



UNIVERSIDADE
FEDERAL DE
SERGIPE



SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

MNPEF Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA - NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA NACIONAL DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

JOANDERSON DE JESUS OLIVEIRA

ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS: UMA
ABORDAGEM INVESTIGATIVA

São Cristóvão - SE
Abril/2025

JOANDERSON DE JESUS OLIVEIRA

ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS: UMA
ABORDAGEM INVESTIGATIVA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Sergipe no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Cochiran Pereira dos Santos

Coorientadora: Ana Figueiredo Maia

São Cristóvão - SE

Abril/2025

JOANDERSON DE JESUS OLIVEIRA

ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS: UMA
ABORDAGEM INVESTIGATIVA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de
Pós-Graduação da Universidade Federal de Sergipe no
Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física
(MNPEF), como parte dos requisitos necessários à
obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

São Cristovão, __ de _____ de ____

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 COCHIRAN PEREIRA DOS SANTOS
Data: 04/07/2025 16:32:18-0300
Verifique em <https://validar.itu.gov.br>

Prof. Dr. Cochiran Pereira dos Santos
Universidade Federal de Sergipe

Prof. Dr. Tiago Nery Ribeiro
Universidade Federal de Sergipe

Documento assinado digitalmente
 MARCOS VINÍCIUS DOS SANTOS REZENDE
Data: 14/07/2025 07:47:52-0300
Verifique em <https://validar.itu.gov.br>

Prof. Dr. Marcos Vinícius dos Santos Rezende
Universidade Federal de Sergipe

Dedico este trabalho a minha família, meus pais, meus professores e amigos que sempre me incentivaram.

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho não seria possível sem o apoio, incentivo e inspiração de diversas pessoas que estiveram ao meu lado durante toda a trajetória. Expresso aqui a minha gratidão a todos que, de alguma forma, contribuíram para a concretização deste projeto.

Agradeço, em primeiro lugar, à minha esposa, Susiane Melo, pelo amor, parceria e companheirismo, e à minha filha, Isabela Maria, por ser minha fonte de inspiração diária. O apoio e compreensão de vocês foram essenciais para que eu pudesse seguir em frente, mesmo diante dos desafios.

À minha irmã, Joelma, agradeço por todo o incentivo e apoio ao longo dos anos, sempre presente em cada etapa dessa caminhada. Aos meus pais, Jusilene e Manoel, por todo o esforço e incentivo para que eu sempre estudasse e seguisse esse caminho.

Agradeço ao Fernando Monteiro, diretor pedagógico do Colégio Arqui, pelo constante incentivo e por acreditar no meu potencial. Também agradeço aos meus colegas de trabalho, Paulo Cezar, Elton Daniel e Marlone Santana.

Aos meus orientadores, Ana Maia e Cochiran Pereira, expressei minha imensa gratidão por todo o tempo, dedicação e paciência durante o desenvolvimento deste trabalho. Suas orientações e ensinamentos foram fundamentais para a conclusão desta dissertação. Aos meus amigos e colegas professores, registro meu agradecimento por todas as trocas de experiências e vivências, que enriqueceram minha formação e se refletem neste trabalho.

Agradeço ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) e Universidade Federal de Sergipe (UFS), e agradeço a dois professores em especial, Tiago Nery e Laélia Bôtelho, por todo o aprendizado transmitido ao longo dessa trajetória. Suas contribuições e orientações foram imprescindíveis para o meu crescimento acadêmico e pessoal.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

A todos, meu mais sincero agradecimento.

"Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina
ao aprender." (Paulo Freire)

RESUMO

Este estudo propõe uma abordagem investigativa no ensino de ondas estacionárias, com foco na alfabetização científica, utilizando um aparato experimental, o oscilador mecânico, para simular e explorar os fenômenos relacionados à propagação de ondas mecânicas. O aparato experimental foi construído com materiais acessíveis e teve como objetivo demonstrar as características inerciais e elásticas do meio na velocidade de propagação da onda, relacionando esses aspectos com conceitos como ondas estacionárias, frequência e comprimento de onda no ensino de Física. A aplicação do produto educacional visa apoiar professores de Física com um material experimental prático e articulado com a metodologia de aprendizagem investigativa. Durante a intervenção didática, o experimento serviu como elo central para conectar os conceitos físicos à prática, utilizando-se de um roteiro estruturado e manual de aplicação. A sequência de ensino investigativo (SEI) foi aplicada em duas turmas da segunda série do ensino médio de uma escola particular na cidade de Aracaju, Sergipe, com a participação de dois professores, cada um responsável por uma turma. Ao longo das cinco aulas que compuseram a SEI, os alunos foram incentivados a formular hipóteses, participar de discussões argumentativas e interagir com o aparato experimental. Por meio dessa experimentação, os estudantes puderam identificar e testar variáveis que influenciam o comportamento das ondas, como a tração e densidade linear, o comprimento do fio, além de observar as frequências dos harmônicos. A análise qualitativa dos dados obtidos evidenciou que os indicadores de alfabetização científica (AC) foram atingidos. Esse trabalho demonstra que o ensino de Física, quando conduzido de maneira investigativa e prática, pode promover um aprendizado mais dinâmico e engajador. A metodologia aplicada contribuiu significativamente para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia científica dos alunos, mostrando que a ciência pode ser apresentada de forma interativa, conectando os conceitos teóricos com a realidade prática vivenciada pelos estudantes.

Palavras-chave: Sequência de Ensino Investigativo, Alfabetização Científica, Ondas Estacionárias, Oscilador Mecânico, Ensino de Física.

RESUMEN

Este estudio propone un abordaje investigativo para la enseñanza de ondas estacionarias, con enfoque en la alfabetización científica, utilizando un aparato experimental, el oscilador mecánico, para simular y explorar fenómenos relacionados a la propagación de ondas mecánicas. El aparato experimental fue construido con materiales accesibles y tiene como objetivo demostrar las características inerciales y elásticas del medio sobre la velocidad de propagación de las ondas, relacionando estos aspectos con conceptos como ondas estacionarias, frecuencia y longitud de onda en la enseñanza de la Física. La aplicación del producto educativo pretende apoyar a los profesores de física con material experimental práctico y articulado con la metodología de aprendizaje investigativo. Durante la intervención didáctica, el experimento sirvió de eslabón central para conectar los conceptos físicos a la práctica, utilizando un guión estructurado y un manual de aplicación. La secuencia didáctica investigativa (SEI) fue aplicada en dos clases de enseñanza media de una escuela pública de la ciudad de Aracaju, Sergipe, con la participación de dos profesores, cada uno responsable por una clase. A lo largo de las cinco lecciones que componen la SEI, los alumnos fueron estimulados a formular hipótesis, participar en discusiones argumentativas e interactuar con el aparato experimental. A través de esta experimentación, los alumnos pudieron identificar y comprobar variables que influyen en el comportamiento de las ondas, como la tracción y la densidad lineal, la longitud del hilo, así como observar las frecuencias de los armónicos. El análisis cualitativo de los datos obtenidos mostró que se cumplían los indicadores de alfabetización científica (AC). Este trabajo demuestra que la enseñanza de la física, cuando se realiza de forma investigativa y práctica, puede promover un aprendizaje más dinámico y atractivo. La metodología aplicada contribuyó significativamente al desarrollo del pensamiento crítico y de la autonomía científica de los estudiantes, mostrando que la ciencia puede ser presentada de forma interactiva, conectando los conceptos teóricos con la realidad práctica vivida por los estudiantes.

Palabras clave: Secuencia Didáctica Investigativa, Alfabetización Científica, Ondas Estacionarias, Oscilador Mecánico, Enseñanza de la Física.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	— Os experimentos de Pitágoras monocórdio	18
Figura 2	— Movimento gerado pelo impulso da mão	21
Figura 3	— Propagação da onda transversal em uma corda em diferentes tempos e pulsos constantes	23
Figura 4	— Onda Longitudinal	24
Figura 5	— Características da onda	26
Figura 6	— Onda progressiva para a direita	26
Figura 7	— Transformação de Galileu	27
Figura 8	— Tensão na corda	34
Figura 9	— Tensão e sua variação de direção	36
Figura 10	— Interferência construtiva e destrutiva em uma corda	39
Figura 11	— Ondas estacionárias	40
Quadro 1	— Eixos estruturantes da AC	45
Quadro 2	— Indicadores de AC	45
Quadro 3	— Delineamento do planejamento da SEI	47
Quadro 4	— Encontros	53
Tabela 1	— Número de harmônicos (n) x Frequência	58
Tabela 2	— Frequência fundamental de ressonância e comprimento da corda	58
Tabela 3	— Massa x Frequência fundamental	59
Figura 12	— Os experimentos de Pitágoras monocórdio	60
Figura 13	— Harmônicos para a corda com extremos fixos	64
Quadro 5	— Professor, turmas, grupos e alunos	67
Figura 14	— Resposta Grupo O.	69
Quadro 6	— 1º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC	69
Figura 15	— Demonstração investigativa	70
Figura 16	— Revisão das hipóteses feita pelo grupo O.	71
Quadro 7	— 1º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC	71
Quadro 8	— 2º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC	73
Quadro 9	— 2º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC	74
Quadro 10	— 2º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC	74
Figura 17	— Resposta grupo A	76
Quadro 11	— 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC	77
Figura 18	— Gráfico grupo B e C	78
Quadro 12	— 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC	79
Quadro 13	— 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC	80

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	Alfabetização Científica
SEI	Sequência de Ensino Investigativa
SEI's	Sequências de Ensino Investigativas
CTSA	Ciência Tecnologia Sociedade e meio Ambiente
MNPEF	Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física
UFS	Universidade Federal de Sergipe

LISTA DE SÍMBOLOS

@	Arroba
v	Velocidade da onda
V _m	Velocidade média
c	Constante da velocidade da luz no vácuo
ω	Velocidade angular
τ	Período
f	Frequência
λ	Comprimento de onda
μ	Densidade linear da corda
n	Número de harmônicos
T	Tração
F	Força
m	Massa
a	Aceleração
A	Amplitude
k	Número de onda
ϕ	Fase
L	Comprimento da corda
t	Tempo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Estado da Arte	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO DE FÍSICA	17
2.1	Epistemologia Histórica das Vibrações Mecânicas	17
2.2	Ondas Estacionárias	20
2.2.1	Pulso	21
2.2.2	Natureza das Ondas	22
2.2.3	Ondas Transversais	22
2.2.4	Ondas Longitudinais	23
2.3	Análise das Dimensões das Ondas	24
2.3.1	Ondas progressivas em uma dimensão	26
2.4	Ondas Harmônicas	29
2.5	Equação de Ondas Unidimensional	30
2.6	Equação das Cordas Vibrantes	34
2.7	O Princípio da Superposição	37
2.7.1	Interferência de Ondas	38
2.7.2	Ondas Estacionárias de Sentidos Opostos	39
3	REFERENCIAL TEÓRICO DE ENSINO	43
3.1	Alfabetização Científica e o Ensino Investigativo	43
3.1.1	Implementação	47
3.1.2	Demonstração Investigativa	49
3.1.3	Questões Abertas	50
3.1.4	Demonstração Investigativa: Prática de laboratório	51
3.1.5	Aula de Sistematização do Conhecimento	51
4	METODOLOGIA	53
4.1	1º Encontro: Demonstração investigativa	53
4.2	2º Encontro: Análise de vídeo com questões abertas	55
4.3	3º Encontro: Demonstração investigativa prática de laboratório	57
4.4	4º Encontro: Sistematização do Conhecimento	59
5	APLICAÇÃO E RESULTADOS	66
5.1	Aplicação	66
5.2	Resultados	68
5.2.1	Primeiro Encontro	68
5.2.2	Segundo Encontro	72
5.2.3	Terceiro Encontro	75
5.2.4	Quarto Encontro	82

6	CONCLUSÃO	84
	REFERÊNCIAS	85
	APÊNDICE A — PRODUTO EDUCACIONAL	88

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos meus 12 anos de atuação como professor de Física, tenho observado que muitos alunos absorveram uma visão distorcida da disciplina. Esses estudantes frequentemente trazem consigo um pré-julgamento negativo sobre a Física, fruto de percepções construídas em seus contextos sociais ou inferida processos maçantes de decoração de fórmulas e falta de contextualização com a sua realidade. A imagem do professor de Física ou da comunidade científica, como alguém que é estranho ou vive trancado em um laboratório, sem vivências sociais. Por isso, é essencial que a formação dos nossos alunos inclua o desenvolvimento de um senso crítico, no qual o debate seja incentivado, essa interação social entre seus pares e com os professores, através de práticas pedagógicas que incentivem sua participação.

Nesse contexto, o modo como falamos e a interação com os alunos é um elemento muito importante na construção do conhecimento. Trabalhar atividades experimentais com caráter investigativo, que promovam a alfabetização científica no ensino de Física, é de fundamental importância para a construção da aprendizagem dos conceitos científicos. Entretanto, essa prática não é vivenciada pela maioria dos professores, tanto em sala de aula quanto em laboratórios. Quando utilizadas, essas práticas são frequentemente improvisadas, com presenças esporádicas e assistemáticas. Segundo Moreira (2021):

"  comum começar o ensino da Física com situações que não fazem sentido para os alunos e, muitas vezes, em níveis de abstração e complexidade acima de suas capacidades cognitivas. É nesse começo que o ensino da Física "perde" os alunos que, por sua vez, começam a não gostar da Física". (MOREIRA, 2021, p.2)

O desafio, portanto, vai além do ensino de conceitos, é preciso transformar essa visão e reconstruir a relação entre os estudantes e o conhecimento científico. A Física, longe de ser um conjunto est tico de fórmulas prontas,   uma ciência dinâmica, construída por meio da investigação, da curiosidade e da experimentação.

Apesar de muitos professores de Física expressarem preocupação e insatisfação com a dificuldade de implementar atividades experimentais em sala de aula, essa frustração frequentemente não se traduz em ações concretas que promovam um ensino com uma participação ativa dos alunos. Para abordar essa lacuna, a presente dissertação propõe uma abordagem pautada na Sequência de Ensino Investigativo (SEI), conforme sugerida por Carvalho (2013). Através dessa metodologia, busca-se promover a Alfabetização Científica (AC), conforme sugerida por Sasseron e Machado (2017), para que os alunos compreendam não apenas os conceitos da Física, mas também a forma como a ciência   construída e transformada constantemente. A SEI incentiva os alunos a serem protagonistas de seu próprio aprendizado, investigando, levantando hipóteses e testando teorias, sempre em um ambiente

que estimula a reflexão e o questionamento. O ensino por investigação não é uma estratégia fixa, mas uma abordagem que pode utilizar várias estratégias, sejam elas inovadoras ou mais tradicionais; o importante é que o estudante participe ativamente do processo de aprendizagem (SASSERON, 2015).

Com base nessa vivência e nas dificuldades observadas, a presente dissertação investigará o uso do oscilador de Melde, ou oscilador mecânico, para explorar através de uma SEI, os conceitos relacionados às ondas estacionárias. Segundo Araújo e Abib (2003):

O uso de atividades experimentais como estratégia de ensino de Física tem sido apontado por professores e alunos como uma das maneiras mais frutíferas de se minimizar as dificuldades de se aprender e de se ensinar Física de modo significativo e consistente. (ARAÚJO; ABIB, 2003, p.166).

Essa ferramenta prática, portanto, pode facilitar a compreensão dos fenômenos ondulatórios, incentivando uma abordagem que conecta teoria e experiência real, permitindo que os alunos visualizem e experimentem diretamente os princípios teóricos aprendidos. Assim, através de observações detalhadas, os alunos poderão formular hipóteses, conduzir experimentos e interpretar resultados, habilidades essenciais tanto na ciência quanto em outras áreas do conhecimento, promovendo a aquisição gradual da AC.

Carvalho (2013) destaca a importância fundamental do problema ou da questão investigativa no processo de construção do conhecimento. Ela argumenta que as aulas de Ciências devem criar um ambiente que fomente a investigação, direcionando os alunos a entenderem o processo simplificado do trabalho científico. Isso inclui a gradual apropriação da linguagem científica e o desenvolvimento da AC, que são habilidades essenciais para o desenvolvimento cognitivo e a compreensão crítica dos fenômenos naturais. Segundo Carvalho (2013), os alunos precisam de:

[...] condições de trazer seus conhecimentos prévios para iniciarem os novos, terem ideias próprias e poder discuti-las com seus colegas e com o professor passando do conhecimento espontâneo ao científico e tendo condições de entenderem conhecimentos já estruturados por gerações anteriores (CARVALHO, 2013, p. 9).

O objetivo deste trabalho é elaborar um produto educacional que aborde os elementos AC por meio de uma SEI sobre ondas estacionárias, utilizando um aparato experimental conhecido como oscilador mecânico ou oscilador de Melde. Nesse contexto, proponho a construção e a utilização desse oscilador para o ensino de ondulatória em uma turma de ensino médio, dada a sua relevância didática e pedagógica. O uso do oscilador mecânico não apenas permite uma visualização clara dos fenômenos ondulatórios, mas também promove um aprendizado ativo e engajado dos estudantes, desenvolvendo habilidades prático-científicas. Além disso, essa abordagem possibilita uma conexão direta entre a teoria e a prática, contextualiza os fenômenos observados, estimula o pensamento crítico e diversifica

os métodos de ensino, atendendo aos diferentes estilos de aprendizado e necessidades dos estudantes. Dessa forma, pretende-se demonstrar que a Física, apesar de muitas vezes apresentar conceitos abstratos para os alunos, pode ser ensinada de maneira concreta e acessível, desenvolvendo elementos essenciais para a construção do saber científico.

1.1 Estado da Arte

Neste tópico, será realizada uma análise da revisão da literatura focada em artigos e dissertações que abordaram a temática das vibrações mecânicas e a alfabetização científica, fazendo uma comparação entre suas metodologias e a proposta nessa dissertação. O objetivo é destacar as diferenças presentes no referencial teórico e na metodologia empregada em cada estudo. Em particular, a presente dissertação, que segue uma SEI proposta por Carvalho (2013) para promover uma AC, conforme Sasseron e Machado (2017), difere dessas outras pesquisas tanto na abordagem teórica quanto na forma como os experimentos e práticas pedagógicas são aplicados. A seguir, discuto as principais distinções entre essa proposta e os trabalhos de Medeiros (2022), Norbiato (2019), Silva (2019), Araújo Filho (2018), Santos (2020), Ferreira (2019) e Silva (2020).

Em comparação com o trabalho de Medeiros (2022), a presente dissertação se distingue pela abordagem mais simples e acessível no que tange ao uso de experimentos práticos no ensino de ondas estacionárias. Medeiros, por sua vez, incorpora tecnologias mais avançadas, como o uso de impressoras 3D para construir kits experimentais que é o foco do seu produto. Além disso, trabalha com atividades híbridas, utilizando ferramentas digitais para ensinar remotamente, algo que minha dissertação não contempla, dado que o foco está na aplicação presencial e prática.

O estudo de Norbiato (2019) também explora ondas estacionárias, mas com uma ênfase maior na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Norbiato adota uma abordagem mais quantitativa, utilizando gráficos e ajustes matemáticos para aprofundar a compreensão dos conceitos por meio de uma análise matemática mais detalhada. A proposta de Norbiato se destaca pela ênfase na coleta de dados para descrever os fenômenos observados, o que difere dessa proposta que possui abordagem mais prática e qualitativa.

No caso de Silva (2019), embora ambos os trabalhos abordem conceitos fundamentais de ondas, o foco da presente dissertação é mais voltado para a aplicação didática, enquanto o trabalho de Silva traz uma abordagem interdisciplinar, focando na música para o ensino de Física. Silva utiliza o oscilador de Melde em um contexto musical, enquanto a presente proposta usa esse aparato experimental e sua funcionalidade como elo de ligação para o ensino de ondas em cordas vibrantes.

A dissertação Araújo Filho (2018) também se diferencia pela forte integração entre a Física e a música, com uma abordagem que explora as ondas estacionárias em instrumentos

musicais, como o violão. Araújo Filho utiliza uma metodologia que inclui o uso de organizadores prévios baseados na Teoria de Ausubel, algo que não está presente nessa abordagem, que prioriza a prática investigativa proposta por Carvalho, por meio de uma sequência de ensino investigativa.

A dissertação Santos (2020) desenvolve uma SEI voltada para o estudo de fenômenos ópticos, promovendo a Alfabetização Científica AC dos alunos por meio de experimentos abertos, como os fenômenos de reflexão, refração e polarização da luz. A aplicação desse produto educacional ocorreu em uma turma do 3º ano do ensino médio de uma escola pública estadual. Embora a abordagem investigativa e o foco na AC sejam pontos em comum com a presente dissertação, o trabalho de Santos está voltado para a óptica geométrica, enquanto a presente pesquisa foca o ensino de ondas estacionárias.

Silva (2020) apresentou uma dissertação focada no efeito fotovoltaico, desenvolvendo também uma SEI para explorar esse conceito da Física Moderna e Contemporânea. O trabalho de Silva se diferencia da presente dissertação, uma vez que está centrado na temática da energia solar e suas aplicações tecnológicas. Apesar disso, assim como a presente dissertação, ele promove a AC ao proporcionar aos alunos uma experiência de aprendizado investigativo.

Por fim, no caso de Ferreira (2019), sua dissertação também elabora uma SEI, mas com foco no ensino de Física aplicada a experimentos mais gerais. Sua pesquisa trata de aspectos que envolvem tanto a experimentação quanto a investigação científica, o que se aproxima metodologicamente da proposta da presente dissertação. No entanto, o tema central da dissertação de Ferreira diverge da presente, já que ele aborda uma variedade de experimentos, enquanto esta pesquisa é específica para a compreensão das ondas estacionárias, utilizando o oscilador mecânico como principal ferramenta didática. Diferentemente da presente dissertação, Ferreira não inclui a AC diretamente em seu produto educacional.

2 REFERENCIAL TEÓRICO DE FÍSICA

Neste capítulo, iniciaremos com uma epistemologia histórica da evolução dos conceitos de vibrações mecânicas, destacando as principais contribuições ao longo dos séculos. A ideia é apresentar como o conhecimento sobre oscilações e ondas evoluiu desde os primeiros registros históricos até as contribuições mais recentes da ciência. Essa trajetória histórica será fundamental para contextualizar o conteúdo teórico que discutiremos em seguida, fornecendo uma base sólida para o entendimento das vibrações mecânicas.

A partir dessa visão histórica, avançaremos para a apresentação dos conceitos de Física em nível superior, baseando-nos em renomadas obras da literatura específica, como "Física de Sears & Zemansky" de Young e Freedman (2016) e "Curso de Física Básica" de Moysés Nussenzveig (2002), entre outras referências de destaque. A proposta aqui é oferecer uma visão abrangente e detalhada dos conceitos teóricos e matemáticos fundamentais que embasam o estudo das ondas, permitindo que os professores abordem o tema de forma estruturada e profunda. Essa revisão tem como objetivo fornecer aos educadores um fundamento sólido para ensinar ondulatória no ensino médio, facilitando a construção de um conhecimento robusto e abrangente.

2.1 Epistemologia Histórica das Vibrações Mecânicas

Uma análise epistemológica histórica do estudo das vibrações mecânicas remonta aos tempos antigos, onde Pitágoras, o renomado filósofo e matemático grego, iniciou os primeiros passos rumo à ciência das vibrações. Utilizando um simples monocórdio como o da Figura 1, Pitágoras explorou como o comprimento de uma corda influenciava a altura do som produzido.

Figura 1 — Os experimentos de Pitágoras monocórdio



Fonte: Abuchaibe (2023).

Essas investigações transcenderam as meras curiosidades musicais e representaram o começo de uma compreensão mais profunda sobre as vibrações. As descobertas de Pitágoras não apenas mostraram a interseção entre a Física e a música, mas também estabeleceram fundamentos essenciais que seriam explorados e expandidos em futuros estudos científicos (SANTOS e SAMIR, 2023). Assim, ele abriu caminho para uma análise sistemática da relação entre o comprimento da corda e a frequência do som, um princípio que permanece central na física das ondas até hoje.

No início do século XVII, Galileu Galilei (1564-1642), considerado o fundador da ciência experimental moderna, iniciou seus estudos sobre o movimento oscilatório a partir da observação de um pêndulo na Catedral de Pisa. Galileu estabeleceu a relação entre o comprimento do pêndulo e o seu período de oscilação, além de destacar o fenômeno da ressonância entre dois corpos. Embora Galileu tenha indicado que a frequência de vibração de uma corda vibratória esticada dependia de sua tensão, densidade e comprimento, foi Marin Mersenne (1588-1648) quem formalizou essas observações. Em sua obra *Harmonicorum*

Liber (1636), Mersenne consolidou as relações entre frequência, comprimento de onda e densidade das cordas vibratórias, sendo amplamente reconhecido como o "pai da acústica". Sua análise sobre a vibração das cordas e o comportamento dos harmônicos abriu o caminho para os estudos modernos sobre vibrações e acústica. Durante o mesmo período, Robert Hooke (1635-1703) também realizou experimentos relacionados ao som e à frequência de vibração das cordas, enquanto Joseph Sauveur (1653-1716) consolidou o termo "acústica" para descrever a ciência do som. Sauveur observou a formação de nós e ventres nas cordas vibrantes, e descreveu o conceito de frequências harmônicas, ou seja, as frequências resultantes da superposição de vibrações elementares (VENCESLAU, 2015).

A revolução na compreensão do movimento e das vibrações veio com Isaac Newton, que em sua obra monumental "*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*" (1686), estabeleceu as bases para a mecânica clássica. As três leis do movimento de Newton, juntamente com a lei da gravitação universal, proporcionaram uma base para explicar não apenas a dinâmica dos corpos celestes, mas também os sistemas vibratórios terrestres. A segunda lei de Newton, em particular, tornou-se uma ferramenta fundamental para derivar as equações que descrevem o movimento de sistemas vibratórios. Essa abordagem matemática e física criou uma base sólida para a ciência das vibrações, permitindo que os fenômenos ondulatórios fossem analisados de maneira sistemática e precisa (BALOLA, 2010).

No início do século XVIII, Brook Taylor fez uma contribuição vital ao estudo das vibrações com seu trabalho "*De motu Nervi tensi*" (1713). Ele descreveu matematicamente o movimento das cordas vibrantes, utilizando uma estrutura axiomática e princípios mecânicos. Taylor estabeleceu uma analogia inovadora entre o comportamento das cordas vibrantes e o movimento de um pêndulo para calcular o período das vibrações, oferecendo uma nova perspectiva sobre como as forças e tensões influenciam o comportamento das cordas. Essa abordagem matemática rigorosa e inovadora ajudou a consolidar o estudo das vibrações como uma ciência robusta, conectando princípios físicos fundamentais com observações experimentais (ABDOUNUR, 2023).

O século XVIII foi também um período de avanços significativos nas equações de movimento que descrevem vibrações. Matemáticos como Daniel Bernoulli, Jean D'Alembert e Leonard Euler introduziram derivadas parciais nas equações de movimento, permitindo uma descrição mais detalhada e precisa das vibrações. Eles refinaram os modelos teóricos existentes, tornando-os mais robustos e aplicáveis a uma variedade maior de sistemas vibratórios. Suas contribuições proporcionaram uma compreensão mais profunda e matemática das vibrações, facilitando a transição do estudo empírico para uma ciência matemática rigorosa. Esses desenvolvimentos metodológicos foram fundamentais para a formação da teoria moderna das ondas e vibrações, estabelecendo um legado que perdura até os dias atuais (ABDOUNUR, 2023).

Na sequência, Joseph Fourier (1768-1830), com sua teoria analítica do calor, introduziu a expansão de funções arbitrárias em séries de senos e cossenos, permitindo a

análise mais detalhada das vibrações. Isso impulsionou a teoria das vibrações para além dos modelos empíricos, utilizando métodos matemáticos mais robustos (OURIQUE, 2024).

Já no século XIX, Lord Rayleigh (1842-1919) contribuiu com o desenvolvimento do Método da Energia, que se tornou essencial para a análise de vibrações em sistemas mecânicos complexos, especialmente para sistemas com múltiplos graus de liberdade. Stephen Timoshenko (1878-1972) também avançou a teoria das vibrações ao incluir os efeitos de deformação por cisalhamento e inércia de rotação em vigas, algo que ainda é de grande importância na engenharia moderna (BASSALO 1992).

Com o avanço tecnológico no século XX, a análise de vibrações evoluiu para modelos computacionais precisos, utilizando instrumentos como lasers para medir vibrações com grande precisão. O estudo das vibrações mecânicas continuou a evoluir, com um foco especial na aplicação de modelos matemáticos para entender o comportamento de grandes estruturas, como pontes e edifícios. As oscilações mecânicas desempenham um papel crucial na engenharia civil, onde o conhecimento dessas vibrações pode ser a diferença entre a estabilidade e o colapso de uma estrutura. O caso clássico da Ponte de Tacoma Narrows, que entrou em colapso em 1940 devido a um fenômeno de ressonância, ilustra a importância de se compreender e prever o comportamento vibratório das construções.

Hoje, a ciência das vibrações não se limita apenas à engenharia estrutural, mas também é essencial para áreas como a aeronáutica, a indústria automobilística e até mesmo a medicina, onde a compreensão das ondas pode ser aplicada em tecnologias de diagnóstico, como os ultrassons. A aplicação de ferramentas computacionais modernas permite simular sistemas complexos, garantindo maior precisão na análise das oscilações mecânicas. Com isso, a ciência segue aprimorando seus métodos, evitando desastres como o de Tacoma e garantindo a segurança e eficiência das grandes construções e tecnologias contemporâneas.

2.2 Ondas Estacionárias

O conceito de onda refere-se ao estudo de movimentos gerados por perturbações em um sistema, resultando em alterações nas condições físicas normais de um meio ou ambiente. Essa perturbação provoca um deslocamento do sistema a partir de seu estado de equilíbrio, que pode se propagar de diversas formas e sob diferentes circunstâncias. Conforme explicado por Nussenzveig (2002), a propagação da perturbação depende das características do meio, influenciando a forma como a onda se desloca e interage com o ambiente.

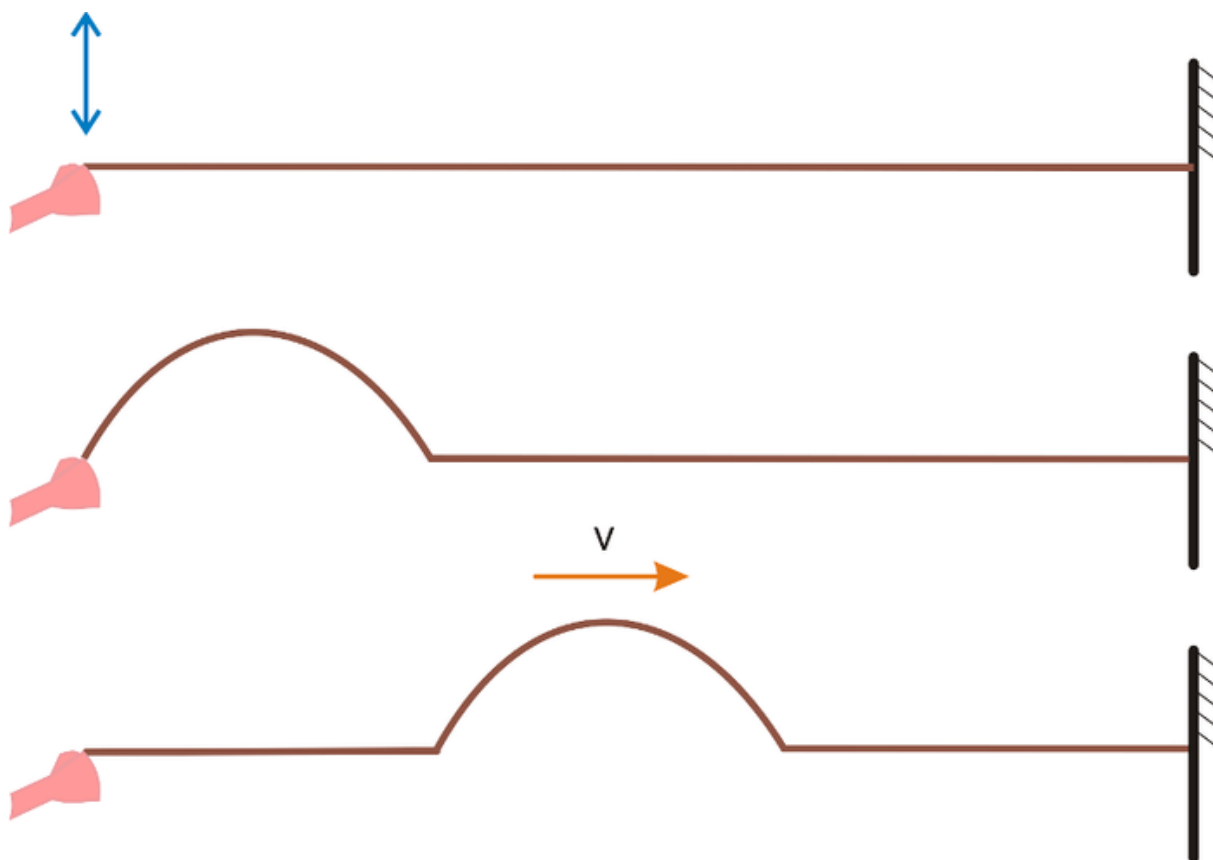
Uma onda é qualquer sinal que se transmite de um ponto a outro de um meio, com velocidade definida. Em geral, falasse de onda quando a transmissão do sinal entre dois pontos distantes ocorre sem que haja transporte direto de matéria de um desses pontos ao outro. (NUSSENZVEIG, 2002, p.98)

Assim, pode-se afirmar que as ondas são o resultado de perturbações que se propagam no espaço ou em meios materiais, transportando energia ao longo de seu percurso. Dependendo de sua natureza, do meio em que se propagam e do tipo de onda em questão, elas podem ser classificadas de diversas maneiras. Conforme descrito por Young (2016), essa classificação pode ser baseada em critérios a depender da sua natureza, do meio de propagação e do tipo de onda estudado.

2.2.1 Pulso

A Figura 2 ilustra a formação de um movimento resultante de um pulso aplicado a uma corda. Neste cenário, uma extremidade da corda está fixada, como em uma parede, enquanto a outra extremidade é presa a um objeto móvel, como a mão de uma pessoa. A corda está posicionada horizontalmente em relação ao observador. Quando uma força é aplicada verticalmente para cima e para baixo na extremidade móvel da corda, cria-se um pulso, este movimento vertical na corda é representado pelo eixo y do plano cartesiano.

Figura 2 — Movimento gerado pelo impulso da mão



Fonte: Borges; Nicolau (2012).

Quando o pulso é gerado, ele se propaga ao longo de toda a extensão da corda, como demonstrado na Figura 1. Com base nisso, pode-se definir uma onda como um sinal que se

move de uma posição inicial para uma posição final, transmitindo-se de um ponto a outro. É importante destacar que essa transmissão pode ocorrer de diversas maneiras e através de diferentes meios. No exemplo dado, a corda não é a onda em si, mas sim o meio pelo qual a onda se propaga, esse conceito é essencial para entender a propagação de ondas em diversos contextos.

2.2.2 Natureza das Ondas

As ondas podem se manifestar de várias formas, sendo as mais comuns no cotidiano as ondas mecânicas e as ondas eletromagnéticas. Segundo Halliday (2016), as ondas mecânicas são governadas pelas Leis de Newton e necessitam de um meio material para se propagar. Um exemplo clássico é a onda do mar, que se propaga através da água. Outro exemplo é o som, que utiliza o ar como meio de propagação. Essas ondas dependem de um suporte físico para transmitir energia de um ponto a outro.

As ondas eletromagnéticas, por outro lado, são onipresentes em nossas vidas diárias, encontrando-se na comunicação, em eletrodomésticos, dispositivos eletrônicos e equipamentos médicos, entre outros. Uma característica fundamental dessas ondas é que elas não precisam de um meio material para se propagarem, podendo se mover no vácuo. A velocidade de propagação de uma onda eletromagnética no vácuo é definida como sendo $c = 299.792.458 \text{ m/s}$. A luz do sol é um exemplo de onda eletromagnética, visível em um pequeno espectro e invisível em grande parte do seu espectro, ela pode se deslocar através do vácuo, onde não há nenhum meio material.

A mais familiar das ondas eletromagnéticas é a luz visível. Contudo, quase tão familiares são os raios X, as micro-ondas que ativam nossos aparelhos de rádio e televisão. Muitas dessas ondas passam através de você o tempo todo. Ondas eletromagnéticas não necessitam de nenhum meio físico para existir. A luz das estrelas, por exemplo, se propaga em nossa direção através do quase vácuo do espaço profundo (HALLIDAY, 2016, p. 112).

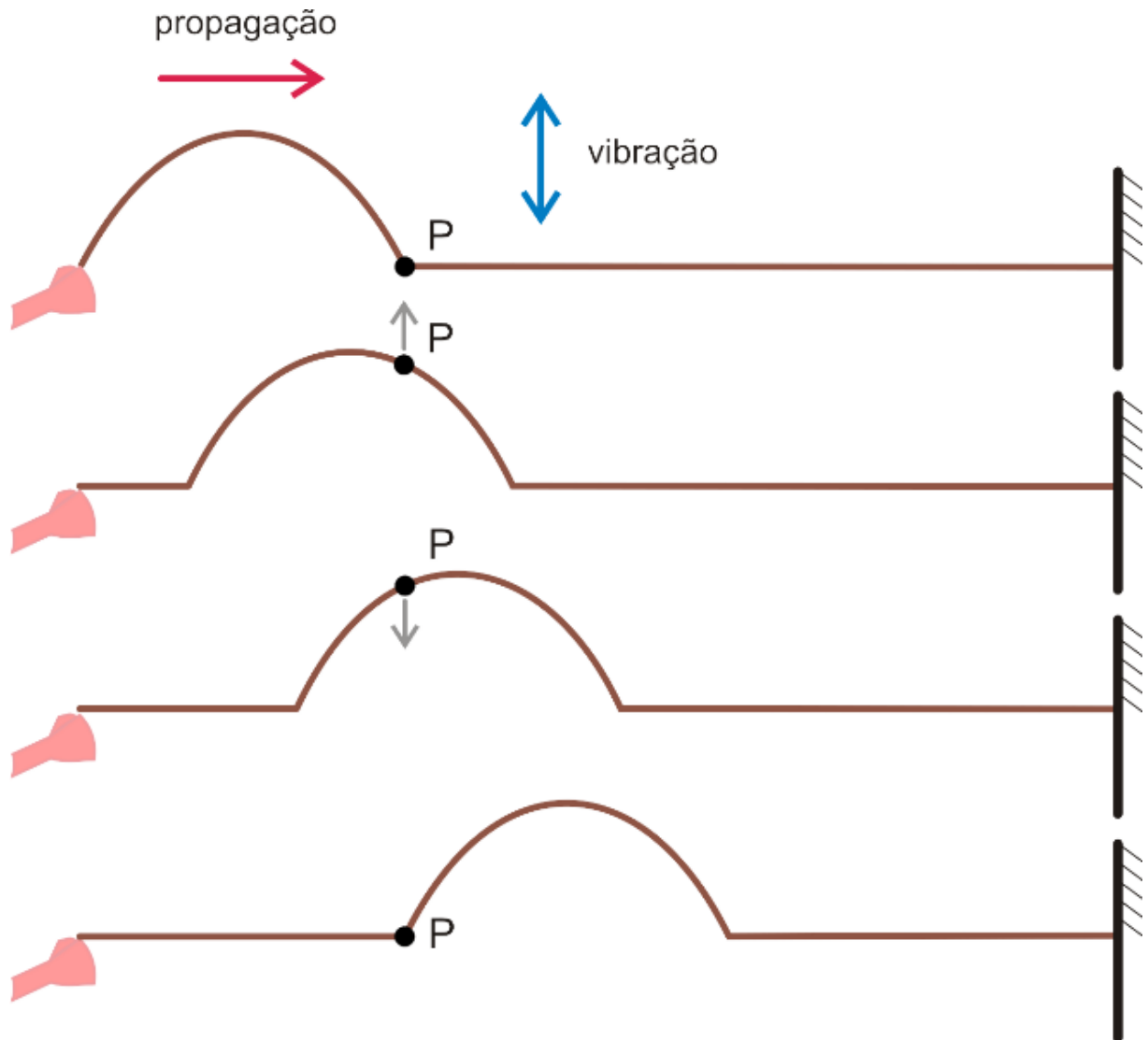
Além da luz, dos raios X e das micro-ondas, outras formas de ondas eletromagnéticas incluem as ondas de rádio, infravermelho, ultravioleta, entre outras. Estas ondas, ao contrário das ondas mecânicas, podem se propagar sem a necessidade de um meio material, o que permite sua presença em diversas aplicações.

2.2.3 Ondas Transversais

Considere que a Figura 3 a seguir, representa um fio esticado, com uma de suas extremidades presas e outra podendo se movimentar através de um pulso gerado por uma fonte (uma mão por exemplo). A onda se propagará por toda a extensão da corda.

Quando agitamos ou balançamos a extremidade esquerda da corda, a agitação se propaga através de seu comprimento. As seções sucessivas da corda sofrem o mesmo tipo de movimento que aplicamos em sua extremidade, mas em tempos sucessivamente posteriores. Como os deslocamentos do meio são perpendiculares ou transversais à direção de propagação da onda ao longo do meio, este tipo de movimento é chamado de onda transversal (Young, 2016, p114).

Figura 3 — Propagação da onda transversal em uma corda em diferentes tempos e pulsos constantes



Fonte: Borges; Nicolau (2012).

2.2.4 Ondas Longitudinais

As ondas longitudinais são aquelas em que a propagação ocorre paralelamente à direção do movimento da onda, ou seja, as partículas do meio oscilam na mesma direção em que a onda se propaga, gerando uma região de compressão seguida por uma de rarefação, se propagando por um meio material, conforme ilustrado na Figura 4.

Este é um exemplo de uma onda longitudinal, em que a perturbação transmitida pela onda (compressão ou rarefação) tem lugar ao longo da direção de propagação (x) da onda. As ondas sonoras na atmosfera, que estudaremos mais adiante, são ondas longitudinais deste tipo, em que a perturbação consiste em compressões e rarefações da atmosfera. (NUSSENZVEIG, 2002, p.99)

Figura 4 — Onda Longitudinal

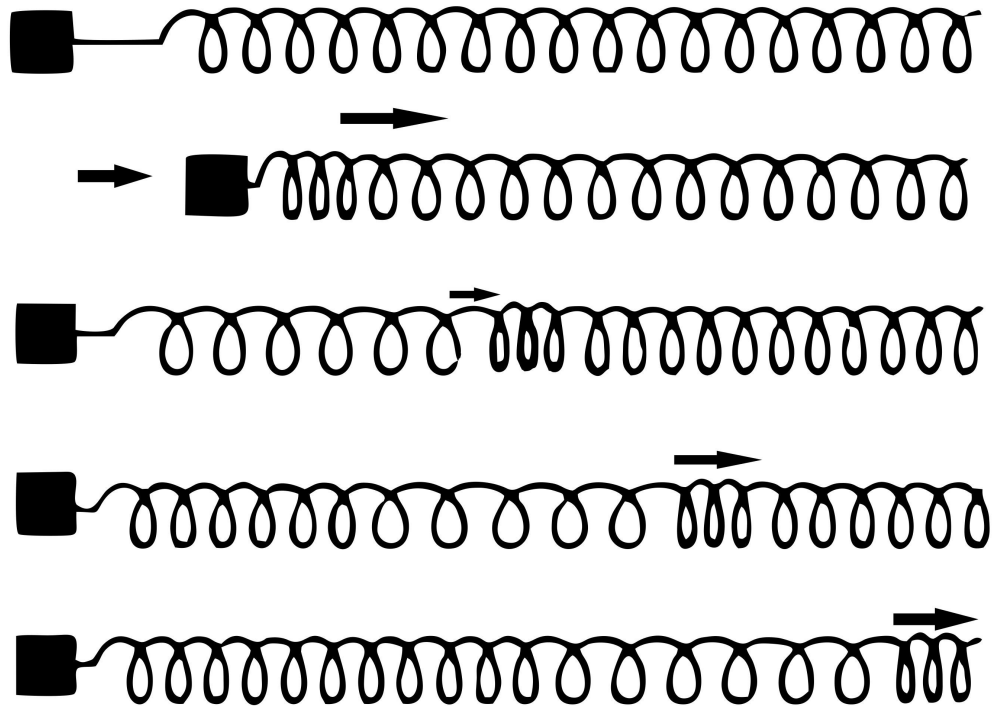


Figura 4 - Onda Longitudinal
Fonte: Nussenzveig (2002, p.98)

Fonte: Adaptado pelo autor de Nussenzveig (2002).

2.3 Análise das Dimensões das Ondas

Para analisar as dimensões de uma onda, é fundamental revisitar alguns conceitos básicos, como os tipos de movimento e suas composições, a velocidade linear e angular, o período e outras grandezas físicas. O movimento pode ser classificado em linear e circular. O movimento linear ocorre quando a movimentação se dá em uma linha reta, com velocidade linear constante e posições iniciais e finais na mesma direção. Por outro lado, o movimento circular envolve a movimentação em uma trajetória curva, onde a direção do movimento sofre alterações vetoriais, formando ângulos e resultando em um caminho circular; a velocidade associada a este movimento é denominada velocidade angular. Quando analisamos

movimentos de forma geral, podemos perceber que muitos deles são gerados pela composição desses dois movimentos particulares.

A velocidade escalar é a rapidez com que um objeto muda sua posição em um intervalo de tempo específico. Esta definição também se aplica à velocidade angular, que se refere à rapidez com que um ângulo se desloca em um determinado período. O período é definido como o tempo necessário para que um objeto em movimento circular complete uma volta completa. Essas definições são cruciais para entender a dinâmica das ondas, especialmente quando se considera o movimento oscilatório e a propagação de perturbações através de diferentes meios.

$$w = \frac{d\theta}{d\tau} \quad (1)$$

Considerando que durante o movimento, o móvel percorreu apenas uma volta, os limites para a integral são θ indo de 0 a 2π e o período de 0 a τ .

$$w \int_0^\tau d\tau = \int_0^{2\pi} d\theta \quad (2)$$

Considerando na integral a constante C como sendo zero,

$$\omega\tau = 2\pi \quad (3)$$

Logo a velocidade angular pode ser escrita como,

$$w = \frac{2\pi}{\tau} \quad (4)$$

A frequência é definida como o número de voltas que um móvel realiza, em movimento circular, pelo tempo que foi gasto. Levando em consideração que o móvel realizou apenas uma volta,

$$f = \frac{1}{\tau} \quad (5)$$

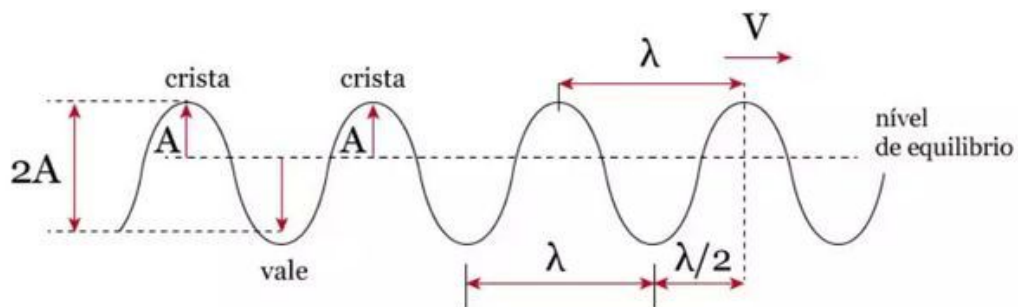
Logo:

$$w = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi f \quad (6)$$

Além dos tipos de movimento e das velocidades linear e angular, outros aspectos são cruciais para a caracterização completa de uma onda, como a crista, o vale, a amplitude e o

comprimento de onda. A Figura 5 ilustra esses elementos. A crista de uma onda é o ponto mais alto atingido pela oscilação na corda, enquanto o vale representa o ponto mais baixo. A amplitude refere-se à magnitude da oscilação da onda ao longo do tempo, indicando a altura da crista ou a profundidade do vale em relação ao ponto de equilíbrio. Já o comprimento de onda é a distância entre pontos equivalentes em ciclos sucessivos de um padrão de onda, como de uma crista a outra ou de um vale a outro.

Figura 5 — Características da onda

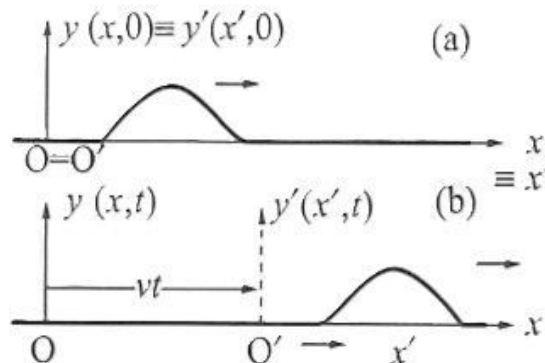


Fonte: Ribeiro (2018).

2.3.1 Ondas progressivas em uma dimensão

O perfil da onda em um dado instante t pode ser definido observando-se a forma da corda nesse instante, dada pela função $y(x,t)$. Conforme a Figura 6(a) para $y(x,0)$ para $t = 0$, e a Figura 6(b) para o instante t , onde a perturbação se desloca progressivamente sem alterar sua forma e com uma velocidade v . Supondo um novo referencial inercial x' , observa-se que, para $t = 0$, as grandezas iniciais coincidem, pois o produto da velocidade pelo tempo seria zero, resultando na superposição dos referenciais no mesmo ponto.

Figura 6 — Onda progressiva para a direita



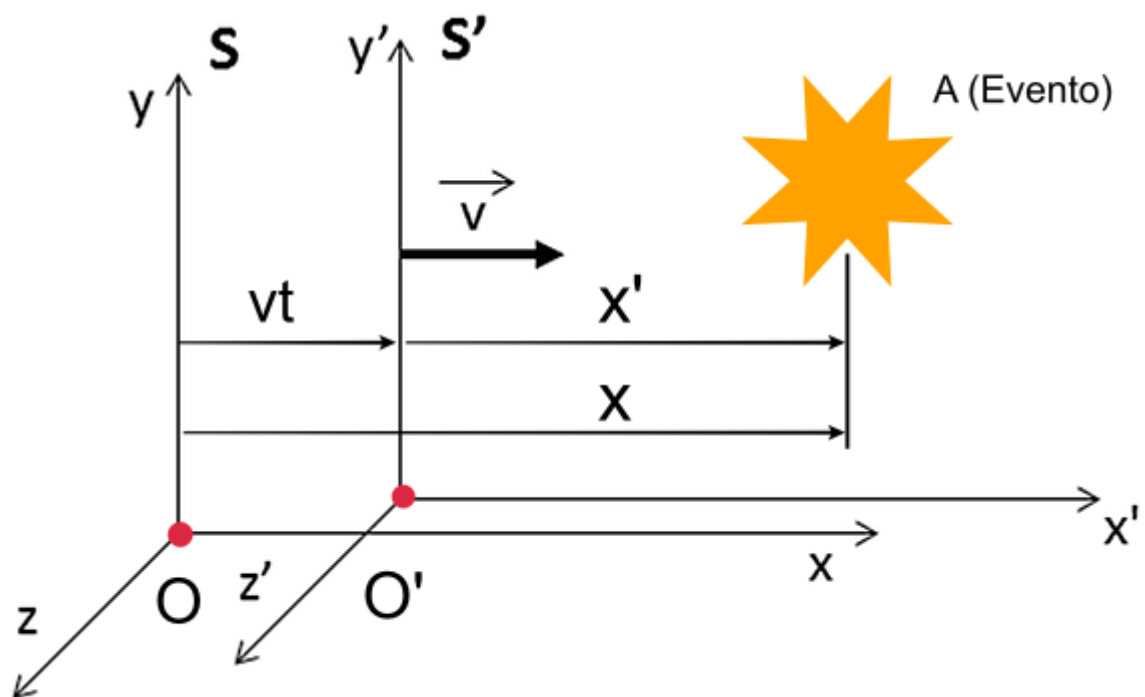
Fonte: Nussenzveig (2002, p. 99).

Assim, se o referencial x' se mover com a mesma velocidade da onda, a forma da onda não mudará com o tempo nesse referencial, expressando-se pela relação

$$y'(x', t) = y'(x', 0) = f(x') \quad (7)$$

Isso indica que a função é independente do tempo e depende apenas da posição x' . A relação entre os dois referenciais pode ser descrita por uma transformação de Galileu, conforme ilustrado na Figura 7.

Figura 7 — Transformação de Galileu



Fonte: Pereira (2020).

De acordo com essa transformação, o referencial em movimento se desloca apenas ao longo do eixo x . Portanto, a distância entre os referenciais é dada pela relação:

$$x = x' + vt \quad (8)$$

$$y = y' \quad (9)$$

Logo:

$$x' = x - vt \quad (10)$$

Para determinar o referencial S, temos:

$$y(x, t) = F(x - vt) \quad (11)$$

Para compreender o comportamento das ondas em uma corda, a partir da equação, pode-se concluir que a função descreve uma onda progressiva, que se propaga para a direita do eixo x, com velocidade v. O que implica em:

$$y(x, t) = F(x - vt) \quad (12)$$

Dessa forma,

$$y(x, t) = y(x + \Delta x, t + \Delta t), \Delta x = v\Delta t \quad (13)$$

Para descrever uma onda progressiva que se desloca para a esquerda, substituímos o valor da velocidade por $-v$. Com isso,

$$y(x, t) = g(x + vt) \quad (14)$$

Em uma corda, as ondas progressivas podem inicialmente se propagar em apenas um sentido. No entanto, ao atingirem a extremidade da corda, essas ondas sofrem um processo de reflexão. Esse fenômeno ocorre quando a onda encontra um obstáculo ou uma mudança nas condições do meio, resultando na criação de uma nova onda que se propaga no sentido oposto ao da onda original.

Quando consideramos uma corda finita, a situação se torna mais complexa. Em tal caso, as ondas progressivas não apenas se propagam em um único sentido, mas também são refletidas repetidamente nas extremidades da corda. Isso cria um padrão no qual ondas progressivas se movem simultaneamente em ambas as direções ao longo da corda. A função de onda resultante, que descreve essa superposição de ondas, pode ser expressa como a soma de duas funções de onda, uma representando a onda que se desloca para a direita e outra para a esquerda. Dessa forma, segundo Nussenzveig:

$$y(x, t) = F(x - vt) + g(x + vt) \quad (15)$$

Podemos considerar ondas somente num sentido, durante intervalos de tempo apreciáveis, numa corda suficientemente longa, ou para qualquer tempo no caso limite ideal de uma corda infinita. (NUSSENZVEIG, 2002, p.100)

2.4 Ondas Harmônicas

As ondas harmônicas representam um exemplo específico e comum na natureza. Elas são chamadas assim por sua semelhança com uma oscilação harmônica simples, tanto nas equações matemáticas que as descrevem quanto na forma visual da onda. Essas ondas são descritas por funções seno ou cosseno, razão pela qual também são conhecidas como ondas senoidais.

$$f(x') = A \cos\left(\frac{2\pi x'}{\lambda} + \varphi\right) \quad (16)$$

Simplificando,

$$f(x') = A \cos(kx' + \varphi) \quad (17)$$

Onde,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (18)$$

Considerando x' como uma onda progressiva para a direita, tem-se que:

$$y(x, t) = A \cos[k(x - vt) + \varphi] \quad (19)$$

Isolando os termos para determinar a velocidade angular (ômega),

$$\omega = 2\pi f = kf = \frac{2\pi}{\tau} \quad (20)$$

Obtém-se que,

$$y(x, t) = A \cos(kx - kvt + \varphi) = A \cos(kx - \omega t + \varphi) \quad (21)$$

Chama-se de comprimento de onda a distância entre dois vales ou duas cristas sequencialmente. Sendo ele,

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (22)$$

Sendo o argumento do cosseno na equação:

$$\varphi(x, t) = kx - \omega t + \varphi \quad (23)$$

Chama-se fase da onda, e φ é a constante de fase. Medindo a fase em rad e λ em m, o número de onda k se mede em rad/m ou rad/s.

De forma que se analisado o deslocamento com o tempo de um ponto em que a fase é constante, tem-se:

$$\varphi(x, t) = \varphi_0 = \text{Constante} \quad (24)$$

De forma que derivando a equação em função do tempo,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = k \frac{\partial x}{\partial t} - w = 0 \quad (25)$$

Dessa forma,

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{w}{k} = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \lambda f \quad (26)$$

Assim a velocidade de fase da onda é:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = v = \lambda f \quad (27)$$

2.5 Equação de Ondas Unidimensional

Para compreender a propagação de ondas em uma corda, devemos analisar como a velocidade e a aceleração de um ponto específico variam ao longo do espaço e do tempo. Ao adotar um ponto x ao longo da corda, podemos descrever o movimento ondulatório utilizando derivadas parciais em relação ao espaço (x) e ao tempo (t). Em uma corda, a velocidade com que a onda se desloca no eixo vertical, na direção de y , é:

$$v = \frac{\partial}{\partial t} y(x, t) \quad (28)$$

Já a aceleração é escrita como sendo:

$$a = \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) \quad (29)$$

Utilizando as equações (10) e (11), admite-se que y só dependerá de t para sua derivada. Sendo assim, utilizando a regra da cadeia para obter sua derivada,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{dx'} \frac{\partial x'}{\partial t} \quad (30)$$

Assim:

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(x - vt) = -v \quad (31)$$

Sendo a primeira derivada,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -v \frac{df}{dx'} \quad (32)$$

tem-se que

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -v \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{df}{dx'} \right) = -v \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{df}{dx'} \right) \frac{\partial x'}{\partial t} \quad (33)$$

Que resulta em

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x'^2} \quad (34)$$

Considere que

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial t}(x - vt) = 1 \quad (35)$$

Derivando em relação a x,

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dx'} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{df}{dx'} \quad (36)$$

Derivando novamente em relação a x,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial^2 x} = \frac{d^2 f}{dx'^2} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{d^2 f}{dx'^2} \quad (37)$$

Comparadas as equações (34) e (37), tem-se que $y(x, t)$ satisfaz a equação:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (38)$$

Podemos obter esse mesmo resultado partindo do conceito de Movimento Harmônico

Simplex (MHS).

$$h(x, t) = A \cdot \sin(kx - \omega t + \varphi) \quad (39)$$

Tempo (t) e espaço (x) são variáveis temporais e espaciais, respectivamente. Quando uma função depende de ambas as variáveis, t e x, sua solução envolve derivadas parciais de segunda ordem. Isso é comum na análise de fenômenos ondulatórios, onde a função descreve como a onda varia ao longo do tempo e do espaço. Assim:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = A \frac{\partial}{\partial x} [\sin(kx - \omega t + \varphi)] \quad (40)$$

Logo,

$$\frac{\partial h}{\partial x} = Ak \cos[kx - \omega t + \varphi] \quad (41)$$

Realizando a derivada segunda,

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = Ak \frac{\partial}{\partial x} [\cos(kx - \omega t + \varphi)] \quad (42)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = Ak(-\sin(kx - \omega t + \varphi)) \cdot k \quad (43)$$

Assim, a derivada da segunda ordem em relação ao espaço é:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -Ak^2 \sin(kx - \omega t + \varphi) \quad (44)$$

Refazendo o cálculo, agora para o tempo, tem-se que:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = A \frac{\partial}{\partial t} [\sin(kx - \omega t + \varphi)] \quad (45)$$

Logo,

$$\frac{\partial h}{\partial t} = A \cos(kx - \omega t + \varphi) \cdot (-\omega) \quad (46)$$

Realizando a derivada segunda,

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -Aw \frac{\partial}{\partial t} [\cos(kx - \omega t + \varphi)] \quad (47)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -Aw(-\sin(kx - \omega t + \varphi))(-\omega) \quad (48)$$

Assim a derivada de segunda ordem, em relação ao espaço, será:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -Aw^2 \sin(kx - \omega t + \varphi) \quad (49)$$

As expressões resultantes das derivadas são equivalentes, diferenciando-se apenas pelos coeficientes multiplicadores. Para corrigir e simplificar as equações, podemos multiplicar ambos os lados por $1/k^2$ para as derivadas em relação à posição e por $1/\omega^2$ para as derivadas em relação ao tempo. Ao realizar essa multiplicação, conseguimos ajustar e padronizar as equações, facilitando a comparação e análise dos resultados. Assim,

$$\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{1}{k^2} (-A.k^2 \sin(kx - \omega t + \varphi)) = -A.\sin(kx - \omega t + \varphi) \quad (50)$$

$$\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{1}{\omega^2} (-A.k^2 \sin(kx - \omega t + \varphi)) = -A.\sin(kx - \omega t + \varphi) \quad (51)$$

Logo,

$$\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (52)$$

O fator ω^2 deve ser multiplicado em ambos os lados da equação,

$$\frac{\omega^2}{k^2} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (53)$$

Sabendo que $\omega^2/k^2 = v^2$, logo,

$$v^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (54)$$

Resultando em

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} \quad (55)$$

ou

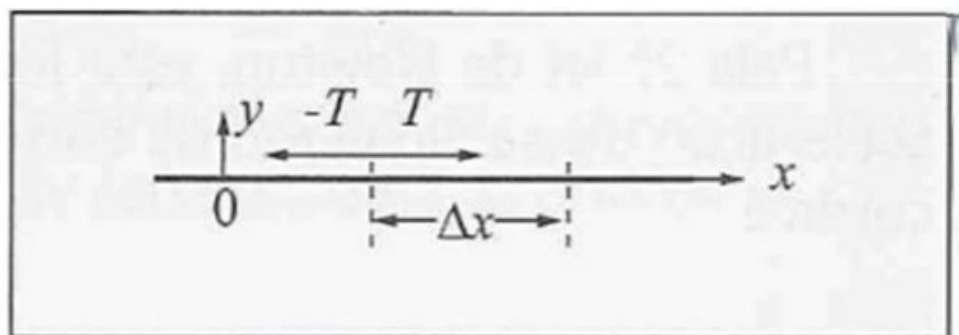
$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad (56)$$

Segundo Nussenzveig, essas expressões representam a equação das ondas unidimensionais, uma das equações fundamentais da Física. Esta equação descreve o comportamento de uma onda que se propaga em uma única dimensão, capturando as variações da onda ao longo do tempo e do espaço. A equação de onda unidimensional é crucial para entender como as ondas se movem e se comportam quando restritas a uma linha ou a uma dimensão linear, como em uma corda vibrante ou em ondas sonoras que se propagam em um tubo estreito.

2.6 Equação das Cordas Vibrantes

A Figura 8 representa uma corda esticada que está sob efeito de vibrações. A corda encontra-se em sua posição de equilíbrio, alinhada horizontalmente ao longo do eixo x . Observando a Figura 8, podemos perceber que, para manter o sistema em equilíbrio, existem duas forças aplicadas em qualquer trecho da corda: uma força T , dirigida para a direita, e outra força $-T$, dirigida para esquerda. Essas forças são iguais em magnitude e opostas em direção.

Figura 8 — Tensão na corda



Fonte: Nussenzveig (2002, p. 103).

Essa situação ilustra o conceito de tensão de equilíbrio T , que é uma força constante e uniformemente distribuída ao longo da corda. A tensão T é responsável por manter a corda esticada e em equilíbrio, mesmo quando ela está sujeita a vibrações. Ela age em todas as

partes da corda, garantindo que qualquer trecho dela permaneça em equilíbrio estático ou dinâmico.

Para uma corda, a densidade linear de massa é denotada por μ . Essa grandeza representa a massa por unidade de comprimento da corda. Ao considerar um pequeno segmento infinitesimal da corda, indicado por Δx na Figura 6, podemos expressar a massa desse segmento como:

$$\Delta m = \mu \Delta x \quad (57)$$

Quando analisamos a variação e/ou deslocamento de um ponto específico em uma corda vibrante, percebemos que a posição desse ponto em relação ao seu estado de equilíbrio pode ser descrita por uma função que depende tanto da posição ao longo da corda, quanto do tempo. Essa função é geralmente representada como $y(x, t)$.

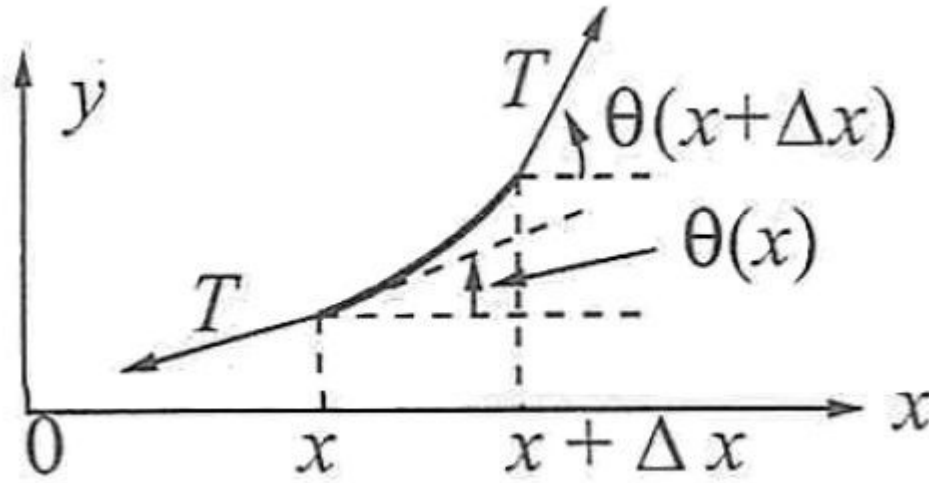
Quando analisamos a dinâmica de uma corda sob tensão, particularmente sob a influência de vibrações, é essencial entender as forças atuantes sobre qualquer elemento infinitesimal dessa corda. Ao considerar um pequeno segmento de comprimento Δx da corda, as forças que afetam esse segmento estão diretamente relacionadas à variação da tensão ao longo do comprimento da corda e às mudanças na direção dessa tensão. Elas produzem uma componente transversal da força restauradora no plano cartesiano do eixo y . Observando a Figura 9, a componente y da força de tensão no ponto $x+\Delta x$, será:

$$T \sin \theta \approx T \tan \theta \approx T \frac{\partial y}{\partial x} \quad (58)$$

Assumindo que θ é o ângulo encontrado entre a tangente da corda sobre o eixo x e que ao considerar um elemento infinitesimal, admite-se que o ângulo é muito menor que $\theta \ll 1$, Desse modo, tem-se que $\sin \theta \approx \tan \theta$.

A Figura 9 demonstra todas as tensões desde $y(x, t)$. Em termos dos seus vetores, a tensão em $y_{(x+\delta x, t)}$ é negativa, representada por $-T$, e de forma análoga a outra tensão é positiva T . Utilizando a Segunda Lei de Newton em que o somatório do vetor força é igual a produto da massa vezes o vetor aceleração, o somatório será:

Figura 9 — Tensão e sua variação de direção



Fonte: Nussenzveig (2002, p. 104).

$$\vec{T} \frac{\partial}{\partial x} y(x + \Delta x) - \vec{T} \frac{\partial}{\partial x} y(x) \quad (59)$$

Dividindo e multiplicando a função por Δx e colocando em evidência o termo $T\Delta x$,

$$T\Delta x \frac{\left[\frac{\partial}{\partial x} y(x + \Delta x, t) - \frac{\partial}{\partial x} y(x) \right]}{\Delta x} \quad (60)$$

Para Δx infinitesimal $\Delta x \rightarrow 0$, pode-se aplicar a definição de derivada parcial, em que parte da expressão acima poderá ser substituída por $(\partial^2 / \partial x^2) y_{(x,t)}$. Assim a expressão da força será:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x \quad (61)$$

Segundo o Princípio Fundamental da Dinâmica, onde a Força Resultante é proporcional ao produto da massa pela aceleração, se obtém a seguinte conclusão:

$$\mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Delta x \quad (62)$$

Isolando o primeiro termo, tem-se:

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (63)$$

As duas obedecem a Equação da Onda, já que as duas igualdades satisfazem a equação da onda unidimensional. Com isso,

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (64)$$

Essa é a célebre equação das cordas vibrantes, obtida por Euler e D'Alembert por volta de 1750. Colocando a equação em termos de v , a velocidade de propagação da onda será definida como:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (65)$$

A velocidade de onda é tanto maior quanto maior a tensão e menor a inércia (massa por unidade de comprimento) como seria de esperar. De acordo com Nussenzveig (2002) e Young et al. (2003), entre outros.

2.7 O Princípio da Superposição

O Princípio da Superposição, de acordo com Nussenzveig (2002), “tendo qualquer combinação linear de soluções também é solução”. Sabendo que Combinação linear é uma expressão construída a partir de um conjunto de termos, em que cada termo tem uma constante, muito comum em álgebra linear. Isso mostra que tendo n equações onde $n = 1, 2, 3, \dots$, estas possuindo linearidade, pode-se apresentá-las como sendo a união de umas com as outras. Desta forma, considera-se duas equações provindas da equação de onda unidimensional, y_1 e y_2 , são elas:

$$y(x, t) = C_1 y_{1(x,t)} + C_2 y_{2(x,t)} \quad (66)$$

Onde C_1 e C_2 são constantes arbitrárias. Com isto é possível uma combinação linear entre as soluções.

$$\frac{\partial^2 (C_1 y_1 + C_2 y_2)}{\partial t^2} = C_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + C_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} \quad (67)$$

Ou então,

$$\frac{\partial^2(C_1y_1 + C_2y_2)}{\partial x^2} = C_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + C_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} \quad (68)$$

De acordo com as equações discutidas, pode-se afirmar que estas estão em consonância com as equações de onda apresentadas anteriormente. Essa concordância reforça a ideia de linearidade, característica fundamental nas descrições matemáticas de ondas harmônicas.

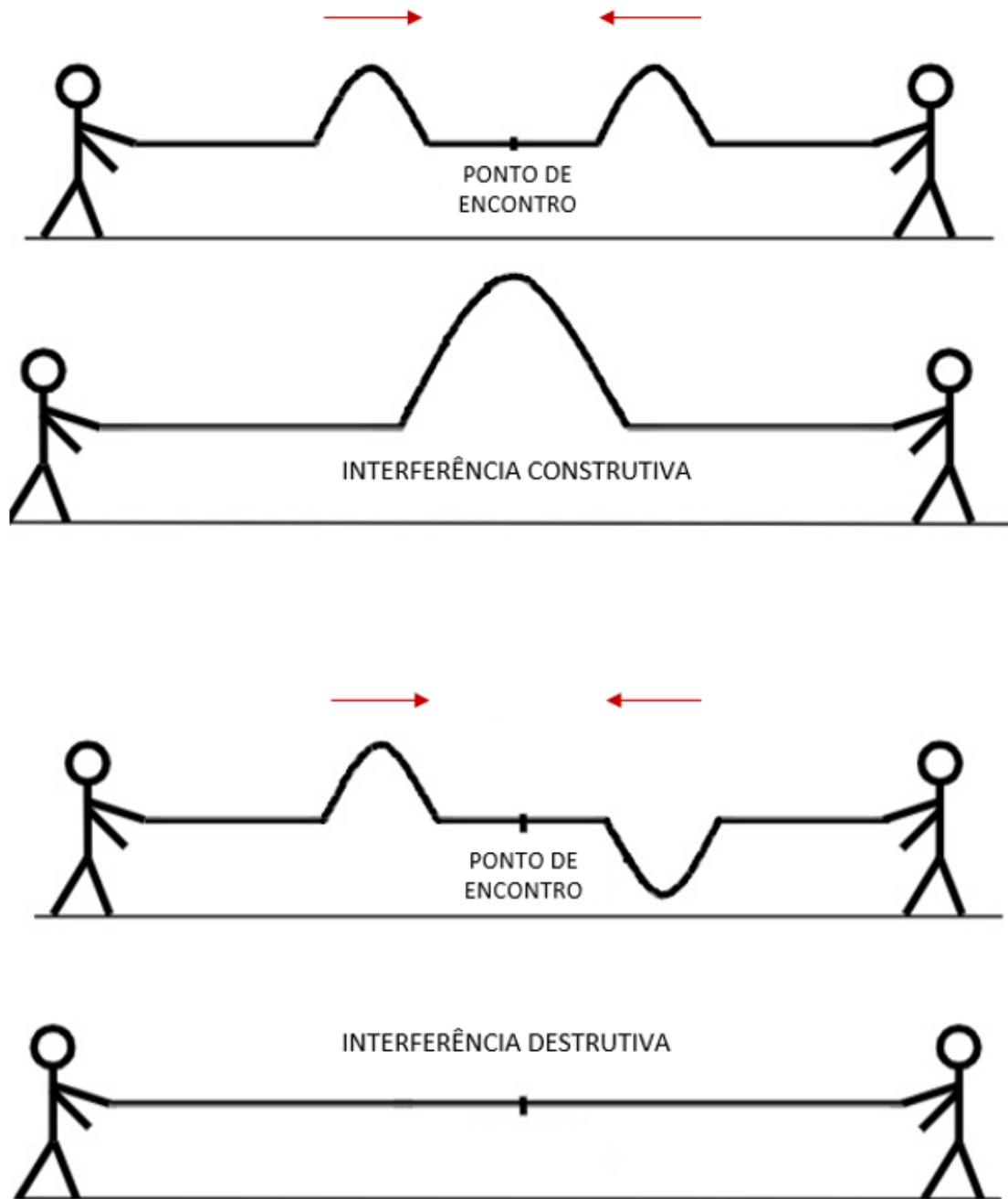
2.7.1 Interferência de Ondas

A análise das ondas progressivas revela um fenômeno crucial conhecido como interferência, esse fenômeno ocorre quando duas ondas com a mesma frequência (f) se superpõem, resultando em padrões específicos de interação. A interferência pode ser classificada em dois tipos principais: construtiva e destrutiva, conforme a Figura 10.

A interferência construtiva ocorre quando duas ondas se encontram de modo que suas amplitudes se somam positivamente. Isso significa que os pontos de crista e vale das ondas coincidem, resultando em um aumento na amplitude total da onda resultante. Em termos simples, a energia combinada das duas ondas se manifesta como uma maior intensidade de oscilação, amplificando o movimento ondulatório.

Em contraste, a interferência destrutiva acontece quando as ondas se encontram de forma que a crista de uma coincide com o vale da outra. Esta superposição resulta em uma anulação parcial ou total da amplitude, dependendo de quão perfeitamente as ondas estão em oposição de fase. O resultado é uma diminuição da energia percebida na onda resultante, podendo levar à sua extinção temporária ou permanente em pontos específicos.

Figura 10 — Interferência construtiva e destrutiva em uma corda



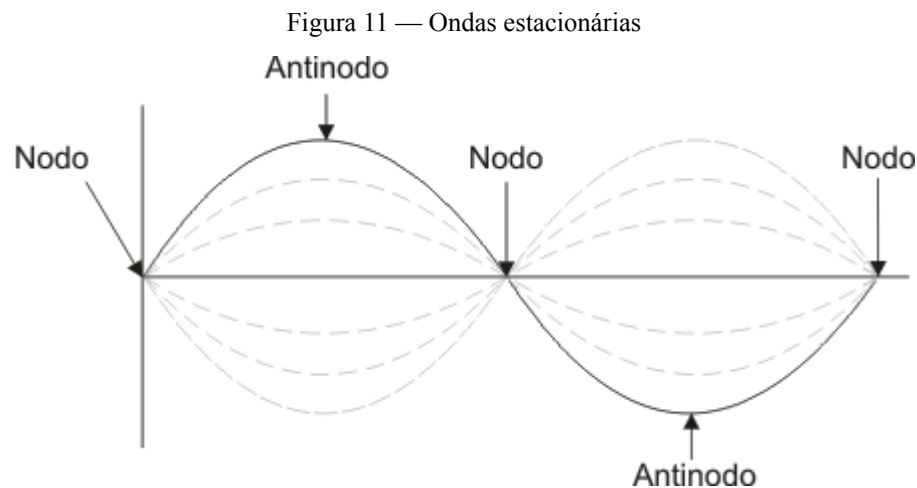
Fonte: O autor (2024).

Compreender esses padrões de interferência é essencial para a análise de fenômenos ondulatórios em diversos contextos, como acústica, óptica e outras áreas da Física.

2.7.2 Ondas Estacionárias de Sentidos Opostos

As ondas podem se propagar de duas maneiras principais: em sentidos iguais ou em

sentidos opostos. A propagação de ondas em sentidos opostos é essencial para a análise de ondas estacionárias que se propagam no mesmo sentido, mantêm uma trajetória contínua e não interferem significativamente uma na outra, a não ser que se encontrem em algum ponto específico. Em contraste, as ondas que se propagam em sentidos opostos são fundamentais para a formação de ondas estacionárias. Estas últimas permitem a visualização de padrões de interferência fixa no espaço, onde determinadas regiões (nodos) permanecem em repouso enquanto outras (antinodos) oscilam com a máxima amplitude. Se as extremidades da corda estiverem fixas, é possível obter uma onda estacionária resultante da superposição de duas ondas, viajando em direções opostas: a onda gerada pela fonte desde um extremo e a onda refletida no extremo oposto fixo. A onda estacionária é uma oscilação da corda sem propagação da perturbação; as cristas não viajam pela corda. No entanto, cada elemento da corda oscila verticalmente com frequência f . Assim como na Figura 11.



A ressonância e as ondas estacionárias não são apenas fenômenos teóricos, mas possuem várias aplicações práticas. Em acústica, a ressonância é utilizada para amplificar sons em instrumentos musicais, como violões e pianos, onde as frequências ressonantes do corpo do instrumento contribuem para o som rico e profundo que ouvimos. Em sistemas de comunicação, a ressonância é usada para filtrar sinais em frequências específicas, permitindo a transmissão clara e eficiente de dados.

Assim,

$$x,t = \begin{cases} y_{1(x,t)} = A\cos(kx - \omega t) \\ y_{2(x,t)} = A\cos(kx + \omega t) \end{cases} \quad (69)$$

Considerando o Princípio da Superposição e alguns fundamentos da trigonometria têm-se que:

$$y = y_1 + y_2 = A(\cos(kx - wt) + \cos(kx + wt)) = 2A\cos(kx)\cos(wt). \quad (70)$$

A equação resultante é caracterizada por um produto de uma função de x por uma função de t , mostrando assim que não tem propagação e que, por isso, a corda sempre tem as mesmas características, o que é alterado é basicamente a amplitude e o sinal, este para inverter o modo de propagação da onda.

A reflexão da onda é um fenômeno crucial no estudo da ondulatória, caracterizando-se pelo retorno da onda em direção oposta após atingir uma barreira ou mudança de meio. Nesse fenômeno, a onda se propaga em um sentido e ao sofrer a reflexão ela retorna em sentido oposto. Matematicamente pode-se representar esse fenômeno a partir da função $g(x+vt)$, que obedece a equação de $y(0,t) = 0$, para qualquer t . Considere a solução geral de ondas em que $f = 0$ quando considerado que a função descreve o pulso incidente. Assim,

$$y(0,t) = f_{[-vt]} + g(vt) = 0 \quad (71)$$

Temos,

$$f_{[-vt]} = -g(vt) = 0 \quad (72)$$

Substituindo e generalizando para a solução geral, tem-se que:

$$y(x,t) = g_{[vt+x]} - g_{(vt-x)} = 0 \quad (73)$$

Essa equação satisfaz as condições de contorno das equações, onde o segundo termo da equação só é presente quando o pulso atinge a extremidade. De acordo com Nussenzveig (2002), "vemos que o pulso volta invertido após a reflexão: a reflexão numa extremidade fixa produz uma defasagem de 180° . A razão física deste resultado é que ao atingir a origem, o pulso irá provocar um determinado deslocamento, para permanecer fixa, a extremidade tem de reagir (reação de suporte) produzindo um deslocamento igual e contrário, que gera a imagem invertida (pulso refletido)".

Podemos chegar a uma conclusão referente as ondas estacionárias. Para isso, iguala-se as duas soluções de velocidade da onda, as equações 27 e 65, obtendo-se:

$$\lambda f = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (74)$$

Em uma onda estacionária o comprimento da corda está relacionado com o número de harmônicos e que a cada 2 harmônicos, tem-se o comprimento de onda. Assim, se for multiplicado o comprimento de onda pelo número de harmônicos e dividido por dois, pode-se

descrever a relação que dará o comprimento da corda, como demonstrado a seguir.

$$L = \frac{n\lambda}{2} \quad (75)$$

Assim,

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad (76)$$

Substituindo o comprimento de onda na igualdade das velocidades,

$$\frac{2L}{n}f = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (77)$$

A frequência da onda será:

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (78)$$

As frequências são múltiplos inteiros da frequência f_1 do modo mais baixo, que se chama o modo fundamental. A frequência $f_n = n f_1$ do modo n chama-se o n -ésimo harmônico da frequência f_1 .

A expressão (78) engloba as leis das cordas vibrantes, descobertas experimentalmente por Mersenne em 1636: A frequência fundamental é: (i) inversamente proporcional ao comprimento da corda; (ii) proporcional à raiz quadrada da tensão; (iii) inversamente proporcional à raiz quadrada da densidade linear de massa da corda, segundo Nussenzveig (2002).

Essas informações fundamentais sobre o comportamento das ondas mostram que é possível realizar atividades experimentais efetivas, mesmo com recursos laboratoriais limitados, já que esses resultados tem aplicação para diversos instrumentos musicais.

O fato de que ondas confinadas numa região limitada do espaço só podem oscilar em frequências bem definidas, que formam um conjunto discreto (embora haja infinitas frequências possíveis) é uma característica geral, extremamente importante, do movimento ondulatório: os modos normais de vibração de uma corda presa nos extremos constituem o exemplo mais simples deste resultado. (NUSSENZVEIG, 2002, p117).

Isso abre caminho para que professores inovem em suas abordagens pedagógicas, promovendo uma experiência de aprendizado mais dinâmica e prática para os alunos.

3 REFERENCIAL TEÓRICO DE ENSINO

No contexto educacional, especialmente no ensino de Física no Ensino Médio, é fundamental proporcionar aos alunos oportunidades de aprender de maneira ativa e investigativa. As práticas pedagógicas defendidas por Anna Maria Pessoa de Carvalho, como as Sequências de Ensino Investigativas (SEI's), e Lúcia Helena Sasseron, como a Alfabetização Científica (AC), oferecem uma base sólida para ensinar conceitos muito das vezes abstratos, como ondas estacionárias, promovendo a investigação, onde os alunos tem papel fundamental na construção do conhecimento científico por meio de experiências, argumentação e exploração de fenômenos, em vez de apenas receber informações de maneira passiva. Segundo Sasseron (2015):

Levar em conta a argumentação como forma básica de pensamento implica a possibilidade de que ela seja tomada para avaliar processos de construção de entendimento, pois a explicitação da argumentação, em seu ato discursivo, seja pela oralidade seja por registros gráficos, permitiria evidenciar as perspectivas de construção de entendimento de processos, ideias, conceitos e posições. Sob essa perspectiva, ainda que a argumentação explicita pontos de vista divergentes, isso implica e resulta em processos de percepção das divergências e na busca de uma visão convergente, mesmo que provisória e sujeita a novas contraposições. No âmbito das Ciências, a argumentação configura-se como uma forma de comunicar conhecimentos e ideias. Pode-se afirmar que a linguagem científica é, por natureza, uma linguagem argumentativa (SASSERON, 2015, p. 59).

Nesse contexto, atualmente, o mundo necessita de cidadãos que compreendam as transformações provocadas pela tecnologia no ambiente. É fundamental reconhecer que a ciência não é uma atividade isolada, restrita a laboratórios fechados e realizada por indivíduos especiais, afastados da sociedade. Pelo contrário, a ciência e a tecnologia são práticas essencialmente humanas, que influenciam o meio social e o ambiente de diversas formas, sejam elas benéficas, ou prejudiciais. Nesse sentido, a AC da sociedade, a partir de práticas de ensino investigativo como as SEI's é, em nossa época, um dos requisitos essenciais para o fortalecimento da democracia.

3.1 Alfabetização Científica e o Ensino Investigativo

O ensino por investigação é mais amplo que uma simples aula experimental, em que o estudante é um mero observador ou imitador de uma ação baseada em um roteiro engessado, que só precisa desenvolver o que está escrito em um procedimento determinado. As atividades com perspectivas investigativas trazem uma nova percepção de que é possível construir conceitos de maneira ativa, onde as aulas tradicionais que são muitas das vezes consideradas maçantes, se tornem mais leves e mais eficazes no processo de ensino.

Diversos estudos sobre o ensino por investigação têm defendido que, por meio dessa abordagem, é possível desenvolver a Alfabetização Científica nos alunos (SASSERON, 2015; SASSERON; CARVALHO, 2008; CARVALHO, 2013; SASSERON; MACHADO, 2017).

Alfabetizar Cientificamente os alunos significa oferecer condições para que possam tomar decisões conscientes sobre problemas de sua vida e da sociedade relacionados a conhecimentos científicos (CARVALHO, 2013, p. 45).

Em outras palavras, estar alfabetizado cientificamente implica ser capaz de organizar o pensamento de maneira lógica, com uma visão mais crítica da realidade ao redor. Segundo Paulo Freire (1980):

"a alfabetização é mais que um simples domínio psicológico e mecânico de técnicas de escrever e de ler. É o domínio destas técnicas em termos conscientes. (...) Implica numa autoformação de que possa resultar uma postura interferente do homem sobre seu contexto."(FREIRE, 1980, p. 111).

Carvalho (2013) propõe que as SEI's são fundamentais para engajar os alunos em um processo ativo de construção do conhecimento. Elas estruturam o aprendizado em torno de atividades que espelham o método científico, promovendo uma compreensão mais profunda e envolvente dos conceitos. Uma SEI deve começar com um problema, esse problema pode ser teórico ou experimental, mas deve sempre desafiar os alunos a explorar e investigar.

No contexto de ondas estacionárias, um exemplo prático seria pedir aos alunos que investiguem como a densidade linear de uma corda afeta os padrões de vibração. Isso poderia começar com uma demonstração onde os alunos observam as mudanças nos padrões de ondas de acordo com a densidade da corda. A partir dessa observação, eles são incentivados a formular hipóteses e testar suas ideias, engajando-se em um processo de descoberta ativa.

Uma vez que os alunos exploram o problema inicial, é crucial que eles sistematizem o conhecimento adquirido. Isso pode ser feito através de discussões em grupo, leitura de textos explicativos ou mesmo a criação de diagramas que ilustrem suas descobertas. Por exemplo, após explorar a relação da densidade e os padrões de vibração nas diferentes cordas, os alunos podem comparar suas observações com teorias estabelecidas sobre ondas estacionárias, consolidando sua compreensão e contextualizando o conhecimento adquirido.

Segundo Sasseron e Carvalho (2008), a AC é contínua e trata-se de um processo em constante construção. Ela deve agregar novos conhecimentos, com o objetivo de subsidiar tomadas de decisões e posicionamentos que evidenciem as relações entre ciência, sociedade e demais áreas do conhecimento. Propuseram três eixos estruturantes da AC, conforme o Quadro 1.

Quadro 1 — Eixos estruturantes da AC

EIXOS	INDICADORES
1	Compreensão básica de termos, conhecimentos e conceitos científicos fundamentais.
2	Compreensão da natureza da ciência e dos fatores éticos e políticos que circundam sua prática.
3	Entendimento das relações existentes entre ciência, tecnologia, sociedade e meio ambiente.

Fonte: Adaptado pelo autor de Sasseron e Machado (2017).

O eixo 1 refere-se à necessidade de entender conceitos para que seja possível compreender o significado das informações transmitidas, possibilitando o entendimento conceitual. O eixo 2 está relacionado à importância de conhecer como a ciência e suas investigações são realizadas, permitindo que se examinem problemas cotidianos que envolvem conhecimentos e conceitos científicos. Por fim, o eixo 3 trata do reconhecimento de que quase todo acontecimento na vida de alguém foi influenciado, direta ou indiretamente, pelas ciências e tecnologias (SASSERON; CARVALHO, 2008).

Sasseron e Machado (2017) elencaram indicadores de AC, para que seja analisado se essa abordagem teria proporcionado a absorção dos conhecimentos em três grupos. O primeiro grupo está associado aos dados obtidos para a investigação, sendo eles: *Seriação de informações*, *Organização de informações* e *Classificação de informações*. Esses três indicadores são essenciais quando se tem um problema a ser investigado, pois possibilitam aos alunos conhecer as variáveis envolvidas nos fenômenos e as relações entre elas.

O segundo grupo de indicadores está relacionado à estruturação do pensamento, que molda as afirmações e argumentos durante as aulas. Esse grupo organiza o raciocínio dos estudantes. Os dois principais indicadores deste grupo são: *Raciocínio lógico* e *Raciocínio proporcional*.

Por último, o terceiro grupo de indicadores busca a compreensão da situação analisada. Esse grupo aparece, geralmente, nas etapas onde surgem as discussões. Fazem parte deste grupo: *Levantamento de hipóteses*, *Teste de hipóteses*, *Justificativa* e *Explicação*.

Quadro 2 — Indicadores de AC (continua)

Nº	INDICADORES	CONTEXTO
1	Seriação de informações	Refere-se à organização de dados como base para ações investigativas. As informações não precisam estar em uma ordem estabelecida; elas podem ser apenas uma relação dos dados já trabalhados ou uma lista do

Quadro 2 — Indicadores de AC (conclusão)

Nº	INDICADORES	CONTEXTO
		que se vai trabalhar.
2	Organização de informações	Ocorre quando se questiona um trabalho previamente desenvolvido. Esse indicador pode ser observado ao se fazer um levantamento de novas informações ou daquelas já elencadas anteriormente.
3	Classificação de informações	Estabelece uma ordem para as informações trabalhadas, criando relações entre elas.
4	Raciocínio lógico	Refere-se à maneira como os pensamentos são elaborados e apresentados, diretamente relacionado ao meio em que as ideias são expostas.
5	Raciocínio proporcional	Semelhante ao raciocínio lógico, esse indicador trata da estruturação do pensamento, mas também mostra como as variáveis se relacionam entre si, revelando a dependência ou independência que pode existir entre elas.
6	Levantamento de hipóteses	Onde se contemplam conjecturas acerca do tema, podendo aparecer tanto em forma de afirmação quanto de pergunta.
7	Teste de hipóteses	Ocorre nas etapas em que se deve confirmar as suposições levantadas anteriormente.
8	Justificativa	Consiste na apresentação de uma "garantia" que dá credibilidade às afirmações, promovendo sua aceitação e confiança no que é proposto.
9	Explicação	Consiste em relacionar informações e hipóteses já levantadas.

Fonte: Adaptado pelo autor de Sasseron e Machado (2017).

Os métodos da SEI proporcionam uma abordagem poderosa para o ensino de conceitos abstratos na Física, para promover a AC. Segundo Sasseron e Machado (2017):

A Alfabetização Científica concebe o ensino em uma perspectiva problematizadora, participativa, em que os alunos utilizam habilidades típicas das Ciências para intervir no mundo. O alfabetizado cientificamente compreende de que modo os conhecimentos científicos estão ligados a sua vida e ao planeta, participando de discussões sobre os problemas que afetam a sociedade (SASSERON; MACHADO, 2017, p. 28).

Nesse contexto, ao conectar novos conhecimentos a conhecimentos existentes e envolver os alunos em atividades investigativas, podemos promover uma compreensão desses fenômenos de difícil visualização, como as ondas estacionárias. Isso não só facilita a absorção do conteúdo, mas também prepara os alunos para aplicar esses conhecimentos em contextos variados, refletindo a verdadeira natureza da ciência como uma atividade humana e socialmente relevante.

3.1.1 Implementação

Atualmente, especialmente no ensino de Física no Ensino Médio, é fundamental proporcionar aos alunos oportunidades de aprender em um ambiente que estimule a participação de todos na construção do conhecimento. Nesse sentido, um conjunto estruturado de atividades investigativas, como uma SEI, organizada em etapas específicas, tem como objetivo permitir que os alunos investiguem um tema científico proposto pelo professor, por meio de diferentes tipos de atividades. Essa abordagem segue uma sequência que envolve a formulação de hipóteses, a experimentação, a análise e a reflexão crítica, promovendo a construção ativa e coletiva do conhecimento científico, promovendo a AC (SASSERON; MACHADO, 2017).

No contexto de produto educacional que gere a AC e sua relação com as aulas investigativas, Sasseron e Machado (2017) propõem algumas perguntas de modo que o professor torne a aula investigativa Quadro 3, essa reflexão abrange desde o planejamento até a avaliação do processo.

Quadro 3 — Delineamento do planejamento da SEI (continua)

Nº	PERGUNTAS PARA AUXÍLIO DO PLANEJAMENTO	RESPOSTAS PARA O PLANEJAMENTO DA SEI COM OBJETIVO DE PROMOVER AC NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS
1	Quais conhecimentos essa atividade oferece?	A atividade oferece conhecimentos sobre ondas estacionárias, linguagem científica e relações entre variáveis físicas, como tração, densidade linear, frequência e velocidade. Além disso, desenvolve habilidades de raciocínio lógico e proporcional, fundamentais para a compreensão do processo científico.
2	O que desejamos que os alunos aprendam?	Queremos que os alunos compreendam as interdependências entre variáveis físicas e desenvolvam a habilidade de formular hipóteses e testar suas relações em um contexto investigativo, promovendo a aprendizagem ativa e colaborativa, característica da Alfabetização Científica.
3	Quais são os dados e informações relevantes?	Os dados relevantes incluem padrões de harmônicos no fio, as mudanças observadas quando variáveis são alteradas, e a interpretação crítica desses dados, que contribuem para a construção do conhecimento científico.
4	Que problema pode ser proposto?	Quando ligarmos o alto-falante, que está conectado ao fio e ao amplificador de áudio, o que acontecerá com o fio? Quais variáveis podem influenciar o padrão de ondas estacionárias no

Quadro 3 — Delineamento do planejamento da SEI (continuação)

Nº	PERGUNTAS PARA AUXÍLIO DO PLANEJAMENTO	RESPOSTAS PARA O PLANEJAMENTO DA SEI COM OBJETIVO DE PROMOVER AC NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS
		fio? Isso incentiva uma investigação ativa das relações entre as variáveis.
5	Quais as possíveis hipóteses apresentadas pelos alunos?	O fio vai tremer, vibrar, quebrar, amplificar o som, gerar uma onda no fio. Além disso, podem levantar hipóteses sobre a formação de nós e ventres ao longo do fio, dependendo da tração ou densidade do fio.
6	Como testar as hipóteses?	Após ouvir as hipóteses dos alunos, o professor parte para a demonstração investigativa, colocando o aparato experimental em funcionamento.
7	Quais as relações entre a natureza da ciência e a experiência?	A ciência das vibrações se aplica a muitas áreas, como engenharia, medicina e tecnologia. O estudo investigativo mostra como a ciência é uma atividade humana em constante evolução, com aplicação prática em tecnologias essenciais para a sociedade, como ultrassons e estruturas de engenharia.
8	Quais as relações entre ciência, tecnologia, sociedade e ambiente (CTSA) possíveis no experimento?	O estudo das vibrações mecânicas continuou a evoluir, com um foco especial na aplicação de modelos matemáticos para entender o comportamento de grandes estruturas, como pontes e edifícios. As oscilações mecânicas desempenham um papel crucial na engenharia civil, em que o conhecimento dessas vibrações pode ser a diferença entre a estabilidade e o colapso de uma estrutura. Podemos abordar quais seriam os impactos causados se ocorresse com a ponte de sua cidade o que aconteceu com a ponte de Tacoma Narrows, em 1940. Quais seriam as implicações, do ponto de vista social e ambiental e como a ciência e seu constante aprimoramento evitam esse tipo de situação.
9	Que tipo de atividade investigativa melhor se adapta à montagem?	A demonstração investigativa devido ao custo do aparato e ao número de alunos. No entanto, é possível dividir a turma em pequenos grupos para aumentar a interação prática.
10	A que detalhe devemos atentar?	É fundamental destacar que uma onda estacionária é uma oscilação sem propagação da perturbação e que as cristas não se movem pela corda. Devemos também enfatizar os fenômenos de ressonância e interferência, fundamentais para a compreensão do experimento.
11	Quantas aulas durará o processo de investigação?	Cinco aulas: a primeira para demonstração investigativa inicial, a segunda para saber mais e relacionar o nosso cotidiano envolvendo as relações CTSA, a terceira e quarta para prática de laboratório investigativo e a quinta para

Quadro 3 — Delineamento do planejamento da SEI (conclusão)

Nº	PERGUNTAS PARA AUXÍLIO DO PLANEJAMENTO	RESPOSTAS PARA O PLANEJAMENTO DA SEI COM OBJETIVO DE PROMOVER AC NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS
		sistematização do conhecimento.
12	Coma avaliar se os objetivos foram cumpridos?	No caso da presente dissertação será feita a análise dos indicadores de AC presentes nas respostas dos alunos e nas argumentações desenvolvida nas aulas tendo essa avaliação um caráter qualitativo.

Fonte: Adaptado pelo autor e Sasseron e Machado (2017).

O sucesso da implementação de uma atividade investigativa segundo Carvalho (2013), está diretamente ligado ao planejamento cuidadoso de cada etapa por parte do professor. Durante o planejamento dessas atividades, o educador deve ser capaz de antecipar questionamentos ou possíveis problemas que possam surgir durante sua execução. Além disso, é importante que o professor esteja atento aos pré-requisitos de conteúdo ou cognitivos que os alunos precisam possuir para construir o conhecimento por meio da atividade investigativa.

3.1.2 Demonstração Investigativa

Demonstrações investigativas são problemas experimentais em que a manipulação é realizada pelo professor. De acordo com Sasseron e Machado (2017), durante a etapa de resolução dos problemas, o professor requer um alto nível de autocontrole. O problema associado ao fenômeno é apresentado aos alunos, promovendo uma reflexão de natureza investigativa.

Para que a demonstração seja considerada investigativa devem ocorrer alterações consideráveis no papel do professor e do educando. Durante a manipulação o professor deve lançar perguntas do tipo “o que vocês acham que devo fazer aqui?” ou “o que acontece caso faça isso ou aquilo?”, de modo que os educandos criem hipóteses e exponham suas ideias para então o professor manipular o equipamento, transformando-se em orientador, propondo questões, buscando que os educandos criem hipóteses, estimulando sempre a argumentação e a busca de explicações causais, estimulando a participação ativa da turma. Segundo Sasseron e Machado (2017):

A dinâmica dessa atividade é apresentar um fenômeno natural que, servindo como representação da natureza, os estudantes associem a conceitos relevantes. Cabe lembrar que o fenômeno é um acontecimento tal como observamos e o conceito é uma abstração para entender o fenômeno (SASSERON; MACHADO, 2017, p. 35).

Essa atividade consiste na apresentação de um problema que está intrinsecamente relacionado ao fenômeno a ser investigado pelos alunos, os quais observam com o propósito de fazer reflexões e buscar explicações no modelo teórico, promovendo assim a construção científica do conceito associado a determinado fenômeno. Isso demonstra o caráter investigativo da atividade utilizada. A investigação deve ser fundamentada de forma sólida para que o aluno perceba a atividade como parte integrante do processo de ensino, despertando nele o senso investigativo, a motivação e a compreensão do motivo pelo qual está investigando aquele fenômeno, visando à aprendizagem de conteúdos procedimentais e conceituais de longo alcance, o que confirma que o aluno transcendeu a posição passiva.

Segundo Carvalho (2013), mais do que a ação manipulativa, que neste caso é realizada pelo professor, é fundamental a transição para a ação intelectual feita pelo aluno. Durante a etapa de sistematização do conhecimento, o aluno toma consciência do processo conduzido pelo professor, organizando e sistematizando conceitos essenciais do fenômeno, além de criar condições para expressar seus próprios argumentos.

3.1.3 Questões Abertas

As questões abertas devem ser formuladas de modo a permitir a participação ativa do aprendiz, visando estimular sua capacidade de reflexão, organização de pensamento e o correto uso da linguagem científica. Essas questões devem abordar aspectos relacionados ao cotidiano dos estudantes, com a explicação diretamente vinculada aos conteúdos previamente discutidos e/ou para aprofundamento do conteúdo, na presente dissertação esse ponto é abordado com um pequeno vídeo de problematização e outro para saber mais. Segundo Carvalho (2013):

Os textos de contextualização sempre devem ser seguidos de questões que relacionem o problema investigado com o problema social (ou tecnológico). O trabalho a ser realizado em sala de aula deve obedecer às mesmas etapas já apresentadas: a discussão em grupo pelos alunos; a abertura das discussões com toda a classe, coordenada pelo professor, e a escrita individual pelos alunos em seus cadernos (CARVALHO, 2013, p.16).

Assim, as questões abertas têm uma variedade de aplicações, podendo ser utilizadas em grupos pequenos, como desafios para toda a turma ou mesmo integradas a avaliações. No entanto, é responsabilidade do professor garantir que as questões propostas promovam as características mencionadas anteriormente, tais como estimular a reflexão, a organização do pensamento e o uso adequado da linguagem científica. O professor deve sempre ter em mente que essas questões têm um caráter investigativo e que, sempre que possível, as respostas dos alunos devem ser discutidas e revisadas, promovendo o diálogo, independentemente de estarem corretas ou incorretas, uma vez que a construção do conhecimento e a aprendizagem com os erros são partes essenciais do processo educacional (CARVALHO, 2013).

Essas questões ou perguntas podem abordar três dimensões a partir das quais elas podem ser compreendidas. Segundo Sasseron e Machado (2017):

1. a Dimensão Epistemológica, na qual a pergunta reflete uma forma intrínseca na busca pelo conhecimento; 2. a Dimensão Discursiva, na qual as enunciações fazem parte da comunicação estabelecida em sala de aula tendo assim um papel importante na construção dos significados; e 3. a Dimensão Social e Política, na qual o ato de questionar ganha criticidade perante o mundo (SASSERON; MACHADO, 2017, p. 46).

Assim, o professor deve buscar o engajamento, a curiosidade contida nela e a reflexão crítica sobre a questão, estimulando a curiosidade, devem permitir ao aluno raciocinar, expressar verbalmente, compreender o questionamento e relacionar seu cotidiano com os fenômenos estudados. Dessa forma, esse tipo de questão contribui para o desenvolvimento da capacidade reflexiva do aluno, tornando-o um agente ativo na construção do conhecimento.

3.1.4 Demonstração Investigativa: Prática de laboratório

Com essa prática tanto o professor quanto os alunos verificaram o aprendizado. Carvalho (2013) argumenta que contemplar os domínios conceitual, procedimental e atitudinal, durante as atividades, é crucial que o professor observe e avalie o desenvolvimento dos alunos, incentivando a autoavaliação e promovendo a reflexão sobre o processo de aprendizagem, permitindo ajustes e melhorias constantes.

Há uma variedade de instrumentos que permitem implementar intervenções na sala de aula, contribuindo para aprimorar tanto a prática docente quanto a avaliação da aprendizagem. Nesse sentido, é fundamental refletir e avaliar se as aulas requerem mudanças para alcançar melhores resultados no aprendizado dos alunos.

Assim esta prática não deve ser concebida apenas com o propósito de classificar os estudantes. Em vez disso, deve ter uma abordagem formativa, contribuindo para uma verificação do aprendizado não apenas para o professor, mas também para os alunos, por isso proponho a prática de laboratório investigativo, devido ao grande quantitativo de estudantes na turma e falta do aparato experimental para todos os grupos propostos na metodologia do próximo capítulo. Dessa forma, utilizamos o Quadro 2 como referência, o qual detalha que tipo de indicadores de AC podem ser inferida em cada resposta, e se os alcançaremos.

3.1.5 Aula de Sistematização do Conhecimento

É crucial realizar a transição das relações qualitativas das variáveis para uma forma sistematizada em equações, pois é nesse momento que as interações entre linguagem oral, gráfica e matemática são construídas. Concordamos com Carvalho (2013) nessa etapa, quando pontua:

[...] "Será que todos os alunos entenderam, ou somente os que falaram durante a aula?". Mesmo analisando os trabalhos escritos pelos alunos não se obtém essa resposta, pois eles nunca abordam todas as etapas do desenvolvidas nas aulas e, muitas vezes, a imaginação corre solta, e os alunos relacionam o que aprenderam com seu dia a dia, o que é muito bom, mas não traz segurança aos professores sobre o conhecimento que se pretendeu ensinar (CARVALHO, 2013, p. 15).

Após as etapas da SEI, é recomendável que o professor conduza uma sistematização dos conhecimentos construídos por meio de uma aula teórica interativa, adquiridos pelos estudantes ao longo da SEI. Essa sistematização possibilita a revisão dos conceitos abordados nos experimentos, promovendo a integração das linguagens oral, gráfica e matemática pelos alunos. Além disso, a sistematização facilita a transição dos relatos dos alunos para a linguagem matemática, com o professor desempenhando o papel de orientador, elucidando os conceitos matemáticos e físicos, enquanto permite que os estudantes expressem suas hipóteses durante a atividade de sistematização do conhecimento.

4 METODOLOGIA

O presente produto foi aplicado por dois professores, em duas turmas da 2ª série do ensino médio, composta por 37 alunos (turma A) e 32 Alunos (turma B), em uma escola da rede particular da cidade de Aracaju, Sergipe, em novembro de 2024 e a sequência foi aplicada em sete dias, apesar da grade da escola contar com 5 aulas de física semanais, começamos no dia 11 de novembro de 2024 e terminamos no dia 18, já que o dia 15 é feriado nacional, assim, a aplicação começou e terminou em uma segunda-feira. A escola conta com salas equipadas com aparelhos multimídia e acesso a internet e climatização.

Seguimos os seguintes passos nos nossos encontros para aplicação do produto, como disposto no Quadro 4.

Quadro 4 — Encontros

ENCONTROS	DURAÇÃO
1º DEMONSTRAÇÃO INVESTIGATIVA	1 Aula de 45 minutos
2º ANÁLISE DE VÍDEO COM QUESTÕES ABERTAS	1 Aula de 45 minutos
3º DEMONSTRAÇÃO INVESTIGATIVA PRÁTICA DE LABORATÓRIO	2 Aula de 45 minutos
4º SISTEMATIZAÇÃO DO CONHECIMENTO	1 Aula de 45 minutos

Fonte: O autor (2024).

A abordagem da pesquisa desenvolvida neste trabalho foi de caráter qualitativo, à medida que se preocupa com um nível de realidade que não pode ser quantificado, ou seja, trabalha com os indicadores de AC.

Para realização do estudo foram utilizados as respectivas respostas referentes as práticas e análise em relação aos eixos, e os indicadores que a AC foram alcançados durante a aplicação do produto.

4.1 1º Encontro: Demonstração investigativa

No primeiro encontro, a proposta será apresentada à turma. Explicando que nas próximas aulas seguiremos uma dinâmica diferente do habitual. As próximas quatro aulas farão parte de um estudo para o MNPEF, no qual pretendo aplicar um produto educacional que aborda a AC no ensino de ondas estacionárias, utilizando uma abordagem investigativa com o oscilador de Melde, também conhecido como oscilador mecânico.

Após a explicação inicial, a turma deve ser dividida em pequenos grupos, sendo que os alunos escolherem seus grupos, a intervenção só é necessária caso exista alguma discrepância em algum dos grupos, essa divisão em onze grupos foi pensada para que haja o debate entre os alunos do grupo, já que os participantes de cada um dos grupos irão ter que debater para

colocarem as respostas das interações propostas em uma única folha de resposta. Em seguida, apresentarei o aparato experimental previamente montado. O roteiro para a montagem do aparato pode ser encontrado no Apêndice A. Nesse momento, deve ser lançada a pergunta inicial problematizadora sobre o aparato experimental, antes de colocá-lo em funcionamento, iniciando a demonstração investigativa sobre as ondas estacionárias.

Aqui, os alunos lançarão diversas hipóteses, uma etapa fundamental na investigação por dois motivos principais: primeiro, porque diante do problema surgem as hipóteses que deverão ser postas à prova; segundo, essa etapa permite o processo de argumentação entre os alunos, possibilitando a ancoragem em saberes anteriores. Os estudantes colocarão suas posições, que serão confrontadas ou confirmadas na sequência.

Os grupos receberão uma folha impressa com perguntas e espaços para registrarem as respostas geradas em conjunto.

A primeira pergunta é a seguinte:

Questão 1. *Se ligarmos o alto-falante, que está conectado ao fio e ao amplificador de áudio, o que acontecerá com o fio? Escreva suas hipóteses abaixo, após debatê-las com o grupo.*

Aqui, o professor complementa: Descrevam suas ideias sobre o que irá acontecer. Organizem essas hipóteses. Caso não consigam descrever em palavras, utilizem desenhos no espaço disponível. Debatam no grupo e organizem uma hipótese conjunta. Isso é necessário para estimular o debate entre os alunos.

Possíveis respostas esperadas: O fio vai tremer, vibrar, quebrar, amplificar o som, gerar uma onda no fio.

Lembrando que não existe uma resposta correta, todas são aceitáveis, para estimular suas concepções prévias e gerar uma ancoragem do novo conteúdo à medida que vamos seguindo a SEI.

Após ouvir as hipóteses dos alunos, o professor parte para a demonstração investigativa, colocando o aparato experimental em funcionamento, sem fornecer respostas prontas. Ligue o aparato experimental e explique que inicialmente vai deixar o volume do amplificador de áudio na metade, e que se for preciso fará o ajuste na medida que for trabalhando com o aparato experimental. Assim, siga para a demonstração investigativa. Nesse primeiro contato, demonstrar alguns harmônicos no fio. Com esse aparato experimental poderá se obter até seis harmônicos.

Após a observação dos harmônicos, novas perguntas naturalmente surgirão dos próprios alunos: "Por que isso aconteceu?" Essas novas hipóteses e explicações girarão em torno do que foi observado. Todas as visões prévias poderão ser confrontadas, e muitas vezes

as explicações dos colegas farão outros alunos mudarem suas ideias em relação às hipóteses originais.

Os alunos, então, responderão à segunda questão:

Questão 2. *Após a observação da demonstração, o que vocês podem afirmar sobre a hipótese feita pelo grupo? Ela se confirmou? Quais variáveis podem influenciar o padrão observado no fio? Caso não tenha sido confirmada, revise a hipótese e escreva um novo argumento a seguir.*

O professor deve interagir com os grupos, debatendo e testar algumas dessas hipóteses, orientando as argumentações para hipóteses corretas, gerando assim novos conhecimentos entre os alunos.

Possíveis respostas esperadas: O fio fica vibrando dessa forma porque a onda fica sendo refletida, presa, fazendo com que ela sofra interferência. Se mudarmos a corda ou a tração provavelmente a onda muda. É esperado que algum dos grupos comente também sobre ressonância e faça alguma analogia, já que os alunos possuem esse conhecimento prévio em relação aos fenômenos ondulatórios

4.2 2º Encontro: Análise de vídeo com questões abertas

Neste encontro, vamos utilizar vídeos do YouTube para ampliar a análise sobre ondas.

A aula pode ser iniciada apresentando um trecho do primeiro vídeo para análise. O vídeo pode ser encontrado no canal Manual do Mundo, com o título CORDAS do VIOLÃO MOLENGAS: defeito ou efeito?, disponível no link: https://www.youtube.com/watch?v=3P9_O1IBzrI. A duração total do vídeo é de 12 minutos e 29 segundos, mas utilizaremos apenas um trecho selecionado. Vamos reproduzir o vídeo citado a partir de 4 minutos e 44 segundos, até 10 minutos e 46 segundos; esse corte pode ser realizado previamente. Após a exibição do vídeo, solicitamos a análise do fenômeno envolvido, e em seguida conduziremos as discussões a partir das questões propostas. Vale destacar que podem ser utilizados outros vídeos disponíveis no YouTube que apresentem características semelhantes ao movimento das ondas nas cordas de violão.

A aula continuará com características investigativas, na qual o professor fomentará a discussão para que os alunos possam construir e sistematizar o conteúdo.

Questão 1. *Observando o efeito Rolling Shutter nas diferentes cordas do violão, formule hipóteses sobre o porquê de cada corda apresentar uma onda com característica*

diferente das outras. Quais fatores podem provocar essas diferentes ondas?

Aqui, o debate entre os alunos e o professor será direcionado à medida que a turma formular suas hipóteses e explicações. O objetivo é abordar alguns pontos específicos, como a densidade de cada corda e a tração a que cada uma delas é submetida, fatores que geram ondas características e frequências diferentes.

Possíveis respostas esperadas: As ondas são diferentes porque o fio de cada corda é diferente, devido à espessura de cada corda. Isso também ocorre por causa da tração na corda

Questão 2. *Vocês já observaram o efeito Rolling Shutter em algum outro lugar? E as ondas estacionárias e vibrações mecânicas, onde elas podem ser encontradas no nosso dia a dia?*

Possíveis respostas esperadas: Em gravações de helicóptero em voo, a hélice de ventilador, em cordas de instrumentos musicais.

Aqui, os alunos devem ser levados a perceber que esses fenômenos estão presentes em diversas situações do cotidiano. Em relação ao Rolling Shutter em si, ele pode ser observado quando filmamos a hélice de um ventilador ou a hélice de um helicóptero. Quanto à questão das cordas, podemos guiar para um discurso em que o professor pode trabalhar com a equação de Taylor e investigar o porquê da velocidade e a onda mudarem de acordo com sua densidade e tração no fio.

Logo em seguida, entraremos com o segundo vídeo, que é trabalhado como uma questão para saber mais. Este vídeo é uma produção da Escola Politécnica da USP, disponível no link: <https://www.youtube.com/watch?v=l0zJ3WupJAU>, que aborda a análise numérica e experimental de vibrações em pontes. Deve ser visto os 2 minutos iniciais do vídeo, que tem duração de 5 minutos no total, no qual será feito um apanhado das tecnologias desenvolvidas a partir desse tema.

Esse segundo vídeo traz uma contextualização da ciência nos dias atuais em relação às oscilações mecânicas, mostrando a relevância do estudo dessas oscilações na engenharia e em outros campos científicos. É importante fazer uma relação entre ciência, tecnologia, sociedade e ambiente, promovendo uma visão mais ampla da aplicação desses conceitos. Note que a todo momento a participação do professor é essencial para promover os debates, hipóteses, explicações, assim abordando os temas propostos na possível resposta esperada.

Questão 3. *Como os estudos sobre oscilações são essenciais para a ciência, tecnologia, sociedade e meio ambiente, já que vivemos em cidades cada vez maiores e que necessitam de pontes e prédios? Quais seriam os impactos causados se ocorresse com a ponte*

Aracaju-Barra o que aconteceu com a ponte de Tacoma Narrows, em 1940. Quais seriam as implicações para as duas cidades, do ponto de vista social e ambiental? Como a ciência e seu constante aprimoramento evitam esse tipo de situação?

Possível resposta esperada: Os estudos sobre oscilações são cruciais para prevenir desastres em construções como pontes e edifícios. O caso da ponte de Tacoma Narrows, em 1940, demonstrou como a ressonância pode levar ao colapso de grandes estruturas. Se algo semelhante ocorresse com a ponte Aracaju-Barra, os impactos sociais e ambientais seriam graves, afetando o transporte, o turismo e a economia da região, além de causar poluição no rio Sergipe. A ciência, com avanços em modelagem e novos materiais, é essencial para garantir a segurança e a resistência dessas estruturas.

4.3 3º Encontro: Demonstração investigativa prática de laboratório

Esta aula tem duração de 90 minutos (duas aulas conjugadas), utilizando o aparato experimental para testar algumas hipóteses levantadas nas aulas anteriores, especialmente na segunda aula, quando discutimos as cordas do violão que apresentaram ondas diferentes e alturas (frequências) variadas. Nesta aula, vamos sistematizar o conhecimento por meio da experimentação e debates, onde os pontos levantados serão explicitados no quadro à medida que testamos as hipóteses formuladas e capturamos dados para análise pelos alunos.

Com o aparato experimental previamente montado e retomando as hipóteses e debates levantados na última aula, o primeiro passo será descobrir a frequência fundamental (ou primeiro harmônico) no fio. O professor deverá iniciar com a frequência mínima de 10 Hz e, conforme for aumentando a frequência, deve destacar as variações observadas para a turma. O objetivo é que os alunos consigam identificar e afirmar qual é a frequência fundamental.

Procedimento experimental

1.Com o experimento já previamente montado, ligue o Gerador de Ondas () amplificador de áudio). Comece ajustando a frequência em 10 Hz.

2.Certifique-se de que o volume está na metade e a forma de onda utilizada é senoidal.

3.ObsERVE o que acontece com o alto-falante e, conseqüentemente, com a corda à medida que a frequência varia.

4.A corda está submetida a uma tração referente a uma massa (m).

1ª Parte: Frequências naturais de vibração

Partindo da frequência de 10 Hz, aumente-a lentamente e observe o que acontece com

a corda até encontrar o primeiro harmônico (frequência fundamental), que apresenta 1 ventre e 2 nós.

Questão 1: Aumente a frequência lentamente e, sendo n o número de ventres (harmônicos) na corda, anote agora, para cada n , a frequência do harmônico (f_n) em que ocorre a ressonância. Registre os dados na Tabela 1.

Tabela 1 — Número de harmônicos (n) x Frequência						
n	1	2	3	4	5	6
Frequência (Hz)						

Fonte: O autor (2024).

Questão 2: Existe uma relação entre o número de harmônicos e a frequência. Como podemos relacioná-los?

Questão 3: Utilizando os dados da Tabela 1, faça um gráfico da frequência em função do número de harmônicos ($f_n \times n$) em papel milimetrado. Qual é a forma esperada para a curva? O que representa o coeficiente angular?

2ª Parte: Dependência da frequência fundamental de ressonância com o comprimento da corda

Questão 4: Escolha diferentes comprimentos da corda (L) e anote o primeiro harmônico (frequência fundamental) para cada comprimento. Registre os dados na Tabela 2.

Tabela 2 — Frequência fundamental de ressonância e comprimento da corda			
	1	2	3
F(Hz)			
L(m)			

Fonte: O autor (2024).

Durante o debate, o professor explicará que, para cada aumento de harmônico, a frequência é um múltiplo da frequência fundamental. Essa relação será explorada ao associar os harmônicos com a tração na corda, o comprimento da corda e a densidade linear da mesma. Durante a discussão, os pontos serão registrados no quadro, fundamentando corretamente as observações dos alunos.

Questão 5: Qual é a relação de dependência entre o comprimento (L) e a frequência fundamental (f_1)?

3ª Parte: Dependência da frequência de ressonância com a tensão na corda

Questão 6: Mantendo o comprimento da corda constante (o mesmo utilizado na 1ª parte), utilize diferentes valores de massa e determine as frequências fundamentais e de dois outros harmônicos correspondentes. Registre os dados na Tabela 3.

Tabela 3 — Massa x Frequência fundamental

	1	2	3
Massa (g)			
F(Hz)			

Fonte: O autor (2024)..

Questão 7: A velocidade de propagação de uma onda numa corda está relacionada à tensão (T) aplicada na corda e à densidade linear (μ). Procure essa equação e a escreva.

Com isso, a turma será guiada a entender a fórmula que relaciona a frequência, velocidade, número de harmônicos e o comprimento da corda. Analisaremos quais grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais, promovendo uma compreensão mais aprofundada dos fenômenos físicos envolvidos nas ondas estacionárias e nas vibrações mecânicas.

Questão 8: Qual é a relação de dependência entre a massa e as frequências de ressonância?

Questão 9: Qual é a relação de dependência entre a densidade linear (μ) e a velocidade de propagação da onda?

4.4 4º Encontro: Sistematização do Conhecimento

Neste encontro o professor deve aprofundar o estudo sobre ondas estacionárias. É aconselhável que o material de apoio seja disponibilizado, para que os alunos façam a leitura e o professor promova a sistematização por meio do debate e da exposição do que foi visto. Portanto, a todo momento a participação do professor é essencial.

Material de Apoio

Uma análise epistemológica histórica do estudo das vibrações mecânicas remonta aos

tempos antigos, onde Pitágoras, o renomado filósofo e matemático grego, iniciou os primeiros passos rumo à ciência das vibrações. Utilizando um simples monocórdio como o da Figura 1, Pitágoras explorou como o comprimento de uma corda influenciava a altura do som produzido.

Figura 12 — Os experimentos de Pitágoras monocórdio



Fonte: Abuchaibe (2023).

Pitágoras explorou como o comprimento de uma corda influenciava a altura do som produzido. Essas investigações transcenderam as meras curiosidades musicais e representaram o começo de uma compreensão mais profunda sobre as vibrações. As descobertas de Pitágoras não apenas mostraram a interseção entre a Física e a música, mas também estabeleceram fundamentos essenciais que seriam explorados e expandidos em futuros estudos científicos (SANTOS e SAMIR, 2023). Assim, ele abriu caminho para uma análise sistemática da relação entre o comprimento da corda e a frequência do som, um

princípio que permanece central na física das ondas até hoje.

No início do século XVII, Galileu Galilei (1564-1642), considerado o fundador da ciência experimental moderna, iniciou seus estudos sobre o movimento oscilatório a partir da observação de um pêndulo na Catedral de Pisa. Galileu estabeleceu a relação entre o comprimento do pêndulo e o seu período de oscilação, além de destacar o fenômeno da ressonância entre dois corpos. Embora Galileu tenha indicado que a frequência de vibração de uma corda vibratória esticada dependia de sua tensão, densidade e comprimento, foi Marin Mersenne (1588-1648) quem formalizou essas observações. Em sua obra *Harmonicorum Liber* (1636), Mersenne consolidou as relações entre frequência, comprimento de onda e densidade das cordas vibratórias, sendo amplamente reconhecido como o "pai da acústica". Sua análise sobre a vibração das cordas e o comportamento dos harmônicos abriu o caminho para os estudos modernos sobre vibrações e acústica. Durante o mesmo período, Robert Hooke (1635-1703) também realizou experimentos relacionados ao som e à frequência de vibração das cordas, enquanto Joseph Sauveur (1653-1716) consolidou o termo "acústica" para descrever a ciência do som. Sauveur observou a formação de nós e ventres nas cordas vibrantes, e descreveu o conceito de frequências harmônicas, ou seja, as frequências resultantes da superposição de vibrações elementares (VENCESLAU, 2015).

A revolução na compreensão do movimento e das vibrações veio com Isaac Newton, que em sua obra monumental *"Philosophiae Naturalis Principia Mathematica"* (1686), estabeleceu as bases para a mecânica clássica. As três leis do movimento de Newton, juntamente com a lei da gravitação universal, proporcionaram uma base para explicar não apenas a dinâmica dos corpos celestes, mas também os sistemas vibratórios terrestres. A segunda lei de Newton, em particular, tornou-se uma ferramenta fundamental para derivar as equações que descrevem o movimento de sistemas vibratórios. Essa abordagem matemática e física criou uma base sólida para a ciência das vibrações, permitindo que os fenômenos ondulatórios fossem analisados de maneira sistemática e precisa (BALOLA, 2010).

No início do século XVIII, Brook Taylor fez uma contribuição vital ao estudo das vibrações com seu trabalho *"De motu Nervi tensi"* (1713). Ele descreveu matematicamente o movimento das cordas vibrantes, utilizando uma estrutura axiomática e princípios mecânicos. Taylor estabeleceu uma analogia inovadora entre o comportamento das cordas vibrantes e o movimento de um pêndulo para calcular o período das vibrações, oferecendo uma nova perspectiva sobre como as forças e tensões influenciam o comportamento das cordas. Essa abordagem matemática rigorosa e inovadora ajudou a consolidar o estudo das vibrações como uma ciência robusta, conectando princípios físicos fundamentais com observações experimentais (ABDOUNUR, 2023).

O século XVIII foi também um período de avanços significativos nas equações de movimento que descrevem vibrações. Matemáticos como Daniel Bernoulli, Jean D'Alembert e Leonard Euler introduziram derivadas parciais nas equações de movimento, permitindo uma descrição mais detalhada e precisa das vibrações. Eles refinaram os modelos teóricos

existentes, tornando-os mais robustos e aplicáveis a uma variedade maior de sistemas vibratórios. Suas contribuições proporcionaram uma compreensão mais profunda e matemática das vibrações, facilitando a transição do estudo empírico para uma ciência matemática rigorosa. Esses desenvolvimentos metodológicos foram fundamentais para a formação da teoria moderna das ondas e vibrações, estabelecendo um legado que perdura até os dias atuais (ABDOUNUR, 2023).

Na sequência, Joseph Fourier (1768-1830), com sua teoria analítica do calor, introduziu a expansão de funções arbitrárias em séries de senos e cossenos, permitindo a análise mais detalhada das vibrações. Isso impulsionou a teoria das vibrações para além dos modelos empíricos, utilizando métodos matemáticos mais robustos (OURIQUE, 2024).

Já no século XIX, Lord Rayleigh (1842-1919) contribuiu com o desenvolvimento do Método da Energia, que se tornou essencial para a análise de vibrações em sistemas mecânicos complexos, especialmente para sistemas com múltiplos graus de liberdade. Stephen Timoshenko (1878-1972) também avançou a teoria das vibrações ao incluir os efeitos de deformação por cisalhamento e inércia de rotação em vigas, algo que ainda é de grande importância na engenharia moderna (BASSALO 1992).

Com o avanço tecnológico no século XX, a análise de vibrações evoluiu para modelos computacionais precisos, utilizando instrumentos como lasers para medir vibrações com grande precisão. O estudo das vibrações mecânicas continuou a evoluir, com um foco especial na aplicação de modelos matemáticos para entender o comportamento de grandes estruturas, como pontes e edifícios. As oscilações mecânicas desempenham um papel crucial na engenharia civil, onde o conhecimento dessas vibrações pode ser a diferença entre a estabilidade e o colapso de uma estrutura. O caso clássico da Ponte de Tacoma Narrows, que entrou em colapso em 1940 devido a um fenômeno de ressonância, ilustra a importância de se compreender e prever o comportamento vibratório das construções.

Hoje, a ciência das vibrações não se limita apenas à engenharia estrutural, mas também é essencial para áreas como a aeronáutica, a indústria automobilística e até mesmo a medicina, onde a compreensão das ondas pode ser aplicada em tecnologias de diagnóstico, como os ultrassons. A aplicação de ferramentas computacionais modernas permite simular sistemas complexos, garantindo maior precisão na análise das oscilações mecânicas. Com isso, a ciência segue aprimorando seus métodos, evitando desastres como o de Tacoma e garantindo a segurança e eficiência das grandes construções e tecnologias contemporâneas.

Ondas Progressivas em Cordas

Seja uma corda com densidade de massa linear (μ), que é mantida tensa através da aplicação de uma força de tração constante (T). Se um dos extremos da corda for pulsado periodicamente, será gerada uma onda harmônica viajando pela corda. Essa onda é dita transversal, pois a perturbação ou oscilação, no caso de ondas periódicas, é perpendicular à

direção de avanço da perturbação, vou seja, da direção de propagação. A fórmula que relaciona esses parâmetros, é dada pela equação:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (79)$$

Por outro lado, a velocidade de propagação da onda progressiva pode ser calculada sabendo que uma crista percorre uma distância λ (comprimento da onda) durante o tempo T (período de oscilação).

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (80)$$

Onde λ é o comprimento de onda, que é a distância entre dois pontos consecutivos em fase (como dois vales ou dois nós), e f é a frequência da onda, que representa quantas oscilações ocorrem por segundo, medida em Hertz (Hz). O período (T) é o tempo que uma oscilação completa leva para acontecer, e é o inverso da frequência, $T=1/f$. Até aqui, tudo certo?

Professor: Vocês já perceberam que, para afinar uma guitarra ou violão, os músicos aumentam ou diminuem a tensão das cordas, ajustando assim a frequência do som que ela produz? Assim retornamos ao aparato experimental e mudamos a tração no fio para ver o que ocorre com a velocidade, analisando assim também a frequência.

Possível pergunta ou exclamação: Então, se eu aumentar a tensão da corda, o som vai ficar mais agudo, por que a velocidade da onda aumenta e, por isso, a frequência também?

Professor: Exatamente! Quando você aumenta a tensão, a corda vibra mais rapidamente, o que aumenta a frequência e, portanto, o som fica mais agudo. Isso é exatamente o que acontece quando afinamos um violão.

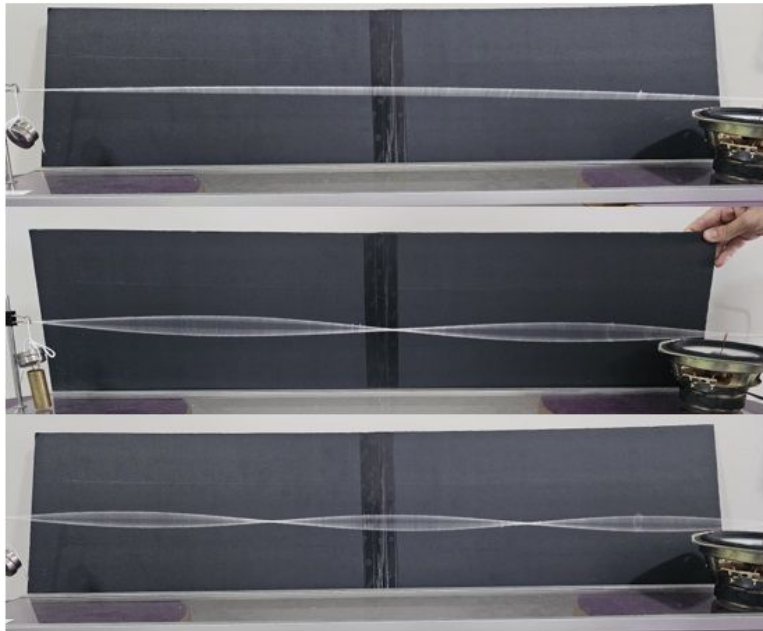
Ondas Estacionárias na Corda

Se as extremidades da corda estiverem fixas, é possível obter uma onda estacionária resultante da superposição de duas ondas, viajando em direções opostas: a onda gerada pela fonte desde um extremo e a onda refletida no extremo oposto fixo. A onda estacionária é uma oscilação da corda sem propagação da perturbação; as cristas não viajam pela corda. No entanto, cada elemento da corda oscila verticalmente com frequência f .

Na Figura 13 são mostrados os possíveis harmônicos para a corda com extremos fixos. A curva representada é a envoltória da oscilação: a máxima deflexão da corda para cima ou para baixo. Ao longo do tempo, cada elemento de corda oscila verticalmente entre esses

extremos com frequência f .

Figura 13 — Harmônicos para a corda com extremos fixos.



**Harmônico fundamental ou
Primeiro harmônico $n=1$**

Segundo harmônico $n=2$

Terceiro harmônico $n=3$

Fonte: O autor (2024).

Pelo fato de os extremos da corda corresponderem aos nós da onda estacionária, os comprimentos λn dos harmônicos estão restritos. Da Figura 13 pode-se concluir que os únicos valores possíveis de λn , numa corda de comprimento L , devem satisfazer a condição:

$$L = \frac{n\lambda}{2} \quad (81)$$

Na qual $n = 1, 2, 3, \dots$ é um número inteiro que identifica o harmônico gerado na corda. Como a velocidade das ondas, que se superpõem na corda, é sempre a mesma (depende unicamente do meio), então, a frequência de cada harmônico deve ser diferente para manter o produto constante na (Equação 80):

Deve ser feito uso do aparato experimental para visualizarmos os harmônicos. Agora vamos relacionar a equação da onda, substituindo o comprimento de onda e a velocidade pelas fórmulas trabalhadas anteriormente, chegando à seguinte relação. É sempre importante incentivar a participação da turma para chegar à relação citada.

Assim, substituindo a equação (79) e (81) na equação (80), vamos obter a equação:

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (82)$$

Deve ser feito o passo a passo com a participação da turma. Se possível, estimular eles mesmos a chegarem nessa relação. Vamos ajudar nos passos interagindo com os alunos e, no próximo encontro, vamos colocar o que foi visto em prática.

5 APLICAÇÃO E RESULTADOS

No presente capítulo, será relatada a aplicação da Sequência de Ensino Investigativa (SEI), bem como a análise qualitativa dos dados obtidos durante o processo. A aplicação da SEI ocorreu em duas turmas do ensino médio da segunda série, e foi aplicada por dois professores diferentes, um em cada turma, em uma escola da rede particular de Aracaju, conforme planejado na proposta didática desenvolvida. O foco principal foi o ensino de ondas estacionárias, utilizando o oscilador mecânico como aparato experimental para demonstrar os conceitos fundamentais dessa área da Física.

Durante a aplicação, foram observadas peculiaridades que influenciaram o andamento da sequência. Entre elas, a quantidade de alunos na turma e o ambiente da sala de aula, que limitaram algumas etapas da prática investigativa, principalmente em relação à manipulação direta do experimento pelos estudantes. A metodologia proposta, no entanto, seguiu fielmente a ideia de promover a AC, por meio da demonstração investigativa, incentivando a participação dos alunos, a formulação de hipóteses e o engajamento com os fenômenos observados.

A seguir, será descrita a aplicação da SEI, além da análise das respostas dos alunos às questões propostas e a avaliação geral da atividade por parte dos estudantes.

5.1 Aplicação

O primeiro encontro ocorreu no dia 11 de novembro de 2024, tanto para a turma da 2ª série A, conduzida pelo professor Joanderson, quanto para a turma da 2ª série B, conduzida pelo professor Elton, que gentilmente aceitou participar da aplicação deste produto educacional. O professor Elton, que já é mestre, desenvolveu seu trabalho com base na teoria do Ensino Investigativo, o que lhe confere uma familiaridade significativa com a abordagem proposta. Ambas as turmas participantes da pesquisa apresentavam características pedagógicas e estruturais semelhantes, destacando-se a faixa etária dos estudantes, compreendida entre 16 e 17 anos, o desempenho acadêmico considerado satisfatório conforme os critérios da instituição, o acesso a recursos tecnológicos e a familiaridade com atividades colaborativas em grupo. Observou-se, ainda, uma participação ativa dos alunos nas aulas regulares de Física, o que favoreceu a condução da proposta investigativa. A Turma A foi composta por 37 estudantes e a Turma B por 30, totalizando 67 alunos, organizados em grupos de trabalho conforme apresentado no Quadro 5.

Todos os 67 alunos estiveram presentes nos quatro encontros previstos na aplicação da SEI, participaram das atividades desenvolvidas e responderam integralmente aos instrumentos de coleta de dados, o que assegurou a consistência da análise qualitativa realizada neste

estudo.

Na turma conduzida pelo professor Joanderson, os alunos foram organizados em grupos de 4 a 3 integrantes, totalizando 11 grupos, espalhados pela sala em um semicírculo para que todos visualizassem a demonstração investigativa, para que em seguida discutissem hipóteses a partir das questões propostas no início da aula. Cada grupo elegeu um representante para escrever as hipóteses e conclusões na folha disponibilizada. A mesma dinâmica foi aplicada pelo professor Elton com sua turma, os alunos foram organizados em 9 grupos de 4 a 3 integrantes, como disposto no Quadro 5.

Quadro 5 — Professor, turmas, grupos e alunos

Professor - Turma	Grupos - Alunos
Joanderson - Turma 2ª Série A	Grupo A - Alunos 1, 2, 3 Grupo B - Alunos 4, 5, 6, 7 Grupo C - Alunos 8, 9, 10, 11 Grupo D - Alunos 12, 13, 14 Grupo E - Alunos 15, 16, 17 Grupo F - Alunos 18, 19, 20, 21 Grupo G - Alunos 22, 23, 24 Grupo H - Alunos 25, 26, 27, 28 Grupo I - Alunos 29, 30, 31 Grupo J - Alunos 32, 33, 34 Grupo K - Alunos 35, 36, 37
Elton - Turma 2ª Série B	Grupo L - Alunos 38, 39, 40, 41 Grupo M - Alunos 42, 43, 44, 45 Grupo N - Alunos 46, 47, 48 Grupo O - Alunos 49, 50, 51, 52 Grupo P - Alunos 53, 54, 55 Grupo Q - Alunos 56, 57 Grupo R - Alunos 58, 59, 60 Grupo S - Alunos 61, 62, 63 Grupo T - Alunos 64, 65, 66, 67

Fonte: O autor (2024).

Dado o ambiente controlado de sala de aula e a disponibilidade de materiais, tanto os professores quanto os alunos se mostraram engajados no processo investigativo. As atividades focaram inicialmente na manipulação do oscilador mecânico e na observação dos padrões de ondas estacionárias, levando os alunos a formularem hipóteses sobre a relação entre tensão, comprimento e frequência da corda vibrante.

As condições do ambiente e a familiaridade do professor Elton com a metodologia de ensino investigativo facilitaram o processo de aplicação, promovendo um ambiente propício para o desenvolvimento das atividades investigativas. Ambos os professores conduziram as

aulas conforme o planejamento, garantindo que os alunos participassem ativamente na construção do conhecimento científico.

5.2 Resultados

A seguir, será apresentada a análise qualitativa das respostas dos alunos e as observações feitas durante o processo de aplicação em ambas as turmas, buscando seus respectivos indicadores de AC.

5.2.1 Primeiro Encontro

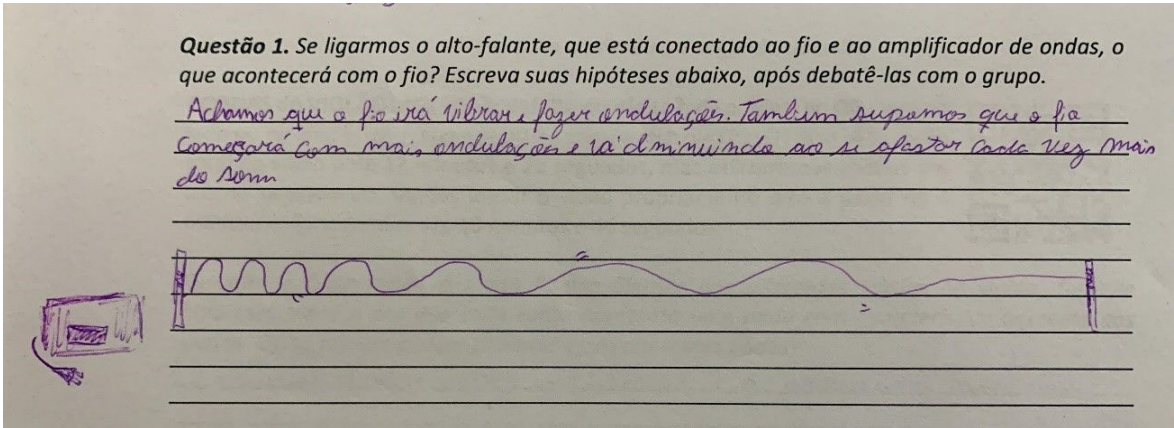
Para iniciar, promovendo uma problematização inicial, os professores em ação lançaram uma questão problema para mediar a discussão sobre o tema das ondas estacionárias. O objetivo dessa etapa era permitir que os alunos comessem a desenvolver habilidades fundamentais, a elaboração de hipóteses e a construção de justificativas, com vistas à construção de conhecimento científico, que são dois indicadores de AC.

Na primeira aula, com base no planejamento, a divisão em grupos foi estratégica para que cada grupo pudesse discutir as interações propostas e formular suas respostas coletivamente. O uso de uma folha de resposta única por grupo estimulou a cooperação e a argumentação conjunta.

Com o aparato experimental previamente montado, foi apresentada a pergunta inicial problematizadora, que desafiava os alunos a pensar sobre o que aconteceria com o fio, quando o alto-falante conectado ao amplificador de áudio fosse ligado. Nesse momento, os alunos foram encorajados a formular hipóteses, considerando suas concepções prévias, sem a preocupação imediata com a "correção" das respostas. A intenção era ancorar essas hipóteses nos saberes anteriores e incentivar o debate entre alunos e entre os grupos.

As respostas variaram, desde "Foi discutido que a corda vibrará em torno do eixo que une as pontas\extremidade da corda" até " Ela vibra de acordo com o som", com outros alunos sugerindo que "Ela irá vibrar, gerando pequenas ondas" ou colocaram em forma de figura como a Figura 14. Essas respostas iniciais forneceram material para que os alunos pudessem, posteriormente, revisar suas ideias, após observarem a demonstração investigativa.

Figura 14 — Resposta Grupo O.



Fonte: O autor (2024).

Fazendo uma análise de todos os grupos, foi unanimidade de em todas as respostas, eles responderam com suas palavras que o fio iria “vibrar” como as respostas do Quadro 6, a seguir como exemplo.

Quadro 6 — 1º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC

1º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INICADORES DE AC
Questão 1. Se ligarmos o alto-falante, que está conectado ao fio e ao amplificador de ondas, o que acontecerá com o fio? Escreva suas hipóteses abaixo, após debatê-las com o grupo.	Grupo A “Foi discutido que a corda vibrará em torno do eixo que une as pontas\extremidade da corda”. Grupo B “ Ela vibra de acordo com o som”. Grupo C “A hipótese é que, ao ligar o alto-falante que está conectado ao fio e ao amplificador de ondas, o fio pode começar a vibrar devido a transmissão de ondas sonoras pelo autofalante” Grupo E “ A corda oscilará com frequência do som emitido pelo autofalante”. Grupo I “ O fio vibrará de acordo com a frequência das ondas geradas” Grupo R “Ela irá vibrar, gerando pequenas ondas”	Levantamento de hipóteses

Fonte: O autor (2024).

A partir desse ponto, iniciamos a demonstração investigativa (Figura 15). Durante a demonstração, os alunos observaram os harmônicos no fio, o que desencadeou novas perguntas e hipóteses. Assim, as concepções iniciais dos alunos puderam ser testadas, confirmadas ou reformuladas, reforçando a ideia de que o processo de investigação científica é dinâmico e sempre em construção.

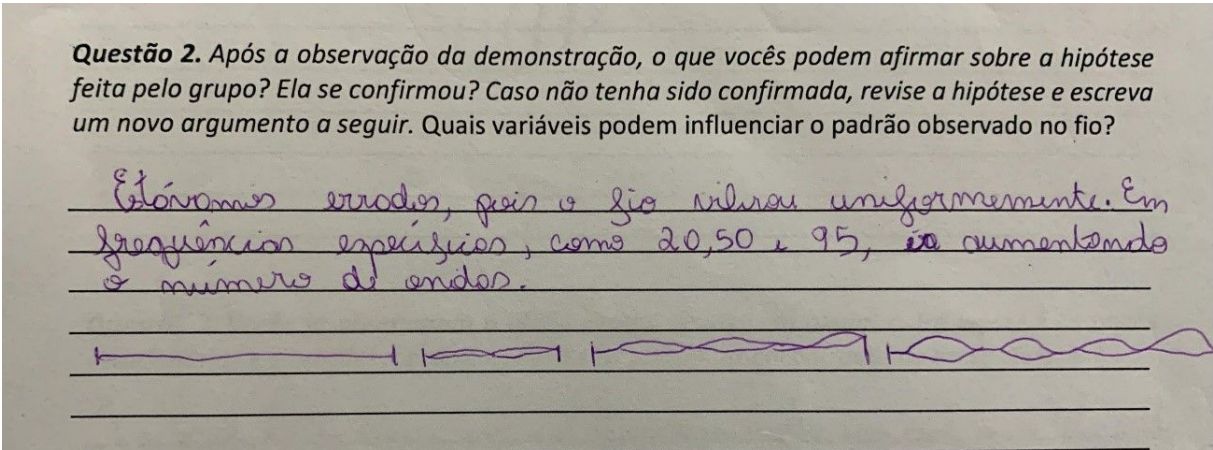
Figura 15 — Demonstração investigativa.



Fonte: O autor (2024).

Ao final da demonstração, os alunos revisaram suas hipóteses iniciais e, a partir da observação direta dos fenômenos, puderam ajustar suas compreensões. Essa etapa da SEI permitiu que os alunos confrontassem suas ideias, promovendo uma construção coletiva do conhecimento científico e desenvolvendo habilidades essenciais para a AC, como o teste de suas hipóteses, e a revisão crítica das próprias justificativas. Como na Figura 16, a seguir.

Figura 16 — Revisão das hipóteses feita pelo grupo O.



Fonte: O autor (2024).

Dessa forma, a aula proporcionou um ambiente de investigação, em que as hipóteses dos alunos eram constantemente discutidas e ajustadas com base nas observações, o que permitiu uma experiência de aprendizado mais rica e integrada.

Fazendo uma análise de todos os grupos, 7 declararam que a hipótese se confirmou e que as ondas aumentavam com a frequência. Já os outros 13 grupos fizeram correções na sua resposta, apesar de todos declararem na primeira questão que o fio iria vibrar, imaginaram um padrão de vibração diferente e acrescentaram que o número de ondas aumenta de acordo com a frequência do amplificador, como podemos verificar algumas respostas no Quadro 7, a seguir, com seus respectivos indicadores de AC.

Quadro 7 — 1º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (continua)

1º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
Questão 2. Após a observação da demonstração, o que vocês podem afirmar sobre a hipótese feita pelo grupo? Ela se confirmou? Quais variáveis podem influenciar o padrão observado no fio? Caso não tenha sido confirmada, revise a hipótese e escreva um novo argumento a seguir.	Grupo C “Yes!!! A frequência é proporcional a como o fio vai vibrar” Grupo G “ Sim, a hipótese foi confirmada, pois à medida que a frequência aumenta, o padrão de vibração (comprimento da onda) é alterado. Fatores como a espessura, tamanho e material do fio, a frequência da onda sonora e a tensão sob a corda podem alterar o padrão\pulso da onda”	Teste de hipóteses e justificativas

Quadro 7 — 1º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (conclusão)

1º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
	Grupo M “Mais ou menos, pois faltou complementar que o comprimento de onda diminui conforme aumenta a frequência. Em uma velocidade constante” Grupo O “ Estávamos errados, pois o fio vibrou uniformemente. Em frequências específicas, como 20, 50 e 95, aumentando o número de ondas” Grupo Q “Sim, mas se deformou de uma forma diferente do esperado formando oscilações”	

Fonte: O autor (2024).

5.2.2 Segundo Encontro

No segundo encontro, ocorrido após o primeiro intervalo do turno da manhã para a turma A, e após o segundo intervalo para a turma B, foram novamente organizadas nos mesmos grupos formados no primeiro encontro. O objetivo dessa aula foi aprofundar o entendimento dos alunos sobre o comportamento das ondas, utilizando a análise de vídeos e promovendo discussões investigativas. Para iniciar a atividade, foi exibido um trecho do vídeo do canal Manual do Mundo, intitulado "CORDAS do VIOLÃO MOLENGAS: defeito ou efeito?".

Após a exibição do vídeo, os alunos foram convidados a analisar o fenômeno apresentado, com foco especial no efeito Rolling Shutter observado nas cordas do violão, e a discutir as questões propostas em seus grupos. O professor conduziu as discussões de maneira a garantir um ambiente investigativo e colaborativo, promovendo a construção do conhecimento por meio do debate e da sistematização dos conceitos.

A primeira questão incentivou os alunos a refletirem sobre os fatores que influenciam a formação das ondas, como a densidade das cordas e a tração aplicada em cada uma delas. O debate foi direcionado para explorar as relações entre a espessura das cordas, a tensão aplicada e as frequências resultantes. Ao analisar as respostas dos grupos, foi observado que 17 grupos apresentaram respostas coerentes, abordando, com suas próprias palavras, que as ondas possuem uma forma característica devido à tensão na corda e à densidade do fio, como ilustrado no Quadro 8. Os outros 3 grupos, no entanto, sugeriram que as variações se deviam

ao volume das cordas ou apenas à tensão aplicada. Dessa forma, os grupos demonstraram o uso da organização de informações e justificativa, que ocorre quando se questiona um trabalho previamente desenvolvido e se faz um levantamento de novas informações ou daquelas já elencadas anteriormente, e dá uma espécie de garantia com suas justificativas, conforme descrito por Sasseron e Machado (2017).

Quadro 8 — 2º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC

2º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INICADORES DE AC
Questão 1. Observando o efeito Rolling Shutter nas diferentes cordas do violão, formule hipóteses sobre o por que cada corda apresenta uma onda com característica diferente das outras. Quais fatores podem provocar essas diferentes ondas?	Grupo A “ A tensão aplicada e a densidade de cada corda” Grupo F “A espessura da corda, o material e a tensão aplicada são alguns motivos para as diferenças evidenciadas em cada corda” Grupo L “O framing do celular capta as ondas de forma diferentes por conta de fatores como a grossura da corda e sua massa, o que influencia na vibração” Grupo H “As variáveis anteriores: o material, a tensão, comprimento”	Organização de informações e justificativa

Fonte: O autor (2024).

Na segunda questão, todos os grupos apresentaram exemplos de situações em que o efeito Rolling Shutter pode ser observado no dia a dia, baseando-se em suas próprias percepções e experiências, como ilustrado no Quadro 9. Dessa forma, os alunos demonstraram o uso de mais um indicador de Alfabetização Científica (AC), a seriação de informações, conforme descrito por Sasseron e Machado (2017). Esse indicador refere-se à organização de dados como base para ações investigativas, sem a necessidade de uma ordem pré-estabelecida. As informações podem ser simplesmente uma relação dos dados já trabalhados.

Quadro 9 — 2º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC

2º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INICADORES DE AC
Questão 2. Vocês já observaram o efeito Rolling Shutter em algum outro lugar? E as ondas estacionárias e vibrações mecânicas, onde elas podem ser encontradas no nosso dia a dia?	Grupo A “Sim. O beija-flor” Grupo F “Sim. Essas ondas podem ser encontradas em hélices em movimento como ventilados e helicóptero” Grupo L “Sim, no ventilador, As ondas estacionárias podem ser encontradas em cordas de instrumentos” Grupo O “Sim, o efeito da régua em um lugar sem sol e com luz, onde ela vibra mais lento” Grupo S “Hélices de helicóptero”	Seriação de informações

Fonte: O autor (2024).

Na terceira questão, introduzimos o segundo vídeo, utilizado como uma questão para ampliar o conhecimento dos alunos. Esse vídeo é uma produção da Escola Politécnica da USP, que aborda a análise numérica e experimental de vibrações em pontes. Foram exibidos os primeiros 2 minutos do vídeo, cujo tempo total é de 5 minutos, apresentando um panorama das tecnologias desenvolvidas a partir desse tema. Com isso os grupos foram incentivados a trabalhar como os estudos sobre ondas estacionárias estão relacionados a Ciência Tecnologia Sociedade e Meio Ambiente (CTSA) que é um dos eixos estruturantes dos indicadores de AC. Desse modo, os grupos foram estimulados a discutir essa relação fazendo uso de justificativa e explicação que são indicadores de AC. Todos os grupos abordaram o tema, envolvendo o eixo ciência, tecnologia, sociedade e meio ambiente, com a questão proposta, como exemplo as respostas do Quadro 10.

Quadro 10 — 2º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (continua)

2º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INICADORES DE AC
Questão 3. Como os estudos sobre oscilações são essenciais para a ciência,	Grupo A “ Evitar desastres e aprimorar as estruturas que são alvos desses fenômenos,	Justificativa e explicação

Quadro 10 — 2º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (conclusão)

2º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INICADORES DE AC
tecnologia, sociedade e meio ambiente, já que vivemos em cidades cada vez maiores e que necessitam de pontes e prédios? Quais seriam os impactos causados se ocorresse com a ponte Aracaju-Barra o que aconteceu com a ponte de Tacoma Narrows, em 1940. Quais seriam as implicações para as duas cidades, do ponto de vista social e ambiental? Como a ciência e seu constante aprimoramento evitam esse tipo de situação?	além de possibilitar ao indivíduo um conhecimento maior do que o cerca, tendo em vista que esse é o objetivo da física. Prejudicaria o fluxo de tráfego e deteriorizaria a vida marinha e litorânea” Grupo F “Para a garantia de maior segurança quanto ao aspecto urbano, já que correntes de vento que atingem as cidades afetam construções altas ou suspensas. Impactos ambientais são os maiores fatores numa ocasião de desabamento de pontes, considerando que pode interferir na vida aquática e no fluxo de água. Para adicionar, fatores sociais também são presentes, especialmente no âmbito econômico e migratório, O desenvolvimento científico melhora cada vez mais seus estudos sobre oscilação e ondas, justamente às razões que influenciam na sua manifestação” Grupo L “O estudo de oscilações ajudam no desenvolvimento de uma infraestrutura mais segura e com maior durabilidade. O impacto causado na ponte Aracaju-Barra seria na mobilidade entre as duas cidades, que possuem grande movimentação entre elas. A ciência seria responsável por construir uma ponte que possa suportar o problema da ressonância”	

Fonte: O autor (2024).

5.2.3 Terceiro Encontro

No dia 14 de novembro de 2024, foram realizadas as duas aulas conjugadas com duração total de 90 minutos para ambas as turmas. O foco dessas aulas foi a experimentação com o aparato experimental previamente montado, visando testar as hipóteses levantadas nas aulas anteriores. Tanto a turma do professor Elton quanto a turma do professor Joanderson participaram ativamente dessa etapa, que se destacou como um momento crucial para a sistematização do conhecimento sobre ondas estacionárias.

A aula iniciou com uma breve retomada das discussões e hipóteses formuladas nos encontros anteriores, a fim de relembrar os conceitos já trabalhados e preparar os alunos para a experimentação. A divisão em grupos permaneceu a mesma desde o primeiro encontro, garantindo que os alunos continuassem colaborando de forma eficaz. O objetivo central era investigar a frequência fundamental e os harmônicos por meio do oscilador mecânico, com a participação ativa dos estudantes na coleta de dados e na análise dos resultados.

Os alunos foram orientados a observar a variação da frequência no fio, começando com a frequência mínima de 10 Hz e aumentando gradativamente. O professor destacou, durante a demonstração investigativa, como essas variações influenciavam o comportamento das ondas no fio, incentivando os alunos a discutirem em grupo e a registrar suas observações.

Na primeira questão, os alunos foram convidados a identificar a frequência de cada harmônico e a discutir como o padrão de ondas mudava conforme a frequência aumentava. Os grupos anotaram seus dados na tabela disponível na questão como a Figura 17.

Figura 17 — Resposta grupo A

Questão 1: Aumente a frequência lentamente e, sendo n o número de ventres (harmônicos) na corda, anote agora, para cada n , a frequência do harmônico f_n em que ocorre a ressonância. Registre os dados na **Tabela 1**.

Tabela 1 — Número de harmônicos (n) x Frequência

n	1	2	3	4	5	6
Frequência (Hz)	25	50	75	100	125	150

Fonte: O autor (2024).

Questão 2: Existe uma relação entre o número de harmônicos e a frequência. Como podemos relacioná-los?

Sim. A cada aumento de 25 Hz na frequência resulta em um harmônico adicional. Para o fio observado, a relação do número de harmônicos (n) e a frequência (f_n) é dada por: $n = \frac{f_n}{25} \Rightarrow \frac{n}{f_n} = cte = \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_1 \cdot n = f_n$

Fonte: O autor (2024).

Analisando as respostas de todos os grupos, 14 deles obtiveram os mesmos valores para a primeira questão, como os valores da Figura 17, e 6 grupos obtiveram valores bem

próximos, como podemos ver no Quadro 11. Na segunda questão, 12 grupos fizeram a relação que a frequência é igual a relação do número de harmônicos vezes o harmônico fundamental, já os outros 8 grupos só responderam que a frequência é proporcional ao número de harmônicos, como podemos observar no Quadro 11, alguns exemplos dessas respostas. Assim podemos destacar mais um indicador de AC trabalhando o raciocínio lógico proporcional, esse indicador trata da estruturação do pensamento, mas também mostra como as variáveis se relacionam entre si, revelando a dependência ou independência que pode existir entre elas, conforme descrito por Sasseron e Machado (2017).

Quadro 11 — 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (continua)

3º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
Questão 1. Aumente a frequência lentamente e, sendo n o número de ventres (harmônicos) na corda, anote agora, para cada n, a frequência do harmônico f_n em que ocorre a ressonância.	Grupo H F1=25Hz, F2=50Hz, F3=75Hz, F4=100Hz, F5=125Hz, F6=150Hz. Grupo J F1=25Hz, F2=50Hz, F3=75Hz, F4=100Hz, F5=125Hz, F6=150Hz. Grupo N F1=25Hz, F2=45Hz, F3=75Hz, F4=104Hz, F5=126Hz, F6=155Hz. Grupo T F1=25Hz, F2=50Hz, F3=75Hz, F4=100Hz, F5=125Hz, F6=150Hz.	Seriação de informações
Questão 2. Existe uma relação entre o número de harmônicos e a frequência. Como podemos relacioná-los?	Grupo E “Diretamente proporcionais. $N \propto F$” Grupo F “A frequência está diretamente proporcional ao número de harmônicos, sendo que – nesse experimento – cada número de harmônicos surge a cada 25Hz” Grupo P “O número de harmônicos é um múltiplo inteiro da frequência, assim quanto maior a frequência maior	Raciocínio proporcional e Justificativa

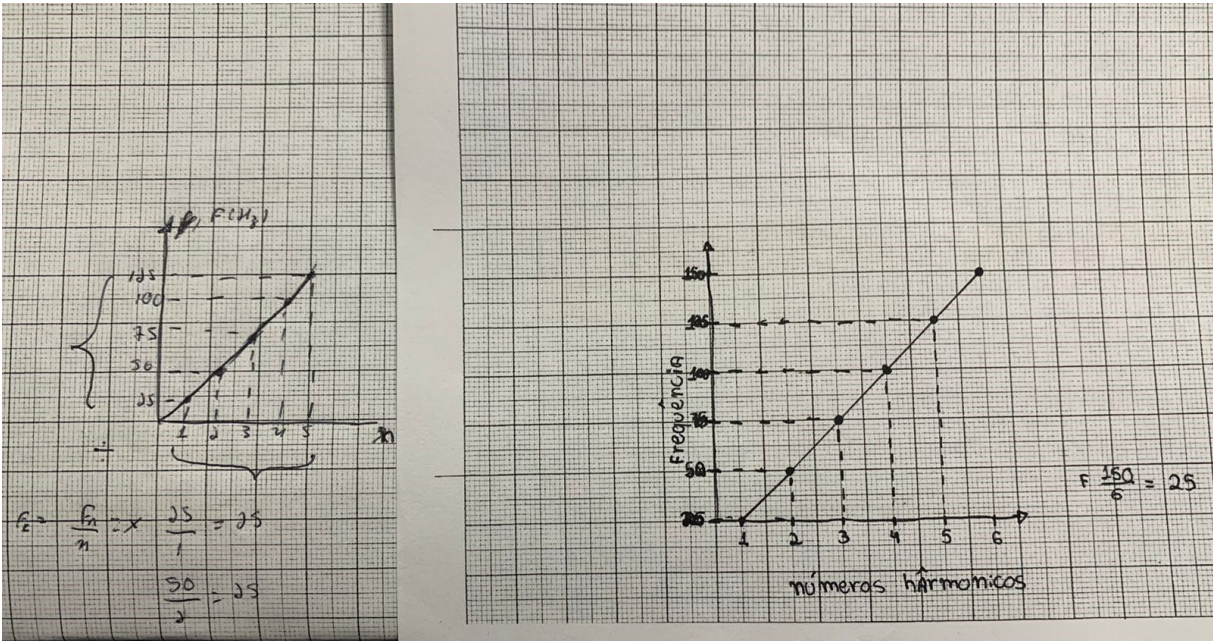
Quadro 11 — 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (conclusão)

3º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
	o nº de harmônicos” Grupo R “Sim. Quanto maior a frequência, maior o número de harmônicos”	

Fonte: O autor (2024).

Na terceira questão, todos os grupos conseguiram elaborar corretamente o gráfico da reta. No entanto, 6 grupos não foram capazes de explicar adequadamente o significado do coeficiente angular, apresentando indícios que pode haver alguma dificuldade em relacionar os conceitos teóricos com a representação gráfica. Por outro lado, 14 grupos apresentaram respostas que ficaram muito próximas, conforme ilustrado na Figura 18, que traz dois exemplos representativos.

Figura 18 — Gráfico grupo B e C



Fonte: O autor (2024).

Esse resultado indica que a maioria dos grupos fez bom uso da linguagem matemática, especialmente na construção e interpretação dos gráficos. A elaboração do gráfico da reta demonstra que os alunos conseguiram visualizar a relação linear entre as variáveis trabalhadas, um passo importante na sistematização do conhecimento sobre ondas estacionárias e suas propriedades.

Na segunda parte do terceiro encontro abordamos a dependência entre a frequência

fundamental e o comprimento do fio, correspondendo as questões 4 e 5 da atividade. Na questão 4 foi feita a coleta de dados pelos grupos com os professores manuseando o aparato experimental e, à medida que foi diminuindo o tamanho do fio, foi encontrado o harmônico fundamental para aquela medida. Apenas 2 grupos não conseguiram realizar a coleta de dados e conseqüentemente não fizeram a relação que era pedida na questão 5 entre a frequência e o comprimento do fio. Os outros grupos tiveram respostas próximas como as do Quadro 12, a seguir.

Quadro 12 — 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (continua)

3º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
Questão 4. Escolha diferentes comprimentos da corda (L) e anote o primeiro harmônico (frequência fundamental) para cada comprimento. Registre os dados na Tabela 2.	Grupo C $L=0,93\text{m} \rightarrow F1=25\text{Hz}$, $L=0,73\text{m} \rightarrow F1=35\text{Hz}$, $L=0,48\text{m} \rightarrow F1=50\text{Hz}$. Grupo I $L=0,93\text{m} \rightarrow F1=25\text{Hz}$, $L=0,73\text{m} \rightarrow F1=35\text{Hz}$, $L=0,48\text{m} \rightarrow F1=50\text{Hz}$. Grupo M $L=0,75\text{m} \rightarrow F1=32\text{Hz}$, $L=0,5\text{m} \rightarrow F1=50\text{Hz}$, $L=0,2\text{m} \rightarrow F1=75\text{Hz}$. Grupo P $L=0,75\text{m} \rightarrow F1=32\text{Hz}$, $L=0,5\text{m} \rightarrow F1=50\text{Hz}$, $L=0,2\text{m} \rightarrow F1=70\text{Hz}$.	Seriação de Informações
Questão 5. Qual é a relação de dependência entre o comprimento (L) e a frequência fundamental (f_1)?	Grupo C “À medida que a frequência aumenta o comprimento diminui, ou seja, têm relação inversamente proporcionais” Grupo I “Com a diminuição do comprimento da corda, maior é a frequência necessária para que haja um harmônico (Inversamente	Raciocínio proporcional e justificativa

Quadro 12 — 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (conclusão)

3º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
	proporcionais)” Grupo M “Inversamente proporcional, se diminuir o comprimento, aumenta a frequência” Grupo P “Quanto menor o comprimento, maior a frequência necessária para gerar o harmônico fundamental. Assim as medidas são inversamente proporcionais”	

Fonte: O autor (2024).

Na terceira parte do terceiro encontro fizemos a coleta de dados afim de analisar a frequência fundamental em relação a massa que o fio era submetido, nesse caso, a tração no fio. Também foi pedido que fizessem uso do material didático para encontrar a fórmula que relaciona velocidade, tração e densidade linear, por último foi analisada a relação de dependência entre a velocidade e a densidade linear do fio.

Na questão 6 foi feita a coleta de dados por todos os grupos, prosseguindo para questão 7, os alunos fizeram a pesquisa no seu material didático afim de obter a fórmula que relaciona frequência, velocidade, número de harmônicos e comprimento do fio. Desse modo, todos os grupos conseguiram obter a equação e fazer a explicação necessária a partir do raciocínio proporcional, fazendo uso mais uma vez desse indicador de AC. Assim nas questões 8 e 9 os grupos tiveram que analisar e debater qual a relação da massa (tração no fio), e a frequência da onda e também como a densidade linear influência na velocidade da onda, visualizando como esses fatores modicam as características das ondas estacionárias e seu comportamento. Nessas duas últimas questões, três dos grupos deixaram em branco, os outros grupos tiveram respostas parecidas como as do exemplo do Quadro 13, e conseguir identificar indicadores de AC como a explicação e raciocínio proporcional.

Quadro 13 — 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (continua)

3º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
Questão 6. Mantendo o comprimento da corda constante (o mesmo		

Quadro 13 — 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (continuação)

3º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
utilizado na 1ª parte), utilize diferentes valores de massa e determine as frequências fundamentais e de dois outros harmônicos correspondentes. Registre os dados na Tabela 3.	Grupo D $m=120\text{g} \rightarrow F1=17\text{-}19\text{Hz}$, $m=243\text{g} \rightarrow F1=25\text{Hz}$, $m=293\text{g} \rightarrow F1=30\text{Hz}$. Grupo H $m=120\text{g} \rightarrow F1=18\text{Hz}$, $m=243\text{g} \rightarrow F1=25\text{Hz}$, $m=293\text{g} \rightarrow F1=30\text{Hz}$. Grupo L $m=120\text{g} \rightarrow F1=20\text{Hz}$, $m=240\text{g} \rightarrow F1=25\text{Hz}$, $m=345\text{g} \rightarrow F1=27\text{Hz}$. Grupo N $m=120\text{g} \rightarrow F1=20\text{Hz}$, $m=240\text{g} \rightarrow F1=25\text{Hz}$, $m=345\text{g} \rightarrow F1=27\text{Hz}$.	Seriação de informações
Questão 7. A frequência da onda na corda estar relacionada com a velocidade o comprimento da corda e o número de harmônicos. Procure essa equação e a escreva abaixo, deixando explícito quais fatores são diretamente e inversamente proporcionais à frequência.	Grupo D “A frequência é diretamente proporcional ao nº de harmônicos e a tensão e inversamente proporcional ao comprimento do fio e a densidade” Grupo H “A frequência é diretamente proporcional ao número de harmônicos e à velocidade (essas grandezas são diretamente proporcionais entre si). E a frequência é inversamente proporcional ao comprimento da corda e esta última possuindo a mesma relação com as outras grandezas. Tração é diretamente proporcional a frequência e a densidade inversamente proporcional a mesma” Grupo L “F é diretamente proporcional ao número de harmônicos e à velocidade, sendo inversamente proporcional ao comprimento” Grupo N “L é inversamente proporcional	Raciocínio proporcional e explicação

Quadro 13 — 3º Encontro: Respostas transcritas e indicadores de AC (conclusão)

3º ENCONTRO	RESPOSTAS TRANSCRITAS	INDICADORES DE AC
	ao número de harmônicos. N é diretamente proporcional à F_n e a velocidade”	
Questão 8. Qual é a relação de dependência entre a massa e as frequências de ressonância?	Grupo B “Diretamente proporcional, quanto maior a massa, maior a frequência tem que ser para formar os ventres” Grupo I “Quanto maior a massa (tração), maior é a frequência necessária para aparecimento do harmônico” Grupo L “Quanto maior a massa, maior a frequência fundamental” Grupo O “A medida que a massa aumenta, a frequência também”	Raciocínio proporcional e explicação
Questão 9. Qual é a relação de dependência entre a densidade linear (μ) e a velocidade de propagação da onda?	Grupo D “São inversamente proporcionais” Grupo E “Inversamente proporcionais a raiz da densidade linear” Grupo O “Quanto maior a densidade, menor a velocidade, sendo uma tensão constante” Grupo R “Inversamente proporcional. Maior densidade linear, menor a velocidade”	Raciocínio proporcional

Fonte: O autor (2024).

A análise dos dados foi um ponto importante para que os alunos pudessem visualizar como as variáveis físicas, como a tensão, densidade e o comprimento do fio, influenciam o comportamento das ondas estacionárias. Ao final da aula, os alunos de ambas as turmas participaram de uma discussão coletiva, comparando as respostas e observações. Assim foi dado início a sistematização do conhecimento nesse debate que é o foco do quarto encontro.

5.2.4 Quarto Encontro

O quarto e último encontro da sequência, correspondente à quinta aula, foi realizado em 18 de novembro com ambas as turmas, sendo dedicado à sistematização do conhecimento

construído coletivamente ao longo da SEI. Na educação básica, essa etapa é fundamental, pois, segundo os pressupostos da AC, ela envolve a organização das ideias, a formalização de relações observadas, e a transição de interpretações qualitativas para explicações fundamentadas em conceitos científicos. Trata-se de um momento em que os estudantes elaboram, com apoio do professor, sínteses conceituais, reconhecendo padrões, relações entre variáveis e aplicações práticas dos fenômenos estudados.

Para essa aula, foi utilizado material impresso contendo um resumo dos principais conceitos discutidos sobre ondas estacionárias, incluindo: frequência, número de harmônicos, densidade linear e tensão na corda. O material também trouxe uma breve contextualização epistemológica e histórica acerca da evolução dos estudos sobre ondas estacionárias e sua importância para a ciência e a sociedade, além de exemplos de aplicações.

A sistematização foi conduzida de forma dialogada, com debates guiados pelo professor e projeção de slides para reforçar visualmente os conceitos. As questões finais do material investigativo foram retomadas e discutidas em grupo, permitindo que os alunos articulassem suas hipóteses, observações práticas e os conhecimentos consolidados ao longo das aulas. Essa discussão funcionou como um fechamento da SEI, promovendo uma transição das relações qualitativas, das variáveis, para uma forma sistematizada de equações construindo as interações entre as formas de linguagem oral, gráfica e Matemática

Destaca-se que todos os pontos principais foram debatidos coletivamente, com ênfase na relação entre as variáveis estudadas e seus efeitos nos padrões de ondas formados. A transição das análises qualitativas para a sistematização quantitativa e conceitual foi um dos focos desse momento, marcando o encerramento reflexivo da proposta investigativa e reforçando o entendimento da ciência como um processo dinâmico, construído por meio da experimentação, da observação e da argumentação.

6 CONCLUSÃO

Com base na análise qualitativa realizada nas duas turmas da 2ª série do Ensino Médio, é possível concluir que os objetivos propostos para a promoção da AC por meio da aplicação da SEI foram alcançados. Os resultados indicam que os alunos demonstraram uma evolução significativa em habilidades fundamentais, como argumentação, formulação e teste de hipóteses, justificativa, raciocínio lógico e proporcional, além da interpretação e organização de dados, por meio de seriação e classificação de informações. Esses aspectos configuram indicadores claros de AC, conforme proposto por Sasseron e Machado (2017).

Ao longo da aplicação, observou-se uma progressiva intensificação do engajamento dos alunos, tanto na participação oral quanto nas atividades práticas. O envolvimento com a proposta aumentou à medida que os encontros avançavam, revelando um crescente interesse pela investigação científica. A SEI também proporcionou um ambiente favorável à interação, tanto entre os alunos quanto entre os alunos e o professor, destacando o papel fundamental da mediação docente nesse modelo. A abordagem adotada não se limitou à execução de atividades pontuais, mas consolidou-se como uma prática didática baseada no diálogo, na análise crítica de dados e na valorização do trabalho em grupo.

As atividades investigativas envolvendo o oscilador mecânico proporcionaram aos estudantes uma vivência prática dos conceitos de ondas estacionárias, possibilitando a construção e sistematização do conhecimento. O uso do aparato experimental mostrou-se eficaz para reforçar a compreensão das relações entre frequência, tensão e densidade linear, consolidando o aprendizado por meio da observação e da manipulação de variáveis.

Além disso, a estrutura da SEI e o produto educacional desenvolvido mostraram-se replicáveis e bem organizados, oferecendo um modelo com etapas claras e fundamentadas, que podem ser adaptadas a outros contextos escolares. A proposta permitiu a mobilização das quatro dimensões do conhecimento científico. A dimensão conceitual foi contemplada pela apropriação e compreensão de termos, conhecimentos e conceitos fundamentais do conteúdo de ondas estacionárias. A dimensão epistêmica manifestou-se no processo de formulação de hipóteses, análise de dados e construção de explicações baseadas em evidências empíricas. Já a dimensão social foi evidenciada pelas interações entre os alunos e pela construção coletiva do saber em atividades colaborativas, enquanto a dimensão material esteve presente na manipulação do aparato experimental, que possibilitou a observação direta dos fenômenos físicos estudados.

Assim, a proposta de ensino investigativo desenvolvida nesta pesquisa revelou-se eficaz na promoção de uma aprendizagem ativa, contextualizada e colaborativa, contribuindo para que os estudantes se apropriassem do conhecimento científico de maneira crítica e significativa. Tais resultados reforçam a importância de metodologias didáticas que reconheçam a experiência prévia dos alunos e estimulem sua atuação como sujeitos no processo de construção do saber, alinhando-se aos princípios da Alfabetização.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, Oscar João; CAMPOS, Glauco Aparecido de. Um estudo da corda vibrante por Brook Taylor (1685-1731): De Moto Nervi Tensi (Sobre o movimento de uma corda tensa). **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 23, n. 46. 179–193 p, 2023. Disponível em: <https://rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/417>. Acesso em: 7 jun. 2024.

ABUCHAIBE, Rafael. **Quatro aspectos fascinantes da vida de Pitágoras**: além da matemática. BBC NEWS BRASIL. 2023. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/cle6w9e64n5o>. Acesso em: 28 out. 2024.

ARAÚJO FILHO, Joel Vieira. **Sequência de ensino por investigação significativa no estudo das relações entre física e música em atividades experimentais envolvendo o oscilador de Malde**. PERNANBUCO, 2018 Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física).

ARAÚJO, Mauro Sérgio Teixeira de; ABIB, Maria Lúcia Vital dos Santos. Atividades experimentais no ensino de física: diferentes enfoques, diferentes finalidades. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Junho 2003. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbef/a/PLkjm3N5KjnXKgDsXw5Dy4R/?lang=pt#>. Acesso em: 27 out. 2024.

BALOLA, Raquel. **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica**: Trabalho de mestrado que traduz a obra de Isaac Newton (1686). 2010 Dissertação (Faculdade de Letras) - Universidade de Lisboa. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/5363>. Acesso em: 28 jun. 2024.

BASSALO, José Maria Filardo. A importância do estudo da história da ciência. **Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência**, 1992. Disponível em: <https://rbhciencia.emnuvens.com.br/rsbhc/article/view/425>. Acesso em: 28 out. 2024.

BORGES; NICOLAU. **Conceito de onda. Natureza das ondas. Tipos de ondas**. 2012. Disponível em: <https://fisikanarede.blogspot.com/2012/11/conceito-de-onda-natureza-das-ondas.html>. Acesso em: 24 jul. 2024.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. **O ensino de Ciências por investigação**: Condições para implementação em sala de aula. 1 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de; SASSERON, Lúcia Helena. ENSINO DE FÍSICA POR INVESTIGAÇÃO: REFERENCIAL TEÓRICO E AS PESQUISAS SOBRE AS SEQUÊNCIAS DE ENSINO INVESTIGATIVAS. **Ensino Em Re-Vista**, v. 22, n. 2, p. 249-266, 2015. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/>. Acesso em: 8 out. 2024.

CARVALHO, Marcio Luciano Costa de; LÜDKE, Everton. Uma proposta de ensino de mecânica ondulatória e acústica. **Revista Vivências**, Erechim, v. 16, 2020.

FERREIRA, Felipe Souza. **NATUREZA CORPUSCULAR E ONDULATÓRIA DA LUZ**: Uma Sequência de Ensino Investigativa para promover Alfabetização Científica. VOLTA REDONDA, 2019 Dissertação (strado apresentada ao Programa de Pós-Graduação de

Mestrado Profissional em Ensino de Física) - Universidade Federal Fluminense.

FREIE, Paulo. **Educação como prática de liberdade**. São Paulo: Paz e Terra, 1980.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**: Gravitação, Ondas e Termodinâmica. 10 ed. Rio de Janeiro, v. 2, 2016.

MEDEIROS, Gilvan. **Ensino experimental investigativo de ondas estacionárias**. Natal, 2022 Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física em Rede Nacional) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

MOREIRA, Marco Antonio. Desafios no Ensino de Física. **Revista Brasileira em Ensino de Física**, Porto Alegre, v. 43. 8 p, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2020-0451>. Acesso em: 8 out. 2024.

NORBIATO, Julio Cesar. **Atividade experimental para o ensino de ondas estacionárias**. Medianeira, 2019 Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ensino de Física) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Medianeira. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4852>. Acesso em: 5 jun. 2024.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. . **Curso de Física básica**: Fluidos, Oscilações e Ondas, Calor. 4 ed. Blucher, v. 2, 2002.

OURIQUE, Luiz Eduardo. **CÁLCULO COMPUTACIONAL DA SÉRIE DE FOURIER**. 2024. Disponível em: <https://editora.pucrs.br/anais/erematsul/minicursos/calculocomputacional.pdf>.. Acesso em: 28 out. 2024.

SANTOS, Adriana Borges dos. **ENSINANDO FENÔMENOS ÓPTICOS NA PERSPECTIVA DO ENSINO POR INVESTIGAÇÃO**. VOLTA REDONDA, 2020 Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física) - Universidade Federal Fluminense.

SANTOS, Victor Kawata; SAMIR, Assuena. A matemática das vibrações mecânicas. **Simpósio de Iniciação Científica, Didática e de Ações Sociais da FEI**, São Bernardo do Campo, 2023. Disponível em: https://fei.edu.br/sites/sicfei/2023/ARTIGO_43.pdf. Acesso em: 2 jul. 2024.

SASSERON, Lúcia Helena. **ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA, ENSINO POR INVESTIGAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO**: Relações entre ciências da natureza e escola. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte, v. 17, n. 1, p. 49-67, nov 2015.

SASSERON, Lúcia Helena. **ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA, ENSINO POR INVESTIGAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO**: RELAÇÕES ENTRE CIÊNCIAS DA NATUREZA E ESCOLA. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**. Belo Horizonte, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1983-2117201517s04>. Acesso em: 25 set. 2024.

SASSERON, Lúcia Helena; CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. **Alfabetização Científica no Ensino Fundamental**: Estrutura e Indicadores deste processo em sala de aula. São Paulo, 2008 Tese (Faculdade de Educação) - Universidade de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/002263232>. Acesso em: 28 fev. 2023.

SASSERON, Lúcia Helena; MACHADO, Vitor Fabrício. **Alfabetização científica na prática Inovando a forma de ensinar física**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. 108 p.

SILVA, Gabriela; MACIEL, Vitor. **Ondas estacionárias cordas**. projetosfisicaexperimental.blogspot.com. Lavras, 2019. Disponível em: https://projetosfisicaexperimental.blogspot.com/2019/12/ondas-estacionarias-em-cordas_16.html. Acesso em: 9 abr. 2024.

SILVA, Hélio Evangelista. **Uma proposta metodológica para o ensino de ondas**: atividades lúdicas e experimentais. Rio Branco, 2019 Dissertação (Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física) - Universidade Federal do Acre. Disponível em: <http://www2.ufac.br/mnpef/menu/dissertacoes/turma-de-2017/helio-evangelista-dissertacao.pdf>. Acesso em: 18 jun. 2024.

SILVA, Jonatas Rodrigues. **UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO INVESTIGATIVA PARA A ABORDAGEM DO EFEITO FOTOVOLTAICO**. Volta Redonda, 2020 Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física) - Universidade Federal Fluminense.

VENCESLAU, Sheyla Maurício Maia. **Modelagem matemática de sistemas vibratórios com aplicação de autovalores**. São Cristóvão, 2015 Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Sergipe. Disponível em: file:///C:/Users/joand/Downloads/SHEYLA_MAUICIO_MAIA_VENCESLAU.pdf. Acesso em: 22 fev. 2024.

YOUNG, Hugh D; FREEDMAN, Roger A. **Física de Sears & Zemansky**: Termodinâmica e Ondas. 14 ed. São Paulo: Education, v. 2, 2016. 394 p.

APÊNDICE A — PRODUTO EDUCACIONAL

OSCILADOR MECÂNICO: UM APARATO EXPERIMENTAL PARA O ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS POR MEIO DE UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA

Joanderson de Jesus Oliveira

São Cristóvão/SE, 2025



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA - NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA NACIONAL DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA
POLO 11

Joanderson de Jesus Oliveira

PRODUTO EDUCACIONAL

OSCILADOR MECÂNICO: UM APARATO EXPERIMENTAL PARA O ENSINO DE
ONDAS ESTACIONÁRIAS POR MEIO DE UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA

São Cristóvão SE

2025

Joanderson de Jesus Oliveira

OSCILADOR MECÂNICO: UM APARATO EXPERIMENTAL PARA O ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS POR MEIO DE UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA

Este produto educacional é parte integrante da dissertação: ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA, desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, polo 11 – UFS, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador(es):

Prof. Dr. Cochiran Pereira dos Santos

Prof. Dra. Ana Figueiredo Maia

São Cristóvão SE

2025

AGRADECIMENTOS

A realização deste trabalho não seria possível sem o apoio, incentivo e inspiração de diversas pessoas que estiveram ao meu lado durante toda a trajetória. Expresso aqui a minha gratidão a todos que, de alguma forma, contribuíram para a concretização deste projeto.

Agradeço, em primeiro lugar, à minha esposa, Susiane Melo, pelo amor, parceria e companheirismo, e à minha filha, Isabela Maria, por ser minha fonte de inspiração diária. O apoio e compreensão de vocês foram essenciais para que eu pudesse seguir em frente, mesmo diante dos desafios. À minha irmã, Joelma, agradeço por todo o incentivo e apoio ao longo dos anos, sempre presente em cada etapa dessa caminhada. Aos meus pais, Jusilene e Manoel, por todo o esforço e incentivo para que eu sempre estudasse e seguisse esse caminho.

Agradeço ao Fernando Monteiro, diretor pedagógico do Colégio Arqui, pelo constante incentivo e por acreditar no meu potencial. Também agradeço aos meus colegas de trabalho, Paulo Cezar, Elton Daniel e Marlone Santana. Aos meus orientadores, Ana Maia e Cochiran Pereira, expresso minha imensa gratidão por todo o tempo, dedicação e paciência durante o desenvolvimento deste trabalho. Suas orientações e ensinamentos foram fundamentais para a conclusão desta dissertação. Aos meus amigos e colegas professores, registro meu agradecimento por todas as trocas de experiências e vivências, que enriqueceram minha formação e se refletem neste trabalho.

Agradeço ao Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) e Universidade Federal de Sergipe (UFS), e agradeço a dois professores em especial, Tiago Nery e Laélia Bôtelho, por todo o aprendizado transmitido ao longo dessa trajetória. Suas contribuições e orientações foram imprescindíveis para o meu crescimento acadêmico e pessoal.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

A todos, meu mais sincero agradecimento.

AUTORES

Joanderson de Jesus Oliveira
Cochiran Pereira dos Santos
Ana Figueiredo Maia

CAPA

Marlone Santana

DIAGRAMAÇÃO

Marlone Santana

REVISÃO

Joanderson de Jesus Oliveira

ORIENTAÇÃO

Cochiran Pereira dos Santos
Ana Figueiredo Maia

REGISTRO FOTOGRAFICO

Joanderson de Jesus Oliveira

EDIÇÃO

Joanderson de Jesus Oliveira
Marlone Santana

Texto revisado segundo o Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.

SUMÁRIO

Capítulo 1 - O PRODUTO.....	7
Capítulo 2 - REFERENCIAL TEÓRICO DE ENSINO.....	9
Capítulo 3 - MATERIAIS.....	10
3.1 - Montagem.....	12
Capítulo 4 - METODOLOGIA E PLANEJAMENTO.....	14
Capítulo 5 - SEQUÊNCIA PARA O PROFESSOR.....	19
5.1 - 1º Encontro: Demonstração Investigativa.....	19
5.2 - 2º Encontro: Análise de vídeo com questões abertas....	20
5.3 - 3º Encontro: Prática de laboratório.....	22
5.4 - 4º Encontro: Sistematização do conhecimento.....	25
Capítulo 6 - SEQUÊNCIA PARA O ALUNO.....	31
6.1 - 1º Encontro: Demonstração Investigativa.....	31
6.2 - 2º Encontro: Análise de vídeo.....	32
6.3 - 3º Encontro: Prática de laboratório.....	34
6.4 - 4º Encontro: Sistematização do conhecimento.....	38
Capítulo 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	43
Capítulo 8 - REFERÊNCIAS.....	44

Capítulo 1 - O PRODUTO

Ao Professor

Apresenta-se, neste trabalho, o produto educacional **“Oscilador Mecânico, um aparato experimental para o ensino de ondas estacionárias por meio de uma abordagem investigativa”**, desenvolvido como material de apoio para o professor de Física. Essa proposta tem como objetivo promover a Alfabetização Científica (AC) nas aulas de Física, a partir do estudo de ondas estacionárias, por meio de uma Sequência de Ensino Investigativa (SEI), utilizando um oscilador mecânico como aparato experimental (Figura 1.1). O material é organizado de forma a estimular a argumentação científica, uma vez que a linguagem da ciência é argumentativa, além de promover interações entre os alunos e entre professores e alunos.

As atividades propostas incluem demonstrações investigativas, análise de vídeos com questões abertas, práticas de laboratório e a sistematização do conhecimento. O oscilador mecânico será utilizado em todas as etapas da sequência, proporcionando uma abordagem prática e investigativa que valoriza o conhecimento prévio dos estudantes, incentivando sua participação ativa no processo de aprendizagem. Essa abordagem contrasta com o método tradicional, em que o professor é visto como a única fonte de conhecimento, oferecendo aos alunos a oportunidade de se tornarem protagonistas na construção de seu aprendizado.



Figura 1.1: Aparato experimental, Oscilador Mecânico.

Esse produto foi desenvolvido para ser trabalhado com o oscilador mecânico, que é uma versão atualizada do oscilador de Franz Emil Melde (1832 - 1901), um físico alemão que ficou conhecido por seus trabalhos com ondas estacionárias. Seu experimento original conecta um cabo a uma chave elétrica que é conectada a um pulsador (vibrador), e a outra ponta do fio tem sua extremidade presa a uma massa, que causa tensão no cabo. A Figura 1.2 é uma versão atualizada do oscilador mecânico de Melde.

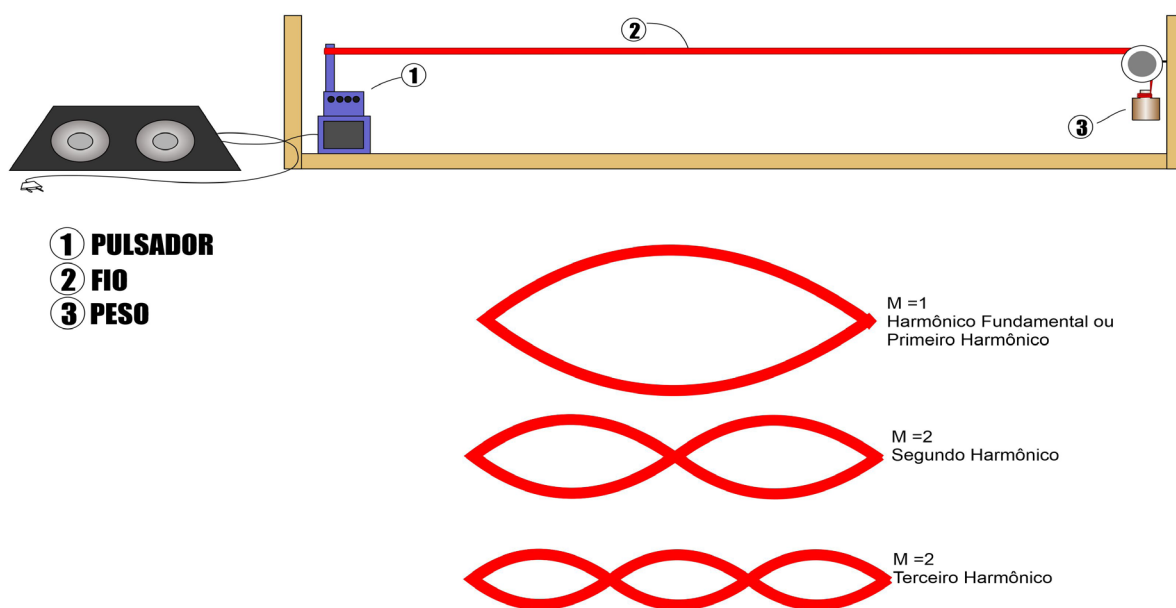


Figura 1.2: Representação do oscilador mecânico, com o primeiro, segundo e terceiro harmônico no fio. Fonte: Figura do autor, 2024.

Com seu experimento, Melde conseguiu em 1860, pela primeira vez, gerar ondas estacionárias em uma corda. Assim, ele demonstrou que essas ondas estacionárias podem sofrer interferência. Atualmente existem várias versões do oscilador de Melde ou oscilador mecânico que diferem na montagem e nos materiais utilizados, bem como na sua complexidade e tamanho, desenvolvidos para vários estudos de oscilações em cordas. No presente produto educacional proponho a construção e utilização de um oscilador mecânico para o ensino de ondulatória em uma turma de ensino médio devido ao seu benefício didático e pedagógico, uma vez que: permite uma visualização clara dos fenômenos ondulatórios, promove a oportunidade de um aprendizado ativo e engajado dos estudantes, desenvolve habilidades prático-científicas, realiza uma conexão da teoria com a prática, contextualiza fenômenos, estimula o pensamento crítico e diversifica os métodos de ensino, atendendo a diferentes estilos de aprendizado e necessidade dos estudantes.

Capítulo 2 - REFERENCIAL TEÓRICO DE ENSINO

As Sequências de Ensino Investigativas (SEI's) surgiram no contexto do Laboratório de Pesquisa em Ensino de Física (LaPEF) da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, como uma metodologia que estimula a construção ativa do conhecimento pelos alunos. Elas foram desenvolvidas a partir de pesquisas e revisões bibliográficas em periódicos de ensino de ciências, propondo uma abordagem pedagógica centrada na investigação e resolução de problemas. Segundo Carvalho (2013), alguns princípios fundamentais guiam a elaboração de uma SEI eficaz, como a relevância de um problema inicial, a transição da ação manipulativa para a intelectual, a conscientização dos próprios atos no processo de aprendizagem e a explicação científica em etapas.

Em uma SEI, o ponto de partida é a apresentação de um problema desconhecido pelos alunos, o que gera um conflito cognitivo que exige reflexão e investigação. Esse foi o ponto de partida do produto educacional proposto neste produto, que teve como foco inicial uma demonstração investigativa com o uso do aparato experimental para estimular a curiosidade e a formulação de hipóteses pelos alunos. A partir dessa questão inicial, os alunos foram incentivados a levantar hipóteses e interagir com o fenômeno, promovendo o debate e a formulação de explicações sobre o comportamento das ondas estacionárias.

Essa demonstração investigativa com o oscilador mecânico permitiu que os estudantes observassem diretamente o fenômeno, criando um contexto investigativo que favoreceu a discussão e a troca de ideias entre os grupos. O processo foi complementado pela sistematização do conhecimento, análise de vídeos, que incluiu atividades práticas, como a coleta e análise de dados e discussões em grupo.

A Alfabetização Científica (AC), por sua vez, é um conceito essencial no ensino de ciências, sendo vista como um processo de formação que capacita os alunos a desenvolver uma leitura crítica do mundo, utilizando o conhecimento científico para tomar decisões conscientes. De acordo com Sasseron e Machado (2017), a AC vai além do simples aprendizado de termos e conceitos científicos, promovendo a capacidade de organizar o pensamento de maneira lógica e crítica, semelhante ao que Paulo Freire (1980) defendeu em seu conceito de alfabetização. Para Freire (1980), alfabetizar é permitir ao indivíduo intervir ativamente na sua realidade, não apenas no sentido de ler e escrever, mas de compreender o mundo e agir sobre ele de forma transformadora.

Nesse contexto, a AC visa a desenvolver nos estudantes habilidades como observação, análise de dados, argumentação e comunicação científica, preparando-os para uma participação crítica e ativa na sociedade. Práticas investigativas, como as propostas nas SEI's, são fundamentais para alcançar esse objetivo, pois inserem os alunos na cultura científica, promovendo uma compreensão mais ampla e profunda dos fenômenos naturais e tecnológicos.

Portanto, o produto educacional apresentado foi desenvolvido como material de apoio para professores de Física, visando à integração da Alfabetização Científica ao ensino de ondas estacionárias. A sequência investigativa foi organizada para proporcionar aos alunos um ambiente de debate e interação, promovendo a construção coletiva do conhecimento.

Capítulo 3 - MATERIAIS

A seguir serão descritos todos os materiais utilizados, com suas características e faixa de valores, para montagem do oscilador mecânico (Quadro 1). Em seguida, é destacado o passo a passo para montagem.

FOTO	MATERIAL	CARACTERÍSTICAS E DESCRIÇÕES
	Alto-Falante	Alto-falante 6 polegadas, potência de 100 W RMS 4 ohms bobina simples.
	Gerador de áudio com amplificador BRAX	DELTRÔNICA AM20 RCA 20 W RMS 110/220 V
	Massas	Foram usadas duas massas de 50 gramas, uma massa esfera de 120 gramas e um massa cilíndrica de 120 gramas
	Base de apoio	Suporte de apoio de 1,0 metro de comprimento

	Linha de tricô	Fio com diâmetro 4,0 mm, 84 metros com 40 gramas.
	Plug	Plug para conexão do alto falante ao oscilador
	Uma haste	Hastes para Telha 1/4" x 300mm em Alumínio Reta
	Prendedor duplo, ou uma roldana.	Foi usado um prendedor
	Fundo Preto	Reciclado de papelão preto de 1,00 metro de comprimento e 0,30 metros de altura
	Dois ganchos	Um para segurar os pesos e outro para conectar o alto-falante ao fio.
	Cola de Silicone	Cola Transparente de Silicone Líquida Fria, para colar o gancho no alto-falante e o alto-falante no acrílico
	Um parafuso e uma porca	Uma porca e um parafuso

Quadro 1: Materiais para montagem do aparato experimental e seus orçamentos.

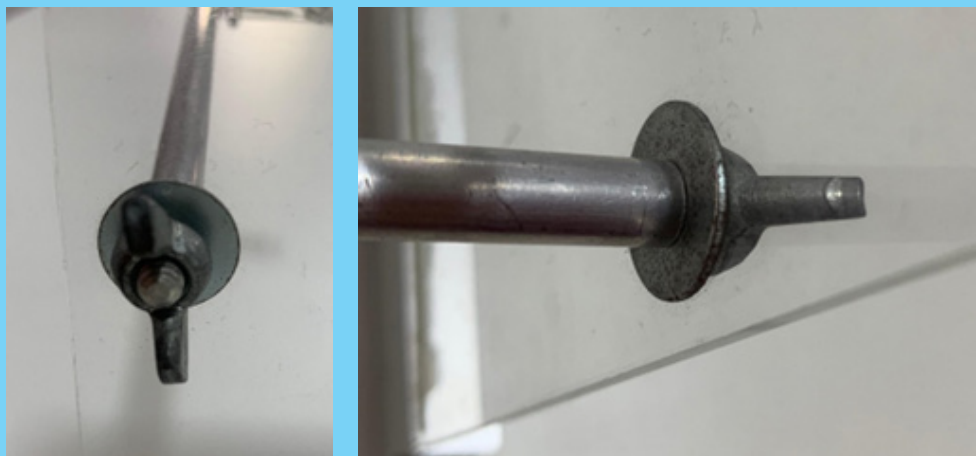
3.1 - MONTAGEM

Preparação da Base

Pegue o suporte de acrílico com cantoneira de plástico de 1 metro (ou um suporte de madeira, se preferir). Posicione o suporte de acrílico sobre uma superfície plana e firme para garantir a estabilidade do aparato durante a experiência. Faça previamente o furo para encaixe da haste em uma das extremidades da base, e para fixação do alto-falante na outra extremidade use a cola de silicone, com uma distância de 0,9 metros aproximadamente.

Fixação da Haste de Alumínio e do Alto-Falante

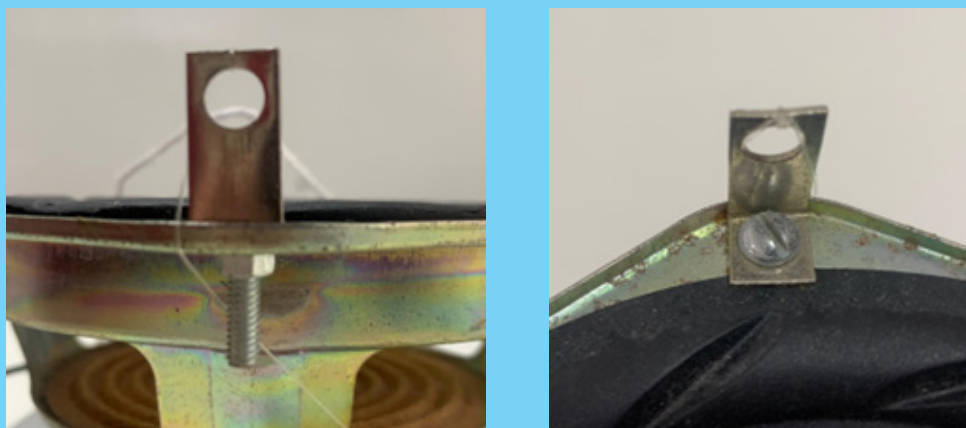
Pegue a haste de alumínio e fixe-a na extremidade previamente furada, na parte superior do suporte de acrílico.



O alto-falante deve ser posicionado na base do suporte, preso com cola de silicone. Certifique-se de que o alto-falante esteja bem fixado ao suporte, pois ele será responsável por gerar as vibrações.

Instalação dos Parafuso para Fixação do fio

Utilize o parafuso e porca para fixar no alto-falante, criando um suporte para fixar o fio. Use um em formato de (L) com dois furos: um para fixação do parafuso e outro para fixar o fio. Aperte a porca com cuidado para evitar danos ao alto-falante.



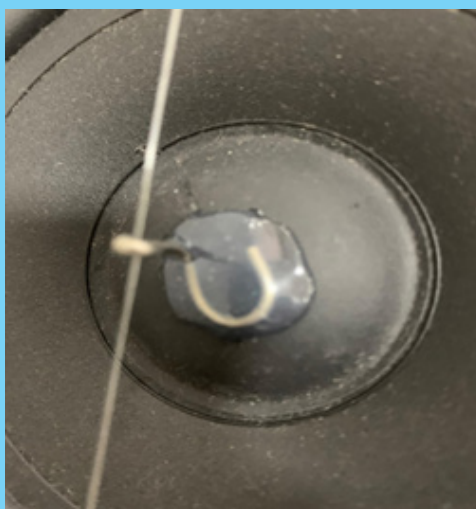
Instalação do Prendedor Duplo

Fixe o outro prendedor duplo na haste de alumínio. Esses prendedores serão utilizados para segurar e tensionar o fio. Certifique-se de que os prendedores estejam bem fixados na altura adequada para tensionar o fio de forma eficaz.



Elaboração e Fixação dos Ganchos

Crie dois ganchos: um para segurar os pesos e outro para conectar o alto-falante ao fio. Cole um dos ganchos na membrana do alto-falante com a cola de silicone. Este gancho será responsável por transmitir a vibração do alto-falante para o fio.



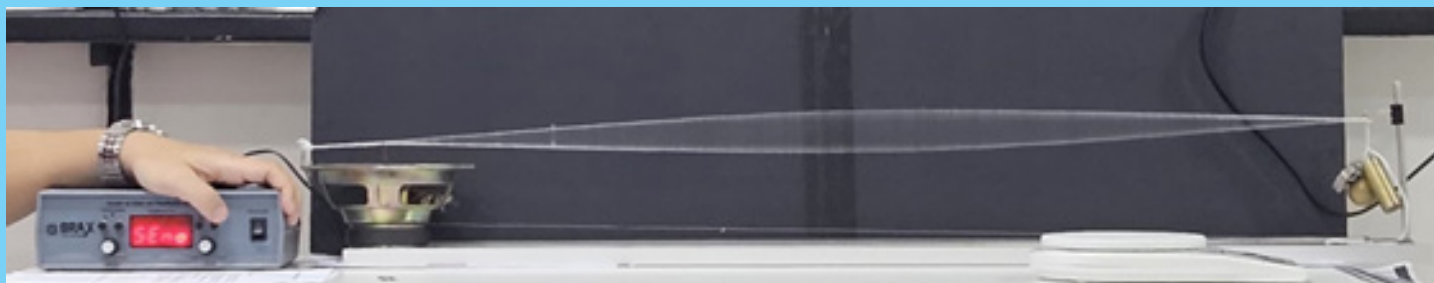
Passagem do Fio e Tensão

Pegue o fio e prenda-o no parafuso fixado no alto-falante, passe pelo gancho colado na membrana do alto-falante e passe pelo prendedor duplo fixado na haste. Coloque o gancho na extremidade do fio e os pesos nesse gancho para tensionar o fio.

Ajustes Finais

Posicione um fundo preto atrás do fio para melhorar a visualização das ondas geradas durante o experimento. Conecte o auto-falante ao gerador de áudio.

Tudo pronto, agora é só começar a gerar frequências na corda, iniciando da frequência mínima. Vá aumentando gradativamente para visualizar os harmônicos no fio, como na Figura.



Produto montado, visualização do primeiro harmônico.

Capítulo 4 - METODOLOGIA E PLANEJAMENTO

O presente produto foi aplicado por dois professores, em duas turmas da 2ª série do ensino médio, composta por 37 alunos e 32 alunos, turmas A e B, respectivamente, em uma escola da rede particular da cidade de Aracaju, Sergipe, em novembro de 2024. A sequência foi aplicada em uma semana, tendo em vista que a grade da escola conta com 5 aulas de física semanais. A escola conta com salas equipadas com aparelhos multimídia e acesso à internet e climatização. Os alunos foram organizados em grupos de 4 a 3 integrantes, totalizando 20 grupos (11 grupos na turma A e 9 grupos na turma B), com a missão de discutir e formular hipóteses a partir das questões propostas no início da aula. Cada grupo elegeu um representante para escrever as hipóteses e conclusões na folha disponibilizada.

Seguimos os seguintes passos nos nossos encontros para aplicação do produto, como disposto no Quadro 2 abaixo.

ENCONTROS	TEMPO ESTIMADO
1º - Demonstração Investigativa	1 aula de 45 minutos
2º - Análise de vídeo com questões abertas	1 aula de 45 minutos
3º - Demonstração investigativa prática de laboratório	2 aulas de 45 minutos
3º - Sistematização do conhecimento	1 aula de 45 minutos

Quadro 2: O autor (2024).

Há uma variedade de instrumentos que permitem implementar intervenções na sala de aula, contribuindo para aprimorar a prática docente. Nesse sentido, é fundamental refletir e avaliar se as aulas requerem mudanças para alcançar melhores resultados no aprendizado dos alunos. No contexto do produto educacional que proponha a AC e sua relação com as aulas investigativas, Sasseron e Machado (2017) propõem algumas perguntas, de modo que o professor torne a aula investigativa, delineando o planejamento da SEI (Quadro 3). Essa reflexão abrange desde o planejamento até a avaliação do processo.

PERGUNTAS PARA O AUXÍLIO DO PLANEJAMENTO	RESPOSTAS PARA O PLANEJAMENTO DA SEI COM OBJETIVO DE PROMOVER AC NO ENSINO DE ONDAS ESTACIONÁRIAS
1. Quais conhecimentos essa atividade oferece?	A atividade oferece conhecimentos sobre ondas estacionárias, linguagem científica e relações entre variáveis físicas, como tração, densidade linear, frequência e velocidade. Além disso, desenvolve habilidades de raciocínio lógico e proporcional, fundamentais para a compreensão do processo científico.

2. O que desejamos que os alunos aprendam?	Queremos que os alunos compreendam as interdependências entre variáveis físicas e desenvolvam a habilidade de formular hipóteses e testar suas relações em um contexto investigativo, promovendo a aprendizagem ativa e colaborativa, característica da Alfabetização Científica
3. Quais são os dados e informações relevantes?	Os dados relevantes incluem padrões de harmônicos no fio, as mudanças observadas quando variáveis são alteradas, e a interpretação crítica desses dados, que contribuem para a construção do conhecimento científico.
4. Que problema pode ser proposto?	Quando ligarmos o alto-falante, que está conectado ao fio e ao amplificador de áudio, o que acontecerá com o fio? Quais variáveis podem influenciar o padrão de ondas estacionárias no fio? Isso incentiva uma investigação ativa das relações entre as variáveis.
5. Quais as possíveis hipóteses apresentadas pelos alunos?	O fio vai tremer, vibrar, quebrar, amplificar o som, gerar uma onda no fio. Além disso, podem levantar hipóteses sobre a formação de nós e ventres ao longo do fio, dependendo da tração ou densidade do fio.
6. Como testar as hipóteses?	Após ouvir as hipóteses dos alunos, o professor parte para a demonstração investigativa, colocando o aparato experimental em funcionamento.

7. Quais as relações entre a natureza da ciência e a experiência?	A ciência das vibrações se aplica a muitas áreas, como engenharia, medicina e tecnologia. O estudo investigativo mostra como a ciência é uma atividade humana em constante evolução, com aplicação prática em tecnologias essenciais para a sociedade, como ultrassons e estruturas de engenharia.
8. Quais as relações entre ciência, tecnologia, sociedade e ambiente (CTSA) possíveis no experimento?	O estudo das vibrações mecânicas continuou a evoluir, com um foco especial na aplicação de modelos matemáticos para entender o comportamento de grandes estruturas, como pontes e edifícios. As oscilações mecânicas desempenham um papel crucial na engenharia civil, em que o conhecimento dessas vibrações pode ser a diferença entre a estabilidade e o colapso de uma estrutura. Podemos abordar quais seriam os impactos causados se ocorresse com a ponte de sua cidade o que aconteceu com a ponte de Tacoma Narrows, em 1940. Quais seriam as implicações, do ponto de vista social e ambiental e como a ciência e seu constante aprimoramento evitam esse tipo de situação.
9. Que tipo de atividade investigativa melhor se adapta à montagem?experiência?	A demonstração investigativa, devido ao custo do aparato e ao número de alunos. No entanto, é possível dividir a turma em pequenos grupos para aumentar a interação prática.

10. A que detalhe devemos atentar?	É fundamental destacar que uma onda estacionária é uma oscilação sem propagação da perturbação e que as cristas não se movem pela corda. Devemos também enfatizar os fenômenos de ressonância e interferência, fundamentais para a compreensão do experimento.
11. Quantas aulas durará o processo de investigação?	Cinco aulas: a primeira para demonstração investigativa inicial, a segunda para saber mais e relacionar o nosso cotidiano envolvendo as relações CTSA, a terceira e quarta para prática de laboratório investigativo e a quinta para sistematização do conhecimento.
12. Como avaliar se os objetivos foram cumpridos?	No caso da presente dissertação, será feita a análise dos indicadores de AC presentes nas respostas dos alunos e nas argumentações desenvolvidas nas aulas, tendo essa avaliação um caráter qualitativo.

Quadro 3: Adaptado pelo autor de Sasseron e Machado (2017).

Dado o ambiente controlado de sala de aula e a disponibilidade de materiais, tanto os professores quanto os alunos se mostraram engajados no processo investigativo. As atividades focaram inicialmente na manipulação do oscilador mecânico e na observação dos padrões de ondas estacionárias, levando os alunos a formular hipóteses sobre a relação entre tensão, comprimento e frequência da corda vibrante.

Capítulo 5 - SEQUÊNCIA PARA O PROFESSOR

5.1. 1º ENCONTRO: DEMONSTRAÇÃO INVESTIGATIVA.

Neste primeiro encontro, você apresentará à turma a proposta de uma dinâmica investigativa, diferente do habitual. O foco será a Alfabetização Científica (AC) no ensino de ondas estacionárias, utilizando o oscilador mecânico.

- **Divisão dos Grupos:** Divida a turma em grupos de três a quatro alunos, incentivando o debate dentro dos grupos. Eles deverão registrar suas respostas coletivamente em uma única folha.
- **Apresentação do Aparato Experimental:** Apresente o oscilador mecânico previamente montado. Em seguida, faça uma pergunta problematizadora antes de colocar o experimento em funcionamento.

Os alunos lançarão diversas hipóteses, uma etapa fundamental na investigação por dois motivos principais: primeiro, porque diante do problema surgem as hipóteses que deverão ser postas à prova; segundo, essa etapa permite o processo de argumentação entre os alunos, possibilitando a ancoragem em saberes anteriores. Os estudantes colocarão suas posições, que serão confrontadas ou confirmadas na sequência.

A primeira pergunta é a seguinte:

Questão 1. *Se ligarmos o alto-falante que está conectado ao fio e ao amplificador de áudio, o que acontecerá com o fio? Escreva suas hipóteses abaixo, após debatê-las com o grupo.*

O professor complementa: Descrevam suas ideias sobre o que irá acontecer. Organizem essas hipóteses. Caso não consigam descrever em palavras, utilizem desenhos no espaço disponível. Debatam no grupo e organizem uma hipótese conjunta. Isso é necessário para estimular o debate entre os alunos.

Possíveis respostas esperadas: O fio vai tremer, vibrar, quebrar, amplificar o som, gerar uma onda no fio

Lembrando que não existe uma resposta correta, todas são aceitáveis, para estimular suas concepções prévias e gerar uma ancoragem do novo conteúdo à medida que vamos seguindo a SEI.

Após ouvir as hipóteses dos alunos, o professor parte para a demonstração investigativa, colocando o aparato experimental em funcionamento, sem fornecer respostas prontas. Ligue o aparato experimental e explique que inicialmente vai deixar o volume do amplificador de áudio na metade, e que se for preciso fará o ajuste na medida que for trabalhando com o aparato experimental. Assim, siga para a demonstração investigativa. Nesse primeiro contato, demonstre alguns harmônicos no fio. Com esse aparato experimental poderá se obter até seis harmônicos.

Após a observação dos harmônicos, novas perguntas naturalmente surgirão dos próprios alunos: “Por que isso aconteceu?”. Essas novas hipóteses e explicações girarão em torno do que foi observado. Todas as visões prévias poderão ser confrontadas, e muitas vezes as explicações dos colegas farão outros alunos mudarem suas ideias em relação às hipóteses originais.

Os alunos, então, responderão à segunda questão:

Questão 2. Após a observação da demonstração, o que vocês podem afirmar sobre a hipótese feita pelo grupo? Ela se confirmou? Quais variáveis podem influenciar o padrão observado no fio? Caso não tenha sido confirmada, revise a hipótese e escreva um novo argumento a seguir.

O professor deve interagir com os grupos, debatendo, orientando as argumentações para hipóteses corretas, gerando assim novos conhecimentos entre os alunos.

Possíveis respostas esperadas: O fio fica vibrando dessa forma porque a onda fica sendo refletida, presa, fazendo com que ela sofra interferência. Se mudarmos a corda ou a tração provavelmente a onda muda. É esperado que algum dos grupos comente também sobre ressonância e faça alguma analogia, já que os alunos possuem esse conhecimento prévio em relação aos fenômenos ondulatórios.

5.2. 2º ENCONTRO: ANÁLISE DE VIDEO E QUESTÕES ABERTAS (PARA SABER +)

Neste encontro, vamos utilizar vídeos do YouTube para ampliar a análise sobre ondas.

A aula pode ser iniciada apresentando um trecho do primeiro vídeo para análise. O vídeo pode ser encontrado no canal Manual do Mundo, com o título **CORDAS do VIOLÃO MOLENGAS: defeito ou efeito?**, disponível no link: https://www.youtube.com/watch?v=3P9_O1IBzrI. A duração total do vídeo é de 12 minutos e 29 segundos, mas utilizaremos apenas um trecho selecionado. Vamos reproduzir o vídeo citado a partir de 4 minutos e 44 segundos, até 10 minutos e 46 segundos; esse corte pode ser realizado previamente.

Após a exibição do vídeo, solicitamos a análise do fenômeno envolvido, e em seguida conduziremos as discussões a partir das questões propostas. Vale destacar que podem ser utilizados outros vídeos disponíveis no YouTube que apresentem características semelhantes ao movimento das ondas nas cordas de violão.

A aula continuará com características investigativas, na qual o professor fomentará a discussão para que os alunos possam construir e sistematizar o conteúdo.

Questão 1. Observando o efeito Rolling Shutter nas diferentes cordas do violão, formule hipóteses sobre o porquê de cada corda apresentar uma onda com característica diferente das outras. Quais fatores podem provocar essas diferentes ondas?

Aqui, o debate entre os alunos e o professor será direcionado à medida que a turma formular suas hipóteses e explicações. O objetivo é abordar alguns pontos específicos, como a densidade de cada corda e a tração a que cada uma delas é submetida, fatores que geram ondas características e frequências diferentes.

Possíveis respostas esperadas: As ondas são diferentes porque o fio de cada corda é diferente, devido à espessura de cada corda. Isso também ocorre por causa da tração na corda.

Questão 2. Vocês já observaram o efeito Rolling Shutter em algum outro lugar? E as ondas estacionárias e vibrações mecânicas, onde elas podem ser encontradas no nosso dia a dia?

Possíveis respostas esperadas: Em gravações de helicóptero em voo, a hélice de ventilador, em cordas de instrumentos musicais.

Aqui, os alunos devem ser levados a perceber que esses fenômenos estão presentes em diversas situações do cotidiano. Em relação ao Rolling Shutter em si, ele pode ser observado quando filmamos a hélice de um ventilador ou a hélice de um helicóptero. Quanto à questão das cordas, podemos guiar para um discurso em que o professor pode trabalhar com a equação de Taylor e investigar o porquê da velocidade e a onda mudarem de acordo com sua densidade e tração no fio.

Logo em seguida, entraremos com o segundo vídeo, que é um uma questão para saber mais. Este vídeo é uma produção da Escola Politécnica da USP, disponível no link: <https://www.youtube.com/watch?v=l0zJ3WupJAU>, que aborda a análise numérica e experimental de vibrações em pontes. Deve ser visto os 2 minutos iniciais do vídeo, que tem duração de 5 minutos no total, no qual será feito um apanhado das tecnologias desenvolvidas a partir desse tema.

Esse segundo vídeo traz uma contextualização da ciência nos dias atuais em relação às oscilações mecânicas, mostrando a relevância do estudo dessas oscilações na engenharia e em outros campos científicos. É importante fazer uma relação entre ciência, tecnologia, sociedade e ambiente, promovendo uma visão mais ampla da aplicação desses conceitos. Note que a todo momento a participação do professor é essencial para promover os debates, hipóteses, explicações, assim abordando os temas propostos na possível resposta esperada.

Questão 3. Como os estudos sobre oscilações são essenciais para a ciência, tecnologia, sociedade e meio ambiente, já que vivemos em cidades cada vez maiores e que necessitam de pontes e prédios? Quais seriam os impactos causados se ocorresse com a ponte Aracaju-Barra o que aconteceu com a ponte de Tacoma Narrows, em 1940? Quais seriam as implicações para as duas cidades, do ponto de vista social e ambiental? Como a ciência e seu constante aprimoramento evitam esse tipo de situação?

Possível resposta esperada: Os estudos sobre oscilações são cruciais para prevenir desastres em construções como pontes e edifícios. O caso da ponte de Tacoma Narrows, em 1940, demonstrou como a ressonância pode levar ao colapso de grandes estruturas. Se algo semelhante ocorresse com a ponte Aracaju-Barra, os impactos sociais e ambientais seriam graves, afetando o transporte, o turismo e a economia da região, além de causar poluição no rio Sergipe. A ciência, com avanços em modelagem e novos materiais, é essencial para garantir a segurança e a resistência dessas estruturas.

5.3. 3º ENCONTRO: DEMONSTRAÇÃO INVESTIGATIVA PRÁTICA DE LABORATÓRIO

Nesta aula será utilizado o aparato experimental para testar algumas hipóteses levantadas nas aulas anteriores, especialmente na segunda aula, quando discutimos as cordas do violão que apresentaram ondas diferentes e alturas (frequências) variadas. Nesta aula, vamos sistematizar o conhecimento por meio de debates, nos quais os pontos levantados serão explicitados no quadro à medida que testamos as hipóteses formuladas e capturamos dados para análise pelos alunos.

Com o aparato experimental previamente montado e retomando as hipóteses e debates levantados na última aula, o primeiro passo será descobrir a frequência fundamental (ou primeiro harmônico) no fio. O professor deverá iniciar com a frequência mínima de 10 Hz e, conforme for aumentando a frequência, deve destacar as variações observadas para a turma. O objetivo é que os alunos consigam identificar e afirmar qual é a frequência fundamental.

Procedimento experimental:

- 1. Com o experimento já previamente montado, ligue o Gerador de Ondas e comece ajustando a frequência em 10 Hz.
- 2. Certifique-se de que o volume está na metade e a forma de onda utilizada é senoidal.
- 3. Observe o que acontece com o alto-falante e, conseqüentemente, com a corda à medida que a frequência varia.
- 4. A corda está submetida a uma tração referente a uma massa m .

1ª Parte: Frequências naturais de vibração

Partindo da frequência de **10 Hz**, aumente-a lentamente e observe o que acontece com a corda até encontrar o **primeiro harmônico** (frequência fundamental), que apresenta **1 ventre e 2 nós**.

Questão 1: Aumente a frequência lentamente e, sendo n o número de ventres (harmônicos) na corda, anote agora, para cada n_1 , a frequência do harmônico f_n em que ocorre a ressonância. Registre os dados na **Tabela 1**.

Tabela 1 — Número de harmônicos (n) x Frequência

n	1	2	3	4	5	6
Frequência (Hz)						

Fonte: O autor (2024).

Questão 2: Existe uma relação entre o número de harmônicos e a frequência. Como podemos relacioná-los?

Questão 3: Utilizando os dados da **Tabela 1**, faça um gráfico da frequência em função do número de harmônicos ($f_n \times n$) em papel milimetrado. Qual é a forma esperada para a curva? O que representa o coeficiente angular?

Durante o debate, o professor explicará que, para cada aumento de harmônico, a frequência é um múltiplo da frequência fundamental. Essa relação será explorada ao associar os harmônicos com a tração na corda, o comprimento da corda e a densidade linear dela. Durante a discussão, os pontos serão registrados no quadro, fundamentando corretamente as observações dos alunos.

2ª Parte: Dependência da frequência fundamental de ressonância com o comprimento da corda

Questão 4: Escolha diferentes comprimentos da corda (L) e anote o primeiro harmônico (frequência fundamental) para cada comprimento. Registre os dados na **Tabela 2**

Tabela 2 — Frequência fundamental de ressonância e comprimento da corda

	1	2	3
F(Hz)			
L(m)			

Fonte: O autor (2024).

Questão 5: Qual é a relação de dependência entre o comprimento (L) e a frequência fundamental (f_1)?

3ª Parte: Dependência da frequência de ressonância com a tensão na corda

Questão 6: Mantendo o comprimento da corda constante (o mesmo utilizado na 1ª parte), utilize diferentes valores de massa e determine as frequências fundamentais e de dois outros harmônicos correspondentes. Registre os dados na **Tabela 3**.

Tabela 3 — Massa x Frequência fundamental

	1	2	3
Massa (g)			
F(Hz)			

Fonte: O autor (2024).

Questão 7: *A velocidade de propagação de uma onda numa corda está relacionada à tensão (T) aplicada na corda e à densidade linear (μ). Procure essa equação e a escreva aqui: _____*

Com isso, a turma será guiada a entender a fórmula que relaciona **tração, densidade linear, frequência, velocidade** e o **número de harmônicos**. Analisaremos quais grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais, promovendo uma compreensão mais aprofundada dos fenômenos físicos envolvidos nas ondas estacionárias e nas vibrações mecânicas.

Questão 8: *Qual é a relação de dependência entre a massa e as frequências de ressonância?*

Questão 9: *Qual é a relação de dependência entre a densidade linear (μ) e a velocidade de propagação da onda?*

5.4. 4º ENCONTRO: SISTEMATIZAÇÃO DO CONHECIMENTO

Neste encontro o professor deve aprofundar o estudo sobre ondas estacionárias. É aconselhável que o material de apoio seja disponibilizado, para que os alunos façam a leitura e o professor promova a sistematização por meio do debate e da exposição do que foi visto. Portanto, a todo momento a participação do professor é essencial.

Material de apoio

Uma análise epistemológica histórica do estudo das vibrações mecânicas remonta aos tempos antigos, onde Pitágoras, o renomado filósofo e matemático grego, iniciou os primeiros passos rumo à ciência das vibrações. Utilizando um simples monocórdio como o da Figura 1, Pitágoras explorou como o comprimento de uma corda influenciava a altura do som produzido.



Figura 1: Os experimentos de Pitágoras monocórdio.
Retirado de: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/cle6w9e64n5o>

Essas investigações transcenderam as meras curiosidades musicais e representaram o começo de uma compreensão mais profunda sobre as vibrações. As descobertas de Pitágoras não apenas mostraram a interseção entre a Física e a música, mas também estabeleceram fundamentos essenciais que seriam explorados e expandidos em futuros estudos científicos (SANTOS e SAMIR, 2023). Assim, ele abriu caminho para uma análise sistemática da relação entre o comprimento da corda e a frequência do som, um princípio que permanece central na física das ondas até hoje.

No início do século XVII, Galileu Galilei (1564-1642), considerado o fundador da ciência experimental moderna, iniciou seus estudos sobre o movimento oscilatório a partir da observação de um pêndulo na Catedral de Pisa. Galileu estabeleceu a relação entre o comprimento do pêndulo e o seu período de oscilação, além de destacar o fenômeno da ressonância entre dois corpos. Embora Galileu tenha indicado que a frequência de vibração de uma corda vibratória esticada dependia de sua tensão, densidade e comprimento, foi Marin Mersenne (1588-1648) quem formalizou essas observações. Em sua obra *Harmonicorum Liber* (1636), Mersenne consolidou as relações entre frequência, comprimento de onda e densidade das cordas vibratórias, sendo amplamente reconhecido como o “pai da acústica”. Sua análise sobre a vibração das cordas e o comportamento dos harmônicos abriu o caminho para os estudos modernos sobre vibrações e acústica. Durante o mesmo período, Robert Hooke (1635-1703) também realizou experimentos relacionados ao som e à frequência de vibração das cordas, enquanto Joseph Sauveur (1653-1716) consolidou o termo “acústica” para descrever a ciência do som. Sauveur observou a formação de nós e ventres nas cordas vibrantes, e descreveu o conceito de frequências harmônicas, ou seja, as frequências resultantes da superposição de vibrações elementares (VENCESLAU, 2015).

A revolução na compreensão do movimento e das vibrações veio com Isaac Newton, que em sua obra monumental “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*” (1686), estabeleceu as bases para a mecânica clássica. As três leis do movimento de Newton, juntamente com a lei da gravitação universal, proporcionaram uma base para explicar não apenas a dinâmica dos corpos celestes, mas também os sistemas vibratórios terrestres. A segunda lei de Newton, em particular, tornou-se uma ferramenta fundamental para derivar as equações que descrevem o movimento de sistemas vibratórios. Essa abordagem matemática e física criou uma base sólida para a ciência das vibrações, permitindo que os fenômenos ondulatórios fossem analisados de maneira sistemática e precisa (BALOLA, 2010).

No início do século XVIII, Brook Taylor fez uma contribuição vital ao estudo das vibrações com seu trabalho “*De motu Nervi tensi*” (1713). Ele descreveu matematicamente o movimento das cordas vibrantes, utilizando uma estrutura axiomática e princípios mecânicos. Taylor estabeleceu uma analogia inovadora entre o comportamento das cordas vibrantes e o movimento de um pêndulo para calcular o período das vibrações, oferecendo uma nova perspectiva sobre como as forças e tensões influenciam o comportamento das cordas. Essa abordagem matemática rigorosa e inovadora ajudou a consolidar o estudo das vibrações como uma ciência robusta, conectando princípios físicos fundamentais com observações experimentais (ABDOUNUR, 2023).

O século XVIII foi também um período de avanços significativos nas equações de movimento que descrevem vibrações. Matemáticos como Daniel Bernoulli, Jean D’Alembert e Leonard Euler introduziram derivadas parciais nas equações de movimento, permitindo uma descrição mais detalhada e precisa das vibrações. Eles refinaram os modelos teóricos existentes, tornando-os mais robustos e aplicáveis a uma variedade maior de sistemas vibratórios. Suas contribuições proporcionaram uma compreensão mais profunda e matemática das vibrações, facilitando a transição do estudo empírico para uma ciência matemática rigorosa. Esses desenvolvimentos metodológicos foram fundamentais para a formação da teoria moderna das ondas e vibrações, estabelecendo um legado que perdura até os dias atuais (ABDOUNUR, 2023).

Na sequência, Joseph Fourier (1768-1830), com sua teoria analítica do calor, introduziu a expansão de funções arbitrárias em séries de senos e cossenos, permitindo a análise mais detalhada das vibrações. Isso impulsionou a teoria das vibrações para além dos modelos empíricos, utilizando métodos matemáticos mais robustos (OURIQUE, 2024).

Já no século XIX, Lord Rayleigh (1842-1919) contribuiu com o desenvolvimento do Método da Energia, que se tornou essencial para a análise de vibrações em sistemas mecânicos complexos, especialmente para sistemas com múltiplos graus de liberdade. Stephen Timoshenko (1878-1972) também avançou a teoria das vibrações ao incluir os efeitos de deformação por cisalhamento e inércia de rotação em vigas, algo que ainda é de grande importância na engenharia moderna (BASSALO 1992).

Com o avanço tecnológico no século XX, a análise de vibrações evoluiu para modelos computacionais precisos, utilizando instrumentos como lasers para medir vibrações com grande precisão. O estudo das vibrações mecânicas continuou a evoluir, com um foco especial na aplicação de modelos matemáticos para entender o comportamento de grandes estruturas, como pontes e edifícios. As oscilações mecânicas desempenham um papel crucial na engenharia civil, onde o conhecimento dessas vibrações pode ser a diferença entre a estabilidade e o colapso de uma estrutura. O caso clássico da Ponte de Tacoma Narrows, que entrou em colapso em 1940 devido a um fenômeno de ressonância, ilustra a importância de se compreender e prever o comportamento vibratório das construções.

Hoje, a ciência das vibrações não se limita apenas à engenharia estrutural, mas também é essencial para áreas como a aeronáutica, a indústria automobilística e até mesmo a medicina, onde a compreensão das ondas pode ser aplicada em tecnologias de diagnóstico, como os ultrassons. A aplicação de ferramentas computacionais modernas permite simular sistemas complexos, garantindo maior precisão na análise das oscilações mecânicas. Com isso, a ciência segue aprimorando seus métodos, evitando desastres como o de Tacoma e garantindo a segurança e eficiência das grandes construções e tecnologias contemporâneas.

Ondas progressivas em cordas

Seja uma corda com densidade de massa linear (μ), que é mantida tensa através da aplicação de uma força de tração constante (T). Se um dos extremos da corda for pulsado periodicamente, será gerada uma onda harmônica viajando pela corda. Essa onda é dita transversal, pois a perturbação ou oscilação, no caso de ondas periódicas, é perpendicular à direção de avanço da perturbação, vou seja, da direção de propagação. A fórmula que relaciona esses parâmetros, é dada pela equação:

$$v = \sqrt{T/\mu} \quad (1)$$

Por outro lado, a velocidade de propagação da onda progressiva pode ser calculada sabendo que uma crista percorre uma distância λ (comprimento da onda) durante o tempo T (período de oscilação)

$$v = \lambda/T = \lambda f \quad (2)$$

Onde λ é o comprimento de onda, que é a distância entre dois pontos consecutivos em fase (como dois vales ou dois nós), e f é a frequência da onda, que representa quantas oscilações ocorrem por segundo, medida em Hertz (Hz). O período (T) é o tempo que uma oscilação completa leva para acontecer, e é o inverso da frequência, $T = 1/f$. Até aqui, tudo certo?

Professor: Vocês já perceberam que, para afinar uma guitarra ou violão, os músicos aumentam ou diminuem a tensão das cordas, ajustando assim a frequência do som que ela produz? Assim retornamos ao aparato experimental e mudamos a tração no fio para ver o que ocorre a frequência, analisando também a velocidade.

Possível pergunta ou exclamação: Então, se eu aumentar a tensão da corda, o som vai ficar mais agudo, por que a velocidade da onda aumenta e, por isso, a frequência também?

Professor: Exatamente! Quando você aumenta a tensão, a corda vibra mais rapidamente, o que aumenta a frequência e, portanto, o som fica mais agudo. Isso é exatamente o que acontece quando afinamos um violão.

Ondas estacionárias na corda

Se as extremidades da corda estiverem fixas, é possível obter uma onda estacionária resultante da superposição de duas ondas, viajando em direções opostas: a onda gerada pela fonte desde um extremo e a onda refletida no extremo oposto fixo. A onda estacionária é uma oscilação da corda sem propagação da perturbação; as cristas não viajam pela corda. No entanto, cada elemento da corda oscila verticalmente com frequência f .

Na Figura 3.1 são mostrados os possíveis harmônicos para a corda com extremos fixos. A curva representada é a envoltória da oscilação: a máxima deflexão da corda para cima ou para abaixo. Ao longo do tempo, cada elemento de corda oscila verticalmente entre esses extremos com frequência f .



Harmônico fundamental ou
Primeiro harmônico $n=1$

Segundo harmônico $n=2$

Terceiro harmônico $n=3$

Figura 3.1: Primeiro, segundo e terceiro harmônico para a corda com extremos fixos.

Pelo fato de os extremos da corda corresponderem aos nós da onda estacionária, os comprimentos λ_n dos harmônicos estão restritos. Da Figura 3.1 pode se concluir que os únicos valores possíveis de λ_n , numa corda de comprimento L , devem satisfazer a condição:

$$L = n \lambda / 2 \quad (3)$$

Na qual $n = 1, 2, 3, \dots$ é um número inteiro que identifica o harmônico gerado na corda. Como a velocidade das ondas, que se superpõem na corda, é sempre a mesma (depende unicamente do meio), então, a frequência de cada harmônico deve ser diferente para manter o produto constante em (2):

Deve ser feito uso do aparato experimental para visualizarmos os harmônicos. Agora vamos relacionar a equação da onda, substituindo o comprimento de onda e a velocidade pelas fórmulas trabalhadas anteriormente, chegando à seguinte relação. É sempre importante incentivar a participação da turma para chegar à relação citada.

Assim, substituindo a equação (1) e (3) na equação (2), vamos obter a equação (4):

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (4)$$

Deve ser feito o passo a passo com a participação da turma. Se possível, estimular eles mesmos a chegar nessa relação. Vamos ajudar nos passos interagindo com os alunos e, no próximo encontro, vamos colocar o que foi visto em prática.

Capítulo 6 - SEQUÊNCIA PARA O ALUNO

6.1 1º ENCONTRO: DEMOSTRAÇÃO INVESTIGATIVA.

Escola:

Professor:

Data: ____/____/____

Grupo:

Turma:

Questão 1. *Se ligarmos o alto-falante, que está conectado ao fio e ao amplificador de áudio, o que acontecerá com o fio? Escreva suas hipóteses abaixo, após debatê-las com o grupo.*

Questão 2. *Após a observação da demonstração, o que vocês podem afirmar sobre a hipótese feita pelo grupo? Ela se confirmou? Caso não tenha sido confirmada, revise a hipótese e escreva um novo argumento a seguir. Quais variáveis podem influenciar o padrão observado no fio?*

6.2 2º ENCONTRO: ANÁLISE DE VIDEO

Escola:

Professor:

Data: ____/____/____

Grupo:

Turma:

Nesta segunda aula, faremos a análise de trechos de dois vídeos disponíveis no YouTube.

Vídeo para a primeira e segunda questão

CORDAS do VIOLÃO MOLENGAS: defeito ou efeito?, disponível no QR Code ao lado ou no link: https://www.youtube.com/watch?v=3P9_O1IBzrI. A duração total do vídeo é de 12 minutos e 29 segundos, mas utilizaremos apenas um trecho selecionado. Vamos reproduzir o vídeo citado a partir de 4 minutos e 44 segundos, até 10 minutos e 46 segundos.



Questão 1. *Observando o efeito Rolling Shutter nas diferentes cordas do violão, formule hipóteses sobre o porquê de cada corda apresentar uma onda com característica diferente das outras. Quais fatores podem provocar essas diferentes ondas?*

Questão 2. *Vocês já observaram o efeito Rolling Shutter em algum outro lugar? E as ondas estacionárias e vibrações mecânicas, onde elas podem ser encontradas no nosso dia a dia?*

Vídeo para a terceira questão

Para saber + este vídeo é uma produção da Escola Politécnica da USP, disponível no QR Code ao lado ou no link: <https://www.youtube.com/watch?v=l0zJ3WupJAU> que aborda a análise numérica e experimental de vibrações em pontes. Deve ser visto os 2 minutos iniciais do vídeo, que tem duração de 5 minutos no total, no qual será feito um apanhado das tecnologias desenvolvidas a partir desse tema.



Questão 3. *Como os estudos sobre oscilações são essenciais para a ciência, tecnologia, sociedade e meio ambiente, já que vivemos em cidades cada vez maiores e que necessitam de pontes e prédios? Quais seriam os impactos causados se ocorresse com a ponte Aracaju-Barra o que aconteceu com a ponte de Tacoma Narrows, em 1940. Quais seriam as implicações para as duas cidades, do ponto de vista social e ambiental? Como a ciência e seu constante aprimoramento evitam esse tipo de situação?*

Escola:

Professor:

Data: ____/____/____

Grupo:

Turma:

Procedimento experimental:

1. Com o experimento já previamente montado, ligue o Gerador de Ondas e comece ajustando a frequência em 10 Hz.
2. Certifique-se de que o volume está na metade e a forma de onda utilizada é senoidal.
3. Observe o que acontece com o alto-falante e, conseqüentemente, com a corda à medida que a frequência varia.
4. A corda está submetida a uma tração referente a uma massa m .

1ª Parte: Frequências naturais de vibração

Partindo da frequência de **10 Hz**, aumente-a lentamente e observe o que acontece com a corda até encontrar o **primeiro harmônico** (frequência fundamental), que apresenta **1 ventre e 2 nós**.

Questão 1: Aumente a frequência lentamente e, sendo n o número de ventres (harmônicos) na corda, anote agora, para cada n , a frequência do harmônico f_n em que ocorre a ressonância. Registre os dados na **Tabela 1**.

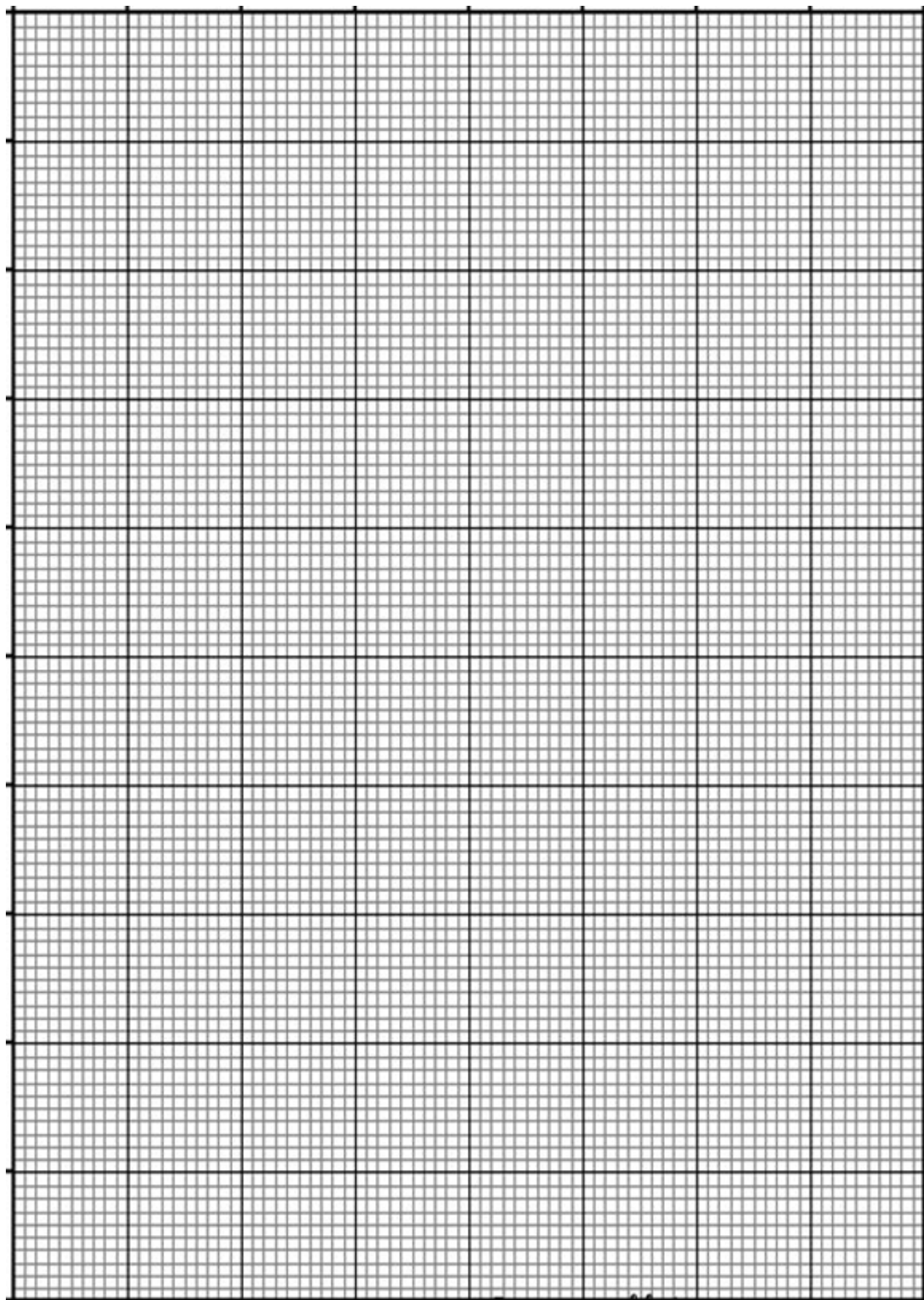
Tabela 1 — Número de harmônicos (n) x Frequência

n	1	2	3	4	5	6
Frequência (Hz)						

Fonte: O autor (2024).

Questão 2: Existe uma relação entre o número de harmônicos e a frequência. Como podemos relacioná-los?

Questão 3: Utilizando os dados da Tabela 1, faça um gráfico da frequência em função do número de harmônicos ($f_n \times n$) em papel milimetrado. Qual é a forma esperada para a curva? O que representa o coeficiente angular?



Questão 7. A velocidade de propagação de uma onda numa corda está relacionada à tensão (T) aplicada na corda e à densidade linear (μ). Procure essa equação e a escreva.

Questão 8. Qual é a relação de dependência entre a massa e as frequências de ressonância?

Questão 9. Qual é a relação de dependência entre a densidade linear (μ) e a velocidade de propagação da onda?

Escola:

Professor:

Data: ____/____/____

Grupo:

Turma:

Epistemologia Histórica das vibrações mecânicas

As vibrações mecânicas remontam aos tempos antigos, onde Pitágoras, o renomado filósofo e matemático grego, iniciou os primeiros passos rumo à ciência das vibrações. Utilizando um simples monocórdio como o da Figura 1, Pitágoras explorou como o comprimento de uma corda influenciava a altura do som produzido.



Figura 1: Os experimentos de Pitágoras monocórdio.
Retirado de: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/cle6w9e64n5o>

Essas investigações transcenderam as meras curiosidades musicais e representaram o começo de uma compreensão mais profunda sobre as vibrações. As descobertas de Pitágoras não apenas mostraram a interseção entre a Física e a música, mas também estabeleceram fundamentos essenciais que seriam explorados e expandidos em futuros estudos científicos (SANTOS e SAMIR, 2023). Assim, ele abriu caminho para uma análise sistemática da relação entre o comprimento da corda e a frequência do som, um princípio que permanece central na física das ondas até hoje.

No início do século XVII, Galileu Galilei (1564-1642), considerado o fundador da ciência experimental moderna, iniciou seus estudos sobre o movimento oscilatório a partir da observação de um pêndulo na Catedral de Pisa. Galileu estabeleceu a relação entre o comprimento do pêndulo e o seu período de oscilação, além de destacar o fenômeno da ressonância entre dois corpos. Embora Galileu tenha indicado que a frequência de vibração de uma corda vibratória esticada dependia de sua tensão, densidade e comprimento, foi Marin Mersenne (1588-1648) quem formalizou essas observações. Em sua obra *Harmonicorum Liber* (1636), Mersenne consolidou as relações entre frequência, comprimento de onda e densidade das cordas vibratórias, sendo amplamente reconhecido como o “pai da acústica”. Sua análise sobre a vibração das cordas e o comportamento dos harmônicos abriu o caminho para os estudos modernos sobre vibrações e acústica. Durante o mesmo período, Robert Hooke (1635-1703) também realizou experimentos relacionados ao som e à frequência de vibração das cordas, enquanto Joseph Sauveur (1653-1716) consolidou o termo “acústica” para descrever a ciência do som. Sauveur observou a formação de nós e ventres nas cordas vibrantes, e descreveu o conceito de frequências harmônicas, ou seja, as frequências resultantes da superposição de vibrações elementares (VENCESLAU, 2015).

A revolução na compreensão do movimento e das vibrações veio com Isaac Newton, que em sua obra monumental “*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*” (1686), estabeleceu as bases para a mecânica clássica. As três leis do movimento de Newton, juntamente com a lei da gravitação universal, proporcionaram uma base para explicar não apenas a dinâmica dos corpos celestes, mas também os sistemas vibratórios terrestres. A segunda lei de Newton, em particular, tornou-se uma ferramenta fundamental para derivar as equações que descrevem o movimento de sistemas vibratórios. Essa abordagem matemática e física criou uma base sólida para a ciência das vibrações, permitindo que os fenômenos ondulatórios fossem analisados de maneira sistemática e precisa (BALOLA, 2010).

No início do século XVIII, Brook Taylor fez uma contribuição vital ao estudo das vibrações com seu trabalho “*De motu Nervi tensi*” (1713). Ele descreveu matematicamente o movimento das cordas vibrantes, utilizando uma estrutura axiomática e princípios mecânicos. Taylor estabeleceu uma analogia inovadora entre o comportamento das cordas vibrantes e o movimento de um pêndulo para calcular o período das vibrações, oferecendo uma nova perspectiva sobre como as forças e tensões influenciam o comportamento das cordas. Essa abordagem matemática rigorosa e inovadora ajudou a consolidar o estudo das vibrações como uma ciência robusta, conectando princípios físicos fundamentais com observações experimentais (ABDOUNUR, 2023).

O século XVIII foi também um período de avanços significativos nas equações de movimento que descrevem vibrações. Matemáticos como Daniel Bernoulli, Jean D'Alembert e Leonard Euler introduziram derivadas parciais nas equações de movimento, permitindo uma descrição mais detalhada e precisa das vibrações. Eles refinaram os modelos teóricos existentes, tornando-os mais robustos e aplicáveis a uma variedade maior de sistemas vibratórios. Suas contribuições proporcionaram uma compreensão mais profunda e matemática das vibrações,

facilitando a transição do estudo empírico para uma ciência matemática rigorosa. Esses desenvolvimentos metodológicos foram fundamentais para a formação da teoria moderna das ondas e vibrações, estabelecendo um legado que perdura até os dias atuais (ABDOUNUR, 2023).

Na sequência, Joseph Fourier (1768-1830), com sua teoria analítica do calor, introduziu a expansão de funções arbitrárias em séries de senos e cossenos, permitindo a análise mais detalhada das vibrações. Isso impulsionou a teoria das vibrações para além dos modelos empíricos, utilizando métodos matemáticos mais robustos (OURIQUE, 2024).

Já no século XIX, Lord Rayleigh (1842-1919) contribuiu com o desenvolvimento do Método da Energia, que se tornou essencial para a análise de vibrações em sistemas mecânicos complexos, especialmente para sistemas com múltiplos graus de liberdade. Stephen Timoshenko (1878-1972) também avançou a teoria das vibrações ao incluir os efeitos de deformação por cisalhamento e inércia de rotação em vigas, algo que ainda é de grande importância na engenharia moderna (BASSALO 1992).

Com o avanço tecnológico no século XX, a análise de vibrações evoluiu para modelos computacionais precisos, utilizando instrumentos como lasers para medir vibrações com grande precisão. O estudo das vibrações mecânicas continuou a evoluir, com um foco especial na aplicação de modelos matemáticos para entender o comportamento de grandes estruturas, como pontes e edifícios. As oscilações mecânicas desempenham um papel crucial na engenharia civil, onde o conhecimento dessas vibrações pode ser a diferença entre a estabilidade e o colapso de uma estrutura. O caso clássico da Ponte de Tacoma Narrows, que entrou em colapso em 1940 devido a um fenômeno de ressonância, ilustra a importância de se compreender e prever o comportamento vibratório das construções.

Hoje, a ciência das vibrações não se limita apenas à engenharia estrutural, mas também é essencial para áreas como a aeronáutica, a indústria automobilística e até mesmo a medicina, onde a compreensão das ondas pode ser aplicada em tecnologias de diagnóstico, como os ultrassons. A aplicação de ferramentas computacionais modernas permite simular sistemas complexos, garantindo maior precisão na análise das oscilações mecânicas. Com isso, a ciência segue aprimorando seus métodos, evitando desastres como o de Tacoma e garantindo a segurança e eficiência das grandes construções e tecnologias contemporâneas.

Ondas progressivas em cordas

Seja uma corda com densidade de massa linear (μ), que é mantida tensa através da aplicação de uma força de tração constante (T). Se um dos extremos da corda for pulsado periodicamente, será gerada uma onda harmônica viajando pela corda. Essa onda é dita transversal, pois a perturbação ou oscilação, no caso de ondas periódicas, é perpendicular à direção de avanço da perturbação, vou seja, da direção de propagação. A fórmula que relaciona esses parâmetros, é dada pela equação:

$$v = \sqrt{T/\mu} \quad (1)$$

Por outro lado, a velocidade de propagação da onda progressiva pode ser calculada sabendo que uma crista percorre uma distância (comprimento da onda) durante o tempo T (período de oscilação)

$$v = \lambda/T = \lambda f \quad (2)$$

Onde λ é o comprimento de onda, que é a distância entre dois pontos consecutivos em fase (como dois vales ou dois nós), e f é a frequência da onda, que representa quantas oscilações ocorrem por segundo, medida em Hertz (Hz). O período (T) é o tempo que uma oscilação completa leva para acontecer, e é o inverso da frequência, $T = 1/f$. Até aqui, tudo certo?

Ondas estacionárias na corda

Se as extremidades da corda estiverem fixas, é possível obter uma onda estacionária resultante da superposição de duas ondas, viajando em direções opostas: a onda gerada pela fonte desde um extremo e a onda refletida no extremo oposto fixo. A onda estacionária é uma oscilação da corda sem propagação da perturbação; as cristas não viajam pela corda. No entanto, cada elemento da corda oscila verticalmente com frequência f .

Na Figura 3.1 são mostrados os possíveis harmônicos para a corda com extremos fixos. A curva representada é a envoltória da oscilação: a máxima deflexão da corda para cima ou para abaixo. Ao longo do tempo, cada elemento de corda oscila verticalmente entre esses extremos com frequência f .

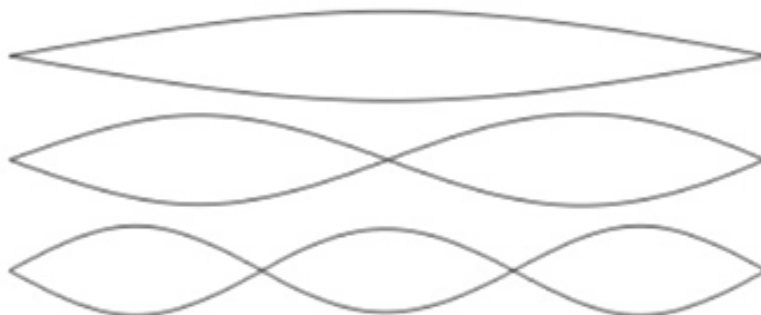


Figura 3.1: Harmônicos para a corda com extremos fixos.

Pelo fato de os extremos da corda corresponderem aos nós da onda estacionária, os comprimentos λ_n dos harmônicos estão restritos. Da Figura 3.1 pode se concluir que os únicos valores possíveis de λ_n , numa corda de comprimento L , devem satisfazer a condição:

$$L = n \lambda / 2 \quad (3)$$

Na qual $n = 1, 2, 3, \dots$ é um número inteiro que identifica o harmônico gerado na corda. Como a velocidade das ondas, que se superpõem na corda, é sempre a mesma (depende unicamente do meio), então, a frequência de cada harmônico deve ser diferente para manter o produto constante em (2):

Deve ser feito uso do aparato experimental para visualizarmos os harmônicos. Agora vamos relacionar a equação da onda, substituindo o comprimento de onda e a velocidade pelas fórmulas trabalhadas anteriormente, chegando à seguinte relação. É sempre importante incentivar a participação da turma para chegar à relação citada.

Assim, substituindo a equação (1) e (3) na equação (2), vamos obter a equação (4):

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (4)$$

Capítulo 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O produto educacional “Oscilador Mecânico, um aparato experimental para o ensino de ondas estacionárias por meio de uma abordagem investigativa” foi desenvolvido como uma ferramenta de suporte para professores de Física, com o objetivo de proporcionar uma experiência de ensino mais investigativa e prática, voltada para o desenvolvimento da Alfabetização Científica (AC) no contexto escolar. Por meio do uso de um aparato experimental simples e acessível, o professor poderá conduzir aulas dinâmicas que integram teoria e prática, permitindo que os alunos explorem conceitos fundamentais das ondas estacionárias de maneira ativa e colaborativa.

Este material foi pensado para promover a argumentação e a construção de hipóteses, favorecendo interações entre alunos e professores. O uso da experimentação prática com o oscilador mecânico como base para a sequência de ensino investigativa (SEI) possibilita a visualização direta dos fenômenos físicos, tornando a compreensão mais acessível e estimulando o pensamento crítico. Durante as atividades investigativas, espera-se que os alunos possam organizar suas ideias, discutir em grupo e chegar a conclusões baseadas nas evidências observadas no experimento.

Com base na análise qualitativa realizada em duas turmas de segunda série do ensino médio, foi possível constatar que a metodologia utilizada neste produto educacional atingiu seus objetivos, promovendo avanços claros nas habilidades de argumentação, formulação e teste de hipóteses, justificativa, raciocínio lógico e proporcional, além da interpretação de dados. Essas competências, associadas aos indicadores de AC, foram observadas de forma consistente nas respostas dos alunos e em suas discussões, conforme proposto por Sasseron e Machado (2017). O uso do aparato experimental permitiu que os estudantes compreendessem melhor as variáveis envolvidas no fenômeno das ondas estacionárias, como frequência, tensão e densidade linear, e como essas variáveis influenciam o comportamento das ondas.

Para os professores que utilizarem este material, é importante considerar que a transição para uma abordagem investigativa pode apresentar desafios, especialmente para alunos que estão mais acostumados a métodos expositivos. No entanto, essa mudança oferece benefícios claros, como o aumento do engajamento dos alunos e a maior autonomia no processo de aprendizagem. O papel do professor é fundamental para orientar as discussões, estimular o pensamento crítico e auxiliar na formulação de hipóteses durante as aulas.

Este produto educacional oferece uma base para a promoção de uma educação científica mais contextualizada e participativa, aproximando os conceitos físicos do cotidiano dos alunos. Além de proporcionar um aprendizado mais profundo dos fenômenos ondulatórios, essa abordagem contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais para a formação científica e cidadã dos estudantes.

Espera-se que este material possa ser adaptado e utilizado em diferentes contextos, sempre com o objetivo de promover uma aprendizagem significativa, que estimule a curiosidade, a investigação e a construção colaborativa do conhecimento científico.

Capítulo 8 - REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, Oscar João; CAMPOS, Glauco Aparecido de. Um estudo da corda vibrante por Brook Taylor (1685-1731): De Moto Nervi Tensi (Sobre o movimento de uma corda tensa). **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 23, n. 46. 179–193 p, 2023. Disponível em: <https://rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/417>. Acesso em: 7 jun. 2024.

ABUCHAIBE, Rafael. **Quatro aspectos fascinantes da vida de Pitágoras**: além da matemática. BBC NEWS BRASIL. 2023. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/cle6w9e64n5o>. Acesso em: 28 out. 2024.

BALOLA, Raquel. **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica**: Trabalho de mestrado que traduz a obra de Isaac Newton (1686). 2010 Dissertação (Faculdade de Letras) - Universidade de Lisboa. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/5363>. Acesso em: 28 jun. 2024.

BASSALO, José Maria Filardo. A importância do estudo da história da ciência. **Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência**, 1992. Disponível em: <https://rbhciencia.emnuvens.com.br/rsbhc/article/view/425>. Acesso em: 28 out. 2024.

CARVALHO, Anna Maria Pessoa de. **O ensino de Ciências por investigação**: Condições para implementação em sala de aula. 1 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

FREIRE, Paulo. **Educação como prática de liberdade**. São Paulo: Paz e Terra, 1980.

OURIQUE, Luiz Eduardo. **CÁLCULO COMPUTACIONAL DA SÉRIE DE FOURIER**. 2024. Disponível em: <https://editora.pucrs.br/anais/erematsul/minicursos/calculocomputacional.pdf>. Acesso em: 28 out. 2024.

SANTOS, Victor Kawata; SAMIR, Assuena. A matemática das vibrações mecânicas. **Simpósio de Iniciação Científica, Didática e de Ações Sociais da FEI**, São Bernardo do Campo, 2023. Disponível em: https://fei.edu.br/sites/sicfei/2023/ARTIGO_43.pdf. Acesso em: 2 jul. 2024.

SASSERON, Lúcia Helena. **ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA, ENSINO POR INVESTIGAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO**: RELAÇÕES ENTRE CIÊNCIAS DA NATUREZA E ESCOLA. Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências. Belo Horizonte, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1983-2117201517s04>. Acesso em: 25 set. 2024.

SASSERON, Lúcia Helena; MACHADO, Vitor Fabrício. **Alfabetização científica na prática inovando a forma de ensinar física**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. 108 p.

SILVA, Jonatas Rodrigues. **UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO INVESTIGATIVA PARA A ABORDAGEM DO EFEITO FOTOVOLTAICO**. Volta Redonda, 2020 Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Física) - Universidade Federal Fluminense.

VENCESLAU, Sheyla Maurício Maia. **Modelagem matemática de sistemas vibratórios com aplicação de autovalores**. São Cristóvão, 2015 Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Sergipe. Disponível em: file:///C:/Users/joand/Downloads/SHEYLA_MAUICIO_MAIA_VENCESLAU.pdf. Acesso em: 22 fev. 2024.