



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA - PPGEICIMA
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**



EDUARDA SANTOS NASCIMENTO FREIRE

**UMA ANÁLISE DO USO DA METODOLOGIA DE ENSINO-
APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA A ABORDAGEM DE PRODUTOS
NOTÁVEIS EM TURMAS DO NONO ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA
MUNICIPAL (ARACAJU – SERGIPE)**

EDUARDA SANTOS NASCIMENTO FREIRE

**UMA ANÁLISE DO USO DA METODOLOGIA DE ENSINO-
APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA A ABORDAGEM DE PRODUTOS
NOTÁVEIS EM TURMAS DO NONO ANO DE UMA ESCOLA PÚBLICA
MUNICIPAL (ARACAJU – SERGIPE)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe – PPGECIMA/UFS, pela linha de pesquisa Epistemologia e Ensino, Práticas Pedagógicas e Formação de Professores.

Orientadora: Profa. Dr.^a Ivanete Batista dos Santos

São Cristóvão – SE
2026

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**

F866a Freire, Eduarda Santos Nascimento.
Uma análise do uso da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática por meio da resolução de problemas para a abordagem de produtos notáveis em turmas do nono ano de uma escola pública municipal (Aracaju-Sergipe) / Eduarda Santos Nascimento Freire; orientadora Ivanete Batista dos Santos. - São Cristóvão, SE, 2026.
102 f.:il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2026.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2, Abordagem interdisciplinar do conhecimento na educação. 3. Ensino fundamental. 4. Ensino - Metodologia. I. Santos, Ivanete Batista dos, orient. II. Título.

CDU 51:37.02



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGEICIMA**



EDUARDA SANTOS NASCIMENTO FREIRE

**UMA ANÁLISE DO USO DA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-
AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA
A ABORDAGEM DE PRODUTOS NOTÁVEIS EM TURMAS DO NONO ANO DE UMA
ESCOLA PÚBLICA MUNICIPAL (ARACAJU/SERGIPE)**

**APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
27 DE MARÇO DE 2026**

Documento assinado digitalmente



IVANETE BATISTA DOS SANTOS
Data: 30/03/2026 09:53:17-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos (Orientadora)
PPGEICIMA/UFS**

Documento assinado digitalmente



JOAO PAULO ATTIE
Data: 01/04/2026 10:07:28-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Prof. Dr. Joao Paulo Attie (Membro interno)
PPGEICIMA/UFS**

Documento assinado digitalmente



DEOCLECIA DE ANDRADE TRINDADE
Data: 02/04/2026 12:59:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Profa. Dra. Deoclecia de Andrade Trindade (Membro externo)
Universidade do Estado da Bahia/UNEB**

“Não te esqueças de que uma vez iniciada essa jornada, o fim é certo. Ninguém pode deixar de fazer o que Deus lhe indicou que fizesse. Quando esqueceres, lembra-te de que caminhas com Ele e com o Seu Verbo no teu coração. Quem poderia se desesperar quando tem uma Esperança com essa?”

(Um Curso em Milagres)

AGRADECIMENTOS

Chegar ao final de uma etapa nunca é possível sozinho. Por esse motivo, gostaria de agradecer:

A Deus, pelo dom da vida e pela graça que me sustentou ao longo desta caminhada. Nos dias de dúvida, cansaço e incerteza, a fé me lembrou que eu não estava sozinha.

Aos meus pais, Eduardo e Márcia, pelo amor, cuidado e carinho que sempre recebi. Em especial, agradeço à minha mãe que me inspirou o amor pela Matemática, me incentivando por meio de seu exemplo. Obrigada por sempre acreditarem em mim, muitas vezes mais do que eu mesma acreditei.

Ao meu esposo, Mateus, pelo amor, companheirismo, apoio e paciência em todos os momentos.

A toda a minha família, pelas orações, pelo carinho e pela compreensão nos momentos em que o tempo e a distância foram necessários. Obrigada por sempre me incentivarem a continuar lutando pelos meus sonhos. Sou feliz por receber tanto apoio de vocês. Amo a todos.

Aos meus amigos, que tornaram essa jornada mais leve e significativa. Em especial à minha parceira de choros e atrasos, Elaine. “Abiga”, viver o mestrado com você tornou essa caminhada ainda mais especial. Obrigada por tanto. Eu não chegaria até aqui sem você. Juntamente com Diogo, formamos o meu trio favorito, o grupo das “fofocas do mestrado”. O que seria dessa jornada sem nossos surtos, reclamações e risadas? Guardarei com carinho cada momento que vivemos.

Também agradeço ao grupo dos “Concursos”, formado pelos meus amigos desde a graduação: Adionelle, Angelina, Edivangel, Elaine, Lays e Vanessa. Mesmo seguindo caminhos diferentes, vocês permanecem presentes, prontos para ouvir, acolher e apoiar. A amizade de vocês é um presente que a Matemática me deu.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA) e à Universidade Federal de Sergipe (UFS), pela oportunidade de realização do mestrado e por proporcionarem um ambiente de formação e crescimento acadêmico.

À minha orientadora, Prof.^a Dr.^a Ivanete Batista dos Santos, pelas orientações, ensinamentos, paciência, e por acreditar em mim. Admiro e me inspiro em seu trabalho; é realmente um privilégio aprender com a senhora desde a graduação até este momento.

À banca examinadora, Prof.^a Dr.^a Deoclecia de Andrade Trindade e Prof. Dr. João Paulo Attie, pela disponibilidade, pelas leituras cuidadosas e pelas contribuições.

Aos participantes da pesquisa, sem os quais este trabalho não seria possível.

Por fim, a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta dissertação: meu muito obrigada!

RESUMO

Neste texto é apresentado o resultado de uma pesquisa que teve por objetivo analisar o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para abordar produtos notáveis em uma turma do nono ano de uma escola pública municipal em Aracaju, Sergipe. Adota-se como aporte teórico a proposta de Onuchic e Allevato (2021), cuja metodologia integra simultaneamente os processos de ensino, aprendizagem e avaliação. A abordagem metodológica adotada é um estudo de caso, para identificar implicações causadas pelo uso da metodologia na abordagem de produtos notáveis. Inicialmente, foi realizado um levantamento na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no repositório da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) para uma familiarização com a temática, foram selecionados para exame os trabalhos de Kucinskas (2024), Moraes (2022), Trento (2019), Silva (2018) e Soares (2018). Em seguida, à luz da proposta de Onuchic e Allevato (2021), é apresentada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da resolução de problemas, bem como os passos indicados pelas autoras para a sua implementação, além de uma associação entre os trabalhos e a metodologia. Os sujeitos da pesquisa foram um professor de Matemática, e trinta e um alunos, tendo como fonte as orientações propostas no livro didático de Giovanni Junior (2022) sobre o ensino de produtos notáveis. Em seguida, foi realizada uma tipificação dos problemas presentes no livro didático adotado para uso na escola, com base em Dante (2005), e constatou-se, que a tipificação dos problemas do livro didático não evidenciou a presença de problemas geradores adequados à aplicação da metodologia para abordar o objeto de conhecimento. No entanto, esse levantamento permitiu a identificação de caminhos para a criação/adaptação de problemas geradores, o que resultou na seleção de situações problemas alinhados às recomendações de Onuchic e Allevato (2021). As aplicações ocorreram em seis encontros e a análise delas permitiu constatar que o uso da metodologia pode favorecer a construção do conhecimento matemático, ao mobilizar conhecimentos prévios e o trabalho em equipe, por meio da valorização das estratégias elaboradas pelos alunos, o que possibilita ao professor atuar como mediador do processo de ensino, trabalhando principalmente por meio de questionamentos. Os registros produzidos pelos alunos permitiram identificar não apenas os resultados obtidos, mas também os caminhos para a resolução, os equívocos cometidos e as estratégias mobilizadas para superá-los, constituindo-se como elementos relevantes para o processo de avaliação. Ademais, observou-se que adaptações no roteiro metodológico de Onuchic e Allevato (2021) não comprometeram o processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Assim, a partir dos dados coletados é possível inferir que a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação pode contribuir para a abordagem dos produtos notáveis, especialmente quando articula representações de objetos do conhecimento geométrico aos algébricos.

Palavras-chaves: Resolução de problemas como metodologia. Produtos notáveis. Ensino-Aprendizagem-Avaliação.

ABSTRACT

This text presents the result of a research study whose objective was to analyze the use of the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving to approach notable products in a ninth-grade class at a municipal public school in Aracaju, Sergipe. The theoretical framework adopted is the proposal de Onuchic and Allevato (2021), whose methodology simultaneously integrates the processes of teaching, learning, and assessment. The methodological approach adopted is a case study, in order to identify implications caused by the use of the methodology in the approach to notable products. Initially, a survey was conducted in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD) and in the repository of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) for familiarization with the theme. The works selected for examination were those by Kucinskas (2024), Morais (2022), Trento (2019), Silva (2018), and Soares (2018). Subsequently, in light of the proposal of Onuchic and Allevato (2021), the Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving is presented, as well as the steps indicated by the authors for its implementation, in addition to an association between the studies and the methodology. The research subjects were one Mathematics teacher and thirty-one students, having as a source the guidelines proposed in the textbook by Giovanni Junior (2022) concerning the teaching of notable products. Next, a typification of the problems present in the textbook adopted for use in the school was carried out, based on Dante (2005), and it was found that the typification of the textbook problems did not evidence the presence of generating problems suitable for the application of the methodology to approach the object of knowledge. However, this survey allowed the identification of paths for the creation/adaptation of generating problems, which resulted in the selection of problem situations aligned with the recommendations of Onuchic and Allevato (2021). The applications took place in six meetings, and their analysis made it possible to verify that the use of the methodology may favor the construction of mathematical knowledge by mobilizing prior knowledge and teamwork through the appreciation of the strategies developed by the students, which enables the teacher to act as a mediator of the teaching process, working mainly through questioning. The records produced by the students made it possible to identify not only the results obtained, but also the paths to the resolution, the mistakes made, and the strategies mobilized to overcome them, constituting relevant elements for the assessment process. Furthermore, it was observed that adaptations in the methodological script of Onuchic and Allevato (2021) did not compromise the teaching-learning-assessment process. Thus, based on the collected data, it is possible to infer that Problem Solving as a teaching-learning-assessment methodology may contribute to the approach to notable products, especially when it articulates representations of geometric objects of knowledge with algebraic ones.

Keywords: Problem solving as methodology. Notable products. Teaching-Learning-Assessment.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Roteiro de passos orientados por Onuchic e Allevato (2021).....	32
Figura 2 – Coleção “A conquista Matemática”	42
Figura 3 - Capítulo destinado a produtos notáveis e fatoração	42
Figura 4 - Vitrais associados aos produtos notáveis.....	43
Figura 5 - Recorte das representações geométricas no livro didático	44
Figura 6 - Produto da soma pela diferença associado a geometria.....	44
Figura 7 - Parte do livro dedicada aos problemas	46
Figura 8 - Problema do tipo padrão	47
Figura 9 - Problemas do tipo aplicação	48
Figura 10 - Vitrais e produtos notáveis	49
Figura 11 – Quadrado da Soma de Dois Termos	49
Figura 12 – Quadrado da diferença de dois termos.....	51
Figura 13 – Produto da soma pela diferença de dois termos.....	53
Figura 14 - Representação do produto da soma pela diferença no livro Matemática Bianchini.....	53
Figura 15 - Cubo 1.....	54
Figura 16 - Cubo da soma de dois termos	54
Figura 17 - Cubo da diferença de dois termos.....	55
Figura 18 - Problema 1	56
Figura 19 - Alunos lendo o problema individualmente.....	57
Figura 20 - Anotações dos alunos na figura do problema 1	57
Figura 21 - Alunos reunidos em grupo resolvendo o problema	58
Figura 22 - Alunos resolvendo problemas na lousa	59
Figura 23 - Registro na lousa (G1, G2, G3)	60
Figura 24 - Registro na lousa (G4, G5)	61
Figura 25 - Rascunho do aluno ao resolver o problema.....	61
Figura 26 - Resolução do quadrado da soma de dois termos utilizando área.....	62
Figura 27 - Aluno explicando como resolveu a questão para o professor por meio do problema impresso.....	63
Figura 28 - Rascunho da resolução do problema 1	63
Figura 29 - Formalização do quadrado da soma de dois termos pelo professor	64

Figura 30 - Problema 2	65
Figura 31 - Alunos utilizando a folha como um material manipulável.....	66
Figura 32 - Exemplo do material manipulável utilizado em sala	67
Figura 33 - Professor incentivando e observando os grupos durante a resolução do problema	68
Figura 34 - Registros na lousa referentes ao segundo problema	68
Figura 35 - Alunos utilizando a figura e a folha impressa para apresentar como resolveram os problemas	69
Figura 36 - Formalização do quadrado da diferença de dois termos.....	71
Figura 37 - Alunos reunidos em grupos na biblioteca.....	72
Figura 38 - Problema 3	73
Figura 39 - Professor mediando dúvidas dos alunos	74
Figura 40 - Resolução do problema 3 por meio da história da matemática	74
Figura 41 - Estudantes apresentando na lousa a resolução do problema 3	75
Figura 42 - Estudantes apresentando na lousa a resolução do produto da soma pela diferença	75
Figura 43 - Resoluções do problema 3	76
Figura 44 - Professor direcionando questionamentos a alunos na plenária.....	77
Figura 45 - Professor formalizando o produto da soma pela diferença.....	78
Figura 46 – Rascunho 1	79
Figura 47 - Rascunho 2	79
Figura 48 - Rascunho 3	79
Figura 49 - Rascunho 4	79
Figura 50 - Rascunho 5	80
Figura 51 - Problema 4.....	81
Figura 52 - Professor lendo o problema em voz alta.....	82
Figura 53 - Professor acompanhando as resoluções dos grupos	83
Figura 54 - Alunos na lousa escrevendo a resolução do problema 4	84
Figura 55 - Resoluções do grupo 1 e 2	84
Figura 56 - Resolução Grupo 3 e 4.....	85
Figura 57 - Resolução dos grupos 5 e 6	85
Figura 58 - Professor formalizando o cubo da soma e da diferença	86

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Trabalhos selecionados, em título, autor, tipo e ano.....	21
Quadro 2 - Roteiro para o uso da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de problemas	31
Quadro 3 - Aproximações e distanciamentos das pesquisas com Onuchic e Allevato (2021)	38
Quadro 4 - Datas das aulas observadas	41
Quadro 5 - Tipos de problemas.....	4545
Quadro 6 - Primeiro problema gerador	49
Quadro 7 – Segundo problema gerador	51
Quadro 8 - Terceiro problema gerador.....	52
Quadro 9 - Quarto problema gerador	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Tipificação dos problemas.....	47
---	----

LISTA DE SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
NIHPEMAT	Núcleo de Investigação sobre História e Perspectivas Atuais da Educação Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBIC	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PPGECIMA	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFS	Universidade Federal de Sergipe

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	16
1. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E PRODUTOS NOTÁVEIS: Uma aproximação com o tema	20
1.1. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas e Produtos Notáveis nas pesquisas.	22
1.2 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas	30
1.3 Aproximações e distanciamentos entre as pesquisas analisadas e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas	34
2. DELINEAMENTO DAS FONTES E SUJEITOS.....	39
2.1 Contexto e escola participante	39
2.2 Participantes da pesquisa	40
2.3 Organização das aulas	41
2.4 Livro Didático	42
3. SELEÇÃO DOS PROBLEMAS GERADORES	45
4. UMA ANÁLISE DA APLICAÇÃO DOS PROBLEMAS GERADORES.....	55
4.2 Aplicação do 2º problema - Quadrado da diferença de dois termos por meio da área de um quadrado	65
4.3 Aplicação do 3º problema – Produto da soma pela diferença de dois termos por meio da área de um retângulo.....	71
4.4 Aplicação do 4º problema – Cubo da soma e da diferença de dois termos por meio do volume de cubos	81
CONSIDERAÇÕES	88
REFERÊNCIAS	91
APÊNDICE A - ROTEIRO DE ENTREVISTA.....	93
APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO..	94

APÊNDICE C - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	97
APÊNDICE D - TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGEM E DEPOIMENTO.....	100
APÊNDICE E - MODELO DE PLANO DE AULA.....	101

INTRODUÇÃO

Ao longo da minha trajetória acadêmica e profissional, diferentes experiências contribuíram para a construção do meu olhar sobre o ensino da Matemática e o uso das metodologias de ensino. No processo de desenvolver um “eu pesquisadora”, disciplinas e programas despertaram meu interesse por abordagens metodológicas, em especial a resolução de problemas, motivando a elaboração da pesquisa.

O desejo de compreender a razão pela qual me interesse por uma disciplina que, muitas vezes, encontra resistência entre os estudantes, e a vontade de torná-la mais acessível me levou à Licenciatura em Matemática, em 2018, na Universidade Federal de Sergipe (UFS). Nesse percurso, um programa marcou o início dessa jornada: O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID)¹.

Durante minha participação no referido programa, um momento marcante foi o contato com o texto *Como ensinar Matemática hoje?* de D’Ambrósio (1989). Nesse artigo, a autora discute e critica o ensino tradicional, amplamente utilizado até os dias atuais, o qual está centrado na transmissão de conhecimentos e na repetição de algoritmos. Nessa perspectiva, ela enfatiza a importância de estimular os alunos a serem ativos na construção do seu próprio conhecimento, incentivando-os a explorar, formular hipóteses e desenvolver suas próprias respostas por meio de metodologias do ensino de matemática, e, dentre elas, a Resolução de Problemas².

Com base nos objetivos do grupo no PIBID, fui estimulada a elaborar aulas que incorporassem metodologias estudadas no texto de D’Ambrósio (1989). Assim, a Resolução de Problemas já foi aplicada em sala em umas das primeiras aulas ministradas, na qual os alunos por meio de palitos de picolé, tabelas e do trabalho em equipe foram desafiados a encontrar a lei de formação da função do primeiro grau por meio de seus conhecimentos anteriores. Ao notar que essa experiência foi bem-sucedida, refleti sobre a possibilidade de aplicar essa metodologia na abordagem de outros conteúdos.

¹ O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) é uma iniciativa que tem como finalidade fomentar a iniciação à docência, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de professores em nível superior e para a melhoria da qualidade da educação básica pública brasileira. O PIBID busca proporcionar a inserção de discentes dos cursos de licenciatura no cotidiano das escolas públicas contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de docentes em nível superior. Adaptado de: <<https://www.gov.br/capes/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/pibid/pibid>>. Acesso em: 10 fev. 2026.

² Neste trabalho, adotou-se o conceito de “Resolução de Problemas” (iniciais maiúsculas) para fazer referência à metodologia de ensino, e “resolução de problemas” (iniciais minúsculas) quando se tratar de recurso.

Em busca de compreender e conhecer a pesquisa em Ensino de Matemática, ingressei no Programa de Iniciação em Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC)³, que tinha por tema geral “Uma caracterização sobre o(s) uso(s) que autores de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental fazem de tendências metodológicas”. Das tendências metodológicas estudadas, o plano de trabalho se dividia em duas partes, uma destinada a caracterizar a resolução de problemas, e a outra, que examinei, destinada a jogos e história da matemática. A partir dessa pesquisa, pude perceber que as tendências metodológicas estão presentes nos livros didáticos nas orientações aos professores. Diante dessa constatação, surgiram questionamentos tais como se os professores leriam essas seções dos livros e, caso lessem, se compreenderiam como aplicar uma aula com base nelas.

Durante o quinto período do curso de licenciatura, cursei a disciplina Metodologia do Ensino da Matemática, a primeira disciplina voltada especificamente para a área de Ensino de Matemática. Nela, estudei os diferentes tipos de aula de Matemática, suas relações com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), além de diversas abordagens metodológicas. Esses aprendizados evidenciaram o quanto a BNCC incentiva o uso de metodologias ativas e a atuação do professor como mediador. Ou seja, alguém que não apenas transmite conhecimento, mas que contribui para tornar o aluno um sujeito ativo no processo de aprendizagem, como propõe, por exemplo, a Metodologia da Resolução de Problemas.

O contato com outras disciplinas também suscitou novas indagações relacionadas ao uso de metodologias e ao trabalho do professor, incentivando o interesse em realizar pesquisas nessa vertente. Nesse contexto, meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) teve como objetivo comparar como o autor da coleção “Matemática – Bianchini” orienta o ensino de números racionais nos livros do 6º e 7º ano. A análise revelou que o autor propõe o uso de materiais manipuláveis e algumas metodologias como história da matemática e jogos. Ao constatar as orientações presentes no livro, surgiu mais uma vez o questionamento se essas orientações são realmente aplicadas em sala de aula. Diante disso, se desencadeou um interesse direto por pesquisar dentro do contexto da sala de aula, tendo como participantes da pesquisa o professor e os alunos.

Após a minha trajetória acadêmica, atuei como docente em turmas do oitavo ano do Ensino Fundamental de uma escola particular, na qual o objeto de conhecimento dos

³ 5 O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento científico e iniciação à pesquisa de estudantes de graduação do ensino superior. Adaptado de: <<https://www.gov.br/cnpq/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/programas/programas-ict/pibic>>. Acesso em 10 de fev. 2026.

produtos notáveis é contemplado. Durante essa experiência, observei que muitos alunos apresentavam dificuldade em associar aspectos da parte algébrica aos de parte geométrica quando se trata de produtos notáveis, ou que, em muitas vezes, apenas decoravam expressões e frases e as aplicavam mecanicamente, sem compreender seu significado. Diante disso, comecei a buscar estratégias que auxiliassem na superação dessas dificuldades, tentando utilizar metodologias de ensino. Utilizando a resolução de problemas como aparato teórico, por meio dos quatro passos de Polya (1995)⁴, percebi que era possível utilizar problemas como uma tentativa de conectar a conhecimentos algébricos a conhecimentos geométricos, e trazer sentido para o estudo desse objeto.

Ao ingressar no mestrado, em 2024, participei de uma reunião do Núcleo de Investigação sobre História e Perspectivas Atuais da Educação Matemática (NIHPEMAT), e fui convidada⁵ a realizar a leitura do livro “Resolução de Problemas: Teoria e Prática”. A partir dessa leitura, conheci o entendimento de Onuchic e Allevato (2021) a respeito da Resolução de Problemas, que as pesquisadoras designam como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através⁶ da Resolução de Problemas. Nessa perspectiva, o “[...] ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador” (Onuchic; Allevato, 2021, p.50).

A partir da aproximação teórica com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, e do entendimento de como essa abordagem poderia contribuir para o ensino de conteúdos específicos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, passei a procurar trabalhos que apresentassem essa metodologia e a experiência de sua aplicação em sala de aula.

A escolha pelos produtos notáveis como foco da investigação pode ser justificada por sua relevância no desenvolvimento do pensamento algébrico, e por dificuldades recorrentes que os estudantes apresentam ao lidar em relação a esse conteúdo.

⁴ George Pólya (1887-1985) foi um matemático e professor de matemática húngaro. Atuou como professor no ETH Zürich - Suíça, 1914-1940, e na Stanford University - Califórnia, 1940-1953. Durante a sua carreira, Pólya trabalhou com diferentes tópicos matemáticos, como séries, teoria dos números, geometria, álgebra, análise matemática, combinatória e probabilidade, porém, sua maior contribuição se deu na área da heurística e educação matemática, por meio do livro “A arte de resolver problemas”. Nesse livro, a resolução de problemas é um método estruturado em quatro etapas fundamentais que são 1. Compreensão do tema; 2. Estabelecimento de um plano; 3. Execução do plano e 4. Verificar solução.

⁵ Convite realizado pela orientadora direcionado a mim e à mestranda Elaine Ramos dos Santos.

⁶ Nesta proposta opto por utilizar "por meio" em vez de "através" devido à precisão semântica e ao uso formal do termo.

Frequentemente, se observa que os alunos recorrem à memorização de fórmulas sem compreender sua origem ou significado, o que pode comprometer a aprendizagem e a aplicação desses conhecimentos em situações problema.

Na unidade temática Álgebra, da BNCC, está inserido o objeto de conhecimento dos produtos notáveis. Nessa unidade, se espera que o estudante, por meio dos objetos de conhecimento algébricos, desenvolva competências como o reconhecimento de padrões, a simplificação de cálculos e a manipulação de expressões, habilidades fundamentais para a construção do pensamento algébrico. Um exemplo disso está presente na habilidade EF09MA09⁷, que propõe: “Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau” (Brasil, 2018, p. 317). Constata-se que essa habilidade está diretamente ligada à proposta de um ensino que não se limita à repetição mecânica, mas que busca desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas.

Dessa forma, optei por adotar como temática para a pesquisa a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de problemas associada ao ensino de Produtos notáveis. Para isso, procurei mapear possíveis dissertações e teses envolvendo os temas em questão, realizando uma busca na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), utilizando as palavras-chave “resolução de problemas” e “produtos notáveis” como comandos, o que resultou em quatro dissertações, porém após a leitura breve desses trabalhos percebi que nenhum deles tratava diretamente dos temas de forma conjunta, ou seja, não identifiquei trabalhos que tratassem diretamente da Resolução de Problemas e dos Produtos Notáveis. Essa lacuna na literatura acentuou ainda mais a necessidade de investigações que explorem a conciliação entre a metodologia de resolução de problemas e o ensino de produtos notáveis.

Identifiquei que o objeto dos produtos notáveis faz parte do nono ano do Ensino Fundamental, conforme apresentado na BNCC, e sabendo que os Anos Finais são de responsabilidade do município, se levantou a indagação: Como o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas funciona para a abordagem de produtos notáveis por estudantes do nono ano do ensino fundamental?

⁷ Código alfanumérico da BNCC que indica uma habilidade do Ensino Fundamental (EF), do nono ano (09), no componente curricular de Matemática (MA), sendo a nona habilidade listada (09).

Desse modo, o objetivo geral para a pesquisa foi analisar o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para abordar produtos notáveis em turmas do nono ano de uma escola pública municipal (Aracaju-Sergipe). Pesquisa de caráter descritivo, posto que visa descrever “[...] características de determinada população ou fenômeno” (Gil, 2002, p.42), como também, um estudo de caso, pois coleta e analisa informações detalhadas sobre um grupo, buscando compreender aspectos variados e investigando uma comunidade de forma aprofundada. (Prodanov; Freitas, 2013). Além disso, a abordagem é qualitativa, busca “[...] explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos” (Gerhardt; Silveira, 2009, p.32).

Para a pesquisa, foi definido também os seguintes objetivos específicos: Elaborar situações problemas baseadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para introduzir o conteúdo de produtos notáveis; e identificar as implicações do uso dessa metodologia na abordagem desse objeto de conhecimento, considerando as respostas dos estudantes e as percepções do professor envolvido.

Para apresentar os dados obtidos por meio da pesquisa, este texto está organizado em quatro sessões: na primeira, realiza-se uma aproximação com a temática por meio de um levantamento de pesquisas, além da fundamentação teórica sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas. Posteriormente, descreve-se as fontes e sujeitos da pesquisa. Na terceira sessão, como foram selecionados os problemas geradores e na quarta uma análise sobre as aplicações de situações problemas em sala de aula em uma turma de nono ano. Por fim, são tecidas considerações sobre os resultados alcançados.

1. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E PRODUTOS NOTÁVEIS: Uma aproximação com o tema

Com o intuito de estabelecer uma aproximação com as temáticas relacionadas a investigação e conhecer pesquisas já desenvolvidas em uma linha semelhante, foi realizado um levantamento de teses e dissertações disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes.

Em um primeiro momento, para o refinamento da busca na BDTD, foram utilizadas as palavras-chave “resolução de problemas” e “produtos notáveis”. No entanto, os trabalhos encontrados não abordavam essas temáticas de forma articulada, uma vez que exploravam concepções distintas sobre a Resolução de Problemas, além de tratar o objeto de conhecimento “produtos notáveis” de maneira individual.

Diante desse resultado, em um segundo refinamento da busca, ainda na BDTD, foram utilizadas as palavras-chave “resolução de problemas”, “ensino-aprendizagem-avaliação”, “álgebra” e “ensino fundamental”. Essa nova busca resultou em onze trabalhos, dentre os quais foram selecionados aqueles que mais se aproximavam da proposta desta pesquisa, especialmente os que envolviam conteúdos relacionados aos produtos notáveis. Após uma leitura preliminar, foram priorizados os trabalhos voltados para o oitavo e nonos anos do Ensino Fundamental, considerando que, em alguns currículos, como o de São Paulo, apresentado em Silva (2018), os produtos notáveis são abordados já no oitavo ano.

A escolha da palavra-chave “álgebra” justifica-se por sua relação com a área temática dos produtos notáveis, pela habilidade (EF09MA09) conforme estabelecido na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), possibilitando, assim, uma maior abrangência do objeto do conhecimento. Como resultado, obtive quatro pesquisas.

Já no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, se utilizou também as palavras-chaves “resolução de Problemas” e “produtos notáveis”, o que resultou inicialmente em cinquenta e um trabalhos. Contudo, apenas um deles abordava simultaneamente as duas temáticas. Considerando os critérios de aproximação, chegou a um total de cinco pesquisas, as quais são apresentadas no quadro a seguir:

Quadro 1 - Trabalhos selecionados, em título, autor, tipo e ano

Título	Autor	Tipo	Ano
Produtos Notáveis: Aplicação da atividade orientadora de ensino a partir da resolução de problemas	Tamiri Pinto Soares	Dissertação	2018
A resolução de problemas para o ensino-aprendizagem de álgebra no 9º ano do ensino fundamental	Isis Mendes Corrêa de Moraes	Dissertação	2022

Ensino intradisciplinar de Matemática através ⁸ da resolução de problemas: o caso do Algeblocks.	Lilian Esquinelato da Silva	Dissertação	2018
Metodologia de resolução de problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de polinômios no ensino fundamental.	Ana Cristina Trento	Dissertação	2019
Uma proposta de abordagem metodológica para o ensino de álgebra.	Ricardo Kucinkas	Tese	2024

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Essas pesquisas contribuíram no desenvolvimento do trabalho, pois, em suas particularidades dialogam com as temáticas base: Resolução de Problemas e Produtos Notáveis, podendo favorecer uma maior familiarização com o campo investigado.

1.1. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas e Produtos Notáveis nas pesquisas.

O primeiro trabalho intitulado “Produtos Notáveis: Aplicação da atividade orientadora de ensino a partir da Resolução de Problemas” de autoria de Tamiri Pinto Soares (2018), teve por objetivo desenvolver uma atividade de ensino fundamentada na resolução de problemas, para promover a aprendizagem de produtos notáveis. A pesquisa foi realizada com dezesseis estudantes, selecionados entre turmas do oitavo e nono ano de uma escola da Bahia.

Soares (2018) justifica sua investigação a partir de sua experiência pessoal como professora de Matemática, na qual buscou estratégias para o ensino de produtos notáveis. Segundo a autora, a álgebra é uma área da matemática de “[...] difícil compreensão e assimilação, tendo em vista que muitos não enxergam a necessidade e a utilidade de estudá-la” (Soares, 2018, p.12). A autora ainda enfatiza que a não compreensão dos

⁸ Ressalta-se que nesta sessão, os termos da metodologia serão apresentados conforme utilizados pelos autores. Por esse motivo, em alguns momentos, emprega-se a expressão “através”.

produtos notáveis pode comprometer “[...] o desenvolvimento do raciocínio lógico para entender outros objetos matemáticos” (p.12)

Essa justificativa ratifica a presente pesquisa, ao evidenciar a relevância do objeto de conhecimento produtos notáveis para a compreensão de demais objetos de conhecimento matemático. No desenvolvimento do seu trabalho, Soares (2018) construiu as identidades notáveis do quadrado da soma e da diferença e do produto da soma pela diferença de dois termos por meio de uma atividade orientadora de ensino. Como aporte teórico para a resolução de problemas a autora recorreu a Polya (1978), Dante (1991, 1998) e Soares (2001, 2005) além de abordar um contexto histórico para os produtos notáveis.

Apesar de utilizar lentes semelhantes ao desses pesquisadores, como os “produtos notáveis” e a “Resolução de Problemas”, Soares (2018) não se fundamenta em Onuchic e Allevato (2021) na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, o que configura um elemento de diferenciação em relação a presente pesquisa.

Ainda que existam distanciamentos metodológicos entre os trabalhos, a leitura do texto de Soares (2018) propiciou um olhar para a história dos produtos notáveis, à elaboração de uma atividade orientadora de ensino e às situações problemas propostos. Além disso, a análise dos dados realizada pela autora permitiu visualizar os erros cometidos pelos estudantes e as estratégias mobilizadas por eles na interpretação das questões. Conforme destaca Soares (2018, p. 55),

Com o auxílio e a exploração do recurso de resolução de problemas na aplicação da [atividade orientadora de ensino] no decorrer da pesquisa, procurou-se reparar os impedimentos de construção do conceito, no que diz respeito à compreensão e ao uso dos produtos notáveis, fazendo, assim, alavancar os níveis de entendimento na área da matemática.

Nesse sentido, o trabalho de Soares (2018), embora não esteja fundamentado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, evidencia o potencial da resolução de problemas como recurso para o ensino de produtos notáveis, o que reforça e fundamenta a opção da presente pesquisa por utilizá-la como metodologia.

O segundo trabalho examinado foi a dissertação “A resolução de problemas para o ensino-aprendizagem de álgebra no 9º ano do ensino fundamental”, de autoria de Isis Mendes Corrêa de Moraes (2022). O objetivo geral do estudo foi investigar como a

Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode potencializar o processo de ensino-aprendizagem de Álgebra em uma turma de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Esse trabalho foi escolhido porque, de maneira geral, aborda o mesmo público do presente trabalho, a saber, o de professores e alunos do nono ano do Ensino Fundamental, além de utilizar a mesma metodologia.

Morais (2022), inicia o texto apresentando a metodologia da pesquisa, caracterizando-a como de uma abordagem qualitativa, de caráter exploratório, com delineamento metodológico do tipo estudo de caso. Em seguida, para fundamentar a temática da metodologia de ensino a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, ela discorre sobre a Resolução de Problemas sob uma perspectiva histórica, utilizando autores como Van de Walle (2009), Stanick e Kilpatrick (1989) e Schroeder e Lester (1989). No entanto, a principal referência metodológica adotada é Onuchic e Allevato (2014).

Essa fundamentação, contribuiu para a compreensão de diversas perspectivas sobre a resolução de problemas, apresentando os caminhos traçados desde o currículo até as teorias de aprendizagem. Ressalta-se, ainda, a importância de compreender o papel do construtivismo, que concebe o aluno como um sujeito ativo, mas que para isso “[...] o professor precisa desenvolver uma metodologia que seja capaz de atender a essas ideias e, assim, alinhar sua prática pedagógica.” (Morais, 2022, p. 31). Dessa forma, a autora destaca a Resolução de Problemas como um caminho a ser seguido aliado ao construtivismo.

Como a proposta de Moraes (2022) foi desenvolvida em um período pandêmico, ela precisou adaptar o roteiro dos passos metodológicos para o formato online. Dessa forma, o ambiente de pesquisa foi transferido da sala de aula física para uma sala de aula virtual, o que exigiu diversas adaptações. A autora também apresenta um panorama geral da Álgebra, desde seu aspecto histórico até sua presença em documentos oficiais, como o Documento de Referência Curricular para o estado de Mato Grosso, vinculado à BNCC. Considerando que os produtos notáveis fazem parte da unidade temática da álgebra, é fundamental compreender as características e expectativas em relação à aprendizagem dessa unidade.

Para embasar sua sequência didática, ela recorre ao pensamento de diversos autores, como: Ponte, Branco e Matos (2009); Van de Walle (2009); House (1995); Usiskin (1995); Vale e Barbosa (2019); Vale e Pimentel (2013); e Mason (2010).

A sequência didática foi aplicada em uma escola pública de Mato Grosso, no formato remoto. A autora descreve como ocorreu essa aplicação, apresentando os problemas geradores, as resoluções em grupo, os passos seguidos durante a implementação da metodologia, entre outros aspectos. Embora o conteúdo de produtos notáveis estivesse presente em um dos problemas, ele não era o foco principal do trabalho.

Morais (2022) também relata os desafios enfrentados ao utilizar a metodologia em um ambiente remoto. Ainda assim, destaca que a “[...] Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas [...], se mostrou atrativa e interessante aos alunos.” (Morais, 2022, p. 112), evidenciando o potencial da metodologia para o ensino. Além disso, a autora reforça que seu objetivo foi alcançado, ao que “[...] considera-se que a metodologia de ensino adotada nesta pesquisa possui potencial de aplicabilidade para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica.” (Morais, 2022, p. 114).

Apesar de um de seus objetivos específicos ser a realização de entrevistas semiestruturadas com professores, essa etapa não pôde ser concretizada devido à troca de escolas e à adaptação ao sistema remoto. Desse modo, esse trabalho me permitiu compreender como a metodologia funciona na prática, conhecer possíveis dificuldades que podem surgir, entender como os problemas geradores são formulados e perceber como o ensino-aprendizagem se materializa por meio deles.

Embora existam algumas semelhanças entre este trabalho e o de Morales (2022), eles também apresentam diferenças importantes: o estudo de Morales (2022) tem como foco um campo mais amplo da Álgebra, enquanto este se concentra especificamente nos produtos notáveis. Além disso, esta pesquisa foi aplicada em uma sala de aula presencial e envolve, além do ensino e da aprendizagem, o processo de avaliação.

Na sequência, foi examinada a dissertação de Silva (2018), intitulada como “Ensino Intradisciplinar de Matemática através da Resolução de Problemas: O Caso do *Algeblocks*”. Essa teve como objetivo geral investigar de que maneira o material manipulativo *Algeblocks*, aliado à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, contribui para o Ensino Intradisciplinar.

Assim como a pesquisa Morales (2022), a escolha dessa dissertação se justifica por compartilhar da mesma metodologia de ensino adotada neste trabalho. Embora tenha sido desenvolvida com turmas do oitavo ano, o texto aponta que, de acordo com o Currículo

de Matemática do Estado de São Paulo, o objeto de conhecimento dos produtos notáveis é abordado na segunda unidade do oitavo ano, constituindo mais um ponto convergente.

A pesquisa foi conduzida seguindo a Metodologia Científica de Romberg-Onuchic, tendo como referência principal Onuchic e Noguti (2014). A partir dos passos propostos por essa metodologia, Silva (2018), à luz de Banchoof (2008), destaca a importância de relacionar os ramos da matemática, e entre eles a álgebra. Nesse sentido, a autora cita que:

[...] são somente dois assuntos que aparecem ao longo do currículo; elas são também dois modos distintos de se pensar sobre ideias Matemática. Em todos os níveis em Educação Matemática, ensinar e aprender funcionam melhor quando esses dois modos de pensar estão envolvidos e quando eles se complementam um ao outro. (Banchoof, 2008, apud Silva, 2018, p. 50)

Essa perspectiva reforça neste trabalho a elaboração de problemas geradores que associem tanto elementos geométricos quanto elementos algébricos no contexto dos produtos notáveis. Silva (2018) apresenta ainda dois exemplos que evidenciam como a abordagem geométrica conectada a abordagem algébrica dos produtos notáveis pode contribuir para que os estudantes aprendam de forma mais eficaz e a recordem o melhor o conteúdo.

Dentro dessa proposta de integrar as áreas da matemática, a autora desenvolve suas atividades articulando álgebra, geometria e aritmética por meio do Material Manipulativo *Algeblocks*.

O projeto foi aplicado em uma escola localizada em Rio Claro – São Paulo (SP), com a formulação de doze atividades que uniram a Metodologia da Resolução de Problemas ao uso dos *Algeblocks*.

A autora apresenta as doze atividades e descreve o percurso dos alunos até a resolução de cada uma. No décimo segundo encontro, a atividade teve como foco os produtos notáveis. Nela, os alunos precisaram representar diversas identidades algébricas utilizando o material manipulativo. Essa atividade foi relevante para observar como os estudantes compreendem o objeto de conhecimento deste trabalho utilizando um material manipulável específico.

Silva (2018, p.175-176) destaca que “Quando os alunos usaram os *Algeblocks* para representar os produtos notáveis, eles visualizaram a representação de cada termo da expressão algébrica para o produto notável no material manipulativo.” Essa constatação reforça a percepção de que o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de

Matemática por meio da Resolução de Problemas com materiais manipuláveis também é benéfico no ensino de produtos notáveis.

Apesar dos produtos notáveis estarem presentes na pesquisa de Silva (2018), esse objeto do conhecimento não é foco principal da dissertação, e nem todas as identidades algébricas vinculadas aos produtos notáveis foram abordadas. Dessa forma, este trabalho se diferencia ao não utilizar um material manipulável específico unificado com a metodologia da Resolução de problemas, tampouco adotar o método de Romberg-Onuchic.

Ainda assim, essa dissertação me proporcionou subsídios importantes sobre como trabalhar com problemas utilizando material manipulável, além de demonstrar possibilidades para abordar os produtos notáveis por meio da metodologia. A teoria apresentada também reforça a relevância de estabelecer relações entre os diferentes ramos da Matemática.

Intitulado como “Metodologia de resolução de problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de polinômios no ensino fundamental”, o trabalho de Trento (2019) teve como objetivo identificar e discutir as contribuições e dificuldades vivenciadas durante a implementação de um roteiro de ensino utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato (2014) no ensino das operações básicas dos polinômios no oitavo ano do Ensino Fundamental.

Uma das justificativas apresentadas pela autora para a escolha do objeto de conhecimento dos polinômios em turmas do oitavo ano, está relacionada ao fato que os “[...] conteúdos algébricos são de difícil ensino e aprendizagem nessa fase e correm o risco de tornar-se mecânico, sem interesse por parte dos estudantes e consequentemente sem a devida aprendizagem, o que acarretaria sérios prejuízos no desenvolvimento de conteúdos posteriores.” (Trento, 2019, p. 17). Tal justificativa reforça a escolha desse trabalho, uma vez que compreender a importância da aprendizagem dos conteúdos algébricos é essencial para entender a importância dos produtos notáveis.

Além disso, o estudo de Trento (2019) destaca as contribuições e dificuldades associadas ao uso da metodologia, o que se mostra pertinente para embasar e orientar a aplicação da presente investigação. A autora caracteriza sua pesquisa como qualitativa, do tipo pesquisa-ação, e para fundamentá-la traz uma sessão dedicada à forma como a Resolução de Problemas aparece nos documentos oficiais, traçando ainda um panorama histórico e um mapeamento das pesquisas na área até o ano de 2019. Em seguida, aborda

os polinômios, relacionados as suas diretrizes curriculares e as suas definições matemáticas, além de apresentar seus quatro problemas geradores utilizados no desenvolvimento das atividades.

Para alcançar seu objetivo, Trento (2019) identificou durante a análise dos dados as seguintes dificuldades: a interpretação dos problemas geradores pelos alunos; a ausência de problemas geradores já estruturados e prontos para uso em sala de aula, o que exigia muito tempo para sua elaboração; além disso, foram observadas dificuldades relativas em relação aos conhecimentos prévios dos alunos, bem como a recorrente ausência de alguns alunos.

Por outro lado, no conjunto das contribuições, destaca-se o protagonismo dos estudantes e a mudança no papel do professor, que passa a atuar como mediador e questionador. Foi identificado também a valorização dos alunos em relação às suas próprias construções durante as aulas, bem como a aprendizagem das operações com polinômios, incentivada pelos problemas geradores.

De modo geral, Trento (2019) concluiu que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas contribui para o desenvolvimento da:

[...] capacidade de investigação, leitura, interpretação, comunicação, comparação, análise, síntese e generalização; o desenvolvimento de hipóteses e de estratégias de solução, de verificação, de argumentação e de representações” (Paraná, 2018, apud Trento, 2019, p. 155)

Dessa forma, sendo essas características atribuídas aos conteúdos algébricos, espera-se que contribuições semelhantes possam ser observadas também na abordagem de produtos notáveis.

Por fim, a tese de Kucinskas (2024), denominada como “Uma proposta de abordagem metodológica para o ensino de Álgebra”, tem como objetivo propor e analisar uma abordagem metodológica voltada ao ensino e à aprendizagem de Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa proposta vincula a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato (2021) com os Materiais Didáticos Manipuláveis (MDM), analisando as potencialidades e os desafios dessa abordagem.

A escolha deste trabalho justifica-se não apenas pela aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, mas também por ter sido aplicado em turmas do nono ano, contemplando a área da álgebra e sendo a única tese identificada na seleção.

O autor classifica sua pesquisa como qualitativa, desenvolvida como um estudo de caso. Nas primeiras seções, discorre sobre teorias da educação algébrica, destacando a álgebra escolar e o seu ensino, além de abordar os aspectos teóricos relacionados aos MDM e a própria Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas. A respeito dela, Kucinskas (2024), destaca que:

[...] o uso da MEAAMRP [Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas] possibilita uma aprendizagem significativa, alinhando-se com a perspectiva construtivista, [...] pois o estudante é conduzido a se envolver ativamente com os objetos de conhecimentos matemáticos colocados diante dele, podendo apoiar-se nos MDM como recurso para a abstração de conceitos algébricos. (Kucinskas, 2024, p.55)

Esse entendimento reforça a pertinência do uso dessa metodologia na pesquisa, uma vez que também se propõe a investigar seu uso na abordagem de um conteúdo específico da Álgebra: os produtos notáveis.

Na pesquisa de Kucinskas (2024), foi realizada uma oficina didático pedagógica, contudo, diferentemente desta, seu foco esteve no desenvolvimento do pensamento algébrico, sem abordar diretamente objetos do conhecimento específicos do nono ano, optando por um conjunto de objetos do conhecimento do quinto ao oitavo ano que fundamentavam a construção desse pensamento.

Entre os principais resultados da pesquisa, destacam-se como potencialidades: a promoção da autonomia dos alunos, o desenvolvimento do trabalho em grupo, a flexibilidade didática para diferentes turmas e a motivação dos estudantes diante da proposta ativa de aprendizagem. Como desafio, foi observada uma resistência inicial dos alunos à metodologia e ao uso de materiais didáticos manipulativos.

Essa pesquisa, assim como a de Trento (2019), contribui para a identificação de possíveis dificuldades e êxitos na aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas, fornecendo subsídios para o planejamento de alternativas que visem a superação dos desafios.

Em conjunto, as investigações de Moraes (2022), Silva (2018), Trento (2019) e Kucinskas (2024) oferecem uma base para a compreensão da aplicabilidade da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas. Cada uma, a seu modo, contribuiu com elementos fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa, seja ao evidenciar a integração entre diferentes ramos da Matemática e o uso de materiais manipuláveis, na análise das dificuldades e

potencialidades na prática docente ou na articulação da Resolução de Problemas com outros objetos de conhecimento. Os quatro trabalhos, ainda que apresentem diferentes recortes e objetivos, dialogam entre si ao reforçarem o potencial da Resolução de Problemas como abordagem metodológica para o ensino de álgebra.

Após o exame dos trabalhos identificados, foi necessário direcionar o olhar para a base teórica para fundamentar a investigação e que está presente na maior parte das pesquisas discutidas: a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas. Para isso, foi utilizada como principal referência teórica a obra de Onuchic e Allevato (2021).

1.2 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas

Para a pesquisa, foi adotado o modelo de Resolução de Problemas como metodologia de ensino, conforme proposto por Onuchic (2021) e os pesquisadores coordenados por ela no Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP). Ao longo de décadas, o conceito de Resolução de Problemas mudou em relação as abordagens. No entanto, no século XX, Schroeder e Lester (1989) destacaram três formas de abordagem, que coexistem no ensino da Resolução de Problemas: ensinar *sobre a* Resolução de Problemas, ensinar *para a* resolução de problemas, e ensinar *através da* Resolução de Problemas. É nessa última perspectiva que os pesquisadores do GTERP desenvolvem a vertente mais atual dessa linha de pesquisa, denominada Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Nesta metodologia, o ensino, a aprendizagem e a avaliação não são processos separados, mas interligados, como afirmam Onuchic e Allevato (2021, p. 50), “[...] ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador”. Nessa perspectiva, para que a tríade se concretize conforme propõem as autoras, o problema deve constituir-se como o ponto de partida para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos. Esse problema é denominado gerador e fundamenta-se na concepção de que “[...] um problema se configura na relação com o resolvidor, de tal modo que se ele já conhece ou tem memorizado tais métodos de resolução, ou não está

interessado na atividade, não será para ele um problema” (Onuchic, Allevato, 2021, p. 51).

Assim, o problema precisa mobilizar o interesse dos alunos, desafiando-os e incentivando sua participação ativa no processo de resolução, de modo a favorecer a construção do conhecimento. Dessa forma, as autoras sugerem que, ao utilizarem essa metodologia, a resolução desses problemas se realize em dez passos:

Quadro 2 - Roteiro para o uso da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de problemas

Passo	Descrição
Preparação do problema	O professor seleciona ou elabora um problema. Sendo este um problema gerador para a aprendizagem do objeto de conhecimento pretendido.
Leitura Individual	O aluno recebe o problema gerador de forma impressa e utiliza seus conhecimentos prévios para tentar encontrar uma solução.
Leitura em grupo	Em grupo, os alunos leem novamente o problema, e compartilham suas ideias para resolução.
Resolução do Problema	Após a discussão das ideias, os alunos ainda em grupos resolvem o problema.
Observação e incentivo	Enquanto os alunos resolvem o problema, o professor age como um mediador no ambiente, observando e os incentivando a utilizar seus conhecimentos prévios.
Registro na Lousa	Um representante de cada grupo, dispõe na lousa a resolução obtida, compartilhando sua resolução e justificando suas ideias.
Plenária	Os alunos e o professor discutem por meio das resoluções dispostas no quadro e das justificativas apresentadas no registro na lousa.
Busca do consenso	Por meio da plenária, os alunos e o professor buscam chegar em um consenso sobre o resultado do problema.
Formalização do conteúdo	O professor organiza e estrutura os conceitos do problema gerador em linguagem matemática. Ele formaliza os princípios e

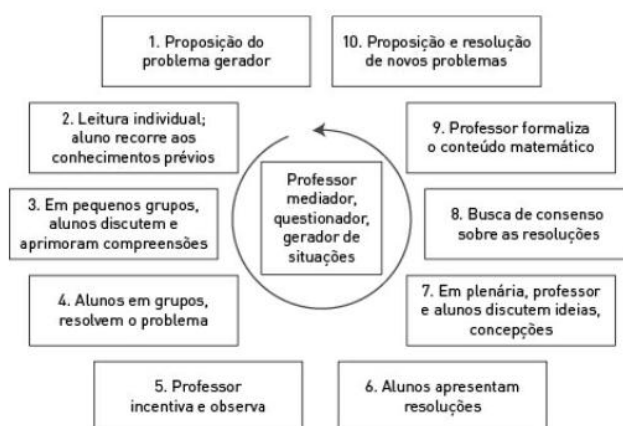
	procedimentos que foram construídos ao longo da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas utilizadas.
Proposição e resolução de novos problemas	Após a formalização, o professor propõe novos problemas relacionados ao conteúdo abordado, com o objetivo de realizar uma avaliação. Esses problemas permitem verificar se os alunos compreenderam e consolidaram o aprendizado das etapas anteriores. Além disso, oferecem uma oportunidade para aprofundar o entendimento sobre o conteúdo.

Fonte: Quadro elaborado a partir de Onuchic e Allevato (2021)

Os dez passos configuram o processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas, que segundo as autoras pode promover uma abordagem dinâmica transformando o aluno em protagonista do seu próprio conhecimento, utilizando seus conhecimentos prévios.

Nesse processo, em todos os passos, o professor deve atuar como mediador, orientando e organizando reflexões necessárias para resolução da atividade didática. Essa abordagem evidencia um movimento cíclico, no qual o roteiro se inicia com a proposição de um problema gerador e se encerra com a proposição e resolução de novos problemas, conferindo um caráter contínuo a metodologia, conforme sintetiza a imagem a seguir.

Figura 1 – Roteiro de passos orientados por Onuchic e Allevato (2021)



Fonte: Retirado de Onuchic e Allevato (2021)

Desse modo, o último passo sugerido, a proposição e a resolução de novos problemas, converge com a competência de resolver e formular problemas que está presente na BNCC. Esse documento afirma que “[...] é importante que os alunos

reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido.” (Brasil, 2018, p.299). Assim, ao incentivar a formulação de novos problemas, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas favorece não apenas a criação de situações problema, mas também a verificação da consolidação do conhecimento construído pelo estudante, evidenciando a consonância entre a metodologia e as diretrizes curriculares vigentes.

No que se refere à avaliação dos alunos, esta deve ocorrer de forma contínua ao longo da resolução do problema, integrando-se ao processo de ensino e a aprendizagem. No uso dessa metodologia, “[...] o professor tem oportunidade de perceber constantemente as condições e conhecimentos que os alunos possuem, ajudando-os durante o processo, promovendo a efetiva avaliação para a aprendizagem” (Onuchic, Allevato, 2021, p. 56).

Conforme destacam Onuchic e Allevato (2021), essa concepção avaliativa distingue-se das práticas tradicionais de avaliação, e pode ser caracterizada pelo acompanhamento da aprendizagem ao longo do desenvolvimento do conteúdo. Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, a avaliação não se configura como um momento específico, mas integrado a dinâmica da construção do próprio conhecimento pelo aluno, o que possibilita procedimentos avaliativos como a autoavaliação, em que o aluno reflete sobre sua aprendizagem, e a coavaliação, em que os estudantes colaboram entre si.

Nesse processo,

[...] O mais eficiente instrumento de avaliação, à disposição dos professores de matemática e de outras áreas também, é a observação da participação do aluno em todas as atividades e os momentos de conversas informais que o professor pode manter com ele. Apesar da simplicidade da ideia, este instrumento de avaliação não é nada fácil de ser aplicado. A observação e as conversas com o aluno exigem que o professor conheça seus alunos, de modo que saiba como, quando e o que questionar, ou inferir, ou sugerir. [...] As inferências, dicas ou questões colocadas podem levar o educando a refletir criticamente sobre seu desempenho. Refletir, também, sobre como tomar decisões na busca de resoluções para problemas propostos; medir sua própria aprendizagem e assumir a compreensão de novos conceitos e conteúdos matemáticos; e definir operações sobre determinados objetos matemáticos, estabelecendo propriedades sobre eles. (Pironel, 2002, p. 185)

Assim, a observação e as interações estabelecidas durante a resolução dos problemas configuram-se como instrumentos avaliativos, pois permitem ao professor acompanhar o desenvolvimento dos alunos. Esses aspectos se mostram evidentes nos

passos (4) resolução do problema em grupo, (5) professor observa e incentiva, (6) alunos apresentam resoluções (7) plenária e (8) busca do consenso, momentos que favorecem uma maior interatividade entre os alunos e o professor.

Portanto, a partir da compreensão de como funciona a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, se torna pertinente analisar como as pesquisas abordadas se aproximam ou se distanciam dessas concepções.

1.3 Aproximações e distanciamentos entre as pesquisas analisadas e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas

Embora em todos os trabalhos examinados os autores adotem a “resolução de problemas” como lente, nem todos a envolveram como metodologia ou utilizaram todos os passos propostos por Onuchic e Allevato (2021). Desse modo, nessa subseção, são identificadas aproximações, conexões e possíveis distanciamentos das pesquisas em relação à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas.

Soares (2018), por exemplo, utilizou a resolução de problemas como recurso associado à metodologia da Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Nesse caso, a resolução de problemas é compreendida conforme Schroeder e Lester (1989) como um modo de ensinar sobre a resolução de problemas, baseando-se na descrição de como resolver um problema proposto por Polya (1995). A associação entre a AOE e a resolução de problemas apresenta pontos de convergência com a proposta de Onuchic e Allevato (2021) no que se refere a autonomia do aluno no processo de construção do seu próprio conhecimento e ao papel do professor como mediador do processo, promovendo assim o ensino-aprendizagem. Contudo nessa associação o processo de avaliação não é destacado como parte integrante.

No que diz respeito ao ensino, Soares (2018), se apoia em Dante (1988) para afirmar que

[...] na prática de ensino que opera com a situação-problema, o professor exerce a função de mediador; tem o papel de conduzir a resolução do problema; conduzir as interpretações com as indagações; incentivar as ideias dos alunos; valorizar os erros, as tentativas, as diversas opções; direcionar o foco do conteúdo; e fazer alguma correlação interdisciplinar, se for necessário. Nessa perspectiva, a função do professor é ser facilitador no processo de ensino (Soares, 2018, p. 22-23).

Esse posicionamento, aliado a prática mediadora da AOE, estabelece, na relação entre os sujeitos no processo de ensino e aprendizagem, que professor e alunos, ao se envolverem em ações que envolvam a aquisição de um novo conteúdo se constituam como construtores do novo conhecimento. Soares (2018) destaca ainda que “[...] o método de estudo utilizando a resolução de problemas é um modo de desenvolver no aluno sua competência de aprender a aprender, condicionando-o a descobrir, por si próprio, respostas para as questões que apresentam” (p.22).

Ao estabelecer uma comparação com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, proposta por Onuchic e Allevato (2021), observa-se que alguns elementos convergem, tais como: o problema como ponto de partida, o papel do professor como mediador e a atuação do aluno como protagonista na construção do seu conhecimento.

Contudo, o roteiro adotado na pesquisa de Soares (2018) se fundamenta nos passos propostos por Polya (1995), o qual não contemplam momentos previstos na metodologia de Onuchic e Allevato (2021), como o trabalho em grupo, a socialização e apresentação das resoluções e estratégias, e a plenária. No aspecto avaliativo, também se observa um distanciamento. A avaliação foi realizada ao final das aplicações da AOE, com o objetivo de verificar a aprendizagem dos estudantes após a resolução dos problemas e a revisão dos conteúdos trabalhados, diferentemente da proposta de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, na qual a avaliação se configura como processo contínuo.

Os demais trabalhos, dedicaram-se ao uso efetivo da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas. Entretanto, nem todos seguiram integralmente os passos indicados por Onuchic e Allevato (2021), realizando adaptações conforme as especificidades de seus contextos.

Morais (2022), desenvolveu a aplicação em formato remoto, o que demandou a reorganização dos passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas em períodos síncronos e assíncronos. Embora a professora tenha mantido o papel de mediadora, sua presença não se deu de forma contínua durante todos os momentos de resolução. Conforme a autora, “[...] cada grupo escolheu qual a melhor forma de se comunicar com a professora, atendendo suas especificidades” (Morais, 2022, p. 35), o que indica uma mediação flexibilizada condicionada as dinâmicas do ensino remoto.

Nessa adaptação, o momento tradicionalmente destinado à resolução na lousa, foi substituído pelo envio das resoluções para a professora, que passou a utilizá-las tanto como instrumento avaliativo, quanto como material para discussão posterior. Essas resoluções eram, posteriormente, apresentadas nas aulas on-line, possibilitando a realização da plenária, ainda que em formato virtual.

No que se refere à avaliação, Morais (2022) estruturou dois processos distintos, denominados formais e não formais. Entre os processos formais destacam-se a atividade diagnóstica, os registros das resoluções dos problemas geradores e o registro das atividades complementares. Já os processos não formais foram encontrados nas observações da professora durante as apresentações, nas discussões ocorridas na plenária e nos questionamentos.

Embora Onuchic e Allevato (2021) não prescrevam instrumentos específicos de avaliação, as autoras defendem que ela deve ocorrer de forma contínua e integrada ao desenvolvimento da metodologia. Nesse sentido, a proposta de Morais (2022) aproxima-se dessa concepção ao articular diferentes instrumentos de forma contínua e adaptada ao processo.

Além disso, a autora considerou a plenária como a etapa mais importante “para o processo de avaliação da professora/pesquisadora em relação aos alunos e dos próprios alunos em relação às suas resoluções e às resoluções dos colegas” (Morais, 2022, p. 46). Isso porque era nesse momento online que todos os alunos se reuniam e discutiam coletivamente suas resoluções, e não apenas em interações restritas aos seus grupos. Morais (2022) também destacou não só a importância da plenária, mas dos quatro passos finais como um todo, pois são eles que têm

[...] suma importância para o desenvolvimento do objetivo proposto pelo Problema Gerador na Metodologia de Resolução de Problemas, pois é nele que ocorrem as discussões dos grupos, a apresentação das resoluções, os questionamentos dos colegas e da professora/pesquisadora, desenvolvendo, assim, as conexões necessárias para a construção de novos conceitos e ensino de novos procedimentos. (Morais, 2022, p.47)

Outro aspecto relevante foi a formalização de um contrato didático, elaborado pela pesquisadora com o intuito de organizar a aplicação da metodologia, especialmente no que se refere à assiduidade, pontualidade e aos acordos estabelecidos quanto à participação e à discussão das resoluções (Morais, 2022). Esse contrato reforça a

intencionalidade da proposta e evidencia a preocupação com a organização das interações no ambiente remoto.

Destaca-se, que o décimo passo da metodologia, foi mantido. Essas atividades deveriam ser realizadas individualmente e entregues à professora, as quais seriam discutidas na aula posterior. Em suma, as adaptações realizadas por Moraes (2022) não configuram uma descaracterização da metodologia, mas adequações às condições do ensino remoto, mantendo a articulação entre ensino, aprendizagem e avaliação.

Por sua parte, Silva (2018), explicita, antes de descrever as aulas, que utilizou os passos recomendados por Onuchic e Allevato (2021). Entretanto, ao analisar o relato da prática, observa-se que em razão do uso do material manipulável *Algeblocks*, a etapa do registro na lousa não parece ter sido contemplada formalmente, aparecendo no texto apenas as construções dos alunos com o *Algeblocks* e os desenhos na folha.

Uma das atividades consistia em a partir da imagem, elaborar um problema que contemplasse a situação nela representada. Nesse sentido, compreende-se que a atividade teve início pelo último passo (a proposição de novos problemas) da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, sem que se tenha identificado a realização explícita do primeiro passo, que corresponde a proposição do problema gerador pelo professor.

Outra modificação identificada em Silva (2018), se refere a função atribuída aos problemas geradores, já que na proposta de Onuchic e Allevato (2021), esses problemas introduzem novos conceitos, e no trabalho analisado eles não desempenham essa função pois utilizou conhecimentos algébricos que já haviam sido trabalhados em séries anteriores. A abordagem, porém, se diferenciou de como foi trabalhada anteriormente, pois utilizou um material manipulável.

Destacam-se, entre os passos mantidos, a resolução dos problemas em grupos e a participação do professor como mediador, incentivando a discussão por meio de diálogos estabelecidos ao longo das construções realizadas pelos alunos. Observa-se, contudo, que embora Silva (2018) não explicita alterações no roteiro metodológico, a leitura do relato evidencia adaptações em alguns passos da proposta, mesmo que de forma imperceptível pela autora.

Diferentemente de Silva (2018) e Moraes (2022), em que as adaptações metodológicas podem ser identificadas de forma mais explícita ou inferida a partir da descrição das etapas, em Trento (2019) a estrutura narrativa adotada não permite verificar

com clareza a sequência dos passos, não sendo possível verificar se na aplicação houve adaptações ao roteiro proposto por Onuchic e Allevato (2021).

Em Kucinskas (2024), há a afirmação dos usos dos passos; porém, estes são organizados em dois momentos distintos da pesquisa. Inicialmente, o autor desenvolve os passos de um a cinco a partir de cinco situações problemas. Somente após a realização desses passos em todos os problemas é que aplica os passos posteriores, do sexto ao nono. Configura-se assim uma quebra na linearidade do roteiro, já que diversos problemas geradores são resolvidos em grupo antes que ocorra a discussão coletiva e a sistematização geral das resoluções. A fim de sintetizar as aproximações e distanciamentos identificados nas pesquisas analisadas, se apresenta, a seguir, um quadro que compara as obras em conjunto.

Quadro 3 - Aproximações e distanciamentos das pesquisas com Onuchic e Allevato (2021)

Autor	Uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas	Passos	Adaptações identificadas	Avaliação
Soares (2018)	-	Não segue nenhum dos dez sugeridos por Onuchic e Allevato (2021). Porém, mantém o problema como ponto de partida; professor mediador e aluno protagonista.	Utiliza Polya (1995) e seus quatro passos de resolver um problema.	Avaliação final
Moraes (2022)	✓	Mantém os dez passos, porém os adapta para o Ensino remoto.	Reorganização síncrona/assíncrona; envio digital das resoluções	Contínua (formal e não formal)
Silva (2018)	✓	Mantem os dez passos, porém alguns não são explícitos na escrita.	Por vez, inicia pelo último passo; e ausência explícita de registro na lousa em todos os problemas.	Contínua
Kucinskas (2024)	✓	Passos 1 a 5; e posteriormente 6 a 9	Quebra da linearidade do roteiro	Contínua

Fonte: Acervo da autora (2026)

Observa-se, portanto que, embora Onuchic e Allevato (2021) proponham dez passos, na prática docente sua aplicação pode demandar adaptações em função do

contexto (presencial ou online), dos recursos e dos objetivos específicos de cada pesquisa. Tais ajustes, como visto nos trabalhos de Moraes (2022), Silva (2018) e Kucinskas (2024), não descaracterizaram o uso da metodologia, mas aumentaram as possibilidades de uso e possíveis adaptações. Dessa forma, confere-se que independente das modificações, o foco continua sendo a construção ativa do conhecimento pelo aluno e a transformação do papel do professor para mediador. Considerando assim as discussões apresentadas, se torna importante apresentar como os sujeitos e a fonte os quais utilizaram a metodologia em questão.

2. DELINEAMENTO DAS FONTES E SUJEITOS

Nesta sessão é apresentada o contexto de realização da investigação, bem como a caracterização dos participantes, os procedimentos éticos adotados e os materiais que subsidiaram a aplicação da proposta fundamentada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas.

2.1 Contexto e escola participante

A escola selecionada para a aplicação da pesquisa foi a Escola Municipal de Ensino Fundamental Presidente Vargas, localizada no município de Aracaju – SE. A escolha justifica-se pelo Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB)⁹ da instituição, que, no ano de 2023, referente aos anos finais do Ensino Fundamental, foi de 4,0, valor abaixo da meta nacional estabelecida para essa etapa, que era de 5,5 e abaixo da média do município, que era de 4,3. Entre as escolas que apresentavam índice inferior a essa média, essa contou com o aceite do professor em participar da pesquisa. Esse resultado revela a existência de desafios no processo de ensino e aprendizagem, se configurando assim, como um contexto propício para a investigação de novas práticas de ensino, como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas.

Após contato com a direção e a autorização concedida para o processo de pesquisa mediante submissão e aprovação pelo Comitê de Ética de nº 86040725.6.0000.0383, foi

⁹ Dados encontrado em: <https://qedu.org.br/municipio/2800308-aracaju/ideb/escolas?ciclo_id=AF&dependencia_id=3&ano=2023&order=nome&by=asc> Acesso em: 01/08/2025.

identificado “A conquista Matemática”, de Ruy José Giovanni Junior, publicado em 2022, como o livro adotado.

No início de abril de 2025, durante o intervalo do professor, houve uma breve apresentação, na qual foram explicados os encaminhamentos e o funcionamento das aplicações em sala, deixando o professor com o projeto para leitura e reflexão quanto à sua possível participação na pesquisa. Ao retornar à escola, após a leitura do projeto, o professor deu seu aceite em participar da pesquisa, formalizado por meio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

2.2 Participantes da pesquisa

Antes do contato com a turma e da aplicação dos problemas, foi realizada uma entrevista¹⁰ para compreender o perfil profissional do professor e reconhecer possíveis aproximações e distanciamentos de sua prática docente em relação aos princípios da Resolução de Problemas, fornecendo suporte para orientar a aplicação da proposta.

O professor é licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Sergipe (UFS), com Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIMA/UFS), além de possuir especializações nas áreas de Mídia em Educação, Tecnologia da Educação e Educação Financeira, além de contar com vinte e um anos de experiência em sala de aula.

Durante a entrevista, o professor relatou que, embora já utilizasse situações problema em suas aulas, não conhecia a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, por isso, posteriormente, apresentou-se ao professor essa metodologia, conforme Onuchic e Allevato (2021), com o intuito de explicitar os dez passos que a estruturam e alinhar os procedimentos para sua implementação em sala de aula. O docente se comprometeu a conduzir as situações problema em conformidade com os pressupostos da proposta.

O professor informou possuir duas turmas de nono ano, entretanto a aplicação ocorreu em apenas uma delas, o nono ano B, composta por 31 alunos, no período matutino. A escolha dessa turma ocorreu porque o professor ainda não havia ministrado os conteúdos referentes ao cubo da soma e ao cubo da diferença de dois termos, o que possibilitaria a utilização da metodologia para a introdução dessas identidades notáveis. Após esse alinhamento, a pesquisa foi apresentada à turma para a distribuição dos termos

¹⁰ Roteiro da entrevista em apêndice.

de consentimento, atendendo às diretrizes do Comitê de Ética em Pesquisa (CEP). A entrega desses documentos foi necessária porque, sendo um estudo de caso, era preciso assegurar o caráter ético e a proteção dos participantes. Foram entregues o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), para a anuência dos próprios estudantes menores de idade; o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), voltado a autorização de seus responsáveis legais; e o Termo de Autorização para Uso de Imagem e Depoimento¹¹, necessário para o registro e análise dos dados gerados em sala.

2.3 Organização das aulas

Ao todo, foram realizados seis encontros, em alguns, houve apenas uma aula de cinquenta minutos, enquanto dois encontros contaram com dois horários seguidos, totalizando uma hora e quarenta minutos. As aulas foram realizadas entre maio e outubro de 2025.

Quadro 4 - Datas das aulas observadas

Problema 1	12/05/2025 (1 aula)
Problema 1	15/05/2025 (1 aula)
Problema 2	26/05/2025 (2 aulas)
Problema 3	12/08/2025 (1 aula)
Problema 3	14/08/2025 (1 aula)
Problema 4	06/10/2025 (2 aulas)

Fonte: Acervo da autora

Os dois primeiros problemas, como pode ser observado no quadro acima, foram aplicados no mês de maio, com um pequeno intervalo de aproximadamente dez dias. Contudo, as aplicações subsequentes ocorreram de forma mais espaçada em função da organização do calendário escolar, que contemplou avaliações, o período de férias, e a preparação para a prova SAESE (Sistema de Avaliação da Educação Básica de Sergipe).

Com o quantitativo de alunos presentes, foi possível realizar entre cinco a seis grupos durante as aplicações. Embora o professor já tivesse abordado parte do objeto de conhecimento dos produtos notáveis em momentos anteriores, por meio de uma abordagem mais tradicional, deixando somente de ministrar as identidades notáveis do

¹¹ Termos em apêndice

cubo da soma e da diferença de dois termos, a proposta desta pesquisa, fundamentada na Resolução de Problemas, implicou a adoção de procedimentos diferentes daqueles utilizados anteriormente.

Esse aspecto converge com o que Silva (2018) destaca em seu trabalho, ao optar por desenvolver um objeto de conhecimento já conhecido pelos alunos, mas seguindo uma outra vertente, associando objetos de conhecimento geométricos a objeto de conhecimento algébricos. Para dar continuidade a essa perspectiva, foi pertinente examinar como o livro didático adotado para uso na escola selecionada contempla o objeto de conhecimento dos produtos notáveis.

2.4 Livro Didático

A coleção “A conquista Matemática” é destinada aos anos Finais do Ensino Fundamental, e possui quatro volumes correspondentes ao 6º, 7º, 8º e 9º ano. As obras têm autoria de José Ruy Giovanni Júnior¹² e são publicadas pela FTD Educação.

Figura 2 – Coleção “A conquista Matemática”



Fonte: Imagem retirada do site da Editora FTD Educação

A edição utilizada neste trabalho foi publicada em 2022. Embora a coleção contenha quatro livros, o foco será apenas no volume destinado ao nono ano, por ser este correspondente ao objeto de conhecimento dos produtos notáveis.

Figura 3 - Capítulo destinado a produtos notáveis e fatoração

¹² Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP), atua como professor e assessor na área de Matemática em escolas de Ensino Fundamental e Médio desde 1985. Adaptado de: <https://pnld.ftd.com.br/obras/a-conquista-matematica-pnld-2024-objeto-1/>. Acesso em: 08/08/2025



Fonte: Retirado de Giovanni Junior (2022)

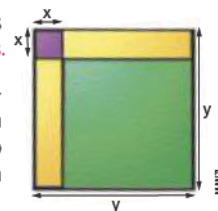
No tópico em que o autor trata a respeito dos produtos notáveis, é possível observar, nas orientações didáticas, que há um destaque para uso articulado de objetos de conhecimento algébricos e geométricos na apresentação dos produtos notáveis

[...] muitos temas estudados nas aulas de Matemática estão interligados e podem ser explorados por vias distintas. No caso dos produtos notáveis, será mostrado como a representação geométrica ajuda a entender a manipulação algébrica de determinado produto. (Giovanni Junior, 2022, p. 127)

O autor ressalta ainda que essa integração entre objetos de conhecimento algébricos e geométricos pode favorecer uma compreensão mais ampla do tema. Assim, a exposição inicial do objeto de conhecimento estabelece uma relação entre os produtos notáveis e elementos visuais, como os vitrais, conforme exemplificado na figura a seguir:

Figura 4 - Vitrais associados aos produtos notáveis
Converse com um colega para responder às questões a seguir no caderno.

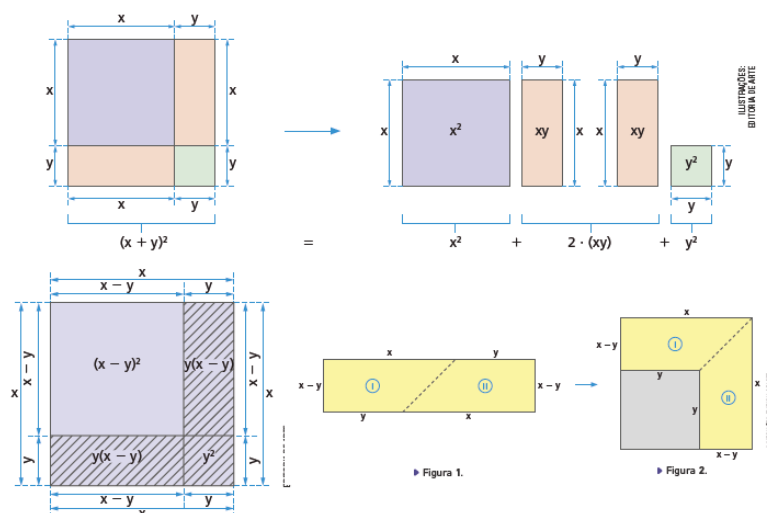
- Vocês conhecem vitrais? Se sim, conseguem identificar padrões geométricos nas composições dessas obras? **Respostas pessoais.**
- Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas deste Manual.**
- As medidas das peças a serem confeccionadas, representadas em um desenho, auxiliam o artista a calcular a área exata de cada peça de vidro que ele vai usar. Considerando este esboço, como vocês fariam para calcular a área colorida de amarelo? **Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção Resoluções comentadas deste Manual.**



Fonte: Retirado de Giovanni Junior (2022)

Ao longo da abordagem, favorece a conexão entre objetos de conhecimento algébricos e geométricos por meio da apresentação das identidades algébricas do quadrado da soma, do quadrado da diferença e do produto da soma pela diferença de dois termos. Entretanto, não se observa associação geométrica nos casos do cubo da soma e do cubo da diferença.

Figura 5 - Recorte das representações geométricas no livro didático



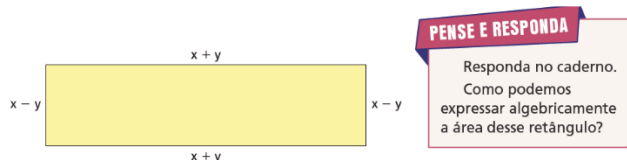
Fonte: Retirado de Giovanni Junior (2022)

Com relação ao objeto de conhecimento dos produtos notáveis, o autor destaca que

Memorizar os produtos notáveis é útil para facilitar cálculos e, futuramente, realizar fatorações. Entretanto, é importante evitar que a memorização seja puramente mecânica, mas, sim, que apresente significado para os estudantes. A representação geométrica é uma maneira de conferir significado ao resultado algébrico que se pretende memorizar. (Giovanni Junior, 2022, p.129)

Percebe-se, portanto, que o autor compreende a importância de um ensino não mecanizado, reconhecendo a importância de recursos que favoreçam o aprendizado do objeto de conhecimento. Em sessões como o bloco “pense e responda”¹³, Giovanni Junior (2022) associa o conhecimento de área do retângulo à álgebra.

Figura 6 - Produto da soma pela diferença associado a geometria



Fonte: Retirado de Giovanni Junior (2022)

Apesar dessa sessão buscar os conhecimentos prévios do aluno, não foi indicado pelo autor a utilização deste problema para introduzir o de produto da soma pela diferença, pois, ela já é apresentada anteriormente por meio da propriedade distributiva. Porém, o trecho oferece ideias para que o professor, se desejar, utilize um problema

¹³ Sessão com questões que visam mobilizar conhecimentos e estimular investigações.

semelhante como estratégia de introdução ao conteúdo, o que dialoga com a Metodologia da Resolução de Problemas. Ainda sobre esse problema, o autor destaca que a sua resolução

[...] favorece o desenvolvimento do raciocínio **inferencial**, uma vez que os estudantes devem partir de dados conhecidos (as medidas dos lados do retângulo analisado) e desenvolver cálculos utilizando regras estabelecidas até obter a conclusão esperada (a expressão da área do retângulo e a relação dessa expressão com o produto da soma pela diferença). (Giovanni Junior, 2022, p. 131)

Percebe-se, dessa forma, que o autor busca durante a abordagem de produtos notáveis, promover uma articulação entre a objetos de conhecimento algébricos e geométricos, orienta evitar um ensino mecânico baseado apenas em memorizar fórmulas, e sugere uso de recursos como materiais manipuláveis e o software GeoGebra, dispondo ao professor alternativas para o ensino.

Contudo, em nenhum momento há uma menção direta a Metodologia da Resolução de Problemas. Ainda assim, se fundamenta nas habilidades da BNCC, Giovanni Junior (2022) ressalta que os problemas do livro podem ser resolvidos coletivamente pelos estudantes, visando estimular a troca de ideias e a cooperação, além de possibilitar que formulem, validem ou refutem hipóteses.

Com isso, para possibilitar uma melhor análise dos problemas do livro destinados aos produtos notáveis e identificar potenciais problemas geradores, foi realizada uma tipificação deles, a fim de auxiliar a escolha mais adequada.

3. SELEÇÃO DOS PROBLEMAS GERADORES

Com o intuito de identificar os problemas geradores mais adequados a proposta da pesquisa, foi realizada uma tipificação de problemas baseada em Dante (2005), que os classifica em seis tipos: exercícios de reconhecimento, exercícios de algoritmos, problemas-padrão, problemas-processo ou heurísticos, problemas de aplicação e problemas de quebra-cabeça.

Quadro 5- Tipos de problemas.

Tipo	Características	Exemplos
Exercícios de Reconhecimento	Leva os alunos a reconhecerem, identificarem e relembrarem um conceito ou uma propriedade.	Que propriedade da adição de números naturais está sendo usada ao se escrever $3+4 = 4+3$
Exercícios de Algoritmos	Os problemas são resolvidos passo a passo, com o objetivo de desenvolver habilidades na execução de algoritmos.	Calcule o valor de $[(3.4) + 2]:7$

Problemas – Padrão	A solução envolve a aplicação direta de algoritmos previamente aprendidos, indicados no próprio enunciado. Seu principal desafio é transformar a linguagem usual em linguagem matemática para fixar conceitos.	Luís tem 7 anos a mais que o triplo da idade de Felipe. Os dois juntos têm 55 anos. Qual a idade de cada um?
Problemas-processo ou heurísticos	São problemas que aguçam a curiosidade, pois a resolução geralmente não está explícita no enunciado. O aluno deverá pensar em uma estratégia para encontrar a solução.	Numa reunião de equipe há 6 alunos. Se cada um trocar um aperto de mão com todos os outros, quantos apertos de mão teremos ao todo?
Problemas de aplicação	São problemas que retratam situações do dia a dia, e que precisam ser resolvidos por meio da matemática.	Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual é o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda escolar. Vamos ajudá-lo a fazer esses cálculos?
Problemas de Quebra-cabeça	São problemas que tendem a desafiar o aluno; e para a sua solução, quase sempre, depende de um truque ou golpe de sorte.	Com 24 palitos de fósforo, forme 9 quadradinhos. Como fazer para tirar apenas 4 palitos e deixar 5 quadradinhos?

Fonte: Quadro elaborado a partir de Dante (2005).

Essa tipificação foi realizada com o intuito de facilitar a identificação dos problemas geradores, uma vez que os problemas devem ser classificados como problema-padrão, problemas de aplicação ou problemas quebra-cabeça, pois, segundo Trindade (2012), esses tipos de problema estimulam o papel ativo do aluno no processo de construção do conhecimento matemático, podendo assim ser possíveis problemas geradores. Considerando que o objeto de conhecimento, a análise foi realizada no tópico em que se trata dos produtos notáveis, totalizando vinte problemas tipificados.

Figura 7 - Parte do livro dedicada aos problemas

ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

1. Utilizando o que aprendeu sobre produtos notáveis, escreva o polinômio correspondente a:

a) $(8x + 1)(8x - 1)$. $64x^2 - 1$

b) $(10 + 3x)^2$. $100 + 60x + 9x^2$

c) $(7a - b)^2$. $49a^2 - 14ab + b^2$

d) $(x + 0,5y)^2$. $x^2 + xy + 0,25y^2$

e) $(ax + b)(ax - b)$. $a^2x^2 - b^2$

f) $(a^2 - 4y)^2$. $a^4 - 8a^2y + 16y^2$

g) $(1,4 - abc)(1,4 + abc)$. $1,96 - a^2b^2c^2$

h) $(a^3 + b^3)^2$. $a^6 + 2a^3b^3 + b^6$

i) $(x^4 + 5y^3)^2$. $x^8 + 10x^4y^3 + 25y^6$

j) $\left(bc - \frac{1}{2}a^2\right)\left(bc + \frac{1}{2}a^2\right)$. $b^2c^2 - \frac{1}{4}a^4$

2. Qual é o polinômio que obtemos quando multiplicamos:

a) $3x^2 - 2c$ por $3x^2 + 2c$? $9x^4 - 4c^2$

b) $a^2b^2 + 2,5c$ por $a^2b^2 - 2,5c$? $a^4b^4 - 6,25c^2$

6. Classifique as igualdades em verdadeiras (V) ou falsas (F) e corrija as falsas, escrevendo-as corretamente.

a) $(b - 2c)^2 = b^2 - 4bc + 4c^2$ V

b) $(3y - a)(3y + a) = 3y^2 - a^2$ F; $9y^2 - a^2$

c) $(x^3 + y^3)(x^3 - y^3) = x^6 - y^6$ V

7. Ao dividir o polinômio P por $2ax + 5$, obtém-se o polinômio $2ax + 5$. Usando as regras dos produtos notáveis, escreva o polinômio P .

$(2ax + 5)^2 = 4a^2x^2 + 20ax + 25$

8. Qual é o termo que devemos adicionar ao polinômio $x^2 + 8x$ para obtermos $(x + 4)^2$? 16

9. Para obtermos $(a - 2b)^2$, devemos acrescentar um termo ao polinômio $a^2 - 2ab + 4b^2$. Qual é esse termo? $-2ab$

10. O produto de dois polinômios é $x^2y^2 - a^6$. Se um dos polinômios é $xy - a^3$, qual é o outro? $xy + a^3$

Fonte: Retirado de Giovanni Junior (2022)

p

Vale ressaltar que, se considerou problema tanto as questões que apresentam só o enunciado quanto aquelas com alternativas. Dito isso, foram encontrados os seguintes resultados:

Tabela 1- Tipificação dos problemas

Tipos de problema	Quantidade	Porcentagem (%)
Algoritmo	8	40%
Reconhecimento	6	30%
Heurístico	3	15%
Problema-Padrão	1	5%
Aplicação	2	10%
Quebra-cabeça	0	0%
Total:	20	100%

Fonte: Dados retirados de Giovanni Junior (2022)

Observa-se que a maior parte dos problemas corresponde aos tipos algoritmo e reconhecimento, que juntos somam 70% do total. Esse dado merece atenção, uma vez que tais tipos de problema demandam apenas a aplicação direta de um algoritmo ou o reconhecimento de propriedades matemáticas. Embora esses problemas sejam importantes, seu predomínio vai de encontro as orientações apresentadas por Giovanni Junior (2022), que sugerem um ensino menos mecanizado. Problemas desse tipo, limitam o uso de conhecimentos anteriores, e não favorecem a construção do próprio conhecimento pelo aluno. Consequentemente, uso desses problemas como problemas geradores para introduzir o conteúdo torna-se impossibilitado.

Embora tenha sido identificado um problema do tipo problema-padrão, esse não se mostrou adequado para introduzir os conteúdos, pois exigia apenas a aplicação do algoritmo já estudado, não possibilitando a construção de um novo conhecimento por meio dele, como se observa na imagem a seguir:

Figura 8 - Problema do tipo padrão

**11. Sabe-se que $xy = 72$ e $x^2 + y^2 = 306$.
Qual é o valor de $(x + y)^2$? 450**

Fonte: Retirado de Giovanni Junior (2022)

Ainda na tipificação, foram encontrados dois problemas do tipo aplicação, que retratavam situações do cotidiano, cuja resolução necessitava da matemática, conforme a imagem a seguir:

6. Na figura a seguir, a área do retângulo ① é ab , a área do quadrado ② é b^2 , e a área do retângulo ③ é bc .

Qual é a área do retângulo cor-de-rosa?

Alternativa a.

a) ac
b) a^2
c) bc
d) ab

17. (Saresp-SP) Ao calcular a área de uma determinada casa, representada na figura a seguir, uma pessoa calculou a área de cada cômodo da casa, encontrando a seguinte expressão: $ab + ac + 10b + 10c$. Outra pessoa calculou a área dessa mesma casa de outra maneira, chegando também ao resultado anterior. De que forma essa pessoa pode ter representado a área dessa casa?

Alternativa a.

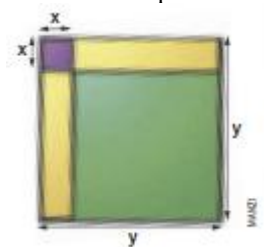
a) $(a + 10)(b + c)$
b) $(a + b)(10 + c)$
c) $(c + 10)(a + b)$
d) $(a + c)(b + 10)$

Inicialmente, considerou-se a possibilidade de adaptar essas questões (removendo as alternativas e mudando os dados) para introduzir conceitos como o quadrado da soma, quadrado da diferença ou produto da soma pela diferença. No entanto, não foi possível estabelecer uma associação direta com as identidades notáveis específicas. Por exemplo, na sexta questão, para encontrar apenas a área do retângulo rosa, a resolução envolveria somente o a^2 . Como a figura apresentada é um retângulo, não é possível aplicar o quadrado da soma ou quadrado da diferença, o que coincide com a proposta da décima sétima questão, na qual temos um retângulo em que os lados não estão associados e nesse caso, a operação envolvida corresponde a propriedade distributiva, não configurando um produto notável.

Diante disso, para selecionar os problemas geradores foi decidido seguir orientações do autor do livro, em que “será mostrado como a representação geométrica ajuda a entender a manipulação algébrica de determinado produto.” (Giovanni Junior, 2022, p.61).

No caso desse primeiro problema foi utilizado o entendimento dos vitrais, figura que é amplamente recomendada pelo autor tanto na apresentação do capítulo como na questão introdutória. Para Giovanni Junior (2022), nos vitrais é possível identificar padrões geométricos, e os mesmos podem ser utilizados para calcular áreas.

Figura 10 - Vitrais e produtos notáveis



Fonte: Retirado de Giovanni Junior (2022)

O objetivo dessa imagem era calcular a área de cada peça de vidro. Como a ideia para os problemas seria montar as identidades notáveis, a opção adotada foi por articular as propostas para elaborar o seguinte problema gerador:

Quadro 6 - Primeiro problema gerador

Problema 1	
O artesão Sr. Eduardo é um vitralista. Ele foi convidado para criar um vitral decorativo para a praça central da cidade. Ele planejou o vitral no formato quadrado e decidiu dividi-lo em quatro partes: • um vitral pequeno quadrado no canto superior esquerdo, com lados medindo x metros, • um vitral retangular horizontal ao lado, com dimensões x metros por y metros, • um vitral retangular vertical abaixo, também com dimensões y metros por x metros, • e um vitral quadrado maior, no canto inferior direito, com lados de y metros. O modelo do vitral ficou da seguinte forma:	
Figura 11 – Quadrado da Soma de Dois Termos	
Fonte: Elaborado pela autora (2025)	
Para confeccionar o vitral sem desperdiçar material, o Sr. Eduardo precisa das seguintes informações: a) Qual é a área total que ele precisará para confeccionar todo o vitral? b) Sabendo que a área total também pode ser obtida somando as áreas das quatro partes, escreva essa soma. Que conclusão se pode tirar das expressões encontradas nos itens (a) e (b) em relação à identidade representada pela igualdade entre essas duas expressões?	

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Este problema foi estruturado de modo a favorecer a construção do quadrado da soma de dois termos, a partir de uma situação que conduz os estudantes a compararem duas formas de determinar a área total do vitral: considerando o quadrado completo de lado $x + y$; e somando as áreas das quatro partes que o compõem.

A abordagem está em consonância com o que defende Giovanni Junior (2022), ao afirmar que, no 9º ano, o estudo dos produtos algébricos retoma a propriedade distributiva com o objetivo de formalizar os produtos notáveis e, posteriormente, explorar os casos de fatoração. Segundo o autor, tais conteúdos são fundamentais para a resolução de equações do 2º grau, especialmente as incompletas, o que sugere a importância de uma compreensão dessas identidades.

Além disso, a proposta dialoga diretamente com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), particularmente com a habilidade EF09MA09, que orienta o estudante a “Compreender e utilizar expressões algébricas para representar situações-problema, incluindo produtos notáveis e fatoração, estabelecendo relações com a resolução de equações do 2º grau” (Brasil, 2018, p. 317).

No segundo problema, com o objetivo de diferenciá-lo do anterior e utilizar o uso de algum material manipulável para visualização algébrica, assim como enfatizou Silva (2018), foi realizada uma busca por problemas em outros livros didáticos, já que o adotado para uso na escola não apresentava propostas com esse enfoque vinculadas ao objeto de conhecimento produtos notáveis.

Para essa escolha, foram priorizadas as obras presentes no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), pois, segundo o Guia do PNLD (2024) os livros selecionados

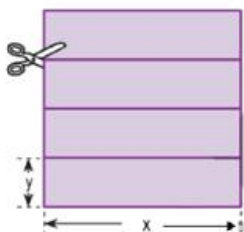
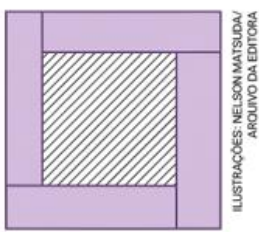
[...] foram avaliadas por diversos profissionais da educação, os quais realizaram uma análise de excelência, baseada nos princípios éticos, políticos e estéticos da educação nacional, buscando atender às necessidades da educação pública brasileira, em conformidade com os objetivos da legislação da Educação Básica. (Brasil, 2023, p.26)

Mas, em Sergipe, segundo Fontes (2025), no PNLD (2024) apenas a coleção “A conquista Matemática” foi adotada tanto em nível estadual quanto municipal. Diante disso, recorreu-se ao PNLD (2020), consultando os dados por meio do FNDE (Fundo

Nacional de Desenvolvimento da Educação)¹⁴, seguindo o percurso: Sistemas – Sistemas de distribuição de livros - Acesse o sistema. Em continuidade, se utilizou a filtragem dos dados: ano do programa: 2020, programa: PNLD, UF: SE e Município: Aracaju. A partir dessa consulta, se constatou que a segunda coleção mais adotada no município de Aracaju correspondia a “Matemática Bianchini”, adotado em onze escolas.

A coleção foi escrita por Edwaldo Bianchini e no caso da edição de 2022, examinou-se o livro do oitavo ano, por ser nele que os produtos notáveis são abordados. A partir dessa obra, foi adaptado um dos problemas para trabalhar o quadrado da diferença de dois termos. Utilizou-se, para isso, a folha como material manipulável, a fim de representar visualmente a referida identidade. O problema adaptado foi:

Quadro 7 – Segundo problema gerador

Problema 2	
(Bianchini 2022) Cortando uma folha com formato de um quadrado em quatro retângulos iguais, pode-se montar a figura 2. Determinem a medida da área da parte hachurada. Figura 12 – Quadrado da diferença de dois termos  Figura 1  Figura 2 Fonte: Imagem adaptada de Bianchini (2022)	

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Bianchini (2022) destaca que o estudo de produtos notáveis com o auxílio de figuras geométricas é imprescindível para a compreensão dos resultados. De modo semelhante, Giovanni Junior (2022), ao abordar esse mesmo objeto de conhecimento, ressalta que os alunos podem construir as figuras em folhas de papel quadriculado, favorecendo a visualização e a compreensão das identidades algébricas. Nesse sentido a proposta deste problema, especialmente no que se refere ao uso de representações geométricas e de materiais manipuláveis converge com as orientações dos dois autores.

¹⁴ Acesso em: <https://www.gov.br/fnde/pt-br>, o FNDE é o órgão responsável pela execução de políticas públicas do ministério da Educação (MEC) e assim responsável pela transparência e trajetória dos livros até a escola.

Para o desenvolvimento da atividade, além da habilidade específica relacionada aos produtos notáveis, podem ser mobilizadas habilidades de anos anteriores, em consonância com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, que valoriza a ativação de conhecimentos prévios. Destacam-se, nesse sentido, as seguintes habilidades da BNCC:

(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. [...] (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos (Brasil, 2018, p. 313-315).

Da mesma maneira, ainda utilizando o livro de Bianchini (2022), o terceiro problema foi elaborado a partir da história da matemática, tanto como recurso para resolução quanto como uma maneira de apresentar as identidades algébricas de uma maneira semelhante a utilizada no passado, o que também pode auxiliar na memorização. Nesse sentido, a BNCC destaca que “[...] é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos” (Brasil, 2018, p. 298).

O contexto proposto dialoga com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de problemas, uma vez que o problema não se limita a apresentação histórica, mas propicia a reflexão sobre a relação entre representação algébrica e representação geométrica, formalizando o conceito matemático de produto da soma pela diferença. O quadro 7, apresenta o terceiro problema elaborado nessa perspectiva.

Quadro 8 - Terceiro problema gerador

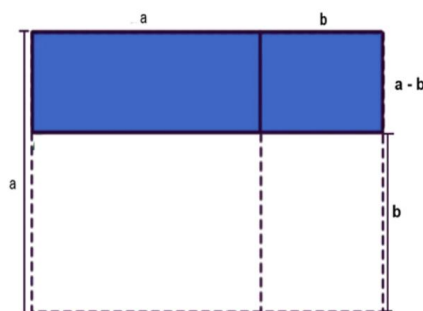
Problema 3
(Adaptado de Bianchini 2022) O conceito de produtos notáveis apareceu na Grécia nos estudos de álgebra geométrica, ferramenta bastante empregada pelos gregos para lidar com situações que envolviam números irracionais. A álgebra geométrica grega chegou até nós principalmente por meio do livro II da obra Os elementos, de Euclides (c. 325 a.C.-265 a.C.). Entretanto, é muito provável que a álgebra dos primeiros gregos – desde os pitagóricos (século VI a.C. ao século III a.C.) até Euclides, Arquimedes (c. 287 a.C.-212 a.C.) e Apolônio (c. 262 a.C.-190 a.C.) – já fosse geométrica, o que estabeleceu uma tradição na representação de situações essencialmente algébricas, bem como daquelas que envolviam números irracionais. No livro II de Os elementos, são encontradas algumas identidades algébricas, como:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Entretanto, essas identidades não eram apresentadas dessa maneira, pois não havia essas notações naquela época. Os gregos, desde os pitagóricos até Euclides, pensavam nessas situações geometricamente. Por exemplo, o produto ab era visto como um retângulo com medidas de base a e altura b .

A álgebra geométrica requer mais do que apenas texto escrito para ser plenamente compreendida — daí a importância do uso de figuras. Com base na perspectiva grega, a imagem a seguir traz uma exemplificação geométrica.

Figura 13 – Produto da soma pela diferença de dois termos



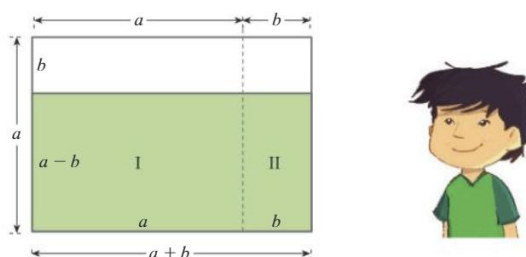
Fonte: Adaptado de <https://www.preparaenem.com/> (2025)

Analisando a figura, determine a área da região azul e escreva um texto explicativo que, juntamente com a imagem, permita compreender o cálculo da área da figura apresentada.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Bianchini (2022, p.131) destaca ao abordar esse objeto do conhecimento que o uso da história da matemática constitui “[...] mais uma maneira de dar significado ao aprendizado para os alunos” consentindo com as orientações da BNCC. Outrossim, o autor orienta que o professor solicite aos alunos a explicação da figura que representa o produto da soma pela diferença apresentada no livro, promovendo a discussão coletiva em sala de aula. Essa orientação dialoga diretamente com os passos 6 e 7 da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, que envolvem a apresentação das resoluções e a plenária.

Figura 14 - Representação do produto da soma pela diferença no livro Matemática Bianchini



Fonte: Retirado de Bianchini (2022)

A figura 14, apresentada por Bianchini (2022), se mostra semelhante a figura 13, utilizada no problema três, o que deduz a consonância entre a orientação do autor e o problema elaborado. Ademais, o autor ressalta que o produto da soma pela diferença é um produto notável que com o uso da fatoração aplicará “um tipo especial de equação do 2º grau”, o que vincula esse processo a habilidade EF09MA09 da BNCC (Bianchini, 2022, p. 134).

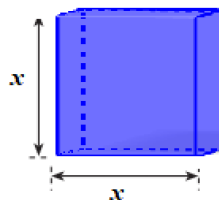
O último problema aborda, em uma mesma situação, o cubo da soma e do cubo da diferença. Essa associação tem relação com a orientação de Giovanni Junior (2022), ao destacar que o aluno deve perceber que o desenvolvimento do cubo da soma é semelhante ao do cubo da diferença, embora haja diferenças na maneira de calculá-los, favorecendo a compreensão das regularidades envolvidas nas identidades notáveis. Ainda com a intenção de integrar objetos de conhecimento algébricos ao geométricos, conforme apoia Silva (2018), o objetivo é calcular o volume de cubos com medidas algébricas.

Quadro 9 - Quarto problema gerador

Problema 4

Uma empresa fabrica aquários em formato cúbico, com arestas medindo x cm.

Figura 15 - Cubo 1

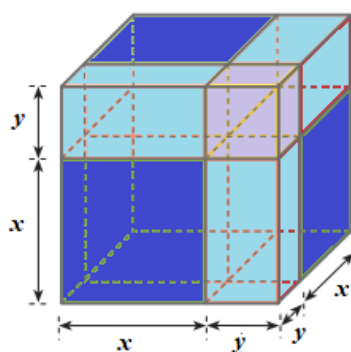


Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Para atender a diferentes demandas, decide-se criar dois modelos:

- **Um aquário maior**, aumentando y cm no comprimento de cada aresta em relação ao modelo original;

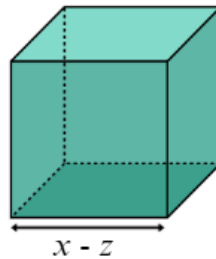
Figura 16 - Cubo da soma de dois termos



Fonte: Adaptado de Bianchini (2022)

- Um aquário menor, diminuindo z cm no comprimento de cada aresta.

Figura 17 - Cubo da diferença de dois termos



Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Com base nessas alterações, determine:

- a) Qual será a capacidade (volume) do aquário maior?
- b) Qual será a capacidade (volume) do aquário menor?

Fonte: Acervo da autora (2025)

Para a resolução do problema, visa-se colocar em processo de desenvolvimento a habilidade EF08MA21 da BNCC que envolve “resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular” (Brasil, 2018, p. 315). Embora a habilidade mencione o bloco retangular, contempla o cálculo de volume de sólidos geométricos, o que inclui o cubo como um caso particular.

Bianchini (2022) orienta que a introdução do cubo da soma e da diferença seja realizada por meio da composição de paralelepípedos e cubos que reunidos formam um cubo maior, assim como a figura 16. O autor ainda sugere que os alunos representem geometricamente outros exemplos dessas identidades, convergindo com o passo 10 indicado por Onuchic e Allevato (2021) no uso da metodologia.

Desse modo, os problemas têm por objetivo introduzir e encontrar as identidades notáveis por meio de objetos do conhecimento algébrico interligados a objetos do conhecimento geométrico, seguindo os dez passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação. A seguir, apresento a aplicação desses problemas em sala de aula.

4. UMA ANÁLISE DA APLICAÇÃO DOS PROBLEMAS GERADORES

Assim como a Resolução de Problemas é considerada o coração da atividade matemática, conforme destacam Onuchic e Allevato (2021), esta sessão pode ser considerada o coração da investigação, pois aqui são tratados os aspectos da aplicação, a partir do referencial teórico adotado. A condução dos problemas ficou a cargo do professor, cabendo à pesquisadora atuar como observadora, registrando as interações e resoluções da turma por meio de anotações em um diário de bordo e filmagens das aulas. Portanto, a seguir, são descritas as etapas de implementação desses problemas, bem como a análise dos resultados obtidos.

4.1 Aplicação do 1º problema - Quadrado da soma de dois termos por meio da área de um quadrado

A aplicação do primeiro problema teve início com a entrega da atividade impressa aos alunos, com o objetivo de que realizassem uma leitura individual da situação proposta. Esse encaminhamento corresponde ao segundo passo da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, no qual se busca possibilitar ao aluno um contato inicial com o problema, favorecendo a reflexão, a compreensão do enunciado e o contato com a linguagem matemática. (Onuchic; Allevato, 2021).

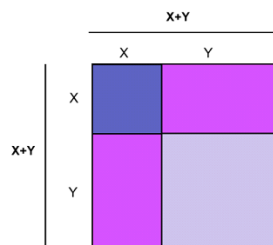
Como dito anteriormente, o primeiro problema foi baseado no contexto de vitrais presente em Giovanni Junior (2022), tendo o seguinte contexto:

Figura 18 - Problema 1

O artesão Sr. Eduardo é um vitralista. Ele foi convidado para criar um vitral decorativo para a praça central da cidade. Ele planejou o vitral no formato quadrado e decidiu dividi-lo em quatro partes:

- um vitral pequeno quadrado no canto superior esquerdo, com lados medindo x metros,
- um vitral retangular horizontal ao lado, com dimensões x metros por y metros,
- um vitral retangular vertical abaixo, também com dimensões y metros por x metros,
- e um vitral quadrado maior, no canto inferior direito, com lados de y metros.

O modelo do vitral ficou da seguinte forma:



Para confeccionar o vitral sem desperdiçar material, o Sr. Eduardo precisa das seguintes informações:

- Qual é a área total que ele precisará para confeccionar todo o vitral?
- Sabendo que a área total também pode ser obtida somando as áreas das quatro partes, escreva essa soma. Que conclusão se pode tirar das expressões encontradas nos itens (a) e (b) em relação à identidade representada pela igualdade entre essas duas expressões?

Fonte: Acervo da Autora (2025)

Estavam presentes na aula trinta alunos e após a distribuição do problema, o professor solicitou que um dos alunos realizasse a leitura do enunciado em voz alta. Embora essa etapa não conste no roteiro das autoras adotadas como referência, esse encaminhamento se mostrou importante, pois possibilitou observar a dificuldade dos alunos em compreender o significado do termo “vitralista” presente no problema. A dificuldade de compreensão de termos e conceitos em enunciados de problemas já havia sido apontada por Trento (2019), não se trata, portanto, de um caso específico desses sujeitos. Diante disso, o professor assumiu o papel de mediador do processo, ao explicar o significado do termo e a sua relação com o contexto do problema, papel esse enfatizado pelo uso da metodologia adotada.

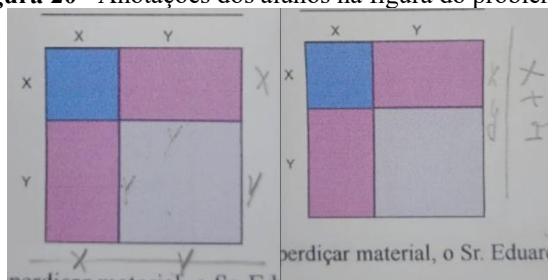
Figura 19 - Alunos lendo o problema individualmente



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Ainda no momento inicial, alguns alunos reconheceram, a partir das informações apresentadas na representação da figura, a possibilidade de considerar a soma dos lados da figura, formando o lado completo ($x+y$). Esse reconhecimento indica a mobilização de conhecimentos prévios e a transição para a linguagem matemática. Nesse processo, a “[...] ação dos alunos volta-se à expressão escrita pois, para resolver o problema, precisarão da linguagem matemática” (Onuchic; Allevato, 2021, p. 53). Assim, mesmo diante das dificuldades iniciais na interpretação, os alunos começaram a atribuir significado algébrico à situação geométrica apresentada.

Figura 20 - Anotações dos alunos na figura do problema 1



Fonte: Acervo da Autora (2025)

No terceiro dos dez passos indicados da metodologia por Onuchic e Allevato (2021), o professor solicitou que os alunos se organizassem em grupos, ressaltando que

- “as ideias que cada um teve individualmente, tentam entrar em consenso, dialogando um com o outro”.

Nesse momento foram criados cinco grupos. Durante a resolução, o professor observava e orientava os grupos, fazendo perguntas que incentivavam a reflexão do problema, como:

- “Que figura é essa?”
- ou “Como se calcula a área do quadrado?”.

Essas intervenções estão em consonância com a mediação alinhada à metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas na medida de buscam estimular o uso de conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, promovendo a troca de ideias e auxiliando sem fornecer respostas prontas (Onuchic; Allevato, 2021).

Figura 21 - Alunos reunidos em grupo resolvendo o problema



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Entretanto, foi observado que, em alguns momentos, o professor orientou diretamente procedimentos a serem utilizados, como o uso da propriedade distributiva, ou validou respostas como correta ou incorreta. Esse posicionamento aponta uma dificuldade em romper com práticas tradicionais de ensino e evidencia a necessidade de construção gradual de uma cultura de resolução de problemas em sala de aula, aspecto destacado por Cai e Lester (2012), ao afirmarem que as habilidades dos alunos em resolver problemas se desenvolvem de forma gradual e demanda uma atenção assistida e

continua por parte do professor, a fim de que a resolução de problemas se torne parte integrante do ensino de Matemática.

Vale destacar que nesse processo é fundamental que o professor desenvolva práticas consistentes que favoreçam a autonomia dos alunos, de modo que as conclusões surjam da discussão coletiva, e não da validação antecipada do professor. Nesse sentido, tais ações destoam da proposta estabelecida, uma vez que essas conclusões deveriam aparecer durante a plenária, ao passo que “[...] em um esforço conjunto, professor e alunos tentam chegar a um consenso sobre o resultado correto” (Onuchic; Allevato, 2021, p. 53).

Na aula seguinte, os cinco grupos apresentaram suas resoluções da lousa dando início a plenária, sexto e sétimo passo da metodologia. Embora todos os grupos tenham conseguido resolver corretamente a alternativa *a*, na alternativa *b* as estratégias e procedimentos adotados foram distintos.

Figura 22 - Alunos resolvendo problemas na lousa

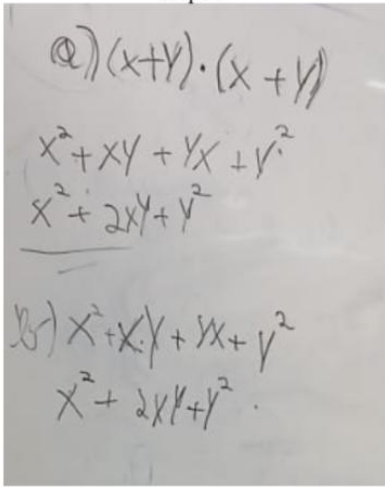


Fonte: Acervo da autora (2025)

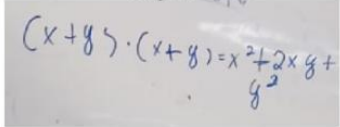
O grupo 1 concluiu que “tanto somando as áreas finais como multiplicando os lados dava o mesmo resultado”, conclusão semelhante à apresentada pelo grupo 3. O grupo 2, resolveu apenas a letra *a*, justificando o procedimento realizado a partir da aplicação da propriedade distributiva aos lados da figura.

Figura 23 - Registro na lousa (G1, G2, G3)

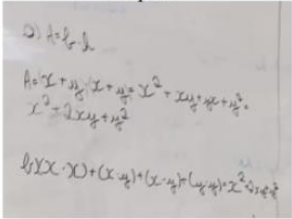
Grupo 1



Grupo 2



Grupo 3



Fonte: Acervo da autora (2025)

O grupo 5, por sua vez, apresentou como resultado na letra *b* a igualdade $2x+2y = 4xy$, realizando a soma de monômios com parte literais distintas, operação que não é matematicamente válida. Esse equívoco gerou a seguinte discussão em sala:

Professor: Você acha que $2x+2y$ é igual a $4xy$? Estou perguntando a ele e a vocês, turma.

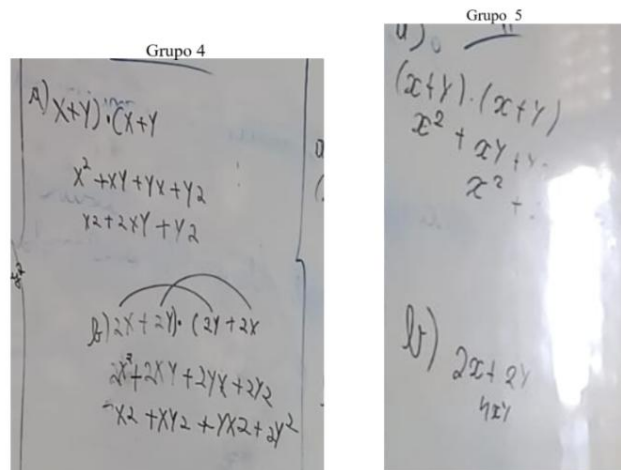
Turma: Não

Professor: Por que não?

Integrante do G1: Porque é multiplicar

Constata-se que a resposta indica o reconhecimento de que as expressões envolvem operações distintas, distinguindo a adição da multiplicação entre monômios, porém não se chegou a um consenso do qual seria o resultado correto, se poderia somar ou não os valores e por quê. Esse processo enfatiza o que Onuchic e Allevato (2021) defendem em relação a importância dos registros na lousa como espaço para comparação e discussão das diferentes estratégias, possibilitando que os alunos avaliem e aprimorem suas próprias resoluções.

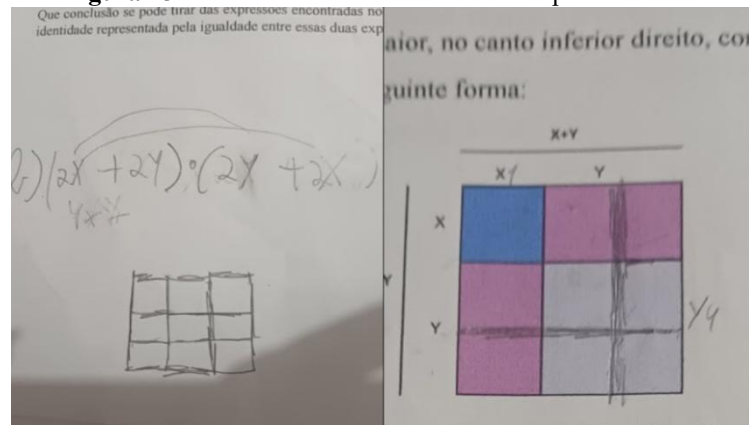
Figura 24 - Registro na lousa (G4, G5)



Fonte: Acervo da autora (2025)

O grupo 4, na letra b, obteve um resultado próximo ao do grupo 5, na soma dos lados, porém eles multiplicaram dois lados para “encontrar a área”, obtendo $(2x+2y) \cdot (2x+2y)$, aplicando posteriormente a propriedade distributiva. Embora o seu procedimento não corresponda ao esperado, é possível inferir que, ao multiplicar $(2x) \cdot (2x)$, o aluno considerou apenas os coeficientes, mantendo a variável inalterada, o que levou ao resultado $2x^2$; procedimento análogo ocorreu com o termo envolvendo y . Percebe-se também que os grupos, utilizaram a mesma organização na letra a, inferindo que a soma de $xy+yx = 2xy$.

Figura 25 - Rascunho do aluno ao resolver o problema



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Outrossim, a partir da análise dos rascunhos, notou-se que o grupo buscou subdividir o quadrado para identificar um novo lado, tentando redesenhar a figura a partir das medidas que consideraram adequadas. Durante a apresentação, o aluno responsável por explicar a estratégia afirmou ao professor ter dúvidas quanto à correção do resultado,

o que evidencia que, mesmo diante da insegurança do seu resultado, ele foi capaz de expor seu raciocínio, abrindo espaço para esclarecimentos e intervenções.

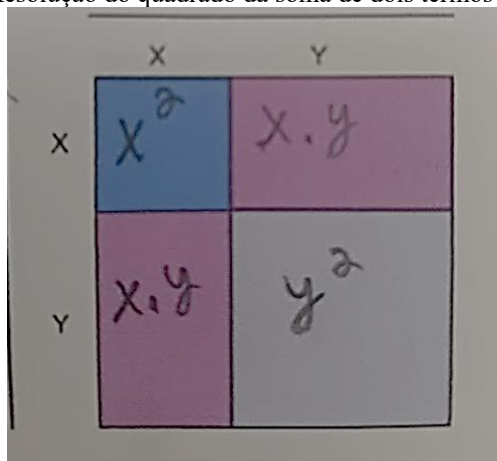
Situações como essas, em que equívocos matemáticos acontecem durante o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da resolução de problemas, podem ser momentos de reflexão e aprofundamento dos conteúdos. É a partir desses resultados ainda incorretos que surgem oportunidades para a revisão e a consolidação dos conhecimentos matemáticos.

Além disso, esses equívocos também são relevantes no processo avaliativo inerente à metodologia, pois, “[...] o professor tem oportunidade de perceber constantemente as condições e conhecimentos que os alunos possuem, ajudando-os durante o processo, promovendo a efetiva avaliação para a aprendizagem” (Onuchic; Allevato, 2021, p. 56). Nessa perspectiva, a

[...] avaliação através da observação do trabalho e de conversa com os alunos é um instrumento de avaliação de caráter eminentemente formativo, pois ele permite que o professor perceba falhas no desempenho dos alunos e desenvolvimentos das atividades propostas de modo instantâneo, dando condições para que o professor avalie a sua prática, no instante em que ela se desenvolve e avalie também as tarefas propostas aos seus alunos. (Pironel, 2002, p.155).

Ainda sobre a plenária, observa-se que, nos registros apresentados na lousa, predominaram ideias algébricas, sem relacionar diretamente com objetos de conhecimento geométricos. No entanto, nos rascunhos e nas falas dos alunos durante a plenária, a figura foi utilizada como suporte para compreensão do conceito de quadrado da soma e da disposição dos termos obtidos pela propriedade distributiva.

Figura 26 - Resolução do quadrado da soma de dois termos utilizando área



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Nesse caso, a decomposição geométrica do quadrado de lado $x+y$, permitiu a organização visual do quadrado da soma de dois termos, evidenciada pela comparação que a área total da figura pode ser obtida pela soma das áreas das partes que a compõem. Essa decomposição torna-se importante para o aprendizado, pois, a presença dos dois retângulos congruentes aponta a origem do $2xy$, permitindo que os alunos compreendam que ele não surge apenas de uma regra, mas da composição geométrica do quadrado.

Figura 27 - Aluno explicando como resolveu a questão para o professor por meio do problema impresso



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Ademais, as folhas de rascunho recolhidas durante a atividade, configuram-se, conforme Pironel (2002), como um diário interativo, no qual o professor coleta dados para a avaliação, obtendo “[...] informações sobre o andamento de suas aulas, o que influencia diretamente o seu próprio desempenho” (p. 173). Observou-se, por exemplo, a resolução de um aluno que realizou corretamente a distributiva, mas concluiu que $x^2 + 2xy + y^2 = 4xy$, evidenciando dificuldades relacionadas a soma de monômios. Da mesma forma, encontrou-se a seguinte resolução, indicando que a propriedade da soma de monômios foi confundida com a da multiplicação.

Figura 28 - Rascunho da resolução do problema 1

$$b) (x+x) \cdot (x+x) = x^2 + x^2 + x^2 + x^2 = x^8$$

$$(y+y) \cdot (y+y) = y^2 + y^2 + y^2 + y^2 = y^8$$

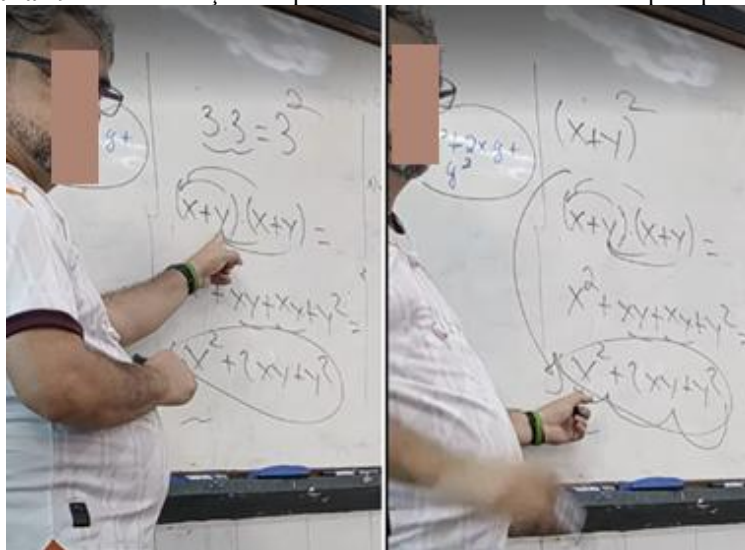
Fonte: Acervo da autora (2025)

Observa-se que o aluno aplicou corretamente a propriedade distributiva, evidenciando compreensão do procedimento de multiplicação entre binômios. Contudo, ao realizar a etapa seguinte, ao invés de somar os termos semelhantes, o aluno utilizou indevidamente a propriedade de multiplicação de monômios, somando os expoentes e concluindo que $x^2 + x^2 + x^2 + x^2 = x^8$, e analogamente para y . Esse equívoco indica que embora o aluno domine parcialmente a multiplicação de expressões algébricas, ainda não consolidou as regras que regem cada operação.

Esse tipo de equívoco é comum enquanto o aluno constrói um pensamento algébrico e é provável que o aluno autor do rascunho apresentasse dúvidas relacionadas às operações de soma e multiplicação de monômios, as quais, ao que tudo indica, foram superadas no próprio grupo durante o processo de resolução.

Na etapa da formalização, ao definir junto a turma que as respostas dos itens (a) e (b) constituíam a expressão $x^2 + 2xy + y^2$, o professor relembrou que o resultado obtido correspondia a um quadrado da soma de dois termos. Em seguida, apresentou a identidade notável na lousa, estabelecendo uma associação com as resoluções mobilizadas pelos alunos. A aula foi encerrada sem a proposição de novos problemas.

Figura 29 - Formalização do quadrado da soma de dois termos pelo professor



Fonte: Acervo da Autora (2025)

De modo geral, nessa primeira aplicação, observou-se o protagonismo dos alunos nos grupos, evidenciado pela superação de equívocos ao longo das discussões, pela construção coletiva das resoluções e pelo diálogo estabelecido com o professor. Esses elementos são destacados pelo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação

de Matemática por meio da Resolução de Problemas que tem como objetivo transformar o papel do aluno em protagonista.

Considera-se que o objetivo da aula foi alcançado pois os grupos conseguiram introduzir por meio do objeto de conhecimento geométrico o conceito de quadrado da soma de dois termos, analisando que a área total do vitral é $(x + y)(x + y) = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. Destaca-se, ainda, que os termos deixaram de ser percebidos como resultado de uma regra previamente apresentada, passando a ser compreendidos como decorrente das duas regiões retangulares e dois quadrados distintos, formados na decomposição da figura, o que evidencia a articulação entre representações geométricas e algébricas.

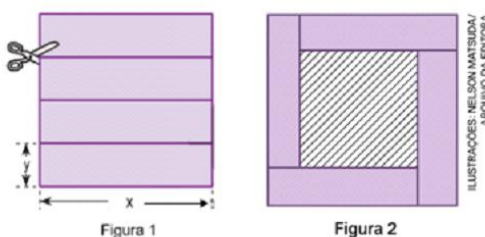
4.2 Aplicação do 2º problema - Quadrado da diferença de dois termos por meio da área de um quadrado

Na continuidade das atividades, considerando que os alunos se encontravam mais familiarizados com as etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, o professor solicitou que, antes da reorganização dos grupos, os alunos realizassem a leitura individual do enunciado e refletissem sobre o problema proposto, formando os grupos apenas após esse momento inicial. Essa orientação está em consonância com o segundo passo indicado por Onuchic e Allevato (2021), no qual se enfatiza a importância do contato individual do aluno com o problema, favorecendo a compreensão do enunciado e a mobilização de conhecimentos prévios.

No problema em questão os alunos recortaram tiras de papel e montaram um quadrado cujos lados tinham medida $x-y$.

Figura 30 - Problema 2

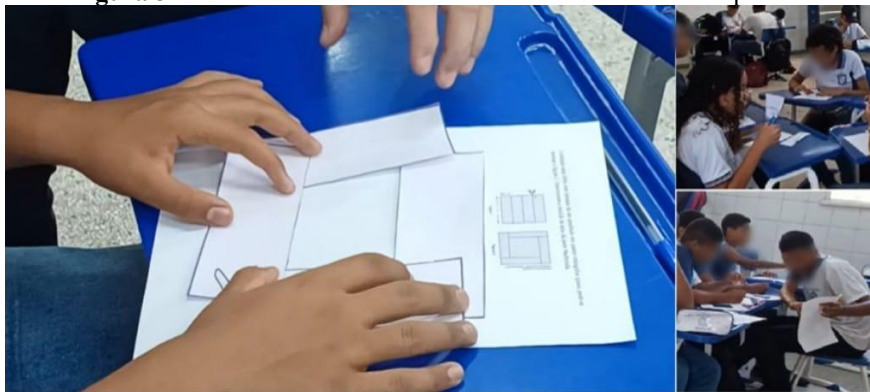
(Bianchini 2022) Cortando uma folha com formato de um quadrado em quatro retângulos iguais, pode-se montar a figura 2. Determinem a medida da área da parte hachurada.



Fonte: Acervo da Autora (2025)

A folha de papel recortada pode ser caracterizada como um material manipulável, conforme defendem Silva (2018) e Kucinskas (2024), ao destacarem o uso desse tipo de recurso para a abstração de conceitos algébricos. Nesse contexto, o material possibilitou aos alunos a manipulação concreta da figura geométrica, favorecendo a visualização da área do quadrado por meio do recorte e sobreposição das tiras, mostrando-se relevante para apoiar a compreensão inicial da medida do lado, ainda em construção pelos alunos. Ao realizar esse processo, os alunos puderam perceber que uma parte do lado quadrado era retirada, contribuindo para a compreensão da expressão $x-y$.

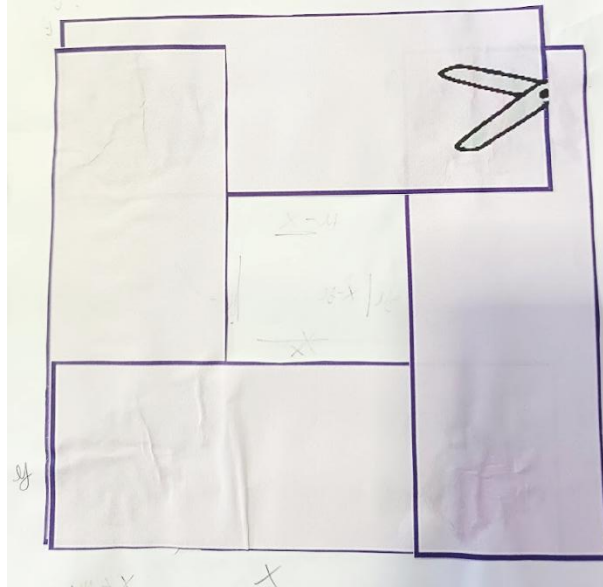
Figura 31 - Alunos utilizando a folha como um material manipulável



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Nesse sentido, compreende-se que os “[...] materiais manipulativos: ajudam os estudantes a dar sentido às ideias abstratas, fornecem a eles formas de testar e verificar ideias, são ferramentas úteis para resolver problemas e tornam a Matemática a ser aprendida mais atraente e interessante” (Burns, 2007, apud Silva, 2018, p. 77). Essa perspectiva converge com Kucinskas (2024), que destaca o material manipulável como um instrumento mobilizador por meio do qual “[...] os alunos podem estabelecer conexões entre os objetos de conhecimento, as habilidades previstas e as diferentes unidades temáticas da Matemática, com os outros componentes curriculares e com o seu cotidiano” (p. 17). Essas considerações reforçam as ideias de Silva (2018), o qual, nesse problema, articula objetos de conhecimento da geometria e da álgebra.

Figura 32 - Exemplo do material manipulável utilizado em sala



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Após o recorte, os vinte e seis alunos presentes na turma, foram organizados em cinco grupos e os participantes iniciaram a discussão e resolução do problema, essa interação está em consonância com o passo indicado por Onuchic e Allevato (2021), que em grupos os “alunos discutem e aprimoram compreensões” (p.51). Durante esse momento, o professor transitava entre os grupos, esclarecendo dúvidas e lembrando conceitos previamente trabalhados, atuando como mediador do processo de resolução. A observação das estratégias, das discussões e das justificativas apresentadas pelos alunos configurou-se como um importante instrumento de coleta de informações, pois, ao acompanhar os alunos durante a resolução de problemas, as interações e justificativas produzidas contêm “[...] insights sobre a natureza da compreensão dos estudantes sobre aquela ideia” (Van de Walle, 2009, apud Onuchic; Allevato, 2021, p. 76). No contexto dessa aula, esse acompanhamento permitiu ao professor identificar indícios das compreensões e das dificuldades do conteúdo, caracterizando um tipo de avaliação que, embora possa aparentar caráter informal, atende aos pressupostos da avaliação para a aprendizagem, conforme defendem Onuchic e Allevato (2021).

Figura 33 - Professor incentivando e observando os grupos durante a resolução do problema



Fonte: Acervo da autora (2025)

Vale ressaltar que o conceito de área do quadrado havia sido abordado no problema anterior, observou-se que a principal dificuldade enfrentada pelos alunos esteve relacionada à identificação da medida do lado do quadrado da área hachurada, mesmo com o uso do material manipulável. Isso reitera que é necessário o uso do articulado de objetos do conhecimento algébrico com os geométricos para criar essa associação e consolidação do aprendizado. Diante dessa dificuldade, o professor realizou questionamentos como:

- “Onde está a área hachurada?”
- “Que figura vocês identificam nessa região e como se calcula a área?”
- “Observe os dois lados da figura anterior, o x e o y , como eles podem ajudar a vocês descobrirem o lado?”.

Ainda assim, um dos grupos não conseguiu concluir a resolução no tempo da aula, e não apresentou sua resolução na lousa, como pode ser visto na figura a seguir:

Figura 34 - Registros na lousa referentes ao segundo problema

61)

$$(x-y) \cdot (x-y)$$
$$x^2 - xy + yx + y^2$$
$$x^2 - xy + y^2$$

62)

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y)$$
$$= x^2 - xy - yx + y^2$$
$$= x^2 - 2xy + y^2$$

63)

$$= 2x - 2y$$
$$= x - 2y$$
$$= x - 2y \cdot x - 2y$$
$$= x^2 - 2yx - 2yx +$$
$$4y$$
$$= x^2 - 4yx + 4y$$

64)

65)

$$x + y + x^2 + y^2 + x^2 + y^2$$
$$= x^2 + y^2$$

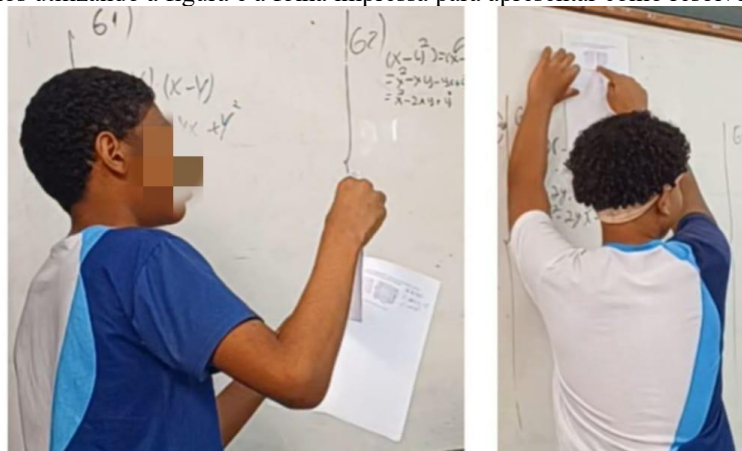
Fonte: Acervo da autora (2025)

Durante a apresentação das resoluções, os grupos demonstraram ter mobilizado diferentes raciocínios para a resolução do problema. O grupo G1 justificou sua estratégia a partir da comparação de áreas, afirmando que

- “a área do quadrado grande é menor do que essa”
- e que, como “a altura seria x e a largura seria y ”,
- e obteve “ $x-y$ ” e “depois só apliquei a regra”.

Essas falas, indicam o uso da propriedade distributiva para a resolução. O grupo G2, por sua vez, identificou regularidade associadas ao quadrado, destacando a igualdade entre os lados e, ao observar a sobreposição das medidas x e y , concluiu que o lado seria “ $x-y$ ” e, pela igualdade dos lados, obteve “ $(x-y)^2$ ”, complementando com a estratégia do “chuveirinho” (distributiva). Essas estratégias evidenciam a articulação entre os objetos de conhecimento algébricos e geométricos, atendendo ao objetivo proposto pelo problema.

Figura 35 - Alunos utilizando a figura e a folha impressa para apresentar como resolveram os problemas



Fonte: Acervo da autora (2025)

Já o grupo G3, apresentou de forma superficial a maneira como encontrou o lado, indicando diretamente o valor “ $x-2y$ ”, sem detalhar o critério, nem relação com o material, o que sugere uma escolha baseada em tentativa. No grupo G5, o aluno responsável pelo registro na lousa afirmou não compreender o procedimento adotado, o que sugere uma participação restrita à transcrição do resultado, sem explicitação do raciocínio desenvolvido pelo grupo.

Durante a discussão dos resultados, observou-se que dois grupos chegaram ao mesmo resultado $x^2-2xy+y^2$; porém, ao observarem o processo de resolução, percebeu-se que os registros obtinham dados diferentes. No grupo G1, por exemplo, após a aplicação da propriedade distributiva, os alunos obtiveram a expressão $x^2 -xy +xy + y^2$, o que matematicamente resultaria em x^2+y^2 . Ainda que o grupo tenha apresentado o resultado esperado, o processo de construção evidenciou equívocos relacionados ao “jogo de sinais” e à compreensão das operações envolvidas na distributiva. Situações como essa reforçam a importância de analisar não apenas o resultado final, mas também os caminhos percorridos pelos alunos durante a resolução de um problema.

As resoluções apresentadas pelos grupos G1 e G2 serviram como ponto de partida para a discussão coletiva. Isso pode ser compreendido considerando que os grupos G3 e G5, ao adotarem procedimentos distintos e não chegarem a um resultado comum, tiveram suas respostas pontuadas pelo professor durante a plenária, sem que naquele momento se estabelecesse uma discussão coletiva mais aprofundada sobre outros possíveis encaminhamentos para a resolução do problema. Conforme destacam Onuchic e Allevato (2021), a plenária constitui um momento no qual as diferentes estratégias devem ser socializadas e analisadas coletivamente, possibilitando que os alunos confrontem ideias, compreendam seus erros e avancem na construção do conhecimento matemático. Nessa perspectiva, o papel do professor como mediador envolve “[...] valorizar os diferentes caminhos, os possíveis erros, as diversas tentativas, promovendo e fomentando o processo de ensino e aprendizagem por meio da situação-problema” (Soares, 2018, p. 23).

Após o consenso em torno da resolução apresentada pelo grupo G2, o professor retomou com os alunos a ideia de que o problema envolvia o quadrado da diferença de dois termos, formalizando o conteúdo matemático por meio do registro da identidade notável de forma organizada, priorizando o procedimento adotado pelos alunos e apresentando novas técnicas de resolução, conforme orientam Onuchic e Allevato (2021).

Na etapa final, solicitou que os alunos sugerissem novos exemplos a partir da situação trabalhada, contemplando o décimo passo da metodologia que visa

[...] analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula e consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões acerca daquele conteúdo ou tópico matemático. (Onuchic; Allevato, 2021, p. 53-54)

Diante da ausência de sugestões por parte da turma, o professor recorreu novamente à representação geométrica da área do quadrado, articulando-a ao quadrado da diferença de dois termos. Essa retomada buscou reforçar a resolução obtida pelos alunos por meio do uso das suas estratégias com valores distintos no quadrado.

Figura 36 - Formalização do quadrado da diferença de dois termos



Fonte: Acervo da autora (2025)

De modo geral, a aplicação do segundo problema, selecionado para promover a construção do conceito de quadrado da diferença de dois termos, ocorreu por meio da articulação entre representações geométricas e algébricas, utilizando o material manipulável como suporte para a compreensão dos lados da figura. Observou-se que os alunos mobilizaram conhecimentos prévios relacionados à área do quadrado e à propriedade distributiva, entretanto, também foram constatadas dificuldades quanto à determinação da medida do lado da região hachurada e do uso das operações algébricas. Ainda assim, considera-se que o objetivo foi alcançado, já que os grupos conseguiram estabelecer relações entre a figura geométrica e a identidade notável, permitindo que a formalização do conteúdo seguisse das estratégias construídas pelos próprios alunos, em consonância com os pressupostos da metodologia adotada.

4.3 Aplicação do 3º problema – Produto da soma pela diferença de dois termos por meio da área de um retângulo

No quarto encontro, antes da entrega do problema gerador, diferentemente das aplicações anteriores, não houve a orientação para a realização do segundo passo (a leitura individual do problema), sendo solicitado aos alunos que se organizassem diretamente

em grupos. Essa adaptação, embora omita uma das etapas previstas no roteiro da metodologia, não a descaracteriza, pois Moraes (2022) também realiza adaptações ao roteiro original no contexto da sua pesquisa. Do mesmo modo, Onuchic e Allevato (2021) abordam em seu texto que o roteiro de dez passos constitui uma indicação para a realização da atividade, não sendo definido como um padrão rígido que não pode ser modificado.

Figura 37 - Alunos reunidos em grupos na biblioteca



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Além disso, a não indicação explícita dos passos da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas sugere o desenvolvimento de uma cultura de resolução de problemas na turma, já que os alunos demonstravam familiaridade com a atividade proposta e sabiam os grupos que pertenciam, não se mostrando necessário indicar novamente o processo da leitura individual, ornando com a proposta orientada por Cai e Lester (2012).

O terceiro problema utilizou a História da Matemática como recurso, ao apresentar aos alunos a associação entre os produtos notáveis e à álgebra geométrica, evidenciando que desde a antiguidade, as ideias algébricas estavam vinculadas a representações geométricas. Os trabalhos de Soares (2018), Moraes (2022) e Kucinkas (2024), abordam aspectos da história da álgebra entre as sessões do seu texto, essa leitura reforçou a importância de apresentar aos alunos, ainda que de forma breve, que a articulação entre objetos de conhecimento algébricos e geométricos não é uma construção contemporânea. Dessa forma, buscou-se promover uma integração entre o passado e o presente, favorecendo a compreensão de um conceito dos produtos notáveis a partir da área de um

retângulo e desafiando os alunos a representar o resultado que usualmente é obtido somente na forma algébrica, escrito associado aos objetos de conhecimento geométrico.

Figura 38 - Problema 3

(Adaptado de Bianchini 2022) O conceito de produtos notáveis apareceu na Grécia nos estudos de álgebra geométrica, ferramenta bastante empregada pelos gregos para lidar com situações que envolviam números irracionais.

A álgebra geométrica grega chegou até nós principalmente por meio do livro II da obra Os elementos, de Euclides (c. 325 a.C.-265 a.C.). Entretanto, é muito provável que a álgebra dos primeiros gregos – desde os pitagóricos (século VI a.C. ao século III a.C.) até Euclides, Arquimedes (c. 287 a.C.-212 a.C.) e Apolônio (c. 262 a.C.-190 a.C.) – já fosse geométrica, o que estabeleceu uma tradição na representação de situações essencialmente algébricas, bem como daquelas que envolviam números irracionais.

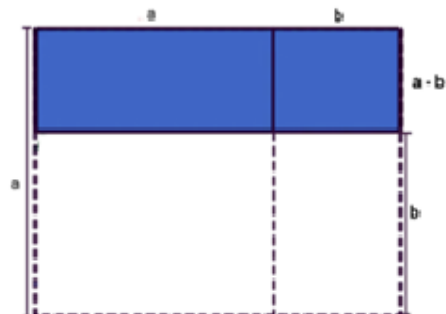
No livro II de Os elementos, são encontradas algumas identidades algébricas, como:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Entretanto, essas identidades não eram apresentadas dessa maneira, pois não havia essas notações naquela época. Os gregos, desde os pitagóricos até Euclides, pensavam nessas situações geometricamente. Por exemplo, o produto ab era visto como um retângulo com medidas de base a e altura b .

A álgebra geométrica requer mais do que apenas texto escrito para ser plenamente compreendida — daí a importância do uso de figuras. Com base na perspectiva grega, a imagem a seguir traz uma exemplificação geométrica.

Analisando a figura, determine a área da região azul e escreva um texto explicativo que, juntamente com a imagem, permita compreender o cálculo da área da figura apresentada.



Fonte: Adaptado de <https://www.preparaenem.com/> (2025)

Fonte: Acervo da Autora (2025)

Nessa aula, estiveram presentes ao trinta e um alunos, os quais se distribuíram dessa vez em seis grupos, os quais durante a resolução, o professor interveio por meio de questionamentos como:

- “Qual é a figura da área azul?”,
- “Como se calcula a área dessa figura?”
- e “Como é a área do retângulo?”

Assumindo uma postura mediadora, assim como realizou nas aplicações anteriores. Diante das dificuldades apresentadas por um dos grupos na adição de números inteiros, professor manteve essa postura, intervindo apenas por meio de questionamentos sem indicar se as respostas estavam corretas ou incorretas. Essa postura reforça o papel do professor como mediador do processo de construção do conhecimento, assim como instruem Onuchic e Allevato (2021) no seu roteiro.

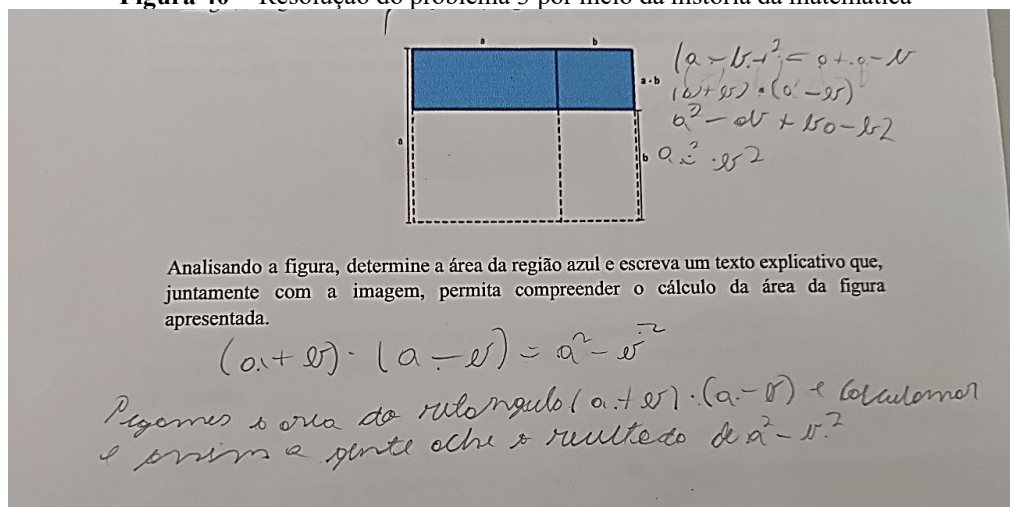
Figura 39 - Professor mediando dúvidas dos alunos



Fonte: Acervo da autora (2025)

Na aula seguinte, o professor solicitou que os grupos retomassem as resoluções iniciadas e refletissem sobre o que haviam produzido. Observou-se que a maioria dos alunos não havia registrado a resolução do problema por meio de explicações escritas e associadas a geometria, limitando-se as respostas com os procedimentos algébricos. Diante dessa situação, o professor enfatizou a importância do registro escrito do que se foi realizado, especialmente considerando que o problema fazia uso da História da Matemática como recurso, solicitando que os alunos expressassem suas ideias de forma semelhante a matemática de outros períodos históricos. Essa orientação conversa com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, dado que conforme destaca Moraes (2022), a metodologia “[...] não requer apenas respostas, mas também explicações e justificativas para o processo de resoluções” (Moraes, 2022, p.32).

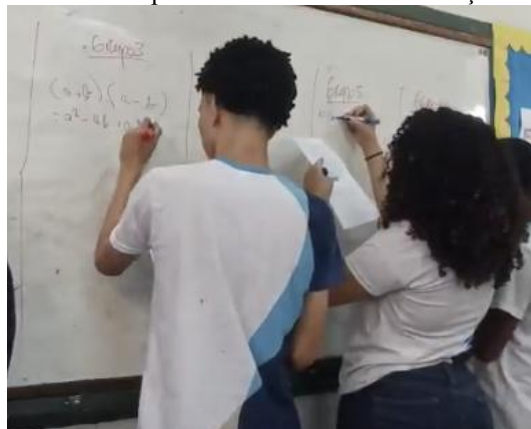
Figura 40 - Resolução do problema 3 por meio da história da matemática



Fonte: Acervo da autora (2025)

Após esse momento, foi solicitado que os estudantes realizassem o sexto passo do roteiro, ou seja, que eles apresentassem as suas resoluções na lousa para a turma. Durante esse momento, notou-se que boa parte dos grupos conseguiram alcançar o resultado almejado, de forma algébrica, enquanto a parte geométrica só foi evidenciada na leitura da resolução por alguns grupos.

Figura 41 - Estudantes apresentando na lousa a resolução do problema 3



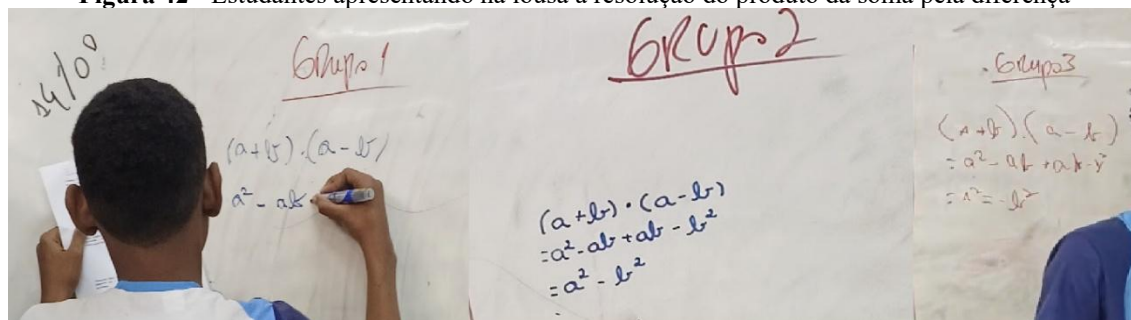
Fonte: Acervo da autora (2025)

As escritas dos estudantes na lousa evidenciaram que todos os grupos realizaram a propriedade distributiva para realizar o cálculo da área do retângulo azul, porém o grupo 1, mesmo escrevendo a distributiva na lousa, o aluno destacou que:

- “Encontrei a medida dos lados, depois eu apliquei com os lados o produto pela diferença”

É possível nesse caso identificar que o aluno após utilizar a geometria encontrando os lados e realizando a distributiva, associou ao produto notável do produto da soma pela diferença, estudado anteriormente.

Figura 42 - Estudantes apresentando na lousa a resolução do produto da soma pela diferença



Fonte: Acervo da autora (2025)

As demais falas dos grupos reafirmam o uso da distributiva como aliada a geometria para encontrar o resultado

- “Primeiro eu calculei a medida dos retângulos e depois eu fiz o chuveirinho”,
- Bem como o outro relata “Eu somei a área azul e o retângulo”.

As afirmações dos alunos indicam a mobilização de uma representação geométrica como suporte para a construção algébrica de uma identidade notável, embora alguns processos da construção da escrita não sejam associados diretamente com o cálculo encontrado, Soares (2018), destaca que “[...] o resultado alcançado nem sempre é o mais importante, mas sim o caminho percorrido, e as estratégias. Deve-se valorizar todo tipo de interpretação, todo tipo de assimilação e correlação com os outros conteúdos, pois a resolução de problemas é abrangente.” (p. 22)

Figura 43 - Resoluções do problema 3

The image shows three columns of handwritten mathematical work, each labeled with a group number in red ink.
Grupo 4: Shows the expansion of $(a+b) \cdot (a-b)$ as $a^2 + ab - b^2 + ba$, which simplifies to $a^2 - b^2$. At the bottom, it states $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$.
Grupo 5: Starts with $A = (a+b) \cdot (a-b)$, then shows $A = a^2 - ab + ab - b^2$, $A = a^2 - b^2$, and finally $A = (a-b)^2$. There is a small scribble below the final equation.
Grupo 6: Starts with $A = B^2$, then shows $(A-B) \cdot (A+B)$, $A^2 - Ab + B + A - B^2$, and finally $A^2 - B^2$.

Fonte: Acervo da autora (2025)

Durante a plenária, o papel do professor manteve uma postura mediadora ao organizar as apresentações, destacar regularidades e favorecer a comparação entre as estratégias dos grupos, além da busca pelo consenso. Essa atuação, baseada em questionamentos e na organização das discussões, aproxima-se do professor abordado por Trento (2019), destacando-se por meio do papel de “[...] observador, interventor, questionador, guia, incentivador e mediador” (p. 138) como uma contribuição da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, aspectos que podem ser observados nas falas a seguir:

Professor: Vocês também podem debater, ou seja, concordar ou discordar da resposta. Por exemplo, nós vimos que praticamente todos

que apresentaram iniciaram com o cálculo da área dos retângulos Ok? [...] O primeiro caminho foi esse identificar que ali tem a área de retângulos pela forma geométrica e calcular a área de cada um, ok? [...] Mas observe que, no final, todos chegaram, na conclusão de que A mais B vezes A menos B, conforme os lados das figuras, todos chegaram à diferença entre quadrado de A menos quadrado de B. Não é? Vocês aí, tem alguma discordância em relação ao que cada grupo chegou ao resultado? Vocês acham que todos estão corretos a chegar ao primeiro resultado, mesmo que tenham feito caminhos diferentes, alguns equívocos na escrita, chegaram à mesma solução?

Professor: Todos os grupos concordam que o resultado final foi esse?

Professor: [...] De acordo com o que vocês, da forma de vocês, dos conhecimentos prévios de vocês, em relação a área do retângulo, calculando, encontrando aí os lados, etc. Chegamos a um consenso dessa forma? Alguém discorda?

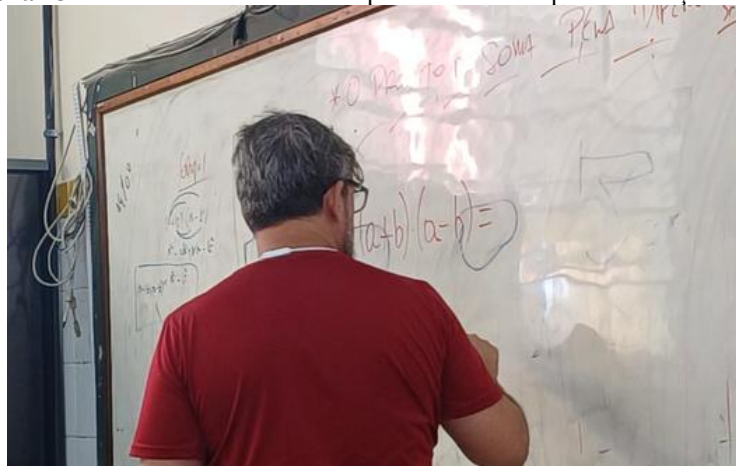
Figura 44 - Professor direcionando questionamentos a alunos na plenária



Fonte: Acervo da autora (2025)

A concordância da turma indica que o resultado $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ foi aceito coletivamente, partindo para a parte da formalização de que esse produto notável é o produto da soma pela diferença, em que o professor “registra na lousa uma apresentação “formal”” do objeto de conhecimento matemático. Dessa forma, a plenária configurou-se como um espaço de socialização e confronto de ideias, em consonância com a proposta de Onuchic e Allevato (2021, p. 53).

Figura 45 - Professor formalizando o produto da soma pela diferença



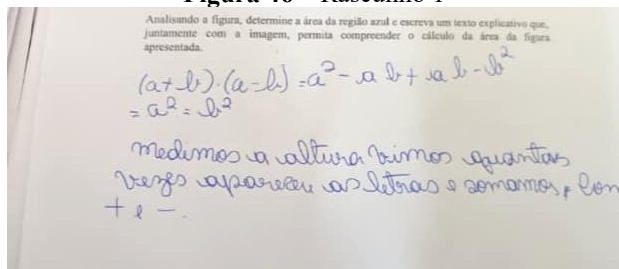
Fonte: Acervo da autora (2025)

Durante a formalização, os alunos participaram relembando a regra escrita do produto da soma pela diferença como “quadrado do primeiro termo menos quadrado do segundo termo”, maneira explicada pelo professor de antemão, nesse caso o professor também deixou claro que o trabalho com a geometria foi valido não somente para encontrar o produto notável, mas também para revisar conteúdos geométricos como área de quadrados e retângulos. Embora a formalização tenha sido conduzida pelo professor, a aula manteve o aluno como sujeito ativo, visto que a construção do conhecimento ocorreu a partir das ideias dos alunos, logo durante a formalização eles também participaram.

Para a realização do último passo, na hora de propor novos problemas, o professor questiona a turma se existe outra maneira de encontrar o resultado do produto da soma pela diferença, nesse momento um dos alunos ressaltada que esse produto pode ser encontrado “Somando a área dos retângulos azuis da figura”, fazendo uma associação direta ao problema realizado. Dentro dessa perspectiva, Onuchic e Allevato (2021) evidenciam que na “[...] plenária, que é um momento forte de avaliação, o professor deve instigar novas perguntas que envolvam o tema, por exemplo perguntando: A atividade assim proposta colaborou para esclarecer os novos conceitos construídos?” (p. 166), proposta que segue no mesmo encaminhamento da do professor.

Ainda relacionado ao problema é necessário dispor da escrita do texto explicativo sobre a área da figura, como esse aspecto não foi explanado pelos alunos na lousa ou na plenária de forma direta, utilizaremos as folhas de rascunho para verificar esse ponto, apresentando as imagens correspondentes e as transcrições de forma literal dos registros escritos

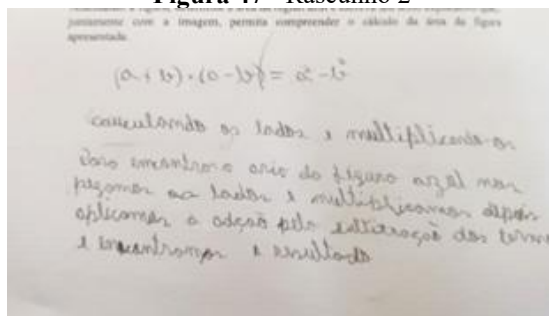
Figura 46 – Rascunho 1



Fonte: Acervo da autora (2025)

- - “Medimos a altura vimos quantas vezes apareceu as letras e somamos com + e -.”

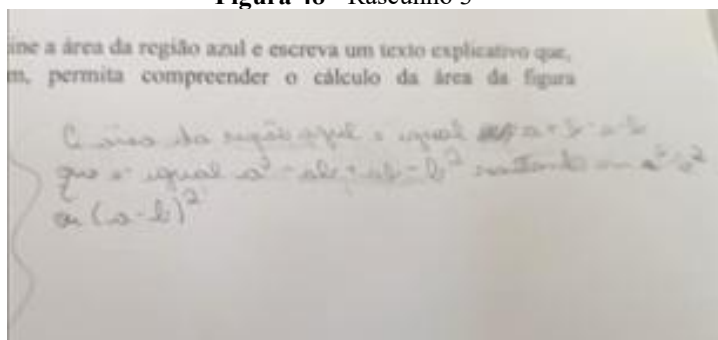
Figura 47 - Rascunho 2



Fonte: Acervo da autora (2025)

- “Caulculando os lados e multiplicando-os para encontrar a área da figura azul nos pegamos os lados e multiplicamos depois aplicamos a adição pela subtração dos termos e encontramos o resultado.”

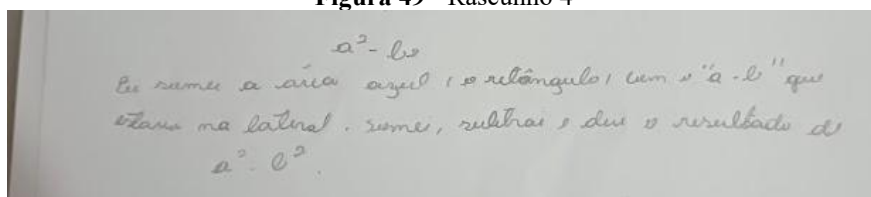
Figura 48 - Rascunho 3



Fonte: Acervo da autora (2025)

- “A área da região azul é igual $a+b \cdot a-b$ que é igual a $a^2 - ab + ab - b^2$ resultando em $a^2 - b^2$ ou $(a-b)^2$ ”

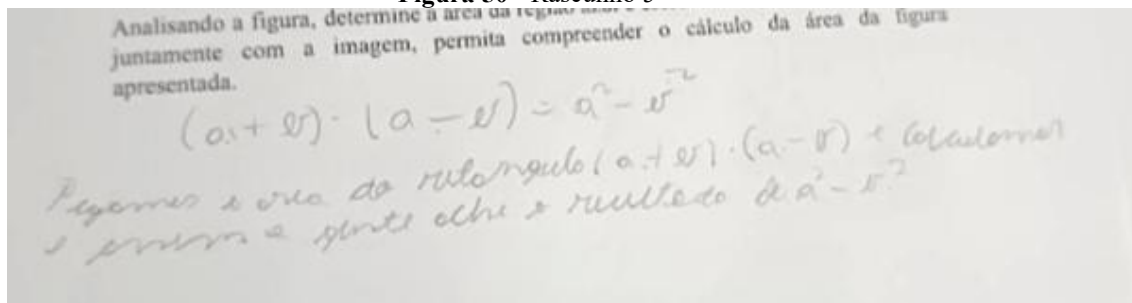
Figura 49 - Rascunho 4



Fonte: Acervo da autora (2025)

- “Eu somei a área azul (o retângulo) com o “ $a - b$ ” que estava no lateral. Somei, subtraí e deu o resultado de $a^2 - b^2$ ”

Figura 50 - Rascunho 5



Fonte: Acervo da autora (2025)

- “Pegamos a área do retângulo $(a+b) \cdot (a-b)$ e calculamos e assim a gente achou o resultado de $a^2 - b^2$.”

As resoluções dos alunos evidenciam que o retângulo funcionou como suporte para a construção da identidade notável, a fala 1 e a 3, explicita de como foi realizado o cálculo algébrico embora não aborde em nenhum momento o valor dos lados, os alunos recorrem à propriedade distributiva, também se observa a tentativa de justificar o resultado a partir da decomposição algébrica, como na fala 5, no qual o aluno realiza o desenvolvimento algébrico. Embora as falas, não tenham almejado a somente escrita mais geométrica sem está tão associada a álgebra, foi importante analisar as respostas dos alunos para entender os caminhos que decidiram seguir além da plenária.

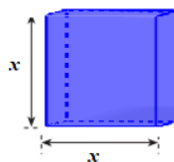
O problema foi selecionado para promover a área equivalente a $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$, que corresponde ao produto da soma pela diferença. Além de realizar o cálculo, o aluno deveria expressar esse raciocínio em um texto explicativo. Um exemplo de resposta seria: “A área da figura azul corresponde a base vezes altura. Nesse caso, sendo a base como $a+b$ e a altura $a-b$, e denominando “ a ” como o primeiro termo de ambos os termos, e “ b ”, como o segundo termo, o resultado da área da figura azul seria o quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo”. A análise das resoluções revela que a maioria dos grupos conseguiu chegar ao resultado algébrico esperado e embora nem todos tenham elaborado a parte escrita com ligado a parte geométrica, como solicitava a questão, se observou que o retângulo funcionou como suporte para a construção da identidade notável, dessa forma considera-se que o objetivo alcançado.

4.4 Aplicação do 4º problema – Cubo da soma e da diferença de dois termos por meio do volume de cubos

O quarto e último problema foi iniciado de forma semelhante ao terceiro, com os grupos já organizados no momento da entrega dos problemas impressos. Apesar disso, o professor relembrou os alunos da importância do segundo passo da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, referente à leitura individual do problema.

Figura 51 - Problema 4

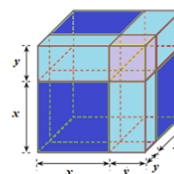
Uma empresa fabrica aquários em formato cúbico, com arestas medindo x cm.



Para atender a diferentes demandas, decide-se criar dois modelos:

Um aquário maior, aumentando y cm no comprimento de cada aresta

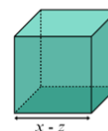
Em relação ao modelo original;



Um aquário menor, diminuindo z cm no comprimento de cada aresta.

Com base nessas alterações, determine:

- Qual será a capacidade (volume) do aquário maior?
- Qual será a capacidade (volume) do aquário menor?



Fonte: Acervo da autora (2025)

Nesta aula, estiveram presentes 27 alunos, e foram formados seis grupos. Dessa vez, o professor realizou a leitura do problema em voz alta e, durante esse momento, retomou conceitos da geometria, como o de aresta, lembrando os conhecimentos prévios necessários para o entendimento da questão. Durante essa leitura, o professor realizou questionamentos a turma a respeito do cálculo do volume de um cubo e para facilitar o entendimento relacionou a figura geométrica a um dado.

Diante disso, se promoveu um diálogo coletivo anterior ao início da resolução individual ou em grupo. Embora esse encaminhamento não esteja previsto no roteiro de dez passos proposto por Onuchic e Allevato (2021), foi relevante para favorecer a mobilização dos conhecimentos prévios necessários à resolução do problema.

Figura 52 - Professor lendo o problema em voz alta



Fonte: Acervo da Autora (2025)

Como os alunos não lembravam como se realizava o cálculo do volume, o professor continuou com questionamentos diretos a turma para que eles pudessem encontrar a fórmula.

Professor: Desse cubo, se você pegar uma parede dele, na geometria chama de face. Essa face, essa parede, que forma geométrica é?

Alunos: Quadrado.

Professor: E quais são os lados que tem aí desse quadrado?

Alunos: X

Professor: Se fosse calcular a área desse quadrado, o que a gente faria?

Alunos: x ao quadrado

Professor: Um quadrado tem quantas dimensões?

Alunos: Duas, bidimensional

Professor: O cubo tem quantas? Quantas dimensões ele vai ter?

Alunos: Três dimensões, tridimensional

Professor: Quais são as dimensões do quadrado?

Alunos: X e X

Professor: e se for o cubo, tem quantas dimensões?

Alunos: X,X,X

Professor: Então como eu calculo o volume do cubo?

Alunos: x ao cubo

O diálogo estabelecido permitiu que os próprios estudantes identificassem que o volume de um cubo de aresta x é dado por x^3 . Esse momento além de caracterizar uma postura mediadora do professor, criou condições para que os alunos construíssem coletivamente o conceito necessário à resolução do problema. A ideia leva como premissa que “[...] a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor”, este posicionamento de mediador gera situações que promovem “[...] confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático” (Onuchic; Allevato, 2021, p. 47).

Após a discussão inicial, os grupos deram início à resolução do problema, enquanto o professor circulava entre eles observando e questionando, principalmente referente a aresta de um dos cubos que não foi apresentado de forma direta. Nesse contexto, o professor questionou os alunos sobre o significado de um aumento na medida da aresta, conduzindo-os à expressão algébrica $x + y$, contudo sem indicar diretamente o procedimento a ser seguido.

Figura 53 - Professor acompanhando as resoluções dos grupos



Fonte: Acervo da autora (2025)

As intervenções do professor foram realizadas após ele identificar dificuldades no processo de encontrar o lado do cubo, essas aconteceram na forma de “[...] questionamentos, dicas e até por meio do da resolução de um problema periférico, distinto do problema gerador trabalhado” (Onuchic; Allevato, 2021, p.75).

Professor: Se eu tenho um e aumentou dois fica quanto?

Aluno: Três.

Professor: Por quê?

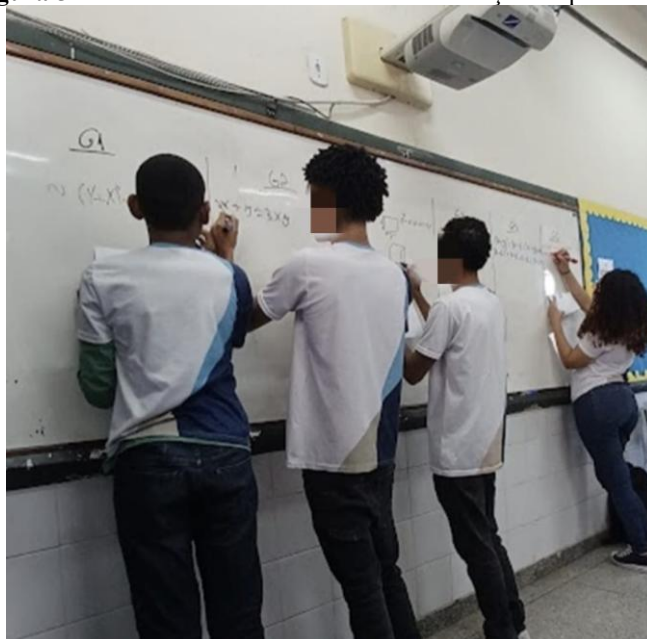
Aluno: Porque somou.

Professor: E se aqui era x e aumentou o y ficaria quanto? O que tem que fazer?

Aluno: Juntar, x mais y

Na alternativa em que a aresta do cubo já estava definida, observou-se que os alunos não se preocuparam diretamente com ela, pois já estava previamente estabelecido. Porém, alguns grupos deixaram o tempo determinado para a resolução da alternativa a, e não responderam a alternativa b. Vale ressaltar que nessa aula verificou-se a presença de novos alunos na turma, o que possibilitou a formação de um novo grupo.

Figura 54 - Alunos na lousa escrevendo a resolução do problema 4



Fonte: Acervo da autora (2025)

Na apresentação da resolução dos problemas na lousa, observou-se que os grupos utilizaram encaminhamentos distintos. O grupo 1 associou o cálculo do volume à decomposição da expressão $(y+x)^3$ por $(y+x) \cdot (y+x)^2$, e de maneira semelhante, realizou na letra b com $(x-z)^3$; porém, não desenvolveu o quadrado da soma no momento de realizar a distributiva.

Figura 55 - Resoluções do grupo 1 e 2

G1

$$a) (y+x)^3 = (y+x) \cdot (y+x)^2$$

$$y^2 + 3y + 3xy + y^2$$

$$b) (x-z)^3 = (x-z) \cdot (x-z)^2$$

$$x^3 - 3xz + 3z - z^3$$

$$x^3 - z^3$$

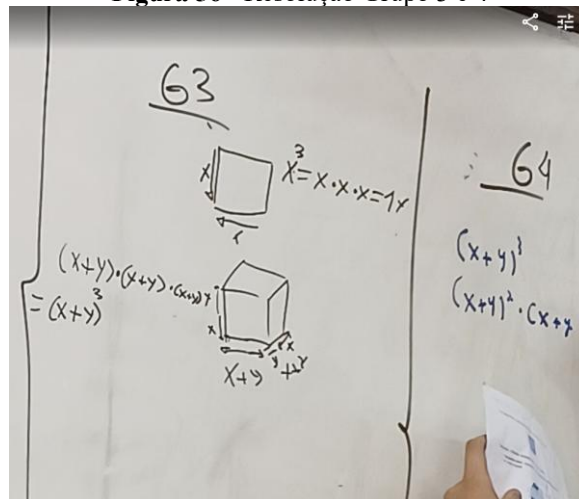
G2

$$3x + y^3 - 3xy^2$$

Fonte: Acervo da autora (2025)

O grupo 2 só realizou apenas a letra a e encontrou como aresta do cubo a expressão $3x+y^3$, o que demonstrou dificuldade em compreender os diálogos e mediações propostas pelo professor. Além disso, afirmou que a soma seria $3xy^3$, revelando dificuldades entre as operações de adição e multiplicação de monômios.

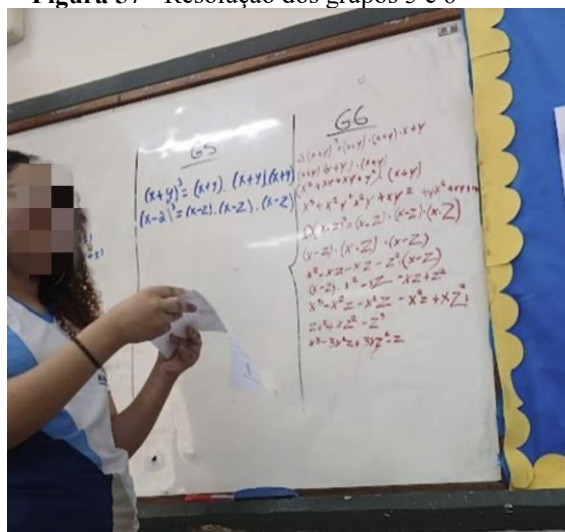
Figura 56 - Resolução Grupo 3 e 4



Fonte: Acervo da autora (2025)

O grupo 3 apresentou no quadro o desenho do cubo com aresta $x+y$, para justificar a distributiva $(x+y)(x+y)(x+y) = (x+y)^3$; contudo, essa distributiva não foi realizada. O grupo 4 adotou um encaminhamento semelhante ao grupo 1. Acredita-se que para o desenvolvimento esses dois grupos tentaram utilizar uma lógica parecida com a obtida anteriormente no quadrado da soma e no quadrado da diferença, inferência sustentada pelos resultados apresentados, como $x^3 + 6xy + y^3$ e $x^3 - xz - z^3$.

Figura 57 - Resolução dos grupos 5 e 6

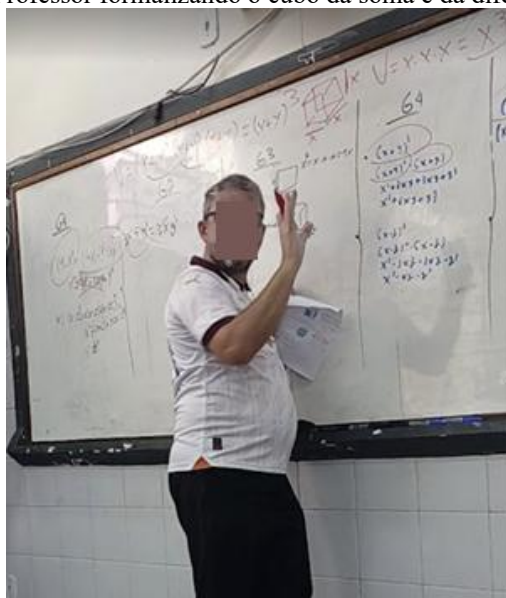


Fonte: Acervo da autora (2025)

De modo análogo ao grupo 3, o grupo 5 montou o desenvolvimento de $(x+y)^3$ e $(x-z)^3$, sem realizar a distributiva completa. O grupo 6 foi o único que desenvolveu integralmente a distributiva, embora não tenha alcançado o resultado almejado. Apesar dessas dificuldades, foi possível observar que, de modo geral, os estudantes compreenderam o sentido da atividade e mobilizaram procedimentos coerentes, ainda que incompletos do ponto de vista algébrico.

Na etapa de formalização, o professor retomou conceitos geométricos utilizando como base uma das figuras do problema para a sistematização das alternativas. Ao acompanhar as resoluções apresentadas na lousa, o professor seguiu os raciocínios construídos pelos alunos, indicando pontos de avanço e ajustando procedimentos apenas quando necessário, até chegar alcançar o resultado pretendido e formalizar, na lousa, as identidades referentes ao cubo da soma e o cubo da diferença.

Figura 58 - Professor formalizando o cubo da soma e da diferença



Fonte: Acervo da autora (2025)

Mesmo nenhum dos grupos tendo alcançado o resultado algébrico esperado, o professor valorizou os encaminhamentos realizados, destacando que os alunos haviam compreendido o processo e executado procedimentos adequados, ainda que não tenham chegado à forma final pretendida. Esse movimento evidencia que, o foco da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas não se restringe apenas a obtenção do resultado correto, mas prioriza o processo de

construção do conhecimento matemático e a autonomia dos alunos na construção do seu próprio conhecimento. Nesse sentido,

[...] quando o aluno apresenta a resolução de seu grupo, tem a oportunidade de repensar a sua resolução e, assim, avaliar sua resposta, muitas vezes percebendo erros ou respostas incompletas durante a explanação com possibilidade de correção. Isso não ocorre no caso em que o aluno entrega apenas o resultado final, o que evidencia que o processo de ensino-aprendizagem-avaliação ocorre simultaneamente na [Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas]. (Morais, 2022, p.70)

Ademais, a atuação do professor, ao valorizar as estratégias dos alunos, orientar por meio de questionamentos e formalizar o conteúdo a partir das resoluções apresentadas, contribuiu para a compreensão do cubo da soma e do cubo da diferença, mantendo o protagonismo do aluno mesmo no momento da formalização.

Assim, objetivou-se introduzir as identidades algébricas do cubo da soma e cubo da diferença por meio do volume de dois cubos encontrando que $(x+y)^3 = (x+y).(x+y)^2 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ e da mesma maneira $(x-z)^3 = (x-z).(x-z)^2 = x^3 - 3x^2z + 3xz^2 - z^3$. Embora nenhum grupo tenha alcançado integralmente essas formas algébricas de maneira autônoma, se observou que os estudantes mobilizaram conhecimentos prévios da geometria, identificaram as medidas das arestas e iniciaram procedimentos coerentes ao desenvolvimento algébrico. Assim, considera-se que o objetivo foi alcançado no que se refere à compreensão da relação entre volume e produto notável, ainda que a comparação das identidades notáveis não tenha sido evidenciada na resolução do problema.

De modo geral, foi constatado que a aplicação dos problemas evidenciou elementos comuns entre as aulas, permitindo a compreensão de como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas foi sendo integrada às aulas e ao modo como os estudantes participaram e resolveram os problemas. Em todas as aulas, o problema atuou como ponto de partida para a construção do conhecimento matemático, possibilitando a mobilização de conhecimentos prévios e a valorização das estratégias dos alunos, conforme enfatizam Onuchic e Allevato (2021). Outro aspecto recorrente foi o papel do professor como mediador, atuando principalmente por meio de questionamentos. Embora em alguns momentos, tenham ocorridos intervenções mais diretas, percebeu-se uma diminuição dessas ações ao longo das aulas, acompanhada de maior autonomia dos alunos na resolução dos problemas. Os registros, seja na lousa, nas folhas de rascunho, nas explicações dos grupos ou durante a plenária, possibilitaram identificar não apenas os resultados obtidos, mas os caminhos percorridos,

os erros cometidos e as tentativas de superá-los, tornando-se instrumentos fundamentais para a avaliação própria da metodologia.

Um outro destaque segue da articulação entre representações geométricas e algébricas. Desde o uso da área do quadrado e do retângulo até o volume do cubo, os objetos de conhecimento geométrico articulados aos algébricos foram um suporte para a compreensão e formalização dos produtos notáveis, articulando também entre os problemas, materiais manipuláveis e a história da matemática.

Por fim, durante as aplicações dos problemas foi possível constatar avanços em relação ao trabalho em grupo, na participação da plenária e na disposição para apresentar o raciocínio do grupo, mesmo quando incompletos ou equivocados.

CONSIDERAÇÕES

O objetivo estabelecido para a pesquisa foi analisar a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas para abordar produtos notáveis em uma turma do nono ano de uma escola no município de Aracaju - SE. Para isso, foram aplicadas situações problemas e identificadas as implicações do uso dessa metodologia na abordagem desse objeto de conhecimento.

Considerando que essa metodologia se organiza a partir de um problema gerador, observou-se que as situações problema propostas foram um meio para introduzir as identidades notáveis, possibilitando a articulação entre objetos do conhecimento algébrico e geométrico. Embora esses problemas não tenham sido identificados de forma direta no livro didático utilizado pela escola, a elaboração e adaptação de situações problema permitiu pensar nessa articulação a favorecer a construção do conhecimento matemático pelos alunos por meio dele.

A aplicação dos problemas geradores, possibilitou observar as tanto potencialidades, como as dificuldades dessa pesquisa. Entre as dificuldades encontradas se destaca a resistência inicial dos alunos em resolver problemas sem a validação imediata do professor e apresentar suas resoluções na lousa para a turma, e a dificuldade em conhecimentos prévios necessários para resolução dos problemas. Em razão disso, em alguns momentos, ocorreram adaptações no encaminhamento das etapas da metodologia, como a realização de leituras em voz alta pelos alunos e pelo professor, com o objetivo de favorecer a compreensão coletiva do problema.

Por outro lado, potencialidades foram evidenciadas ao longo das aplicações. Entre elas, destacam-se o trabalho em equipe, a participação ativa dos estudantes nos grupos e na plenária, a mobilização de conhecimentos prévios e a assimilação do objeto do conhecimento dos produtos notáveis por meio dos problemas. Além disso, foi observado uma mudança no papel do professor, que passou a atuar predominantemente como mediador do processo, incentivando os alunos por meio de questionamentos e acompanhando as estratégias elaboradas pelos grupos.

Diante do exposto, os resultados obtidos indicam que a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação por meio da Resolução de Problemas pode ser adotada como adequada para a abordagem de produtos notáveis, em especial, quando os problemas articulam objetos do conhecimento algébrico ao geométrico. A análise das aulas possibilitou identificar que durante a resolução dos problemas, os alunos conseguiram articular os conhecimentos prévios, superar dificuldades conceituais durante o trabalho em grupo, e construir as identidades notáveis com características geométricas, indo além de uma aprendizagem pautada apenas na mecanização de procedimentos.

Observou-se que as etapas compreendidas entre a resolução dos problemas em grupo e a formalização do conteúdo, especialmente o registro das resoluções na lousa, a plenária e a busca pelo consenso, foram fundamentais para que o processo de ensino-aprendizagem-avaliação ocorresse de forma integrada e simultânea. Nesses momentos, o professor pôde acompanhar as estratégias utilizadas pelos alunos, intervir por meio de questionamentos e avaliar suas compreensões, ao mesmo tempo em que a aprendizagem se consolidava por meio da interação e resolução coletiva do problema.

Ainda que o professor buscasse seguir o roteiro proposto por Onuchic e Allevato (2021), algumas adaptações foram realizadas ao longo das aplicações, como a flexibilização da leitura individual, a leitura em voz alta e a reorganização de determinadas etapas, como o retorno do momento da formalização para a plenária. Esses ajustes não comprometeram o desenvolvimento das aulas, ao contrário, reforçam que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas não depende da aplicação literal do roteiro, já que algumas adaptações podem ser benéficas, especialmente no caso da leitura em voz alta pelo professor e pelo aluno, para sanar dúvidas gerais.

Por fim, reitera-se que a problemática da pesquisa pode ser considerada como validada, pois nos dados sistematizados há indícios que a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação contribui para a abordagem dos produtos

notáveis. Nesse contexto, surgem novas possibilidades de investigação, tais como: “Essa metodologia pode ser utilizada em outros objetos de conhecimento do ensino fundamental?”, “Como a formação inicial e continuada de professores pode contribuir para o uso dessa metodologia em aulas de matemática?”. Esses questionamentos podem ser explorados em investigações posteriores, ampliando discussões acerca da Resolução de Problemas.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**: 8º ano: manual do professor. 10. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 12 jun. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Guia do Livro Didático (PNLD 2024)**. Brasília: MEC: 2023.

CAI, Jinfa; LESTER, Frank. Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno? – Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, v. 36, n. 60, p. 147-162, jan/jun 2012.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. Como Ensinar Matemática Hoje? **Temas e Debates**. São Paulo: v.2, 1989.

DANTE, Luis Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**: 1ª a 5ª série. São Paulo: Ática, 2005.

FONTES, Rosiane Santos. **Uma caracterização sobre resolução de problemas como competência a partir de orientações propostas na coleção A conquista matemática (PNLD 2024)**. 2025. 135 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2025. Disponível em: <<https://ri.ufs.br/handle/riufs/22054>>. Acesso em: 17. ago. 2025.

GERHARDT, Tatiana Engel. (Org.); SILVEIRA, Denise Tolfo. (Org.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista Matemática**: 9º ano: ensino fundamental: anos finais. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022.

KUCINSKAS, Ricardo. **Uma proposta de abordagem metodológica para o ensino de Álgebra**. 2024. 202 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Bauru, 2024. Disponível em: <<https://hdl.handle.net/11449/257724>>. Acesso em: 15. ago. 2025.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria (org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2. ed. Jundiaí: Paco editorial, 2021.

MORAES, Isis Mendes Corrêa de. **A resolução de problemas para o ensino-aprendizagem de álgebra no 9º ano do ensino fundamental**. 2022. 206 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Naturais, Humanas e

Sociais, Sinop, 2022. Disponível em: <<http://ri.ufmt.br/handle/1/5811>>. Acesso em: 15. ago. 2025.

PIRONEL, Márcio. **A avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem da matemática na sala de aula**. 2002. 193f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

POLYA, George. **A arte de Resolver Problemas**. 1945. Título em inglês: “How to solve it: a new aspect of mathematical method”. Tradução de Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Inter ciência, 1995.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do Trabalho Científico: métodos e técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. 2 ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SCHROEDER, Thomas L.; LESTER JR, Frank K. **Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving**. In: TRAFTON, P. P.; SHULTE, A. P. (eds). *New Directions for Elementary School Mathematics*. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SILVA, Lilian Esquinelato da. **Ensino intradisciplinar de Matemática através da resolução de problemas: o caso do Algeblocks**. 2018, 218f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2018. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/154125>>. Acesso em: 15. ago. 2025.

SOARES, Tamiri Pinto. **Produtos notáveis: aplicação da atividade orientadora de ensino a partir da resolução de problemas**. 2018. 73 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, 2018. Disponível em: <https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6500095>. Acesso em: 30. out. 2025.

TRENTO, Ana Cristina. **Metodologia de resolução de problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de polinômios no ensino fundamental**. 2019. 187f. Dissertação (Mestrado em Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2019. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4686>. Acesso em: 15. ago. 2025.

TRINDADE, Deoclecia de Andrade. **Entendimento(S) sobre o uso da Resolução de Problemas Matemáticos: O caso de professores de Matemática do 6º ao 9º ano da rede municipal de Aracaju–SE**. 2012. 121f. Dissertação (Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe (UFS), São Cristóvão, Sergipe, 2012. Disponível em: https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/5213/1/DEOCLECIA_ANDRADE_TRINDADE.pdf. Acesso em: 30. ago. 2025.

APÊNDICE A - ROTEIRO DE ENTREVISTA

1. Qual o seu sexo?
2. Qual é sua formação inicial? Possui alguma pós-graduação?
3. Há quantos você está lecionando o componente curricular de Matemática?
4. O(a) senhor(a) contribuiu para a escolha do livro didático de Matemática que atualmente é utilizado na escola?
5. O que (a) senhor(a) leva em consideração para selecionar o livro didático?
6. O(a) senhor(a) elabora atividades para os alunos utilizando os problemas do livro didático de Matemática? Como essas atividades são planejadas?
7. O(a) senhor(a) utiliza ou já utilizou alguma metodologia de ensino e de aprendizagem nas aulas de Matemática. Se sim, quais?
8. Qual metodologia de ensino o(a) senhor(a) utiliza com maior frequência com seus alunos em sala de aula? Como usa essa metodologia?
9. De acordo com seus conhecimentos, qual o seu entendimento por problema no contexto de ensino, aprendizagem e avaliação?
10. Para o(a) senhor(a) é importante que os alunos sejam desafiados a resolver problemas? Por quê?
11. Para o(a) senhor(a), como pode ser definida a resolução de problemas?
12. O senhor(a) utiliza ou utilizou a Resolução de Problemas como metodologia ou estratégia didática de ensino em sala de aula? Se sim, poderia exemplificar uma situação?
13. Quais ações e etapas devem ser realizadas para implementar a Resolução de Problemas como metodologia de ensino?
14. Qual é o maior desafio que o(a) senhor(a) percebe ao utilizar a Resolução de Problemas como metodologia em aulas de Matemática?

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado (a),

Convido você a participar da pesquisa intitulada **“Uma análise do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para a abordagem de produtos notáveis em turmas do nono ano de uma escola pública municipal (Aracaju – Sergipe).”** desenvolvida pela mestrandu Eduarda Santos Nascimento Freire, sob orientação da Prof^a. Dr^a. Ivanete Batista dos Santos. A pesquisa tem como objetivo analisar o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para abordar produtos notáveis em turmas do nono ano de uma escola pública municipal (Aracaju-Sergipe).

O procedimento da participação dos professores será através do aceite do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido pelo próprio, ficando claro no termo quais os riscos e benefícios. O Sr(a), após assinar esse termo, permitirá sua participação na pesquisa.

O que vai acontecer durante a pesquisa? Se o(a) Senhor(a) desejar participar, inicialmente solicitaremos que o(a) professor(a) participe de uma entrevista. Em seguida, o(a) professor(a), aplicará atividades didáticas de Matemática baseadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para abordar produtos notáveis, com os alunos que aceitarem participar da pesquisa. Essas atividades serão observadas pelo pesquisador, seguindo um protocolo de observação sistemática. Vale ressaltar que tanto a entrevista quanto a aplicação das atividades didáticas ocorrerão durante o seu horário de trabalho na própria instituição de ensino que atua, assim como a explicação sobre a metodologia e a orientação para a aplicação dessas atividades didáticas.

Quais são os benefícios ao participar? A participação do(a) professor(a) nesta pesquisa pode contribuir para o aprimoramento de sua prática docente, ao possibilitar a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de Problemas. Além disso, a experiência pode favorecer a formação contínua, ao proporcionar contato com novas metodologias de ensino. Também é uma oportunidade de colaboração com o avanço do Ensino de Matemática, permitindo que a pesquisa possa contribuir para estudos futuros de propostas similares.

Quais são os riscos ao participar? É importante que você saiba que pesquisas envolvendo seres humanos podem ter riscos em gradações diferentes. A pesquisa em questão apresenta aos participantes, riscos de desconfortos e/ou constrangimentos em fornecer informações e/ou opiniões. Mas, quero esclarecer que todos os dados coletados serão utilizados exclusivamente, com o objetivo de responder a questão investigada nessa pesquisa.

Caso concorde e aceite participar desta pesquisa, deverá rubricar todas as páginas deste termo e assinar a última página, nas duas vias. Eu, o pesquisador responsável, farei a mesma coisa, ou seja, rubricarei todas as páginas e assinarei a última página. Uma das vias ficará com você para consultar sempre que necessário.

Diante disso, segue informativo, baseado na resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde - CNS, sobre o direito dos participantes;

- Apesar de toda pesquisa conferir certo grau de risco, de desconforto em relação a invasão de privacidade, repercussões eventuais e/ou constrangimento ou quebra

Rubrica do
participante

Rubrica do
pesquisador

de sigilo, mesmo que involuntária e não intencional, assumimos a responsabilidade em minimizá-la ao máximo.

Caso ocorra, serão tomadas as providências necessárias durante e após as gravações a fim de saná-los. Nesse sentido, destacamos que os resultados dessa pesquisa compensam os riscos que eventualmente possam acontecer.

- Para lhe garantir confidencialidade, todos os registros individuais serão codificados a partir de termos, letras e/ou números, gerando a impossibilidade da revelação das identidades.
- Os registros feitos no trabalho citarão apenas o nome da instituição de ensino sem, entretanto, descrever ou registrar os professores que participarão da pesquisa. Para lhe garantir a minimização de desconfortos, garantiremos local reservado e liberdade para não responder questões constrangedora sem necessidade de explicação ou justificativa. Estaremos atentos aos sinais verbais e não verbais de desconforto.

O Sr.(a) tem toda liberdade de retirar seu consentimento e não permitir a sua participação, neste estudo a qualquer momento, em qualquer etapa aqui descrita, sem penalização alguma.

- O Sr.(a) tem a garantia de que todos os dados obtidos durante a sua participação só serão utilizados neste estudo.
- A qualquer momento se for do seu interesse, o Sr.(a) poderá ter acesso a todas as informações obtidas a seu respeito nesta pesquisa, ou a respeito dos resultados gerais do estudo.
- Caso danos de natureza moral ou intelectual sejam causados, o Sr.(a) têm direito a reparação e assistência por parte dos pesquisadores, determinados por dispositivos legais estipulados pela lei.
- O Sr.(a) têm o direito de buscar indenização caso experimente danos morais, físicos, psicológicos ou outros tipos de prejuízos decorrentes da pesquisa, mesmo que esses danos não tenham sido previstos inicialmente no processo de consentimento.
- O Sr.(a) não receberá nenhuma compensação financeira relacionada a sua participação neste estudo. Da mesma forma, o Sr.(a) não terá nenhuma despesa pessoal em qualquer fase do estudo. Durante o período de participação, se houver qualquer despesa adicional de sua parte em relação à condução ou alimentação, o Sr.(a) será reembolsado.
- Quando o estudo for finalizado, o Sr.(a) será informado sobre os principais resultados e conclusões obtidas nele.

Acesso à informação

Em qualquer etapa do estudo, o Sr.(a) terá acesso a profissional responsável pela pesquisa para esclarecimento de eventuais dúvidas: a mestrandu Eduarda Santos Nascimento Freire, que pode ser encontrada através dos contatos: tel.:(79) 99610-3646 e e-mail: eduda.nascimento@hotmail.com.

Se você tiver alguma consideração ou dúvida sobre a ética dessa pesquisa, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos das áreas de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (CEP - Humanidades) da Universidade Federal de Sergipe,

Rubrica do
participante

Rubrica do
pesquisador

na Av. Marechal Rondon s/nº, Bairro Rosa Elze, CEP: 490100-100 São Cristóvão/SE, ou através do tel: (79) 3194-7057 e e-mail: cepchs@academico.ufs.br.

Consentimento do participante

Eu, _____, professor de Matemática atuante na Educação Básica acredito ter sido suficientemente informado a respeito das informações que li ou que foram lidas para mim, descrevendo o estudo – **“Uma análise do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para a abordagem de produtos notáveis em turmas do nono ano de uma escola pública municipal (Aracaju – Sergipe).”** Ficaram claros para mim quais os propósitos do estudo, os procedimentos a serem realizados, seus desconfortos e riscos, as garantias e confidencialidade e de esclarecimento permanentes. Ficou claro também que a minha participação é isenta de despesas. Tenho garantia de que

o uso dos dados será somente para a pesquisa, e a minha identidade será preservada. Autorizo minha participação neste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, antes ou durante o mesmo, sem penalidades ou prejuízos.

Recebi uma via deste documento com todas as páginas rubricadas e a última assinada por mim e pelo Pesquisador Responsável.

Assinatura: _____

Local: _____ e data: ____/____/2025.

Declaração do pesquisador

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Assentimento Livre e Esclarecido deste participante para a participação neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

Nome do pesquisador: Eduarda Santos Nascimento Freire

Assinatura: _____

Local: _____ e data: ____/____/2025.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Ivanete Batista dos Santos

Assinatura: _____

Local: _____ e data: ____/____/2025.

Rubrica do
pesquisador

Rubrica do
participante

APÊNDICE C - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Olá! Fazemos parte de um grupo de cientistas!

Me chamo Eduarda Santos Nascimento Freire e sou estudante da Universidade Federal de Sergipe, no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Estou aqui para conversar com você e o adulto que te acompanha. Vem com a gente!

Convido você a participar da pesquisa que se chama:

Uma análise do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para a abordagem de produtos notáveis em turmas do nono ano de uma escola pública municipal (Aracaju – Sergipe).

Este documento serve para você ficar sabendo de tudo sobre a pesquisa e o que vai acontecer nela. Não se esqueça: qualquer dúvida é só perguntar para o pesquisador ou seu responsável.

Sua contribuição é importante, porém, você não deve participar se não quiser. Você que decidirá se participará ou não.

Seus responsáveis também precisarão autorizar! Iremos conversar com ele/a e explicar, vocês dois terão que concordar.

Antes de decidir, é importante que você entenda por que esta pesquisa está sendo realizada e como será desenvolvida.

Mesmo se você aceitar agora, pode mudar de ideia a qualquer momento e dizer que não quer mais fazer parte. Em todos esses casos está tudo bem, você não será prejudicado de nenhuma forma!

Para participar não precisa pagar nada, nem você nem seus responsáveis.

Por que a pesquisa está sendo realizada? Ela está sendo feita para analisar o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para a abordagem de produtos notáveis em turmas do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Aracaju, Sergipe.

Sua contribuição é muito importante, mas não deve participar contra a sua vontade.

O procedimento da sua participação será através do seu aceite do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido, este documento que você está lendo, e do aceite de seu responsável ao Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, ficando claro no termo quais os riscos e benefícios de sua participação na pesquisa.

O que vai acontecer durante a pesquisa? Se você quiser participar, nós iremos primeiramente solicitar aos professores de Matemática da escola que participem de uma entrevista. Depois, o seu professor irá aplicar, com os alunos que aceitarem participar da pesquisa, atividades didáticas de Matemática baseada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para abordar produtos notáveis. Essas atividades serão observadas pelo pesquisador, seguindo um protocolo de observação sistemática.

Rubrica do
participante

Rubrica do
pesquisador

Quais são os riscos ao participar? É importante que você saiba que pesquisas envolvendo seres humanos podem ter riscos em gradações diferentes. A pesquisa em questão apresenta aos participantes, riscos de desconfortos e/ou constrangimentos em fornecer informações e/ou opiniões. Mas, quero esclarecer que todos os dados coletados serão utilizados exclusivamente, com o objetivo de responder a questão investigada nessa pesquisa. Certo? **Mas não se preocupe! Vamos tomar bastante cuidado. E, para minimizar os riscos iremos fazer o seguinte:**

- Para lhe garantir confidencialidade, todos os registros individuais serão codificados a partir de termos, letras e/ou números, gerando a impossibilidade da revelação das identidades. Não vamos revelar seu nome!
- Os registros feitos no trabalho citarão apenas o nome da instituição de ensino sem, entretanto, descrever ou registrar os alunos que participarão da pesquisa.
- Para lhe garantir a minimização de desconfortos, garantiremos local reservado e liberdade para não responder questões constrangedoras sem necessidade de explicação ou justificativa, estaremos atentos aos sinais verbais e não verbais de desconforto.
- Você pode em qualquer momento interromper a sua participação, se achar conveniente.
- E caso solicite será realizada as atividades num local reservado conforme sua solicitação.

Também queremos esclarecer que você tem a garantia de que todos os dados obtidos durante a sua participação só serão utilizados neste estudo. A qualquer momento, se for do seu interesse, você poderá ter acesso a todas as informações obtidas a seu respeito neste estudo, ou a respeito dos resultados gerais da pesquisa.

Caso danos de natureza moral ou intelectual sejam causados você tem direito a reparação e assistência por parte dos pesquisadores, determinados por dispositivos legais estipulados pela lei. Além disso, você tem o direito de buscar indenização caso experimente danos morais, físicos, psicológicos ou outros tipos de prejuízos decorrentes da pesquisa, mesmo que esses danos não tenham sido previstos inicialmente no processo de consentimento.

Mais uma coisa: você não terá nenhuma despesa pessoal para a realização da pesquisa, mas caso ocorra, será reembolsado. Da mesma forma, não receberá nenhuma compensação financeira relacionada a sua participação.

IMPORTANTE

Ninguém vai saber sobre as suas informações e seu nome jamais será divulgado. Somente o pesquisador saberá da sua identidade e prometo manter tudo em segredo. Quando a pesquisa terminar, a gente pode te contar o que descobrimos, os resultados dos exames e da pesquisa.

Rubrica do
pesquisador

Rubrica do
participante

E aí? Quer participar? Faça um X na sua opção.



Sim

(

)



Não ()



Se você marcou sim, por favor assine aqui:

Declaração do participante

Eu, _____, estudante da Educação Básica, aceito participar da pesquisa. Acredito ter sido suficientemente informado a respeito das informações que li ou que foram lidas para mim, descrevendo o estudo “Uma análise do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para a abordagem de produtos notáveis em turmas do nono ano de uma escola pública municipal (Aracaju – Sergipe).”. Ficaram claros para mim quais os propósitos do estudo, os procedimentos a serem realizados, seus desconfortos e riscos, as garantias e confidencialidade e de esclarecimento permanentes. Entendi as informações importantes da pesquisa, sei que posso desistir de participar a qualquer momento, sem penalidades ou prejuízo, e que isto não irá causar nenhum outro problema. Autorizo a divulgação dos dados obtidos neste estudo mantendo em sigilo a minha identidade. Os pesquisadores conversaram comigo e tiraram minhas dúvidas.

Assinatura: _____

Local: _____ e data: ____/____/2025.

Acesso à informação

Em qualquer etapa do estudo, o Sr.(a) terá acesso a profissional responsável pela pesquisa para esclarecimento de eventuais dúvidas: a mestrandu Eduarda Santos Nascimento Freire, que pode ser encontrada através dos contatos: tel: (79) 99610-3646 e e-mail: eduda.nascimento@hotmail.com.

Se você tiver alguma consideração ou dúvida sobre a ética dessa pesquisa, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos das áreas de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (CEP - Humanidades) da Universidade Federal de Sergipe, na Av. Marechal Rondon s/nº, Bairro Rosa Elze, CEP: 490100-100 São Cristóvão/SE, ou através do tel: (79) 3194-7057 e e-mail: cepchs@academico.ufs.br.

Declaração do pesquisador

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária, o Assentimento Livre e Esclarecido deste participante para a participação neste estudo. Declaro ainda que me comprometo a cumprir todos os termos aqui descritos.

Nome do pesquisador: Eduarda Santos Nascimento Freire

Assinatura: _____

Local: _____ e data: ____/____/2025.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Ivanete Batista dos Santos

Assinatura: _____

Local: _____ e data: ____/____/2025

Rubrica do
participante

Rubrica do
pesquisador

APÊNDICE D - TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGEM E DEPOIMENTO

Eu _____, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa, bem como de estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e/ou depoimento, especificados no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), AUTORIZO, através do presente termo, a pesquisadora Eduarda Santos Nascimento Freire com o projeto de pesquisa intitulado “Uma análise do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas para a abordagem de produtos notáveis em turmas do nono ano de uma escola pública municipal (Aracaju – Sergipe)” a realizar as fotos/filmagem que se façam necessárias e/ou a colher meu depoimento sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes. O pesquisador responsável e sua equipe comprometem-se em cumprir as Res. 466/2012 e 510/2016 CNS. Ao mesmo tempo, libero a utilização destas fotos/imagens (seus respectivos negativos) e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados, obedecendo ao que está previsto nas Leis que resguardam os direitos das crianças e adolescentes (Estatuto da Criança e do Adolescente –ECA, Lei N.º 8.069/ 1990), dos idosos (Estatuto do Idoso, Lei N.º 10.741/2003) e das pessoas com deficiência (Decreto Nº 3.298/1999, alterado pelo Decreto Nº 5.296/2004).

Este documento foi elaborado em duas vias, uma ficará com o(a) pesquisador(a) responsável pela pesquisa e a outra com o(a) participante.

_____, em ____/_____/2025.

Entrevistado

Responsável Legal CPF (Caso o entrevistado seja menor –incapaz)

Eduarda Santos Nascimento Freire (Pesquisador responsável pela entrevista)

APÊNDICE E - MODELO DE PLANO DE AULA

Conteúdo: Produtos Notáveis (Quadrado da soma de dois termos)

Ano: 8º ano

Habilidades a serem desenvolvidas: EF07MA26, EF08MA06, EF09MA09

Objetivo: Introduzir a identidade algébrica do quadrado da soma de dois termos, utilizando a metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da resolução de problemas com base em representações geométricas.

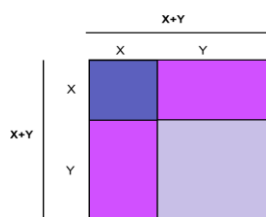
Tempo Previsto: 50 minutos

Problema gerador:

O artesão Sr. Eduardo é um vitralista. Ele foi convidado para criar um vitral decorativo para a praça central da cidade. Ele planejou o vitral no formato quadrado e decidiu dividi-lo em quatro partes:

- um vitral pequeno quadrado no canto superior esquerdo, com lados medindo x metros,
- um vitral retangular horizontal ao lado, com dimensões x metros por y metros,
- um vitral retangular vertical abaixo, também com dimensões y metros por x metros,
- e um vitral quadrado maior, no canto inferior direito, com lados de y metros.

O modelo do vitral ficou da seguinte forma:



Para confeccionar o vitral sem desperdiçar material, o Sr. Eduardo precisa das seguintes informações:

- a) Qual é a área total que ele precisará para confeccionar todo o vitral?
- b) Sabendo que a área total também pode ser obtida somando as áreas das quatro partes, escreva essa soma.
- c) Que conclusão se pode tirar das expressões encontradas nos itens (a) e (b) em relação à identidade representada pela igualdade entre essas duas expressões?

Desenvolvimento segundo os 10 Passos:

Passo	Atividade
1. Proposição do problema gerador	O professor apresenta e entrega o problema gerador impresso para cada aluno, e faz uma leitura em voz alta, com o intuito de esclarecer possíveis dificuldades de leitura.
2. Leitura individual; aluno recorre aos conhecimentos prévios	Cada aluno lê o problema e anota o que entendeu, destacando quais conteúdos acredita que pode usar para resolvê-lo.
3. Em pequenos grupos, alunos discutem e aprimoram compreensões	Divididos em grupos de 3 ou 4, os alunos discutem sobre o que se pede e discutem estratégias de resolução.
4. Alunos em grupos resolvem o problema	Os grupos calculam a área total e a soma das áreas das partes utilizando os conhecimentos anteriores sobre cálculo de áreas e multiplicação de polinômios, registrando suas soluções e justificativas.
5. Professor incentiva e observa	Enquanto os alunos discutem e resolvem o problema, o professor circula pelas mesas, faz perguntas para provocar reflexão e incentiva a explicitação do raciocínio.
6. Alunos apresentam resoluções	Cada grupo escolhe um estudante para apresentar suas resoluções no quadro para os colegas.
7. Em plenária, professor e alunos discutem ideias, concepções	Professor conduz o debate: compara resultados, discute estratégias diferentes e questiona os conceitos usados.
8. Busca de consenso sobre as resoluções	Em conjunto, a turma decide qual estratégia e resultado estão corretos, justificando as escolhas.
9. Professor formaliza o conteúdo matemático	O professor registra no quadro a identidade $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, explicando como o problema do vitral ilustra essa relação geométrica e formaliza o conteúdo de quadrado da soma.

10. Proposição e resolução de novos problemas	O professor ou os alunos propõem uma situação semelhante.
---	---

Formalização: O professor explica o que são os produtos notáveis e apresenta a primeira de suas classificações, o quadrado da soma, destacando o padrão existente entre esses produtos e estabelecendo uma associação com a geometria apresentada na questão por meio dos vitrais.

Avaliação: O professor realiza a avaliação de forma contínua durante e após a atividade, com base em registros feitos ao longo do processo e diálogos. Esses dados orientam ajustes e reflexões posteriores sobre a prática, permitindo manter ou modificar estratégias conforme os resultados.