimento visado na estrutura cognitiva do aprendiz, conforme sugere Ausubel (2003):

(1) uma análise cognitiva necessária para se averiguar quais são os aspectos da estrutura cognitiva existente mais relevantes para o novo material potencialmente significativo;
(2) algum grau de reconciliação com as ideias existentes na estrutura cognitiva, ou seja, apreensão de semelhanças e de diferenças e resolução de contradições reais ou aparentes entre conceitos e proposições novos e já enraizados;
(3) reformulação do material de aprendizagem em termos dos antecedentes intelectuais idiossincráticos e do vocabulário do aprendiz em particular. (AUSUBEL, 2003, p. 6).

Unidade de Ensino Potencialmente Significativa foi a maneira utilizada por Moreira (2011(b)) para denominar uma sequência didática adequada para a implementação dos princípios teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa. As UEPS estão alicerçadas ao processo e às circunstâncias que se propõem à aprendizagem. Dessa forma, as unidades de ensino só poderão ser potencialmente significativas se o material for significativo, pois conforme Ausubel (2003, p. 78) o objetivo da aprendizagem significativa, que é a aquisição de novos significados, já estaria completa antes mesmo de haver a aprendizagem. Essa argumentação de Ausubel conduziu Moreira (2011(b), p. 25) a explicitar que não existe livro significativo, nem aula significativa, nem problema significativo, já que o significado está nas pessoas e não no material.

Após essa breve reflexão, ressaltamos que para a construção da UEPS apresentada neste trabalho, seguimos a sequência já desenvolvida por Moreira (2011(b), p. 45-46), considerando os seguintes passos:

(1) definir o tema a ser trabalhado na UEPS, identificando aspectos procedimentais, tais como os aceitos no contexto da disciplina;

(2) criar e/ou propor situações que possam oportunizar a identificação dos conhecimentos prévios relevantes da estrutura cognitiva dos alunos, tópico importante para obtenção de uma aprendizagem significativa;

(3) levando-se em conta o conhecimento prévio relevante identificado previamente, propor situações-problema que tenham o potencial de preparar o terreno para a introdução do material de ensino sobre o tema escolhido;

(4) apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, levando em consideração a diferenciação progressiva;

(5) retomar aspectos mais gerais sobre o tema, de forma a propor o conhecimento em um maior nível de complexidade, colocando novos exemplos e destacando semelhanças e diferenças em relação à primeira apresentação;

(6) concluir a unidade retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão buscando a reconciliação integrativa;

(7) por último, realizar a avaliação da aprendizagem da UEPS.

Ainda segundo Moreira (2011(b), p. 46), a UEPS será considerada eficiente quando, durante a avaliação de desempenho dos alunos, proporcionar uma aprendizagem significativa, caracterizada por elementos como: melhor captação de significados, compreensão de conceitos, melhor capacidade de explicação, relacionar conceitos, aplicar o conhecimento adquirido para resolver situações-problema.

METODOLOGIA

A UEPS foi aplicada em quatro encontros presenciais, de 2 horas/aula cada, em três turmas, denominados: Grupo 01 - alunos ingressantes dos cursos de Licenciatura em Física, Química e Matemática do Campus Universitário Professor Alberto de Carvalho da Universidade Federal de Sergipe (UFS), localizado na cidade de Itabaiana/SE; Grupo 02 - alunos participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) do Departamento de Física do mesmo Campus; e Grupo 03 - alunos do ensino médio da Educação Básica do Colégio Estadual Atheneu Sergipense, da rede pública do estado de Sergipe. Ao todo, 43 alunos participaram das atividades.

A partir dos objetivos expostos, e adotando as UEPS como uma ação educativa que não pode ser um sinônimo de transferência do conhecimento e sim uma ação ativa e permanente no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, esta pesquisa se enquadra numa abordagem do tipo qualitativa, que utiliza elementos do *Design Experiment*. Seguimos essa metodologia na investigação porque nos fornece uma relação direta entre a teoria e a prática educacional, de forma integrada com a realidade da sala de aula, oportunizando observar como os acontecimentos são influenciados por variantes como os próprios alunos, as suas culturas, suas interações com outros alunos, com o professor e o material educativo.

O *Design Experiment* enfatiza a criação e o desenvolvimento de teorias de aprendizagem como seu objetivo preliminar, com a melhoria do processo de aprendizagem em uma sala de aula, vista como o objetivo principal (COBB *et al.*, 2003, p. 10).

Para Molina *et al.* (2007), a pesquisa em *Design Experiment* pode ser definida como um conjunto de abordagens metodológicas no qual o *design* instrucional e a pesquisa são interdependentes. Isto significa que as situações de aprendizagem da UEPS servem como contexto para a própria investigação. Consideramos que a característica do *Design Experiment* que nos garante uma melhor organização dos procedimentos metodológicos é o seu caráter intervencionista e inovador, partindo de uma investigação prévia e buscando resultados que tenham como fim o aprimoramento educacional (COBB *et al.*, 2003).

Assim, a sala de aula torna-se um ambiente de pesquisa, no qual tanto o pesquisador quanto os alunos puderam gerar situações de análise e avaliação da UEPS. No *Design Experiment* professor torna-se o pesquisador da sua própria prática pedagógica. Para isto, segundo Coob *et al.* (2003), ele deve estar apto a criar o contexto inicial das atividades a serem desenvolvidas, conduzi-las adequadamente e ter a neutralidade suficiente para realizar uma análise sistemática de toda a situação.

Para discutirmos a evolução do tema a partir das respostas dos alunos, buscando identificar vestígios de uma aprendizagem potencialmente significativa na UEPS, fez-se necessário um procedimento de pesquisa que se situasse na teoria da comunicação. Utilizamos uma metodologia de natureza qualitativa e exploratória e para investigação dos dados a Análise Textual Discursiva de Moraes e Galiazzi (2013), com o objetivo identificar, a partir dos textos dos alunos, informações que oportunizassem a compreensão do seu discurso.

Para Moraes e Galiazzi (2013), a análise textual discursiva é uma metodologia que se insere entre os extremos da análise de conteúdo tradicional e a análise de discurso que

representa um movimento interpretativo de caráter hermenêutico. Ela também nos possibilita deduzir sobre qualquer uma das concepções conceituais que o aluno escreveu, uma vez que toda mensagem escrita está repleta de informações sobre a evolução conceitual do tema e as concepções do aluno.

Segundo Moraes e Galiazzi,

a análise textual discursiva parte de um conjunto de pressupostos em relação à leitura dos textos que examinamos. Os materiais analisados constituem um conjunto de significantes. O pesquisador atribui a eles significados a partir de seus conhecimentos, intenções e teorias. A emergência e comunicação desses novos sentidos e significados são os objetos da análise. (MORAES e GALIAZZI, 2013, p. 16).

Neste trabalho, a análise do discurso dos alunos na aplicação da UEPS buscou identificar e interpretar aquilo que o texto pode suscitar com o referencial teórico inserido em sua construção. Com base em Moraes e Galiazzi (2013), partiu-se do pressuposto que toda a leitura já é uma interpretação e que não existe uma leitura única e objetiva, construindo, assim, múltiplos significados. Para isso, analisamos os dados obtidos a partir de alguns sentidos e significados que nos possibilitaram observar na UEPS o olhar do autor dos textos e do pesquisador, de forma a encaminhar descrições e interpretações capazes de apresentarem novos modos de compreender os fenômenos investigados (MORAES e GALIAZZI, 2013).

A análise dos dados coletados a partir da aplicação da UEPS em sala de aula se deu utilizando-se dos documentos textuais construídos pelos alunos, especialmente para essa pesquisa, por meio das respostas às atividades e situações-problema, depoimentos produzidos e construção de mapas conceituais. Corroborando com Moraes e Galiazzi (2013), a análise foi realizada da seguinte forma:

(1) Desmontagem dos textos: os textos foram fragmentados individualmente realizando-se um processo denominado de desconstrução e unitarização deles, de modo a buscarmos um melhor foco sobre as questões mais individuais da UEPS.

(2) Estabelecimento de relações: processo de categorização no qual se buscou reunir elementos próximos à teoria para a compreensão dos fenômenos investigados, configurando um processo de auto-organização e reunião daquilo que é semelhante. As categorias não foram definidas a priori, foram escolhidas a partir da análise dos dados coletados, de forma que foi se classificando aquilo que foi investigado, escolhendo as categorias pertinentes com os objetivos e o referencial teórico do trabalho.

(3) Captação do novo emergente: investigação acerca daquilo que foi construído nos eventos anteriores, buscando uma compreensão em relação aos objetivos da pesquisa, a

sua crítica e validação. Isso representa a produção de um texto argumentativo, no qual comunicamos e fundamentamos a interpretação da análise realizada a partir dos dados coletados, também é um momento de aprendizagem acerca dos fenômenos investigados.

(4) Um processo auto organizado: um esforço para que os resultados do novo emergente possam ser concretizados.

A UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA

Primeiro encontro presencial – conceituando e caracterizando o triângulo retângulo

A partir da análise dos conhecimentos prévios dos alunos participantes da pesquisa, tomando como referencial o estabelecido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e currículos oficiais, iniciamos a UEPS em cada turma. Utilizamos como estratégia de ensino o *software GeoGebra*, por meio do qual propusemos o reconhecimento das características do triângulo retângulo, de forma que fosse possível ao aluno armazenar o conceito por um período mais longo do que pela memorização, visando conexões significativas entre os conceitos trabalhados.

No momento 01, foi construído um triângulo retângulo com o auxílio do *software GeoGebra* e apresentado os ângulos formados, a fim de conceituar esse tipo de triângulo e caracterizá-lo. Com isso, podemos identificar semelhança entre triângulos a partir do reconhecimento de proporcionalidade e de situações-problema considerando fenômenos da Física.

Todos os alunos participaram da UEPS sem dificuldades relacionadas à leitura, interpretação do texto e instrumentalização do software. Para verificar a evolução conceitual e as dificuldades deles em relação ao tema, foi realizada uma atividade composta pelas questões apresentadas no quadro 1.

Quadro 1 – Atividade do momento 01 do primeiro encontro de aplicação da UEPS.

- 01 – Caracterize um triângulo retângulo.
 02 – Denomine os lados a, b e c do triângulo.
 03 – Tendo como referencial um determinado ângulo α (indique o ângulo escolhido por você), responda quem seria a hipotenusa, o cateto oposto e o cateto adjacente a partir do ângulo escolhido.

Dos alunos participantes, 88,3% conseguiram conceituar o triângulo retângulo corretamente e todos foram capazes de nomear adequadamente os lados dessa figura.

No momento 02, intitulado “Descobrimos triângulos semelhantes”, foi elaborada uma sequência de ensino cujo objetivo era observar dois triângulos e identificar as características que os tornam semelhantes. Os alunos utilizaram o *software GeoGebra* para construir, gerando dois novos triângulos a partir do triângulo trabalhado no momento 01.

Diferentemente do momento anterior, no qual o software possibilitava construir um triângulo retângulo a partir de três pontos assinalados no plano cartesiano, neste momento os alunos necessitavam possuir conhecimentos matemáticos mais específicos para a construção dos dois triângulos semelhantes.

Para a identificação dos pontos necessários à construção dos triângulos, foi apresentado um texto aos alunos ao qual refere-se a termos como: reta perpendicular, vértice oposto e ponto de intersecção. Observou-se que os alunos apresentaram dificuldades na interpretação da nomenclatura dos objetos matemáticos, havendo necessidade de intervenção do professor para compreensão da UEPS.

Para conhecer a evolução conceitual em relação ao tema proposto no momento 02 do primeiro encontro da UEPS, foi realizada uma atividade envolvendo respostas às questões apresentadas no quadro 2.

Quadro 2 – Questões apresentadas na atividade do momento 02 do primeiro encontro de aplicação da UEPS.

01 – Como você pode determinar se os dois triângulos são semelhantes ou não?
02 – Ao clicar no ícone ângulo você poderá colocar os valores dos ângulos dos dois triângulos. A que conclusão você pode chegar com os valores encontrados?

Todos os alunos conseguiram identificar, com o auxílio do *software GeoGebra*, que os ângulos correspondentes dos triângulos construídos eram congruentes e que seus lados homólogos são proporcionais, condição necessária para atestar a semelhança entre os triângulos. Vale ressaltar que, embora a sequência de ensino apontasse para que os alunos recorressem aos ângulos correspondentes para verificar a semelhança entre os triângulos, dois alunos do Grupo 02 e dois alunos do Grupo 01 recorreram também a proporcionalidade de lados correspondentes para justificar a semelhança entre os triângulos.

Na questão 02, um aluno do Grupo 01 e três do Grupo 03 demonstraram não ter compreendido o tema tratado, e outros seis alunos não responderam a atividade. Possivelmente, para esses alunos ainda persistiam as dificuldades de associação entre os objetos matemáticos e suas propriedades, por não conhecerem os conceitos relacionados aos objetos enunciados.

O objetivo do momento 03 foi a observação da semelhança entre triângulos retângulos, porém, identificando a proporcionalidade existente entre lados correspondentes dos dois triângulos. Utilizando o *software GeoGebra*, os alunos interagiram com os dois novos triângulos construídos no momento 02. Na interação, eles podiam colocar (ou marcar) dois pontos, um em cada triângulo. Utilizando o recurso “habilitar uma animação”

do software, eles faziam os pontos se deslocarem pelos triângulos. Como os pontos se deslocavam pelos lados correspondentes dos triângulos no mesmo intervalo de tempo, obtém-se a variação da medida do segmento, dessa forma os alunos deveriam observar a existência de proporcionalidade entre lados correspondentes, concluindo que os triângulos eram semelhantes.

Os alunos dos grupos 01 e 02 apresentaram dificuldades em desabilitar no *software* a animação do triângulo maior (que deu origem aos dois triângulos semelhantes) para que os pontos somente percorressem os lados dos triângulos elaborados no momento 02. Essa dificuldade foi gerada pela não compreensão do texto, tornando necessária a intervenção do professor. Antes da aplicação da sequência de ensino ao Grupo 03, o texto foi alterado, o que fez com que essa dificuldade não fosse mais observada. Após essa intervenção, os alunos dos três grupos resolveram a questão do quadro 3.

Quadro 3 – Atividade do momento 03 do primeiro encontro de aplicação da UEPS.

01 – O que você pode concluir sobre os deslocamentos observados?
--

Essa questão requeria do aluno um conhecimento matemático associado às normas, mais especificamente o entendimento de que a razão entre o espaço percorrido e o intervalo de tempo seria uma constante, que é chamada na Física de velocidade média. Se os lados do triângulo são percorridos ao mesmo tempo é porque existe uma proporcionalidade nas dimensões de lados correspondentes.

Observamos que 51,2% dos alunos conseguiram identificar a proporcionalidade existente entre os lados do triângulo, a partir do conhecimento sobre a relação entre espaço percorrido e o intervalo de tempo de tempo gasto para percorrê-lo. Para 32,6% dos alunos, o ponto percorria os lados do triângulo correspondente em intervalos de tempo iguais. No entanto, esses alunos não explicitaram que isso era devido à proporcionalidade existente entre os lados, o que comprovaria que eles entendiam que os triângulos eram semelhantes. Dois dos alunos (4,6%) citaram, sem justificar, a semelhança existente entre os triângulos, o restante dos alunos (11,6%) nada respondeu.

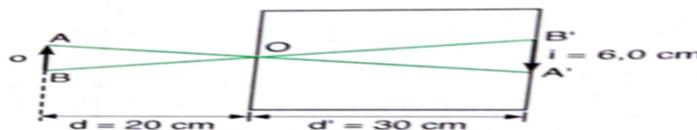
O momento 04 teve por objetivo a aplicação sobre a semelhança entre triângulos. Iniciamos com o Princípio de Propagação Retilínea da Luz, que foi apresentado para, a partir de informações sobre fenômenos como sombra, eclipses e o funcionamento de câmeras escuras de orifício (exemplo: máquina fotográfica), fosse possível empregar os conhecimentos matemáticos adquiridos sobre semelhança entre triângulos retângulos. Foram discutidos, de forma expositiva e participativa, os conceitos referentes ao Princípio

de Propagação Retilínea da Luz e, em seguida, foi resolvido pelo professor um problema sobre uma situação que envolvia o conceito de sombra aplicado ao tema. Vale ressaltar que essa atividade foi um tipo de *subsunçor* que facilitou o desenvolvimento do tema entre os alunos, incentivando a curiosidade deles sobre a relação que existia entre os fenômenos e o tema matemático discutido na UEPS.

Para identificar a evolução conceitual em relação ao tema proposto no momento 04, foi solicitado aos alunos que resolvessem as questões apresentadas no quadro 4.

Quadro 4 – Atividades do momento 04 do primeiro encontro de aplicação da UEPS.

- 01 – (PUCC) Um observador nota que um edifício projeta no solo uma sombra de 30 m de comprimento, no instante em que um muro de 1,5 m de altura projeta uma sombra de 50 cm. Determine a altura do prédio.
- 02 – (EF Edson Queiroz – CE) Um grupo de escoteiros deseja construir um acampamento em torno de uma árvore. Por segurança, eles devem colocar as barracas a uma distância tal da árvore que, se esta cair, não venha a atingi-los. Aproveitando o dia ensolarado, eles mediram, ao mesmo tempo, os comprimentos das sombras da árvore e de um deles, que tem 1,5 m de altura, os valores encontrados foram de 6,0 m e 1,8 m, respectivamente. A distância mínima de cada barraca à árvore deve ser de:
(a) 6,0 m (b) 5,0 m (c) 4,0 m (d) 3,0 m (e) 2,0 m
- 03 – Um objeto linear está situado a 20 cm de uma câmara escura de orifício com comprimento 30 cm. Sabendo-se que a altura da imagem projetada é de 6,0 cm, determine a altura do objeto. Ver figura abaixo.



O índice de acerto da questão 01 foi de 72%, na questão 02 de 74,4% e na questão 03 de 79%, que podem ser entendidos como índices de acertos satisfatórios. No caso dos alunos que não responderam corretamente, foram observadas dificuldades de interpretação da atividade, tanto por ausência de figura na questão quanto na aplicação de fórmulas para a resolução da regra de três, o que indica ser um conhecimento que, apesar de ser trabalhado no currículo da Educação Básica, não fazia parte dos conhecimentos prévios desses alunos. O maior percentual de acertos da questão pode ser explicado por essa conter uma ilustração, o que facilita a visualização da situação apresentada.

Segundo encontro presencial – o Teorema de Pitágoras

O momento 01 foi iniciado com a leitura de dois textos, uma música do grupo musical Mamonas Assassinas, intitulada “uma Arlinda Mulher”, e um poema de Millôr Fernandes, intitulado “Poema Matemático: O quociente e a incógnita”. Ambos os textos apresentam a hipotenusa como sendo a soma do quadrado dos catetos. Uma incoerência matemática, que talvez se justifique por questões poéticas na elaboração dos textos. Os

textos foram utilizados como organizadores prévios para discutirmos o Teorema de Pitágoras, com o objetivo de inserir os princípios da diferenciação progressiva na UEPS, de forma a estabelecer uma relação entre o novo conhecimento e os conhecimentos prévios dos alunos. Após a leitura, os alunos responderam ao questionamento dado no quadro 5.

Quadro 5 – Atividade do momento 01 do segundo encontro de aplicação da UEPS.

01 - O que a música da Banda Mamonas Assassinas e o poema de Millôr Fernandes têm em comum? O que eles falam está correto?

A partir das respostas, foi identificado que 62,8% dos alunos, em sua maioria dos grupos 02 e 03, conseguiram identificar que o conceito de hipotenusa nos textos da música e do poema estava descrito incorretamente, e os demais assinalaram que o conceito estava correto.

No momento 02 foi exibido o documentário “O legado de Pitágoras: Pitágoras e outros” (TV Escola), que apresenta a vida de Pitágoras e a evolução conceitual do teorema que leva o seu nome. Após a exibição do documentário os alunos responderam uma atividade contendo cinco questões, transcritas no quadro 6.

Quadro 6 - Atividade do momento 02 do segundo encontro de aplicação da UEPS.

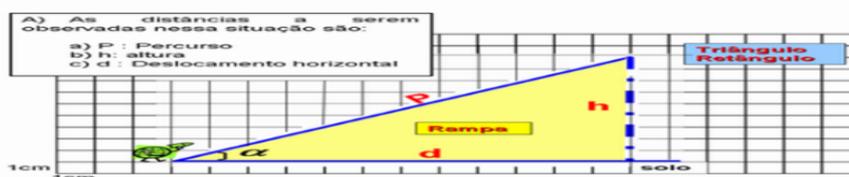
01 – A partir do que foi observado ao assistir o documentário, enuncie o teorema de Pitágoras:

02 – Marque a alternativa que corresponde à descrição matemática correta do teorema de Pitágoras a partir do triângulo abaixo:

- (a) $a^2 + c^2 = b^2$
- (b) $b^2 + a^2 = c^2$
- (c) $a^2 - c^2 = b^2$
- (d) $b^2 - c^2 = a^2$
- (e) $c^2 - b^2 = a^2$



(PORTO, A.C. – Portal do professor) Esse enunciado refere-se às atividades 03 e 04. Em qualquer subida podemos ter sua trajetória representada por um triângulo retângulo, suponha que uma das rampas de determinada subida possa ser representada pela figura a seguir:



03 – O triângulo retângulo é um triângulo cujos lados possuem nomes diferenciados dos demais triângulos. Os lados perpendiculares, que formam o ângulo reto, são denominados de **catetos oposto ou adjacente ao ângulo α** e o lado oposto ao ângulo reto (o lado de maior medida) é denominado **Hipotenusa**. Portanto, no triângulo acima o lado denominado de p é _____, o lado denominado de h é _____ e o lado denominado de d é _____.

04 – Utilizando o valor dado na malha quadriculada, meça a altura, o deslocamento horizontal e o percurso total da rampa.

- d = _____.
- h = _____.
- p = _____.

05 – No documentário, ao realizar medições com raios quilométricos através de GPS e satélites em solo europeu, os pesquisadores encontraram que a soma dos quadrados dos catetos não era igual ao quadrado da hipotenusa. Indique uma hipótese para o fato apresentado no vídeo sobre a incoerência dos resultados para a experiência com o teorema de Pitágoras.

Na questão 01 todos os alunos dos três grupos enunciaram corretamente o Teorema de Pitágoras. As intervenções do professor nas discussões contribuíram para esse índice significativo de evolução da compreensão do conceito.

Na questão 02, considerando a totalidade dos dados dos três grupos, o índice de acerto das respostas foi de 79,0%. O formalismo matemático empregado na questão para descrever a fórmula do Teorema de Pitágoras a partir da figura dada, como enunciado pelos alunos na questão 01.

Na questão 03, que trata sobre a identificação dos catetos oposto e adjacente ao ângulo α do triângulo retângulo, três alunos do grupo 01 inverteram as respostas corretas.

Na questão 04, que identifica numericamente, através da malha quadriculada, os valores dos lados do triângulo retângulo, foi observado que todos os alunos dos grupos 02 e 03 identificaram os lados do triângulo corretamente, resultando em um índice de acerto superior ao teste inicial. No Grupo 01, três alunos continuaram sem conseguir reconhecer corretamente os catetos oposto e adjacente ao ângulo α , e oito alunos (61,5%) não conseguiram encontrar o valor correto da hipotenusa a partir da malha quadriculada.

A questão 05 refere-se a uma situação-problema retirada do documentário apresentado, tendo como objetivo discutir a incoerência dos resultados de uma experiência para medição de raios quilométricos na superfície terrestre utilizando GPS e satélites em solo europeu. Essa situação-problema gerou dificuldades na interpretação do fenômeno. A resolução estava associada à evolução significativa do conhecimento sobre o tema, e, concordando com Ausubel (2003, p. 15), isso aguçou a curiosidade intelectual e a perspectiva de se adquirirem novos conhecimentos.

Somente 30,2% do total dos alunos conseguiram identificar a incoerência no valor numérico calculado pelo Teorema de Pitágoras. A incongruência está relacionada ao fato de o planeta Terra não ter uma superfície plana. Vale ressaltar que, dos alunos que não conseguiram observar, 50,1% dos alunos consideraram erro na medida ou problema técnico em algum dos aparelhos e 32,6% não responderam.

No momento 03 foi utilizada uma aplicação do Teorema de Pitágoras, partindo da seguinte situação-problema: Um barco ao atravessar um rio com correnteza consegue chegar ao outro lado da margem? E o ponto de chegada seria o mesmo se não existisse correnteza?

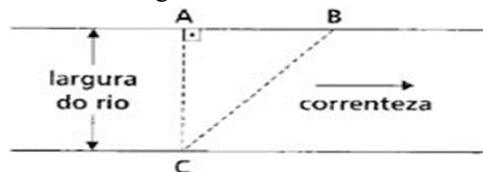
Foi realizada a leitura expositiva e participativa do texto sobre a soma de vetores, com o objetivo de discutir a situação na qual o barco atravessando o rio, de uma margem a outra e sob a influência da correnteza da água, acaba formando um triângulo retângulo com própria trajetória.

Foi possível demonstrar aos 43 alunos que nas operações com vetores perpendiculares o Teorema de Pitágoras possibilita relacionar as distâncias percorridas e as velocidades vetoriais de um objeto em movimento.

Para analisar o nível de compreensão sobre operações com vetores perpendiculares, foi realizada uma atividade envolvendo a resolução das questões apresentadas no quadro 7.

Quadro 7 – Atividade do momento 03 do segundo encontro de aplicação da UEPS.

01 - Um turista que pretende pescar em um rio quer atravessá-lo de uma margem a outra. Partindo de uma posição representada pelo ponto C na margem do rio, representado na figura abaixo, ele pretende atracar no ponto A da margem que fica no outro lado do rio, porém ele consegue chegar ao ponto B. Sabendo-se que a distância percorrida pelo barco do turista, da margem C até a B, é de 100 m e que a distância entre os pontos A e B da margem são de 80 m, encontre a largura do rio.



02 – (UF-PI – modificado) Um barco, cuja velocidade em relação à margem é 4,0 m/s, movimenta-se em um rio, cuja correnteza tem velocidade de 3,0 m/s em relação às margens. Ao tentar atravessar o rio até a outra margem, a favor da correnteza, a velocidade do barco para um observador na margem do rio tem módulo igual a:

- (a) 7,0 m/s (b) 5,0 m/s (c) 4,0 m/s (d) 3,0 m/s (e) 1,0 m/s

03 - Um barco a motor atravessa um rio de largura 400 m, perpendicularmente a correnteza e atinge a margem oposta 300 m rio abaixo. Encontre o deslocamento do barco de uma margem a outra.

O índice de acerto nas três questões foi de 81,4%, sendo mais significativo do que no teste inicial, realizado para identificar os conhecimentos prévios dos alunos, cujo resultado foi de 46,5% de acertos. Esse resultado demonstra indícios que as atividades desenvolvidas em cada momento da UEPS podem ter o potencial de serem significativas.

Terceiro encontro presencial – razões trigonométricas no triângulo retângulo I

No momento 01 o objetivo foi, a partir da verificação de proporcionalidade entre os lados de um triângulo retângulo, compreender o significado conceitual e matemático das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Para isso, foram construídos dois triângulos retângulos semelhantes, com o auxílio do *software GeoGebra*, e as medidas dos lados especificados. Foi solicitado que os alunos definissem, para os ângulos diferentes de 90°: a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa; a razão entre o cateto oposto e a

hipotenusa; a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente e; a razão entre o cateto adjacente e o cateto oposto. Em seguida, os alunos efetuaram as atividades descritas no quadro 8.

Quadro 8 – Atividade do momento 01 do terceiro encontro de aplicação da UEPS

01 – A que conclusão podemos chegar sobre as medições realizadas?

02 – Considerando um triângulo retângulo e fixando um ângulo agudo, complete as afirmações abaixo com a respectiva razão trigonométrica (sen, cos, tg e cotg):

$$(a) \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \quad (b) \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \quad (c) \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \quad (d) \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}} =$$

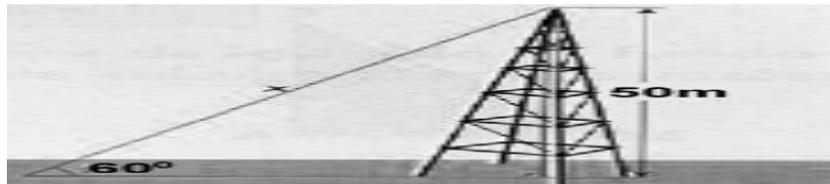
A partir das respostas à questão 01, foi possível identificar que os alunos observaram a existência de proporcionalidade entre os lados correspondentes dos triângulos, identificando, portanto, que as razões trigonométricas no triângulo retângulo são relações advindas da semelhança entre triângulos, contrário à concepção alternativa de que há uma relação definida somente a partir de um conhecimento pronto ou descoberto.

Quanto à questão 02, os resultados demonstram que todos os alunos dos grupos conseguiram identificar as razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Com as atividades apresentadas no quadro 9, procuramos identificar as razões trigonométricas num triângulo retângulo em situações-problema.

Quadro 9 – Atividades de aplicação do momento 01 do terceiro encontro de aplicação da UEPS.

01 – Uma torre de transmissão de ondas de TV foi instalada em um terreno plano a uma altura de 50m em relação ao solo. Para segurança da torre, foi instalado um cabo de tensão que forma com o solo um ângulo de 60° . Encontre qual deve ser o comprimento do cabo.



02 – Para trocar a luminária de uma parede de sua casa, Antenor necessitou colocar uma escada inclinada em relação à parede, definindo um ângulo de 30° com o solo, como mostra a figura. Sabendo-se que a escada tem um comprimento de 5 m, calcule a que altura ficou o topo da escada.



Dos 43 alunos participantes da pesquisa, 81,4% responderam corretamente à questão 01 e 88,4% à questão 02, demonstrando conhecimentos significativos sobre a aplicação das razões trigonométricas no triângulo retângulo.

No momento 02, com o objetivo de observar como questões do cotidiano dos alunos podem contribuir para facilitar a aprendizagem significativa das razões trigonométricas no triângulo retângulo, foram propostas a eles as situações-problema dadas no quadro 10.

Quadro 10 – Atividades do momento 02 do terceiro encontro de aplicação da UEPS.

01 – Ao subir uma ladeira a pé, você fica mais cansado do que andando numa superfície plana. Por que isso acontece?

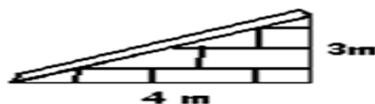
02 – Em rampas para cadeirantes, para facilitar o deslocamento da pessoa na subida ou na descida, o aclave da mesma deve ser maior ou menor? Justifique a sua resposta.

03 – Ao observarmos uma pessoa subindo uma rampa e considerando o ângulo de aclave qual a situação em que a pessoa teria menos dificuldades para subir? Justifique sua resposta.

() menor ângulo. () maior ângulo.

04 – Sem conhecer ângulos de subida, qual das duas rampas é a mais íngreme, ou seja, qual representa aclave maior? Justifique a sua resposta.

(1)



(2)



Nas respostas às questões 01 e 02 foi observada a utilização adequada, por parte de todos os alunos, do conceito de maior aclave e menor aclave a partir dos referenciais das situações descritas.

Quanto à questão 03, todos os alunos dos grupos 02 e 03 e doze alunos do grupo 01 responderam corretamente que a rampa que uma pessoa teria menor dificuldade de subir seria a de angulação menor. Os alunos justificam que tendo menor angulação a rampa será menos íngreme, ou seja, terá menor inclinação, facilitando a subida da pessoa.

Na questão 4, o índice de acerto de 39,5% foi maior que o do teste inicial (27,9%), porém o índice de respostas incorretas igual a 51,1% caracteriza dificuldades ainda na utilização de relações matemáticas.

No teste inicial, cinco alunos (11,6%) responderam, justificando matematicamente, que o aclave maior seria representado por aquele triângulo que tem o maior índice de subida, utilizando a razão trigonométrica tangente. Após o desenvolvimento da UEPS, esse número de alunos aumentou para dezesseis (37,2%), considerando-se os que identificaram corretamente a razão trigonométrica a ser utilizada. Porém, dezenove alunos (44,2%) não justificaram a questão dessa maneira, eles empregaram conceitos relacionados a termos da Física presentes no cotidiano deles.

Nessa situação, podemos inferir que, embora a disponibilidade do conhecimento prévio relevante na estrutura cognitiva do aluno facilite a aprendizagem, as experiências anteriores podem produzir o que Ausubel (2003) chama de interferências proativas de ideias preconcebidas, que nada mais é do que uma confusão cognitiva e disciplinar. Essa

confusão gera uma inibição da aprendizagem, que é verificada na resolução de problemas que utilizam formulação matemática. Tal confusão cognitiva e disciplinar pode ter sido ocasionada pela ausência de discriminação entre o que é conhecimento novo e conhecimento prévio.

Quarto encontro presencial – razões trigonométricas no triângulo retângulo II

No momento 01, com o auxílio de uma tirinha em quadrinhos, o objetivo foi identificar qual a concepção dos alunos sobre as forças que atuam em corpo num plano inclinado e sobre a influência que a inclinação tem sobre ele. A tirinha em quadrinhos descreve que em pistas de esqui o esquiador acelera na descida, por isso foi perguntado: para que a força resultante que atua no sentido do movimento seja cada vez maior é necessário aumentar ou diminuir o aclive da rampa? Todos os alunos responderam corretamente, que é necessário aumentar o aclive da rampa, caracterizando, então, o conhecimento adquirido com relação à influência que o ângulo exerce nas forças que deslocam um corpo em um ambiente de inclinação.

No momento 02 foi utilizado o *software* de animação “Forças no plano inclinado”, que foi produzido pelo Núcleo de Construção de Objetos de Aprendizagem (NOA) do Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba. Essa atividade serviu para a observação do comportamento das forças aplicadas em um corpo no plano inclinado.

Por meio do texto da UEPS e de intervenção expositiva e participativa, foram apresentados conceitos relacionados com as forças envolvidas nesse processo, discutindo as componentes cartesianas da Força Peso e as suas relações com as razões trigonométricas a partir da observação da angulação da superfície.

Com essas intervenções foi possível auxiliar na compreensão de situações como: (a) em uma superfície lisa a Força Resultante aplicada no corpo é função da razão trigonométrica seno; (b) em uma superfície rugosa a Força de Atrito é função da razão trigonométrica cosseno; (c) a aceleração do corpo em um plano inclinado não depende da massa do corpo, mas da inclinação do plano, por isso, quanto maior o ângulo de aclive, maior será a aceleração do corpo na descida ou maior será a resistência ao movimento na subida.

Para verificar se a sequência de ensino contribuiu efetivamente para a construção do conhecimento sobre razões trigonométrica no triângulo retângulo, a partir da sua aplicação em um Plano Inclinado, foi solicitado aos alunos que resolvessem as três questões apresentadas no quadro 11.

Quadro 11 – Atividades do momento 02 do quarto encontro de aplicação da UEPS.

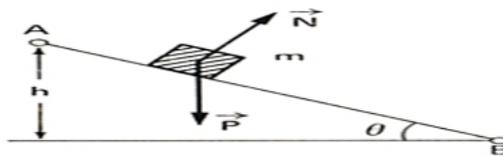
1 - Um bloco de peso igual a 100 N está apoiado num plano inclinado de 30° em relação à horizontal, que não oferece atrito, e é abandonado no ponto A, conforme a figura. Determine:

- a aceleração com que o bloco desce o plano;
- a intensidade da reação normal sobre o bloco;
- A Força Resultante que o corpo possui enquanto desce o plano.



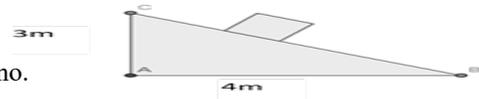
2 - Um corpo de peso 200N é abandonado sobre um plano inclinado sem atrito, como mostra a figura. Sabendo que $\theta=60^\circ$, determine:

- a intensidade da força normal exercida pelo plano inclinado sobre o bloco;
- o módulo da aceleração adquirida pelo bloco;
- a intensidade da força resultante exercida sobre o bloco.



3 - Uma caixa é abandonada em um ponto C de um plano inclinado, conforme mostra a figura. Sabendo-se que o Peso do corpo vale 80 N, determine:

- a aceleração com que a caixa desce o plano;
- a intensidade da reação normal sobre o bloco;
- A Força Resultante que o corpo tem enquanto desce o plano.



Os índices de acertos nas respostas às questões foram: 95,3% para a questão 01, 83,7% para a questão 02 e 90,7% para a questão 03. Esses índices demonstram que os alunos interpretaram as situações adequadamente e utilizaram corretamente as razões trigonométricas seno e cosseno. Essa evolução de conhecimentos evidencia a UEPS e o papel mediador do professor em suas intervenções, que resultaram em maior motivação dos alunos.

A evolução de conceitos gerados ao longo do desenvolvimento da UEPS pode caracterizar a retenção e a organização de conhecimentos relativos ao tema proposto na estrutura cognitiva do aluno. Essa retenção de conhecimentos pode minimizar dificuldades futuras no aprendizado das relações entre os conceitos das razões trigonométricas e os da Física, considerando que a UEPS tem por finalidade relacionar e fazer interagir, de forma substantiva e não arbitrária, novos conhecimentos com os conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do aluno.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse estudo investigamos o desenvolvimento da aprendizagem em situações de ensino desenvolvidas em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa sobre

conceitos referentes ao conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo, a partir de conteúdos da Física. Buscou-se também compreender as dificuldades na aplicação das situações, o que permitiu um desenvolvimento significativo dos alunos que participaram da pesquisa.

No segundo momento, elaboramos e aplicamos as atividades da UEPS em sala de aula, fundamentadas nos conhecimentos prévios e na Teoria da Aprendizagem Significativa. Os resultados da pesquisa nos permitiram concluir que os grupos de alunos não evoluíram da mesma maneira, apesar disso houve um desenvolvimento significativo dos alunos, mesmo se alguns não atingiram esse desenvolvimento em todas as atividades.

Da aplicação da UEPS, destacamos como dificuldades apresentadas pelos alunos: conhecimentos matemáticos específicos inadequados para o emprego dos objetos matemáticos inerentes ao tema e a pouca habilidade de associação entre o conceito e sua representação matemático simbólica.

Sobre as estratégias de ensino utilizadas, os resultados indicam que os procedimentos apresentados foram motivadores, relevantes, tendo servido para identificar potencialidades individuais e como organizadores prévios eficientes na busca de *subsunçores* mais elaborados. Assim, à medida que esses *subsunçores* ficaram mais elaborados eles foram capazes de ancorar novas informações para a promoção da aprendizagem significativa.

A utilização de várias estratégias de ensino parece provocar importantes modificações nas práticas de ensino, oportunizando a aplicação direta e sistemática de novos currículos e novas formas de ensino e de aprendizagem. Essa variedade cria uma interação entre as UEPS e as estruturas cognitivas idiossincráticas dos alunos, o que representa uma característica inerente a uma aprendizagem significativa.

A intervenção do professor em sala de aula foi fundamental para conduzir as explicações e argumentações, que permitiram a discussão e a interpretação do tema de forma mais significativa, possibilitando observar, avaliar, adequar e validar as ações dos alunos no processo de ensino e de aprendizagem. Essa intervenção propiciou aprimorar o processo de comunicação matemática nas turmas, o que auxiliou os alunos na reflexão e consolidação do conhecimento científico.

Da análise dos resultados, concluímos que:

(1) os conhecimentos prévios relevantes dos alunos influenciaram significativamente no desenvolvimento da UEPS, tornando-a potencialmente significativa e contribuindo para uma nova postura na ação pedagógica do professor;

(2) As situações-problema norteadas em fenômenos físicos facilitaram a integração de conhecimentos relevantes por meio das barreiras perceptivas do aluno, e isso auxiliou a obtenção de relações significativas entre os novos conhecimentos e os conhecimentos prévios;

(3) A sequência de ensino da UEPS motivou nos alunos uma predisposição à busca do conhecimento de forma ativa e colaborativa;

(4) Da análise dos resultados, podemos afirmar que houve uma evolução conceitual sobre o tema razões trigonométricas no triângulo retângulo, que foi identificada na mudança da linguagem matemática dos alunos, utilizada na resolução das questões propostas.

Considerando os princípios que determinam a aprendizagem significativa, conforme descritos por Moreira (2011(b)), concluímos que a UEPS aqui apresentada tornou-se um material potencialmente significativo, contribuindo para o desenvolvimento dos alunos e para mudanças na postura da ação pedagógica do professor.

Esta pesquisa parece ter contribuído também para reafirmar as ideias da Teoria ausubeliana, porque toda aprendizagem significativa se dá por meio de um processo interativo, que ocorre entre o material potencialmente significativo e os conhecimentos prévios relevantes existentes na estrutura cognitiva do aluno, possibilitando que ele passe a ter um sistema de ideias ou conhecimentos organizados e significativos.

Agradecimentos

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Psicologia educativa**. Editorial Trillas, México, 1978. Tradução Roberto Helier Domínguez.

_____. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Plátano edições técnicas, 2003.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática do ensino fundamental (3º e 4º ciclos)**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC /SEF, 1998.

_____. MEC. SEMTEC. **PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnologia, 2004.

_____. MEC. LEI nº 9394, de 20/12/96. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: MEC, 1996.

COBB, P. CONFREY, J., DISESSA, A. LEHRER, R, SCHAUBLE, L. Design Experiments in Educational Research. **Educational Researcher**; Jan/Feb 2003; 32(1); p. 9-13.

D'AMBROSIO, B. Como ensinar matemática hoje. **Temas & Debates. Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. Ano II, n. 2. Brasília, p. 15-19, 1989.

FORTES, A. W. B. **Razões trigonométricas no triângulo retângulo: uma análise de erros no ensino médio**. Dissertação de mestrado, 2012, UNIFRA.

MOLINA, M.; CASTRO, E.; CASTRO, E. Teaching Experiments within Design Research. **The International Journal of Interdisciplinary Social Sciences**, 2(4), 435-440, 2007.

MORAES, R.; GALIAZZI, M.C. **Análise textual discursiva**. 2^a ed. rev. EditoraUnijuí, Ijuí/RS, 2013.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. Editora livraria da física, 2011(a), São Paulo/SP.

_____. Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS. **Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review – V1(2)**, pp. 43-63, 2011(b). (tradução de Moreira).

_____. **Teorias de Aprendizagem**. Porto Alegre: Pedagógica e Universitária, 1999.

_____. **Uma abordagem cognitivista ao ensino da Física**. Editora da Universidade, Porto Alegre, 1983. 166.

NOVAK, J. D. **Uma teoria de educação**. Editora Pioneira, São Paulo, 1981. Tradução de Marco Antônio Moreira.

NOVAK, J. D e GOWIN, D. B. **Aprender a aprender**. Lisboa, Plátano edições técnicas, 1984. Tradução Carla Valadares.

RODRIGUES, G. L. **Animação interativa e construção dos conceitos da Física: trilhando novas veredas pedagógicas**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal da Paraíba, 2005.

**Submetido em 18 de julho de 2021.
Aprovado em 01 de março de 2022.**