UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA (PPGECIMA)
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

KLEYTON ARAUJO DOS SANTOS

ARGUMENTAÇÃO EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: ESTUDO DE UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO PNLD (2024) NA REDE ESTADUAL DE SERGIPE

São Cristóvão - SE
Abril, 2026

KLEYTON ARAUJO DOS SANTOS

ARGUMENTAÇÃO EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: ESTUDO DE UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO PNLD (2024) NA REDE ESTADUAL DE SERGIPE

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA/UFS), na linha de pesquisa epistemologia e ensino, práticas pedagógicas e formação de professores, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Adjane Da Costa Tourinho e Silva.

São Cristóvão - SE

Abril, 2026

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Santos, Kleyton Araujo dos
S237a Argumentação em probabilidade e estatística: estudo de uma coleção de livros didáticos de Matemática do PNLD (2024) na rede estadual de Sergipe/ Kleyton Araujo dos Santos; orientadora Adjane da Costa Tourinho e Silva. – São Cristóvão, SE, 2026.
130 f.; il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2026.

1. Raciocínio. 2. Probabilidades. 3. Estatística. 4. Livros didáticos. 5. Educação básica I. Silva, Adjane da Costa Tourinho e, orient. II. Título.

CDU 519.2:37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA (PPGECIMA)
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

KLEYTON ARAUJO DOS SANTOS

ARGUMENTAÇÃO EM PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA: ESTUDO DE UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO PNLD (2024) NA REDE ESTADUAL DE SERGIPE

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
20 DE ABRIL DE 2026

gov.br Documento assinado digitalmente
ADJANE DA COSTA TOURINHO E SILVA
Data: 30/07/2026 10:13:14-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Adjane da Costa Toruniho e Silva (Orientadora)
PPGECIMA/UFS

gov.br Documento assinado digitalmente
TATIANA SANTOS ANDRADE
Data: 30/07/2026 09:36:38-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Tatiana Santos Andrade (Membro interno)
PPGECIMA/UFS

gov.br Documento assinado digitalmente
CARLOS AUGUSTO AGUILAR JUNIOR
Data: 30/07/2026 11:23:54-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Carlos Augusto Aguilar Júnior (Membro externo)
Universidade Federal Fluminense/UFF

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter me sustentado até aqui, por nunca ter soltado a minha mão, mesmo nos momentos mais difíceis, e por ter sido minha fortaleza ao longo de toda essa caminhada.

À minha avó Rita, que representa tudo para mim, exemplo de força, sabedoria e visão de mundo. Guardo comigo, com muito carinho, suas palavras que tantas vezes me impulsionaram: “Ao longo dos meus anos, nunca vi ninguém se arrepender por ter estudado” e “Você nasceu pra estudar, você nasceu pra ter sucesso”. Essas frases ecoaram em mim nos momentos em que pensei em desistir e foram essenciais para que eu seguisse em frente.

À minha tia Aubenizia, por ter sido meu suporte em tantos momentos, por segurar as barras todas as vezes em que precisei, e sei que foram muitas. Sua presença e seu cuidado foram fundamentais para que eu chegasse até aqui.

Ao meu pai, pelas conversas, pelos conselhos e por estar ao meu lado, especialmente nos momentos mais difíceis. Sua experiência e suas palavras fizeram toda a diferença ao longo dessa trajetória.

Um abraço especial à minha avó Dalva e aos meus irmãos Kauã, Larissa e Kayllani, por todo o apoio, carinho e por me lembrarem diariamente da referência que preciso ser para eles. Vocês são parte essencial dessa conquista.

Ao meu sobrinho Ravi, por todos os dias me presentear com o seu “Eu te amo, viu tio?”, palavras simples, mas cheias de significado, que me deram forças para continuar mesmo nos dias mais difíceis.

Ao meu amigo Kelvin, por ter me avisado sobre as datas de inscrição do PPGECIMA e por todas as parcerias nos trabalhos ao longo do curso. Sua amizade foi fundamental nesse percurso.

Ao nosso grupo “Elite pós-crítica”, construído a partir de uma disciplina, pelos momentos de troca, aprendizado e companheirismo que tornaram essa caminhada mais leve e significativa.

À minha orientadora, Adjane, sempre muito solícita quando precisei, com correções precisas, respostas rápidas e, sobretudo, com palavras que fizeram toda a diferença, como quando dizia: “Não procuremos culpado, vamos em busca da solução”. Sua orientação foi essencial para a construção deste trabalho.

À FAPITEC/SE, pelo apoio e incentivo à produção de conhecimento, contribuindo de forma significativa para a realização desta pesquisa.

Aos professores Tatiana e Carlos, por aceitarem participar da banca de qualificação e também da defesa, contribuindo com suas leituras e considerações para o aprimoramento deste trabalho.

E, por fim, a todos que torceram por mim e/ou me incentivaram durante essa etapa da minha formação. Cada palavra de apoio, cada gesto e cada incentivo foram fundamentais para que eu chegasse até aqui.

Deus os abençoe!

RESUMO

A pesquisa delimita como objeto de análise a abordagem à argumentação nos conteúdos de Probabilidade e Estatística no livro didático "A Conquista da Matemática", aprovado pelo PNLD 2024 e utilizado majoritariamente nas escolas estaduais sergipanas. O problema de investigação consiste em compreender, tomando tal prática discursiva como eixo norteador, como são construídas e demandadas justificativas, explicações e critérios de validação na apresentação do conteúdo e nas tarefas destinadas aos alunos. A pesquisa, do tipo documental, envolve uma abordagem qualitativa. A relevância desse recorte está relacionada às dificuldades recorrentes de aprendizagem enfrentadas pelos estudantes quando necessitam transitar de descrições empíricas para raciocínios sustentados por evidências e regras inferenciais explícitas. Metodologicamente, o estudo centra-se na análise de capítulos da unidade temática "Probabilidade e Estatística", examinando atividades, exemplos e orientações que possibilitam identificar estratégias de verificação, refutação e revisão. Os resultados evidenciam que, embora o livro investigado apresente progressividade, coerência na organização dos conteúdos e ampliação de contextos ao longo dos volumes, há significantes limitações no que se refere ao estímulo à construção de justificativas pelos estudantes. Observa-se que, mesmo com a presença de atividades contextualizadas e algumas propostas investigativas, predomina, em grande parte das situações, a condução orientada para a aplicação de procedimentos e regras já estabelecidas. Dessa forma, a argumentação tende a se manifestar de maneira mais explicativa do que justificativa, com pouca exploração de discussões que envolvam validação de estratégias, confronto de ideias ou análise crítica dos resultados obtidos. Conclui-se, portanto, que a obra oferece, em alguns casos, potencialidade para o desenvolvimento de competências argumentativas, mas demanda maior intencionalidade na proposição de atividades que fomentem o raciocínio crítico e a produção de respostas fundamentadas, em consonância com a BNCC e com as categorias de argumentação definidas por Sales (2011).

Palavras-chave: Argumentação. Probabilidade. Estatística. Livro Didático. Educação Básica.

ABSTRACT

The research defines as its object of analysis the approach to argumentation in the contents of Probability and Statistics in the textbook "A Conquista da Matemática", approved by PNLD 2024 and predominantly used in public state schools in Sergipe. The research problem consists of understanding, taking this discursive practice as a guiding axis, how justifications, explanations, and validation criteria are constructed and required in the presentation of content and in the tasks assigned to students. The study is documentary in nature and adopts a qualitative approach. The relevance of this focus is related to the recurring learning difficulties faced by students when they need to move from empirical descriptions to reasoning supported by evidence and explicit inferential rules. Methodologically, the study is centered on the analysis of chapters from the thematic unit "Probability and Statistics," examining activities, examples, and guidelines that make it possible to identify strategies of verification, refutation, and revision. The results show that, although the textbook under investigation presents progression, coherence in content organization, and an expansion of contexts throughout its volumes, there are significant limitations regarding the encouragement of students to construct justifications. It is observed that, despite the presence of contextualized activities and some investigative proposals, there is, in most situations, a predominance of guidance oriented toward the application of previously established procedures and rules. Thus, argumentation tends to manifest itself more in an explanatory rather than a justificatory manner, with limited exploration of discussions involving the validation of strategies, the confrontation of ideas, or the critical analysis of obtained results. It is concluded, therefore, that the work offers, in some cases, potential for the development of argumentative competencies, but requires greater intentionality in the design of activities that foster critical thinking and the production of well-founded responses, in line with the BNCC and with the categories of argumentation defined by Sales (2011).

Keywords: *Argumentation. Probability. Statistics. Textbook. Basic Education.*

LISTA DE ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EF06MA20	Habilidade da BNCC: (Ensino Fundamental, 6º ano, Matemática, número 20)
EF07MA36	Habilidade da BNCC: (Ensino Fundamental, 7º ano, Matemática, número 36)
EF08MA23	Habilidade da BNCC: (Ensino Fundamental, 8º ano, Matemática, número 23)
EF09MA07	Habilidade da BNCC: (Ensino Fundamental, 9º ano, Matemática, número 07)
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
R&D	Research and Development (Pesquisa e Desenvolvimento)
TAD	Teoria Antropológica do Didático
TAP	Toulmin Argument Pattern (Padrão Argumentativo de Toulmin)

LISTA DE FIGURAS

Figura 01- Modelo de Toulmin…….50
Figura 02- Esquematização Sales…….57
Figura 03- Esquematização (Justificativa) Sales……..58
Figura 04- Filtros utilizados na pesquisa……..63
Figura 05 – Conteúdo de Letramento matemático no livro didático do sexto ano……...68
Figura 06 – Complemento sobre Letramento matemático no livro didático do sexto ano…...69
Figura 07 – Sequência sobre Letramento matemático no livro didático do sexto ano…….70
Figura 08 – Sequência II sobre Letramento matemático no livro didático do sexto ano……..71
Figura 09 – Sequência III sobre Letramento matemático no livro didático do sexto ano …...72
Figura 10 – Página 164 e 165 no livro didático do nono ano……...76
Figura 11 – Páginas 24 e 25 no livro didático do sexto ano…….78
Figura 12 – Páginas 96 e 97 no livro didático do sexto ano……...……..79
Figura 13 – Páginas 192 e 193 no livro didático do sexto ano…….81
Figura 14 – Páginas 204 e 205 no livro didático do sexto ano…….83
Figura 15 – Página 244 e 245 no livro didático do sétimo ano…….86
Figura 16 – Página 246 e 247 no livro didático do sétimo ano…….88
Figura 17 – Página 248 e 249 no livro didático do sétimo ano…….91
Figura 18 – Página 250 e 251 no livro didático do sétimo ano…….93
Figura 19 – Página 252 e 253 no livro didático do sétimo ano…….95
Figura 20 – Página 254 no livro didático do sétimo ano……..96
Figura 21 – Página 214 e 215 no livro didático do oitavo ano…….98
Figura 22 – Página 216 e 217 no livro didático do oitavo ano……...…100
Figura 23 – Página 219 no livro didático do oitavo ano……...……..102
Figura 24 – Página 220 e 221 no livro didático do oitavo ano……..…....….103
Figura 25 – Página 224 e 225 no livro didático do oitavo ano……...105
Figura 26 – Página 232 e 233 no livro didático do oitavo ano……...……107
Figura 27 – Página 234 e 235 no livro didático do oitavo ano……...108
Figura 28 – Página 236 e 237 no livro didático do oitavo ano……...109
Figura 29 – Página 184 e 185 no livro didático do nono ano…….112
Figura 30 – Página 186 no livro didático do nono ano……...…113
Figura 31 – Página 190 e 191 no livro didático do nono ano…….…….115
Figura 32 – Página 192 e 193 no livro didático do nono ano…….…….118
Figura 33 – Página 194 e 195 no livro didático do nono ano…….120
Figura 34 – Página 200 e 201 no livro didático do nono ano……...……..122

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO……..….11
CAPÍTULO 1 – O livro didático de matemática, o ensino de estatística, a argumentação e os documentos oficiais de educação no Brasil……..……....21
1.1 O livro didático de matemática no Brasil: desafios e avanços históricos……..….21
1.1.1 Trajetória do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD).....24
1.1.2 O livro didático de Matemática frente aos documentos oficiais: permanências, mudanças e o lugar da argumentação…….28
1.2 O ensino de Estatística em livros didáticos: histórico, características e desafios argumentativos……..31
1.2.1 A BNCC e a unidade temática de Probabilidade e Estatística…….34
1.2.2 O espaço da argumentação no ensino de Estatística via livros didáticos…….37
CAPÍTULO 2 – Argumentação no Ensino de Matemática: um olhar para os referenciais analíticos…….……..41
2.1 Discursos Argumentativos e Categorias Analíticas na Educação Matemática……...44
2.2 O Modelo Argumentativo de Toulmin (TAP) e o ensino da Matemática……...50
2.3 Modelo Argumentativo de Toulmin (TAP) na Educação Matemática……53
2.4 Argumentação explicativa e Argumentação justificatória……..56
CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA……...…...60
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES……...66
4.1 Orientações Pedagógicas/Manual do Professor: aspectos fundamentais……67
4.2 O livro didático de Matemática do 6º ano…….……..74
4.3 O livro didático de Matemática do 7º ano……...79
4.4 O livro didático de Matemática do 8º ano……...93
4.5 O livro didático de Matemática do 9º ano……106
CONSIDERAÇÕES FINAIS……...……...121
REFERENCIAIS……...……...……..123

INTRODUÇÃO

A presente pesquisa delimita como objeto a abordagem à argumentação no desenvolvimento da temática probabilidade e estatística no livro didático “A Conquista da Matemática”, aprovado pelo PNLD 2024 e utilizado majoritariamente nas escolas estaduais sergipanas. O problema de investigação consiste em compreender, tomando tal prática discursiva como eixo norteador, como são construídas e demandadas justificativas, explicações e critérios de validação na apresentação do conteúdo e nas tarefas destinadas aos alunos. Tal recorte se conecta ao debate sobre dificuldades recorrentes de aprendizagem em matemática, em especial quando alunos precisam transitar de descrições empíricas para raciocínios sustentados por evidências e por regras inferenciais explícitas, movimento que demanda coordenação entre linguagem, registros de representação e controle metacognitivo. Esse enquadramento permite discutir o papel das atividades, exemplos e exercícios dos manuais didáticos na promoção de processos de verificação, refutação e revisão.

A relevância didático-curricular do foco na argumentação aparece quando se considera a importância de gerar espaço para que os alunos expressem seus pontos de vista quando integram conceitos na resolução de problemas com dados, frequências e incertezas, favorecendo a mediação do professor e os processos metacognitivos, sob condições de tempo e recursos típicos da escola pública. Nesse sentido, interessa-nos mapear que usos da argumentação são promovidos nas unidades temáticas de probabilidade e estatística, com quais finalidades pedagógicas e em que medida potencialmente promovem o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes.

O ponto de partida para o estudo consiste em reconhecer que dificuldades de aprendizagem neste campo não se restringem à execução de procedimentos, emergindo sobretudo quando os alunos precisam explicitar razões, avaliar contraexemplos e estabilizar critérios de aceitação de respostas. No caso de estatística e probabilidade, há desafios ligados à leitura de tabelas e gráficos, à distinção entre variabilidade amostral e determinismo, e à passagem do senso comum para argumentos apoiados em dados. Tais desafios se intensificam quando as atividades privilegiam respostas numéricas sem pedir justificativas, o que reduz oportunidades de explicitação de regras e de confronto entre concepções distintas.

O ensino de estatística requer que alunos operem com variabilidade, tendência central, representações gráficas e linguagem de dados, articulando leitura crítica e produção de conclusões sustentadas por evidências. Em probabilidade, a distinção entre acaso e necessidade, bem como a coordenação entre modelos equiprováveis e frequências relativas,

demandam explicitação de suposições e critérios de comparação. A promoção desse tipo de raciocínio em sala depende de tarefas que incentivem previsão, justificativa, confronto de resultados e revisão de hipóteses à luz de novos dados, além de espaço para explicitar por que um procedimento é mais adequado que outro. Tem-se neste conteúdo, portanto, um campo bastante favorável ao desenvolvimento da argumentação

A literatura sobre resolução de problemas indica que processos metacognitivos – planejar, monitorar e avaliar – sustentam a passagem de tentativas empíricas para justificações mais controladas, especialmente em problemas verbais que exigem tratamento de informações e escolha de modelos (Lima et al., 2018). Ao mesmo tempo, análises do discurso matemático evidenciam que sentidos argumentativos dos enunciados e das operações com números se constroem na interação, onde a polissemia é resolvida por escolhas inferenciais e por marcas linguísticas do “porque”, do “se… então” e do “logo”, articuladas a registros gráficos e simbólicos (Gomes et al., 2016). Assim, compreender a persistência de erros e impasses passa por examinar como o ambiente didático convoca justificativas e quais formatos de explicação se tornam legítimos nas atividades propostas aos alunos (Trevisan e Freitas, 2019). Esses elementos se replicam com particular intensidade quando se tratam incerteza e variabilidade, características do conteúdo Probabilidade e Estatística, exigindo mediação que destaque critérios de pertinência dos argumentos, e não apenas a obtenção de resultados.

Conforme destacam Caldato et al. (2017), é necessário distinguir a simples aplicação de fórmulas da construção de raciocínios que sustentam as respostas dos alunos. Ao investigar os trechos dos livros voltados à estatística e probabilidade, é possível observar se os autores propõem discussões, análises comparativas e justificativas de resultados, elementos centrais para o desenvolvimento da argumentação matemática. Essa dimensão é crucial para compreender se o livro didático apenas solicita respostas ou se instiga os estudantes a construir argumentos com base em dados.

A seleção dos conteúdos dessa unidade temática em nossa pesquisa se justifica ainda por sua estreita relação com a formação de sujeitos críticos e autônomos, uma vez que o domínio de conhecimentos estatísticos e probabilísticos é cada vez mais essencial para a leitura do mundo contemporâneo. Como aponta Sales (2011), a argumentação em Matemática deve estar a serviço do desenvolvimento da racionalidade discursiva, permitindo que os estudantes aprendam a sustentar afirmações com base em evidências. A análise e interpretação de dados, bem como a estimativa de probabilidades, demandam justamente a construção de argumentos fundamentados, tornando essa unidade temática especialmente relevante para se investigar práticas argumentativas.

Nesse cenário, o livro didático ocupa posição estruturante porque organiza sequências de conteúdo, exemplos e exercícios que funcionam como protótipos de aula, condicionando o tipo de participação esperado dos alunos e o tempo pedagógico destinado à discussão pública de soluções. A depender do desenho das tarefas, os capítulos podem induzir rotinas de "aplica e confere" que limitam a circulação de razões, ou, inversamente, abrir espaços para confronto de estratégias, explicitação de hipóteses e revisão de conjecturas pelos alunos no espaço social da sala de aula. A utilidade do livro aumenta quando seu manual fornece orientações ao professor para gerir episódios argumentativos, incluindo perguntas de sondagem, alternativas de encaminhamento e critérios de validação a serem tornados explícitos durante as discussões. Esse papel formativo do livro conecta-se à produção de tarefas de aprendizagem profissional, que visam a desenvolver no docente a capacidade de projetar, analisar e adaptar atividades de sala de aula com foco em objetivos de raciocínio e comunicação (Ferreira et al., 2023).

Estudos sobre análise e desenho de tarefas têm mostrado que pequenas modificações no enunciado ou na sequência de perguntas alteram significativamente as oportunidades de argumentação que emergem em classe (Elias et al., 2022). Esse ponto reforça a pertinência de examinar os capítulos dos livros do PNLD (2024) quanto à maneira como estruturam os conteúdos, exemplos resolvidos e questões de acompanhamento.

A pesquisa em desenvolvimento (*Researh and Development*) na Educação Matemática tem indicado a importância de desenhos investigativos que articulem análise de materiais didáticos com observação de práticas e com experimentação controlada de tarefas, estratégia que permite verificar a efetividade dos encaminhamentos propostos pelos livros (Barbosa e Oliveira, 2015). Ao mesmo tempo, abordagens discursivas mostram que a constituição de cadeias de significados na matemática escolar depende do modo como os textos curriculares e os manuais definem o que conta como explicação válida e como argumento aceitável, afetando a circulação de vozes e o reconhecimento de diferentes modos de dizer e justificar (Fonseca et al., 2022). Ao integrar essas dimensões, cria-se um quadro para julgar se os capítulos dos livros do PNLD (2024) oferecem base suficiente para a potencial instalação de discussões argumentativas consistentes em aulas de estatística e probabilidade. Pretendemos contribuir com esse debate, promovendo, em nossa pesquisa, uma análise do livro didático com base em categorias analíticas dispostas na literatura.

A literatura internacional sobre argumentação em educação em ciências e matemática aponta que sequências didáticas que pedem que os estudantes apresentem dados, formulem garantias e sustentem conclusões tendem a elevar a qualidade epistêmica das discussões, quando acompanhadas de normas explícitas de avaliação de argumentos (Erduran, 2019). Em

perspectiva próxima, resultados de pesquisas de sala de aula mostram que o uso de estruturas que combinam coleta de evidências, explicitação de regras e justificativas comparativas transforma atividades inicialmente descritivas em oportunidades para validação pública de ideias, com ganhos na clareza das razões apresentadas pelos estudantes (Jiménez-Aleixandre e Erduran, 2007). A transposição desses achados para capítulos de livros demanda instruções claras que peçam justificativas, itens que promovam crítica entre pares e exemplos resolvidos que tornem transparentes as ligações entre dados, regras e conclusões em problemas com incerteza.

A centralidade da argumentação enquanto meta e estratégia didática no processo de ensino e aprendizagem deriva de sua capacidade de organizar o trabalho matemático escolar com critérios de aceitabilidade pública, regulando interações, distribuição de turnos de fala e expectativas de explicitação de porquês. Em contextos de probabilidade e estatística, isso envolve tornar claras as suposições sob as quais se julga um procedimento, a pertinência de um modelo e a robustez de uma conclusão frente à variabilidade de dados (Rodrigues et al., 2021). Para que discussões com esse teor ocorram, é preciso que as tarefas e os exemplos do livro didático encorajem a explicitação de premissas e a diferenciação entre indício e garantia, bem como suportem a mediação do professor na estabilização de normas de validação.

Para avançar na delimitação do nosso objeto de pesquisa, é pertinente explicitar noções de argumentação e tipos usuais no trabalho matemático escolar, articulando definições operacionais à análise de tarefas. Uma possibilidade é entender a argumentação como conjunto de enunciados coordenados por propósitos de justificar, refutar ou avaliar uma tese, organizados por regras de aceitabilidade pública e por expectativas compartilhadas de prova e explicação. Na Matemática escolar, isso se materializa em movimentos como dar exemplos e contraexemplos, estabelecer implicações, construir esquemas de garantia e generalizar a partir de padrões. A literatura nacional registra tipificações que distinguem explicações empíricas, esquemas de prova informais e demonstrações formais, e que analisam como tais formatos aparecem na fala de alunos e nos textos de apoio (Sales, 2011).

Em ambientes com tecnologia, a exploração de ferramentas dinâmicas favorece a construção de conjecturas e a produção de argumentos, na medida em que promove variações controladas e permite explicitar relações invariantes que sustentam justificativas (Notare, 2018). Ademais, a análise semântica do discurso evidencia como conectivos e operadores modais marcam posições e constroem sentidos argumentativos em tarefas de cálculo e generalização, com efeitos para a clareza das razões mobilizadas pelos estudantes (Gomes et al., 2016). Essas referências orientam critérios para examinar se, nos capítulos de

probabilidade e estatística, os livros do PNLD (2024) pedem e exemplificam tais movimentos. A literatura sobre tarefas de aprendizagem profissional oferece parâmetros para projetar itens que tornem públicas as expectativas de argumentação, incluindo rubricas que separam dados, garantias e conclusões e que orientam a avaliação (Ferreira et al., 2023).

Em perspectiva complementar, modelos de avaliação de argumentos de prova permitem analisar a qualidade de justificações apresentadas por alunos em contextos de modelagem e de resolução de problemas, oferecendo categorias úteis para examinar as soluções propostas em exercícios de livros (Rodrigues e Monteiro, 2021). Esses referenciais podem ser aplicados também à leitura dos manuais para verificar a presença de instruções que orientem o professor na condução de discussões públicas, aspecto que impacta diretamente a formação de critérios de aceitabilidade das respostas. Ao cotejar tais critérios com exemplos resolvidos e sequências de questões, é possível aferir a consistência do desenho argumentativo proposto nos capítulos.

A problematização do campo envolve também explicitar carências de pesquisa e oportunidades de avanço. Um ponto reside em compreender como livros didáticos articulam objetivos curriculares de estatística e probabilidade com normas de argumentação que possam ser apropriadas pelos estudantes, evitando tanto a ausência de justificativas quanto a substituição de razões por repertório terminológico. Outro ponto é identificar *se* e *como* os manuais apoiam o professor na orquestração de discussões coletivas, oferecendo perguntas de acompanhamento, alternativas de encaminhamento e exemplos de contraexemplos úteis para refinar critérios de validação. Modelos de estruturação de argumentos, como aqueles que distinguem dados, garantias e conclusões como, por exemplo, o Padrão de Argumento de Toulmin e estruturas analíticas dele derivadas, podem servir à análise de enunciados e de exemplos resolvidos, indicando onde faltam ligações e onde se poderia incluir solicitações de defesa de respostas (Pinochet, 2015).

Em paralelo, investigações sobre estruturas globais de argumentação em contextos de ensino baseado em argumentação coletiva fornecem categorias para registrar movimentos de alinhamento, desacordo e síntese, úteis para mapear oportunidades oferecidas pelos capítulos do PNLD (2024) (Rodrigues e Monteiro, 2024). A incorporação de metodologias ativas que simulam contextos de debate, quando bem adaptadas ao conteúdo matemático, amplia o leque de recursos para explicitação de razões e refutações, fornecendo horizonte para reescrita de tarefas e para o uso pedagógico dos livros (Oliveira e Lopes, 2023). Tais carências e possibilidades orientam a formulação de questões que mobilizam a presente pesquisa.

Nessa direção, delineiam-se como questões centrais de nossa pesquisa:

I. De que modo os capítulos de probabilidade e estatística apresentam tarefas e exemplos resolvidos que favorecem a construção da argumentação matemática, explicitando relações entre dados, justificativas (garantias) e conclusões, à luz do Modelo Argumentativo de Toulmin?
II. Quais orientações são oferecidas ao professor para a mediação de discussões coletivas em sala de aula, especialmente no que se refere à construção, validação e estabilização de critérios de aceitabilidade das respostas dos estudantes?

Com base em tais questões, o objetivo geral deste estudo consiste em analisar os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental selecionados pelo PNLD (2024), no que se refere à Unidade Temática de Probabilidade e Estatística, buscando verificar a potencialidade das abordagens didáticas e orientações ao professor para o desenvolvimento da argumentação. Para alcançar esse propósito, foram definidos os seguintes objetivos específicos: i) examinar a distribuição do conteúdo ao longo da unidade temática, considerando introdução, desenvolvimento e fechamento; ii) identificar marcas linguísticas e textuais de argumentação nestes diferentes momentos da unidade temática; iii) caracterizar os tipos de argumentos apresentados em tais momentos ; iv) mapear os tipos de tarefas propostas aos alunos; v) identificar em tais tarefas as solicitações que demandam argumentação, incluindo-se aí provas, demonstrações, refutações, contra-exemplo, relação entre dados e justificativas, dentre outras; e vi) examinar as orientações direcionadas ao professor.

Conforme comentamos, a escolha por investigar os objetos de conhecimento pertencentes à unidade temática “Probabilidade e Estatística” justifica-se por sua centralidade no desenvolvimento de competências argumentativas e por sua relevância para a formação integral dos estudantes, de acordo com as orientações da BNCC. Ao delimitar essa unidade temática como foco da análise, é possível aprofundar o exame das práticas de argumentação promovidas pelo livro “A Conquista da Matemática”, obra adotada nas escolas estaduais sergipanas que abrangem o Ensino Fundamental Maior. Assim, a análise ganha consistência ao articular fundamentos curriculares, critérios metodológicos e coerência com a realidade escolar. A opção por não abranger outras unidades temáticas se ancora na necessidade de delimitação e aprofundamento analítico, conforme recomendam Rodrigues e Monteiro (2021) ao enfatizarem a importância da densidade interpretativa na pesquisa em Educação Matemática.

A escolha por analisar apenas a coleção “A Conquista da Matemática” se fundamenta na adoção majoritária desta obra pelas escolas estaduais sergipanas que ofertam os anos finais

do Ensino Fundamental. Com base em levantamento realizado no sistema de material didático (SIMAD) constatou-se que esta é a única coleção efetivamente adotada e distribuída. A coerência entre os volumes e a progressividade na complexidade dos conteúdos oferecem um corpus representativo para investigar a presença das categorias de argumentação, tal como sistematizadas por Sales (2011), no campo do ensino de matemática. Portanto, a análise da argumentação em conteúdos dessa unidade temática ganha legitimidade metodológica ao se debruçar sobre a obra utilizada por todos os estudantes da rede pública estadual. Essa uniformidade na adoção possibilita uma análise representativa e alinhada à realidade escolar, uma vez que examina os materiais efetivamente trabalhados em sala de aula. Além disso, garante que a investigação não seja fragmentada entre diferentes abordagens editoriais, o que poderia comprometer a coerência da comparação entre práticas de argumentação e tratamento de conteúdos.

A pesquisa envolve uma abordagem qualitativa de natureza documental. Os procedimentos metodológicos envolvem, além da seleção de coleções representativas aprovadas pelo programa, a categorização das atividades e textos segundo parâmetros derivados da teoria da argumentação, e a observação de como as estratégias didáticas apresentadas se articulam à promoção de habilidades argumentativas. Para isso, adotou-se como principal referencial o Modelo Argumentativo de Toulmin (TAP), o qual permite identificar dados, garantias e conclusões presentes nas atividades e exemplos resolvidos, além de elementos de refutação e qualificação dos argumentos. Esse referencial foi complementado por estudos da Educação Matemática que discutem o papel do livro didático na mediação pedagógica e sua relação com documentos oficiais como a BNCC, possibilitando compreender as permanências, mudanças e desafios na inserção da argumentação no ensino de probabilidade e estatística.

A metodologia contempla, ainda, a análise da estrutura interna das atividades, distinguindo os argumentos de acordo com as categorias apresentadas por Sales (2011), e examinando de que forma essas categorias são mobilizadas para apoiar o raciocínio dos alunos.

A operacionalização do estudo exige critérios analíticos que tornem observáveis os componentes da argumentação nos materiais. A distinção entre dados apresentados, garantias mobilizadas e conclusões formuladas orienta a codificação de exemplos resolvidos e de enunciados de exercícios, permitindo avaliar a presença de solicitações de justificativa, de refutação e de revisão de respostas.

Em complemento, modelos de avaliação do argumento de prova ajudam a graduar a qualidade epistêmica de justificações em contextos de modelagem e de problemas contextualizados, o que se mostra útil quando as tarefas exigem interpretação de dados e seleção de modelos de probabilidade (Rodrigues e Monteiro, 2021). Esses instrumentos convergem para um protocolo que permite descrever com precisão a presença e a qualidade da argumentação nos capítulos, evitando julgamentos impressionistas e ancorando as inferências em marcadores previamente definidos.

Por fim, o esboço introdutório aqui apresentado delineia um caminho de leitura crítica dos livros do PNLD (2024) em probabilidade e estatística, com foco na argumentação como prática central do trabalho matemático escolar. A expectativa é que a análise revele tanto potencialidades quanto limitações na forma como os volumes dos livros convocam justificativas, organizam exemplos resolvidos e oferecem suporte à mediação docente, contribuindo para um entendimento preciso das condições de possibilidade de discussões públicas em salas de aula. Estudos sobre a visão de alunos e professores a respeito de argumentação e demonstração indicam que a qualidade das interações melhora quando há critérios transparentes de validação e quando as tarefas exigem mais do que a execução de algoritmos, aspecto que pode ser sustentado por materiais que tornem claras as expectativas de explicação (Caldato et al., 2017).

Em termos de organização do ensino, a reflexão sobre ensinar e aprender Matemática reforça a necessidade de articular procedimentos, conceitos e comunicação, tarefa que depende do desenho de sequências e da explicitação de normas de argumentação a serem construídas em aula (Pais, 2018).

Os benefícios da pesquisa que propomos se manifestam em duas frentes principais. No campo acadêmico, os resultados podem ampliar o corpo de conhecimento sobre a forma como a argumentação é incorporada nos livros didáticos de Matemática, oferecendo subsídios para comparações longitudinais com edições anteriores e para estudos que examinem a relação entre propostas curriculares e materiais pedagógicos. Tal contribuição é relevante para pesquisadores interessados na interface entre teoria da argumentação e ensino da Matemática, especialmente no que diz respeito à probabilidade e estatística, áreas nas quais a explicitação de raciocínios e a justificativa de conclusões têm papel central.

No campo pedagógico, o estudo pode apoiar professores na identificação e aproveitamento de oportunidades argumentativas oferecidas pelos livros, bem como na adaptação ou ampliação de atividades para promover maior participação e reflexão dos alunos. Ao evidenciar potencialidades e limitações dos materiais, a pesquisa pode também

servir como referência para autores e avaliadores de livros didáticos, contribuindo para a elaboração de propostas mais coerentes com as demandas formativas atuais e com as orientações da BNCC.

O texto desta dissertação está organizado em quatro capítulos, além desta introdução e das considerações finais, os quais são apresentados a seguir. O Capítulo 1 – O livro didático de matemática, o ensino de estatística, a argumentação e os documentos oficiais de educação no Brasil discute aspectos fundamentais do campo em que se insere a pesquisa, abordando o livro didático de Matemática no Brasil, seus desafios e avanços históricos, bem como a trajetória do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD). Também analisa a relação desses materiais com os documentos oficiais, destacando permanências, mudanças e o lugar da argumentação, além de tratar do ensino de Estatística em livros didáticos, suas características, desafios e articulação com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com ênfase na unidade temática de Probabilidade e Estatística e no espaço da argumentação nesse contexto.

O Capítulo 2 – Argumentação no Ensino de Matemática: um olhar para os referenciais analíticos apresenta o referencial teórico que fundamenta a pesquisa, discutindo os discursos argumentativos e as categorias analíticas na Educação Matemática. Aborda o Modelo Argumentativo de Toulmin (TAP), suas contribuições e aplicações no ensino de Matemática, bem como sua inserção no campo da Educação Matemática. Além disso, discute as distinções entre argumentação explicativa e argumentação justificatória, evidenciando suas implicações para a análise dos materiais didáticos.

O Capítulo 3 – Metodologia descreve o percurso metodológico da pesquisa, caracterizando sua abordagem qualitativa e documental. Nesse capítulo, são apresentados os critérios de seleção da coleção analisada, a forma como os livros estão estruturados, os procedimentos de constituição e organização do corpus, bem como as categorias analíticas e os referenciais teóricos que orientaram a análise.

O Capítulo 4 – Resultados e Discussões apresenta a análise dos livros didáticos de Matemática do 6º ao 9º ano da coleção investigada. Inicialmente, discute-se o papel das orientações pedagógicas presentes no Manual do Professor e, na sequência, são analisados os volumes de cada ano escolar, considerando a organização dos capítulos, das seções e das atividades. As discussões são conduzidas sob a perspectiva do Modelo Argumentativo de Toulmin e das categorias analíticas adotadas, permitindo identificar como a argumentação se manifesta nos diferentes momentos do material, como na apresentação de conteúdos, nos exemplos resolvidos e nas atividades propostas.

Nas Considerações Finais, retomam-se os objetivos da pesquisa e sintetizam-se os principais achados acerca da presença, do tipo e da função da argumentação nos livros analisados. Também são discutidas as implicações desses resultados para o ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Básica, bem como as contribuições do estudo para a área da Educação Matemática, além de limitações da pesquisa e possibilidades de aprofundamento em investigações futuras.

CAPÍTULO 1 – O livro didático de matemática, o ensino de estatística, a argumentação e os documentos oficiais de educação no Brasil

Este capítulo apresenta uma discussão articulada sobre o papel do livro didático de Matemática no contexto educacional brasileiro, considerando seus percursos históricos, desafios e avanços, com destaque para as políticas públicas que orientam sua produção e distribuição. Aborda a relação entre esses materiais e os documentos oficiais de ensino, evidenciando permanências e transformações ao longo do tempo, especialmente no que se refere à incorporação da argumentação no ensino. Em seguida, o capítulo focaliza o ensino de Estatística nos livros didáticos, examinando seu desenvolvimento histórico, suas principais características e os desafios relacionados à promoção de práticas argumentativas. Por fim, discute como as diretrizes curriculares atuais, especialmente aquelas voltadas à Probabilidade e Estatística, têm contribuído para ampliar, ainda que com limitações, o espaço da argumentação nesse campo do conhecimento.

1.1 O livro didático de matemática no Brasil: desafios e avanços históricos

O ensino de Matemática no Brasil tem se constituído historicamente como um campo marcado por tensões entre práticas tradicionalistas e iniciativas de renovação pedagógica. Em suas origens, o processo de escolarização da Matemática consolidou-se sob a égide de uma racionalidade técnico-formal, pautada na repetição de procedimentos e na ênfase à exatidão dos cálculos. Essa configuração perdurou durante décadas, influenciada por políticas curriculares centralizadoras e pela carência de materiais didáticos que favorecessem abordagens investigativas. Segundo Manoel e Silva (2017), essa herança metodológica fomentou uma concepção utilitarista da Matemática, pouco sensível às demandas contemporâneas da educação crítica e emancipadora. Analisando a estruturação da matemática financeira em livros didáticos e a sua prevalência sobre outros conteúdos, os autores consideram que:

> Pensar relações de poder que se articulam nos livros didáticos de matemática não se resume a pensar em uma política pública de controle, mas em uma rede de relações de poder, sendo o livro didático uma tecnologia política que age sobre alunos e professores na escola. Consideramos que a matemática financeira presente nos livros didáticos contribui para constituição de alunos que se moldam e são moldados em uma racionalidade neoliberal (Manoel; Silva, 2017, p. 71).

Com o advento dos Parâmetros Curriculares Nacionais, em 1998, surgiram diretrizes que buscavam reorganizar o ensino de Matemática com base em competências e habilidades que extrapolam o domínio de técnicas algébricas. Essa proposta, ainda que inovadora em sua formulação, encontrou barreiras em sua implementação, especialmente no que tange à formação inicial dos professores e à estruturação dos materiais didáticos. Cunha, Ferreira e Costa (2023) apontam que, embora os PCN tenham sinalizado a importância de um ensino contextualizado, a tradução desse princípio em tarefas escolares significativas ainda é limitada, sobretudo no que se refere aos conteúdos de grandezas e medidas, frequentemente abordados de modo fragmentado nos livros didáticos.

A promulgação da Base Nacional Comum Curricular, em 2017, representa um novo marco regulatório, no qual o ensino de Matemática é redesenhado sob uma perspectiva de competências, com a divisão em unidades temáticas e a proposição de objetivos de aprendizagem por etapas de escolarização. A BNCC enfatiza a resolução de problemas, a comunicação matemática, o raciocínio lógico e a argumentação como pilares do ensino. Para Luna e Guimarães (2021), essa proposta reforça o compromisso com a formação de sujeitos capazes de utilizar conhecimentos matemáticos em contextos diversos, favorecendo a leitura crítica da realidade e a participação cidadã.

Contudo, a efetivação desses princípios nos livros didáticos apresenta desafios significativos. Macêdo, Brandão e Nunes (2019) evidenciam que, embora os livros contemplem as unidades temáticas propostas pela BNCC, as atividades sugeridas nem sempre promovem situações de investigação, limitando-se a exercícios repetitivos e sem conexão com o cotidiano dos estudantes. Tais limitações impactam diretamente a qualidade das experiências de aprendizagem e comprometem o desenvolvimento integral das habilidades preconizadas na BNCC.

> Embora o livro didático de Matemática seja considerado importante nos processos de ensino e de aprendizagem por muitos profissionais da educação, muitas são as polêmicas que giram em torno deste instrumento no processo de construção do conhecimento, tais como: a sua utilização como único e exclusivo instrumento de trabalho pelo professor; os erros decorrentes dos conceitos; a falta de adequação aos objetivos das escolas; o distanciamento da realidade na qual os alunos estão inseridos; dentre outras. (Macêdo; Brandão; Nunes, 2019, p. 69).

A estrutura editorial dos livros didáticos também influencia a forma como a Matemática é concebida e praticada em sala de aula. Amorim e Silva (2016) analisaram a presença de tabelas nos livros dos anos iniciais e constataram que, na maioria das vezes, esses recursos visuais são utilizados de forma ilustrativa e não como instrumentos de análise e interpretação. Essa constatação revela uma lacuna entre as intenções pedagógicas e as

práticas efetivamente propostas, demonstrando que os livros ainda carecem de estratégias que promovam o engajamento cognitivo dos alunos em situações de raciocínio matemático. Um aspecto igualmente relevante refere-se ao modo como a cultura escolar influencia a produção e seleção dos livros didáticos. Santos e Silva (2019) afirmam que há uma relação de poder na idealização desses materiais, a qual envolve interesses políticos, econômicos e ideológicos que acabam por restringir a diversidade epistemológica das propostas pedagógicas. Nessa perspectiva, os livros tornam-se não apenas instrumentos de ensino, mas também veículos de reprodução de valores normativos, que delimitam o tipo de conhecimento considerado legítimo no ensino da Matemática.

As análises voltadas ao conteúdo matemático revelam que, muitas vezes, há predomínio de abordagens deterministas e pouco espaço para a exploração de situações-problema que estimulem a tomada de decisão ou a construção de argumentos. Essa constatação está presente no estudo de Santos (2017), ao investigar as propostas de educação financeira nos livros dos anos iniciais, identificando atividades que sugerem respostas únicas e descontextualizadas, sem fomentar a reflexão crítica ou a problematização de realidades sociais concretas.

Em termos de equidade, estudos indicam a recorrência de representações estereotipadas e assimetrias de gênero em livros didáticos de Matemática. A pesquisa de Neto e Pinheiro (2021), ao comparar materiais didáticos brasileiros e estadunidenses, evidenciou, em ambos os contextos, a persistência de imagens e enunciados que reforçam papéis sociais tradicionais, o que pode limitar o potencial inclusivo das práticas pedagógicas.

Cabe destacar, entretanto, que no contexto brasileiro a avaliação das obras é realizada por avaliadores selecionados no âmbito do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), cujo processo de seleção busca justamente evitar a aprovação de materiais que apresentem esse tipo de inadequação. O edital do PNLD estabelece critérios específicos relacionados à diversidade, à equidade e à não discriminação, os quais orientam a análise das obras e podem resultar na não seleção daquelas que apresentem desvios em relação a tais princípios. Ainda assim, a presença de estudos críticos sobre o tema indica a relevância de análises contínuas sobre como essas diretrizes se materializam nos livros efetivamente disponibilizados às escolas. A presença desses estereótipos compromete a constituição de um ensino que valorize a diversidade e que reconheça os sujeitos em suas múltiplas dimensões.

> Meninos/homens representados nesses livros didáticos ainda carregam as ideias de uma sociedade performativa patriarcal, na qual os homens estão fortemente relacionados às ideias de poder, enquanto as mulheres são deixadas em segundo

> plano e são vistas como "o ser de suporte". Particularmente, no livro didático dos EUA, meninas/mulheres geralmente são descritas como abaixo da média quando comparadas a meninos/homens em "fazer/saber matemática". Situação semelhante ocorre nos livros didáticos do Brasil com a inclusão das mulheres, muitas vezes, sendo representadas em atividades laborais menos valorizadas socialmente e menos desafiadoras (Neto; Pinheiro, 2021, p. 17-18).

A compreensão do ensino de Matemática como prática social demanda que os livros didáticos sejam concebidos não apenas como compêndios de conteúdos, mas como mediadores entre o conhecimento e a experiência vivida pelos estudantes. Para Silva (2016), os livros precisam ir além de uma lógica transmissiva e instrumental, abrindo espaço para a problematização dos conceitos, a dialogicidade das atividades e a construção coletiva do saber matemático em contextos socialmente relevantes. Essa orientação exige uma reformulação nas propostas editoriais, bem como investimentos na formação docente e em políticas públicas que garantam condições materiais e pedagógicas adequadas.

Portanto, o ensino de Matemática no Brasil tem avançado no sentido de se orientar a uma maior articulação com as diretrizes curriculares que priorizam o desenvolvimento de competências para o século XXI. No entanto, os desafios persistem, especialmente no que se refere à materialização desses princípios nos livros didáticos e nas práticas de sala de aula. A superação desses obstáculos depende de uma ação integrada entre formação docente, revisão crítica dos materiais didáticos e políticas educacionais comprometidas com a democratização do acesso ao conhecimento matemático.

1.1.1 Trajetória do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD)

Visando a elaboração de um recorte inicial, torna-se necessário compreender que o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) consolidou-se como uma das mais relevantes políticas públicas voltadas à democratização do acesso ao conhecimento no Brasil. Sua trajetória remonta a políticas educacionais formuladas desde a década de 1930, mas foi ao longo dos anos 1980 que assumiu contornos mais estruturados, com a ampliação de seu escopo e a sistematização de critérios técnicos para seleção de obras. Segundo Silva (2016), a consolidação do PNLD como mediador entre políticas curriculares e práticas pedagógicas implicou a introdução de parâmetros qualitativos que ultrapassavam a mera distribuição de livros, contemplando avaliações pedagógicas mais criteriosas.

Em continuidade, observa-se que a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), nos anos 1990, o PNLD passou a incorporar exigências ligadas à promoção de competências e habilidades específicas. A proposta dos PCN impulsionou a revisão dos critérios de avaliação das obras didáticas, exigindo dos livros a integração entre conteúdo matemático e contextos de aplicação. Essa perspectiva foi aprofundada com a chegada da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 2017, cuja estrutura por unidades temáticas redefiniu as expectativas de aprendizagem e orientou as editoras a reorganizarem as sequências didáticas conforme os novos objetivos formativos. Como apontam Cunha, Ferreira e Costa (2023), esse reordenamento trouxe impactos diretos na elaboração dos capítulos e no tipo de tarefa sugerida aos estudantes, exigindo coerência entre os conteúdos e as habilidades esperadas. Focando no ensino das grandezas e medidas, os autores pontuam:

> O tratamento dispensado às grandezas e medidas nesta coleção, no que diz respeito à forma de abordagem das grandezas, é preocupante. Não permite compreender comprimento, área e volume como grandezas associadas a figuras geométricas. Para exemplificar a importância dessa compreensão, o conceito de área está presente na produção contemporânea do conhecimento matemático em diversos campos: teoria da medida, teoria ergódica, teoria geométrica da medida, teoria dos fractais, entre outras. Portanto, considerando uma nova edição dos livros didáticos, a coleção analisada necessitará se adequar às novas exigências impostas pela BNCC para a apresentação da unidade temática "grandezas e medidas (Cunha; Ferreira; Costa, 2023, p. 17, apud Bellemain; Lima, 2002, p. 21).

Convém destacar que o PNLD não atua de forma neutra na construção do currículo, uma vez que a seleção dos livros didáticos é orientada por concepções pedagógicas, valores e disputas ideológicas presentes no campo educacional. Para Santos e Silva (2019), as decisões editoriais e governamentais que influenciam a elaboração dos livros didáticos estão imersas em relações de poder, impactando a forma como a Matemática é apresentada aos estudantes. Nesse sentido, o programa ultrapassa a função de mera política de distribuição de materiais e assume um papel relevante na organização do trabalho pedagógico, ao influenciar conteúdos, abordagens e sequências didáticas adotadas nas escolas. Essa centralidade evidencia o papel normativo do PNLD na mediação entre a legislação educacional e o cotidiano escolar, ainda que não esgote as possibilidades de ação docente.

Além disso, a abrangência nacional do PNLD garante ampla capilaridade às diretrizes curriculares, ao mesmo tempo em que tende a induzir processos de padronização dos conteúdos e das práticas pedagógicas. Tal indução pode, em determinados contextos, limitar o potencial reflexivo e crítico das atividades propostas nos livros didáticos. Macêdo, Brandão e Nunes (2019) argumentam que, embora os livros aprovados pelo PNLD contemplem os temas exigidos, muitas vezes o fazem de maneira mecânica, restringindo-se à apresentação de

algoritmos e exercícios repetitivos. Contudo, é importante reconhecer que o livro didático constitui apenas uma das ferramentas pedagógicas à disposição do professor, cabendo a este reinterpretar, adaptar e complementar as propostas apresentadas, de modo a preservar sua autonomia profissional e favorecer a construção de um ensino matemático significativo, pautado na investigação e na resolução de problemas.

Por conseguinte, cabe observar que a lógica avaliativa do PNLD passou a incorporar, nos últimos ciclos, instrumentos mais refinados de análise, como critérios de acessibilidade, linguagem adequada e articulação com contextos sociais. No entanto, conforme Luna e Guimarães (2021), a simples presença desses critérios não garante sua efetiva aplicação nas práticas escolares, especialmente quando os livros mantêm estruturas didáticas baseadas na reprodução e não na exploração ativa do conhecimento. Isso demonstra que a adequação formal ao edital não necessariamente se traduz em transformações reais na experiência de aprendizagem do estudante.

Outro aspecto a ser considerado diz respeito ao tratamento dado a temas específicos da Matemática, como a amostragem e a estatística. Amorim e Silva (2016) analisam a apresentação de tabelas nos livros didáticos e evidenciam que, em geral, esse conteúdo é abordado de maneira superficial, sem favorecer o desenvolvimento de competências analíticas. A inserção dessas temáticas, embora prevista pelas diretrizes do PNLD e da BNCC, nem sempre vem acompanhada de propostas metodológicas que estimulem a compreensão crítica dos dados. Essa constatação reforça a necessidade de revisar a forma como os conteúdos são operacionalizados nas obras, indo além da simples obediência aos requisitos do edital.

Ademais, a natureza das atividades propostas nos livros didáticos selecionados pelo PNLD influencia diretamente o modo como os alunos se relacionam com o conhecimento matemático. Para Manoel e Silva (2017), as tarefas que envolvem tomada de decisão são raras, sendo mais comuns aquelas que solicitam apenas a aplicação de fórmulas previamente discutidas. Esse tipo de abordagem limita a capacidade dos estudantes de elaborarem estratégias próprias e de justificarem suas escolhas, contrariando o que a BNCC propõe como desenvolvimento da argumentação e do raciocínio lógico. Assim, o plano contribui para manter uma estrutura pedagógica pouco dialógica, centrada na repetição e na passividade do aluno.

No que tange à inclusão e à representação da diversidade nos livros, Neto e Pinheiro (2021) chamam atenção para o fato de que os materiais selecionados pelo PNLD ainda apresentam déficits significativos. As representações de gênero e raça, quando presentes, são

muitas vezes estereotipadas ou limitadas a situações pontuais. Essa ausência de pluralidade compromete o potencial formativo dos livros e reforça desigualdades simbólicas no ambiente escolar. Embora o edital do PNLD contemple diretrizes inclusivas, a efetivação desses princípios nas obras permanece como um desafio a ser superado.

Por outro lado, os pesquisadores da área de Educação Matemática têm se debruçado na análise do PNLD e sobre os impactos de suas diretrizes no cotidiano das escolas. Silva (2019) destaca que os livros didáticos aprovados têm sido utilizados como fontes de investigação, permitindo o desenvolvimento de estudos que analisam criticamente a articulação entre currículo, mercado editorial e formação cidadã. Essa dimensão investigativa revela que o plano, embora permeado por limitações, também pode ser compreendido como um campo de disputas e possibilidades, onde diferentes concepções de ensino e de sociedade se entrelaçam. A crítica realizada por Silva (2019) é baseada na constatação de que, em diversos momentos, as atividades dos livros didáticos indicam que os alunos devem analisar situações de consumo, ou seja, cálculos que integram a matéria de matemática financeira, mas que sempre estão ligadas ao ato de comprar, consumir:

> Algumas regularidades atravessam todos os livros de matemática do ensino médio aprovados no PNLD de 2015 no que diz respeito ao tema matemática financeira. Por vezes os estudantes são convidados a tomarem decisões dentre algumas opções oferecidas. No entanto, quase sempre as opções são de consumo de algum produto ou serviço (Silva, 2019, p. 387).

Coloca-se, então, que a trajetória do PNLD revela um percurso marcado por avanços institucionais, tensões políticas e desafios pedagógicos. Sua função como política pública extrapola a mera distribuição de livros, assumindo papel central na definição de conteúdos, metodologias e valores que atravessam o ensino da Matemática. A consolidação de critérios avaliativos mais sofisticados, embora relevantes, não garante por si só a qualidade das práticas pedagógicas, exigindo uma articulação efetiva entre documentos curriculares, formação docente e revisão crítica das obras. Dessa forma, o PNLD permanece como um instrumento estratégico para a consolidação de políticas educacionais, mas sua eficácia depende da coerência entre suas diretrizes e as experiências vividas no cotidiano escolar.

1.1.2 O livro didático de Matemática frente aos documentos oficiais: permanências, mudanças e o lugar da argumentação

Já de antemão, coloca-se que os livros didáticos de Matemática não operam de forma isolada, mas articulam-se diretamente aos documentos oficiais que regulam o ensino, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esses documentos exercem influência sobre a concepção, a organização e os objetivos dos materiais, estabelecendo critérios que deveriam promover o desenvolvimento de habilidades cognitivas, incluindo a argumentação matemática. Como afirmam Cunha, Ferreira e Costa (2023), os livros têm a função de operacionalizar essas diretrizes, mas muitas vezes o fazem de forma limitada, priorizando a repetição de conteúdos em detrimento da construção de significados e da reflexão crítica.

Dessa forma, percebe-se que as permanências e mudanças nos livros didáticos estão diretamente ligadas às interpretações que as editoras e autores fazem dos documentos oficiais. Embora a BNCC proponha um ensino voltado ao desenvolvimento de competências como a resolução de problemas e a argumentação, pode haver uma distância entre o texto normativo e a prática efetiva proposta nos livros. Macêdo, Brandão e Nunes (2019) apontam que, apesar da reorganização curricular promovida pela BNCC, os livros analisados por eles continuam priorizando estruturas didáticas tradicionais, com tarefas fechadas e baixa exigência cognitiva, o que contraria os pressupostos do currículo atual.

Além disso, deve-se considerar o papel histórico do livro didático como instrumento de controle pedagógico. Para Silva (2019), os livros não apenas transmitem conteúdos, mas também regulam discursos, comportamentos e expectativas escolares, configurando-se como dispositivos ideológicos que condicionam o tipo de raciocínio valorizado na escola. Nesse sentido, a argumentação, embora prevista nos documentos como uma habilidade fundamental, muitas vezes é neutralizada por meio de atividades que solicitam apenas respostas certas, sem a justificativa dos procedimentos utilizados ou a discussão das escolhas feitas.

Nesse contexto, torna-se evidente que o espaço concedido à argumentação nos livros didáticos ainda é restrito. Conforme analisam Luna e Guimarães (2021), os livros apresentam propostas que envolvem leitura e construção de gráficos, mas raramente exigem interpretações críticas ou explicações sobre os dados apresentados. Tal lacuna compromete a apropriação de conceitos estatísticos e probabilísticos de forma significativa, esvaziando o potencial do conteúdo como ferramenta para a análise de situações do cotidiano. A ausência de perguntas abertas, de desafios argumentativos e de situações que exigem confronto de ideias mostra uma desconexão entre o que é previsto pela BNCC e o que efetivamente se apresenta aos estudantes.

Paralelamente, observa-se uma tendência de naturalização dos modelos expositivos, mesmo nas seções destinadas à resolução de problemas. Amorim e Silva (2016) destacam que, ao analisarem a forma como as tabelas são apresentadas nos livros do ensino fundamental, identificaram ausência de orientações que levassem os estudantes a discutir os dados ou a justificar suas leituras. Essa constatação evidencia que a argumentação não é incentivada nem mesmo em situações que envolvem organização e interpretação de informações numéricas, o que fragiliza o desenvolvimento da autonomia intelectual dos alunos.

> Nos livros do 5º ano analisados podemos evidenciar que não apresentam um capítulo específico para o Bloco Tratamento da Informação, estando o conteúdo de Estatística presente apenas no tópico extra trazido pelo livro e nomeado como "Explorando" e no outro como capítulo nomeado de "Gráficos e Tabelas". No capítulo 2, com o conteúdo, está presente com o título "Interpretando gráficos" e no capítulo 8 "Gráficos de setores", destacando apenas o trabalho de atividades com gráficos (Amorim; Silva, 2016, p. 15).

No que tange às temáticas contemporâneas, como a educação financeira, é possível observar contradições entre os objetivos formativos dos documentos e as propostas didáticas presentes nos livros. Santos (2017) examinou a presença dessa temática nos anos iniciais do ensino fundamental e verificou que, embora a BNCC proponha o estímulo à tomada de decisão consciente, as atividades sugeridas tendem a apresentar problemas simplificados, com soluções únicas e pouco espaço para o debate. Assim, não se promove o pensamento reflexivo, tampouco se fomenta a construção de argumentos baseados em diferentes possibilidades de análise e escolha.

Ademais, as relações de poder envolvidas na produção dos livros influenciam diretamente as opções pedagógicas e os enfoques adotados. Santos e Silva (2019) argumentam que a elaboração dos livros é permeada por interesses comerciais, políticos e culturais que tensionam os princípios orientadores da educação pública. Essa realidade pode contribuir para a manutenção de práticas tradicionais, uma vez que livros que inovam na estrutura e na abordagem podem ser considerados de difícil aplicação pelos sistemas de ensino, gerando resistências na sua adoção e uso cotidiano.

> [...] a emergência dos efeitos de um poder que coloca cada sujeito como peça de uma maquinaria, em que somente um livro ajustado a padrões econômicos bem estabelecidos poderá consagrar-se como sucesso de venda. Trata-se, portanto, de uma economia que rege todo o processo e, ao considerar o livro como produto comercial, impõem-se a este as regras desse universo. Dessa forma, a questão primeira não é se o livro auxilia ou não a construção do conhecimento matemático dos alunos, mas se o processo é eficiente, ou seja, se ele é capaz de ler de maneira eficaz os discursos que ecoam nesse ambiente e reproduzi-los no livro didático, de modo a produzir um livro adequado, vendável, lucrativo. [...] (Santos; Silva, 2019, p. 259).

Consequentemente, a presença de conteúdos atualizados e a adoção da terminologia da BNCC não são garantias de que o livro está promovendo efetivamente a argumentação. Como observam Manoel e Silva (2017), atividades relacionadas à matemática financeira, por exemplo, mesmo quando bem contextualizadas, carecem de momentos para que o estudante explique suas decisões ou confronte diferentes soluções. A ausência de espaços para o diálogo e para a problematização enfraquece a noção de que a matemática pode contribuir para a formação cidadã e crítica.

Outro ponto a ser considerado refere-se à superficialidade de certas propostas didáticas, que acabam por comprometer a articulação entre conteúdo e contexto. Neto e Pinheiro (2021) evidenciam que, ao comparar livros didáticos brasileiros e estrangeiros, observaram que muitos problemas apresentados nos livros nacionais desconsideram as realidades socioculturais dos alunos, o que dificulta a construção de sentidos e a necessidade de argumentar. Essa desconexão entre conteúdo e vivência enfraquece o vínculo entre o conhecimento matemático e o cotidiano, reduzindo o interesse e a participação dos estudantes.

Diante desse cenário, é possível afirmar que os livros didáticos de Matemática adotados pelo PNLD em anos anteriores, embora formalmente alinhados aos documentos oficiais, ainda apresentam desafios relevantes, especialmente no que se refere à efetivação da argumentação como prática pedagógica. A permanência de estruturas tradicionais e a superficialidade de determinadas atividades podem dificultar a consolidação de um ensino voltado à reflexão crítica e à construção de significados matemáticos. Tais limites, contudo, não devem ser compreendidos como determinantes absolutos da prática docente, mas como condicionantes que se manifestam de forma diversa nos diferentes contextos escolares.

Em muitos cenários, sobretudo em redes com escassez de recursos didáticos, o livro fornecido pelo PNLD constitui o principal — e por vezes o único — suporte pedagógico disponível ao professor. Ainda assim, reconhece-se que o livro didático não pode ser concebido como um elemento imobilizador da ação docente, mas como uma ferramenta passível de ressignificação. Nessa perspectiva, torna-se fundamental discutir como os professores podem tensionar, adaptar e ampliar as propostas presentes nos livros, explorando-as de modo crítico e criativo. Assim, mais do que apenas revisar os critérios de avaliação das obras, faz-se necessário fortalecer políticas de formação docente e de acompanhamento pedagógico que contribuam para ampliar a autonomia profissional do professor, favorecendo o uso do livro didático como um instrumento de promoção do raciocínio, da explicação e da construção de sentidos matemáticos.

1.2 O ensino de Estatística em livros didáticos: histórico, características e desafios argumentativos

Entre 1997 e 2000, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) surgiram como um guia para os currículos da Educação Básica no país. A ideia era focar em uma educação que desenvolvesse habilidades e formasse cidadãos conscientes. Na Matemática, os PCN destacaram a necessidade de trazer os conteúdos para a realidade dos alunos, dar valor à resolução de problemas e incentivar a análise crítica de informações, como as estatísticas que vemos no dia a dia.

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada em 2017, seguiu essa linha de renovação do currículo, mantendo o foco nas habilidades e no uso prático da Matemática na sociedade. Ao organizar os temas em unidades, a BNCC abriu mais espaço para a Estatística e a Probabilidade, ligando esses assuntos ao desenvolvimento do pensamento crítico, da capacidade de argumentar e de tomar decisões com base em dados.

O ensino de Estatística nos livros didáticos brasileiros é marcado por um percurso recente, mas significativo, que ganha notoriedade a partir da promulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1997. Conforme apontam Campos e Wodewotzki (2016), a inserção da Estatística nos anos iniciais do ensino fundamental representou um avanço substancial, uma vez que até então o conteúdo era marginalmente explorado, frequentemente restrito à leitura superficial de gráficos e tabelas. A partir dos PCN, a Estatística passou a ser concebida como um campo que demanda o desenvolvimento de competências interpretativas e argumentativas, fomentando o surgimento de uma área pedagógica específica, denominada Educação Estatística (Campos; Wodewotzki; Jacobini, 2013). Ainda que essa inclusão represente um marco, os desafios em torno da consolidação de práticas coerentes com essa proposta permanecem, especialmente no que tange à elaboração e aplicação dos livros didáticos como mediadores desse processo.

> Se nós, professores, desejamos desenvolver nas crianças o gosto e a confiança pessoal em realizar atividades intelectuais que abrangem o raciocínio matemático e estatístico, acreditamos ser importante modificar as práticas pedagógicas que estão implementadas em nossas escolas. Assim, com os resultados parciais desta pesquisa, anunciados por meio desse artigo, esperamos que contribuam para que o professor possa compreender as dificuldades e superações das crianças e desenvolver um trabalho em que a Educação Estatística e Educação Matemática se entrecruzem em diversos momentos da ação pedagógica em prol do

> desenvolvimento do Sentido de número no ciclo de alfabetização (Campos; Wodewotzki, 2016, p. 884).

Com o advento da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 2017, as expectativas em torno do ensino de Estatística foram intensificadas, sendo incorporadas de forma mais sistemática ao documento. De acordo com a BNCC, os estudantes devem ser capazes de articular observações empíricas a representações gráficas e, a partir dessas relações, construir inferências e justificar suas conclusões (Brasil, 2017). Esta orientação reforça a necessidade de um ensino que não apenas apresente dados, mas que os explore criticamente, promovendo a construção de argumentos e o desenvolvimento da autonomia intelectual. Nesse contexto, Garfield (1993) destaca que a motivação, o interesse e a capacidade de argumentar são fundamentais para a consolidação de aprendizagens estatísticas significativas, o que exige mudanças substanciais na forma como os livros didáticos estruturam suas atividades.

Nesse sentido, é oportuno destacar que a BNCC organiza o ensino de Matemática em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística. Nesta última é onde se insere o conteúdo estatístico, cuja abordagem requer articulação entre dados reais, representação simbólica e raciocínio inferencial. Essa articulação envolve, intrinsecamente, um processo argumentativo. A proposta da BNCC não se limita à simples leitura ou construção de gráficos, mas exige que os alunos formulem perguntas, interpretem informações e construam respostas fundamentadas em evidências. Segundo Martins e Ponte (2010), a literacia estatística, entendida como a capacidade de interpretar, comunicar e aplicar dados quantitativos, está no cerne desse processo, sendo condição essencial para a formação de cidadãos críticos e participativos.

Entretanto, apesar da clareza das orientações curriculares, os livros didáticos frequentemente não acompanham as exigências propostas. Estudos como o de Silva (2013) evidenciam que, nos materiais analisados, as propostas de investigação estatística são fragmentadas, quando não completamente ausentes. As atividades geralmente se limitam à leitura de gráficos prontos, sem considerar a coleta, a organização e a análise de dados por parte dos alunos, o que enfraquece a noção de um ciclo investigativo completo. Essa ausência de etapas fundamentais compromete o desenvolvimento da argumentação, pois não há espaço para que o estudante formule hipóteses, confronte resultados ou justifique suas conclusões com base nos dados obtidos.

Além disso, é importante considerar que o ensino de Estatística, ao contrário da Matemática tradicional, exige a compreensão de conceitos como variabilidade, chance e incerteza, os quais estão diretamente ligados ao raciocínio estatístico. Conforme assinalam Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), o raciocínio estatístico envolve a atribuição de sentido às situações-problema, permitindo a análise de dados sob múltiplas perspectivas e promovendo a generalização de padrões. Essa competência, contudo, depende de propostas didáticas que estimulem o questionamento, a análise crítica e a construção coletiva do saber. Quando os livros priorizam atividades de resposta única e aplicação mecânica de fórmulas, inviabilizam o desenvolvimento desse tipo de raciocínio, limitando a experiência do aluno ao plano da memorização.

Paralelamente, o pensamento estatístico, tal como formulado por Garfield, delMas e Chance (2003), apresenta um caráter intuitivo e global, sendo ativado na medida em que os alunos se envolvem em situações contextualizadas e próximas de sua realidade. O pensamento estatístico emerge quando há espaço para a formulação de perguntas abertas, para a exploração de diferentes interpretações dos dados e para a avaliação crítica das conclusões apresentadas. Dessa forma, os livros didáticos precisam incorporar atividades que mobilizem não apenas a leitura e representação de informações, mas também a discussão sobre sua relevância, suas limitações e seus impactos. A ausência desse tipo de proposta enfraquece a relação entre o conteúdo escolar e os problemas sociais concretos, limitando o potencial formativo da Estatística.

Cumpre destacar que os desafios argumentativos no ensino de Estatística também estão relacionados à forma como os livros didáticos organizam as tarefas de aprendizagem. De acordo com Ponte (2005), a estrutura das tarefas pode ser fechada ou aberta, e o grau de desafio imposto por elas influencia diretamente o tipo de raciocínio mobilizado. As tarefas abertas, especialmente aquelas vinculadas à investigação, são as que mais favorecem a argumentação, pois exigem que o aluno justifique seus procedimentos, defenda suas conclusões e dialogue com diferentes possibilidades. Nesse sentido, Friolani (2007) aponta que os livros analisados apresentam grande número de tarefas fechadas, centradas na interpretação de gráficos fornecidos, mas carecem de atividades que estimulem a coleta, organização e análise de dados reais.

De maneira complementar, o estudo de Rumsey (2002) corrobora a necessidade de integrar os domínios da literacia, do raciocínio e do pensamento estatístico, compreendendo que essas competências são interdependentes e precisam ser desenvolvidas de forma articulada. Os livros didáticos, nesse contexto, devem apresentar propostas didáticas que

envolvam diferentes níveis de complexidade, permitindo ao aluno construir significados e argumentar com base em dados empíricos. Atividades que contemplam apenas uma dimensão — seja ela descritiva ou procedimental — tendem a ser insuficientes para promover aprendizagens profundas, além de não corresponderem às diretrizes estabelecidas pelos documentos curriculares em vigor.

Outro elemento a ser considerado diz respeito à relação entre o conteúdo estatístico e as práticas sociais dos estudantes. Como enfatiza Skovsmose (2000), os cenários de investigação constituem uma proposta pedagógica que visa situar a aprendizagem em contextos significativos, nos quais o aluno assume papel ativo no processo de construção do conhecimento. Essa abordagem rompe com a visão transmissiva e promove a problematização das situações apresentadas. No entanto, para que essa perspectiva seja efetivada, os livros didáticos precisam ir além da apresentação de exemplos ilustrativos e promover, de fato, atividades que envolvam a investigação, a reflexão e a análise crítica de dados coletados pelos próprios alunos.

Franklin et al. (2015) consideram que seria necessário reconhecer que a formação estatística dos estudantes deve abranger todas as etapas de um processo investigativo : formulação de perguntas, coleta, análise e interpretação de dados. Quando os livros didáticos contemplam apenas uma ou duas dessas etapas, deixam de promover uma compreensão abrangente da Estatística como ferramenta de leitura e intervenção na realidade. Assim, o desafio não está apenas na inclusão da Estatística como conteúdo, mas na forma como esse conteúdo é trabalhado, articulado às práticas escolares e aos documentos oficiais, especialmente no que diz respeito à promoção da argumentação como eixo central do processo de aprendizagem.

1.2.1 A BNCC e a unidade temática de Probabilidade e Estatística

A organização da área da Matemática na BNCC em cinco unidades temáticas representa um esforço sistemático para promover uma aprendizagem significativa e articulada com os desafios contemporâneos da formação cidadã. No interior dessa estrutura, a Unidade Temática de Probabilidade e Estatística ocupa um lugar estratégico ao propor o desenvolvimento de competências voltadas à leitura, análise, interpretação e argumentação a partir de dados. De acordo com Evangelista e Guimarães (2019), tais habilidades são fundamentais para formar sujeitos capazes de compreender a variabilidade presente em

fenômenos sociais e naturais, possibilitando a tomada de decisões fundamentadas em informações confiáveis. Esta abordagem confere ao professor que ensina Estatística um caráter formativo que transcende a aplicação mecânica de técnicas, com um caráter reflexivo e autocrítico.

> [...] entendemos que antes de sermos professores de Estatística, somos professores. E como tal, assumindo uma postura reflexiva e autocrítica, colocamos os objetivos da Educação Crítica junto aos objetivos da Educação Estatística, sem hierarquizá-los, mas assumindo uma comunhão em ambos, pois além de uma coisa não se sobressair perante a outra, também não a prejudica (Campos, 2007, p. 108).

Com efeito, a BNCC explicita que o ensino de Estatística deve iniciar-se nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com o objetivo de possibilitar aos alunos a coleta, organização e representação de dados por meio de tabelas e gráficos simples. No entanto, conforme observam Amorim e Silva (2016), muitos livros didáticos ainda não incorporam de maneira adequada essa progressão de habilidades, limitando-se a atividades que solicitam apenas a leitura superficial de dados pré-organizados. Tal reducionismo compromete a possibilidade de explorar o potencial pedagógico da Estatística como campo de investigação e argumentação.

Paralelamente, é importante destacar que a abordagem da Estatística proposta pela BNCC é indissociável da ideia de contexto. Os dados a serem trabalhados devem estar ancorados em situações reais e significativas para os estudantes, propiciando a construção de argumentos baseados em evidências. Nesse sentido, Cunha, Carvalho e Almeida (2024) indicam que as atividades de Estatística nos livros didáticos costumam desconsiderar o papel da contextualização, privilegiando tarefas estandardizadas e desprovidas de conexão com a experiência dos alunos. Essa dissociação entre dados e contexto empobrece o processo de aprendizagem.

Por sua vez, a BNCC atribui à Unidade Temática de Probabilidade e Estatística um duplo objetivo: desenvolver a capacidade de tratar dados e fomentar a compreensão do acaso e da incerteza. Tal proposta é coerente com a perspectiva contemporânea da Educação Estatística, que, conforme apontam Santiago, Alves e Santos (2022), requer não apenas competências técnicas, mas também a capacidade de refletir criticamente sobre as fontes, os métodos de coleta e os efeitos das conclusões produzidas. No entanto, essa dimensão crítica ainda encontra resistência nos materiais didáticos.

> Após o estudo praxeológico dos exercícios escolhidos, observamos que o livro didático analisado não proporciona aos alunos as condições para o desenvolvimento do letramento estatístico esperado para o 3º ano do Ensino Médio. Fazemos tal inferência a partir do fato de que tais exercícios representam a maioria dos

> exercícios propostos presentes na coleção para os conteúdos de Estatística Descritiva (Alves; Santos, 2022, p. 12).

Ademais, a estrutura da BNCC permite identificar uma progressão nas expectativas de aprendizagem relativas à Estatística, o que exige dos livros didáticos uma organização coerente com essa trajetória. Todavia, conforme afirmam Paula e Araújo (2017), é frequente encontrar nos livros uma sequência de atividades desarticulada e repetitiva, que não favorece a construção gradual de conhecimentos nem a consolidação de competências. Tal distanciamento entre proposta curricular e material didático compromete a efetividade do processo de ensino.

Ao analisar os elementos textuais e visuais presentes nas atividades de Estatística, Fernandes, Dutra e Soares (2024) identificam uma predominância de tarefas com forte apelo visual, como gráficos coloridos e tabelas chamativas, mas com baixo potencial cognitivo. As perguntas associadas às imagens raramente desafiam os alunos a justificar respostas, elaborar hipóteses ou comparar alternativas. Em vez disso, restringem-se a pedidos de leitura direta, o que é insuficiente para atingir os objetivos delineados na BNCC.

Em continuidade, Bezerra e Guimarães (2017) destacam que a inclusão da Estatística nos livros didáticos muitas vezes se dá por meio de atividades isoladas, sem uma proposta pedagógica que articule os diferentes conceitos estatísticos de forma sistemática. Essa abordagem fragmentada dificulta a compreensão global do campo e reduz a Estatística a uma série de técnicas instrumentais, contrariando o que propõe a BNCC ao valorizar a integração entre conteúdos e contextos. Além disso, é preciso considerar que a Unidade Temática de Probabilidade e Estatística, segundo o texto da BNCC, deve propiciar situações de investigação, nas quais o aluno atue como sujeito ativo da aprendizagem. No entanto, Santos (2020) observa que os livros didáticos raramente propõem tarefas investigativas completas, nas quais os estudantes sejam convidados a formular perguntas, coletar dados, analisá-los e justificar conclusões. Tal lacuna compromete a materialização da proposta curricular.

Considerando esses aspectos, Amorim (2017) defende que a coerência entre a BNCC e os livros didáticos só será alcançada com uma revisão profunda das diretrizes editoriais que orientam a produção dos materiais. É preciso que os livros reflitam, em suas atividades, as habilidades previstas nas unidades temáticas, com especial atenção para a articulação entre contexto, representação e argumentação. Sem isso, o ensino da Estatística tende a manter-se no nível superficial.

1.2.2 O espaço da argumentação no ensino de Estatística via livros didáticos

A argumentação é concebida de maneiras distintas por teóricos de diferentes áreas, cujas definições refletem suas abordagens metodológicas e epistemológicas. Para Eemeren e Grootendorst (2004), a argumentação é uma atividade comunicativa racional, verbal e social, cujo objetivo é convencer um ouvinte crítico da validade de uma proposição por meio de um conjunto de justificativas logicamente estruturadas. Essa concepção insere-se no escopo da teoria pragma-dialética, que considera o discurso argumentativo como um processo de resolução de divergências, regido por normas que garantem a razoabilidade da interação discursiva. A proposta desses autores está centrada na função normativa da argumentação enquanto instrumento de mediação racional de conflitos.

Jiménez-Aleixandre (2007) concebe a argumentação como um processo cognitivo e discursivo essencial à construção do conhecimento no ensino de ciências, enfatizando sua importância na aprendizagem escolar. A autora valoriza a produção de argumentos como meio de promover o pensamento crítico, permitindo que estudantes elaborem explicações fundamentadas e reflitam sobre a validade das evidências apresentadas. Ela observa que a definição de van Eemeren e Grotendorst traz em si duas facetas fundamentais da argumentação: a justificativa, em que a tese que se busca defender deve estar ancorada em declarações articuladas entre si, e a persuasiva, quando se considera o interesse do locutor pelo convencimento de uma dada audiência.

Erduran (2019) reforça o papel da argumentação como ferramenta central no desenvolvimento da alfabetização científica, concebendo-a como a habilidade de justificar afirmações com base em evidências. Para a autora a argumentação é constitutiva da ciência, pois viabiliza a construção e a validação de modelos e teorias. Em sua perspectiva, integrar a argumentação ao currículo escolar significa favorecer práticas pedagógicas que aproximem os estudantes da cultura científica, incentivando-os a construir explicações, avaliar justificativas e refletir sobre os fundamentos do conhecimento científico.

Com base nas orientações expressas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino da Estatística deveria promover o desenvolvimento da argumentação como prática fundamental para a formação crítica e cidadã dos estudantes. Entretanto, a análise de livros didáticos utilizados no Ensino Fundamental revela certa dissonância entre o que é prescrito nos documentos oficiais e o que é efetivamente proposto nas atividades. Segundo Fernandes, Dutra e Soares (2024), as tarefas frequentemente se limitam à reprodução de procedimentos técnicos e à leitura superficial de gráficos e tabelas, negligenciando a elaboração de

justificativas e a construção coletiva de raciocínios estatísticos. Esse tipo de abordagem restringe as possibilidades de mobilizar os três domínios fundamentais da Educação Estatística: a literária, o raciocínio e o pensamento estatístico.

> Foram classificadas na habilidade EM13MAT406, em que o foco está na construção e interpretação de tabelas, 12,2% das atividades dispostas no Livro A e 13,9% no Livro B. Destaca-se que o Livro A possui apenas uma atividade que solicita a construção de uma tabela de frequência e quatro que solicitam a construção de gráfico, as demais atividades exploram a interpretação de representações gráficas e tabulares. No Livro B, a quantidade de atividades que exige a construção destes objetos estatísticos é maior, quatro e 11 atividades exploram a construção de tabelas e gráficos, respectivamente. Este resultado pode estar relacionado com a existência de um tópico, no Livro B, que discute sobre a construção de gráficos (Fernandes, Dutra e Soares, 2024, p. 16).

Nesse sentido, é possível afirmar que o espaço da argumentação ainda é reduzido nas propostas curriculares materializadas nos livros didáticos. Conforme apontam Cunha, Carvalho e Almeida (2024), embora os materiais apresentem representações visuais variadas, como diagramas e quadros, essas representações são raramente acompanhadas de questionamentos que incentivam o estudante a explicar suas respostas, comparar resultados ou propor hipóteses. A ausência de problemas contextualizados e de situações abertas que exigem articulação lógica contribui para a consolidação de uma prática pedagógica que reforça a memorização e não favorece o pensamento crítico.

Em continuidade, destaca-se a relevância do estudo de Richit, Venturin e Rodrigues (2022), que analisaram coleções didáticas aprovadas no PNLD e constataram que muitas atividades se restringem à leitura de dados já organizados, sem exigir que o aluno realize interpretações mais complexas. Tais propostas didáticas, segundo os autores, não estimulam a reflexão crítica nem a formulação de estratégias próprias por parte dos alunos, o que compromete a formação de sujeitos estatisticamente alfabetizados. A escassez de tarefas que envolvam análise crítica e tomada de decisão compromete, portanto, a função formadora da Estatística como campo do conhecimento.

Do ponto de vista da BNCC, o componente de Probabilidade e Estatística é apresentado como essencial para o desenvolvimento da competência argumentativa, uma vez que exige dos estudantes a habilidade de analisar informações, interpretar dados e comunicar conclusões com base em evidências. Entretanto, conforme discutido por Santos (2020), os livros didáticos ainda operam majoritariamente com exercícios de baixa complexidade cognitiva, limitando-se à leitura direta de gráficos ou à simples transcrição de dados

numéricos. A ausência de tarefas desafiadoras impede que os alunos se apropriem da linguagem estatística como ferramenta de análise e tomada de decisão em situações reais.

Com efeito, Paula e Araújo (2017) observaram que, nos livros destinados ao Ensino Fundamental II, há uma tendência a privilegiar questões de resposta única e com procedimentos rigidamente definidos. Essa característica afasta a possibilidade de que os alunos construam argumentos próprios, com base em inferências estatísticas fundamentadas. Além disso, são raras as situações em que os estudantes são convidados a debater ou justificar suas respostas em sala de aula, o que reforça o caráter passivo da aprendizagem e reduz o potencial investigativo das atividades propostas nos livros.

Considerando esse cenário, torna-se necessário questionar como os livros didáticos têm interpretado as orientações curriculares no que se refere ao desenvolvimento da competência argumentativa. De acordo com Evangelista e Guimarães (2019), mesmo quando há espaço gráfico e verbal suficiente para formular perguntas ou provocar reflexões, os livros optam por um roteiro instrucional que evita o confronto de ideias e a problematização de dados. A lógica de resolução mecânica predomina, mesmo em conteúdos que, por natureza, exigem análise crítica e interpretação contextualizada.

Outro aspecto a ser considerado diz respeito à escassez de atividades que favoreçam a coleta de dados e a formulação de hipóteses. Conforme Amorim e Silva (2016), poucos livros propõem sequências didáticas completas que envolvam todas as etapas do ciclo investigativo, da formulação da pergunta à análise e interpretação dos resultados. Sem esse percurso, não há espaço real para o exercício da argumentação, pois o aluno não participa da construção do conhecimento, limitando-se a aplicar fórmulas ou identificar padrões visuais. Além disso, conforme Santiago, Alves e Santos (2022), o ensino de Estatística por meio de livros didáticos ainda carece de propostas que estimulem o uso de diferentes registros de representação, tais como gráficos comparativos, esquemas interpretativos e linguagem verbal articulada. A diversidade de representações é um elemento-chave para a promoção da argumentação, pois permite que os alunos mobilizem diferentes formas de expressão para justificar suas ideias e interpretar dados com base em múltiplas fontes.

Por conseguinte, é possível afirmar que os livros didáticos precisam explorar plenamente o potencial crítico-argumentativo do ensino de Estatística, para permitir ao discente a associação do que se está estudando com a sua realidade . Conforme Hulsizer e Woolf (2009, p. 66, tradução nossa):

> O raciocínio estatístico é o exame do processo subjacente de procedimentos estatísticos e pesquisas – o porquê, como explicação do processo. Não é o

> suficiente para que alguém seja capaz de calcular a probabilidade, mas eles devem ser capazes de aplicar esse raciocínio para a vida toda e em situações que envolvam raciocínio probabilístico para o mundo real. (Hulsizer; Woolf, 2009, p.66).

Diante desse panorama, evidencia-se a importância de refletir sobre as diretrizes editoriais que orientam a produção dos livros didáticos, de modo que suas propostas estejam alinhadas às orientações da BNCC e aos avanços da Educação Estatística. Conforme argumenta Amorim (2017), é desejável que esses materiais contemplem atividades que mobilizem diferentes etapas do raciocínio estatístico, estimulando os estudantes a formular hipóteses, analisar evidências, confrontar resultados e elaborar argumentos fundamentados. Tais características contribuem para que o ensino de Estatística ultrapasse uma abordagem meramente instrumental e se consolide como um espaço de formação crítica e reflexiva.

Entretanto, é importante reconhecer que eventuais revisões editoriais, ainda que necessárias e legítimas, não são suficientes para assegurar transformações significativas nas práticas pedagógicas. Depositar exclusivamente nos livros didáticos a responsabilidade por tais mudanças implica desconsiderar o papel central do professor no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, torna-se fundamental investir em uma formação docente crítica e reflexiva, que possibilite aos professores analisar, problematizar e ressignificar as propostas presentes nos livros, evitando uma relação de dependência acrítica com esse material. Assim, os livros didáticos devem ser compreendidos como recursos de apoio ao trabalho pedagógico, e não como prescrições rígidas, cabendo ao professor o papel de mediador crítico capaz de promover debates, questionamentos e construções coletivas de sentido em sala de aula.

CAPÍTULO 2 – Argumentação no Ensino de Matemática: um olhar para os referenciais analíticos

A compreensão do papel da argumentação no ensino de matemática exige uma abordagem que vá além de sua função comunicativa e se debruce sobre seus desdobramentos no campo da cognição e da construção do raciocínio. Para Sales (2011), a argumentação deve ser entendida como uma expressão do raciocínio, sendo possível identificar diferentes níveis de elaboração argumentativa conforme a complexidade das ideias envolvidas. Ele distingue a explicação, a justificativa, a prova e a demonstração, todas como instâncias de uma mesma cadeia racional que orienta o pensamento matemático em direção à formalização. A proposta do autor se ancora na Teoria Antropológica do Didático e estabelece uma ponte entre os objetos ostensivos e não-ostensivos, o que permite visualizar a argumentação como técnica e, ao mesmo tempo, como tecnologia.

Essa perspectiva se articula com a de Silva (2021), que defende a argumentação como um instrumento de construção da debatibilidade em sala de aula. Segundo a autora, o processo argumentativo deve ser entendido como uma prática que promove a autonomia dos estudantes, permitindo-lhes não apenas reproduzir conteúdos, mas também justificar e sustentar seus pontos de vista diante de situações-problema. Nessa direção, o papel do professor passa a ser o de mediador de interações que favoreçam o desenvolvimento de competências discursivas vinculadas ao raciocínio matemático. Isso contribui para um ensino mais significativo, que integra linguagem, pensamento e conteúdo.

De acordo com Caldato, Utsumi e Nasser (2017), a argumentação se manifesta em sala de aula de forma variada, refletindo tanto o nível de compreensão dos alunos, quanto as estratégias adotadas pelos docentes. Para esses autores, a distinção entre prova e demonstração é central para entender como se dá a legitimação de ideias no ambiente escolar. A prova, nesse contexto, surge como uma forma de convencimento compartilhado, enquanto a demonstração representa um tipo de validação mais formalizada, própria da cultura matemática. Por exemplo, ao medir os ângulos de vários triângulos e notar que sempre somam 180°, um aluno faz uma prova empírica, baseada na observação. Já a demonstração usa argumentos lógicos e gerais, válidos para qualquer triângulo, sem depender de medidas em objetos específicos. Essa diferenciação evidencia o papel da argumentação como meio de transição entre o senso comum e o conhecimento sistematizado.

Notare e Basso (2018), por sua vez, argumentam que o uso de recursos como a geometria dinâmica pode favorecer a construção de argumentos matemáticos mais

estruturados. Para os autores, o ambiente digital permite que os estudantes explorem propriedades geométricas de forma mais interativa, o que potencializa a elaboração de justificativas baseadas na observação e na experimentação. Esse processo não substitui a demonstração, mas cria condições favoráveis para que ela seja compreendida como culminância de uma trajetória argumentativa iniciada em níveis mais intuitivos. A articulação entre recursos digitais e práticas discursivas amplia, portanto, o repertório argumentativo dos alunos.

A investigação conduzida por Almeida e Malheiro (2018) reforça a importância da experimentação investigativa como contexto fecundo para o desenvolvimento da argumentação matemática. Ao propor atividades em que os estudantes formulam hipóteses, testam ideias e reformulam seus pensamentos, os autores mostram como o raciocínio se refina ao longo do processo. A argumentação, nesse caso, deixa de ser apenas um meio de comunicação e passa a exercer uma função heurística, orientando a descoberta e a validação de padrões. Essa abordagem é particularmente produtiva na formação do pensamento matemático investigativo.

Rodrigues e Monteiro (2025) acrescentam que a argumentação, quando tratada como estrutura global em contextos colaborativos, permite identificar modos distintos de elaboração do raciocínio. Os autores ressaltam que os argumentos desenvolvidos coletivamente em atividades baseadas na modelagem ou na investigação revelam padrões recorrentes de encadeamento lógico, mostrando como os estudantes negociam significados e constroem consensos. Essa perspectiva contribui para entender a argumentação como prática social, atravessada por interações, e não como ato isolado de um indivíduo.

Segundo Pais (2018), a argumentação ocupa lugar de destaque na profissionalização docente, pois o modo como os professores interpretam e legitimam os discursos dos alunos revela suas concepções sobre o ensino da matemática. Para o autor, muitas vezes o raciocínio dos estudantes é interrompido por interpretações baseadas em tradições ou jargões pedagógicos, sem que se reconheça o potencial formativo dessas manifestações discursivas. Reconhecer a diversidade dos argumentos apresentados pelos alunos e explorá-los didaticamente constitui um desafio que exige sensibilidade teórica e metodológica por parte do professor.

De acordo com os dados coletados por Rodrigues et al., (2021) há um comprometimento expressivo nessa variedade de argumentos por partes dos educadores em processo final de formação matemática:

> Em particular, a análise de dados revelou que os argumentos apresentados no relatório do grupo 1 ficaram restritos apenas a combinações triplas do tipo "Dado-Justificativa-Conclusão". Estas combinações também foram bem recorrentes nos relatórios dos outros grupos. Combinações quadruplas apareceram somente uma única vez nos relatórios dos grupos 2, 3, 4 e 5, sendo "Dado-Justificativa-Qualificador-Conclusão" (Grupo 3), "Dado-Justificativa-Base-Conclusão" (Grupo 4 e 5) e "Dado-Justificativa-Conclusão-Refutação" (Grupo 2). Não foi identificado nenhum tipo de combinação quíntupla ou sêxtupla bem como a presença de várias justificativas para fundamentar um argumento. (Rodrigues et al., 2021, p. 17).

Carneiro, Teixeira e Oliveira (2023) apontam que, no ensino superior, a argumentação é frequentemente negligenciada como objeto de ensino. Em sua revisão sistemática, os autores demonstram que a maioria das propostas pedagógicas voltadas à formação inicial de professores de matemática não contempla, de forma explícita, o desenvolvimento de competências argumentativas. Essa ausência limita a capacidade dos futuros docentes de promover discussões fundamentadas e de interpretar os discursos dos alunos sob uma ótica formativa. Ressalta-se, portanto, a necessidade de repensar os currículos para incluir a argumentação como eixo estruturante.

Trevisan e Freitas (2019), ao analisarem a relação entre discurso dedutivo e argumentativo em grupos de professores, mostram que a articulação entre essas duas dimensões é essencial para a construção de provas teóricas e empíricas. A argumentação não se opõe à dedução, mas a antecede, pois ao ser a dedução uma forma de demonstração, prepara o terreno para que ela se realize de forma significativa. Nesse sentido, a clareza no uso de termos, a coerência interna do discurso e a capacidade de generalização são aspectos fundamentais que devem ser cultivados desde os primeiros anos do ensino básico até a formação continuada dos docentes.

Gomes, Manassi e Santos (2016) contribuem ao destacar os sentidos argumentativos e polifônicos da linguagem matemática no discurso escolar. Para os autores, a argumentação deve ser compreendida como prática discursiva situada, que mobiliza diferentes vozes e repertórios. Isso implica considerar as múltiplas interpretações que os estudantes podem atribuir a um mesmo enunciado e os modos como esses sentidos são negociados em sala de aula. Dessa forma, a argumentação ultrapassa a dimensão puramente lógica e se inscreve no campo das interações sociais mediadas pela linguagem.

2.1 Discursos Argumentativos e Categorias Analíticas na Educação Matemática

Segundo Balacheff, entender os diferentes tipos de provas que os estudantes usam é bastante importante para ensinar matemática de um jeito mais eficaz. Com isso, sugere uma classificação que vai além de pensar só em certo ou errado, levando em conta as intenções por trás dos argumentos e as formas como os alunos justificam suas ideias. O primeiro tipo é a prova empírica, que se apoia na observação de casos específicos. Por exemplo, se um aluno mede com régua e transferidor diferentes triângulos e verifica que a soma dos ângulos é sempre 180°, ele forma uma convicção baseada na experiência. Depois tem a prova pragmática, que acontece quando o estudante manipula representações, como dobrar e recortar figuras, para mostrar que uma propriedade é verdadeira, confiando na ação concreta como justificativa.

A prova lógica-formal é aquela que se aproxima mais do jeito que a matemática é ensinada na escola: usando definições, propriedades e raciocínios rigorosos. Balacheff reforça que esse tipo de prova exige que a pessoa domine bem os conceitos e também entenda como estruturar uma boa argumentação. Além dessas, ele fala ainda de formas intermediárias, como a prova por recorrência ou por contradição, que mesmo sendo parte do campo formal, são estratégias específicas que usamos no raciocínio lógico.

A “prova direta” é o tipo mais comum de demonstração em Matemática, pois parte das hipóteses dadas e, por meio de encadeamentos lógicos fundamentados em definições e propriedades conhecidas, conduz diretamente à conclusão que se deseja demonstrar. O raciocínio desenvolve-se de forma linear: assumem-se as premissas como verdadeiras e, a partir delas, constroem-se argumentos sucessivos até alcançar a afirmação final. Esse tipo de demonstração é amplamente utilizado na Educação Básica, uma vez que contribui para a consolidação das definições e das propriedades matemáticas. Por exemplo, ao demonstrar que a soma de dois números pares é par, consideram-se dois números pares quaisquer, que podem ser escritos na forma 2a e 2b, em que a e b são números inteiros. Ao somá-los, obtém-se $2a + 2b = 2(a + b)$. Como $a + b$ é inteiro, a expressão pode ser reescrita como $2k$, evidenciando que a soma é divisível por 2 e, portanto, é um número par.

A demonstração por contradição fundamenta-se na estratégia de assumir, provisoriamente, a falsidade de uma proposição e, a partir dessa suposição, desenvolver um encadeamento lógico que conduza a uma inconsistência com resultados já estabelecidos na Matemática. Diante da contradição, conclui-se que a hipótese inicial não pode ser verdadeira, o que valida a proposição original. Esse tipo de argumento é particularmente relevante em situações nas quais uma abordagem direta se mostra pouco viável. Um exemplo clássico é a prova de que existem infinitos números primos: ao supor que o conjunto de números primos é

finito, pode-se construir um novo número a partir do produto de todos eles acrescido de uma unidade, o que leva a uma contradição, pois esse número não seria divisível por nenhum dos primos listados.

Por sua vez, a prova por recorrência, também chamada de indução matemática, é empregada em proposições que envolvem números naturais e segue uma lógica encadeada. Primeiro, verifica-se que a afirmação é verdadeira para um valor inicial. Depois, assume-se que ela vale para um número qualquer e demonstra-se que, a partir disso, também deve valer para o próximo. Ao garantir esses dois passos, conclui-se que a proposição é válida para todos os valores a partir do inicial. Um exemplo clássico é a fórmula da soma dos números naturais consecutivos, em que se confirma o caso inicial e, em seguida, mostra-se que, se a expressão funciona para um termo qualquer, continuará válida ao acrescentar o próximo termo, fechando assim o raciocínio.

A análise dos discursos argumentativos no ensino de matemática, quando articulada às categorias de prova propostas por Balacheff, permite identificar como os alunos constroem e justificam seus enunciados em práticas escolares. Embora tais categorias não pertençam ao rol estritamente matemático, são fundamentais para compreender os modos pelos quais os sujeitos formulam, validam e comunicam suas ideias. Para Luna, Santana e Bortoloti (2018), a linguagem que estrutura tais discursos está diretamente relacionada à organização dos significados e à capacidade do aluno de operar relações entre conceitos, mesmo quando estes não são plenamente formalizados. Essa perspectiva linguística reforça a importância de reconhecer o discurso como elemento constitutivo da argumentação.

> Os textos analisados sugerem que a pesquisa com o uso do modelo metodológico da linguagem de descrição possibilita um movimento cíclico: 1) parte da teoria para iluminar a empiria, ou seja, parte da linguagem interna para a externa –podendo produzir as categorias a priori, o que possibilita ou não reafirmar o que a teoria aponta podendo gerar mudanças no contexto; 2) legitima que os dados empíricos podem ampliar o campo teórico, ou seja, a relação da linguagem externa para a interna –o que favorece a produção de categorias analíticas levantadas pela teoria;3) retroalimenta os campos teórico e empírico–promovem diálogo entre a empiria e a teoria, de tal forma que um campo ampara o outro, ainda que possa haver diálogo com o próprio campo, subsidiado pela teoria. Esse último caso pode ser exemplificado com a produção de uma extensão na linguagem externa de descrição (Luna; Santana; Bortoloti, 2018, p. 219).

A distinção entre os diferentes tipos de prova – empírica, pragmática e lógico-formal – evidencia a complexidade da progressão cognitiva dos estudantes ao longo do processo de ensino-aprendizagem em Matemática. Cada uma dessas formas de validação mobiliza níveis

distintos de generalização, rigor e elaboração conceitual, refletindo estágios diferenciados de compreensão e desenvolvimento do pensamento matemático.

No campo da prática investigativa, Almeida e Malheiro (2018) indicam que a prova empírica, fundamentada na observação de regularidades e na verificação de casos particulares, é a forma mais recorrente no início do percurso formativo. Esse tipo de prova não exige formalizações, sendo sustentado por exemplos numéricos, experimentações ou representações concretas. Embora limitada quanto ao rigor e à possibilidade de generalização, desempenha papel formativo relevante ao favorecer o reconhecimento de padrões e a formulação de conjecturas. Por exemplo, ao investigar a afirmação de que a soma de dois números ímpares é par, o estudante pode testar alguns casos, como $3 + 5 = 8$, $7 + 9 = 16$ e $11 + 13 = 24$, concluindo que o resultado é sempre par. Nesse caso, a validação apoia-se exclusivamente na observação de exemplos, sem uma justificativa que contemple todos os casos possíveis.

A prova pragmática, por sua vez, representa um avanço em relação à empírica, pois envolve explicações que procuram justificar a regularidade observada, ainda que apoiadas em argumentos informais e linguagem natural. Ela ultrapassa a simples verificação de casos, mas ainda não atinge plenamente o nível de formalização algébrica e dedutiva característico da Matemática acadêmica. Assim, ao justificar que a soma de dois números ímpares é par, o estudante pode argumentar que todo número ímpar é “um número par mais 1” e, portanto, ao somar dois ímpares, estaria somando “um par + 1” com “outro par + 1”, obtendo “um par + 2”, que continua sendo par. Nesse caso, já há uma tentativa de generalização e de explicação conceitual, ainda que não expressa por meio de simbologia formal.

Por fim, a prova lógico-formal caracteriza-se pelo uso sistemático de definições, propriedades e encadeamentos dedutivos organizados segundo regras explícitas da lógica matemática. Nesse tipo de prova, a validade do argumento não depende de exemplos, mas da coerência interna do raciocínio e da generalização rigorosa. Retomando o mesmo exemplo, sejam dois números ímpares quaisquer representados por $2n + 1$ e $2m + 1$, em que n e m são números inteiros. A soma é $(2n + 1) + (2m + 1) = 2n + 2m + 2 = 2(n + m + 1)$. Como $n + m + 1$ é um número inteiro, a soma é divisível por 2, concluindo-se formalmente que o resultado é um número par. Nesse caso, a demonstração não depende de casos particulares, mas de uma dedução geral fundamentada em definições matemáticas.

Desse modo, as provas empírica, pragmática e lógico-formal não devem ser compreendidas como categorias isoladas ou excludentes, mas como etapas de um processo de amadurecimento cognitivo e argumentativo. A passagem de uma forma de validação a outra

revela o desenvolvimento progressivo da capacidade de generalização, abstração e formalização, aspectos fundamentais para a consolidação do pensamento matemático escolar.

Notare e Basso (2018) ampliam esse entendimento ao considerar que o ambiente digital, especialmente o uso da geometria dinâmica, favorece o trânsito entre a prova empírica e a lógica-formal. Segundo os autores, o contato com construções dinâmicas permite que o aluno revise suas suposições e aprimore seus argumentos, elevando o nível de abstração do raciocínio. O discurso argumentativo, nesse contexto, adquire nova dimensão ao integrar recursos visuais com justificativas verbais, resultando em um processo formativo mais completo e articulado.

Ao observar as práticas docentes, é possível identificar que as categorias analíticas de Balacheff se desdobram em práticas diferenciadas de ensino. De acordo com Amado, Sanchez e Pinto (2015), a presença do GeoGebra nas atividades escolares colabora com a produção de provas pragmáticas, aquelas que se ancoram na verificação de propriedades com apoio de ferramentas tecnológicas. Essas provas, embora ainda dependentes de visualizações, já pressupõem certa intencionalidade didática que aproxima o aluno da formalização e o prepara para compreender a lógica interna da demonstração matemática.

No que se refere à formalização do raciocínio, Fonseca, Caldeira e Souza (2022) apontam que o discurso argumentativo ganha em precisão quando mediado por atividades que envolvem análise discursiva crítica. A estruturação da prova lógica-formal exige do aluno não apenas domínio de conteúdos, mas também habilidade para articular linguagens distintas, como a simbólica e a natural. Nesse sentido, a formulação de argumentos e contra-argumentos, a clareza na exposição de ideias e o respeito às regras inferenciais passam a compor os critérios de avaliação da argumentação escolar.

Segundo Carneiro, Teixeira e Oliveira (2023), ao analisar o ensino superior, nota-se que a presença de provas empíricas e pragmáticas ainda se manifesta, sobretudo nas fases iniciais da formação docente. Isso indica que o domínio das provas lógico-formais não se dá automaticamente com o avanço escolar, mas resulta de práticas sistemáticas que promovem a construção coletiva do conhecimento. A análise dessas manifestações discursivas, segundo os autores, permite diagnosticar a maturidade argumentativa dos licenciandos e planejar intervenções pedagógicas que favoreçam o desenvolvimento do pensamento matemático abstrato.

Rodrigues e Monteiro (2024) enfatizam que a estrutura dos argumentos em contextos colaborativos revela o tipo de prova predominante nos discursos dos alunos. Quando esses sujeitos participam de atividades baseadas em modelagem ou investigação, suas construções

discursivas oscilam entre provas pragmáticas e lógicas, o que permite observar os momentos em que a formalização emerge como necessidade de convencimento. As categorias de Balacheff, nesse caso, funcionam como ferramenta analítica capaz de descrever o percurso argumentativo e suas rupturas.

O papel da linguagem na construção desses discursos é enfatizado por Gomes, Manassi e Santos (2016), que argumentam que os sentidos atribuídos aos conceitos matemáticos dependem das vozes presentes no discurso. Essa polifonia contribui para a emergência de provas empíricas e pragmáticas, na medida em que os alunos mobilizam repertórios diversos para justificar suas respostas. As análises semânticas, nesse sentido, revelam como a linguagem cotidiana interfere na construção de argumentos matematicamente válidos, destacando a necessidade de intervenções pedagógicas que promovam o uso de uma linguagem mais precisa.

No plano da formação de professores, Barbosa e Oliveira (2015) salientam que compreender as categorias de prova é essencial para desenvolver tarefas que estimulem a argumentação nos futuros docentes. O uso dessas categorias como ferramenta de análise de práticas escolares permite que o professor reflita sobre os tipos de justificativas aceitas em sua sala de aula e repense os critérios de validação que utiliza. Essa consciência didática é fundamental para promover uma cultura argumentativa que valorize a diversidade de discursos, sem abrir mão do rigor matemático.

Oliveira e Lopes (2023) demonstram que metodologias como o júri simulado podem ser apropriadas para explorar os diversos tipos de prova. Em atividades dessa natureza, os estudantes são convidados a apresentar argumentos, responder a críticas e sustentar suas posições diante de pares e professores.

> [...] o Júri Simulado possibiliza o desenvolvimento de diversas operações de pensamento, como: defesa de ideias, argumentação, julgamento, tomada de decisão e assim por diante. Corroborando essa ideia, em nossos resultados, foi possível analisar que tal estratégia é altamente eficaz no processo de aprendizado ativo e crítico do estudante, pois os acadêmicos obtiveram engajamento e participação ativa, estimulando a discussão, debate e a colaboração entre eles, criando assim um ambiente de aprendizagem motivador e envolvente. Também foi possível analisar que o Júri Simulado possibilitou que os estudantes fossem desafiados a avaliar argumentos, evidências, promovendo o pensamento crítico e a tomada de decisões fundamentadas. Muitos desses argumentos foram utilizados pelos advogados dos matemáticos que reivindicavam a autoria do Cálculo, pois era necessário convencer a plateia (Oliveira; Lopes, 2023, p. 13).

Essa dinâmica revela não apenas os modos como os sujeitos articulam seus discursos, mas também evidencia qual categoria de prova está sendo mobilizada em cada situação.

Assim, as práticas discursivas em contextos simulados podem funcionar como espelhos do pensamento matemático em formação.

Abaixo, apresentamos uma síntese dos tipos de prova na matemática de acordo com Balacheff.

Tipo de Prova	Definição	Exemplo
Empírica (ou ingênua)	Baseia-se na verificação de casos particulares e na observação de regularidades. A conclusão é sustentada por exemplos, sem garantia de generalização formal.	Para verificar que a soma de dois números ímpares é par, o estudante testa: 3 + 5 = 8, 7 + 9 = 16, 11 + 13 = 24, concluindo que “sempre dá par”.
Pragmática (ou quase-empírica)	Apresenta tentativa de generalização com explicações informais. Utiliza argumentos baseados em propriedades percebidas, mas ainda sem formalização algébrica rigorosa.	O estudante argumenta que número ímpar é “par + 1”. Assim, ao somar dois ímpares, obtém “par + 2”, que continua sendo par.
Exemplo genérico	Utiliza um caso particular representativo como modelo geral, no qual as operações realizadas podem ser generalizadas implicitamente. O exemplo funciona como representante da classe inteira.	Ao analisar 21 + 23, o estudante decompõe: (20 + 1) + (20 + 3) = 40 + 4, mostrando que a estrutura do cálculo revela a generalidade da soma de dois ímpares.
Experimento mental (ou prova intelectual)	Baseia-se em raciocínio dedutivo estruturado, sem depender de exemplos específicos. Utiliza definições e propriedades matemáticas para justificar a generalização.	Sejam dois números ímpares 2n + 1 e 2m + 1. A soma é 2(n + m + 1), que é divisível por 2. Logo, é par.

Os tipos de prova propostos por Balacheff, discutidos nos estudos levantados em nossa revisão, são verificados ao longo das interações discursivas em sala de aula, quando os professores apresentam o conteúdo, propõem atividades aos alunos e os auxiliam no seu desenvolvimento, bem como quando os alunos executam tais atividades e justificam o raciocínio empregado na execução. Entendemos que, de forma semelhante, essas provas, além das demonstrações, podem aparecer nos livros didáticos, quando o conteúdo é apresentado ou resoluções de exercícios são propostas aos alunos.

2.2 O Modelo Argumentativo de Toulmin (TAP) e o ensino da Matemática

O modelo argumentativo desenvolvido por Toulmin (2006), emergiu como resposta crítica à rigidez dos sistemas formais da lógica dedutiva, propondo uma estrutura mais próxima da prática argumentativa real. Seu modelo clássico é composto por seis elementos: claim (conclusão), data (dados), warrant (garantia), backing (sustentação), qualifier (modalizador) e rebuttal (refutação).

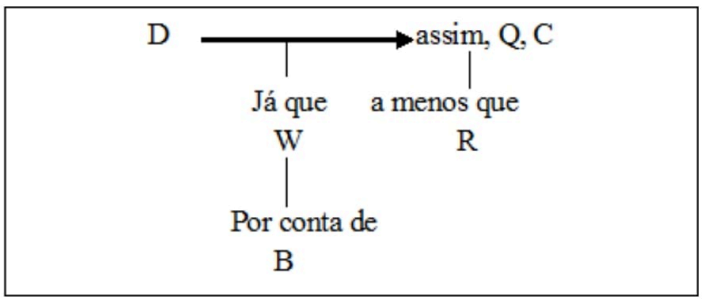


Figura 01- Modelo de Toulmin

Fonte: Toulmin (2006, p.150)

O primeiro elemento do modelo de Toulmin é a conclusão, ou seja, a ideia principal que a pessoa quer defender. Por exemplo, alguém pode dizer: 'Qualquer número multiplicado por zero dá zero.' Isso é o que ele está tentando mostrar para os colegas ou para o professor. O segundo elemento é o dado, que é a informação que dá suporte àquela conclusão. Então, nesse caso, o aluno poderia falar: ' Fiz várias contas: $5 \times 0 = 0$, $12 \times 0 = 0$, $1000 \times 0 = 0$.' Essas contas são as evidências que ele usa para apoiar o que está dizendo.

Em ambientes escolares, nem sempre todos os elementos do modelo são explicitados, e adaptações simplificadas são utilizadas com fins analíticos. Essa simplificação não invalida o potencial do modelo, mas revela que certas dimensões, como a refutação, ainda são pouco exploradas nas práticas pedagógicas. Segundo Notare e Basso (2018), a utilização de recursos como a geometria dinâmica pode favorecer a explicitação de dados e justificativas, aproximando o discurso estudantil das estruturas previstas por Toulmin. Assim, mesmo simplificado, o modelo serve como uma lente capaz de evidenciar lacunas e avanços no raciocínio apresentado pelos estudantes.

Rodrigues e Monteiro (2025) enfatizam que, ao aplicar o modelo de Toulmin em contextos de formação docente, torna-se possível avaliar o grau de completude e coerência

dos argumentos utilizados por futuros professores. Nesse sentido, a análise argumentativa passa a ser ferramenta formativa e não meramente diagnóstica. Ao evidenciar quais componentes do modelo estão presentes ou ausentes, os formadores podem promover intervenções mais assertivas no processo de construção do conhecimento matemático, reforçando o papel da justificativa como etapa essencial da aprendizagem.

No contexto do ensino de ciências, conforme analisa Pinochet (2015), o modelo argumentativo tem sido utilizado para investigar a estrutura dos argumentos construídos em situações de investigação. A transposição dessa prática para a matemática permite ampliar o olhar sobre a qualidade das inferências e das conexões entre dados empíricos e regras gerais. Os componentes backing e qualifier, por exemplo, oferecem subsídios para identificar a natureza das garantias utilizadas nas argumentações, sejam elas baseadas em teoremas, experiências anteriores ou crenças informais. Isso proporciona ao professor uma forma de compreender como os alunos articulam seus raciocínios.

Para Gomes, Manassi e Santos (2016), a análise dos discursos matemáticos exige atenção aos sentidos atribuídos aos termos e aos contextos enunciativos em que se inserem. O modelo de Toulmin, ao incorporar o modalizador e a refutação, amplia a compreensão dos níveis de comprometimento dos alunos com suas conclusões e das condições sob as quais essas conclusões poderiam ser negadas. Isso se mostra relevante quando se trabalha com argumentações exploratórias, típicas de investigações em sala, nas quais a certeza nem sempre é possível e o raciocínio precisa ser ajustado conforme novas evidências surgem.

A aplicação do modelo também tem sido explorada na formação inicial de professores. Segundo Carneiro, Teixeira e Oliveira (2023), quando os futuros docentes são incentivados a identificar os elementos do modelo em suas próprias produções, desenvolvem uma maior consciência dos mecanismos que regem a construção de um bom argumento. Esse processo não apenas fortalece sua competência didática, mas também contribui para o domínio do conteúdo específico, pois exige que a justificativa das proposições seja sustentada em conhecimentos matemáticos válidos e pertinentes ao problema em questão.

> Os resultados apontam três formas de usos da argumentação com relação à: abordagem de ensino, investigação sobre o ensino de provas, avaliação da relação entre argumentação e prova e investigação da qualidade da argumentação de estudantes e professores. No entanto, evidenciou-se a necessidade de que mais investigações sejam realizadas para avaliar o potencial de cursos focados em argumentação para disciplinas de matemática do Ensino Superior, principalmente, utilizando a abordagem de Perelman, cujos estudos realizados têm sido razoavelmente escassos (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023 p. 1).

O uso do modelo na análise de materiais didáticos também evidencia aspectos relevantes da abordagem argumentativa implícita nesses recursos. Caldato, Utsumi e Nasser (2017) observaram que muitos livros didáticos apresentam enunciados e respostas que explicitam a conclusão e os dados, mas omitem as garantias e as refutações, o que pode comprometer o desenvolvimento de uma aprendizagem crítica. Tal constatação ressalta a necessidade de selecionar e adaptar materiais que favoreçam a completude do raciocínio argumentativo, incentivando os estudantes a explicitar as justificativas que sustentam suas conclusões, considerar diferentes perspectivas e responder de forma mais consistente às possíveis objeções.

No ensino investigativo da matemática, conforme argumentam Almeida e Malheiro (2018), o modelo de Toulmin se torna ainda mais apropriado por permitir que o professor avalie o progresso do aluno não apenas pelo acerto da resposta, mas pela consistência do caminho argumentativo seguido. Ao identificar se há dados suficientes, se a garantia está justificada e se a conclusão está bem delimitada, o docente pode intervir com base em evidências discursivas, e não em pressupostos subjetivos. Isso favorece a personalização do ensino e o desenvolvimento da autonomia argumentativa dos estudantes.

Além disso, como indicam Luna, Santana e Bortoloti (2018), o uso da linguagem de descrição na pesquisa em Educação Matemática pode ser enriquecido com o aporte do modelo de Toulmin, permitindo categorizações mais precisas das etapas discursivas envolvidas na resolução de tarefas. A identificação de padrões argumentativos favorece a análise de como diferentes tipos de enunciado ativam estruturas lógicas distintas nos alunos, o que pode contribuir para o planejamento de sequências didáticas mais eficazes.

Sales (2011) considera que o raciocínio, em suas manifestações argumentativas, revela níveis distintos de complexidade cognitiva. Quando o modelo de Toulmin é aplicado na análise desses discursos, torna-se possível identificar não apenas o tipo de inferência presente (dedutiva, indutiva, abdutiva), mas também a densidade das conexões entre os elementos constitutivos da argumentação.

O raciocínio dedutivo é aquele em que a conclusão nasce necessariamente das premissas. Ou seja, se as premissas forem verdadeiras, a conclusão também vai ser verdadeira, obrigatoriamente. Esse tipo de raciocínio é muito comum na matemática e na lógica formal. Por exemplo: "Todos os humanos são mortais. Sócrates é humano. Logo, Sócrates é mortal." É um processo que parte de ideias gerais para chegar a conclusões específicas e é bastante valorizado por sua lógica correta.

Por outro lado, o raciocínio indutivo funciona ao contrário: ele parte de casos específicos para fazer generalizações. É muito usado nas ciências empíricas, onde a gente repete observações similares e, com isso, consegue criar leis ou teorias. Por exemplo, ao notar que o Sol nasce todo dia, podemos concluir que ele deve nascer amanhã também. Mas, diferente do dedutivo, a indução não garante uma verdade absoluta — suas conclusões sempre permanecem provisórias e podem mudar com novas informações.

E existe ainda o raciocínio abdutivo, que é menos conhecido, mas muito importante. Ele é uma tentativa de encontrar a melhor explicação para um fato inesperado. Por exemplo, ao ver o chão molhado, podemos suspeitar que choveu, mesmo sem ter visto a chuva acontecer. A abdução é bastante usada na ciência e na medicina, onde se tenta conectar sinais com possíveis causas. Mesmo que suas conclusões não sejam 100% certas, elas são plausíveis e ajudam a orientar as próximas buscas por confirmação. Dessa forma, o TAP não se limita a uma função classificatória, mas se insere como um recurso epistemológico para compreender e qualificar o discurso matemático na escola.

2.3 Modelo Argumentativo de Toulmin (TAP) na Educação Matemática

A aplicação do modelo argumentativo de Toulmin no contexto da educação matemática em sala de aula permite ao professor organizar as falas dos estudantes com base na lógica dos argumentos que produzem, favorecendo o acompanhamento da progressão de suas ideias. De acordo com Silva (2021), essa estrutura possibilita categorizar os enunciados dos alunos em elementos como dados, garantias, conclusões e contra-argumentos, o que contribui para tornar o discurso mais inteligível e suscetível à intervenção pedagógica. Assim, a prática docente ganha um recurso analítico para diagnosticar e ampliar a qualidade das discussões matemáticas em tempo real.

A estrutura do modelo de Toulmin também se mostra útil na construção de atividades voltadas à problematização de conteúdos matemáticos, pois orienta os estudantes na formulação de respostas que não se limitem ao resultado final, mas que expliquem o caminho seguido. Segundo Trevisan e Freitas (2019), ao serem estimulados a organizar seus raciocínios em torno dos elementos do modelo — como dados que sustentam uma hipótese ou refutações que contestam uma afirmação —, os estudantes passam a compreender a matemática como campo argumentativo e não apenas como uma sequência de procedimentos. A aula torna-se, assim, um espaço de construção discursiva do saber.

Rodrigues e Monteiro (2021) destacam que o uso do modelo na formação de professores pode contribuir para a elaboração de tarefas que fomentem o pensamento crítico e a produção de justificativas coerentes. Ao projetar situações didáticas com base nos componentes do modelo de Toulmin, os docentes conseguem prever possíveis respostas dos alunos e preparar mediações mais adequadas. Essa prática pedagógica torna-se ainda mais eficaz quando combinada à avaliação formativa, que passa a considerar a estrutura dos argumentos como critério para compreender o nível de compreensão dos alunos sobre determinado conceito matemático.

No ensino de álgebra, a organização das expressões simbólicas pode ser utilizada como ponto de partida para desenvolver argumentações. Conforme observam Jardim, Ribeiro e Aguiar (2023), ao propor tarefas que exijam dos alunos explicações sobre manipulações algébricas, o professor pode aplicar o modelo de Toulmin para identificar quais dados são mobilizados e como as garantias justificam as transformações realizadas. Tal prática promove um ensino voltado para a compreensão conceitual, pois exige dos estudantes a explicitação dos motivos que validam suas operações.

> Nos episódios analisados neste artigo, observou - se que a componente aproximação teve destaque no planejamento, o que é esperado ao se tratar de TAP cujo objetivo seja conectar um conteúdo da matemática acadêmica à matemática escolar. Tal componente foi priorizada na escolha das tarefas matemáticas e dos registros de prática (1º e 2º episódios) e na elaboração das questões norteadoras, as quais tinham por propósito conectar os conteúdos escolares e acadêmicos para explorar o ensino (Episódio 3). Ao adotar o uso de TAP, que utilizam episódios da prática docente, as formadoras foram além do que foi proposto pelo modelo Instrucional, ao passo que apresentam elementos reais da sala de aula (Jardim; Ribeiro; Aguiar, 2023, p. 19).

Durante debates em sala de aula, a mediação docente pode se beneficiar do modelo de Toulmin para valorizar a diversidade de raciocínios e evidenciar os pontos de tensão entre diferentes formas de pensar. Luna, Santana e Bortoloti (2018) ressaltam que essa estruturação argumentativa permite que o professor retome as falas dos alunos, categorizando-as e estabelecendo pontes entre elas, o que favorece a construção coletiva do conhecimento. O espaço da sala se configura, então, como um ambiente onde os discursos não apenas coexistem, mas se confrontam e se transformam por meio do diálogo matemático.

Em discussões sobre geometria, especialmente na comparação entre conjecturas e demonstrações, o uso do TAP contribui para esclarecer a passagem entre o empírico e o teórico. Segundo Notare e Basso (2018), ao organizar as ideias dos alunos em torno dos elementos do modelo, o professor pode tornar explícita a diferença entre afirmar com base na

observação e justificar por meio de uma cadeia lógica. Essa distinção, muitas vezes negligenciada no cotidiano escolar, é fundamental para o desenvolvimento da noção de prova, constituindo um passo essencial na formação do pensamento dedutivo.

A modelagem matemática pode ser favorecida pela aplicação do TAP ao incentivar os alunos a justificarem as decisões tomadas durante o processo de construção de modelos. Rodrigues e Monteiro (2025) defendem que o modelo possibilita identificar como os alunos articulam os dados do problema, os pressupostos assumidos e as inferências realizadas, permitindo ao professor analisar a coerência das soluções propostas. A argumentação torna-se, assim, um recurso não apenas de comunicação, mas de validação das ideias matemáticas produzidas pelos estudantes.

No ensino de funções, a análise de gráficos pode ser organizada com base na estrutura de Toulmin, permitindo que os alunos explicitem as razões que os levam a identificar determinada propriedade. Amado, Sanchez e Pinto (2015) mostram que ao serem solicitados a justificar por que uma curva é crescente ou decrescente, por exemplo, os alunos podem organizar suas respostas indicando os dados do gráfico, as garantias matemáticas e possíveis exceções. Isso contribui para o desenvolvimento de um olhar mais atento às variações e às interpretações possíveis, promovendo uma leitura crítica dos objetos matemáticos.

A utilização do modelo argumentativo em situações de erro também é produtiva. De acordo com Caldato, Utsumi e Nasser (2017), quando um erro é cometido em sala, o professor pode utilizar os componentes do TAP para reconstruir o raciocínio apresentado, identificando quais dados foram utilizados erroneamente ou quais garantias não se sustentam. Essa prática transforma o erro em ferramenta pedagógica, pois permite que os alunos revisitem suas ideias e compreendam onde e por que suas justificativas não se sustentam, em vez de apenas corrigirem mecanicamente a resposta.

Finalmente, Silva (2021) argumenta que o modelo de Toulmin oferece um caminho para a construção de uma cultura matemática baseada na participação discursiva e na valorização das ideias dos alunos. Ao trazer à tona os diferentes modos de justificar e sustentar uma conclusão, o modelo rompe com a lógica tradicional do certo e errado e favorece a pluralidade argumentativa. A sala de aula deixa de ser um espaço de reprodução e passa a ser um lugar de elaboração e de confronto entre formas diversas de compreender e dizer a matemática.

2.4 Argumentação explicativa e Argumentação justificatória

No campo da pesquisa sobre o ensino de matemática, os discursos argumentativos assumem papel central na análise da produção de sentido e na compreensão dos processos de validação no contexto da sala de aula. A contribuição de Balacheff se destaca por propor uma classificação dos tipos de prova com base em sua função e estrutura argumentativa, distinguindo, por exemplo, provas empíricas, pragmáticas e formais, evidenciando como diferentes formas de validação são aceitas conforme o contexto e a intenção didática. No entanto, para uma análise mais minuciosa do discurso argumentativo nos livros didáticos, a proposta categorial de Sales (2011) oferece maior densidade teórica, ao integrar os tipos de raciocínio de Peirce com os conceitos da Teoria Antropológica do Didático (TAD), possibilitando distinguir nuances no discurso que vão além da simples classificação de provas.

Segundo Sales (2011), a argumentação é compreendida como a expressão do raciocínio e pode ser classificada quanto à sua intencionalidade em explicativa e justificatória. A argumentação explicativa se caracteriza por uma ação didática, cujo objetivo principal é tornar acessível um conceito ou procedimento, sem a preocupação em convencer o interlocutor da validade de determinada proposição. Por outro lado, a argumentação justificatória objetiva organizar o raciocínio de modo a sustentar uma tese, estruturando-se com base em uma lógica que busca convencer o receptor da sua validade. Essa distinção é fundamental para nossa análise dos livros didáticos, pois nos permite verificar não apenas o conteúdo apresentado, mas a forma como o conhecimento é construído e legitimado ao longo das sequências didáticas propostas.

Ao aprofundar a categoria da argumentação explicativa, Sales (2011) a relaciona diretamente com a noção de técnica na TAD, isto é, como um fazer institucionalizado voltado à exposição de ideias. Em livros didáticos, essa forma de argumentação aparece com frequência em passagens que visam apresentar conceitos, regras operatórias ou propriedades matemáticas, geralmente acompanhadas de exemplos ilustrativos. O foco recai sobre a clareza da exposição e a familiarização do estudante com determinado conteúdo, mas sem necessariamente exigir que ele aceite ou valide o conhecimento como verdadeiro com base em argumentos lógicos estruturados.

Já a argumentação justificatória, conforme delineada por Sales (2011), assume a condição de tecnologia, ou seja, é o argumento racional que justifica a aplicação de determinada técnica. Nos livros didáticos, essa categoria é expressa nas situações em que o estudante é conduzido a entender o porquê de um procedimento matemático funcionar, sendo

estimulado a construir justificativas para os resultados obtidos ou conjecturas formuladas. Esse tipo de argumentação é essencial para o desenvolvimento da autonomia intelectual do aluno, pois transfere a responsabilidade do convencimento para o próprio sujeito aprendiz, rompendo com a mera repetição mecânica de algoritmos.

A Figura 2, apresentada por Sales (2011), organiza a argumentação em dois eixos: Explicação e Justificatória. A explicação relaciona-se à Técnica (TAD), vinculada ao "como fazer". Já a argumentação justificatória articula-se à Tecnologia (TAD) e à Prova Matemática, indicando um nível mais elaborado de validação. No interior desse eixo situa-se a Demonstração, entendida como forma sistemática e lógico-dedutiva de prova.

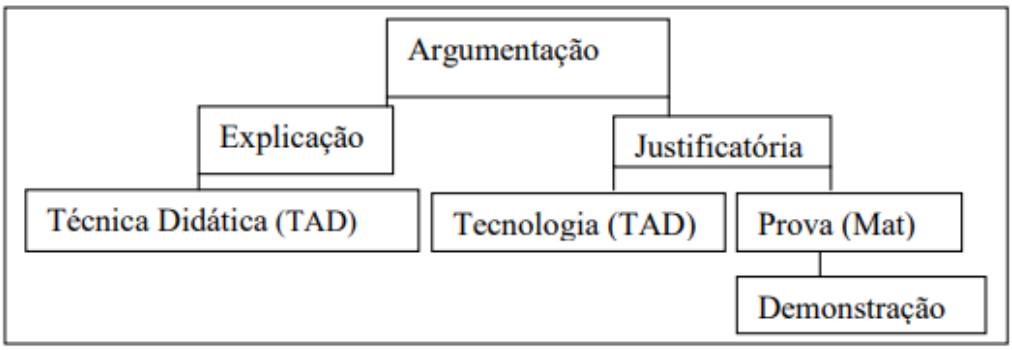


Figura 02- Esquematização Sales

Fonte: Sales (2011)

Assim, a figura evidencia que prova e demonstração pertencem ao campo da argumentação justificatória, distinguindo-se das explicações voltadas apenas à compreensão procedimental.

Ainda no âmbito da argumentação justificatória, Sales (2011) propõe uma subclassificação segundo o nível de racionalidade mobilizado no discurso: folclórica, natural e racional. Essa distinção é particularmente relevante para a análise de livros didáticos, pois permite identificar se a justificativa apresentada se apoia em crenças compartilhadas no senso comum escolar, em evidências empíricas e intuitivas ou em fundamentação teórica sistematizada.

A argumentação folclórica caracteriza-se por recorrer a afirmações legitimadas pela tradição ou pela autoridade implícita do discurso matemático, sem explicitação conceitual rigorosa. É comum em enunciados do tipo "regra de sinais: menos com menos dá mais", apresentados como verdade estabelecida, sem explicação das propriedades algébricas que a sustentam. Estudos como o de Sales (2011) indicam que esse tipo de discurso aparece com

frequência em materiais didáticos quando a validação se apoia na repetição de regras consagradas.

A argumentação natural, por sua vez, fundamenta-se na experiência, na observação ou na intuição. Um exemplo recorrente, identificado em pesquisas em Educação Matemática, consiste na justificativa de que “a soma de dois números ímpares é par porque, ao juntar dois conjuntos com uma unidade sobrando em cada um, forma-se um novo par”. Nesse caso, há uma tentativa de explicação apoiada em representações concretas ou visuais, mas ainda sem formalização simbólica.

Já a argumentação racional apresenta articulação explícita com definições, propriedades e normas matemáticas, configurando um discurso sistemático de validação. Por exemplo, ao justificar que a soma de dois números ímpares é par afirmando que, sendo eles representados por (2n + 1) e (2m + 1), sua soma resulta em (2(n + m + 1)), evidencia-se uma dedução baseada em definições formais. Nesse nível, a justificativa ultrapassa a experiência ou a tradição e ancora-se na estrutura lógica da Matemática, aproximando-se da prova propriamente dita.

A Figura 3 apresenta a organização interna da argumentação justificativa segundo os níveis de racionalidade propostos por Sales (2011), evidenciando uma hierarquização que permite compreender diferentes formas de validação no discurso matemático escolar. No topo do esquema encontra-se a categoria Justificativa, da qual derivam três modalidades: folclórica, natural e racional.

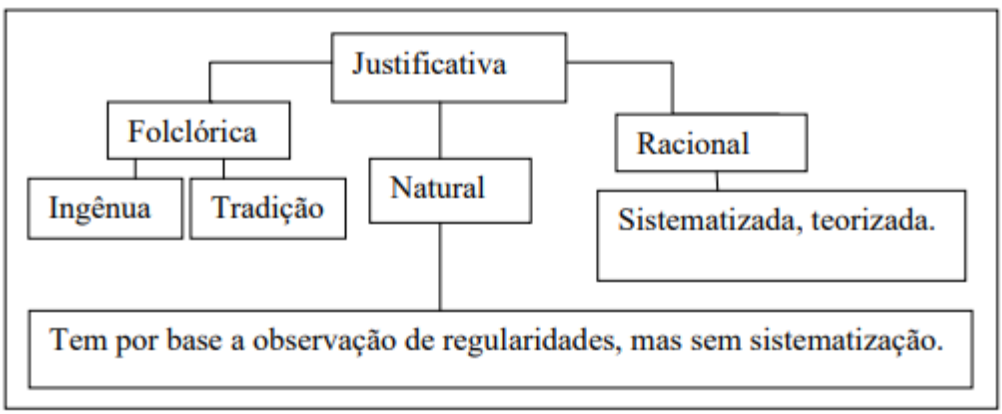


Figura 03- Esquematização (Justificativa) Sales

Fonte: Sales (2011)

Ao aplicarmos essas categorias à análise dos livros didáticos, observa-se não apenas os conteúdos abordados, mas a qualidade argumentativa envolvida em sua apresentação. A categorização de Sales (2011) nos ajudará a identificar se o discurso do livro é mais explicativo ou justificatório, e, no caso da argumentação justificatória, qual o nível de racionalidade predominante. Essa leitura crítica é fundamental para compreender como os livros participam da formação do pensamento matemático dos estudantes e em que medida estimulam a construção autônoma do conhecimento.

É necessário, também, compreender que a articulação entre explicação e justificação nem sempre é clara ou linear nos textos didáticos. Muitas vezes, os exemplos oferecidos funcionam simultaneamente como técnicas (no sentido de exposição didática) e tecnologias (no sentido de fundamentação argumentativa), exigindo do leitor não apenas interpretação conceitual, mas também um posicionamento crítico diante das proposições matemáticas. A análise cuidadosa das passagens permitirá verificar em que momentos o discurso evolui de uma mera exposição para uma tentativa de convencimento, indicando transições entre tipos de raciocínio, conforme proposto por Sales (2011), sob o enfoque de Peirce.

A relação entre os três tipos de raciocínio (abdução, indução e dedução) com os níveis de argumentação oferece, ainda, um parâmetro adicional para observar os processos de construção do saber nos livros analisados. A identificação de estratégias argumentativas baseadas na abdução — por meio de exemplos sugeridos —, na indução — pela generalização de padrões — ou na dedução — com a construção lógica de teoremas —, permitirá interpretar o tipo de envolvimento cognitivo que o material didático espera do estudante. Dessa forma, a análise se afasta da simples verificação de conteúdos e se aproxima de uma avaliação da formação do raciocínio matemático.

Portanto, ao empregarmos as categorias de Sales (2011) como ferramentas de análise, não apenas ampliamos a compreensão dos tipos de discursos argumentativos presentes nos livros didáticos de matemática, como também estabelecemos critérios teóricos para avaliar a profundidade, a coerência e a intencionalidade dos textos didáticos. Isso é fundamental para compreender como esses materiais colaboram, ou não, para a construção de um pensamento matemático crítico e autônomo. Assim, nossa investigação se justifica não apenas pela necessidade de classificar os discursos, mas, sobretudo, por sua relevância para pensar a formação docente e a melhoria das práticas pedagógicas em matemática.

CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA

O presente capítulo, destinado à metodologia desta investigação, tem a função de apresentar de forma clara o percurso adotado para o tratamento e análise dos dados, assegurando a coerência entre os objetivos delineados e os procedimentos efetivamente realizados. Trata-se de um momento fundamental em uma pesquisa qualitativa, pois explicita as escolhas teóricas e operacionais que sustentam a construção do objeto, permitindo ao leitor compreender a lógica que guia o estudo.

A pesquisa desenvolvida assume um caráter qualitativo e documental, pois se fundamenta na análise dos livros didáticos de Matemática aprovados pelo PNLD, tendo como foco a unidade temática de Probabilidade e Estatística. O estudo, portanto, não se limita a uma investigação de dados numéricos ou estatísticos, mas prioriza a interpretação dos significados presentes nas atividades, exemplos e orientações oferecidas pelos volumes.

Ana e Lemos (2018) enfatizam que a pesquisa qualitativa visa compreender fenômenos em sua complexidade, analisando-os em contextos específicos e a partir das relações estabelecidas entre sujeitos, objetos e práticas. Nesse caso, o livro didático se configura como documento pedagógico de referência, e sua análise permite compreender como se estruturam oportunidades para a construção da argumentação matemática no ambiente escolar.

Os objetivos da investigação foram definidos de maneira a orientar a análise para a compreensão detalhada do papel da argumentação nos conteúdos de estatística e probabilidade. O objetivo geral deste estudo consiste em analisar os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental selecionados pelo PNLD (2024), no que se refere à Unidade Temática de Probabilidade e Estatística, buscando verificar a potencialidade das abordagens didáticas e orientações ao professor para o desenvolvimento da argumentação. Para alcançar esse propósito, foram definidos os seguintes objetivos específicos: i) examinar a distribuição do conteúdo ao longo da unidade temática, considerando introdução, desenvolvimento e fechamento; ii) identificar marcas linguísticas e textuais de argumentação nestes diferentes momentos da unidade temática; iii) caracterizar os tipos de argumentos apresentados em tais momentos; iv) mapear os tipos de tarefas propostas aos alunos; v) identificar em tais tarefas as solicitações que demandam argumentação, incluindo-se aí provas, demonstrações, refutações, contra-exemplo, relação entre dados e justificativas, dentre outras; e vi) examinar as orientações direcionadas ao professor.

De acordo com Rodrigues et al. (2022), a clareza na formulação das questões de pesquisa é essencial para manter a consistência metodológica, uma vez que permite delimitar as etapas de análise sem comprometer a densidade interpretativa.

O contexto da pesquisa envolve os quatro volumes da coleção “A Conquista da Matemática”, adotada de forma majoritária nas escolas estaduais sergipanas. A escolha desse material como corpus é justificada pela uniformidade de sua utilização e pela representatividade em relação à realidade escolar local. Rosa e Mackedanz (2021) destacam que, em pesquisas qualitativas em educação, a seleção do material deve obedecer a critérios de relevância e aplicabilidade, garantindo que os dados produzidos dialoguem com o cenário educacional investigado. Assim, ao adotar essa coleção, evita-se a dispersão entre diferentes propostas editoriais e se assegura que os resultados sejam condizentes com a experiência concreta vivenciada pelos estudantes e professores da rede pública.

A produção dos dados consistiu inicialmente na realização de uma análise panorâmica da estrutura de cada capítulo vinculado à unidade de Probabilidade e Estatística. Esse procedimento envolveu a observação da forma como os conteúdos são introduzidos, a análise do grau de contextualização da apresentação, o exame dos exemplos fornecidos e, por fim, a sistematização das propostas de exercícios. Conforme argumentam Oliveira et al. (2023), o processo de análise qualitativa demanda a construção de procedimentos sistemáticos que permitam ao pesquisador captar nuances nos dados sem reduzir sua complexidade. Nesse sentido, a análise panorâmica constituiu a primeira etapa para mapear a organização do material e identificar espaços onde a argumentação poderia emergir.

Em seguida, procedeu-se à seleção de situações representativas em cada volume da coleção, considerando a forma como os conteúdos de Probabilidade e Estatística estão organizados de maneira progressiva ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental, desde abordagens introdutórias centradas na leitura e organização de dados, passando por ampliações conceituais envolvendo experimentos aleatórios e medidas estatísticas, até chegar a discussões mais complexas que exigem análise crítica e justificativas fundamentadas. A partir dessa organização, foram escolhidos, em cada parte dos capítulos, um ou mais exemplos para discussão, precedidos de uma breve caracterização quanto aos objetivos, ao tipo de atividade proposta e ao nível de exigência cognitiva. Esse recorte buscou contemplar diferentes momentos do processo de ensino e aprendizagem, incluindo explicações conceituais, atividades guiadas e situações-problema contextualizadas. Para a análise de cada uma dessas partes, foram aplicadas as categorias analíticas previamente definidas, o que

permitiu examinar de que modo a argumentação é mobilizada, seja como técnica, seja como tecnologia, ao longo das propostas apresentadas nos livros didáticos.

Neste momento, vale destacar que o foco de nossas atenções esteve sobre como a abordagem à argumentação se manifestava nos volumes do livro didático selecionado, tendo em vista a importância atribuída a esta prática discursiva na comunidade de pesquisa e pedagógica, sendo expressa explicitamente na BNCC. Tal análise foi desenvolvida tendo-se em vista os referenciais analíticos discutidos nesta dissertação. Não foi nosso interesse discutir as potencialidades e limitações deste documento no tocante às orientações para o desenvolvimento da argumentação como cerne de nossa análise.

A aplicação das categorias analíticas foi realizada com base no Modelo Argumentativo de Toulmin e em categorias propostas por Sales (2008), incluindo a distinção entre argumentação explicativa e justificatória, já discutidas no capítulo de referenciais teóricos. Essas categorias permitiram identificar a presença de dados, garantias, conclusões, elementos de refutação e qualificadores na apresentação do conteúdo, bem como distinguir entre momentos em que os alunos eram convidados a explicar um raciocínio ou a justificar uma resposta. Rosa e Mackedanz (2021) ressaltam que a análise temática em pesquisa qualitativa possibilita evidenciar padrões discursivos e destacar aspectos centrais para a compreensão do objeto, o que se mostrou pertinente na investigação do espaço dado à argumentação nos materiais didáticos.

O tratamento dos dados incluiu ainda a categorização dos trechos analisados conforme os parâmetros definidos. Esse processo buscou verificar em que medida as atividades ofereciam espaço para o desenvolvimento da argumentação, se privilegiavam apenas a aplicação de fórmulas ou se instigavam a elaboração de justificativas fundamentadas. Oliveira et al. (2023) destacam que o uso de procedimentos sistemáticos de categorização fortalece a confiabilidade da análise qualitativa, ao mesmo tempo em que preserva a abertura interpretativa necessária para compreender fenômenos educativos complexos. Assim, a categorização possibilitou estruturar os resultados e direcionar a discussão para elementos efetivamente relevantes para os objetivos da pesquisa.

O mapeamento da distribuição de livros didáticos levou à exploração do site do Ministério da Educação (MEC), especificamente na seção do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Nesse ambiente, foi localizada a aba “Informes PNLD”, por meio da qual se identificou o Informe n.º 01/2024, publicado no início de fevereiro do referido ano.

O documento orienta que escolas e secretarias de educação podem consultar o quantitativo de livros a serem distribuídos para o ano de 2024, mediante o preenchimento de campos como ano, programa, esfera administrativa e unidade federativa.

Considerando o objetivo deste estudo, selecionou-se, no campo “esfera”, a opção correspondente à administração pública estadual. O levantamento foi realizado a partir das escolas estaduais, procedendo-se, posteriormente, à identificação daquelas que ofertam os anos finais do ensino fundamental. Com isso, a análise contemplou os 75 municípios do estado de Sergipe, possibilitando uma compreensão mais detalhada da distribuição dos livros no contexto local. Os filtros utilizados estão ilustrados na Figura 4.



Figura 04- Filtros utilizados na pesquisa

Fonte: Dados da Pesquisa (2026)

O livro didático 0079P24-A Conquista da Matemática foi majoritariamente adotado pelas escolas da rede estadual de Sergipe que atendem aos anos finais do ensino fundamental, totalizando 44.348 unidades.

O livro do 6º ano está organizado em duas grandes partes que contemplam, inicialmente, o Manual do Professor e, em seguida, o material destinado ao estudante. Na primeira parte, são apresentadas seções voltadas à orientação docente, incluindo diretrizes gerais e específicas, discussão sobre o papel do professor, perfis de aprendizagem, avaliação (com foco no processo e na autoavaliação), além de indicações de apoio, como documentos oficiais, sites e referências bibliográficas. Ainda nesse bloco, destacam-se tópicos que abordam fundamentos do ensino de Matemática, como letramento matemático, inferência, argumentação, pensamento computacional, modelagem, resolução de problemas,

metodologias ativas e integração com a BNCC e temas contemporâneos. Na segunda parte, o sumário apresenta a organização do livro do estudante, estruturado em unidades temáticas que percorrem conteúdos como sistemas de numeração, operações com números naturais, figuras geométricas, múltiplos e divisores, números racionais, ângulos, medidas e grandezas. Ainda, incluem-se seções complementares com resoluções comentadas e avaliações, evidenciando uma estrutura que articula orientação pedagógica, desenvolvimento conceitual e apoio à prática avaliativa.

Enquanto isso, o livro do 7º ano evidencia uma organização que articula, de forma sistemática, os elementos de orientação docente e o desenvolvimento dos conteúdos destinados aos estudantes. Inicialmente, são apresentadas seções voltadas ao Manual do Professor, contemplando orientações gerais e específicas, além de discussões sobre o papel docente, perfis de aprendizagem e processos avaliativos. Em seguida, aparecem indicações de apoio ao trabalho pedagógico, incluindo referências a documentos oficiais, publicações e materiais complementares. Na continuidade, o sumário explicita um conjunto de orientações voltadas ao ensino de Matemática, abordando aspectos como letramento, argumentação, resolução de problemas e integração com a BNCC. Posteriormente, são listadas as unidades do livro do estudante, organizadas de modo progressivo e abrangendo diferentes campos da Matemática, como números naturais e inteiros, números racionais, linguagem algébrica, figuras geométricas, grandezas proporcionais e porcentagem. Destaca-se que a temática de Probabilidade e Estatística aparece integrada a uma das unidades, e não como bloco isolado, indicando sua articulação com outros conteúdos. Ao final, o sumário inclui seções de apoio, como resoluções comentadas e avaliações, reforçando a estrutura didática do material.

Já o livro do 8º ano mantém uma organização que integra orientações pedagógicas e a distribuição dos conteúdos matemáticos ao longo das unidades, permitindo compreender a lógica estrutural do material. Inicialmente, são apresentadas seções voltadas ao Manual do Professor, com orientações gerais e específicas, seguidas por discussões sobre o papel docente, perfis de aprendizagem e práticas avaliativas. Na sequência, há indicações de apoio ao trabalho do professor, incluindo referências institucionais e materiais complementares, além de um conjunto de orientações que abordam dimensões do ensino de Matemática, como argumentação, modelagem, resolução de problemas e articulação com a BNCC. Posteriormente, o sumário organiza o livro do estudante em unidades que contemplam conteúdos como números reais, potências, expressões algébricas, equações, geometria e grandezas. Observa-se que a temática de Probabilidade e Estatística aparece integrada a uma unidade que também envolve contagem, indicando sua abordagem articulada a outros

conceitos matemáticos. E então, incluem-se seções de resoluções comentadas e avaliações, compondo um material de apoio à aprendizagem.

Ainda, o livro do 9º ano apresenta uma organização que evidencia a articulação entre orientações pedagógicas e a progressão dos conteúdos matemáticos ao longo do volume. Inicialmente, são dispostas seções destinadas ao Manual do Professor, contemplando orientações gerais e específicas, seguidas por discussões sobre o papel docente, perfis de aprendizagem e processos avaliativos, incluindo avaliação e autoavaliação. Na sequência, são indicados materiais de apoio ao trabalho do professor, como documentos oficiais, publicações e instituições educacionais, além de referências bibliográficas. O sumário também reúne um conjunto de orientações voltadas ao ensino de Matemática, abordando aspectos relacionados à argumentação, comunicação, modelagem, resolução de problemas e articulação com a BNCC. Posteriormente, o livro do estudante é organizado em unidades que contemplam conteúdos como números reais, álgebra, equações, relações geométricas, proporção, funções e outros temas estruturantes. A temática de Probabilidade e Estatística aparece integrada a uma unidade que também envolve porcentagem, evidenciando sua abordagem contextualizada. E, no final, incluem-se seções de resoluções comentadas e avaliações, compondo um material que apoia tanto o ensino quanto a aprendizagem e permitindo identificar as partes em que os conteúdos analisados são desenvolvidos.

CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os objetos de conhecimento que integram a unidade temática “Probabilidade e Estatística”, conforme definido pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), abarcam o desenvolvimento da leitura, análise e interpretação de dados, além da compreensão de conceitos fundamentais de probabilidade. A BNCC delimita esses objetos com foco no letramento estatístico e na capacidade de argumentação dos estudantes, com promoção do uso de dados em contextos cotidianos e escolares. Assim, os conteúdos relacionados abrangem a coleta e organização de dados, a construção e leitura de gráficos e tabelas, o cálculo de médias, moda e mediana, e a compreensão da ideia de chance, eventos aleatórios e previsibilidade. Esses elementos aparecem de modo progressivo e articulado ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental. Por essa razão, ao selecionar conteúdos da unidade temática “Probabilidade e Estatística” para análise dos livros didáticos, optou-se por priorizar os capítulos que explicitam a coleta e análise de dados, a representação gráfica e os conceitos básicos de chance e probabilidade.

No caso específico da coleção “A Conquista da Matemática”, aprovada pelo PNLD 2024, identificamos que esses conteúdos estão bem distribuídos nas unidades finais dos volumes do 6º ao 9º ano. O volume do 6º ano apresenta noções introdutórias de estatística descritiva, trabalhando com tabelas simples e gráficos de colunas e setores. No 7º ano, os conteúdos se expandem para a comparação de conjuntos de dados e noções de probabilidade com experimentos aleatórios simples. Já no 8º ano, surgem abordagens relacionadas à frequência absoluta e relativa, uso de gráficos em setores e histogramas, além da introdução à análise combinatória. Por fim, no 9º ano, trabalha-se a leitura crítica de gráficos mais complexos, como de dispersão, e se reforça a relação entre probabilidade teórica e experimental.

Cabe destacar que a BNCC, ao estabelecer a progressão da aprendizagem em Probabilidade e Estatística, não limita os objetos de conhecimento a aspectos técnicos, mas os vincula à formação cidadã e ao uso crítico da informação. Os conteúdos dessa unidade fomentam o exercício da argumentação por meio de situações-problema contextualizadas e pela análise crítica de informações quantitativas veiculadas em diferentes mídias.

4.1 Orientações Pedagógicas/Manual do Professor: aspectos fundamentais

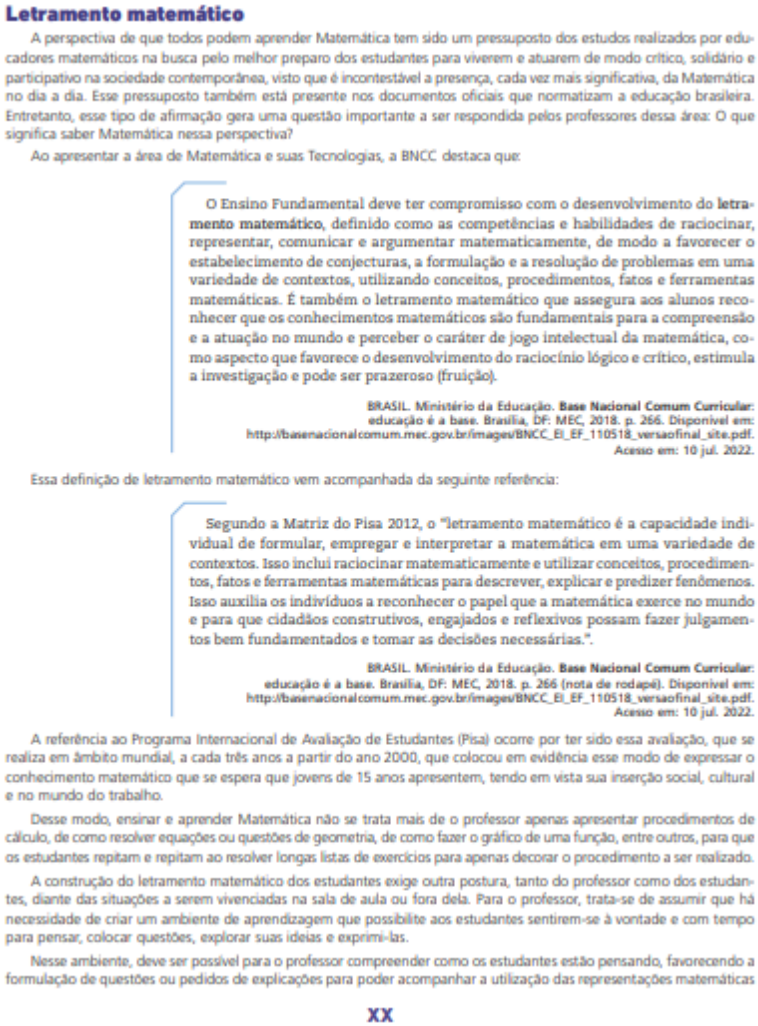
Nesta seção dedicada ao Manual do Professor, o conjunto de páginas selecionado foi considerado como um material orientador da prática docente, especialmente no que se refere ao ensino de Probabilidade e Estatística. Diferentemente de uma análise segmentada por ano escolar, optou-se por uma abordagem mais geral das orientações apresentadas, buscando compreender como o documento orienta o trabalho do professor de forma transversal ao longo da coleção. Assim, o Manual é compreendido como um recurso que explicita expectativas quanto à condução das aulas, à mediação pedagógica e ao tipo de participação esperada dos estudantes.

Com base nas categorias analíticas adotadas na pesquisa, verificou-se de que maneira essas orientações indicam o tipo de argumentação a ser promovida em sala de aula, seja por meio de explicações, justificativas ou discussões mais elaboradas. Observou-se que o documento sugere práticas que valorizam a comunicação matemática, a interpretação de dados e a construção de argumentos em contextos significativos, ainda que, em alguns momentos, a ênfase recaia sobre procedimentos e explicações mais direcionadas. Dessa forma, o Manual contribui para delinear o papel do professor na condução de atividades que envolvem não apenas a compreensão de conceitos, mas também a mobilização da argumentação como parte do processo de aprendizagem.

A seção de “Letramento matemático” (p. XX e XXI) explicita uma compreensão de argumentar matematicamente como prática comunicativa e cognitiva, vinculada ao uso de conceitos e entes matemáticos para sustentar enunciados em situações didáticas. A definição apresentada mobiliza uma dimensão relacional da argumentação, pois associa a produção de sentidos à abertura para o outro, à escuta e ao posicionamento crítico, em consonância com a formulação de Grácio (1992), sem reduzir o ato argumentativo à mera exposição de procedimentos. Observa-se, entretanto, que a orientação permanece voltada a uma argumentação explicativa, pois enfatiza a clareza comunicativa e a eficácia da aula, sem detalhar como o professor pode solicitar garantias, qualificadores ou refutações nas respostas. A passagem do “dialogar” ao “comprometer-se” é enunciada como princípio formativo, mas ainda carece de operacionalização didática que traduza esse princípio em tarefas de discussão pública e confronto de alternativas.

Na Figura 5, a página do Manual do Professor apresenta o conceito de letramento matemático associado às orientações da Base Nacional Comum Curricular, com o objetivo de fundamentar o trabalho docente na promoção da argumentação em sala de aula. O texto inicial enfatiza que todos os alunos podem aprender Matemática, desde que lhes sejam oferecidas oportunidades de desenvolver raciocínio, representação e comunicação matemática em

contextos variados, superando a mera reprodução de procedimentos. Ao destacar que o letramento matemático envolve a formulação, a interpretação e o uso da Matemática em situações diversas, o Manual associa o ensino dessa área à inserção crítica do estudante no mundo social, profissional e cultural. A citação da BNCC reforça a ideia de que argumentar matematicamente constitui competência central, pois exige que o aluno estabeleça conjecturas, utilize conceitos e procedimentos, avalie resultados e reconheça a Matemática como atividade intelectual e humana. A presença de referências institucionais, como o PISA, amplia o horizonte da discussão ao vincular o letramento matemático à capacidade de resolver problemas do cotidiano e tomar decisões fundamentadas, conferindo legitimidade externa às orientações apresentadas.



Letramento matemático

A perspectiva de que todos podem aprender Matemática tem sido um pressuposto dos estudos realizados por educadores matemáticos na busca pelo melhor preparo dos estudantes para viverem e atuarem de modo crítico, solidário e participativo na sociedade contemporânea, visto que é incontestável a presença, cada vez mais significativa, da Matemática no dia a dia. Esse pressuposto também está presente nos documentos oficiais que normatizam a educação brasileira. Entretanto, esse tipo de afirmação gera uma questão importante a ser respondida pelos professores dessa área: O que significa saber Matemática nessa perspectiva?

Ao apresentar a área de Matemática e suas Tecnologias, a BNCC destaca que:

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).
>
> BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 266. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 10 jul. 2022.

Essa definição de letramento matemático vem acompanhada da seguinte referência:

> Segundo a Matriz do Pisa 2012, o "letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.".
>
> BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 266 (nota de rodapé). Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 10 jul. 2022.

A referência ao Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) ocorre por ter sido essa avaliação, que se realiza em âmbito mundial, a cada três anos a partir do ano 2000, que colocou em evidência esse modo de expressar o conhecimento matemático que se espera que jovens de 15 anos apresentem, tendo em vista sua inserção social, cultural e no mundo do trabalho.

Desse modo, ensinar e aprender Matemática não se trata mais de o professor apenas apresentar procedimentos de cálculo, de como resolver equações ou questões de geometria, de como fazer o gráfico de uma função, entre outros, para que os estudantes repitam e repitam ao resolver longas listas de exercícios para apenas decorar o procedimento a ser realizado.

A construção do letramento matemático dos estudantes exige outra postura, tanto do professor como dos estudantes, diante das situações a serem vivenciadas na sala de aula ou fora dela. Para o professor, trata-se de assumir que há necessidade de criar um ambiente de aprendizagem que possibilite aos estudantes sentirem-se à vontade e com tempo para pensar, colocar questões, explorar suas ideias e exprimi-las.

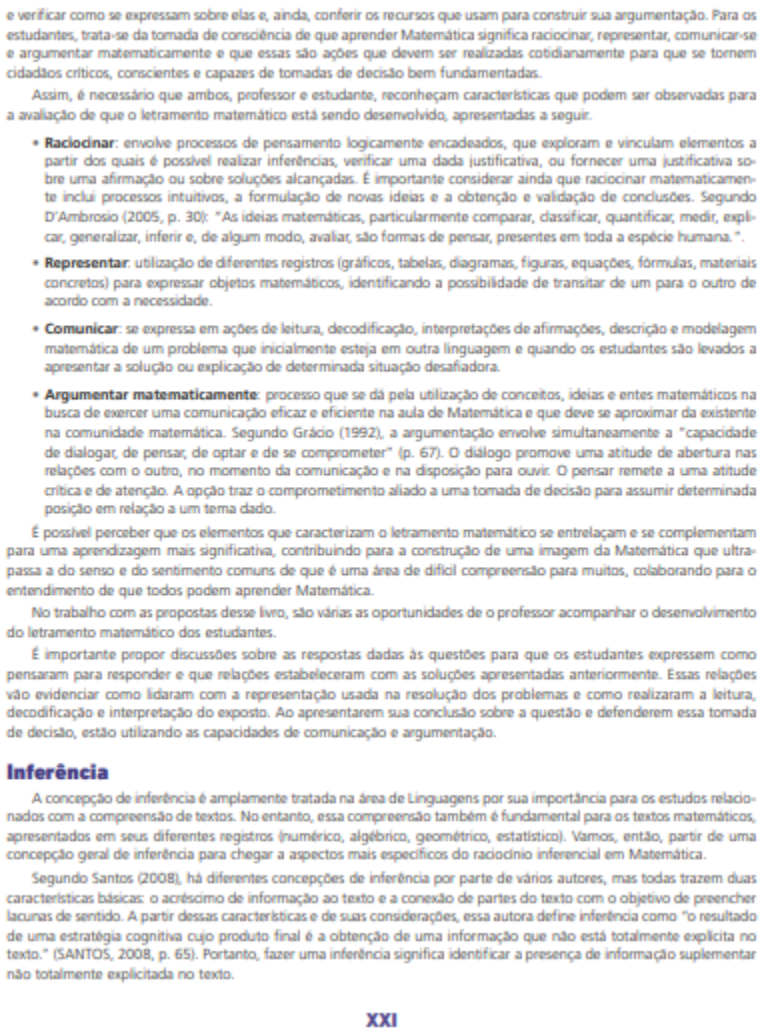
Nesse ambiente, deve ser possível para o professor compreender como os estudantes estão pensando, favorecendo a formulação de questões ou pedidos de explicações para poder acompanhar a utilização das representações matemáticas

XX

Figura 05 – Conteúdo de Letramento matemático no livro didático do sexto ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Na Figura 6, o Manual do Professor aprofunda o conceito de letramento matemático ao detalhar práticas discursivas específicas, como raciocinar, representar, comunicar, argumentar e inferir, apresentando-as como eixos integrados da aprendizagem matemática. A orientação desloca o foco da simples execução de procedimentos para a explicitação de processos cognitivos, ao afirmar que o estudante deve ser capaz de justificar escolhas, estabelecer relações e sustentar conclusões, especialmente em situações de resolução de problemas.



e verificar como se expressam sobre elas e, ainda, conferir os recursos que usam para construir sua argumentação. Para os estudantes, trata-se da tomada de consciência de que aprender Matemática significa raciocinar, representar, comunicar-se e argumentar matematicamente e que essas são ações que devem ser realizadas cotidianamente para que se tornem cidadãos críticos, conscientes e capazes de tomadas de decisão bem fundamentadas.

Assim, é necessário que ambos, professor e estudante, reconheçam características que podem ser observadas para a avaliação de que o letramento matemático está sendo desenvolvido, apresentadas a seguir.

- **Raciocinar**: envolve processos de pensamento logicamente encadeados, que exploram e vinculam elementos a partir dos quais é possível realizar inferências, verificar uma dada justificativa, ou fornecer uma justificativa sobre uma afirmação ou sobre soluções alcançadas. É importante considerar ainda que raciocinar matematicamente inclui processos intuitivos, a formulação de novas ideias e a obtenção e validação de conclusões. Segundo D'Ambrosio (2005, p. 30): "As ideias matemáticas, particularmente comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar, são formas de pensar, presentes em toda a espécie humana.".
- **Representar**: utilização de diferentes registros (gráficos, tabelas, diagramas, figuras, equações, fórmulas, materiais concretos) para expressar objetos matemáticos, identificando a possibilidade de transitar de um para o outro de acordo com a necessidade.
- **Comunicar**: se expressa em ações de leitura, decodificação, interpretações de afirmações, descrição e modelagem matemática de um problema que inicialmente esteja em outra linguagem e quando os estudantes são levados a apresentar a solução ou explicação de determinada situação desafiadora.
- **Argumentar matematicamente**: processo que se dá pela utilização de conceitos, ideias e entes matemáticos na busca de exercer uma comunicação eficaz e eficiente na aula de Matemática e que deve se aproximar da existente na comunidade matemática. Segundo Grácio (1992), a argumentação envolve simultaneamente a "capacidade de dialogar, de pensar, de optar e de se comprometer" (p. 67). O diálogo promove uma atitude de abertura nas relações com o outro, no momento da comunicação e na disposição para ouvir. O pensar remete a uma atitude crítica e de atenção. A opção traz o comprometimento aliado a uma tomada de decisão para assumir determinada posição em relação a um tema dado.

É possível perceber que os elementos que caracterizam o letramento matemático se entrelaçam e se complementam para uma aprendizagem mais significativa, contribuindo para a construção de uma imagem da Matemática que ultrapassa a do senso e do sentimento comuns de que é uma área de difícil compreensão para muitos, colaborando para o entendimento de que todos podem aprender Matemática.

No trabalho com as propostas desse livro, são várias as oportunidades de o professor acompanhar o desenvolvimento do letramento matemático dos estudantes.

É importante propor discussões sobre as respostas dadas às questões para que os estudantes expressem como pensaram para responder e que relações estabeleceram com as soluções apresentadas anteriormente. Essas relações vão evidenciar como lidaram com a representação usada na resolução dos problemas e como realizaram a leitura, decodificação e interpretação do exposto. Ao apresentarem sua conclusão sobre a questão e defenderem essa tomada de decisão, estão utilizando as capacidades de comunicação e argumentação.

Inferência

A concepção de inferência é amplamente tratada na área de Linguagens por sua importância para os estudos relacionados com a compreensão de textos. No entanto, essa compreensão também é fundamental para os textos matemáticos, apresentados em seus diferentes registros (numérico, algébrico, geométrico, estatístico). Vamos, então, partir de uma concepção geral de inferência para chegar a aspectos mais específicos do raciocínio inferencial em Matemática.

Segundo Santos (2008), há diferentes concepções de inferência por parte de vários autores, mas todas trazem duas características básicas: o acréscimo de informação ao texto e a conexão de partes do texto com o objetivo de preencher lacunas de sentido. A partir dessas características e de suas considerações, essa autora define inferência como "o resultado de uma estratégia cognitiva cujo produto final é a obtenção de uma informação que não está totalmente explícita no texto." (SANTOS, 2008, p. 65). Portanto, fazer uma inferência significa identificar a presença de informação suplementar não totalmente explicitada no texto.

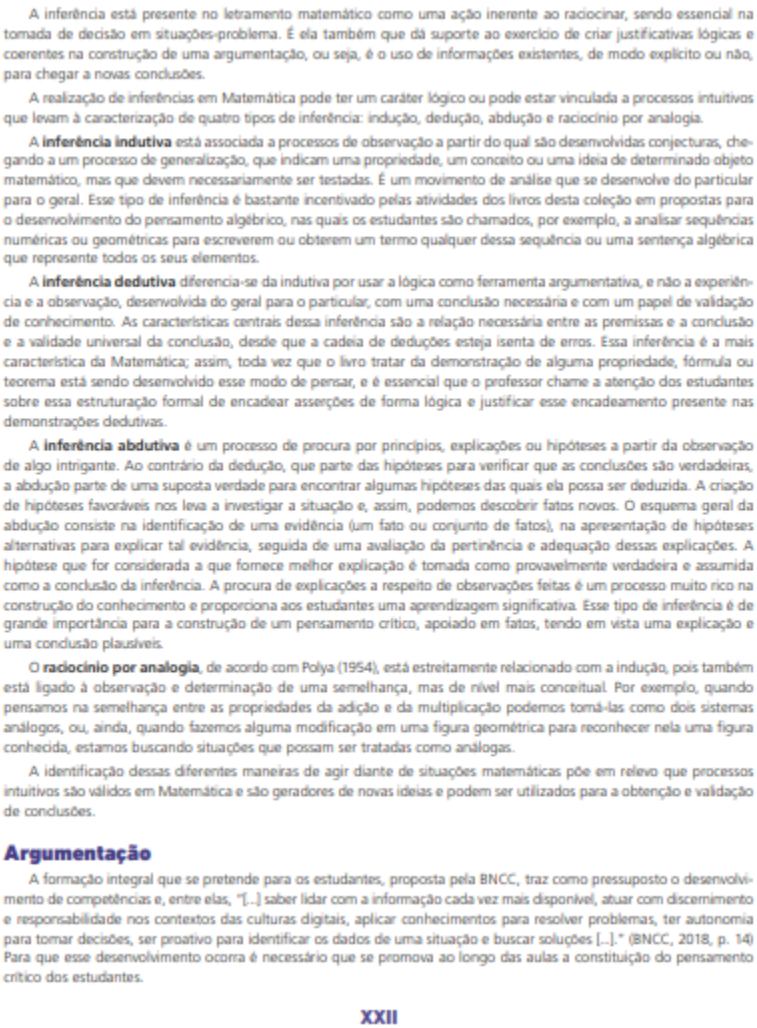
XXI

Figura 06 – Complemento sobre Letramento matemático no livro didático do sexto ano
FONTE: Coleção "A Conquista da Matemática" (2022)

No trecho específico intitulado "Argumentação" (p. XXII a XXIV), identificam-se formulações que vinculam argumentar a comunicar com eficiência e a aproximar a aula da prática matemática institucional, compondo um repertório de normas que, em tese, deveria sustentar discussões coletivas. A leitura desse trecho de acordo com Grácio (1992) evidencia

a presença de um horizonte de formação que valoriza dialogicidade e compromisso, mas a orientação didática permanece mais descritiva do que procedimental, pois não explicita quais perguntas, intervenções ou revozeamentos permitem transformar uma solução de problema em argumento.

Na Figura 7, o Manual do Professor introduz a inferência como operação central do letramento matemático, articulando-a à argumentação e à tomada de decisão em situações-problema, especialmente no contexto da validação de conclusões.



A inferência está presente no letramento matemático como uma ação inerente ao raciocinar, sendo essencial na tomada de decisão em situações-problema. É ela também que dá suporte ao exercício de criar justificativas lógicas e coerentes na construção de uma argumentação, ou seja, é o uso de informações existentes, de modo explícito ou não, para chegar a novas conclusões.

A realização de inferências em Matemática pode ter um caráter lógico ou pode estar vinculada a processos intuitivos que levam à caracterização de quatro tipos de inferência: indução, dedução, abdução e raciocínio por analogia.

A **inferência indutiva** está associada a processos de observação a partir do qual são desenvolvidas conjecturas, chegando a um processo de generalização, que indicam uma propriedade, um conceito ou uma ideia de determinado objeto matemático, mas que devem necessariamente ser testadas. É um movimento de análise que se desenvolve do particular para o geral. Esse tipo de inferência é bastante incentivado pelas atividades dos livros desta coleção em propostas para o desenvolvimento do pensamento algébrico, nas quais os estudantes são chamados, por exemplo, a analisar sequências numéricas ou geométricas para escreverem ou obterem um termo qualquer dessa sequência ou uma sentença algébrica que represente todos os seus elementos.

A **inferência dedutiva** diferencia-se da indutiva por usar a lógica como ferramenta argumentativa, e não a experiência e a observação, desenvolvida do geral para o particular, com uma conclusão necessária e com um papel de validação de conhecimento. As características centrais dessa inferência são a relação necessária entre as premissas e a conclusão e a validade universal da conclusão, desde que a cadeia de deduções esteja isenta de erros. Essa inferência é a mais característica da Matemática; assim, toda vez que o livro tratar da demonstração de alguma propriedade, fórmula ou teorema está sendo desenvolvido esse modo de pensar, e é essencial que o professor chame a atenção dos estudantes sobre essa estruturação formal de encadear asserções de forma lógica e justificar esse encadeamento presente nas demonstrações dedutivas.

A **inferência abdutiva** é um processo de procura por princípios, explicações ou hipóteses a partir da observação de algo intrigante. Ao contrário da dedução, que parte das hipóteses para verificar que as conclusões são verdadeiras, a abdução parte de uma suposta verdade para encontrar algumas hipóteses das quais ela possa ser deduzida. A criação de hipóteses favoráveis nos leva a investigar a situação e, assim, podemos descobrir fatos novos. O esquema geral da abdução consiste na identificação de uma evidência (um fato ou conjunto de fatos), na apresentação de hipóteses alternativas para explicar tal evidência, seguida de uma avaliação da pertinência e adequação dessas explicações. A hipótese que for considerada a que fornece melhor explicação é tomada como provavelmente verdadeira e assumida como a conclusão da inferência. A procura de explicações a respeito de observações feitas é um processo muito rico na construção do conhecimento e proporciona aos estudantes uma aprendizagem significativa. Esse tipo de inferência é de grande importância para a construção de um pensamento crítico, apoiado em fatos, tendo em vista uma explicação e uma conclusão plausíveis.

O **raciocínio por analogia**, de acordo com Polya (1954), está estreitamente relacionado com a indução, pois também está ligado à observação e determinação de uma semelhança, mas de nível mais conceitual. Por exemplo, quando pensamos na semelhança entre as propriedades da adição e da multiplicação podemos tomá-las como dois sistemas análogos, ou, ainda, quando fazemos alguma modificação em uma figura geométrica para reconhecer nela uma figura conhecida, estamos buscando situações que possam ser tratadas como análogas.

A identificação dessas diferentes maneiras de agir diante de situações matemáticas põe em relevo que processos intuitivos são válidos em Matemática e são geradores de novas ideias e podem ser utilizados para a obtenção e validação de conclusões.

Argumentação

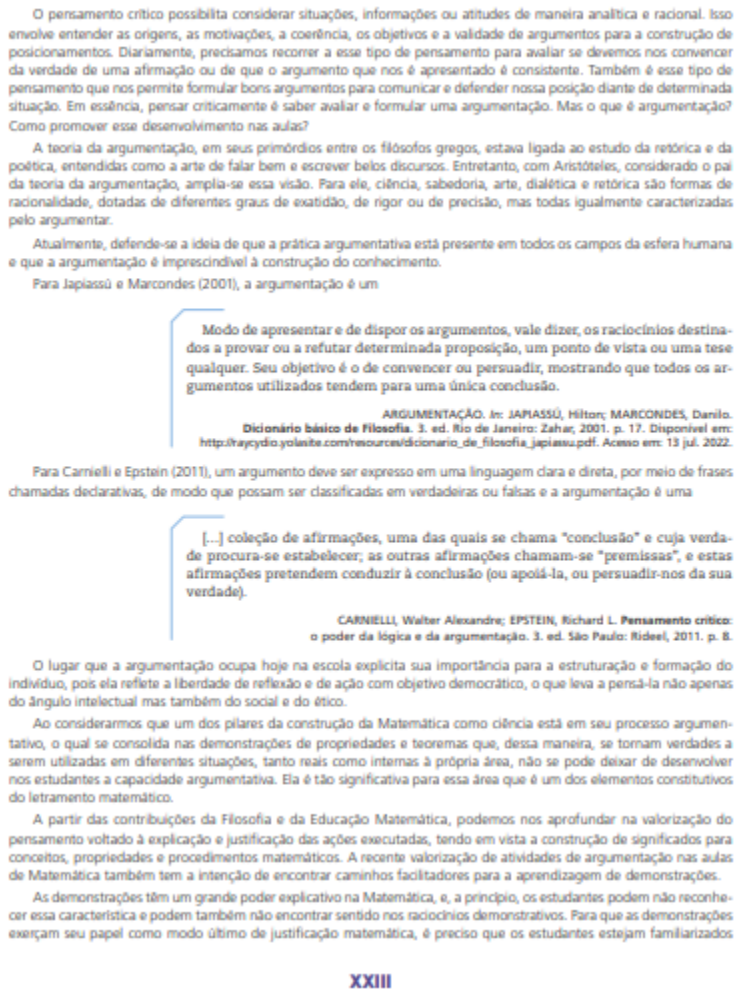
A formação integral que se pretende para os estudantes, proposta pela BNCC, traz como pressuposto o desenvolvimento de competências e, entre elas, "[...] saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções [...]." (BNCC, 2018, p. 14) Para que esse desenvolvimento ocorra é necessário que se promova ao longo das aulas a constituição do pensamento crítico dos estudantes.

XXII

Figura 07 – Sequência sobre Letramento matemático no livro didático do sexto ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

O texto distingue diferentes modalidades de inferência, como a indutiva, a dedutiva, a abdutiva e a analógica, descrevendo-as como processos cognitivos que sustentam a construção do conhecimento matemático para além da observação empírica.

Na Figura 8, o Manual do Professor desloca o foco da inferência para a argumentação como prática social e cognitiva, enfatizando sua relação com o pensamento crítico, a validação de posicionamentos e a construção de conclusões sustentadas por razões.



O pensamento crítico possibilita considerar situações, informações ou atitudes de maneira analítica e racional. Isso envolve entender as origens, as motivações, a coerência, os objetivos e a validade de argumentos para a construção de posicionamentos. Diariamente, precisamos recorrer a esse tipo de pensamento para avaliar se devemos nos convencer da verdade de uma afirmação ou de que o argumento que nos é apresentado é consistente. Também é esse tipo de pensamento que nos permite formular bons argumentos para comunicar e defender nossa posição diante de determinada situação. Em essência, pensar criticamente é saber avaliar e formular uma argumentação. Mas o que é argumentação? Como promover esse desenvolvimento nas aulas?

A teoria da argumentação, em seus primórdios entre os filósofos gregos, estava ligada ao estudo da retórica e da poética, entendidas como a arte de falar bem e escrever belos discursos. Entretanto, com Aristóteles, considerado o pai da teoria da argumentação, amplia-se essa visão. Para ele, ciência, sabedoria, arte, dialética e retórica são formas de racionalidade, dotadas de diferentes graus de exatidão, de rigor ou de precisão, mas todas igualmente caracterizadas pelo argumentar.

Atualmente, defende-se a ideia de que a prática argumentativa está presente em todos os campos da esfera humana e que a argumentação é imprescindível à construção do conhecimento.

Para Japiassú e Marcondes (2001), a argumentação é um

> Modo de apresentar e de dispor os argumentos, vale dizer, os raciocínios destinados a provar ou a refutar determinada proposição, um ponto de vista ou uma tese qualquer. Seu objetivo é o de convencer ou persuadir, mostrando que todos os argumentos utilizados tendem para uma única conclusão.
>
> ARGUMENTAÇÃO. *In:* JAPIASSÚ, Hilton; MARCONDES, Danilo. **Dicionário básico de Filosofia**. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2001. p. 17. Disponível em: http://raycydio.yolasite.com/resources/dicionario_de_filosofia_japiassu.pdf. Acesso em: 13 jul. 2022.

Para Carnielli e Epstein (2011), um argumento deve ser expresso em uma linguagem clara e direta, por meio de frases chamadas declarativas, de modo que possam ser classificadas em verdadeiras ou falsas e a argumentação é uma

> [...] coleção de afirmações, uma das quais se chama "conclusão" e cuja verdade procura-se estabelecer; as outras afirmações chamam-se "premissas", e estas afirmações pretendem conduzir à conclusão (ou apoiá-la, ou persuadir-nos da sua verdade).
>
> CARNIELLI, Walter Alexandre; EPSTEIN, Richard L. **Pensamento crítico: o poder da lógica e da argumentação**. 3. ed. São Paulo: Rideel, 2011. p. 8.

O lugar que a argumentação ocupa hoje na escola explicita sua importância para a estruturação e formação do indivíduo, pois ela reflete a liberdade de reflexão e de ação com objetivo democrático, o que leva a pensá-la não apenas do ângulo intelectual mas também do social e do ético.

Ao considerarmos que um dos pilares da construção da Matemática como ciência está em seu processo argumentativo, o qual se consolida nas demonstrações de propriedades e teoremas que, dessa maneira, se tornam verdades a serem utilizadas em diferentes situações, tanto reais como internas à própria área, não se pode deixar de desenvolver nos estudantes a capacidade argumentativa. Ela é tão significativa para essa área que é um dos elementos constitutivos do letramento matemático.

A partir das contribuições da Filosofia e da Educação Matemática, podemos nos aprofundar na valorização do pensamento voltado à explicação e justificação das ações executadas, tendo em vista a construção de significados para conceitos, propriedades e procedimentos matemáticos. A recente valorização de atividades de argumentação nas aulas de Matemática também tem a intenção de encontrar caminhos facilitadores para a aprendizagem de demonstrações.

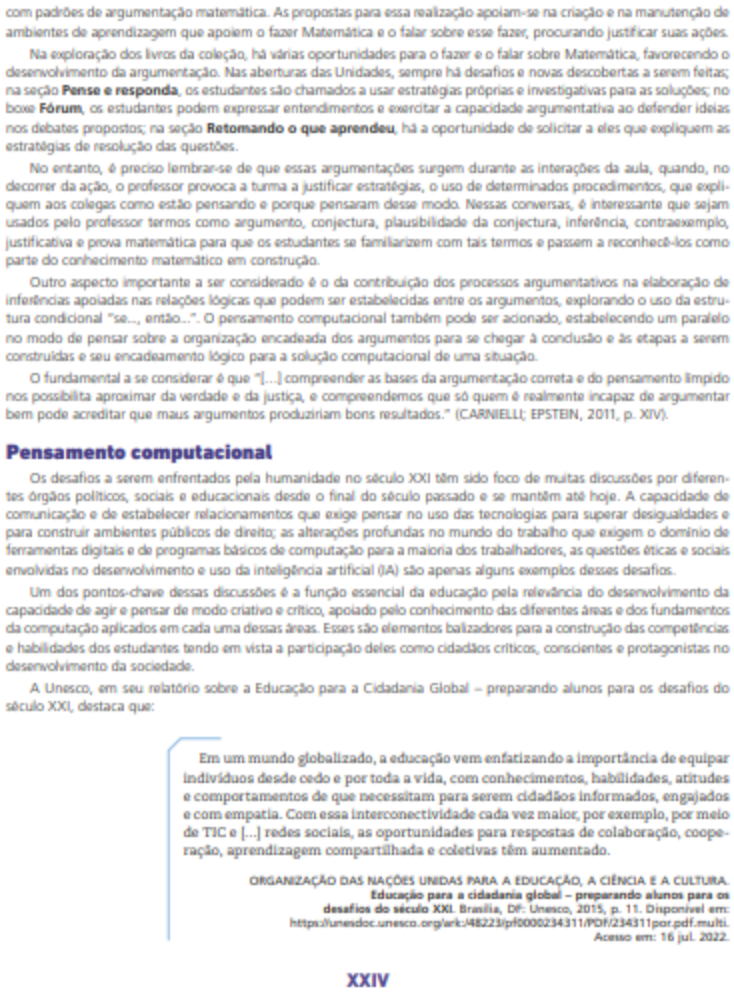
As demonstrações têm um grande poder explicativo na Matemática, e, a princípio, os estudantes podem não reconhecer essa característica e podem também não encontrar sentido nos raciocínios demonstrativos. Para que as demonstrações exerçam seu papel como modo último de justificação matemática, é preciso que os estudantes estejam familiarizados

XXIII

Figura 08 – Sequência II sobre Letramento matemático no livro didático do sexto ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

O texto caracteriza a argumentação como atividade intencional voltada a convencer ou justificar, apoiando-se em referenciais da Filosofia, da Linguística e da Educação Matemática para delimitar seu papel no ensino.

Na Figura 9, o Manual do Professor articula a argumentação matemática ao pensamento computacional, apresentando-o como eixo transversal para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da tomada de decisão e da resolução de problemas em contextos escolares e sociais.



com padrões de argumentação matemática. As propostas para essa realização apoiam-se na criação e na manutenção de ambientes de aprendizagem que apoiem o fazer Matemática e o falar sobre esse fazer, procurando justificar suas ações.

Na exploração dos livros da coleção, há várias oportunidades para o fazer e o falar sobre Matemática, favorecendo o desenvolvimento da argumentação. Nas aberturas das Unidades, sempre há desafios e novas descobertas a serem feitas; na seção **Pense e responda**, os estudantes são chamados a usar estratégias próprias e investigativas para as soluções; no boxe **Fórum**, os estudantes podem expressar entendimentos e exercitar a capacidade argumentativa ao defender ideias nos debates propostos; na seção **Retomando o que aprendeu**, há a oportunidade de solicitar a eles que expliquem as estratégias de resolução das questões.

No entanto, é preciso lembrar-se de que essas argumentações surgem durante as interações da aula, quando, no decorrer da ação, o professor provoca a turma a justificar estratégias, o uso de determinados procedimentos, que expliquem aos colegas como estão pensando e porque pensaram desse modo. Nessas conversas, é interessante que sejam usados pelo professor termos como argumento, conjectura, plausibilidade da conjectura, inferência, contraexemplo, justificativa e prova matemática para que os estudantes se familiarizem com tais termos e passem a reconhecê-los como parte do conhecimento matemático em construção.

Outro aspecto importante a ser considerado é o da contribuição dos processos argumentativos na elaboração de inferências apoiadas nas relações lógicas que podem ser estabelecidas entre os argumentos, explorando o uso da estrutura condicional "se..., então...". O pensamento computacional também pode ser acionado, estabelecendo um paralelo no modo de pensar sobre a organização encadeada dos argumentos para se chegar à conclusão e às etapas a serem construídas e seu encadeamento lógico para a solução computacional de uma situação.

O fundamental a se considerar é que "[...] compreender as bases da argumentação correta e do pensamento límpido nos possibilita aproximar da verdade e da justiça, e compreendemos que só quem é realmente incapaz de argumentar bem pode acreditar que maus argumentos produziriam bons resultados." (CARNIELLI; EPSTEIN, 2011, p. XIV).

Pensamento computacional

Os desafios a serem enfrentados pela humanidade no século XXI têm sido foco de muitas discussões por diferentes órgãos políticos, sociais e educacionais desde o final do século passado e se mantêm até hoje. A capacidade de comunicação e de estabelecer relacionamentos que exige pensar no uso das tecnologias para superar desigualdades e para construir ambientes públicos de direito; as alterações profundas no mundo do trabalho que exigem o domínio de ferramentas digitais e de programas básicos de computação para a maioria dos trabalhadores, as questões éticas e sociais envolvidas no desenvolvimento e uso da inteligência artificial (IA) são apenas alguns exemplos desses desafios.

Um dos pontos-chave dessas discussões é a função essencial da educação pela relevância do desenvolvimento da capacidade de agir e pensar de modo criativo e crítico, apoiado pelo conhecimento das diferentes áreas e dos fundamentos da computação aplicados em cada uma dessas áreas. Esses são elementos balizadores para a construção das competências e habilidades dos estudantes tendo em vista a participação deles como cidadãos críticos, conscientes e protagonistas no desenvolvimento da sociedade.

A Unesco, em seu relatório sobre a Educação para a Cidadania Global – preparando alunos para os desafios do século XXI, destaca que:

> Em um mundo globalizado, a educação vem enfatizando a importância de equipar indivíduos desde cedo e por toda a vida, com conhecimentos, habilidades, atitudes e comportamentos de que necessitam para serem cidadãos informados, engajados e com empatia. Com essa interconectividade cada vez maior, por exemplo, por meio de TIC e [...] redes sociais, as oportunidades para respostas de colaboração, cooperação, aprendizagem compartilhada e coletivas têm aumentado.
>
> ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA. **Educação para a cidadania global – preparando alunos para os desafios do século XXI**. Brasília, DF: Unesco, 2015, p. 11. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000234311/PDF/234311por.pdf.multi. Acesso em: 16 jul. 2022.

XXIV

Figura 09 – Sequência III sobre Letramento matemático no livro didático do sexto ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

O texto enfatiza que a construção de argumentos não se limita à oralidade ou à escrita, mas envolve a organização de procedimentos, a decomposição de problemas, a identificação de padrões e a elaboração de sequências lógicas, aspectos centrais do pensamento computacional.

A listagem de habilidades de Probabilidade e Estatística para o 6º ano, ao incluir o cálculo de probabilidades em diferentes representações e a comparação com resultados experimentais, abre uma oportunidade relevante para articular dados empíricos e inferências teóricas. Na codificação, percebeu-se que os verbos “calcular”, “identificar”, “interpretar” e “resolver” favorecem práticas de execução e leitura, enquanto o verbo “redigir” associado a sintetizar conclusões sugere espaço para elaboração discursiva, embora sem explicitar a estrutura argumentativa esperada, conforme a tipologia proposta por Sales (2011).

As habilidades EF06MA31 e EF06MA32, centradas em identificar elementos constitutivos de gráficos e interpretar dados midiáticos, reforçam a dimensão de letramento estatístico, especialmente quando se considera a leitura crítica de fontes, datas e legendas. A habilidade EF06MA33, ao propor planejamento e coleta de dados com apoio de planilhas eletrônicas, introduz uma dimensão investigativa que pode favorecer justificativas, na medida em que decisões de registro, representação e interpretação exigem escolhas. A análise categorial evidenciou que a menção às tecnologias digitais funciona como marcador de potencial argumentativo, pois cria situações em que diferentes representações podem competir e, portanto, demandar defesa racional, conforme a transição entre argumentação explicativa e justificatória descrita por Sales (2011).

A habilidade EF06MA34, voltada a fluxogramas simples e relações entre objetos representados, amplia o escopo da unidade temática ao incluir estruturas de organização e dependência, o que pode contribuir para pensar causalidade e encadeamento lógico. Ao organizar os excertos do Manual, notou-se que essa habilidade aparece como apoio à leitura de relações, mas não como disparador de argumentação, embora o próprio fluxograma seja uma forma de "warrant" visual que justifica percursos e decisões. O enquadramento por Sales (2011) sugere que a atividade tende a permanecer no plano explicativo, caso o estudante apenas reconheça hierarquias e conexões sem justificar por que um caminho é válido e outro não, ou sem discutir condições de aplicação do esquema.

A inclusão, no Manual do 6º ano, de habilidades para 7º, 8º e 9º anos estabelece uma visão de progressão curricular que pode orientar o professor na antecipação de complexidades, especialmente no desenvolvimento de probabilidades, medidas de tendência central e pesquisas amostrais. A leitura dessa progressão permitiu inferir que o Manual opera com um princípio de continuidade, mas sem explicitar como cada etapa amplia exigências argumentativas, pois os verbos de ação se repetem e nem sempre diferenciam níveis de justificativa. Há, por exemplo, no 7º ano, a presença de experimentos e simulações, que podem favorecer comparação entre resultados e debate sobre expectativas, enquanto no 8º e 9º anos emergem decisões metodológicas e leitura crítica de gráficos midiáticos, abrindo espaço para argumentos justificatórios de natureza racional. O problema é que essa progressão aparece como listagem normativa, não como roteiro de mediação que explicite como evoluem os componentes do argumento, como a passagem de "data" empíricos para "warrant" teóricos e para "backing" mais formal. Quando o Manual não descreve essa escalada, o professor pode não perceber que a justificativa deveria ganhar densidade, incorporando critérios explícitos de validade, refutação e revisão ao longo dos anos. Assim, a progressão é anunciada, mas não se

converte automaticamente em progressão argumentativa, exigindo do docente um trabalho de tradução didática que nem sempre é sustentado pelo próprio texto orientador.

Considerando a observação de que, nas extremidades das páginas dos capítulos, há orientações pontuais ao professor, o Manual do professor pode ser entendido como um conjunto híbrido de diretrizes gerais e intervenções localizadas, ambas relevantes para a argumentação em probabilidade e estatística. Ancorado na teoria de Sales (2011), isso pode resultar em prevalência de argumentação explicativa, com ocorrências esparsas de justificativa folclórica ou natural, quando se pede que o estudante "explique" ou "comente" sem exigir garantias explícitas, e ocorrências mais raras de justificativa racional, quando há necessidade de decidir, comparar e sustentar conclusões por critérios.

4.2 O livro didático de Matemática do 6º ano

O livro didático de Matemática do 6º ano, intitulado A Conquista da Matemática e aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático em 2024, organiza-se em nove unidades estruturadas de forma articulada, nas quais os capítulos estabelecem conexões conceituais que evidenciam a progressão dos conteúdos ao longo da obra. No que se refere ao campo de Probabilidade e Estatística, identifica-se a presença de um capítulo específico destinado a esse eixo, localizado na Unidade 5, correspondente ao Capítulo 9, no qual se apresenta uma seção dedicada a esses conteúdos nas páginas 164 e 165.

Além disso, observa-se a inserção recorrente da seção Tratamento da Informação ao final de determinados capítulos, o que evidencia uma opção editorial por integrar conteúdos estatísticos a outros campos da Matemática, em vez de concentrá-los exclusivamente em uma única parte da obra, configurando uma abordagem predominantemente transversal que, ao mesmo tempo em que favorece articulações conceituais, indica um espaço relativamente delimitado para o desenvolvimento sistemático desses conteúdos no conjunto da coleção.

Essas inserções distribuem-se ao longo do volume, com destaque para as páginas 24 e 25, 96 e 97, 192 e 193, e 204 e 205, compondo uma seção recorrente presente na estrutura dos capítulos, conforme já descrito na metodologia. Trata-se de um espaço específico do livro que articula conteúdos matemáticos a Temas Contemporâneos Transversais, propondo situações contextualizadas que envolvem a leitura, interpretação e análise de dados em contextos sociais. Nessas seções, são apresentados textos de apoio, tabelas, gráficos e questões orientadoras que buscam relacionar a Matemática a temas como saúde, meio ambiente ou aspectos sociais, favorecendo a aplicação dos conceitos em situações do cotidiano. No caso

dos conjuntos de páginas analisados, observam-se abordagens vinculadas, respectivamente, a diferentes problemáticas sociais, nas quais os dados são utilizados como base para reflexão e tomada de posição. Fundamentado no modelo argumentativo de Toulmin, essas propostas mobilizam dados empíricos que sustentam conclusões interpretativas, apoiadas em processos de inferência relacionados à organização e leitura de informações. No entanto, a repetição de uma mesma estrutura nas atividades indica uma tendência à padronização, o que pode limitar a diversidade de estratégias argumentativas mobilizadas pelos estudantes.

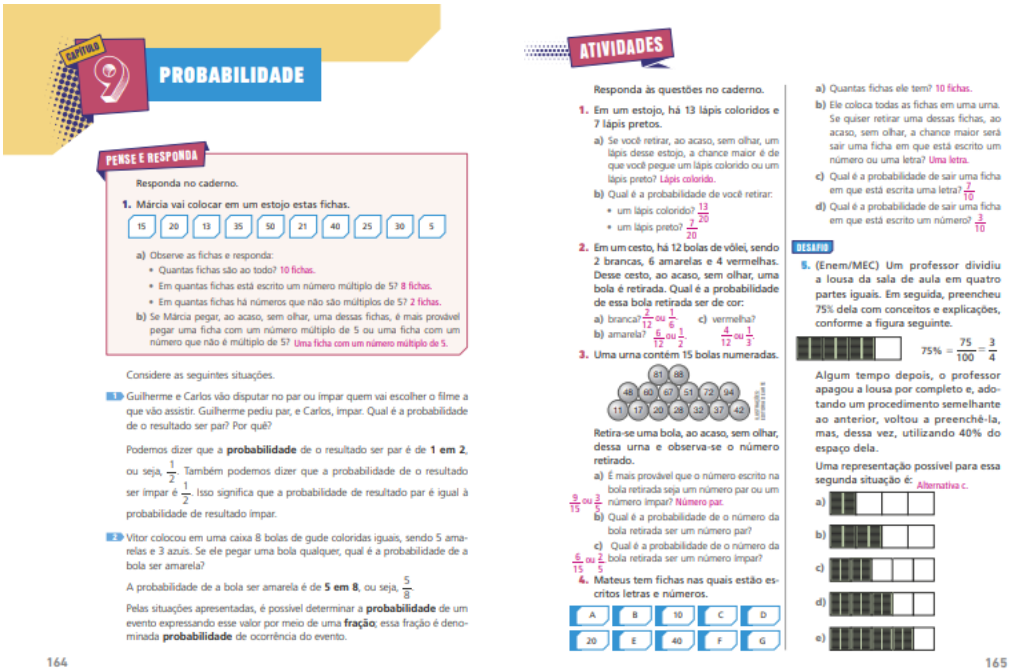
O Capítulo 9, no qual se insere o estudo de Probabilidade no livro didático do 6º ano, apresenta uma abordagem introdutória desse campo, centrada na identificação de chances em situações cotidianas e na expressão dessas probabilidades por meio de frações. De acordo com o encaminhamento proposto no material, observa-se a mobilização de ideias compatíveis com a habilidade EF06MA30 da Base Nacional Comum Curricular, especialmente no que se refere à compreensão de eventos aleatórios e à comparação de probabilidades em experimentos simples.

Seguindo a estrutura observada, a introdução do conteúdo ocorre por meio de situações contextualizadas, como o jogo de “par ou ímpar” e a retirada de bolas de uma caixa, nas quais os estudantes são convidados a analisar possibilidades e identificar resultados mais prováveis. No primeiro caso, ao discutir a probabilidade de o resultado ser par, o texto estabelece que essa chance é de 1/2, evidenciando a equiprobabilidade entre os resultados possíveis. Já na segunda situação, envolvendo bolas de gude, a probabilidade é construída a partir da razão entre casos favoráveis e o total de possibilidades, conduzindo à formalização inicial do conceito.

Em consonância com o modelo argumentativo de Toulmin, observa-se que, nessas situações, o dado corresponde à quantidade de elementos disponíveis (por exemplo, número de bolas de cada cor), a conclusão refere-se à probabilidade atribuída ao evento (como 5/8 para a bola amarela) e a garantia, ainda que não explicitada formalmente, fundamenta-se na relação entre frequência e chance em contextos de seleção aleatória. O respaldo teórico, por sua vez, apoia-se em uma concepção clássica de probabilidade, construída a partir da razão entre casos favoráveis e possíveis, embora tal fundamentação não seja nomeada explicitamente no texto.

Na continuidade do desenvolvimento, o material explicita que a probabilidade pode ser representada por uma fração, consolidando a passagem de um raciocínio intuitivo para uma formalização inicial. Nesse movimento, há uma estabilização da estrutura argumentativa, na medida em que a regra de cálculo passa a funcionar como garantia generalizadora para os

diferentes exemplos apresentados, ainda que essa generalização ocorra de maneira implícita e fortemente guiada pelo próprio texto didático.



CAPÍTULO 9

PROBABILIDADE

PENSE E RESPONDA

Responda no caderno.

1. Márcia vai colocar em um estojo estas fichas.

15 | 20 | 13 | 35 | 50 | 21 | 40 | 25 | 30 | 5

a) Observe as fichas e responda:
- Quantas fichas são ao todo? 10 fichas.
- Em quantas fichas está escrito um número múltiplo de 5? 8 fichas.
- Em quantas fichas há números que não são múltiplos de 5? 2 fichas.

b) Se Márcia pegar, ao acaso, sem olhar, uma dessas fichas, é mais provável pegar uma ficha com um número múltiplo de 5 ou uma ficha com um número que não é múltiplo de 5? Uma ficha com um número múltiplo de 5.

Considere as seguintes situações.

1 Guilherme e Carlos vão disputar no par ou ímpar quem vai escolher o filme a que vão assistir. Guilherme pediu par, e Carlos, ímpar. Qual é a probabilidade de o resultado ser par? Por quê?

Podemos dizer que a **probabilidade** de o resultado ser par é de **1 em 2**, ou seja, $\frac{1}{2}$. Também podemos dizer que a probabilidade de o resultado ser ímpar é $\frac{1}{2}$. Isso significa que a probabilidade de resultado par é igual à probabilidade de resultado ímpar.

2 Vitor colocou em uma caixa 8 bolas de gude coloridas iguais, sendo 5 amarelas e 3 azuis. Se ele pegar uma bola qualquer, qual é a probabilidade de a bola ser amarela?

A probabilidade de a bola ser amarela é de **5 em 8**, ou seja, $\frac{5}{8}$.

Pelas situações apresentadas, é possível determinar a **probabilidade** de um evento expressando esse valor por meio de uma **fração**; essa fração é denominada **probabilidade** de ocorrência do evento.

164

ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

1. Em um estojo, há 13 lápis coloridos e 7 lápis pretos.
a) Se você retirar, ao acaso, sem olhar, um lápis desse estojo, a chance maior é de que você pegue um lápis colorido ou um lápis preto? Lápis colorido.
b) Qual é a probabilidade de você retirar:
- um lápis colorido? $\frac{13}{20}$
- um lápis preto? $\frac{7}{20}$

2. Em um cesto, há 12 bolas de vôlei, sendo 2 brancas, 6 amarelas e 4 vermelhas. Desse cesto, ao acaso, sem olhar, uma bola é retirada. Qual é a probabilidade de essa bola retirada ser de cor:
a) branca? $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$ c) vermelha? $\frac{4}{12}$ ou $\frac{1}{3}$
b) amarela? $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$

3. Uma urna contém 15 bolas numeradas.

81 | 88 | 48 | 60 | 67 | 51 | 72 | 94 | 11 | 17 | 20 | 28 | 32 | 37 | 42

Retira-se uma bola, ao acaso, sem olhar, dessa urna e observa-se o número retirado.
a) É mais provável que o número escrito na bola retirada seja um número par ou um número ímpar? Número par.
$\frac{9}{15}$ ou $\frac{3}{5}$
b) Qual é a probabilidade de o número da bola retirada ser um número par?
c) Qual é a probabilidade de o número da bola retirada ser um número ímpar?
$\frac{6}{15}$ ou $\frac{2}{5}$

4. Mateus tem fichas nas quais estão escritos letras e números.

A | B | 10 | C | D | 20 | E | 40 | F | G

a) Quantas fichas ele tem? 10 fichas.
b) Ele coloca todas as fichas em uma urna. Se quiser retirar uma dessas fichas, ao acaso, sem olhar, a chance maior será sair uma ficha em que está escrito um número ou uma letra? Uma letra.
c) Qual é a probabilidade de sair uma ficha em que está escrita uma letra? $\frac{7}{10}$
d) Qual é a probabilidade de sair uma ficha em que está escrito um número? $\frac{3}{10}$

DESAFIO

5. (Enem/MEC) Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme a figura seguinte.

75% = $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas, dessa vez, utilizando 40% do espaço dela.

Uma representação possível para essa segunda situação é: Alternativa c.

a)
b)
c)
d)
e)

165

Figura 10 – Páginas 164 e 165 no livro didático do sexto ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Em seguida, na seção de atividades, observa-se a proposição de exercícios que envolvem a identificação de múltiplos de 5, comparação de quantidades e cálculo direto de probabilidades em contextos semelhantes aos exemplos iniciais. Tais atividades demandam, predominantemente, a aplicação imediata da regra já institucionalizada, com dados explicitamente fornecidos e respostas previamente delimitadas. Em diálogo com as categorias discutidas por Sales (2011), verifica-se a predominância de tarefas que favorecem a argumentação explicativa, com baixa exigência de elaboração discursiva por parte dos estudantes, uma vez que não há solicitações explícitas de justificativa ou problematização das respostas.

No conjunto denominado “Pense e Responda”, há uma ampliação quantitativa das situações propostas, incluindo diferentes contextos (lápis, bolas, fichas), o que contribui para a consolidação do procedimento de cálculo. No entanto, sob uma perspectiva crítica, percebe-se que essas atividades mantêm a mesma estrutura resolutiva, reforçando um padrão operacional repetitivo, no qual a identificação de dados e a aplicação da razão entre casos favoráveis e possíveis são suficientes para a obtenção das respostas, sem demandar a

construção de argumentos mais elaborados ou a exploração de diferentes estratégias de resolução.

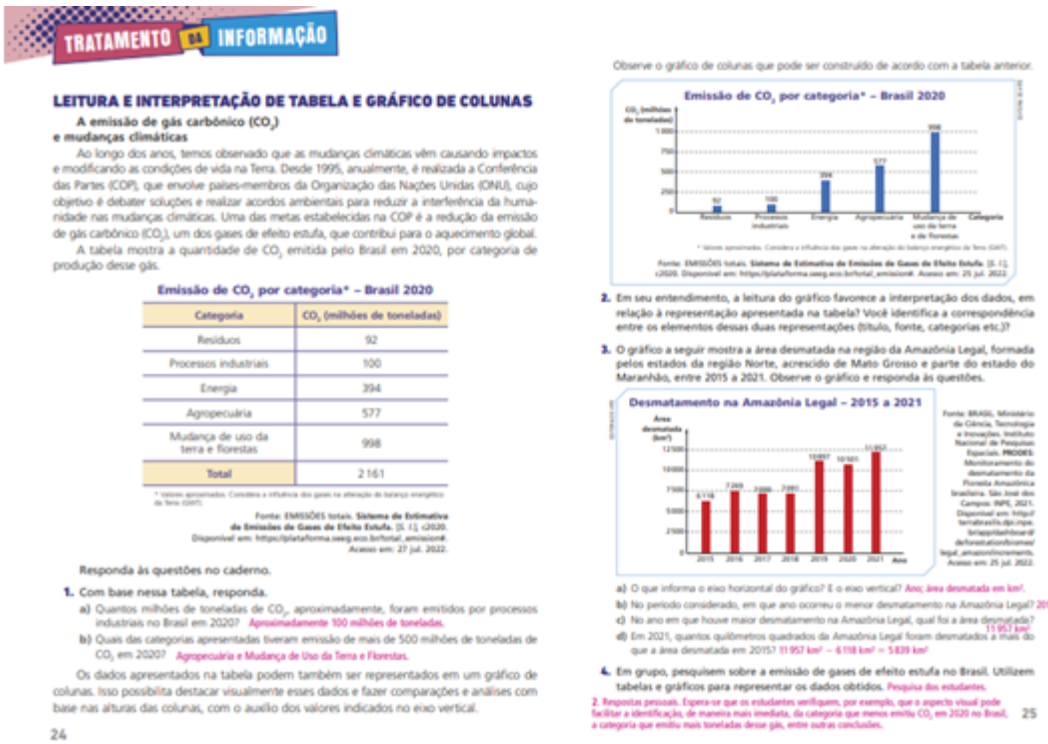
Por fim, a presença de um item classificado como “Desafio”, oriundo de uma questão do ENEM, introduz a noção de porcentagem associada à representação de partes de um todo, estabelecendo uma articulação entre probabilidade e conteúdos matemáticos. Ainda que essa inserção amplie o repertório de representações mobilizadas, a atividade mantém o caráter fechado das anteriores, com resposta única e previamente definida, o que limita a emergência de práticas argumentativas mais complexas.

Desse modo, a análise do capítulo evidencia que, embora a estrutura argumentativa esteja presente na organização do conteúdo, sua manifestação ocorre de forma predominantemente implícita e conduzida pelo material, com ênfase na aplicação de procedimentos e na obtenção de respostas numéricas. A ausência de comandos que incentivem explicitamente a justificativa, a discussão ou a validação de diferentes estratégias indica que o desenvolvimento de uma argumentação mais autônoma permanece condicionado à mediação docente, responsável por transformar essas atividades em oportunidades de debate e construção coletiva do conhecimento matemático.

Nas páginas 24 e 25, a proposta está inserida na seção de Temas Contemporâneos Transversais, que, conforme a estrutura recorrente do capítulo, apresenta inicialmente um texto contextualizador seguido de representações gráficas e, posteriormente, um conjunto de questões direcionadas aos estudantes. Nesse caso, a abordagem articula a leitura de tabela e gráfico de colunas sobre mudanças climáticas, tomando como base dados de emissão de CO_2 por categoria no Brasil em 2020. A exposição inicial do tema, ao apresentar informações sobre aquecimento global e eventos internacionais, configura um momento predominantemente explicativo.

Em seguida, as questões propostas orientam os estudantes a identificar maiores e menores contribuições setoriais, bem como a interpretar os dados apresentados, o que mantém a argumentação no nível explicativo, uma vez que as respostas esperadas decorrem diretamente das informações fornecidas. Há, entretanto, momentos em que se solicita a justificativa do uso do gráfico como forma de representação, o que mobiliza uma argumentação justificatória de caráter racional, baseada em critérios técnicos de organização e comparabilidade dos dados. Ainda assim, observa-se que as questões não avançam para problematizações mais amplas sobre a produção ou os limites dos dados, evidenciando uma condução mais guiada do raciocínio do estudante.

Ainda nas páginas 24 e 25, o segundo gráfico, referente ao desmatamento na Amazônia Legal entre 2015 e 2021, retoma procedimento semelhante ao exigir leitura de eixos, identificação de variações e comparação do desmatamento em anos específicos, configurando estrutura já analisada quanto à mobilização de garantias associadas à interpretação correta de escalas. O acréscimo relevante consiste na ampliação temática e na exigência de cálculo de diferenças, o que desloca levemente o foco da simples identificação para análise de variação, embora permaneça predominante a orientação objetiva e pouco aberta a refutações.



TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

LEITURA E INTERPRETAÇÃO DE TABELA E GRÁFICO DE COLUNAS

A emissão de gás carbônico (CO_2) e mudanças climáticas

Ao longo dos anos, temos observado que as mudanças climáticas vêm causando impactos e modificando as condições de vida na Terra. Desde 1995, anualmente, é realizada a Conferência das Partes (COP), que envolve países-membros da Organização das Nações Unidas (ONU), cujo objetivo é debater soluções e realizar acordos ambientais para reduzir a interferência da humanidade nas mudanças climáticas. Uma das metas estabelecidas na COP é a redução da emissão de gás carbônico (CO_2), um dos gases de efeito estufa, que contribui para o aquecimento global.

A tabela mostra a quantidade de CO_2 emitida pelo Brasil em 2020, por categoria de produção desse gás.

Emissão de CO_2 por categoria* – Brasil 2020

Categoria	CO_2 (milhões de toneladas)
Resíduos	92
Processos industriais	100
Energia	394
Agropecuária	577
Mudança de uso da terra e florestas	998
Total	2 161

* Valores aproximados. Considera a influência dos gases na alteração do balanço energético da Terra (GWP).

Fonte: EMISSÕES totais. **Sistema de Estimativa de Emissões de Gases de Efeito Estufa**. [S. l.], c2020. Disponível em: https://plataforma.seeg.eco.br/total_emission#. Acesso em: 27 jul. 2022.

Responda às questões no caderno.

1. Com base nessa tabela, responda.
   a) Quantos milhões de toneladas de CO_2, aproximadamente, foram emitidos por processos industriais no Brasil em 2020? Aproximadamente 100 milhões de toneladas.
   b) Quais das categorias apresentadas tiveram emissão de mais de 500 milhões de toneladas de CO_2 em 2020? Agropecuária e Mudança de Uso da Terra e Florestas.

Os dados apresentados na tabela podem também ser representados em um gráfico de colunas. Isso possibilita destacar visualmente esses dados e fazer comparações e análises com base nas alturas das colunas, com o auxílio dos valores indicados no eixo vertical.

24

Observe o gráfico de colunas que pode ser construído de acordo com a tabela anterior.

2. Em seu entendimento, a leitura do gráfico favorece a interpretação dos dados, em relação à representação apresentada na tabela? Você identifica a correspondência entre os elementos dessas duas representações (título, fonte, categorias etc.)?

3. O gráfico a seguir mostra a área desmatada na região da Amazônia Legal, formada pelos estados da região Norte, acrescido de Mato Grosso e parte do estado do Maranhão, entre 2015 a 2021. Observe o gráfico e responda às questões.

Fonte: BRASIL. Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. **PRODES**. Monitoramento do desmatamento da Floresta Amazônica brasileira. São José dos Campos: INPE, 2021. Disponível em: https://terrabrasilis.dpi.inpe.br/app/dashboard/deforestation/biomes/legal_amazon/increments. Acesso em: 25 jul. 2022.

a) O que informa o eixo horizontal do gráfico? E o eixo vertical? Ano; área desmatada em km².
b) No período considerado, em que ano ocorreu o menor desmatamento na Amazônia Legal? 2015
c) No ano em que houve maior desmatamento na Amazônia Legal, qual foi a área desmatada? 11 957 km²
d) Em 2021, quantos quilômetros quadrados da Amazônia Legal foram desmatados a mais do que a área desmatada em 2015? 11 957 km² − 6 118 km² = 5 839 km²

4. Em grupo, pesquisem sobre a emissão de gases de efeito estufa no Brasil. Utilizem tabelas e gráficos para representar os dados obtidos. Pesquisa dos estudantes.

2. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes verifiquem, por exemplo, que o aspecto visual pode facilitar a identificação, de maneira mais imediata, da categoria que menos emitiu CO_2 em 2020 no Brasil, a categoria que emitiu mais toneladas desse gás, entre outras conclusões.

25

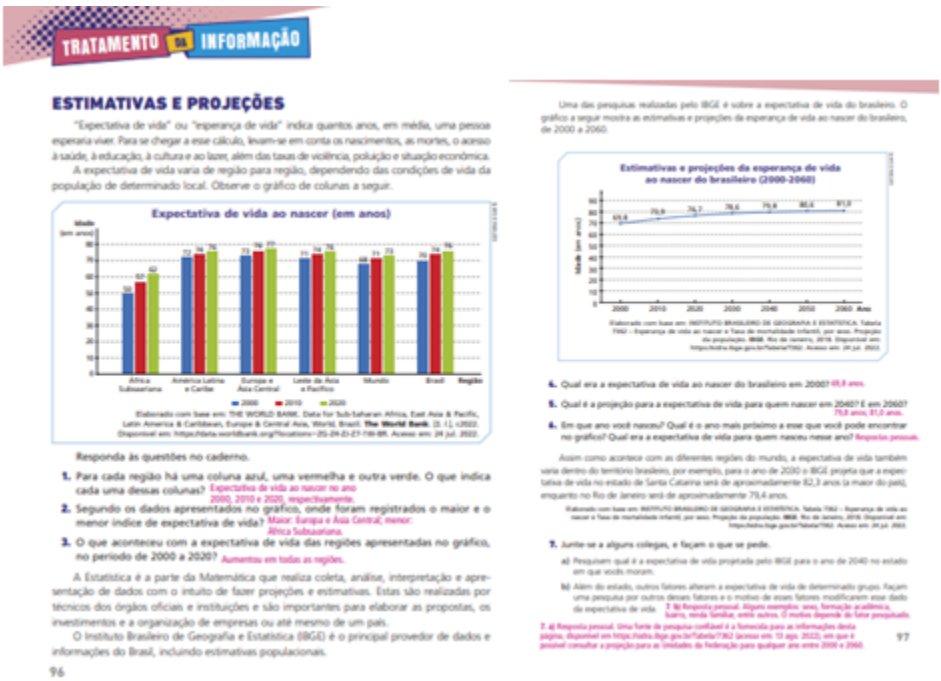
Figura 11 – Páginas 24 e 25 no livro didático do sexto ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

As páginas 96 e 97, inseridas ao final do capítulo sobre sólidos geométricos, mantêm lógica de integração temática ao abordar expectativa de vida por meio de gráficos comparativos entre regiões e períodos históricos, introduzindo definição conceitual acompanhada de explicações sobre fatores socioeconômicos associados. Conforme a tipologia de Salles, observa-se predominância de argumentação explicativa na contextualização inicial em que o conteúdo é introduzido, seguida de argumentação justificatória racional na seção relativa a proposição de questões, considerando-se aquelas que exigem identificação de legendas, comparação de alturas de colunas e interpretação de tendências temporais.

Na página 96, as questões que solicitam identificação das cores correspondentes aos anos e comparação entre regiões mobilizam garantias de inferência vinculadas às convenções gráficas e à leitura quantitativa, mantendo padrão argumentativo semelhante ao discutido nas páginas 24 e 25. O elemento novo consiste na introdução da noção de tendência ao longo do tempo, o que amplia a análise para dimensão temporal e exige compreensão de crescimento e variação, ainda que a exploração permaneça no âmbito da leitura objetiva dos dados representados.

Na página 97, ao apresentar projeções da expectativa de vida entre 2000 e 2060, o material acrescenta dimensão prospectiva à análise estatística, exigindo leitura de valores futuros e comparação entre estados brasileiros, o que amplia o repertório interpretativo ao introduzir ideia de estimativa. Apoiado nas ideias de Toulmin, os dados são as projeções numéricas, a conclusão envolve reconhecimento de desigualdades regionais, a garantia fundamenta-se na relação entre condições socioeconômicas e indicadores demográficos e o respaldo encontra-se nas projeções oficiais mencionadas, reforçando legitimidade institucional.

De modo geral, as páginas 96 e 97 consolidam padrão argumentativo já observado, combinando explicação conceitual e aplicação procedimental, porém acrescentam maior ênfase na análise de tendências e projeções, o que amplia o potencial formativo ao relacionar Estatística a planejamento social. Ainda assim, a problematização crítica acerca de limites das projeções ou margens de erro não é desenvolvida, mantendo-se predominância de abordagem orientada à leitura correta dos dados.



TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

ESTIMATIVAS E PROJEÇÕES

"Expectativa de vida" ou "esperança de vida" indica quantos anos, em média, uma pessoa espera viver. Para se chegar a esse cálculo, levam-se em conta os nascimentos, as mortes, o acesso à saúde, à educação, à cultura e ao lazer, além das taxas de violência, poluição e situação econômica.

A expectativa de vida varia de região para região, dependendo das condições de vida da população de determinado local. Observe o gráfico de colunas a seguir.

Expectativa de vida ao nascer (em anos)

Elaborado com base em: THE WORLD BANK. Data for Sub-Saharan Africa, East Asia & Pacific, Latin America & Caribbean, Europe & Central Asia, World, Brazil. **The World Bank**. [S. l.], c2022. Disponível em: https://data.worldbank.org/?locations=-ZG-Z4-Z7-T4-BR. Acesso em: 24 jul. 2022.

Responda às questões no caderno.

1. Para cada região há uma coluna azul, uma vermelha e outra verde. O que indica cada uma dessas colunas? Expectativa de vida ao nascer no ano 2000, 2010 e 2020, respectivamente.
2. Segundo os dados apresentados no gráfico, onde foram registrados o maior e o menor índice de expectativa de vida? Maior: Europa e Ásia Central; menor: África Subsaariana.
3. O que aconteceu com a expectativa de vida das regiões apresentadas no gráfico, no período de 2000 a 2020? Aumentou em todas as regiões.

A Estatística é a parte da Matemática que realiza coleta, análise, interpretação e apresentação de dados com o intuito de fazer projeções e estimativas. Estas são realizadas por técnicos dos órgãos oficiais e instituições e são importantes para elaborar as propostas, os investimentos e a organização de empresas ou até mesmo de um país.

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) é o principal provedor de dados e informações do Brasil, incluindo estimativas populacionais.

96

Uma das pesquisas realizadas pelo IBGE é sobre a expectativa de vida do brasileiro. O gráfico a seguir mostra as estimativas e projeções da esperança de vida ao nascer do brasileiro, de 2000 a 2060.

Estimativas e projeções da esperança de vida ao nascer do brasileiro (2000-2060)

4. Qual era a expectativa de vida ao nascer do brasileiro em 2000? 69,8 anos.
5. Qual é a projeção para a expectativa de vida para quem nascer em 2040? E em 2060? 79,8 anos; 81,0 anos.
6. Em que ano você nasceu? Qual é o ano mais próximo a esse que você pode encontrar no gráfico? Qual era a expectativa de vida para quem nasceu nesse ano? Respostas pessoais.

Assim como acontece com as diferentes regiões do mundo, a expectativa de vida também varia dentro do território brasileiro, por exemplo, para o ano de 2030 o IBGE projeta que a expectativa de vida no estado de Santa Catarina será de aproximadamente 82,3 anos (a maior do país), enquanto no Rio de Janeiro será de aproximadamente 79,4 anos.

Elaborado com base em: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Tabela 7362 – Esperança de vida ao nascer e Taxa de mortalidade infantil, por sexo. Projeção da população. **IBGE**. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/Tabela/7362. Acesso em: 24 jul. 2022.

7. Junte-se a alguns colegas, e façam o que se pede.
   a) Pesquisem qual é a expectativa de vida projetada pelo IBGE para o ano de 2040 no estado em que vocês moram.
   b) Além do estado, outros fatores alteram a expectativa de vida de determinado grupo. Façam uma pesquisa por outros desses fatores e o motivo de esses fatores modificarem esse dado da expectativa de vida. 7. b) Resposta pessoal. Alguns exemplos: sexo, formação acadêmica, bairro, renda familiar, entre outros. O motivo depende do fator pesquisado.

7. a) Resposta pessoal. Uma fonte de pesquisa confiável é a fornecida para as informações desta página, disponível em https://sidra.ibge.gov.br/Tabela/7362 (acesso em: 10 ago. 2022), em que é possível consultar a projeção para as Unidades da Federação para qualquer ano entre 2000 e 2060.

97

Figura 12 – Páginas 96 e 97 no livro didático do sexto ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Na continuidade do desenvolvimento do capítulo, a proposta apresentada na seção Tratamento da Informação, localizada na página 192, introduz um movimento didático relevante ao deslocar o estudo da probabilidade do plano exclusivamente teórico para a experimentação empírica. A situação inicial retoma um conteúdo já institucionalizado no capítulo, a probabilidade de, no lançamento de um dado de seis faces, obter-se um número ímpar, estabelecendo como ponto de partida a razão 3/6, equivalente a 0,5 ou 50%. A partir dessa retomada, o texto problematiza a passagem do cálculo abstrato para a observação prática, ao questionar se tal probabilidade pode ser verificada no experimento, o que constitui uma inflexão metodológica importante na abordagem do conteúdo.

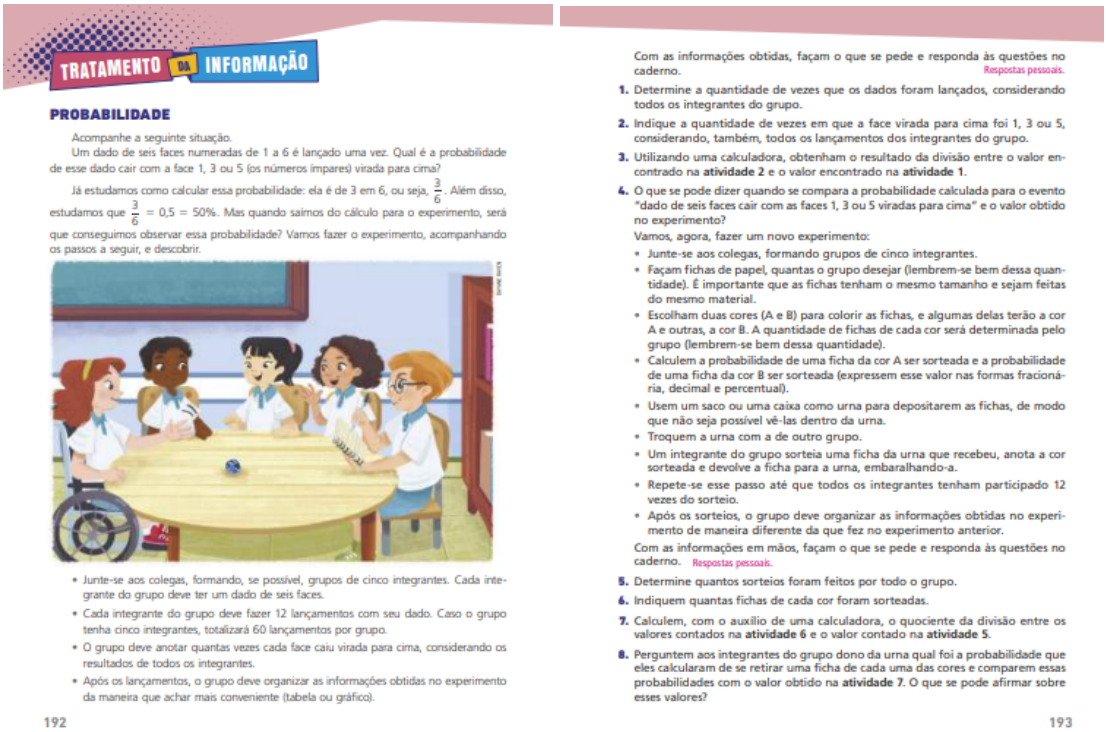
No quadro teórico do modelo argumentativo de Toulmin, observa-se que o dado inicial corresponde à estrutura equiprovável do dado de seis faces, em que três resultados são favoráveis ao evento considerado; a conclusão é a probabilidade teórica de 50%; e a garantia fundamenta-se na razão entre casos favoráveis e número total de possibilidades. O diferencial desta seção reside no fato de que a garantia, antes mobilizada em nível puramente conceitual, passa a ser tensionada pela observação empírica, abrindo espaço para a comparação entre probabilidade teórica e frequência observada.

Na sequência, o material propõe a realização de um experimento coletivo em grupos, no qual cada estudante realiza doze lançamentos do dado, totalizando, em um grupo de cinco integrantes, sessenta lançamentos. Esse encaminhamento amplia significativamente o potencial argumentativo da atividade, uma vez que os estudantes deixam de apenas aplicar um procedimento previamente exemplificado e passam a produzir os próprios dados a partir da experiência realizada em sala. A orientação para registrar resultados em tabela ou gráfico também reforça a articulação entre probabilidade e estatística, inserindo o conteúdo no eixo de tratamento da informação.

Sob uma perspectiva analítica, a atividade favorece uma argumentação justificatória de base empírica, pois as conclusões acerca da probabilidade passam a ser sustentadas por dados observáveis produzidos pelos próprios estudantes. Quando o texto solicita a comparação entre o valor teórico de 50% e o resultado obtido no experimento, mobiliza-se uma estrutura argumentativa em que os dados correspondem às frequências registradas, a conclusão refere-se à proximidade, ou não, com a probabilidade calculada, e a garantia

apoia-se na compreensão de que, à medida que o número de experimentações aumenta, as frequências tendem a aproximar-se da probabilidade teórica.

Ainda que o material não explicite formalmente esse princípio, percebe-se a presença implícita de um respaldo teórico associado ao que a literatura probabilística reconhece como Lei dos Grandes Números, segundo a qual a frequência relativa de um evento tende a estabilizar-se em torno de sua probabilidade à medida que o experimento é repetido diversas vezes. Tal aspecto constitui um avanço conceitual relevante, sobretudo no 6º ano, pois contribui para que os estudantes compreendam a diferença entre resultado isolado e tendência probabilística.



TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

PROBABILIDADE

Acompanhe a seguinte situação.

Um dado de seis faces numeradas de 1 a 6 é lançado uma vez. Qual é a probabilidade de esse dado cair com a face 1, 3 ou 5 (os números ímpares) virada para cima?

Já estudamos como calcular essa probabilidade: ela é de 3 em 6, ou seja, $\frac{3}{6}$. Além disso, estudamos que $\frac{3}{6} = 0{,}5 = 50\%$. Mas quando saímos do cálculo para o experimento, será que conseguimos observar essa probabilidade? Vamos fazer o experimento, acompanhando os passos a seguir, e descobrir.

- Junte-se aos colegas, formando, se possível, grupos de cinco integrantes. Cada integrante do grupo deve ter um dado de seis faces.
- Cada integrante do grupo deve fazer 12 lançamentos com seu dado. Caso o grupo tenha cinco integrantes, totalizará 60 lançamentos por grupo.
- O grupo deve anotar quantas vezes cada face caiu virada para cima, considerando os resultados de todos os integrantes.
- Após os lançamentos, o grupo deve organizar as informações obtidas no experimento da maneira que achar mais conveniente (tabela ou gráfico).

192

Com as informações obtidas, façam o que se pede e respondam às questões no caderno. Respostas pessoais.

1. Determine a quantidade de vezes que os dados foram lançados, considerando todos os integrantes do grupo.
2. Indique a quantidade de vezes em que a face virada para cima foi 1, 3 ou 5, considerando, também, todos os lançamentos dos integrantes do grupo.
3. Utilizando uma calculadora, obtenham o resultado da divisão entre o valor encontrado na **atividade 2** e o valor encontrado na **atividade 1**.
4. O que se pode dizer quando se compara a probabilidade calculada para o evento "dado de seis faces cair com as faces 1, 3 ou 5 viradas para cima" e o valor obtido no experimento?

Vamos, agora, fazer um novo experimento:

- Junte-se aos colegas, formando grupos de cinco integrantes.
- Façam fichas de papel, quantas o grupo desejar (lembrem-se bem dessa quantidade). É importante que as fichas tenham o mesmo tamanho e sejam feitas do mesmo material.
- Escolham duas cores (A e B) para colorir as fichas, e algumas delas terão a cor A e outras, a cor B. A quantidade de fichas de cada cor será determinada pelo grupo (lembrem-se bem dessa quantidade).
- Calculem a probabilidade de uma ficha da cor A ser sorteada e a probabilidade de uma ficha da cor B ser sorteada (expressem esse valor nas formas fracionária, decimal e percentual).
- Usem um saco ou uma caixa como urna para depositarem as fichas, de modo que não seja possível vê-las dentro da urna.
- Troquem a urna com a de outro grupo.
- Um integrante do grupo sorteia uma ficha da urna que recebeu, anota a cor sorteada e devolve a ficha para a urna, embaralhando-a.
- Repete-se esse passo até que todos os integrantes tenham participado 12 vezes do sorteio.
- Após os sorteios, o grupo deve organizar as informações obtidas no experimento de maneira diferente da que fez no experimento anterior.

Com as informações em mãos, façam o que se pede e respondam às questões no caderno. Respostas pessoais.

5. Determine quantos sorteios foram feitos por todo o grupo.
6. Indiquem quantas fichas de cada cor foram sorteadas.
7. Calculem, com o auxílio de uma calculadora, o quociente da divisão entre os valores contados na **atividade 6** e o valor contado na **atividade 5**.
8. Perguntem aos integrantes do grupo dono da urna qual foi a probabilidade que eles calcularam de se retirar uma ficha de cada uma das cores e comparem essas probabilidades com o valor obtido na **atividade 7**. O que se pode afirmar sobre esses valores?

193

Figura 13 – Páginas 192 e 193 no livro didático do sexto ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Em seguida, a proposta avança para um segundo experimento, envolvendo fichas coloridas colocadas em uma urna, o que amplia o repertório de situações aleatórias exploradas no capítulo. Nesse caso, o diferencial metodológico está na autonomia concedida aos grupos para definir a quantidade total de fichas e a distribuição entre as cores A e B. Essa abertura introduz um nível adicional de complexidade, pois os estudantes não apenas observam um experimento, mas também participam da construção do espaço amostral.

Do ponto de vista argumentativo, essa segunda atividade potencializa formas mais elaboradas de justificativa racional e empírica. Os estudantes precisam inicialmente calcular a

probabilidade teórica com base na composição da urna e, posteriormente, confrontar esse valor com os resultados do sorteio realizado por outro grupo. Nessa estrutura, há uma articulação mais rica entre previsão, coleta de dados, análise e validação, favorecendo a construção de argumentos sustentados tanto por cálculos quanto por evidências experimentais.

Entretanto, sob uma perspectiva crítica, observa-se que, embora a atividade possua elevado potencial para o desenvolvimento da argumentação matemática, as questões propostas ainda mantêm forte condução do raciocínio. As perguntas direcionam explicitamente quais cálculos devem ser feitos e qual comparação deve ser estabelecida, reduzindo o espaço para formulação autônoma de hipóteses, discussão de discrepâncias ou problematização de resultados divergentes. Tomando por base Sales (2011), verifica-se um predomínio de situações que favorecem a argumentação justificatória, mas cuja efetivação em práticas discursivas mais complexas depende diretamente da mediação docente.

Desse modo, essa seção representa um momento importante de ampliação conceitual no capítulo, ao integrar probabilidade teórica, experimentação e tratamento de dados. Ainda que a argumentação permaneça fortemente guiada pelo material, a proposta oferece condições didáticas favoráveis para a construção de explicações baseadas em evidências, especialmente quando explorada em discussões coletivas mediadas pelo professor.

As páginas 204 e 205 integram uma seção voltada à proposição de atividades aos estudantes, na qual o conteúdo de Estatística é articulado a uma temática de saúde relacionada ao tempo de exposição a telas digitais. Diferentemente de trechos mais expositivos do capítulo, essa parte se estrutura a partir de uma situação-problema que orienta a realização de uma pequena investigação, cuja problemática central consiste em analisar os hábitos de uso de dispositivos digitais pelos próprios alunos. O contexto inicial apresenta recomendações da Sociedade Brasileira de Pediatria, que funcionam como elemento de contextualização e legitimam a relevância do tema, enquanto as atividades conduzem os estudantes à coleta de dados por meio de questionário, introduzindo uma dimensão investigativa mais explícita.

Na continuidade, as tarefas propõem a organização das respostas em planilha eletrônica e a construção de gráfico de barras, configurando uma sequência de ações orientadas que envolvem coleta, organização e representação de dados. Nesse processo, os dados correspondem às informações obtidas pelos próprios estudantes, enquanto as conclusões dizem respeito à identificação de padrões de uso. A garantia das inferências está associada à sistematização dos dados, e o respaldo combina tanto a referência institucional da área da saúde quanto o uso de ferramentas digitais. Ainda assim, observa-se que as questões

direcionam fortemente o percurso do estudante, o que mantém a argumentação em níveis mais guiados, com menor abertura para problematizações mais autônomas.

A página 205, introdutória, detalha a transformação dos dados em representação gráfica e solicita interpretação dos resultados sob a ótica das recomendações médicas, acrescentando etapa de elaboração textual que ultrapassa simples leitura numérica. Esse acréscimo representa avanço em relação às páginas anteriores, pois convoca articulação entre dados coletados, parâmetros externos e proposição de estratégias, aproximando-se de argumentação justificatória natural ao exigir posicionamento fundamentado.

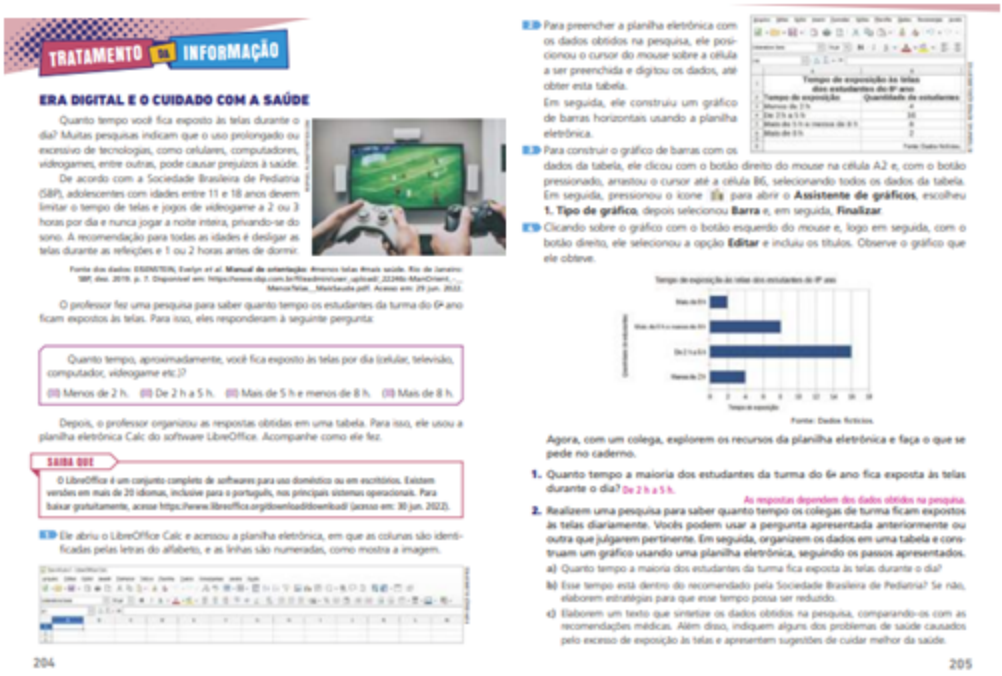


Figura 14 – Páginas 204 e 205 no livro didático do sexto ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Sob a perspectiva das categorias de Salles, as páginas 204 e 205 mantêm predominância explicativa na orientação técnica, mas ampliam espaço para justificativa quando solicitam comparação entre resultados e orientações da Sociedade Brasileira de Pediatria. A diferença em relação às inserções anteriores reside na maior proximidade entre dados analisados e realidade imediata dos estudantes, o que potencializa engajamento crítico, ainda que o roteiro permaneça fortemente guiado pelo material.

Consideradas em conjunto, as inserções das páginas 24 e 25, 96 e 97 e 204 e 205 evidenciam presença recorrente, porém fragmentada, de conteúdos estatísticos no livro do 6º ano, sempre articulados a contextos sociais relevantes e estruturados predominantemente sob forma explicativa seguida de aplicação justificatória racional em exemplos de questões

resolvidas. Observa-se ampliação progressiva do potencial crítico quando os dados se vinculam à experiência direta dos estudantes, mas a ausência de unidade temática específica para Probabilidade e Estatística limita aprofundamento conceitual sistemático, mantendo o eixo como componente transversal de caráter introdutório.

4.3 O livro didático de Matemática do 7º ano

O livro didático de Matemática do 7º ano, intitulado *A Conquista da Matemática* e aprovado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático em 2024, organiza-se em nove unidades estruturadas de forma articulada, nas quais os capítulos estabelecem conexões conceituais que evidenciam a progressão do conteúdo ao longo da obra. No que se refere ao conteúdo Probabilidade e Estatística, apenas a Unidade 8, intitulada Porcentagem, Probabilidade e Estatística, destina-se especificamente a esse campo de estudo, reunindo três capítulos, dos quais dois (2 e 3) tratam, respectivamente, de noções introdutórias de probabilidade e de procedimentos estatísticos básicos, distribuídos entre as páginas 244 e 259, o que revela um espaço relativamente delimitado para o desenvolvimento sistemático desses conteúdos no conjunto da coleção. O capítulo 1, por sua vez, volta-se ao avanço da compreensão de cálculos de porcentagem, situando-se, portanto, forma do nosso interesse.

Em todos os volumes da obra, as unidades que compõem cada volume são divididas em capítulos, nos quais, com algumas variações, o conteúdo é introduzido por meio da narrativa de uma situação problematizadora que demanda uma solução, a qual é explanada de forma sistemática no texto, devendo ser assim apresentada pelo professor aos alunos. De modo geral, o professor é orientado a envolver os alunos em sua explanação por meio de questões e simulações em sala das situações apresentadas no livro. Vale ressaltar, entretanto, que este espaço é destinado à atuação do professor em seu trabalho de introdução e desenvolvimento de conceitos, de modo que, neste momento, o papel do aluno é, na maioria das vezes, seguir a narrativa apresentada, de modo a compreendê-la.

O conteúdo é apresentado de forma contextualizada, ainda que de forma restrita, pontual, ou seja, os conceitos são apresentados em decorrência da compreensão de uma situação que representa recortes de possibilidades da vida cotidiana. Em seguida, há uma seção em que são propostos aos alunos exercícios semelhantes àqueles respondidos pelo professor na apresentação do conteúdo. O professor pode desenvolver diferentes estratégias

para mediar a apropriação dos conhecimentos pelos alunos neste momento, mas o manual não aprofunda nas orientações nesta direção.

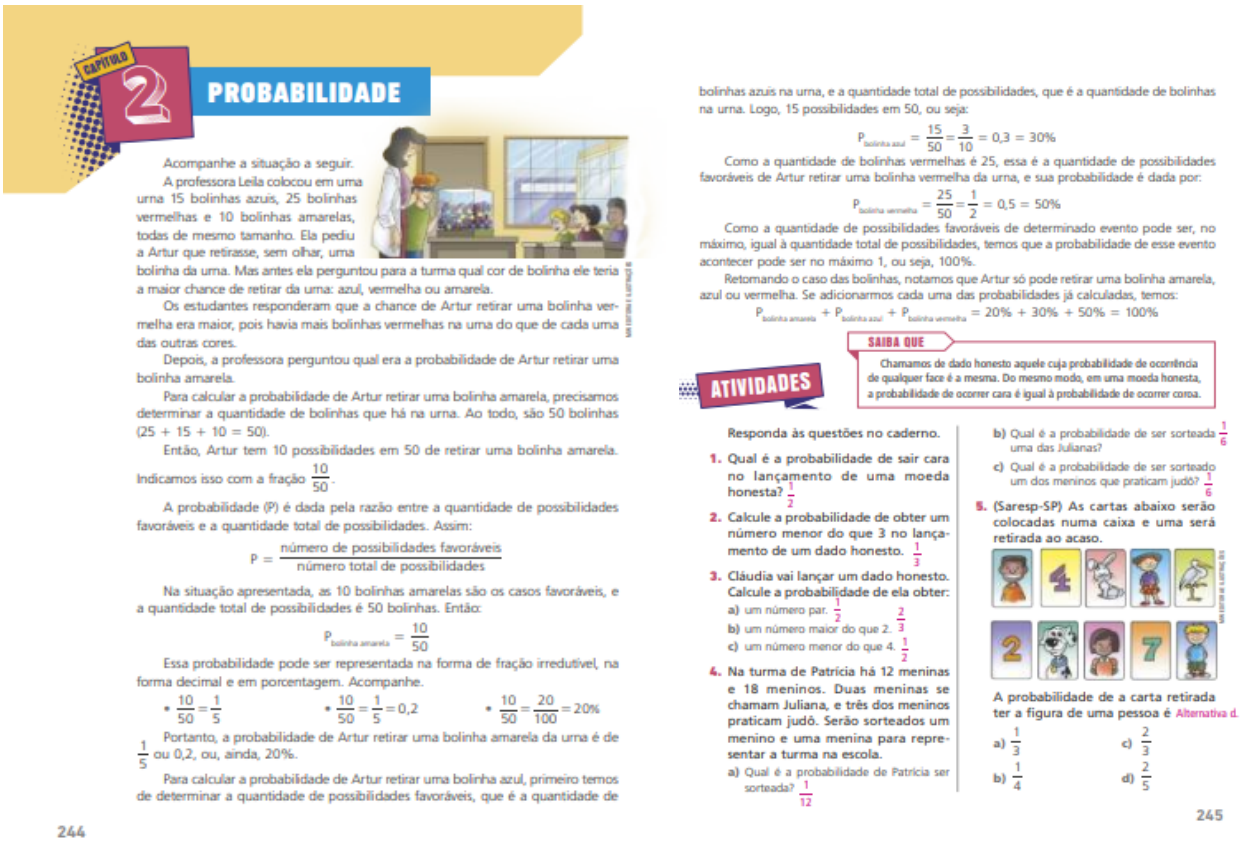
Além das seções de apresentação dos conceitos e de exercícios propostos, é comum haver algumas outras seções, com diferentes denominações, as quais tratam de situações que podem abordar exceções ao que foi trabalhado; aprofundar o conhecimento desenvolvido ou apresentar um novo contexto, correspondente à uma situação real, que requer o uso dos conceitos abordados para que seja compreendida plenamente.

O capítulo 2, intitulado Probabilidade, com o qual iniciamos nossa análise, trata de cálculos de probabilidades e, de acordo com o Manual do Professor, propõe abordagens que fazem com que os estudantes explorem a habilidade EF07MA34 proposta na Base Nacional Comum Curricular - BNCC, qual seja: Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências (Brasil, 2018). Neste manual, os autores chamam atenção para o fato de que o estudo de probabilidade como a razão entre o número que indica a quantidade de possibilidades favoráveis e o número que indica a quantidade total de possibilidades vem sendo construído desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (Samá; Silva, 2020), portanto, neste capítulo, os alunos devem desenvolver simulações nessa linha, avançando em sua compreensão, de modo a reconhecer eventos em que os resultados são seguramente certos e eventos aleatórios, cuja previsibilidade não é exata, distinguindo ambos entre si.

Seguindo a estrutura que descrevemos, a abertura do Capítulo 2, dedicado à Probabilidade apresenta uma situação contextualizada, em que uma professora organiza quinze bolinhas azuis, vinte e cinco vermelhas e dez amarelas em uma urna e questiona os estudantes acerca da cor com maior chance de ser retirada da urna, conduzindo-os a reconhecer que a maior quantidade de bolinhas vermelhas implica maior probabilidade de seleção, na perspectiva de um raciocínio proporcional de caráter intuitivo. Os conteúdos introdutórios de probabilidade, bem como a sua definição decorrem da discussão dessa situação pelo professor.

Em seguida, tem-se a seção Atividades, em que são propostos exercícios aos alunos. Por fim, na seção denominada Tratamento da Informação, há uma proposta que permite aos estudantes analisarem de modo mais aprofundado um experimento aleatório. A seguir discutimos questões representativas dessas seções: Introdução/ desenvolvimento do conteúdo, Atividades e Tratamento da Informação.

Conforme informamos, o conteúdo é introduzido considerando-se um caso apresentado por meio de um texto narrativo envolvendo um problema proposto por uma professora aos seus alunos (Figura 12), Vejamos:



CAPÍTULO 2

PROBABILIDADE

Acompanhe a situação a seguir.

A professora Leila colocou em uma urna 15 bolinhas azuis, 25 bolinhas vermelhas e 10 bolinhas amarelas, todas de mesmo tamanho. Ela pediu a Artur que retirasse, sem olhar, uma bolinha da urna. Mas antes ela perguntou para a turma qual cor de bolinha ele teria a maior chance de retirar da urna: azul, vermelha ou amarela.

Os estudantes responderam que a chance de Artur retirar uma bolinha vermelha era maior, pois havia mais bolinhas vermelhas na urna do que de cada uma das outras cores.

Depois, a professora perguntou qual era a probabilidade de Artur retirar uma bolinha amarela.

Para calcular a probabilidade de Artur retirar uma bolinha amarela, precisamos determinar a quantidade de bolinhas que há na urna. Ao todo, são 50 bolinhas (25 + 15 + 10 = 50).

Então, Artur tem 10 possibilidades em 50 de retirar uma bolinha amarela. Indicamos isso com a fração $\frac{10}{50}$.

A probabilidade (P) é dada pela razão entre a quantidade de possibilidades favoráveis e a quantidade total de possibilidades. Assim:

$$P = \frac{\text{número de possibilidades favoráveis}}{\text{número total de possibilidades}}$$

Na situação apresentada, as 10 bolinhas amarelas são os casos favoráveis, e a quantidade total de possibilidades é 50 bolinhas. Então:

$$P_{\text{bolinha amarela}} = \frac{10}{50}$$

Essa probabilidade pode ser representada na forma de fração irredutível, na forma decimal e em porcentagem. Acompanhe.

- $\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$
- $\frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0{,}2$
- $\frac{10}{50} = \frac{20}{100} = 20\%$

Portanto, a probabilidade de Artur retirar uma bolinha amarela da urna é de $\frac{1}{5}$ ou 0,2, ou, ainda, 20%.

Para calcular a probabilidade de Artur retirar uma bolinha azul, primeiro temos de determinar a quantidade de possibilidades favoráveis, que é a quantidade de bolinhas azuis na urna, e a quantidade total de possibilidades, que é a quantidade de bolinhas na urna. Logo, 15 possibilidades em 50, ou seja:

$$P_{\text{bolinha azul}} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\%$$

Como a quantidade de bolinhas vermelhas é 25, essa é a quantidade de possibilidades favoráveis de Artur retirar uma bolinha vermelha da urna, e sua probabilidade é dada por:

$$P_{\text{bolinha vermelha}} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

Como a quantidade de possibilidades favoráveis de determinado evento pode ser, no máximo, igual à quantidade total de possibilidades, temos que a probabilidade de esse evento acontecer pode ser no máximo 1, ou seja, 100%.

Retomando o caso das bolinhas, notamos que Artur só pode retirar uma bolinha amarela, azul ou vermelha. Se adicionarmos cada uma das probabilidades já calculadas, temos:

$$P_{\text{bolinha amarela}} + P_{\text{bolinha azul}} + P_{\text{bolinha vermelha}} = 20\% + 30\% + 50\% = 100\%$$

SAIBA QUE

Chamamos de dado honesto aquele cuja probabilidade de ocorrência de qualquer face é a mesma. Do mesmo modo, em uma moeda honesta, a probabilidade de ocorrer cara é igual à probabilidade de ocorrer coroa.

ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

1. Qual é a probabilidade de sair cara no lançamento de uma moeda honesta? $\frac{1}{2}$
2. Calcule a probabilidade de obter um número menor do que 3 no lançamento de um dado honesto. $\frac{1}{3}$
3. Cláudia vai lançar um dado honesto. Calcule a probabilidade de ela obter:
   a) um número par. $\frac{1}{2}$
   b) um número maior do que 2. $\frac{2}{3}$
   c) um número menor do que 4. $\frac{1}{2}$
4. Na turma de Patrícia há 12 meninas e 18 meninos. Duas meninas se chamam Juliana, e três dos meninos praticam judô. Serão sorteados um menino e uma menina para representar a turma na escola.
   a) Qual é a probabilidade de Patrícia ser sorteada? $\frac{1}{12}$
   b) Qual é a probabilidade de ser sorteada uma das Julianas? $\frac{1}{6}$
   c) Qual é a probabilidade de ser sorteado um dos meninos que praticam judô? $\frac{1}{6}$
5. (Saresp-SP) As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso.

A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma pessoa é Alternativa d.

a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{2}{5}$

244

245

Figura 15 – Página 244 e 245 no livro didático do sétimo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

À perspectiva do modelo argumentativo proposto por Toulmin, observa-se que, na resposta dos alunos que considera a maior chance de retirada de uma bola de cor vermelha, a qual se constitui em um argumento, o dado corresponde à quantidade superior de bolinhas vermelhas, a conclusão afirma a maior probabilidade de sua retirada e a garantia, ainda que não explicitada formalmente, fundamenta-se na relação entre frequência e chance em situações equiprováveis, apoiando-se em conhecimentos empíricos socialmente compartilhados sobre sorteios e comparações quantitativas, sem que sejam apresentados qualificadores ou possibilidades de refutação que problematizem o argumento exposto.

Na continuidade do desenvolvimento do conteúdo, percebe-se a passagem do raciocínio inicialmente intuitivo para sua formalização conceitual, momento em que o texto define probabilidade como a razão entre o número de casos favoráveis e o total de

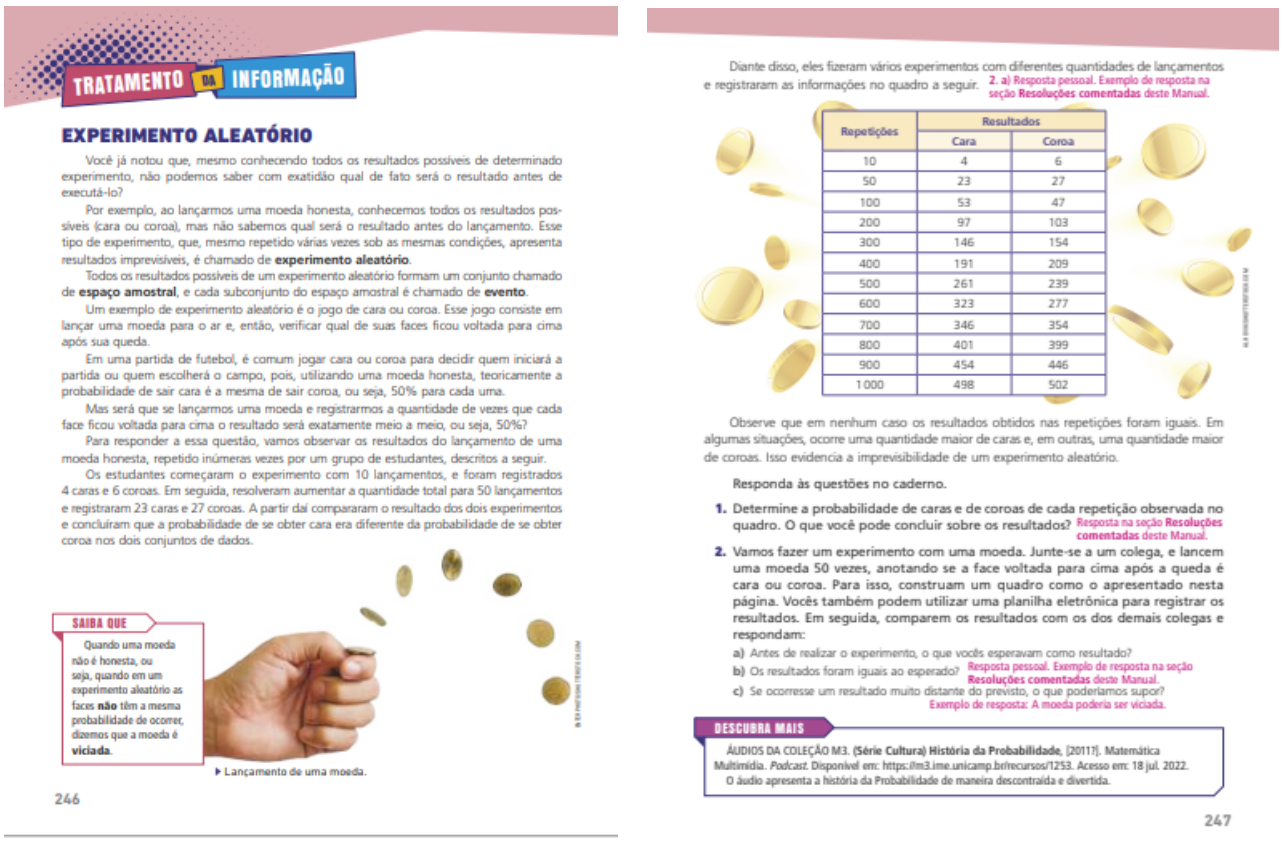
possibilidades do experimento considerado, promovendo o deslocamento do argumento do âmbito do senso comum para o domínio do conhecimento matemático escolar sistematizado. Apoiado na proposta do modelo argumentativo de Toulmin, observa-se que essa definição explicita a garantia que sustenta a conclusão anteriormente construída, uma vez que o cálculo da probabilidade da bolinha amarela, acompanhado da simplificação da fração e de sua conversão em número decimal e porcentagem, organiza de maneira detalhada o procedimento e consolida uma estrutura argumentativa em que dado, garantia e conclusão passam a assumir configuração estável e normativamente orientada no interior da explicação apresentada.

No encadeamento didático subsequente, a aplicação do mesmo procedimento às bolinhas azuis e vermelhas reafirma a regularidade estrutural do argumento e reforça a compreensão da garantia como regra geral válida para eventos simples em espaços amostrais equiprováveis, ampliando gradativamente o alcance conceitual da definição introduzida. Conforme assinala Sales (2011), tal organização privilegia a argumentação explicativa, centrada na clareza da regra e na linearidade do encadeamento lógico, o que se evidencia também quando o texto afirma que a probabilidade máxima é igual a um ou a cem por cento e, ao somar as probabilidades das três cores, obtém-se o total de cem por cento, mobilizando implicitamente o princípio da soma das probabilidades de eventos mutuamente exclusivos e exaustivos, ainda que esse fundamento não seja explicitamente nomeado como respaldo teórico.

Sob uma perspectiva analítica de caráter mais crítico, constata-se que a construção argumentativa apresentada neste momento mantém-se linear e intensamente conduzida pelo próprio texto, uma vez que os exercícios propostos na seção Atividades (Figura 245) concentram-se na identificação de dados explicitamente fornecidos e na aplicação direta da garantia já institucionalizada, conduzindo os estudantes à obtenção de conclusões numéricas previamente delimitadas pelo modelo resolutivo exemplificado. Sob o prisma das categorias de argumentação discutidas por Salles, observa-se a predominância de tarefas que reforçam a argumentação explicativa, com praticamente ausência de exigência de elaboração discursiva autônoma por parte do estudante, enquanto modalidades como a argumentação justificatória racional, fundamentada em propriedades conceituais, a empírica, apoiada em dados observáveis, ou a generalizadora, que extrapola o caso específico analisado, permanecem não exploradas, o que indica que, embora a estrutura argumentativa esteja formalmente presente, sua produção efetiva é majoritariamente modelada pelo livro.

Em movimento de ampliação conceitual, o texto introduz a seção Tratamento da Informação: Experimento aleatório, promovendo uma inflexão na abordagem ao

problematizar a previsibilidade dos resultados mesmo quando todas as possibilidades são conhecidas, o que reabre espaço para questionamentos de natureza conceitual no interior da sequência didática. Considerando o modelo argumentativo de Toulmin, a definição de experimento aleatório organiza-se a partir da repetição de um procedimento sob as mesmas condições como dado, da imprevisibilidade do resultado individual como conclusão e da compreensão da natureza probabilística do fenômeno como garantia, sendo o respaldo sustentado pelo arcabouço teórico da Probabilidade escolar, o que evidencia a manutenção de uma estrutura argumentativa formalmente coerente, ainda que fortemente orientada pelo discurso expositivo do material.



TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

EXPERIMENTO ALEATÓRIO

Você já notou que, mesmo conhecendo todos os resultados possíveis de determinado experimento, não podemos saber com exatidão qual de fato será o resultado antes de executá-lo?

Por exemplo, ao lançarmos uma moeda honesta, conhecemos todos os resultados possíveis (cara ou coroa), mas não sabemos qual será o resultado antes do lançamento. Esse tipo de experimento, que, mesmo repetido várias vezes sob as mesmas condições, apresenta resultados imprevisíveis, é chamado de **experimento aleatório**.

Todos os resultados possíveis de um experimento aleatório formam um conjunto chamado de **espaço amostral**, e cada subconjunto do espaço amostral é chamado de **evento**.

Um exemplo de experimento aleatório é o jogo de cara ou coroa. Esse jogo consiste em lançar uma moeda para o ar e, então, verificar qual de suas faces ficou voltada para cima após sua queda.

Em uma partida de futebol, é comum jogar cara ou coroa para decidir quem iniciará a partida ou quem escolherá o campo, pois, utilizando uma moeda honesta, teoricamente a probabilidade de sair cara é a mesma de sair coroa, ou seja, 50% para cada uma.

Mas será que se lançarmos uma moeda e registrarmos a quantidade de vezes que cada face ficou voltada para cima o resultado será exatamente meio a meio, ou seja, 50%?

Para responder a essa questão, vamos observar os resultados do lançamento de uma moeda honesta, repetido inúmeras vezes por um grupo de estudantes, descritos a seguir.

Os estudantes começaram o experimento com 10 lançamentos, e foram registrados 4 caras e 6 coroas. Em seguida, resolveram aumentar a quantidade total para 50 lançamentos e registraram 23 caras e 27 coroas. A partir daí compararam o resultado dos dois experimentos e concluíram que a probabilidade de se obter cara era diferente da probabilidade de se obter coroa nos dois conjuntos de dados.

SAIBA QUE

Quando uma moeda não é honesta, ou seja, quando em um experimento aleatório as faces **não** têm a mesma probabilidade de ocorrer, dizemos que a moeda é **viciada**.

▸ Lançamento de uma moeda.

246

Diante disso, eles fizeram vários experimentos com diferentes quantidades de lançamentos e registraram as informações no quadro a seguir. 2. a) Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.

Repetições	Resultados	
	Cara	Coroa
10	4	6
50	23	27
100	53	47
200	97	103
300	146	154
400	191	209
500	261	239
600	323	277
700	346	354
800	401	399
900	454	446
1 000	498	502

Observe que em nenhum caso os resultados obtidos nas repetições foram iguais. Em algumas situações, ocorre uma quantidade maior de caras e, em outras, uma quantidade maior de coroas. Isso evidencia a imprevisibilidade de um experimento aleatório.

Responda às questões no caderno.

1. Determine a probabilidade de caras e de coroas de cada repetição observada no quadro. O que você pode concluir sobre os resultados? Resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.
2. Vamos fazer um experimento com uma moeda. Junte-se a um colega, e lancem uma moeda 50 vezes, anotando se a face voltada para cima após a queda é cara ou coroa. Para isso, construam um quadro como o apresentado nesta página. Vocês também podem utilizar uma planilha eletrônica para registrar os resultados. Em seguida, comparem os resultados com os dos demais colegas e respondam:
   a) Antes de realizar o experimento, o que vocês esperavam como resultado?
   b) Os resultados foram iguais ao esperado? Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.
   c) Se ocorresse um resultado muito distante do previsto, o que poderíamos supor? Exemplo de resposta: A moeda poderia ser viciada.

DESCUBRA MAIS

ÁUDIOS DA COLEÇÃO M3. **(Série Cultura) História da Probabilidade**. [2011?]. Matemática Multimídia. *Podcast*. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1253. Acesso em: 18 jul. 2022. O áudio apresenta a história da Probabilidade de maneira descontraída e divertida.

247

Figura 16 – Página 246 e 247 no livro didático do sétimo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Ao avançar na problematização do conceito de probabilidade, o material apresenta registros empíricos correspondentes a dez e cinquenta lançamentos de uma moeda, tensionando a expectativa inicial de equiprobabilidade imediatamente verificável e conduzindo os estudantes a comparar conjuntos de dados cujas frequências aparentam diferenças perceptíveis.

No prosseguimento da discussão, a ampliação do quadro de lançamentos até mil repetições reorganiza o foco da análise ao deslocar a atenção para a relação entre frequência observada e probabilidade teórica, oferecendo uma base empírica mais consistente para sustentar uma conclusão interpretativa segundo a qual, embora os resultados individuais permaneçam imprevisíveis, verifica-se aproximação progressiva entre as frequências de cara e coroa com o aumento do número de experimentações. Nesse enquadramento, os dados correspondem às frequências registradas, a conclusão refere-se à coexistência entre imprevisibilidade individual e regularidade coletiva, a garantia fundamenta-se no princípio da estabilização das frequências relativas e o respaldo teórico vincula-se ao que a literatura probabilística reconhece como Lei dos Grandes Números, ainda que tal referência não seja explicitamente desenvolvida no texto didático.

No desdobramento das propostas didáticas do capítulo, as atividades ampliam em alguma medida o espaço para diferentes formas de argumentação justificatória ao solicitarem o cálculo das probabilidades em sucessivas repetições, a formulação de conclusões interpretativas, o questionamento de expectativas prévias e a análise de possíveis desvios significativos, bem como a comparação entre resultados obtidos por diferentes grupos de estudantes, o que demanda a explicitação de razões que sustentem as respostas apresentadas. Vale ressaltar, todavia, que estruturalmente as questões não trazem uma demanda explícita por argumentação, o que se evidenciaria com a utilização de termos e expressões tais como: Por quê, justifique sua resposta e outros similares.

Entretanto, à luz das categorias discutidas por Sales (2011), tais encaminhamentos indicam a presença de situações que podem favorecer a argumentação justificatória de base empírica e racional, entretanto a ausência de orientações explícitas para a realização de discussões coletivas e para a definição de critérios de validação das conclusões limita a consolidação de práticas argumentativas mais complexas, de modo que o potencial dialógico sugerido pelo conjunto das tarefas permanece condicionado à mediação docente capaz de transformar cálculos e observações em debate estruturado.

Capítulo 03

A seção “Medidas em Estatística”, localizada na página 248, inicia a abordagem do conteúdo por meio de um breve trecho introdutório que antecede a apresentação dos conceitos de medidas de tendência central. Nesse momento, o texto afirma que a Estatística utiliza diferentes medidas para investigar características de um conjunto de dados observados em

determinado estudo, destacando a média aritmética como uma das mais conhecidas e utilizadas no cotidiano. Tal passagem cumpre a função de introduzir o tema que será desenvolvido ao longo da seção, configurando-se como um preâmbulo para a exposição conceitual subsequente. Assim, nesse estágio inicial do texto, não se identifica a presença de uma estrutura argumentativa propriamente dita, uma vez que a afirmação apresentada não é acompanhada, nesse ponto, de dados, justificativas ou exemplos que a sustentem.

A explicitação e a contextualização dessa ideia ocorrem posteriormente, quando o livro passa a mobilizar situações exemplificadoras — como o caso dos jogadores de basquete — utilizadas como recurso didático para ilustrar e discutir os conceitos de medidas de tendência central, contribuindo para tornar mais compreensíveis as ideias inicialmente apresentadas. Desse modo, observa-se uma organização didática em que a introdução do tema antecede a apresentação conceitual e a posterior exemplificação, estruturando progressivamente a abordagem do conteúdo na seção.

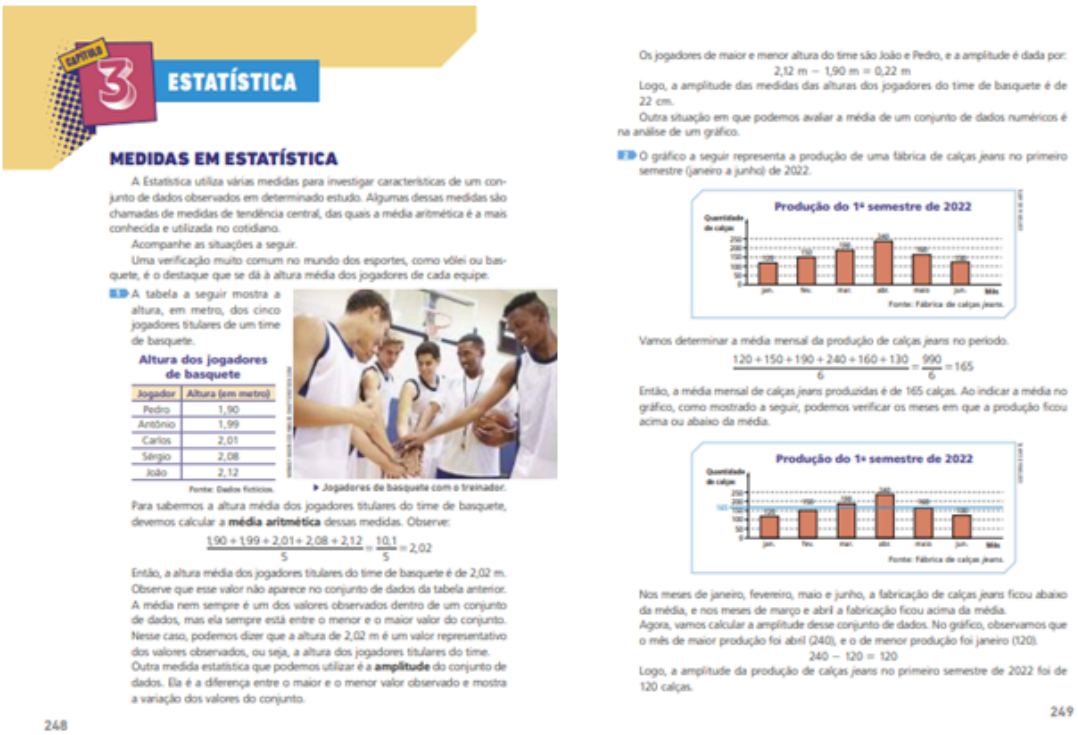
Ainda na página 248, a situação envolvendo a média da altura de jogadores de uma equipe de basquete possibilita a organização do conteúdo em torno de um exemplo contextualizado que conduz ao cálculo da média como procedimento modelar. O conjunto das alturas dos jogadores funciona como dado, a regra da soma (no caso, as alturas dos jogadores) dividida pelo número de observações (no caso, o número de jogadores) constitui a garantia e o valor obtido representa a conclusão, compondo estrutura argumentativa completa, porém fechada, uma vez que não se solicitam justificativas alternativas nem se exploram limites da representatividade da medida. A situação que serve de contexto para a apresentação dos conteúdos não foi problematizada.

Embora o texto mencione que a média pode não coincidir com nenhum dos valores observados e que se situa entre o menor e o maior elemento do conjunto, tais propriedades são apresentadas como verdades universais, sem demonstração ou convite à investigação, restringindo a participação discente à compreensão do algoritmo, o que revela baixo potencial de fomento à argumentação no sentido dialógico e problematizador.

A introdução da amplitude na mesma página amplia o repertório conceitual ao acrescentar medida de dispersão definida como diferença entre valores extremos, mantendo estrutura discursiva centrada na consolidação terminológica e procedimental. Conforme o esquema de Toulmin, os valores máximo e mínimo assumem a função de dados, a subtração corresponde à garantia operacional e o resultado configura a conclusão legitimada pelo respaldo da teoria estatística, reiterando abordagem normativa que privilegia estabilidade conceitual. Ainda que se reconheça a utilidade da amplitude para comparar conjuntos

distintos, não se discutem limitações decorrentes de sua dependência exclusiva dos extremos, o que impediria o estudante de confrontar hipóteses ou analisar situações em que a medida se mostra insuficiente, mantendo-se, portanto, reduzida abertura à construção autônoma de argumentos.

Na página 249, o trabalho com gráficos introduz deslocamento metodológico relevante ao articular cálculo de média e amplitude à leitura de representações visuais, especialmente no exemplo da produção semestral de uma fábrica. O gráfico passa a constituir dado empírico que sustenta conclusões interpretativas acerca de meses acima ou abaixo da média, mobilizando garantia baseada na comparação entre valores e respaldo ancorado na função analítica da média como parâmetro de referência, configurando argumentação justificatória, nos termos de Sales (2011). Ainda assim, a mediação permanece conduzida pelo livro, que orienta a leitura esperada sem propor controvérsias ou questionamentos sobre a adequação da média como único critério de avaliação, de modo que a abertura argumentativa ocorre de forma limitada e controlada.



CAPÍTULO 3 ESTATÍSTICA

MEDIDAS EM ESTATÍSTICA

A Estatística utiliza várias medidas para investigar características de um conjunto de dados observados em determinado estudo. Algumas dessas medidas são chamadas de medidas de tendência central, das quais a média aritmética é a mais conhecida e utilizada no cotidiano.

Acompanhe as situações a seguir.

Uma verificação muito comum no mundo dos esportes, como vôlei ou basquete, é o destaque que se dá à altura média dos jogadores de cada equipe.

A tabela a seguir mostra a altura, em metro, dos cinco jogadores titulares de um time de basquete.

Altura dos jogadores de basquete

Jogador	Altura (em metro)
Pedro	1,90
Antônio	1,99
Carlos	2,01
Sérgio	2,08
João	2,12

Fonte: Dados fictícios.

Jogadores de basquete com o treinador.

Para sabermos a altura média dos jogadores titulares do time de basquete, devemos calcular a **média aritmética** dessas medidas. Observe:

$$\frac{1,90 + 1,99 + 2,01 + 2,08 + 2,12}{5} = \frac{10,1}{5} = 2,02$$

Então, a altura média dos jogadores titulares do time de basquete é de 2,02 m. Observe que esse valor não aparece no conjunto de dados da tabela anterior.

A média nem sempre é um dos valores observados dentro de um conjunto de dados, mas ela sempre está entre o menor e o maior valor do conjunto. Nesse caso, podemos dizer que a altura de 2,02 m é um valor representativo dos valores observados, ou seja, a altura dos jogadores titulares do time.

Outra medida estatística que podemos utilizar é a **amplitude** do conjunto de dados. Ela é a diferença entre o maior e o menor valor observado e mostra a variação dos valores do conjunto.

248

Os jogadores de maior e menor altura do time são João e Pedro, e a amplitude é dada por:

$2,12\text{ m} - 1,90\text{ m} = 0,22\text{ m}$

Logo, a amplitude das medidas das alturas dos jogadores do time de basquete é de 22 cm.

Outra situação em que podemos avaliar a média de um conjunto de dados numéricos é na análise de um gráfico.

O gráfico a seguir representa a produção de uma fábrica de calças *jeans* no primeiro semestre (janeiro a junho) de 2022.

Produção do 1º semestre de 2022

Fonte: Fábrica de calças *jeans*.

Vamos determinar a média mensal da produção de calças *jeans* no período.

$$\frac{120 + 150 + 190 + 240 + 160 + 130}{6} = \frac{990}{6} = 165$$

Então, a média mensal de calças *jeans* produzidas é de 165 calças. Ao indicar a média no gráfico, como mostrado a seguir, podemos verificar os meses em que a produção ficou acima ou abaixo da média.

Produção do 1º semestre de 2022

Fonte: Fábrica de calças *jeans*.

Nos meses de janeiro, fevereiro, maio e junho, a fabricação de calças *jeans* ficou abaixo da média, e nos meses de março e abril a fabricação ficou acima da média.

Agora, vamos calcular a amplitude desse conjunto de dados. No gráfico, observamos que o mês de maior produção foi abril (240), e o de menor produção foi janeiro (120).

$240 - 120 = 120$

Logo, a amplitude da produção de calças *jeans* no primeiro semestre de 2022 foi de 120 calças.

249

Figura 17 – Página 248 e 249 no livro didático do sétimo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

O detalhamento do cálculo da média mensal da produção e a posterior indicação desse valor no gráfico reforçam a estrutura Dado, Garantia e Conclusão, consolidando procedimento algorítmico como eixo organizador da aprendizagem na página 249. Embora a comparação

visual entre meses e média favoreça interpretações fundamentadas nos dados, não se observam qualificadores que relativizem conclusões nem refutações que explorem possíveis distorções provocadas por valores atípicos, o que restringe o debate conceitual. Assim, o potencial argumentativo depende da iniciativa do professor em ampliar discussões, pois o material, por si só, prioriza aplicação correta da regra em detrimento da problematização, mantendo predominância de argumentação explicativa com inserções pontuais de justificativa baseada em evidências, gráficas.

A página 250 marca transição para seção de atividades, deslocando o foco da exposição para a aplicação pelos estudantes, especialmente em tarefas que envolvem cálculo de média a partir de gráficos de consumo de água. Nessa configuração, os dados são extraídos das representações visuais e a conclusão corresponde ao valor médio obtido mediante aplicação da definição formal, tendo como garantia a regra matemática institucionalizada e como respaldo a legitimidade da Estatística escolar, estrutura que exige reconstrução argumentativa pelo aluno. Contudo, quando as questões se limitam à execução do algoritmo sem solicitar explicitação de critérios ou comparação entre alternativas, o exercício não necessariamente fomenta argumentação no sentido discursivo, pois pode ser resolvido de forma mecânica, sem necessidade de justificar escolhas ou defender interpretações.

A atividade que demanda cálculo do consumo médio diário a partir da média mensal demanda encadeamento lógico mais complexo, na medida em que a conclusão anterior passa a funcionar como dado para nova inferência baseada em proporcionalidade. Esse encadeamento potencializa argumentação justificatória racional, pois o estudante precisa articular duas regras matemáticas e compreender a relação entre grandezas, ainda que o livro não explicite critérios de validação além da correção numérica. A ampliação do raciocínio sequencial representa avanço em relação à simples repetição de algoritmo, mas permanece circunscrita ao domínio operacional, não havendo questionamento sobre variabilidade dos meses ou pertinência da média como síntese adequada do consumo.

A situação referente à quantidade de refeições servidas ao longo de uma semana amplia o repertório ao exigir seleção criteriosa dos dados pertinentes, uma vez que apenas dias de funcionamento devem ser considerados no cálculo da média e da amplitude. Nesse caso, o dado envolve decisão interpretativa acerca do que integrar ao conjunto analisado, a conclusão corresponde aos valores obtidos e a garantia fundamenta-se nas definições formais das medidas, o que configura espaço mais promissor para argumentação justificatória, pois diferentes erros ou escolhas podem ser debatidos. Apesar disso, o material não explicita discussões sobre representatividade ou sobre possíveis leituras divergentes do gráfico,

limitando o aprofundamento crítico que caracterizaria uma concepção dialógica de argumentação.

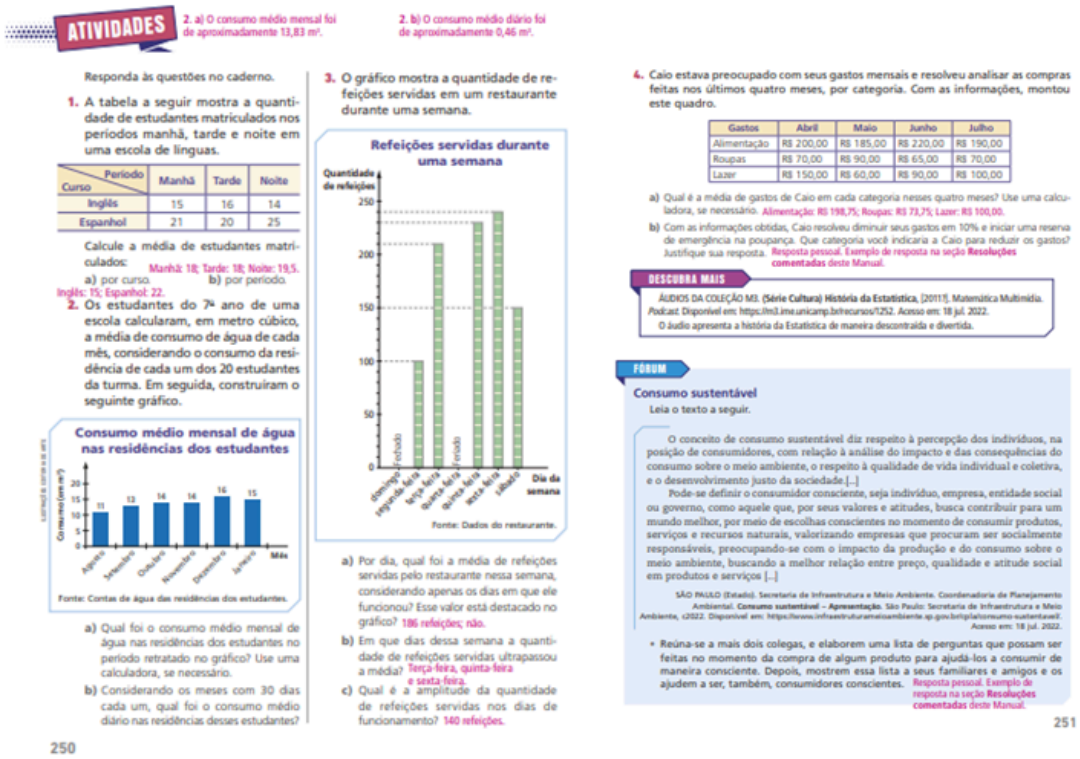


Figura 18 – Página 250 e 251 no livro didático do sétimo ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

A proposta de análise de gastos mensais por categorias, ainda na página 250, introduz tomada de decisão fundamentada na comparação de médias, aproximando o conteúdo estatístico de situações cotidianas. A conclusão acerca da categoria (alimentação, roupa ou lazer) a ser reduzida apoia-se no princípio de que maior gasto médio indica maior potencial de economia, tendo como dado os valores monetários organizados em tabela e como respaldo critérios de organização financeira, o que amplia a dimensão avaliativa da tarefa. Nesse contexto, abre-se espaço para diferentes justificativas coerentes, uma vez que o item “b” da questão solicita explicitamente que os estudantes justifiquem suas respostas. A variedade de repostas se amplia se os estudantes considerarem outros fatores além do maior valor numérico, embora o livro não explore explicitamente tais possibilidades, mantendo orientação relativamente dirigida.

Na página 252, ao introduzir os conceitos de população e amostra, o texto retoma abordagem definicional e organiza o conteúdo a partir da delimitação conceitual do campo

investigativo. A definição de população como conjunto de todos os elementos com característica de interesse pode ser compreendida, segundo Toulmin, como conclusão sustentada pela necessidade de delimitar o objeto de estudo, tendo como garantia a lógica classificatória e como respaldo a tradição metodológica da Estatística, configurando argumentação explicativa conforme tipologia de Sales (2011). Nesse momento, a abertura à argumentação discente é restrita, pois o foco recai na estabilização terminológica antes de qualquer problematização sobre vieses ou critérios de representatividade.

As situações ilustrativas envolvendo empresa farmacêutica e pesquisa sobre frequência escolar ampliam o escopo para aplicação dos conceitos, sugerindo inferências a partir de amostras. Embora o texto indique que não é necessário analisar todos os elementos para obter informações relevantes, não se discutem explicitamente critérios de seleção ou margem de erro, o que limita a compreensão das condições que regulam a validade das conclusões. A argumentação assume caráter justificatório implícito, mas permanece conduzida pelo material, sem propor controvérsias que demandem posicionamento fundamentado dos estudantes, reduzindo o potencial de desenvolvimento de argumentação crítica.

Após esta primeira seção de atividades, o livro passa ao conteúdo Pesquisa Estatística, na página 253, iniciando-se nova apresentação de conceitos. O texto se inicia com as definições entre população e amostra. Posteriormente apresenta a distinção entre pesquisa censitária e amostral, introduzindo elementos avaliativos ao mencionar custos e tempo envolvidos em levantamentos de grande porte. O dado referente ao número elevado de elementos sustenta a conclusão de que pesquisas censitárias demandam mais recursos, tendo como garantia a proporcionalidade entre quantidade e esforço investigativo e como respaldo a experiência prática de levantamentos populacionais. Ao reconhecer que a escolha da amostra deve obedecer a critérios rigorosos, o texto introduz qualificador que amplia a densidade argumentativa, ainda que não detalhe procedimentos como aleatoriedade, mantendo abordagem introdutória que sinaliza, mas não explora plenamente, condições de validade.



PESQUISA ESTATÍSTICA

População e amostra

Realizamos uma pesquisa estatística quando pretendemos estudar alguma característica de determinado conjunto de elementos, os quais podem ser pessoas, resultados, objetos etc. O conjunto de todos os elementos, que tem a característica do interesse da pesquisa, é chamado de **população**.

Quando temos muitos elementos na população que queremos estudar, podemos realizar a pesquisa utilizando uma **amostra** que represente essa população. Uma amostra é um subconjunto dos elementos da população.

Vamos observar duas situações que ilustram a diferença entre população e amostra.

1 Uma empresa farmacêutica é responsável pela produção de um medicamento vendido em cápsulas. O controle de qualidade dessa empresa precisa fazer uma pesquisa para verificar se as 10 000 cápsulas produzidas diariamente têm o mesmo tamanho.
Nessa situação, temos:
Objetivo da pesquisa: fazer o controle de qualidade da produção de um medicamento.
Característica pesquisada: tamanho das cápsulas de um medicamento.
População: 10 000 cápsulas do medicamento produzidas diariamente.
Amostra: 150 cápsulas do medicamento produzidas diariamente.

2 A prefeitura de um município quer saber se as crianças e os adolescentes, que são aproximadamente 1 000 pessoas, frequentariam as escolas nos fins de semana para usar o espaço de maneira recreativa (quadra e biblioteca).
Nessa situação, temos:
Objetivo da pesquisa: estudar a possibilidade de abrir as escolas nos fins de semana.
Característica pesquisada: intenção ou não de frequentar o espaço da escola de maneira recreativa nos fins de semana.
População: 1 000 pessoas, entre crianças e adolescentes, que moram no município.
Amostra: 30 pessoas, entre crianças e adolescentes, que moram no município.

252

Nas duas situações apresentadas, foi selecionada uma amostra para a realização da pesquisa. O objetivo da pesquisa é que vai ajudar a determinar a característica e a população a ser estudada.

Pesquisa censitária e amostral

Em Estatística, temos dois tipos de pesquisa: a censitária e a amostral.

Na pesquisa **censitária**, todos os elementos de determinada população são pesquisados. As pesquisas censitárias de grande porte, em geral, são mais demoradas, e há um custo maior em pesquisar todos os elementos da população de interesse.

SAIBA QUE

Um exemplo de pesquisa censitária de grande porte é o Censo Demográfico no Brasil, realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), que geralmente acontece a cada 10 anos e tem como objetivo constituir a principal fonte de referência para o conhecimento das condições de vida da população em todos os municípios do país.

Acompanhe a situação a seguir.

A prefeitura de um município deseja verificar a carteira de vacinação das crianças de até 6 anos de idade para realizar uma nova campanha de vacinação. Desse modo, será necessário analisar as carteiras de vacinação de todas essas crianças. Então, a prefeitura vai realizar uma pesquisa censitária para colher essas informações junto aos pais ou responsáveis.

Com essa pesquisa, a prefeitura saberá quais e quantas vacinas deverá aplicar nas crianças durante a campanha.

Criança tomando vacina contra covid-19. Guarani (MG), 2022.

Há casos em que não é possível observar toda a população de interesse, em geral por questões econômicas e prazos menores. Por exemplo, uma livraria pode não ter recursos financeiros suficientes para fazer uma pesquisa de opinião com todos os seus clientes, ou levaria muito tempo para ter os resultados. Para resolver essas dificuldades, existe a pesquisa **amostral**. Ela é feita com uma parte predeterminada da população de interesse.

Por outro lado, a escolha da amostra deve ser feita segundo critérios rigorosos para que o resultado da pesquisa represente, o mais próximo possível, a opinião ou característica de toda a população de interesse.

253

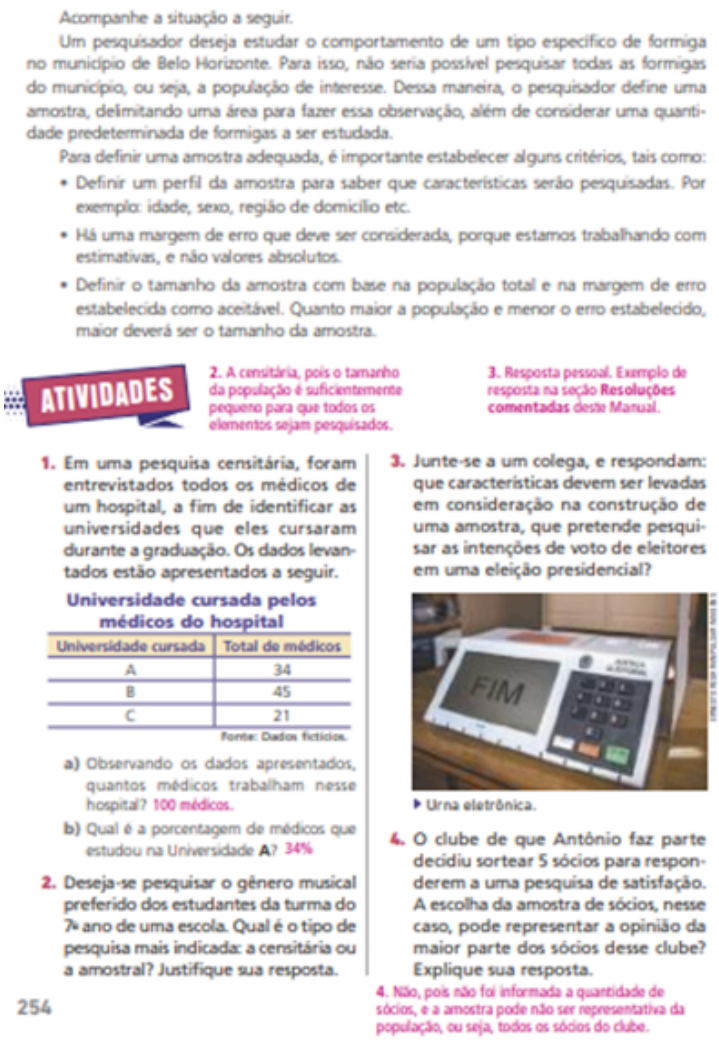
Figura 19 – Página 252 e 253 no livro didático do sétimo ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

As atividades propostas após a apresentação do conteúdo incluem questões que solicitam a classificação de pesquisas como censitárias ou amostrais, bem como o cálculo de porcentagens a partir de dados apresentados. Entre elas, observa-se que as questões 2 e 4 demandam explicitamente que os estudantes justifiquem ou expliquem suas respostas, o que evidencia a presença de uma solicitação direta de elaboração argumentativa. A questão 3, embora não traga essa exigência de forma explícita, também apresenta potencial para mobilizar processos argumentativos, uma vez que sua resolução pode envolver a explicitação do raciocínio adotado pelos estudantes.

Por outro lado, a questão 1 não solicita justificativa ou explicação, restringindo-se à apresentação da resposta. Dessa forma, a demanda por argumentação não se distribui de maneira homogênea entre as atividades, estando mais claramente presente nas questões em que o enunciado solicita explicitamente a explicação ou a justificativa das respostas. Entretanto, quando a resposta depende exclusivamente da identificação correta de conceito previamente apresentado, o espaço para debate é reduzido, já que há solução única e estabilizada. O potencial argumentativo amplia-se nas questões que pedem identificação de características relevantes para compor amostras representativas ou que problematizam

amostras muito pequenas, pois admitem múltiplas justificativas coerentes, favorecendo explicitação de critérios e confronto de ideias.

A inserção de temáticas socioculturais, como povos ribeirinhos, e a proposta de construção e comparação de gráficos por meio de planilha eletrônica ampliam o horizonte interdisciplinar e digital do conteúdo nas páginas 254 a 258. O gráfico construído a partir de dados regionais funciona como dado empírico visual que sustenta conclusões sobre maior concentração de municípios, tendo como garantia convenções de leitura gráfica e como respaldo a prática estatística consolidada. Quando o estudante é convidado a comparar gráfico de colunas e de barras, há abertura mais efetiva à argumentação justificatória natural, pois a resposta requer observação, descrição e fundamentação, ainda que dentro de parâmetros orientados.



Acompanhe a situação a seguir.

Um pesquisador deseja estudar o comportamento de um tipo específico de formiga no município de Belo Horizonte. Para isso, não seria possível pesquisar todas as formigas do município, ou seja, a população de interesse. Dessa maneira, o pesquisador define uma amostra, delimitando uma área para fazer essa observação, além de considerar uma quantidade predeterminada de formigas a ser estudada.

Para definir uma amostra adequada, é importante estabelecer alguns critérios, tais como:

- Definir um perfil da amostra para saber que características serão pesquisadas. Por exemplo: idade, sexo, região de domicílio etc.
- Há uma margem de erro que deve ser considerada, porque estamos trabalhando com estimativas, e não valores absolutos.
- Definir o tamanho da amostra com base na população total e na margem de erro estabelecida como aceitável. Quanto maior a população e menor o erro estabelecido, maior deverá ser o tamanho da amostra.

ATIVIDADES

2. A censitária, pois o tamanho da população é suficientemente pequeno para que todos os elementos sejam pesquisados.

3. Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.

1. Em uma pesquisa censitária, foram entrevistados todos os médicos de um hospital, a fim de identificar as universidades que eles cursaram durante a graduação. Os dados levantados estão apresentados a seguir.

Universidade cursada pelos médicos do hospital

Universidade cursada	Total de médicos
A	34
B	45
C	21

Fonte: Dados fictícios.

a) Observando os dados apresentados, quantos médicos trabalham nesse hospital? 100 médicos.

b) Qual é a porcentagem de médicos que estudou na Universidade **A**? 34%

2. Deseja-se pesquisar o gênero musical preferido dos estudantes da turma do 7º ano de uma escola. Qual é o tipo de pesquisa mais indicada: a censitária ou a amostral? Justifique sua resposta.

3. Junte-se a um colega, e respondam: que características devem ser levadas em consideração na construção de uma amostra, que pretende pesquisar as intenções de voto de eleitores em uma eleição presidencial?

▸ Urna eletrônica.

4. O clube de que Antônio faz parte decidiu sortear 5 sócios para responderem a uma pesquisa de satisfação. A escolha da amostra de sócios, nesse caso, pode representar a opinião da maior parte dos sócios desse clube? Explique sua resposta.

4. Não, pois não foi informada a quantidade de sócios, e a amostra pode não ser representativa da população, ou seja, todos os sócios do clube.

254

Figura 20 – Página 254 no livro didático do sétimo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Nas páginas 258 e 259, as questões aplicadas, especialmente aquelas que envolvem distribuição de funcionários com base na média de casos de dengue e realização de pesquisa estatística em grupo, consolidam percurso formativo ao articular cálculo, interpretação e tomada de decisão. A regra de alocação definida pela prefeitura funciona como garantia que sustenta conclusão sobre número total de funcionários, exigindo do estudante comparação entre valores e média, o que caracteriza argumentação justificatória operacional. A proposta de pesquisa em grupo apresenta maior potencial de abertura argumentativa, pois demanda escolha de tema, definição metodológica, coleta e análise de dados, criando condições para produção discursiva mais autônoma, desde que o processo inclua momentos de socialização e debate, condição essencial para que a argumentação ultrapasse aplicação de procedimentos e se configure como prática reflexiva e crítica.

4.4 O livro didático de Matemática do 8º ano

No volume do 8º ano da coleção *A Conquista da Matemática* (PNLD 2024), a Unidade 7 reúne os conteúdos de Contagem, Probabilidade e Estatística em um bloco contínuo, o que permite observar com maior clareza a organização interna do ensino desses temas. Nesse contexto, as páginas 214 e 215 inserem-se no momento inicial do trabalho com o Princípio Fundamental da Contagem, em uma seção que combina exposição de conteúdo com exemplos resolvidos, seguidos de questões propostas aos estudantes. A problemática abordada gira em torno de situações de escolha e organização de possibilidades, como, por exemplo, a seleção de pessoas para ocupar funções distintas — como representante e suplente de uma turma —, em que a ordem das escolhas interfere no resultado.

Inicialmente, o conteúdo é apresentado de forma explicativa, com a introdução da regra multiplicativa como estratégia para determinar o número de possibilidades. Em seguida, os exemplos resolvidos demonstram a aplicação dessa regra em situações específicas, explicitando passo a passo o raciocínio utilizado. Já nas atividades propostas, os estudantes são convidados a aplicar o mesmo procedimento em contextos semelhantes, o que evidencia uma condução bastante orientada. Quando se afirma que há pouca abertura para alternativas de interpretação, refere-se ao fato de que tanto os exemplos quanto as questões direcionam o estudante a um único caminho de resolução, baseado na aplicação direta da regra, sem explorar diferentes formas de pensar o problema ou discutir as condições que justificam seu uso.

À perspectiva do modelo de Toulmin, observa-se que os dados são fornecidos diretamente nos enunciados (quantidade de opções disponíveis), e as conclusões são obtidas pela aplicação da multiplicação, tendo como garantia a própria regra combinatória apresentada. O respaldo, nesse caso, está no caráter formal do procedimento matemático ensinado. Ainda que haja validação do conceito por meio dos exemplos resolvidos, essa validação permanece no âmbito técnico, com pouca problematização sobre as condições de aplicação da regra, como a independência entre escolhas ou a influência da ordem, que aparece apenas como uma variação operacional, e não como objeto de discussão mais aprofundada.

Ainda dentro do recorte inicial do capítulo, a presença de representações como árvore de possibilidades, trabalhada na página 214, desempenha função predominantemente explicativa, pois torna visível a composição do espaço de combinações antes da formalização algébrica. A tipologia de Salles (2011) permite interpretar esse recurso como mediação para reduzir o salto entre compreensão intuitiva e validação formal, já que o diagrama organiza a informação e antecipa o raciocínio, enquanto o cálculo consolida a regra como critério definitivo de correção. O ponto analítico mais importante não é a repetição do mesmo produto numérico, mas a forma como o texto articula dois regimes de inteligibilidade: um regime de visualização, que favorece compreensão do processo, e um regime de regra, que encerra a discussão ao fixar a resposta correta. A combinação é eficaz para automatização do princípio, mas tende a limitar a emergência de justificativas alternativas, pois o percurso é guiado para uma única forma legítima de validação.

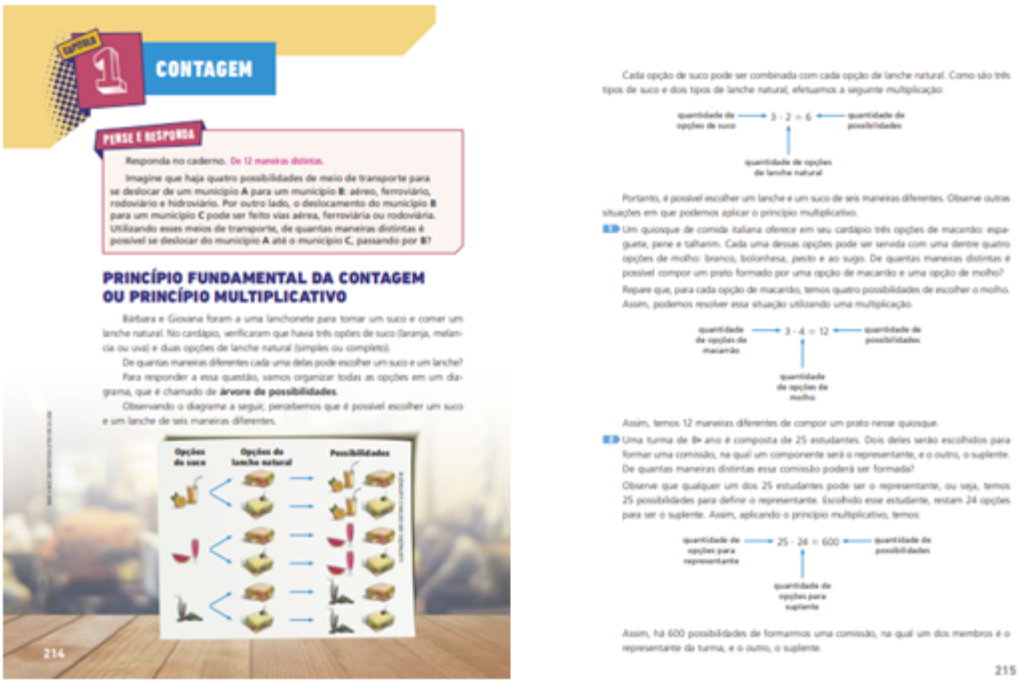


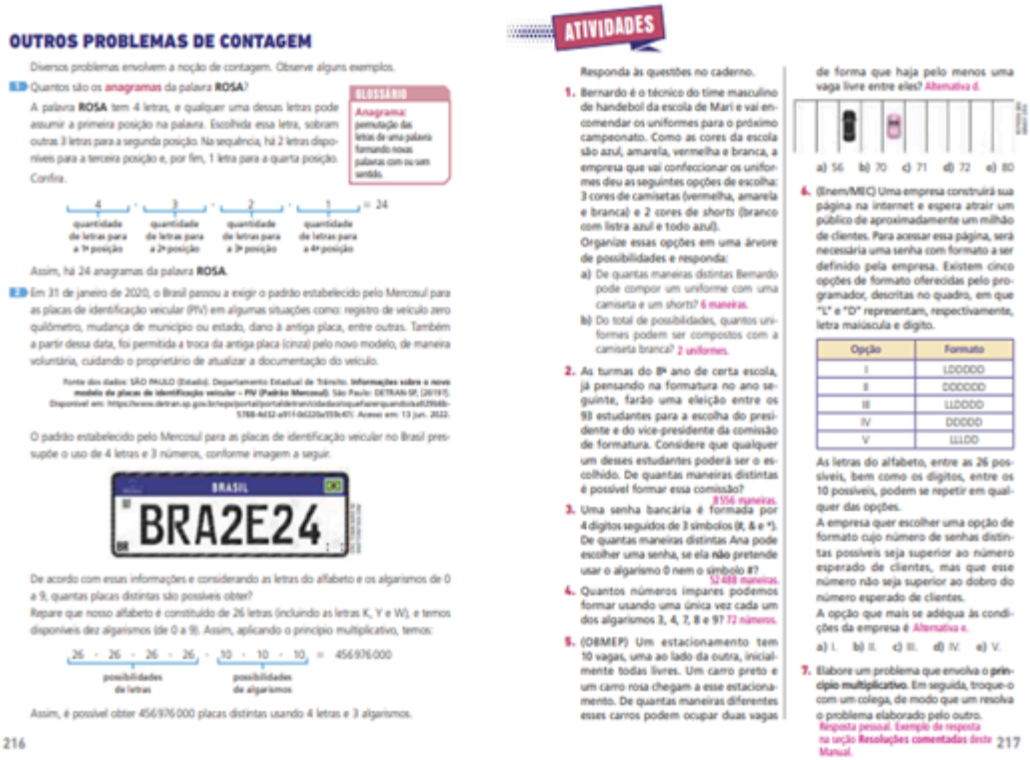
Figura 21 – Página 214 e 215 no livro didático do oitavo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

A progressão do Capítulo 1 se fortalece quando, na página 216, surgem contextos que exigem maior atenção à estrutura do problema, como anagramas e composições em grande escala, ainda que a solução permaneça sustentada pela mesma garantia multiplicativa. Em termos de Toulmin, o ganho não está em alterar a conclusão ou o tipo de garantia, mas em explicitar que as possibilidades se reduzem a cada posição preenchida, o que densifica o raciocínio ao exigir controle de dependência entre etapas. O exemplo das placas veiculares, também na página 216, amplia o alcance do princípio ao admitir repetição, mostrando que a regra continua operando sob outra condição de contagem, e isso reforça a potência modeladora do procedimento para situações de escala social. Mesmo assim, permanece ausente a problematização de restrições reais, o que impediria tratar o total teórico como descrição direta do mundo, e esse silêncio mantém o capítulo mais voltado à formalização do que à crítica da modelagem.

O conjunto de atividades reunidas na página 217 consolida a ênfase na execução de regras e evidencia um padrão de repetição estrutural que favorece automatização do método, ao fornecer dados completos e solicitar apenas o total de possibilidades. Para Salles (2011), predomina uma justificatória racional de baixa discursividade, pois a validação ocorre por conformidade ao procedimento e a resposta costuma ser numérica, com pouco espaço para

argumentação em linguagem natural. As questões com restrições, como formação de números ímpares sem repetição ou estacionamento com condição espacial, acrescentam complexidade estratégica, mas não alteram o tipo de validação, já que a regra segue funcionando como garantia única após a organização do caso. O elemento mais formativo aparece quando o estudante deve comparar o resultado obtido a um critério externo, como em itens associados ao Enem, pois isso exige interpretar o número e não apenas produzi-lo, ainda que a interpretação seja guiada por um intervalo predefinido.



OUTROS PROBLEMAS DE CONTAGEM

Diversos problemas envolvem a noção de contagem. Observe alguns exemplos.

Quantos são os anagramas da palavra ROSA?

A palavra ROSA tem 4 letras, e qualquer uma dessas letras pode assumir a primeira posição na palavra. Escolhida essa letra, sobram outras 3 letras para a segunda posição. Na sequência, há 2 letras disponíveis para a terceira posição e, por fim, 1 letra para a quarta posição. Confira.

4 · 3 · 2 · 1 = 24

quantidade de letras para a 1ª posição · quantidade de letras para a 2ª posição · quantidade de letras para a 3ª posição · quantidade de letras para a 4ª posição

Assim, há 24 anagramas da palavra ROSA.

GLOSSÁRIO
Anagrama: permutação das letras de uma palavra formando novas palavras com ou sem sentido.

Em 31 de janeiro de 2020, o Brasil passou a exigir o padrão estabelecido pelo Mercosul para as placas de identificação veicular (PIV) em algumas situações como: registro de veículo zero quilômetro, mudança de município ou estado, dano à antiga placa, entre outras. Também a partir dessa data, foi permitida a troca da antiga placa (cinza) pelo novo modelo, de maneira voluntária, cuidando o proprietário de atualizar a documentação do veículo.

Fonte dos dados: SÃO PAULO (Estado). Departamento Estadual de Trânsito. Informações sobre o novo modelo de placas de identificação veicular – PIV (Padrão Mercosul). São Paulo: DETRAN-SP, [2019?]. Disponível em: https://www.detran.sp.gov.br/wps/portal/portaldetran/cidadao/oquefazerquando/placa2018/b5788-4632-a911-0d220e939c47?. Acesso em: 13 jun. 2022.

O padrão estabelecido pelo Mercosul para as placas de identificação veicular no Brasil pressupõe o uso de 4 letras e 3 números, conforme imagem a seguir.

De acordo com essas informações e considerando as letras do alfabeto e os algarismos de 0 a 9, quantas placas distintas são possíveis obter?

Repare que nosso alfabeto é constituído de 26 letras (incluindo as letras K, Y e W), e temos disponíveis dez algarismos (de 0 a 9). Assim, aplicando o princípio multiplicativo, temos:

26 · 26 · 26 · 26 · 10 · 10 · 10 = 456 976 000

possibilidades de letras · possibilidades de algarismos

Assim, é possível obter 456 976 000 placas distintas usando 4 letras e 3 algarismos.

216

ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

1. Bernardo é o técnico do time masculino de handebol da escola de Mari e vai encomendar os uniformes para o próximo campeonato. Como as cores da escola são azul, amarela, vermelha e branca, a empresa que vai confeccionar os uniformes deu as seguintes opções de escolha: 3 cores de camisetas (vermelha, amarela e branca) e 2 cores de shorts (branco com listra azul e todo azul).
Organize essas opções em uma árvore de possibilidades e responda:
a) De quantas maneiras distintas Bernardo pode compor um uniforme com uma camiseta e um shorts? 6 maneiras.
b) Do total de possibilidades, quantos uniformes podem ser compostos com a camiseta branca? 2 uniformes.

2. As turmas do 8º ano de certa escola, já pensando na formatura no ano seguinte, farão uma eleição entre os 93 estudantes para a escolha do presidente e do vice-presidente da comissão de formatura. Considere que qualquer um desses estudantes poderá ser o escolhido. De quantas maneiras distintas é possível formar essa comissão? 8 556 maneiras.

3. Uma senha bancária é formada por 4 dígitos seguidos de 3 símbolos (#, & e *). De quantas maneiras distintas Ana pode escolher uma senha, se ela não pretende usar o algarismo 0 nem o símbolo #? 52 488 maneiras.

4. Quantos números ímpares podemos formar usando uma única vez cada um dos algarismos 3, 4, 7, 8 e 9? 72 números.

5. (OBMEP) Um estacionamento tem 10 vagas, uma ao lado da outra, inicialmente todas livres. Um carro preto e um carro rosa chegam a esse estacionamento. De quantas maneiras diferentes esses carros podem ocupar duas vagas de forma que haja pelo menos uma vaga livre entre eles? Alternativa d.

a) 56 b) 70 c) 71 d) 72 e) 80

6. (Enem/MEC) Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que "L" e "D" representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções.
A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes.
A opção que mais se adéqua às condições da empresa é Alternativa e.
a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

7. Elabore um problema que envolva o princípio multiplicativo. Em seguida, troque-o com um colega, de modo que um resolva o problema elaborado pelo outro.
Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção Resoluções comentadas deste Manual.

217

Figura 22 – Página 216 e 217 no livro didático do oitavo ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

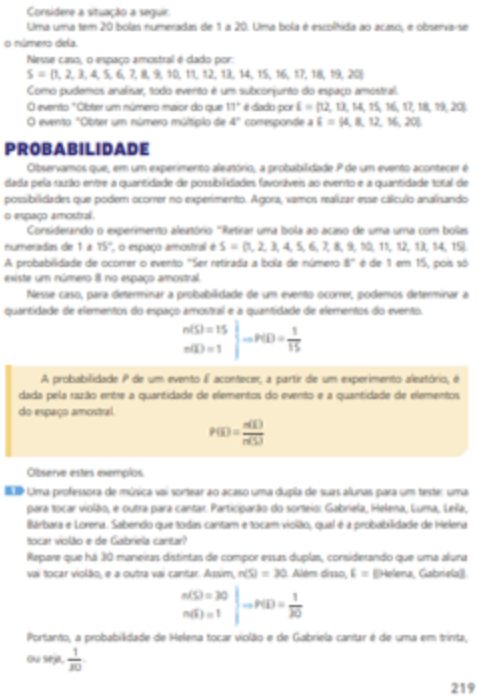
Ao encerrar o Capítulo 1, o que se observa no bloco 214 a 217 é a construção de um contrato didático em que a correção depende do uso correto de uma regra formal, com pouca presença de qualificadores ou refutações. O modelo de Toulmin ajuda a mostrar que os dados vêm quase sempre prontos, a garantia é estável e o respaldo se mantém na Análise Combinatória escolarizada, o que produz coerência interna e segurança procedimental. O custo pedagógico desse desenho é a redução de momentos em que o estudante justificaria escolhas de modelagem, por exemplo, discutindo quando a independência entre etapas é uma suposição plausível ou quando a contagem deveria considerar restrições implícitas. A

unidade, portanto, reforça a dimensão operacional da argumentação matemática, e essa ênfase pode ser produtiva para a base técnica, mas tende a atrasar a emergência de uma postura crítica diante de problemas de contagem em situações reais.

Capítulo 2

Com o início do Capítulo 2, de Probabilidade, sinalizado no segmento que inclui a página 218, a narrativa desloca o foco do cálculo combinatório para a estabilização de um vocabulário formal, centrado em experimento aleatório, espaço amostral e evento. A leitura por Salles (2011) indica predominância explicativa nessa etapa, pois as definições são apresentadas como referência institucional e os exemplos funcionam mais como ilustração do que como material para debate de hipóteses. O que se aprende, sobretudo, é um modo de nomear e classificar situações, o que favorece a entrada no campo, mas reduz a exigência de justificar por que determinado recorte do espaço amostral é adequado para representar a experiência descrita. Esse caráter organizacional é importante para a continuidade do capítulo, pois prepara a passagem do plano definicional ao plano do cálculo, mas já estabelece uma tendência: a validade costuma ser atribuída à definição aceita, não a uma discussão sobre limites do modelo.

O bloco que inclui a página 219 marca a transição mais nítida para o cálculo probabilístico, quando a probabilidade passa a ser apresentada como razão entre casos favoráveis e casos possíveis, sustentada pela hipótese de equiprobabilidade. No esquema de Toulmin, n(E) e n(S) tornam-se dados estruturantes, a conclusão é o quociente, a garantia depende da aceitação de que os resultados têm a mesma chance, e o respaldo repousa na probabilidade clássica escolar. Analiticamente, o ponto crucial não é o cálculo em si, mas o efeito didático de naturalizar que probabilidade é sempre contagem e divisão, o que fortalece técnica e padroniza o raciocínio, porém tende a enfraquecer a discussão sobre quando a equiprobabilidade é uma suposição justificável. A situação em que funções são distintas, como no exemplo da professora de música ainda nesse bloco, reaproxima o capítulo do raciocínio combinatório, mostrando que determinar n(S) é parte central da garantia, e não apenas aplicar a fórmula.



Considere a situação a seguir.

Uma urna tem 20 bolas numeradas de 1 a 20. Uma bola é escolhida ao acaso, e observa-se o número dela.

Nesse caso, o espaço amostral é dado por:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

Como podemos analisar, todo evento é um subconjunto do espaço amostral.

O evento "Obter um número maior do que 11" é dado por $E = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$.

O evento "Obter um número múltiplo de 4" corresponde a $E = \{4, 8, 12, 16, 20\}$.

PROBABILIDADE

Observamos que, em um experimento aleatório, a probabilidade P de um evento acontecer é dada pela razão entre a quantidade de possibilidades favoráveis ao evento e a quantidade total de possibilidades que podem ocorrer no experimento. Agora, vamos realizar esse cálculo analisando o espaço amostral.

Considerando o experimento aleatório "Retirar uma bola ao acaso de uma urna com bolas numeradas de 1 a 15", o espaço amostral é $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$. A probabilidade de ocorrer o evento "Ser retirada a bola de número 8" é de 1 em 15, pois só existe um número 8 no espaço amostral.

Nesse caso, para determinar a probabilidade de um evento ocorrer, podemos determinar a quantidade de elementos do espaço amostral e a quantidade de elementos do evento.

$$\left.\begin{matrix} n(S) = 15 \\ n(E) = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{15}$$

A probabilidade P de um evento E acontecer, a partir de um experimento aleatório, é dada pela razão entre a quantidade de elementos do evento e a quantidade de elementos do espaço amostral.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

Observe estes exemplos.

EX Uma professora de música vai sortear ao acaso uma dupla de suas alunas para um teste: uma para tocar violão, e outra para cantar. Participarão do sorteio: Gabriela, Helena, Luma, Leila, Bárbara e Lorena. Sabendo que todas cantam e tocam violão, qual é a probabilidade de Helena tocar violão e de Gabriela cantar?

Repare que há 30 maneiras distintas de compor essas duplas, considerando que uma aluna vai tocar violão, e a outra vai cantar. Assim, $n(S) = 30$. Além disso, $E = \{\text{Helena, Gabriela}\}$.

$$\left.\begin{matrix} n(S) = 30 \\ n(E) = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{30}$$

Portanto, a probabilidade de Helena tocar violão e de Gabriela cantar é de uma em trinta, ou seja, $\frac{1}{30}$.

219

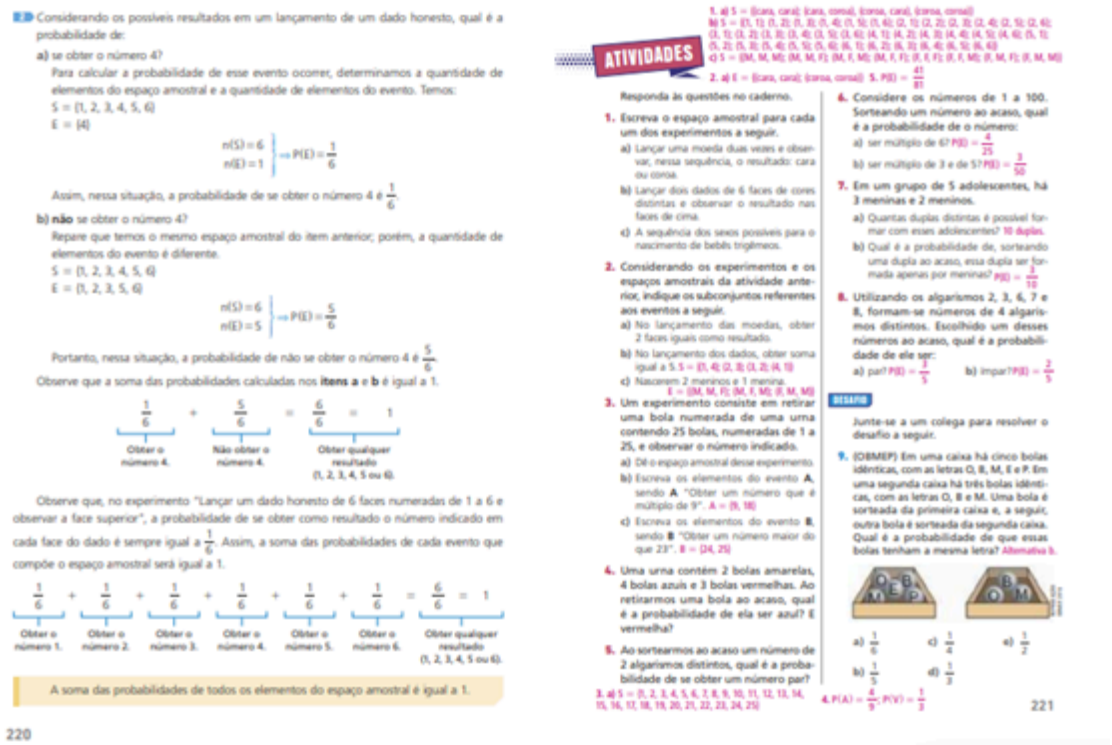
Figura 23 – Página 219 no livro didático do oitavo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

No segmento que inclui a página 220, a exploração de eventos complementares amplia a rede de relações internas do conceito, ao introduzir a propriedade de soma igual a 1 como critério de consistência do modelo. Para Salles (2011), trata-se de justificatória racional com um componente explicativo generalizante, porque o texto passa do caso particular para uma regra que organiza o sistema e orienta verificações rápidas de coerência. A análise, contudo, evidencia que essa generalização permanece circunscrita a experimentos clássicos, como dado honesto e moeda não viciada, e não incorpora discussão sobre aproximação empírica, o que poderia introduzir qualificadores e refutações relevantes. O resultado é uma formalização eficiente do raciocínio, mas pouco sensível à diferença entre modelo ideal e comportamento observado, distinção central quando se deseja aproximar Probabilidade de práticas estatísticas reais. Ainda assim, a propriedade dos complementares tem potencial formativo, pois oferece ferramenta conceitual para checagem de resultados e para compreensão da estrutura do espaço amostral.

A consolidação do Capítulo 2 se torna mais visível no conjunto de exercícios da página 221, no qual a maior parte das tarefas permanece fechada e dependente de definições e procedimentos, mantendo a matriz justificatória racional já instalada. O modelo de Toulmin revela que as condições vêm detalhadas, a conclusão é um valor probabilístico ou a descrição

de um conjunto, e a garantia é a aplicação de regras, frequentemente apoiada por contagem combinatória quando há restrições. O ganho aqui é a ampliação da exigência de coordenação entre etapas, pois alguns itens demandam organizar possibilidades antes de calcular a razão, aumentando a densidade do encadeamento argumentativo, ainda que o percurso continue guiado. O custo permanece semelhante ao observado em Contagem: discute-se pouco o estatuto das hipóteses que tornam o cálculo válido, e isso limita a passagem para uma argumentação justificatória natural, na qual o estudante confrontaria o modelo com evidências ou consideraria fontes de incerteza.



Considerando os possíveis resultados em um lançamento de um dado honesto, qual é a probabilidade de:

a) se obter o número 4?

Para calcular a probabilidade de esse evento ocorrer, determinamos a quantidade de elementos do espaço amostral e a quantidade de elementos do evento. Temos:

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$E = \{4\}$

$n(S) = 6$, $n(E) = 1 \Rightarrow P(E) = \frac{1}{6}$

Assim, nessa situação, a probabilidade de se obter o número 4 é $\frac{1}{6}$.

b) **não** se obter o número 4?

Repare que temos o mesmo espaço amostral do item anterior; porém, a quantidade de elementos do evento é diferente.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$E = \{1, 2, 3, 5, 6\}$

$n(S) = 6$, $n(E) = 5 \Rightarrow P(E) = \frac{5}{6}$

Portanto, nessa situação, a probabilidade de não se obter o número 4 é $\frac{5}{6}$.

Observe que a soma das probabilidades calculadas nos **itens a** e **b** é igual a 1.

$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Obter o número 4. | Não obter o número 4. | Obter qualquer resultado (1, 2, 3, 4, 5 ou 6).

Observe que, no experimento "Lançar um dado honesto de 6 faces numeradas de 1 a 6 e observar a face superior", a probabilidade de se obter como resultado o número indicado em cada face do dado é sempre igual a $\frac{1}{6}$. Assim, a soma das probabilidades de cada evento que compõe o espaço amostral será igual a 1.

$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Obter o número 1. | Obter o número 2. | Obter o número 3. | Obter o número 4. | Obter o número 5. | Obter o número 6. | Obter qualquer resultado (1, 2, 3, 4, 5 ou 6).

A soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

220

ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

1. Escreva o espaço amostral para cada um dos experimentos a seguir.
a) Lançar uma moeda duas vezes e observar, nessa sequência, o resultado: cara ou coroa.
b) Lançar dois dados de 6 faces de cores distintas e observar o resultado nas faces de cima.
c) A sequência dos sexos possíveis para o nascimento de bebês trigêmeos.

2. Considerando os experimentos e os espaços amostrais da atividade anterior, indique os subconjuntos referentes aos eventos a seguir.
a) No lançamento das moedas, obter 2 faces iguais como resultado.
b) No lançamento dos dados, obter soma igual a 5. $S = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$
c) Nascerem 2 meninos e 1 menina. $E = \{(M, M, F), (M, F, M), (F, M, M)\}$

3. Um experimento consiste em retirar uma bola numerada de uma urna contendo 25 bolas, numeradas de 1 a 25, e observar o número indicado.
a) Dê o espaço amostral desse experimento.
b) Escreva os elementos do evento **A**, sendo **A**: "Obter um número que é múltiplo de 9". $A = \{9, 18\}$
c) Escreva os elementos do evento **B**, sendo **B**: "Obter um número maior do que 23". $B = \{24, 25\}$

4. Uma urna contém 2 bolas amarelas, 4 bolas azuis e 3 bolas vermelhas. Ao retirarmos uma bola ao acaso, qual é a probabilidade de ela ser azul? E vermelha?

5. Ao sortearmos ao acaso um número de 2 algarismos distintos, qual é a probabilidade de se obter um número par?

6. Considere os números de 1 a 100. Sorteando um número ao acaso, qual é a probabilidade de o número:
a) ser múltiplo de 6? $P(E) = \frac{4}{25}$
b) ser múltiplo de 3 e de 5? $P(E) = \frac{3}{50}$

7. Em um grupo de 5 adolescentes, há 3 meninas e 2 meninos.
a) Quantas duplas distintas é possível formar com esses adolescentes? 10 duplas.
b) Qual é a probabilidade de, sorteando uma dupla ao acaso, essa dupla ser formada apenas por meninas? $P(E) = \frac{3}{10}$

8. Utilizando os algarismos 2, 3, 6, 7 e 8, formam-se números de 4 algarismos distintos. Escolhido um desses números ao acaso, qual é a probabilidade de ele ser:
a) par? $P(E) = \frac{2}{5}$ b) ímpar? $P(E) = \frac{2}{5}$

DESAFIO

Junte-se a um colega para resolver o desafio a seguir.

9. (OBMEP) Em uma caixa há cinco bolas idênticas, com as letras O, B, M, E e P. Em uma segunda caixa há três bolas idênticas, com as letras O, B e M. Uma bola é sorteada da primeira caixa e, a seguir, outra bola é sorteada da segunda caixa. Qual é a probabilidade de que essas bolas tenham a mesma letra? Alternativa b.

a) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{3}$

3. a) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25\}$

4. $P(A) = \frac{4}{9}$; $P(V) = \frac{1}{3}$

221

Figura 24 – Página 220 e 221 no livro didático do oitavo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Capítulo 3

O início do Capítulo 3, de Estatística, indicado no bloco que inclui a página 222, desloca o eixo para uma compreensão metodológica da área, associando coleta, organização e análise de dados à tomada de decisão. Com base em Salles (2011), predomina argumentação explicativa na introdução, pois a validade é atribuída ao estatuto científico do campo e ao reconhecimento institucional de práticas como censo, sem que se explorem controvérsias ou limites. A introdução de população e amostra mantém esse padrão definicional, ainda que a pergunta sobre por que nem todas as pesquisas são censitárias abra espaço para justificativas racionais ancoradas em custo, tempo e logística, funcionando como ponto de inflexão para

uma leitura mais crítica do método. O efeito didático é indicar que escolhas de pesquisa não são neutras, mas condicionadas por restrições, e isso pode favorecer a emergência de qualificadores sobre validade, desde que mediado por discussão sobre representatividade e erro.

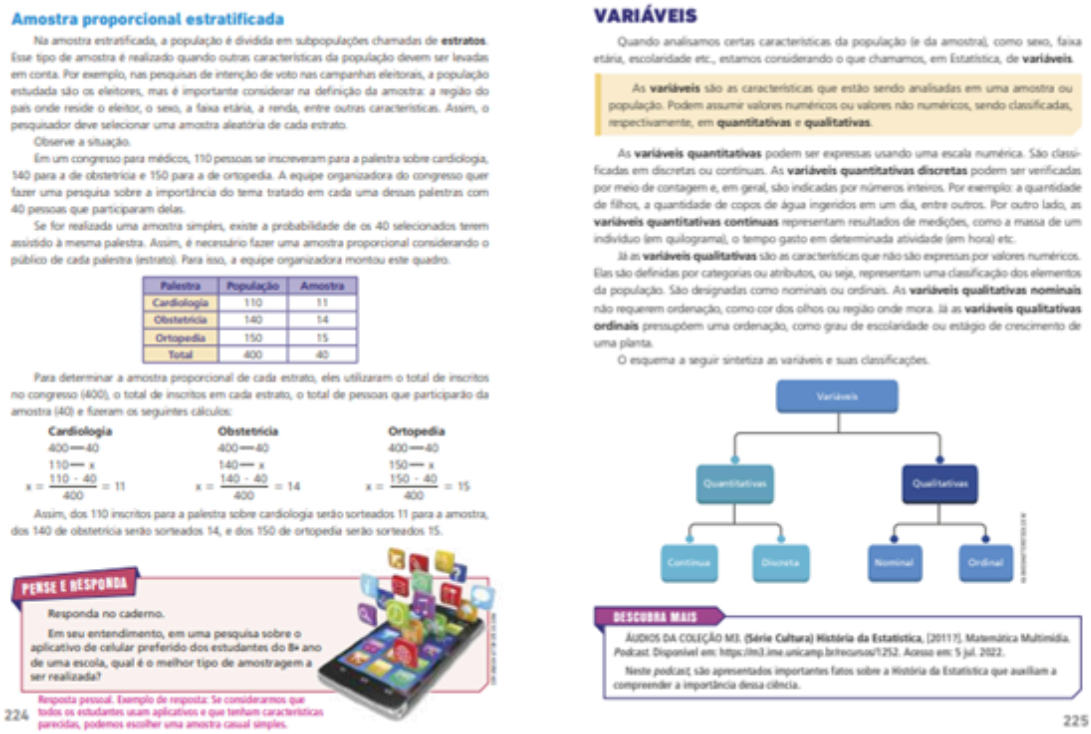
Aprofundando esse deslocamento, o bloco que inclui as páginas 223 e 224 amplia o repertório ao tratar de amostragem e de tipos de seleção, tornando mais explícito que a qualidade do resultado depende do desenho da amostra e de garantias contra viés. O esquema de Toulmin permite ver que as razões de viabilidade funcionam como dados para defender o uso de amostras, enquanto a representatividade opera como garantia, e exemplos socialmente conhecidos, como pesquisas eleitorais, reforçam o respaldo prático do argumento sem necessariamente discutir margens de erro. A introdução da amostra proporcional estratificada na página 224 acrescenta um avanço conceitual real ao admitir que igualdade de chances, sozinha, pode ser insuficiente em populações heterogêneas, e o exemplo do congresso médico funciona como refutação implícita ao método simples em certos cenários. A sistematização das variáveis na página 225, por sua vez, mantém orientação explicativa, mas fornece critério técnico para justificar escolhas de representação e de medida, preparando o terreno para capítulos posteriores da unidade, em que a adequação entre variável e procedimento passa a operar como regra de validade.

A introdução da amostra proporcional estratificada, apresentada no recorte da página 224, amplia efetivamente o repertório metodológico ao reconhecer que a simples igualdade de chances pode ser insuficiente quando a população é heterogênea e contém grupos desiguais em tamanho e relevância analítica. No esquema de Toulmin, a existência de estratos funciona como dado, a conclusão sustenta a necessidade de estratificar, a garantia afirma que representatividade exige preservar diferenças estruturais e o respaldo se ancora na metodologia estatística, configurando combinação de explicação conceitual com justificativa racional orientada por risco de distorção.

O exemplo do congresso médico, ainda na página 224, intensifica essa justificativa ao sugerir, como refutação implícita, que a amostra casual simples pode concentrar participantes em um único estrato, comprometendo a inferência. O cálculo proporcional não acrescenta apenas um procedimento numérico, mas explicita que a validade metodológica depende de uma alocação quantitativa coerente, articulando garantia estatística de representatividade com garantia matemática de proporcionalidade, o que aumenta a densidade argumentativa e desloca o tema da mera definição para um critério verificável de decisão.

Ao solicitar, na questão final da página 224, a escolha do tipo de amostragem para investigar aplicativo preferido dos estudantes do 8º ano, o material desloca o estudante para uma tomada de posição justificável, retomando um formato reflexivo semelhante ao que já havia sido sugerido anteriormente no capítulo, mas agora com repertório ampliado. O ponto analiticamente relevante é que a resposta pode incorporar qualificadores sobre homogeneidade, viés e composição do público, desde que explicitados, sinalizando que o valor formativo da Estatística não está só em aplicar técnicas, mas em sustentar por que determinada técnica é adequada.

A sistematização das variáveis e suas classificações, na página 225, mantém predominância explicativa por operar com definição e categorização, funcionando como base técnica para decisões posteriores sobre tabelas, gráficos e medidas. O acréscimo relevante, mais do que o esquema nominal, ordinal, discreta e contínua em si, está em fornecer garantias para justificar escolhas de representação, pois a natureza da variável passa a operar como critério de validade da forma de organizar dados, ainda que o texto não explore ambiguidades frequentes, como fronteiras entre categorias e efeitos interpretativos de classificações contestáveis.



Amostra proporcional estratificada

Na amostra estratificada, a população é dividida em subpopulações chamadas de **estratos**. Esse tipo de amostra é realizado quando outras características da população devem ser levadas em conta. Por exemplo, nas pesquisas de intenção de voto nas campanhas eleitorais, a população estudada são os eleitores, mas é importante considerar na definição da amostra: a região do país onde reside o eleitor, o sexo, a faixa etária, a renda, entre outras características. Assim, o pesquisador deve selecionar uma amostra aleatória de cada estrato.

Observe a situação.

Em um congresso para médicos, 110 pessoas se inscreveram para a palestra sobre cardiologia, 140 para a de obstetrícia e 150 para a de ortopedia. A equipe organizadora do congresso quer fazer uma pesquisa sobre a importância do tema tratado em cada uma dessas palestras com 40 pessoas que participaram delas.

Se for realizada uma amostra simples, existe a probabilidade de os 40 selecionados terem assistido à mesma palestra. Assim, é necessário fazer uma amostra proporcional considerando o público de cada palestra (estrato). Para isso, a equipe organizadora montou este quadro.

Palestra	População	Amostra
Cardiologia	110	11
Obstetrícia	140	14
Ortopedia	150	15
Total	400	40

Para determinar a amostra proporcional de cada estrato, eles utilizaram o total de inscritos no congresso (400), o total de inscritos em cada estrato, o total de pessoas que participarão da amostra (40) e fizeram os seguintes cálculos:

Cardiologia
400 — 40
110 — x
$x = \frac{110 \cdot 40}{400} = 11$

Obstetrícia
400 — 40
140 — x
$x = \frac{140 \cdot 40}{400} = 14$

Ortopedia
400 — 40
150 — x
$x = \frac{150 \cdot 40}{400} = 15$

Assim, dos 110 inscritos para a palestra sobre cardiologia serão sorteados 11 para a amostra, dos 140 de obstetrícia serão sorteados 14, e dos 150 de ortopedia serão sorteados 15.

PENSE E RESPONDA

Responda no caderno.

Em seu entendimento, em uma pesquisa sobre o aplicativo de celular preferido dos estudantes do 8º ano de uma escola, qual é o melhor tipo de amostragem a ser realizada?

Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Se considerarmos que todos os estudantes usam aplicativos e que tenham características parecidas, podemos escolher uma amostra casual simples.

224

VARIÁVEIS

Quando analisamos certas características da população (e da amostra), como sexo, faixa etária, escolaridade etc., estamos considerando o que chamamos, em Estatística, de **variáveis**.

As **variáveis** são as características que estão sendo analisadas em uma amostra ou população. Podem assumir valores numéricos ou valores não numéricos, sendo classificadas, respectivamente, em **quantitativas** e **qualitativas**.

As **variáveis quantitativas** podem ser expressas usando uma escala numérica. São classificadas em discretas ou contínuas. As **variáveis quantitativas discretas** podem ser verificadas por meio de contagem e, em geral, são indicadas por números inteiros. Por exemplo: a quantidade de filhos, a quantidade de copos de água ingeridos em um dia, entre outros. Por outro lado, as **variáveis quantitativas contínuas** representam resultados de medições, como a massa de um indivíduo (em quilograma), o tempo gasto em determinada atividade (em hora) etc.

Já as **variáveis qualitativas** são as características que não são expressas por valores numéricos. Elas são definidas por categorias ou atributos, ou seja, representam uma classificação dos elementos da população. São designadas como nominais ou ordinais. As **variáveis qualitativas nominais** não requerem ordenação, como cor dos olhos ou região onde mora. Já as **variáveis qualitativas ordinais** pressupõem uma ordenação, como grau de escolaridade ou estágio de crescimento de uma planta.

O esquema a seguir sintetiza as variáveis e suas classificações.

DESCUBRA MAIS

ÁUDIOS DA COLEÇÃO M3. **(Série Cultura) História da Estatística**, [2011?]. Matemática Multimídia. Podcast. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1252. Acesso em: 5 jul. 2022.

Neste *podcast*, são apresentados importantes fatos sobre a História da Estatística que auxiliam a compreender a importância dessa ciência.

225

Figura 25 – Página 224 e 225 no livro didático do oitavo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Quando o capítulo de Medidas em Estatística se inicia, no bloco em que se insere a página 232, a introdução de moda e mediana reforça a lógica de institucionalização já observada: define-se, exemplifica-se e valida-se por conformidade à regra, com baixa exigência de elaboração discursiva autônoma. Em Toulmin, a conclusão de que moda é o valor mais frequente apoia-se em dados da série ou da tabela e em garantia definicional, enquanto o respaldo se ancora na Estatística descritiva; conforme Salles, a argumentação é predominantemente explicativa, porque o estudante é conduzido a reconhecer padrões, não a defender escolhas.

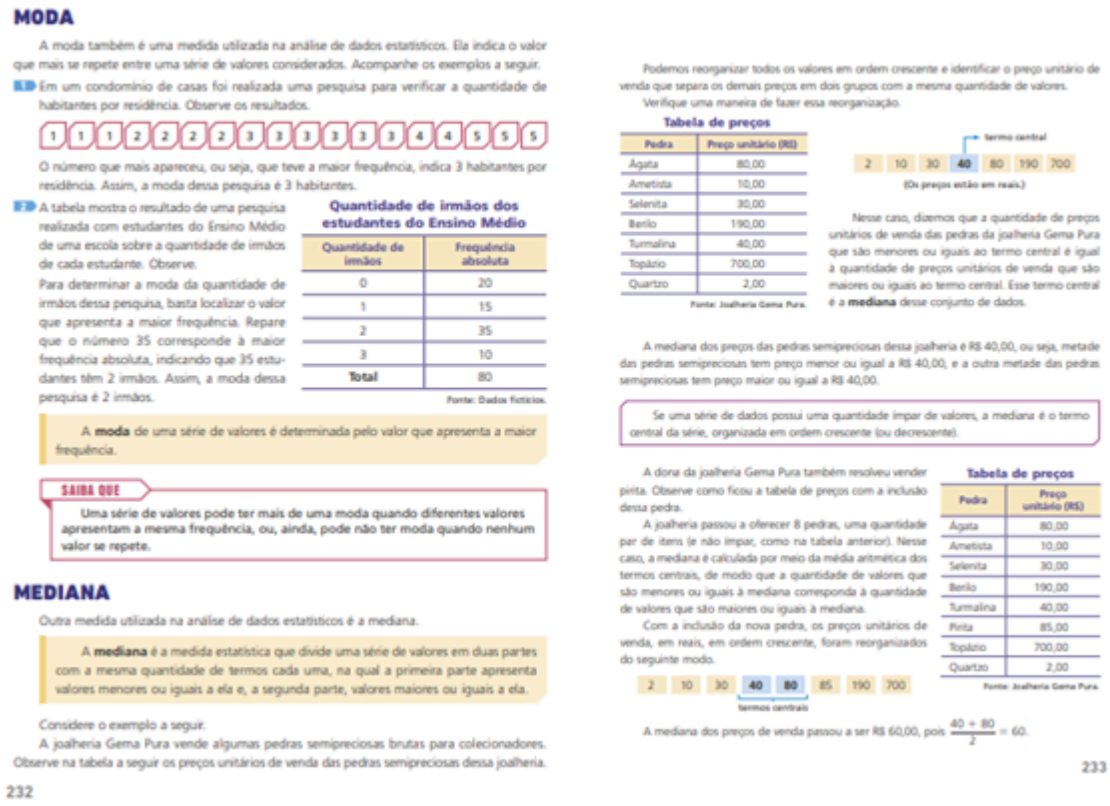
Os exemplos de moda na página 232, ao alternarem lista de valores e tabela de frequências, repetem o mesmo princípio e, por isso, a descrição pode ser reduzida ao essencial, pois a contribuição principal está na transferência do critério para registros semióticos distintos, favorecendo letramento estatístico. A menção à ausência de moda ou à multimodalidade introduz qualificador conceitual relevante, pois impede tratar a medida como universal, embora o material ainda não explore consequências interpretativas, como a limitação da moda em distribuições equilibradas ou em séries com dispersão elevada.

A introdução da mediana, também na página 232, acrescenta mudança de natureza em relação à moda ao deslocar o foco da frequência para a posição na série ordenada, exigindo ordenação como condição de validade. No esquema de Toulmin, a garantia deixa de ser apenas definicional e passa a ser operacional, pois a conclusão depende de reorganizar dados e localizar o termo central, o que amplia a densidade procedimental e pode favorecer a compreensão de que medidas diferentes respondem a perguntas diferentes, ainda que o texto não problematize a escolha entre medidas conforme o tipo de variável e a finalidade analítica.

O aprofundamento do cálculo da mediana na página 233, ao diferenciar conjuntos ímpares e pares, é um ponto em que a análise pode avançar, pois explicita que, em conjuntos pares, a mediana pode não ser um valor observado, mas um valor construído. Em Toulmin, os dados são os valores ordenados e a ausência de termo único central, a conclusão é a mediana como média dos dois centrais, a garantia sustenta que o procedimento preserva equilíbrio posicional e o respaldo está na formalização do método; nesse trecho, a argumentação se aproxima da justificatória racional porque explicita por que se calcula, e não apenas como se calcula.

Mesmo quando o texto afirma, na página 233, que a mediana divide a série em duas metades com igual quantidade de termos, a exploração permanece contida, pois o critério interpretativo poderia sustentar discussão sobre robustez frente a valores extremos e sobre adequação da mediana em distribuições assimétricas. O efeito didático tende a naturalizar o

procedimento como regra fixa, e não a torná-lo instrumento analítico para comparar padrões, o que mantém a ênfase do capítulo na estabilização de técnicas antes de abrir espaço para problematizações e qualificadores mais explícitos.



MODA

A moda também é uma medida utilizada na análise de dados estatísticos. Ela indica o valor que mais se repete entre uma série de valores considerados. Acompanhe os exemplos a seguir.

Em um condomínio de casas foi realizada uma pesquisa para verificar a quantidade de habitantes por residência. Observe os resultados.

1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 4 4 5 5 5

O número que mais apareceu, ou seja, que teve a maior frequência, indica 3 habitantes por residência. Assim, a moda dessa pesquisa é 3 habitantes.

A tabela mostra o resultado de uma pesquisa realizada com estudantes do Ensino Médio de uma escola sobre a quantidade de irmãos de cada estudante. Observe.

Para determinar a moda da quantidade de irmãos dessa pesquisa, basta localizar o valor que apresenta a maior frequência. Repare que o número 35 corresponde à maior frequência absoluta, indicando que 35 estudantes têm 2 irmãos. Assim, a moda dessa pesquisa é 2 irmãos.

Quantidade de irmãos dos estudantes do Ensino Médio

Quantidade de irmãos	Frequência absoluta
0	20
1	15
2	35
3	10
Total	80

Fonte: Dados fictícios.

A **moda** de uma série de valores é determinada pelo valor que apresenta a maior frequência.

SAIBA QUE

Uma série de valores pode ter mais de uma moda quando diferentes valores apresentam a mesma frequência, ou, ainda, pode não ter moda quando nenhum valor se repete.

MEDIANA

Outra medida utilizada na análise de dados estatísticos é a mediana.

A **mediana** é a medida estatística que divide uma série de valores em duas partes com a mesma quantidade de termos cada uma, na qual a primeira parte apresenta valores menores ou iguais a ela e, a segunda parte, valores maiores ou iguais a ela.

Considere o exemplo a seguir.

A joalheria Gema Pura vende algumas pedras semipreciosas brutas para colecionadores. Observe na tabela a seguir os preços unitários de venda das pedras semipreciosas dessa joalheria.

232

Podemos reorganizar todos os valores em ordem crescente e identificar o preço unitário de venda que separa os demais preços em dois grupos com a mesma quantidade de valores. Verifique uma maneira de fazer essa reorganização.

Tabela de preços

Pedra	Preço unitário (R$)
Ágata	80,00
Ametista	10,00
Selenita	30,00
Berilo	190,00
Turmalina	40,00
Topázio	700,00
Quartzo	2,00

Fonte: Joalheria Gema Pura.

termo central

2 10 30 40 80 190 700

(Os preços estão em reais.)

Nesse caso, dizemos que a quantidade de preços unitários de venda das pedras da joalheria Gema Pura que são menores ou iguais ao termo central é igual à quantidade de preços unitários de venda que são maiores ou iguais ao termo central. Esse termo central é a **mediana** desse conjunto de dados.

A mediana dos preços das pedras semipreciosas dessa joalheria é R$ 40,00, ou seja, metade das pedras semipreciosas tem preço menor ou igual a R$ 40,00, e a outra metade das pedras semipreciosas tem preço maior ou igual a R$ 40,00.

Se uma série de dados possui uma quantidade ímpar de valores, a mediana é o termo central da série, organizada em ordem crescente (ou decrescente).

A dona da joalheria Gema Pura também resolveu vender pirita. Observe como ficou a tabela de preços com a inclusão dessa pedra.

A joalheria passou a oferecer 8 pedras, uma quantidade par de itens (e não ímpar, como na tabela anterior). Nesse caso, a mediana é calculada por meio da média aritmética dos termos centrais, de modo que a quantidade de valores que são menores ou iguais à mediana corresponda à quantidade de valores que são maiores ou iguais à mediana.

Com a inclusão da nova pedra, os preços unitários de venda, em reais, em ordem crescente, foram reorganizados do seguinte modo.

2 10 30 40 80 85 190 700

termos centrais

Tabela de preços

Pedra	Preço unitário (R$)
Ágata	80,00
Ametista	10,00
Selenita	30,00
Berilo	190,00
Turmalina	40,00
Pirita	85,00
Topázio	700,00
Quartzo	2,00

Fonte: Joalheria Gema Pura.

A mediana dos preços de venda passou a ser R$ 60,00, pois $\frac{40 + 80}{2} = 60$.

233

Figura 26 – Página 232 e 233 no livro didático do oitavo ano

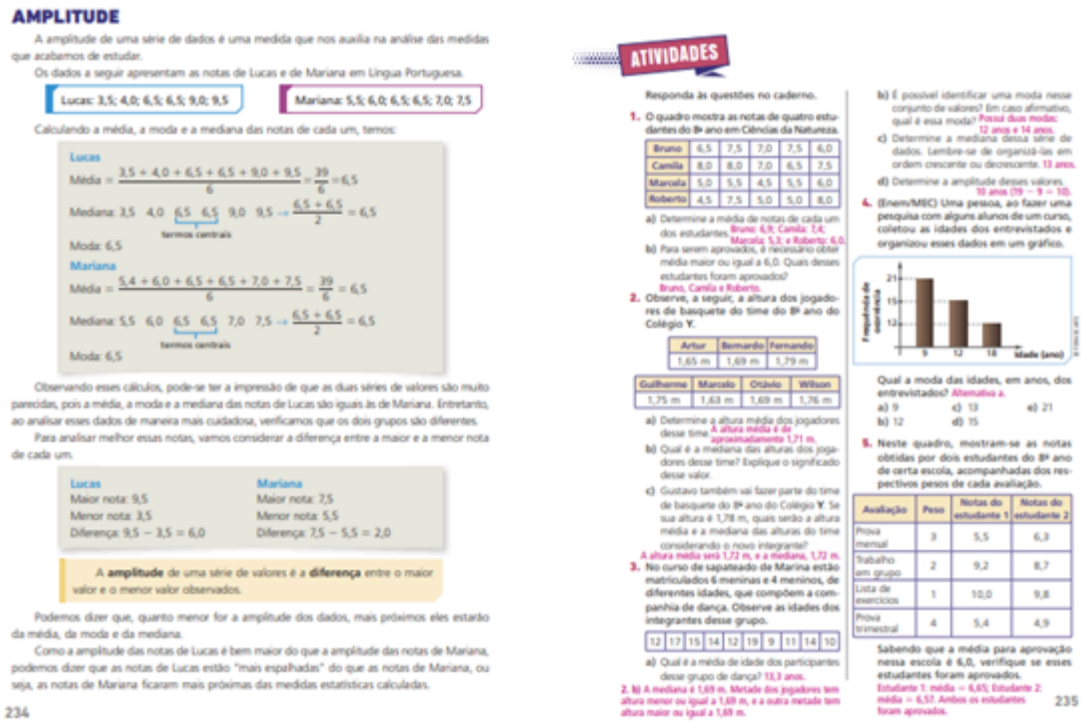
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

A introdução da amplitude na página 234 representa inovação importante ao deslocar a análise para dispersão e ao mostrar que centralidade não esgota a descrição de um conjunto de dados. Em Toulmin, a conclusão inicial de semelhança baseada em medidas centrais pode ser refutada pelos dados dos extremos, e a garantia de que a diferença entre maior e menor valor indica espalhamento sustenta a conclusão de que as distribuições diferem; trata-se de justificatória racional que amplia o repertório ao incorporar variabilidade como critério de contraste, embora ainda se evite discutir limitações da amplitude.

Ao articular, na página 234, a ideia de que medidas respondem a perguntas distintas, o texto sugere avanço em relação às páginas 232 e 233, pois abre possibilidade de confronto interpretativo controlado, mesmo sem explorar consequências mais complexas, como sensibilidade da amplitude a valores extremos. Essa lacuna indica uma escolha de gradualidade: primeiro se introduz um indicador simples de dispersão para refutar leituras

precipitadas baseadas apenas em centralidade, deixando para mediação docente a tarefa de ampliar o debate sobre qualidade das medidas e sobre o que se perde quando se reduz a dispersão à diferença entre extremos.

As atividades reunidas na página 235 consolidam média simples, média ponderada, moda, mediana e amplitude por meio de exercícios fechados, reiterando matriz operacional em que a validação depende de aplicação correta de definições e algoritmos. Conforme Salles, predomina argumentação justificatória racional porque as conclusões são produzidas por cálculos normativos, e o espaço de elaboração discursiva é reduzido; o aspecto mais relevante para a análise é a inserção de critérios institucionais, como aprovação por média mínima, que desloca o uso das medidas para decisões, mas sem problematizar a justiça e a adequação desses critérios.



AMPLITUDE

A amplitude de uma série de dados é uma medida que nos auxilia na análise das medidas que acabamos de estudar.

Os dados a seguir apresentam as notas de Lucas e de Mariana em Língua Portuguesa.

Lucas: 3,5; 4,0; 6,5; 6,5; 9,0; 9,5

Mariana: 5,5; 6,0; 6,5; 6,5; 7,0; 7,5

Calculando a média, a moda e a mediana das notas de cada um, temos:

Lucas

Média = $\frac{3,5 + 4,0 + 6,5 + 6,5 + 9,0 + 9,5}{6} = \frac{39}{6} = 6,5$

Mediana: 3,5 4,0 6,5 6,5 9,0 9,5 → termos centrais → $\frac{6,5 + 6,5}{2} = 6,5$

Moda: 6,5

Mariana

Média = $\frac{5,4 + 6,0 + 6,5 + 6,5 + 7,0 + 7,5}{6} = \frac{39}{6} = 6,5$

Mediana: 5,5 6,0 6,5 6,5 7,0 7,5 → termos centrais → $\frac{6,5 + 6,5}{2} = 6,5$

Moda: 6,5

Observando esses cálculos, pode-se ter a impressão de que as duas séries de valores são muito parecidas, pois a média, a moda e a mediana das notas de Lucas são iguais às de Mariana. Entretanto, ao analisar esses dados de maneira mais cuidadosa, verificamos que os dois grupos são diferentes.

Para analisar melhor essas notas, vamos considerar a diferença entre a maior e a menor nota de cada um.

Lucas	Mariana
Maior nota: 9,5	Maior nota: 7,5
Menor nota: 3,5	Menor nota: 5,5
Diferença: 9,5 − 3,5 = 6,0	Diferença: 7,5 − 5,5 = 2,0

A **amplitude** de uma série de valores é a **diferença** entre o maior valor e o menor valor observados.

Podemos dizer que, quanto menor for a amplitude dos dados, mais próximos eles estarão da média, da moda e da mediana.

Como a amplitude das notas de Lucas é bem maior do que a amplitude das notas de Mariana, podemos dizer que as notas de Lucas estão "mais espalhadas" do que as notas de Mariana, ou seja, as notas de Mariana ficaram mais próximas das medidas estatísticas calculadas.

234

ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

1. O quadro mostra as notas de quatro estudantes do 8º ano em Ciências da Natureza.

Bruno	6,5	7,5	7,0	7,5	6,0
Camila	8,0	8,0	7,0	6,5	7,5
Marcela	5,0	5,5	4,5	5,5	6,0
Roberto	4,5	7,5	5,0	5,0	8,0

a) Determine a média de notas de cada um dos estudantes. Bruno: 6,9; Camila: 7,4; Marcela: 5,3; e Roberto: 6,0.

b) Para serem aprovados, é necessário obter média maior ou igual a 6,0. Quais desses estudantes foram aprovados? Bruno, Camila e Roberto.

2. Observe, a seguir, a altura dos jogadores de basquete do time do 8º ano do Colégio Y.

Artur	Bernardo	Fernando
1,65 m	1,69 m	1,79 m

Guilherme	Marcelo	Otávio	Wilson
1,75 m	1,63 m	1,69 m	1,76 m

a) Determine a altura média dos jogadores desse time. A altura média é de aproximadamente 1,71 m.

b) Qual é a mediana das alturas dos jogadores desse time? Explique o significado desse valor.

c) Gustavo também vai fazer parte do time de basquete do 8º ano do Colégio Y. Se sua altura é 1,78 m, quais serão a altura média e a mediana das alturas do time considerando o novo integrante? A altura média será 1,72 m, e a mediana, 1,72 m.

3. No curso de sapateado de Marina estão matriculados 6 meninas e 4 meninos, de diferentes idades, que compõem a companhia de dança. Observe as idades dos integrantes desse grupo.

12	17	15	14	12	19	9	11	14	10

a) Qual é a média de idade dos participantes desse grupo de dança? 13,3 anos.

2. b) A mediana é 1,69 m. Metade dos jogadores tem altura menor ou igual a 1,69 m, e a outra metade tem altura maior ou igual a 1,69 m.

b) É possível identificar uma moda nesse conjunto de valores? Em caso afirmativo, qual é essa moda? Possui duas modas: 12 anos e 14 anos.

c) Determine a mediana dessa série de dados. Lembre-se de organizá-las em ordem crescente ou decrescente. 13 anos.

d) Determine a amplitude desses valores. 10 anos (19 − 9 = 10).

4. (Enem/MEC) Uma pessoa, ao fazer uma pesquisa com alguns alunos de um curso, coletou as idades dos entrevistados e organizou esses dados em um gráfico.

Qual a moda das idades, em anos, dos entrevistados? Alternativa a.

a) 9 c) 13 e) 21

b) 12 d) 15

5. Neste quadro, mostram-se as notas obtidas por dois estudantes do 8º ano de certa escola, acompanhadas dos respectivos pesos de cada avaliação.

Avaliação	Peso	Notas do estudante 1	Notas do estudante 2
Prova mensal	3	5,5	6,3
Trabalho em grupo	2	9,2	8,7
Lista de exercícios	1	10,0	9,8
Prova trimestral	4	5,4	4,9

Sabendo que a média para aprovação nessa escola é 6,0, verifique se esses estudantes foram aprovados.

Estudante 1: média = 6,65; Estudante 2: média = 6,57. Ambos os estudantes foram aprovados.

235

Figura 27 – Página 234 e 235 no livro didático do oitavo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Capítulo 5

Com a abertura do Capítulo 5 na página 236, dedicado à realização de pesquisas estatísticas, ocorre mudança de foco ao articular objetivo, variável, população e amostra em encadeamento metodológico, ampliando o conteúdo para além de medidas e representações. Em Toulmin, a conclusão de que planejar é indispensável se apoia em dados sobre etapas da

investigação e em garantia de que escolhas metodológicas condicionam a validade, combinando explicação e justificatória racional quando se exige defender a seleção amostral; o exemplo de estratificação retoma conceito anterior, mas agora o insere em fluxo completo, evidenciando impacto direto do desenho amostral na credibilidade.

O trabalho com questionário na página 236 e a organização dos resultados na página 237 acrescentam um componente crítico frequentemente subexplorado em livros de Matemática, pois deslocam a atenção para a qualidade da coleta antes do cálculo e para a decisão baseada em frequência, conectando moda e variável nominal a uma escolha concreta.

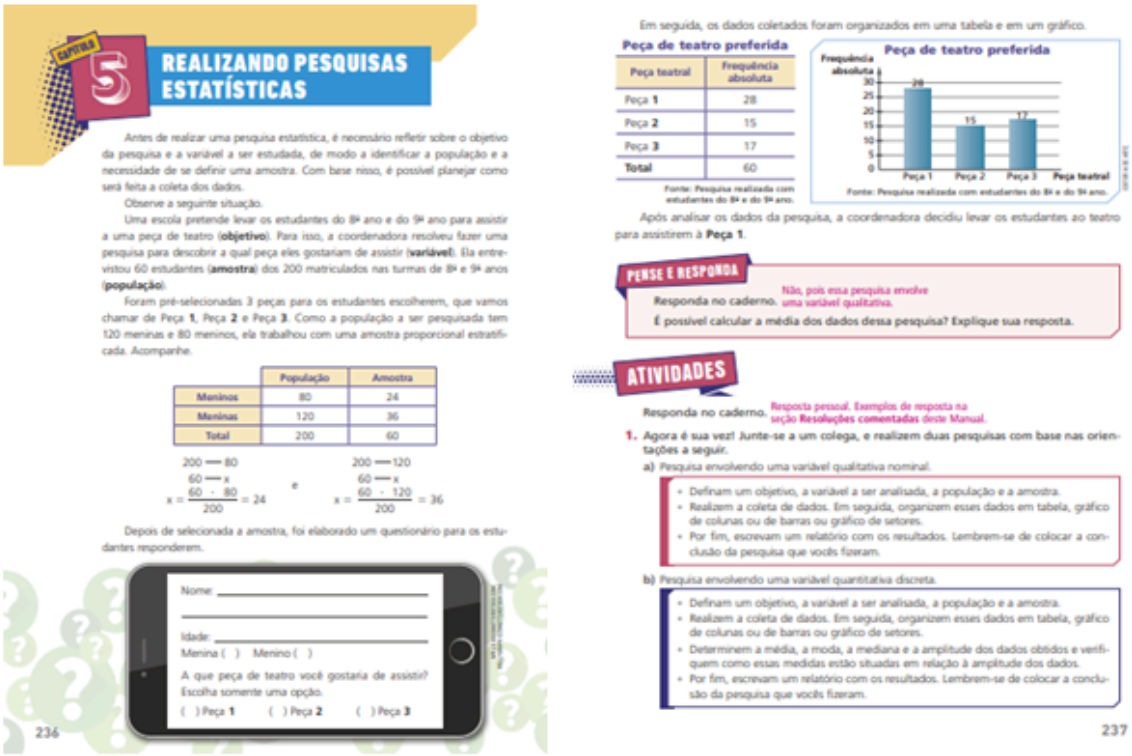


Figura 28 – Página 236 e 237 no livro didático do oitavo ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

A discussão sobre a impossibilidade de calcular média para a variável “peça preferida”, ainda na página 237, opera como qualificador contra usos indevidos de medidas ao ligar tipo de variável e adequação de tratamento, enquanto as orientações de pesquisa na mesma página explicitam roteiro, mas deixam critérios de validação implícitos; já o bloco tecnológico nas páginas 238 e 239 automatiza a representação e amplia letramento digital, embora privilegie execução técnica e só indiretamente favoreça debate interpretativo. O fechamento avaliativo nas páginas 240 e 241 retoma procedimentos já estabilizados,

reforçando justificatória racional por regras formais, e insinua reflexão social ao mobilizar gráficos de contexto, mas sem desenvolver refutações sobre fontes, incertezas e limites do dado, ponto que dependeria de mediação docente para se transformar em argumentação crítica.

4.5 O livro didático de Matemática do 9º ano

O volume de Matemática do 9º ano A Conquista da Matemática, aprovado no PNLD 2024, organiza-se em nove unidades e reserva à Unidade 6 um bloco específico para Probabilidade e Estatística, com três capítulos distribuídos entre as páginas 184 e 203. A leitura pela tipologia de Salles (2011) evidencia que essa concentração favorece continuidade procedimental e estabilização de garantias formais, pois o estudante percorre, sem grandes rupturas, definições, aplicações e exercícios orientados. Ao mesmo tempo, a opção editorial tende a reforçar um contrato didático centrado na execução correta de regras, já que a maior parte dos enunciados fornece dados suficientes para um único caminho de resolução, reduzindo a presença de refutações e de qualificadores sobre hipóteses de modelagem. Esse desenho torna o material produtivo para consolidar técnicas, mas menos potente para promover debates sobre incerteza, validade de pressupostos ou escolhas metodológicas concorrentes.

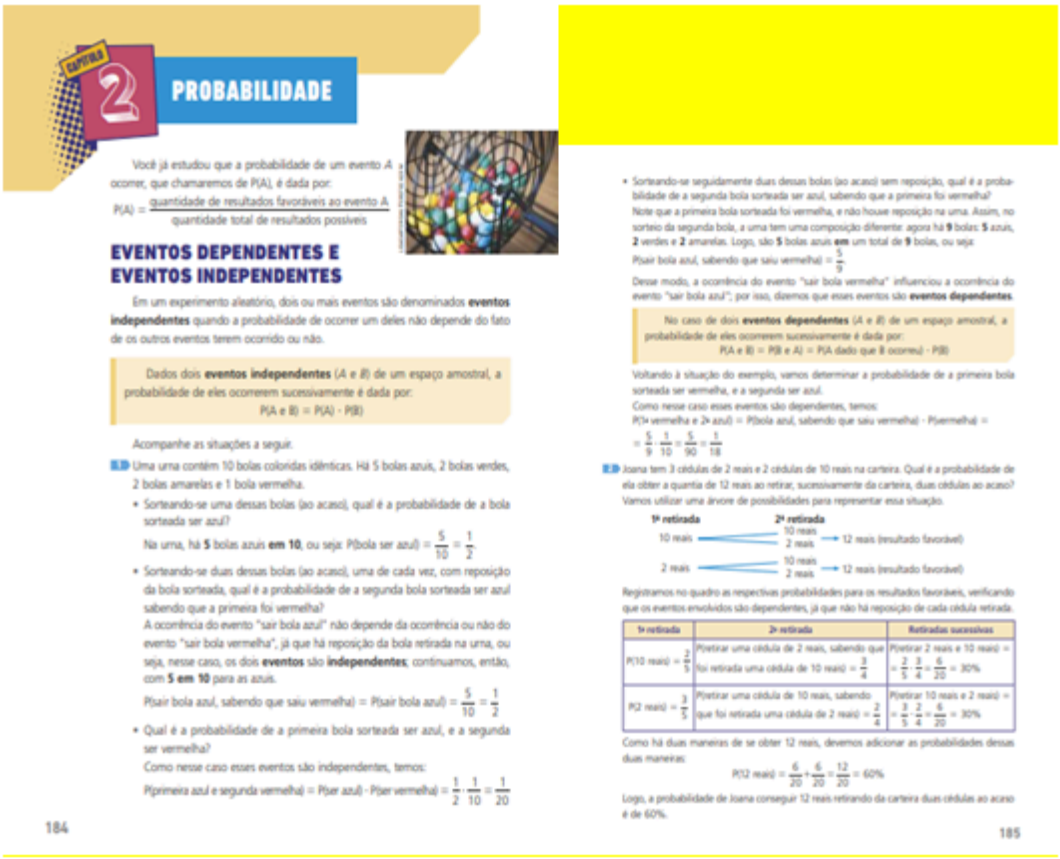
Capítulo 2

A abertura do Capítulo 2, Probabilidade, ocorre no recorte das páginas 184 a 186, e a introdução da probabilidade como razão entre casos favoráveis e casos possíveis sustenta uma matriz argumentativa típica do modelo de Toulmin. Nesse arranjo, os dados são contagens do espaço amostral, a conclusão é o valor de P(A), a garantia depende da equiprobabilidade e o respaldo repousa na probabilidade clássica escolarizada. O aspecto analiticamente relevante não é o exemplo da urna em si, mas o modo como a obra naturaliza a passagem da contagem para a chance, tratando a hipótese de equiprobabilidade como condição silenciosa e raramente discutida. Em termos de letramento probabilístico, esse modo de apresentação fortalece a operacionalização do quociente, porém limita a formação de critérios para decidir quando o modelo clássico é adequado e quando deveria ser justificado por simetria, por construção do dispositivo ou por evidência empírica.

A discussão sobre eventos independentes, ainda no bloco iniciado em página 184, aumenta a densidade conceitual ao afirmar que a ocorrência de um evento não altera a

probabilidade do outro, e a reposição aparece como mecanismo que torna a garantia mais plausível. Embora o texto forneça o encadeamento completo, o ganho está em inserir um critério estrutural para decidir como multiplicar probabilidades, aproximando a justificativa de um raciocínio formal e afastando-a do senso comum. Pela lente de Salles (2011), prevalece uma argumentação explicativa demonstrativa: o estudante acompanha passos e reconhece um padrão, mas raramente precisa defender, com linguagem própria, por que a reposição preserva o espaço amostral. A ausência de tarefas que explorem contraexemplos, como situações em que eventos parecem independentes, mas não são, reduz a oportunidade de produzir qualificadores e refutações, elementos centrais para tornar a argumentação mais robusta.

O tratamento dos eventos dependentes, desenvolvido em página 185, funciona como contraponto ao caso anterior ao explicitar a alteração do espaço amostral quando não há reposição, estabelecendo uma justificativa baseada na mudança do conjunto de possibilidades. No modelo de Toulmin, a composição atualizada do conjunto atua como dado, a conclusão é a probabilidade condicional, a garantia é a regra do produto com condicionamento e o respaldo permanece na definição formal do campo. A análise indica que a obra avança ao evidenciar a dependência como propriedade do processo, e não como detalhe periférico, pois obriga o estudante a reconhecer que probabilidades não são “fixas”, mas sensíveis ao mecanismo de realização do experimento. Ainda assim, o tratamento permanece guiado e pouco exploratório, pois o texto oferece o caminho e tende a encerrar a discussão no cálculo correto, em vez de estimular comparação sistemática entre cenários com e sem reposição.



CAPÍTULO 2

PROBABILIDADE

Você já estudou que a probabilidade de um evento A ocorrer, que chamaremos de $P(A)$, é dada por:

$$P(A) = \frac{\text{quantidade de resultados favoráveis ao evento } A}{\text{quantidade total de resultados possíveis}}$$

EVENTOS DEPENDENTES E EVENTOS INDEPENDENTES

Em um experimento aleatório, dois ou mais eventos são denominados **eventos independentes** quando a probabilidade de ocorrer um deles não depende do fato de os outros eventos terem ocorrido ou não.

Dados dois **eventos independentes** (A e B) de um espaço amostral, a probabilidade de eles ocorrerem sucessivamente é dada por:

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Acompanhe as situações a seguir.

1. Uma urna contém 10 bolas coloridas idênticas. Há 5 bolas azuis, 2 bolas verdes, 2 bolas amarelas e 1 bola vermelha.

- Sorteando-se uma dessas bolas (ao acaso), qual é a probabilidade de a bola sorteada ser azul?

  Na urna, há **5** bolas azuis **em 10**, ou seja: $P(\text{bola ser azul}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

- Sorteando-se duas dessas bolas (ao acaso), uma de cada vez, com reposição da bola sorteada, qual é a probabilidade de a segunda bola sorteada ser azul sabendo que a primeira foi vermelha?

  A ocorrência do evento "sair bola azul" não depende da ocorrência ou não do evento "sair bola vermelha", já que há reposição da bola retirada na urna, ou seja, nesse caso, os dois **eventos** são **independentes**; continuamos, então, com **5 em 10** para as azuis.

  $P(\text{sair bola azul, sabendo que saiu vermelha}) = P(\text{sair bola azul}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

- Qual é a probabilidade de a primeira bola sorteada ser azul, e a segunda ser vermelha?

  Como nesse caso esses eventos são independentes, temos:

  $P(\text{primeira azul e segunda vermelha}) = P(\text{ser azul}) \cdot P(\text{ser vermelha}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$

184

- Sorteando-se sequidamente duas dessas bolas (ao acaso) sem reposição, qual é a probabilidade de a segunda bola sorteada ser azul, sabendo que a primeira foi vermelha?

  Note que a primeira bola sorteada foi vermelha, e não houve reposição na urna. Assim, no sorteio da segunda bola, a urna tem uma composição diferente: agora há **9** bolas: **5** azuis, **2** verdes e **2** amarelas. Logo, são **5** bolas azuis **em** um total de **9** bolas, ou seja:

  $P(\text{sair bola azul, sabendo que saiu vermelha}) = \frac{5}{9}$

  Desse modo, a ocorrência do evento "sair bola vermelha" influenciou a ocorrência do evento "sair bola azul"; por isso, dizemos que esses eventos são **eventos dependentes**.

No caso de dois **eventos dependentes** (A e B) de um espaço amostral, a probabilidade de eles ocorrerem sucessivamente é dada por:

$$P(A \text{ e } B) = P(B \text{ e } A) = P(A \text{ dado que } B \text{ ocorreu}) \cdot P(B)$$

Voltando à situação do exemplo, vamos determinar a probabilidade de a primeira bola sorteada ser vermelha, e a segunda ser azul.

Como nesse caso esses eventos são dependentes, temos:

$P(1ª \text{ vermelha e } 2ª \text{ azul}) = P(\text{bola azul, sabendo que saiu vermelha}) \cdot P(\text{vermelha}) =$

$= \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$

2. Joana tem 3 cédulas de 2 reais e 2 cédulas de 10 reais na carteira. Qual é a probabilidade de ela obter a quantia de 12 reais ao retirar, sucessivamente da carteira, duas cédulas ao acaso?

Vamos utilizar uma árvore de possibilidades para representar essa situação.

Registramos no quadro as respectivas probabilidades para os resultados favoráveis, verificando que os eventos envolvidos são dependentes, já que não há reposição de cada cédula retirada.

1ª retirada	2ª retirada	Retiradas sucessivas
$P(10 \text{ reais}) = \frac{2}{5}$	$P(\text{retirar uma cédula de 2 reais, sabendo que foi retirada uma cédula de 10 reais}) = \frac{3}{4}$	$P(\text{retirar 2 reais e 10 reais}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = 30\%$
$P(2 \text{ reais}) = \frac{3}{5}$	$P(\text{retirar uma cédula de 10 reais, sabendo que foi retirada uma cédula de 2 reais}) = \frac{2}{4}$	$P(\text{retirar 10 reais e 2 reais}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = 30\%$

Como há duas maneiras de se obter 12 reais, devemos adicionar as probabilidades dessas duas maneiras:

$$P(12 \text{ reais}) = \frac{6}{20} + \frac{6}{20} = \frac{12}{20} = 60\%$$

Logo, a probabilidade de Joana conseguir 12 reais retirando da carteira duas cédulas ao acaso é de 60%.

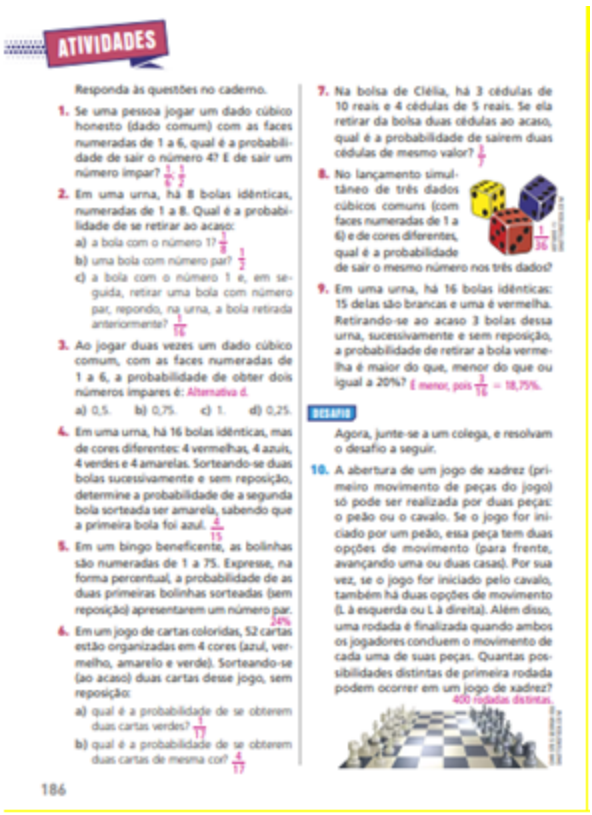
185

Figura 29 – Página 184 e 185 no livro didático do nono ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

O exemplo das cédulas na carteira, também situado no bloco das páginas 185 e 186, acrescenta um aspecto didático relevante ao exigir soma de caminhos favoráveis, articulando dependência e exclusão mútua. Nesse caso, a garantia não é apenas multiplicar condicionais, mas reconhecer que eventos compostos podem ser decompostos em casos que não ocorrem simultaneamente, o que abre espaço para uma justificativa racional mais complexa. A contribuição formativa está em mostrar que o raciocínio probabilístico não se reduz a uma única fórmula, exigindo organização de casos e leitura estrutural do problema, algo que amplia o repertório em relação à urna. Mesmo assim, a linearidade do texto mantém baixa a exigência de elaboração autônoma, pois as escolhas de decomposição tendem a ser sugeridas pelo próprio enunciado, limitando o exercício de decisão argumentativa pelo estudante.

O conjunto de exercícios da página 186 consolida o contraste entre dependência e independência, repetindo uma estrutura já instalada: dados explícitos, aplicação de regra e obtenção de conclusão numérica.



ATIVIDADES

Responda às questões no caderno.

1. Se uma pessoa jogar um dado cúbico honesto (dado comum) com as faces numeradas de 1 a 6, qual é a probabilidade de sair o número 4? E de sair um número ímpar? $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$

2. Em uma urna, há 8 bolas idênticas, numeradas de 1 a 8. Qual é a probabilidade de se retirar ao acaso:
   a) a bola com o número 1? $\frac{1}{8}$
   b) uma bola com número par? $\frac{1}{2}$
   c) a bola com o número 1 e, em seguida, retirar uma bola com número par, repondo, na urna, a bola retirada anteriormente? $\frac{1}{16}$

3. Ao jogar duas vezes um dado cúbico comum, com as faces numeradas de 1 a 6, a probabilidade de obter dois números ímpares é: Alternativa d.
   a) 0,5. b) 0,75. c) 1. d) 0,25.

4. Em uma urna, há 16 bolas idênticas, mas de cores diferentes: 4 vermelhas, 4 azuis, 4 verdes e 4 amarelas. Sorteando-se duas bolas sucessivamente e sem reposição, determine a probabilidade de a segunda bola sorteada ser amarela, sabendo que a primeira bola foi azul. $\frac{4}{15}$

5. Em um bingo beneficente, as bolinhas são numeradas de 1 a 75. Expresse, na forma percentual, a probabilidade de as duas primeiras bolinhas sorteadas (sem reposição) apresentarem um número par. 24%

6. Em um jogo de cartas coloridas, 52 cartas estão organizadas em 4 cores (azul, vermelho, amarelo e verde). Sorteando-se (ao acaso) duas cartas desse jogo, sem reposição:
   a) qual é a probabilidade de se obterem duas cartas verdes? $\frac{1}{17}$
   b) qual é a probabilidade de se obterem duas cartas de mesma cor? $\frac{4}{17}$

7. Na bolsa de Cléia, há 3 cédulas de 10 reais e 4 cédulas de 5 reais. Se ela retirar da bolsa duas cédulas ao acaso, qual é a probabilidade de sairem duas cédulas de mesmo valor? $\frac{3}{7}$

8. No lançamento simultâneo de três dados cúbicos comuns (com faces numeradas de 1 a 6) e de cores diferentes, qual é a probabilidade de sair o mesmo número nos três dados? $\frac{1}{36}$

9. Em uma urna, há 16 bolas idênticas: 15 delas são brancas e uma é vermelha. Retirando-se ao acaso 3 bolas dessa urna, sucessivamente e sem reposição, a probabilidade de retirar a bola vermelha é maior do que, menor do que ou igual a 20%? É menor, pois $\frac{3}{16} = 18{,}75\%$.

DESAFIO

Agora, junte-se a um colega, e resolvam o desafio a seguir.

10. A abertura de um jogo de xadrez (primeiro movimento de peças do jogo) só pode ser realizada por duas peças: o peão ou o cavalo. Se o jogo for iniciado por um peão, essa peça tem duas opções de movimento (para frente, avançando uma ou duas casas). Por sua vez, se o jogo for iniciado pelo cavalo, também há duas opções de movimento (L à esquerda ou L à direita). Além disso, uma rodada é finalizada quando ambos os jogadores concluem o movimento de cada uma de suas peças. Quantas possibilidades distintas de primeira rodada podem ocorrer em um jogo de xadrez? 400 rodadas distintas.

186

Figura 30 – Página 186 no livro didático do nono ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

Pela perspectiva de Salles (2011), trata-se de um predomínio explicativo orientado à execução, no qual a validade é garantida por conformidade a procedimentos normativos e não por debate sobre alternativas. Quando aparecem itens envolvendo dois lançamentos de dado, o material reforça a ideia de independência como hipótese padrão em repetições com o mesmo dispositivo, mas a ausência de discussões sobre dependência em contextos não óbvios limita a capacidade de generalização. A recorrência de urnas e retiradas sem reposição, por outro lado, estabiliza a dependência como consequência mecânica, o que é útil para fixar o conceito, ainda que mantenha o estudante no regime de aplicação e não de problematização.

Capítulo 3

A mudança para o Capítulo 3, Analisando Gráficos, inicia-se nas páginas 187 a 191 e desloca o foco da probabilidade para a comunicação de dados, com ênfase em adequação de representações. No esquema de Toulmin, o dado passa a ser o conjunto de informações coletadas, a conclusão é a escolha do tipo de gráfico e a garantia reside na correspondência entre finalidade e forma de visualização, com respaldo na Estatística escolar. O ponto

analítico mais significativo é que o livro ensina critérios de escolha como se fossem estáveis e universais, o que fortalece a padronização técnica, mas pode reduzir a discussão sobre convenções e sobre as limitações perceptivas de certos gráficos. Ainda assim, a unidade amplia o letramento estatístico ao explicitar que títulos, eixos, escalas e unidades não são adereços, mas componentes que condicionam a interpretação, aspecto essencial para ler dados em circulação social.

O trabalho com gráfico de setores e com situações de preferência cultural, desenvolvido no recorte que inclui página 187 e página 188, enfatiza o vínculo parte-todo e mantém uma argumentação explicativa, na qual o estudante aprende a justificar a escolha do gráfico pela proporcionalidade. O que se repete em itens seguintes é a lógica de associar "tipo de dado" a "tipo de gráfico", e basta registrar que o mesmo raciocínio é retomado em diferentes contextos, com variação apenas do tema. O acréscimo mais consistente surge quando a leitura gráfica é conectada a medidas como moda e a operações como diferença e média, pois isso exige transitar de interpretação visual para inferência numérica. Apesar desse ganho, a obra preserva um percurso guiado e raramente transforma a adequação do gráfico em objeto de debate, por exemplo, comparando como a mesma informação muda de impacto quando expressa em setores ou em barras.

No bloco que inclui página 189, o tratamento de medidas de tendência central a partir de séries temporais reforça um padrão já visto: dados organizados, aplicação de definições e produção de valores, com baixa exploração de por que uma medida seria preferível a outra. Um avanço mais expressivo aparece quando a obra introduz o problema da escala e da proporcionalidade em gráficos comparativos, pois aí o texto toca a dimensão crítica da comunicação de dados. No modelo de Toulmin, a garantia passa a incluir a exigência de coerência entre valor numérico e altura representada, e isso funciona como critério para refutar uma leitura induzida por manipulação visual. Mesmo com esse potencial, o estudante costuma ser conduzido a reconhecer o erro em vez de construir, por conta própria, um argumento sobre como a distorção altera decisões, o que mantém o regime predominante de explicação orientada.

As atividades reunidas nas páginas 190 e 191 ampliam o repertório de representações e de operações, mas preservam uma matriz argumentativa similar, centrada em identificar o gráfico adequado para séries temporais e em calcular taxas, médias e medianas. O item que solicita reconstrução de um gráfico corrigido se diferencia por exigir produção de um artefato e, portanto, maior autonomia na aplicação de garantias de proporcionalidade, ainda que o critério de correção continue sendo normativo. Já os exercícios sobre desmatamento e sobre

registros anuais incorporam contextos públicos e reforçam a leitura crítica, mas a crítica tende a ser técnica e não epistemológica, pois se discute a forma do gráfico mais do que a qualidade da fonte, a incerteza ou a comparabilidade dos dados. Esse desenho consolida competências importantes de leitura e cálculo, mas limita a transição para uma argumentação em que o estudante justificaria escolhas e discutiria consequências interpretativas.

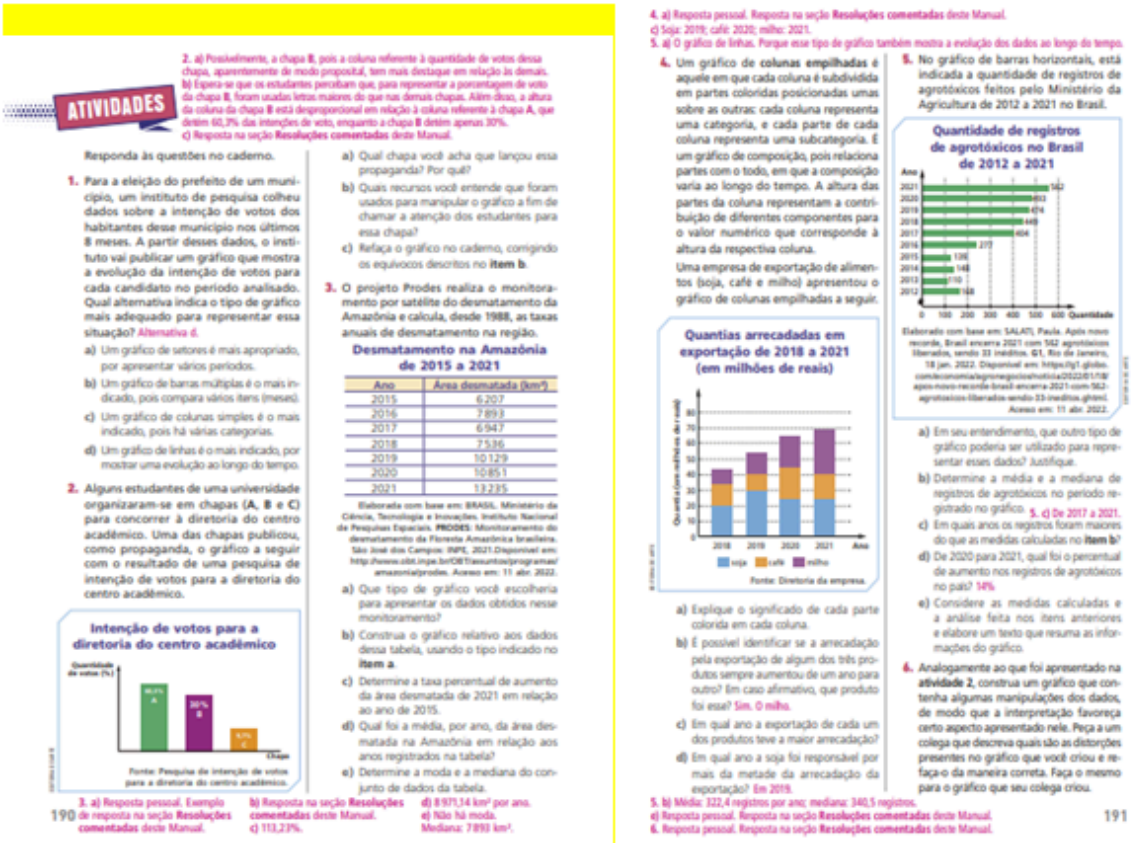


Figura 31 – Página 190 e 191 no livro didático do nono ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

A introdução de gráficos empilhados e de tarefas que envolvem composição percentual, trabalhada em página 191, acrescenta um ganho conceitual ao exigir leitura simultânea de total e partes, o que é mais complexo do que comparar barras simples. No modelo de Toulmin, a garantia passa a depender de reconhecer proporções internas e sua variação ao longo do tempo, ampliando o repertório de inferências possíveis e reforçando a competência de decompor o todo em contribuições. A proposta de manipular gráficos e desafiar colegas também amplia, em tese, a dimensão argumentativa, porque sugere confronto de leituras e identificação de distorções. Contudo, o material tende a permanecer prescritivo, pois a atividade é apresentada mais como exercício de percepção do erro do que como debate

sobre ética e responsabilidade na comunicação de dados, o que poderia aprofundar o potencial crítico do capítulo.

Considerado o bloco 184 a 191, observa-se uma continuidade didática na qual Probabilidade e leitura de gráficos são ensinadas por procedimentos e critérios estáveis, com predominância de argumentação explicativa e justificações racionais fechadas, conforme a chave de leitura de Salles (2011). As páginas de probabilidade fortalecem a distinção entre independência e dependência, mas discutem pouco os limites das hipóteses que sustentam o cálculo, sobretudo a equiprobabilidade e a escolha do espaço amostral. As páginas de gráficos, por sua vez, avançam ao tratar de escala, manipulação e adequação de representação, introduzindo possibilidades de refutação técnica, ainda que a produção discursiva do estudante permaneça pouco exigida. Como resultado, o volume consolida competências operacionais e de leitura, mas deixa como tarefa de mediação docente a ampliação de qualificadores, controvérsias e justificativas autônomas, especialmente quando os dados pertencem ao mundo social e não a conjuntos escolares controlados.

Capítulo 04

O Capítulo 4, “Elaborando uma Pesquisa”, situado entre as páginas 192 e 203, desloca o foco do livro da aplicação de regras probabilísticas e da leitura de gráficos para a constituição de um percurso metodológico completo, no qual a pesquisa estatística passa a ser apresentada como prática orientada por decisões. Na leitura pela tipologia de Salles (2011), predomina inicialmente uma argumentação explicativa, pois o texto estabiliza definições e sequências de ação antes de solicitar posicionamentos do estudante. O ganho analítico é que a pesquisa aparece como dispositivo de validação interna, já que objetivos, instrumentos e tratamento de dados funcionam como garantias para sustentar conclusões, aproximando a Estatística de um modelo de racionalidade aplicada. Mesmo quando o material se ancora em exemplos cotidianos, a legitimidade das conclusões continua dependente da cadeia dado-garantia-conclusão, o que reduz ambiguidade, mas também restringe a discussão sobre limites e incertezas do processo investigativo.

A introdução do capítulo, iniciada na página 192, diferencia pesquisas estatísticas de pesquisas informais e estabelece uma fronteira epistemológica importante: não basta coletar informações, é preciso organizá-las para que sustentem decisões. Pelo modelo de Toulmin, a diversidade de investigações no cotidiano opera como dado, a relevância das pesquisas estatísticas constitui a conclusão, a garantia repousa na ideia de que decisões exigem evidências sistematizadas e o respaldo se ancora na Estatística como campo escolar

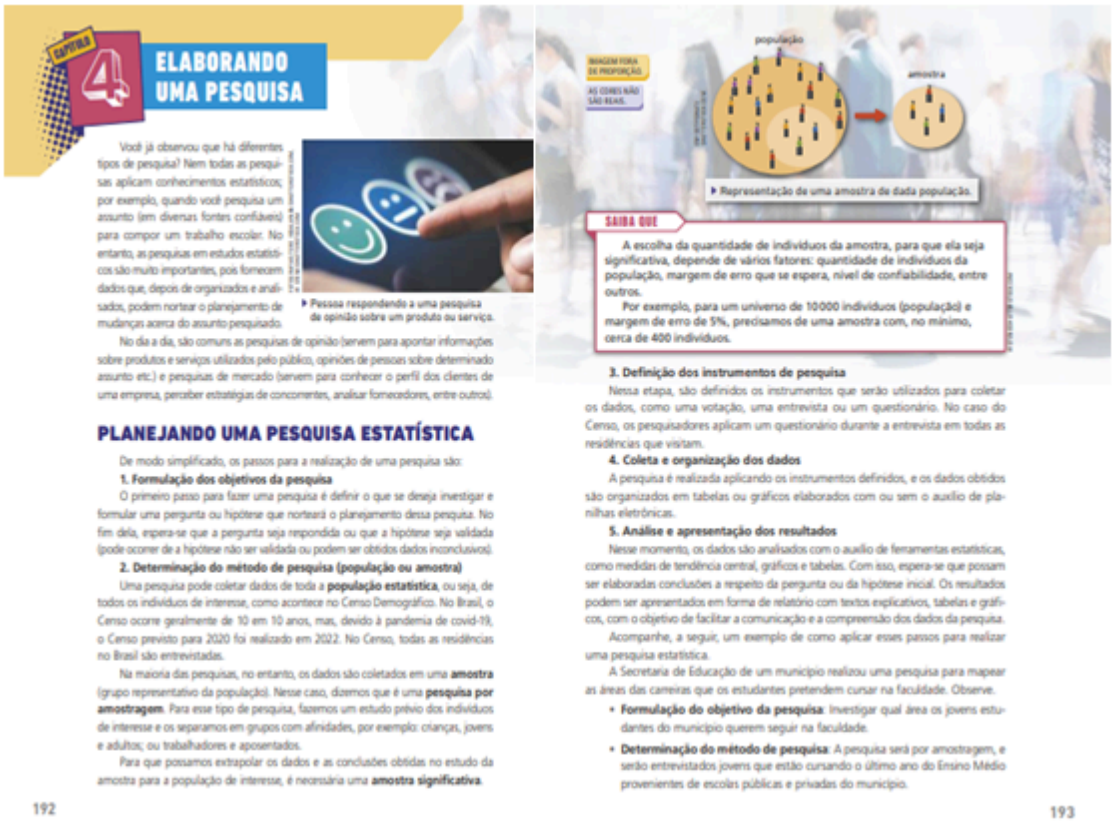
legitimado. O aspecto novo, em relação aos capítulos anteriores, é a explicitação de uma finalidade social para o cálculo, pois resultados deixam de ser apenas respostas e passam a ser argumentos para orientar planejamento. Ainda assim, a obra não explora de modo sistemático o que poderia refutar uma decisão baseada em dados, como seleção inadequada de participantes, instrumentos enviesados ou ausência de critérios de qualidade, o que mantém a crítica em nível introdutório e dependente de mediação docente.

A etapa de planejamento, articulada ainda no bloco da página 192 e retomada na página 193, organiza objetivos, pergunta ou hipótese e escolha do tipo de pesquisa, e essa estrutura funciona como garantia metodológica antes mesmo da coleta. Em termos argumentativos, a conclusão de que uma pesquisa deve responder à pergunta formulada depende de uma garantia forte: objetivos claros são condição para validade do levantamento, com respaldo em práticas padronizadas de metodologia estatística. O texto reafirma a distinção entre censo e amostragem, tema já conhecido do leitor em volumes anteriores, e convém registrar que a repetição aqui é funcional, pois reinsere conceitos em um fluxo de decisões, não como lista definicional. O que se acrescenta é a ênfase de que amostragem requer planejamento rigoroso para permitir extrapolação, embora a discussão sobre vieses, subcobertura e erro de não resposta permaneça apenas implícita.

A discussão sobre tamanho da amostra, apresentada na página 193, introduz um elemento de maior densidade técnica ao associar significância a margem de erro e nível de confiança, com exemplo numérico que confere aparência de regra objetiva. No modelo de Toulmin, os fatores que influenciam a amostra são dados, o número mínimo sugerido é a conclusão, a garantia é a relação entre precisão desejada e tamanho amostral e o respaldo vem de convenções consolidadas de amostragem. O avanço em relação à mera distinção censo-amostra está em tornar a decisão mensurável, o que tende a fortalecer a justificatória racional no plano conceitual, ainda que o estudante seja conduzido a aceitar parâmetros sem discutir pressupostos. Permanece pouco explorada a ideia de que amostra “grande” não garante representatividade se o desenho for inadequado, uma ausência que limita a compreensão de validade como problema qualitativo, e não apenas quantitativo.

A escolha de instrumentos, também enfatizada na página 193, retoma o padrão instrucional ao listar votações, entrevistas e questionários, exemplificando sua aplicação em práticas consolidadas como censos. O dado é a variedade de instrumentos, a conclusão é que a padronização viabiliza comparações e análise, a garantia está na adequação do instrumento ao objetivo e o respaldo reside na prática metodológica institucionalizada. A novidade efetiva aqui não está na existência do questionário, mas no deslocamento do erro possível para a

etapa de coleta, sugerindo que falhas podem ocorrer antes do cálculo. Contudo, a obra pouco explora critérios de elaboração de itens, validação de perguntas ou riscos de indução por enunciados, o que reduziria a tendência de tratar o instrumento como neutro. Assim, a argumentação permanece explicativa e normativa, com potencial crítico apenas sugerido e ainda pouco operacionalizado.



CAPÍTULO 4

ELABORANDO UMA PESQUISA

Você já observou que há diferentes tipos de pesquisa? Nem todas as pesquisas aplicam conhecimentos estatísticos; por exemplo, quando você pesquisa um assunto (em diversas fontes confiáveis) para compor um trabalho escolar. No entanto, as pesquisas em estudos estatísticos são muito importantes, pois fornecem dados que, depois de organizados e analisados, podem nortear o planejamento de mudanças acerca do assunto pesquisado.

No dia a dia, são comuns as pesquisas de opinião (servem para apontar informações sobre produtos e serviços utilizados pelo público, opiniões de pessoas sobre determinado assunto etc.) e pesquisas de mercado (servem para conhecer o perfil dos clientes de uma empresa, perceber estratégias de concorrentes, analisar fornecedores, entre outros).

Pessoa respondendo a uma pesquisa de opinião sobre um produto ou serviço.

PLANEJANDO UMA PESQUISA ESTATÍSTICA

De modo simplificado, os passos para a realização de uma pesquisa são:

1. Formulação dos objetivos da pesquisa

O primeiro passo para fazer uma pesquisa é definir o que se deseja investigar e formular uma pergunta ou hipótese que norteará o planejamento dessa pesquisa. No fim dela, espera-se que a pergunta seja respondida ou que a hipótese seja validada (pode ocorrer de a hipótese não ser validada ou podem ser obtidos dados inconclusivos).

2. Determinação do método de pesquisa (população ou amostra)

Uma pesquisa pode coletar dados de toda a **população estatística**, ou seja, de todos os indivíduos de interesse, como acontece no Censo Demográfico. No Brasil, o Censo ocorre geralmente de 10 em 10 anos, mas, devido à pandemia de covid-19, o Censo previsto para 2020 foi realizado em 2022. No Censo, todas as residências no Brasil são entrevistadas.

Na maioria das pesquisas, no entanto, os dados são coletados em uma **amostra** (grupo representativo da população). Nesse caso, dizemos que é uma **pesquisa por amostragem**. Para esse tipo de pesquisa, fazemos um estudo prévio dos indivíduos de interesse e os separamos em grupos com afinidades, por exemplo: crianças, jovens e adultos; ou trabalhadores e aposentados.

Para que possamos extrapolar os dados e as conclusões obtidas no estudo da amostra para a população de interesse, é necessária uma **amostra significativa**.

192

Representação de uma amostra de dada população.

SAIBA QUE

A escolha da quantidade de indivíduos da amostra, para que ela seja significativa, depende de vários fatores: quantidade de indivíduos da população, margem de erro que se espera, nível de confiabilidade, entre outros.

Por exemplo, para um universo de 10000 indivíduos (população) e margem de erro de 5%, precisamos de uma amostra com, no mínimo, cerca de 400 indivíduos.

3. Definição dos instrumentos de pesquisa

Nessa etapa, são definidos os instrumentos que serão utilizados para coletar os dados, como uma votação, uma entrevista ou um questionário. No caso do Censo, os pesquisadores aplicam um questionário durante a entrevista em todas as residências que visitam.

4. Coleta e organização dos dados

A pesquisa é realizada aplicando os instrumentos definidos, e os dados obtidos são organizados em tabelas ou gráficos elaborados com ou sem o auxílio de planilhas eletrônicas.

5. Análise e apresentação dos resultados

Nesse momento, os dados são analisados com o auxílio de ferramentas estatísticas, como medidas de tendência central, gráficos e tabelas. Com isso, espera-se que possam ser elaboradas conclusões a respeito da pergunta ou da hipótese inicial. Os resultados podem ser apresentados em forma de relatório com textos explicativos, tabelas e gráficos, com o objetivo de facilitar a comunicação e a compreensão dos dados da pesquisa.

Acompanhe, a seguir, um exemplo de como aplicar esses passos para realizar uma pesquisa estatística.

A Secretaria de Educação de um município realizou uma pesquisa para mapear as áreas das carreiras que os estudantes pretendem cursar na faculdade. Observe.

- **Formulação do objetivo da pesquisa**: Investigar qual área os jovens estudantes do município querem seguir na faculdade.
- **Determinação do método de pesquisa**: A pesquisa será por amostragem, e serão entrevistados jovens que estão cursando o último ano do Ensino Médio provenientes de escolas públicas e privadas do município.

193

Figura 32 – Página 192 e 193 no livro didático do nono ano

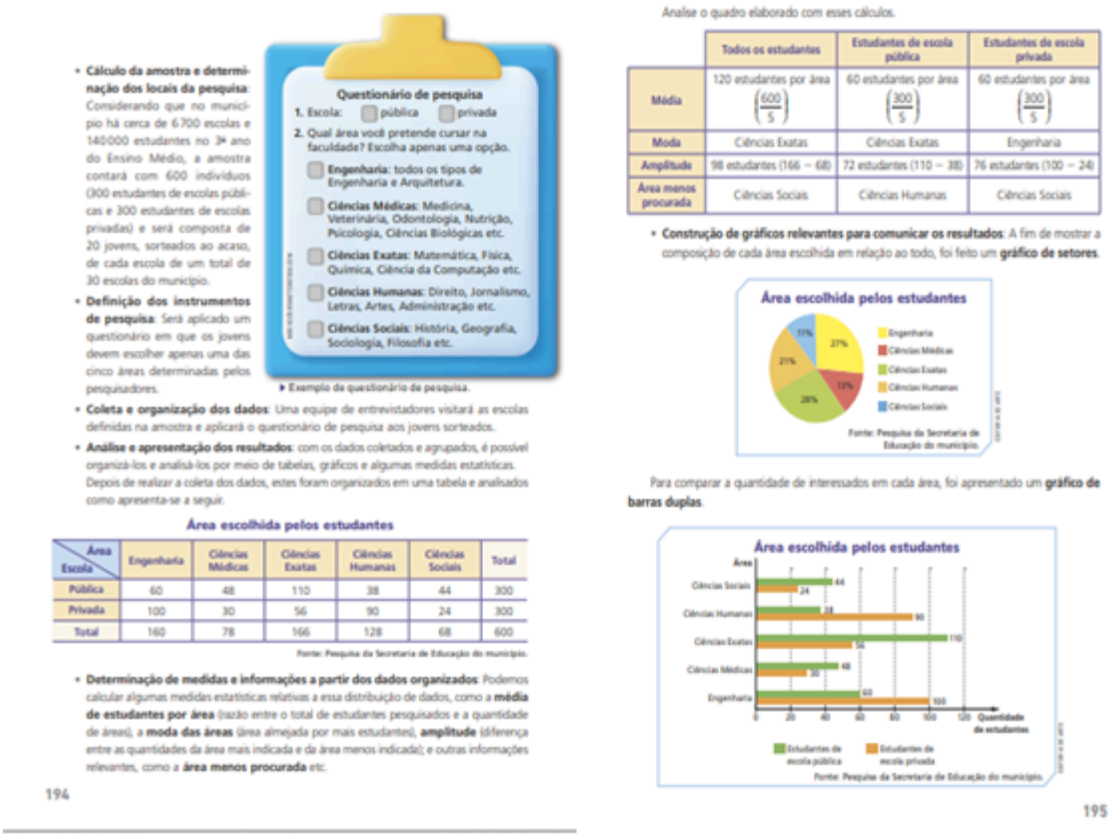
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

A passagem para coleta, organização e análise, consolidada na página 193, reativa conteúdos já trabalhados em capítulos anteriores, como tabelas, gráficos e medidas de tendência central, e basta indicar que a lógica de representação repete procedimentos previamente estabilizados. O diferencial do capítulo é integrar essas técnicas em uma cadeia, na qual cada fase funciona como condição para a seguinte e, portanto, como garantia de credibilidade do resultado final. Pelo esquema de Toulmin, dados organizados permitem conclusões sobre o objetivo inicial, com respaldo em ferramentas estatísticas escolares, mas o texto costuma apresentar essa transição como linear e segura. O ponto analítico mais delicado é que a obra sugere inferência como consequência natural do uso de medidas, mas não discute

quando os resultados são fracos, inconclusivos ou sensíveis a pequenas variações, o que reduziria o risco de “fetichização” do número como prova automática.

O estudo de caso estruturado na página 194, envolvendo áreas de interesse de estudantes, dá concretude ao roteiro e funciona como protótipo de pesquisa “correta”, com questionário, desenho amostral, coleta e análise. Em Toulmin, as opções fechadas do instrumento e a escolha única atuam como dados controlados, e a conclusão de que se identificam preferências decorre da garantia de padronização, com respaldo em práticas de questionários. A amostra de 600 estudantes e a distribuição entre escolas públicas e privadas introduzem um argumento de comparabilidade por estratos, que reforça racionalidade do desenho, mas a validade é apresentada como consequência do procedimento, não como hipótese sujeita a verificação. A ausência de discussão sobre critérios de escolha das escolas, recusas ou perfil socioeconômico reduz a capacidade do exemplo de ensinar que representatividade é sempre uma questão disputável, não apenas uma etapa cumprida.

A análise de resultados na página 195 retoma medidas já conhecidas, como média, moda e amplitude, e apresenta gráficos de setores e barras duplas como suporte de comunicação. O que se repete é o uso de medidas e a leitura direta de gráficos, como em capítulos anteriores, de modo que a novidade precisa ser localizada na função: agora as medidas operam como argumentos para comparar grupos e justificar interpretações. A garantia central é que fórmulas e gráficos traduzem distribuição de preferências, com respaldo em Estatística descritiva escolar, porém o texto tende a tratar a média “por área” como síntese suficiente, sem discutir se essa média é informativa em dados categóricos. O ponto mais produtivo para análise é que a obra começa a sugerir que diferentes representações sustentam conclusões diferentes, embora ainda sem solicitar ao estudante que justifique por que um gráfico seria mais persuasivo ou mais fiel que outro.



- **Cálculo da amostra e determinação dos locais da pesquisa**: Considerando que no município há cerca de 6 700 escolas e 140 000 estudantes no 3º ano do Ensino Médio, a amostra contará com 600 indivíduos (300 estudantes de escolas públicas e 300 estudantes de escolas privadas) e será composta de 20 jovens, sorteados ao acaso, de cada escola de um total de 30 escolas do município.
- **Definição dos instrumentos de pesquisa**: Será aplicado um questionário em que os jovens devem escolher apenas uma das cinco áreas determinadas pelos pesquisadores.

Questionário de pesquisa
1. Escola: ☐ pública ☐ privada
2. Qual área você pretende cursar na faculdade? Escolha apenas uma opção.
☐ **Engenharia**: todos os tipos de Engenharia e Arquitetura.
☐ **Ciências Médicas**: Medicina, Veterinária, Odontologia, Nutrição, Psicologia, Ciências Biológicas etc.
☐ **Ciências Exatas**: Matemática, Física, Química, Ciência da Computação etc.
☐ **Ciências Humanas**: Direito, Jornalismo, Letras, Artes, Administração etc.
☐ **Ciências Sociais**: História, Geografia, Sociologia, Filosofia etc.

▸ Exemplo de questionário de pesquisa.

- **Coleta e organização dos dados**: Uma equipe de entrevistadores visitará as escolas definidas na amostra e aplicará o questionário de pesquisa aos jovens sorteados.
- **Análise e apresentação dos resultados**: com os dados coletados e agrupados, é possível organizá-los e analisá-los por meio de tabelas, gráficos e algumas medidas estatísticas. Depois de realizar a coleta dos dados, estes foram organizados em uma tabela e analisados como apresenta-se a seguir.

Área escolhida pelos estudantes

Área / Escola	Engenharia	Ciências Médicas	Ciências Exatas	Ciências Humanas	Ciências Sociais	Total
Pública	60	48	110	38	44	300
Privada	100	30	56	90	24	300
Total	160	78	166	128	68	600

Fonte: Pesquisa da Secretaria de Educação do município.

- **Determinação de medidas e informações a partir dos dados organizados**: Podemos calcular algumas medidas estatísticas relativas a essa distribuição de dados, como a **média de estudantes por área** (razão entre o total de estudantes pesquisados e a quantidade de áreas), a **moda das áreas** (área almejada por mais estudantes), **amplitude** (diferença entre as quantidades da área mais indicada e da área menos indicada); e outras informações relevantes, como a **área menos procurada** etc.

194

Analise o quadro elaborado com esses cálculos.

	Todos os estudantes	Estudantes de escola pública	Estudantes de escola privada
Média	120 estudantes por área $\left(\frac{600}{5}\right)$	60 estudantes por área $\left(\frac{300}{5}\right)$	60 estudantes por área $\left(\frac{300}{5}\right)$
Moda	Ciências Exatas	Ciências Exatas	Engenharia
Amplitude	98 estudantes (166 − 68)	72 estudantes (110 − 38)	76 estudantes (100 − 24)
Área menos procurada	Ciências Sociais	Ciências Humanas	Ciências Sociais

- **Construção de gráficos relevantes para comunicar os resultados**: A fim de mostrar a composição de cada área escolhida em relação ao todo, foi feito um **gráfico de setores**.

Para comparar a quantidade de interessados em cada área, foi apresentado um **gráfico de barras duplas**.

195

Figura 33 – Página 194 e 195 no livro didático do nono ano
FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

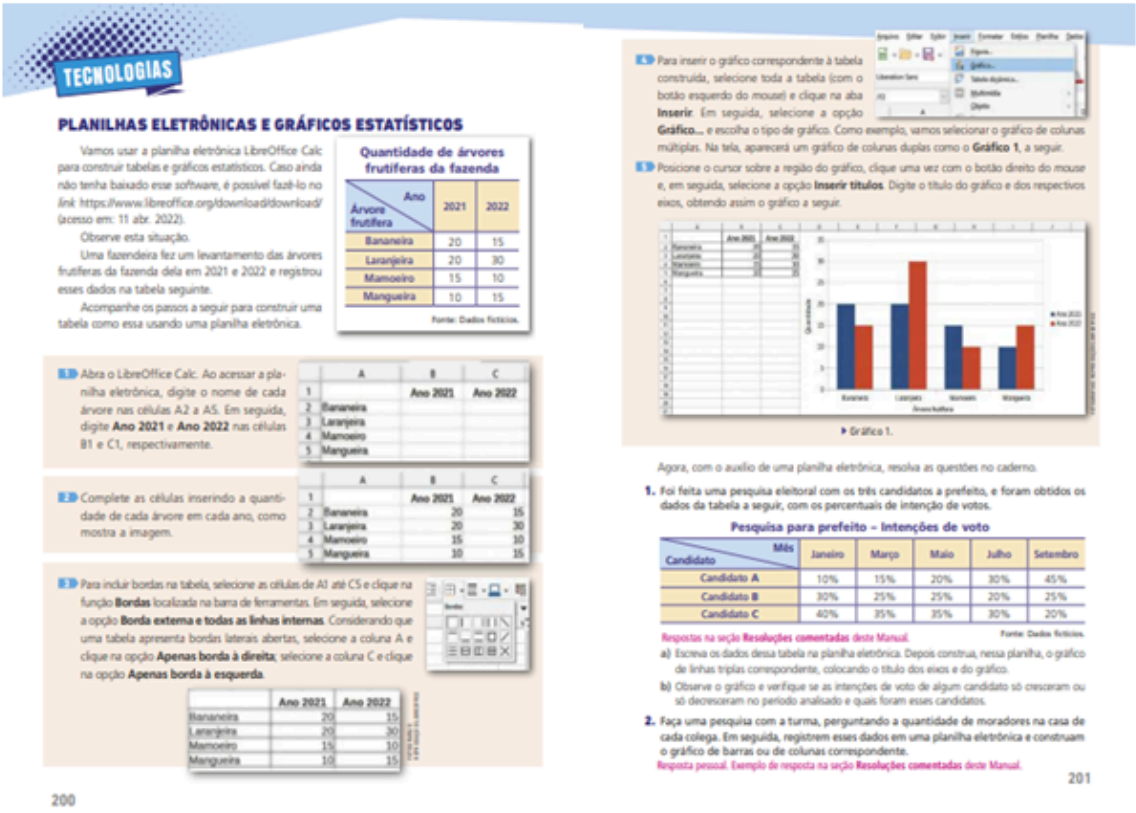
As interpretações explicitadas na página 196 ampliam o alcance discursivo ao extrair conclusões comparativas e solicitar produção de texto e proposição de ações, o que pode deslocar a tarefa do cálculo para a argumentação. Aqui, dados tabulares e gráficos alimentam conclusões sobre diferenças entre redes de ensino, e a garantia é a coerência entre frequências observadas e afirmações derivadas, com respaldo no repertório de leitura gráfica e medidas. Em termos de Salles (2011), há abertura para justificatória, porque o estudante precisa selecionar evidências e construir encadeamento verbal, embora o livro ainda ofereça forte moldura do que deve ser observado. O planejamento de uma pesquisa própria também amplia autonomia, mas a qualidade dessa autonomia dependerá de critérios de validação explicitados pelo professor, já que o texto não detalha procedimentos para avaliar viés, consistência de instrumento ou suficiência amostral na prática escolar.

O debate sobre manipulação de dados na mídia, introduzido na página 197, representa um acréscimo relevante em comparação às páginas anteriores, pois desloca a crítica do “como calcular” para “como comunicar”. No esquema de Toulmin, os mecanismos de recorte, título e escala atuam como dados que sustentam a conclusão de que a Estatística pode ser usada de

modo tendencioso, com garantia baseada na distância entre medida e realidade e respaldo em princípios de leitura crítica. O avanço pedagógico está em introduzir refutação como possibilidade real, já que um gráfico pode induzir interpretação incorreta, e isso reconfigura a função da argumentação estatística. Ainda assim, a crítica permanece mais descritiva do que metodologicamente operativa, porque seriam necessários critérios mais explícitos para auditar fontes, comparar gráficos alternativos e distinguir erro de manipulação intencional.

A inserção de temas demográficos na página 198 e de decisões em saúde pública na página 199 amplia a articulação entre dados e políticas, reforçando o uso social da Estatística como suporte de decisão. O caso do envelhecimento utiliza dados oficiais e pirâmides etárias para sustentar a conclusão de mudança estrutural e necessidade de políticas, com garantia associada a tendências demográficas e respaldo em estatísticas públicas, o que fortalece a justificatória racional pelo vínculo entre evidência e ação. O tópico de vacinação, por sua vez, adiciona um componente de modelagem e escolha ótima, pois compara efeitos de estratégias e sustenta priorização por risco de mortalidade, o que eleva a densidade argumentativa ao exigir inferência a partir de simulações. Persistem, contudo, limites importantes: pouco se discute incerteza, suposições do modelo ou conflito entre objetivos, o que reduziria a tendência de tratar o resultado como prescrição automática e permitiria ao estudante compreender a natureza provisória de decisões baseadas em evidências.

O bloco tecnológico das páginas 200 e 201 introduz planilhas e construção de gráficos como habilidade instrumental, repetindo a lógica instrucional já vista em seções tecnológicas de outros volumes, e convém registrar que o conteúdo estatístico é pouco novo nesse trecho. O ganho está em deslocar o trabalho para um suporte que automatiza tarefas mecânicas e pode liberar tempo para análise, embora o texto ainda enfatize mais o “fazer” do que o “interpretar”. Em Toulmin, as etapas operacionais são dados, a conclusão é que o gráfico será gerado, a garantia é o funcionamento do software e o respaldo é o uso social de planilhas, mas esse encadeamento reduz o espaço para discutir escolhas de escala, categorias e títulos como decisões argumentativas. Os contraditores possíveis, como erros de digitação e seleção de intervalos, são tratáveis didaticamente, porém o capítulo não os explora como parte do raciocínio crítico sobre confiabilidade.


TECNOLOGIAS

PLANILHAS ELETRÔNICAS E GRÁFICOS ESTATÍSTICOS

Vamos usar a planilha eletrônica LibreOffice Calc para construir tabelas e gráficos estatísticos. Caso ainda não tenha baixado esse software, é possível fazê-lo no link https://www.libreoffice.org/download/download/ (acesso em: 11 abr. 2022).

Observe esta situação.

Uma fazendeira fez um levantamento das árvores frutíferas da fazenda dela em 2021 e 2022 e registrou esses dados na tabela seguinte.

Acompanhe os passos a seguir para construir uma tabela como essa usando uma planilha eletrônica.

Quantidade de árvores frutíferas da fazenda

Árvore frutífera \ Ano	2021	2022
Bananeira	20	15
Laranjeira	20	30
Mamoeiro	15	10
Mangueira	10	15

Fonte: Dados fictícios.

1 Abra o LibreOffice Calc. Ao acessar a planilha eletrônica, digite o nome de cada árvore nas células A2 a A5. Em seguida, digite **Ano 2021** e **Ano 2022** nas células B1 e C1, respectivamente.

	A	B	C
1		Ano 2021	Ano 2022
2	Bananeira		
3	Laranjeira		
4	Mamoeiro		
5	Mangueira		

2 Complete as células inserindo a quantidade de cada árvore em cada ano, como mostra a imagem.

	A	B	C
1		Ano 2021	Ano 2022
2	Bananeira	20	15
3	Laranjeira	20	30
4	Mamoeiro	15	10
5	Mangueira	10	15

3 Para incluir bordas na tabela, selecione as células de A1 até C5 e clique na função **Bordas** localizada na barra de ferramentas. Em seguida, selecione a opção **Borda externa e todas as linhas internas**. Considerando que uma tabela apresenta bordas laterais abertas, selecione a coluna A e clique na opção **Apenas borda à direita**; selecione a coluna C e clique na opção **Apenas borda à esquerda**.

	Ano 2021	Ano 2022
Bananeira	20	15
Laranjeira	20	30
Mamoeiro	15	10
Mangueira	10	15

200

4 Para inserir o gráfico correspondente à tabela construída, selecione toda a tabela (com o botão esquerdo do mouse) e clique na aba **Inserir**. Em seguida, selecione a opção **Gráfico...** e escolha o tipo de gráfico. Como exemplo, vamos selecionar o gráfico de colunas múltiplas. Na tela, aparecerá um gráfico de colunas duplas como o **Gráfico 1**, a seguir.

5 Posicione o cursor sobre a região do gráfico, clique uma vez com o botão direito do mouse e, em seguida, selecione a opção **Inserir títulos**. Digite o título do gráfico e dos respectivos eixos, obtendo assim o gráfico a seguir.

Gráfico 1.

Agora, com o auxílio de uma planilha eletrônica, resolva as questões no caderno.

1. Foi feita uma pesquisa eleitoral com os três candidatos a prefeito, e foram obtidos os dados da tabela a seguir, com os percentuais de intenção de votos.

Pesquisa para prefeito – Intenções de voto

Candidato \ Mês	Janeiro	Março	Maio	Julho	Setembro
Candidato A	10%	15%	20%	30%	45%
Candidato B	30%	25%	25%	20%	25%
Candidato C	40%	35%	35%	30%	20%

Fonte: Dados fictícios.

Respostas na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.

a) Escreva os dados dessa tabela na planilha eletrônica. Depois construa, nessa planilha, o gráfico de linhas triplas correspondente, colocando o título dos eixos e do gráfico.

b) Observe o gráfico e verifique se as intenções de voto de algum candidato só cresceram ou só decresceram no período analisado e quais foram esses candidatos.

2. Faça uma pesquisa com a turma, perguntando a quantidade de moradores na casa de cada colega. Em seguida, registrem esses dados em uma planilha eletrônica e construam o gráfico de barras ou de colunas correspondente.

Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.

201

Figura 34 – Página 200 e 201 no livro didático do nono ano

FONTE: Coleção “A Conquista da Matemática" (2022)

As atividades finais, distribuídas nas páginas 202 e 203, funcionam como síntese avaliativa e retomam percentuais, probabilidade e leitura de gráficos, em estrutura semelhante à de exercícios anteriores: dados fornecidos, aplicação de regra e conclusão numérica. A interpretação de percentuais em população pesquisada reativa proporcionalidade e reforça justificatória racional, enquanto itens de probabilidade com urna retomam dependência e composição de eventos, repetindo padrões do Capítulo 2, agora recontextualizados. O que acrescenta densidade é a solicitação de avaliar adequação e possíveis distorções em gráfico de linhas de faturamento, pois isso exige critério de leitura e identificação de manipulação, aproximando-se do debate iniciado na página 197. A proposta de elaborar uma pesquisa em dupla fecha o capítulo repondo o ciclo completo, mas o potencial de argumentação mais robusta dependerá de explicitar critérios de validade e de confrontar interpretações concorrentes, para que a pesquisa escolar não se torne apenas reprodução de um roteiro prescrito.

O fechamento do Capítulo 4 indica que, ao modo discutido na subseção 4.1, a coleção atribui à argumentação um papel essencialmente metodológico, isto é, argumentar significa

sustentar conclusões por meio de dados organizados, critérios explícitos e procedimentos reconhecidos como válidos no interior da Estatística escolar. Essa concepção aparece quando o livro apresenta o ciclo da pesquisa como encadeamento de garantias, em que objetivo, amostra, instrumento e tratamento dos dados operam como condições de validade da conclusão, reduzindo espaço para opiniões desancoradas de evidências. Ao mesmo tempo, percebe-se a abertura progressiva para o protagonismo discente apontada nas subseções 4.2, 4.3 e 4.4, sobretudo quando as tarefas solicitam interpretação comparativa, produção de texto conclusivo e avaliação crítica de representações gráficas, pois nessas situações o estudante precisa selecionar informações relevantes, justificar escolhas e comunicar inferências. As atividades sobre manipulação de dados e adequação de gráficos ampliam o repertório argumentativo ao introduzir a possibilidade de refutação, exigindo que o aluno identifique inconsistências entre valores e representação e sustente por que determinada leitura é mais consistente. A proposta de planejar e executar pesquisas próprias também amplia a autonomia, pois desloca o estudante do lugar de aplicador de fórmulas para o de autor de decisões metodológicas, ainda que sob um roteiro orientador. Assim, a coleção preserva um núcleo normativo, mas cria pontos de passagem nos quais a argumentação deixa de ser apenas demonstração guiada e se torna prática de escolha, justificativa e crítica.

A Unidade Temática "Probabilidade e Estatística" é contemplada em todos os volumes da coleção *A Conquista da Matemática* do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental II, sendo abordada de maneira sequencial e progressiva. No 6º ano, embora o foco inicial recaia sobre noções de estatística básica, como leitura de gráficos e tabelas, a construção do discurso matemático revela traços predominantemente explicativos, conforme a categorização de Sales (2011), voltando-se à apresentação de conceitos e à introdução de procedimentos simples. As atividades, nesse volume, não exigem do estudante o convencimento racional, mas sim a familiarização com a linguagem gráfica e a organização de dados. Assim, a argumentação é instituída como técnica, cujo objetivo é tornar os elementos iniciais da estatística acessíveis aos estudantes em processo de alfabetização matemática.

No 7º ano, a abordagem ganha densidade com o trabalho sistemático sobre experiências aleatórias, espaço amostral, média e amplitude, além de temas como pesquisas amostrais e censitárias. As atividades propostas conduzem o estudante à aplicação de procedimentos matemáticos em contextos simulados, como o lançamento de moedas e a coleta de dados em investigações escolares. Conforme Sales (2011), essa configuração de ensino sustenta-se em uma argumentação explicativa, ainda que se aproxime de momentos justificatórios de caráter natural, quando o livro sugere a reflexão sobre os resultados

esperados versus os obtidos. Essa transição indica um movimento entre técnica e tecnologia no discurso didático, particularmente quando se propõe a comparação entre diferentes estratégias de coleta e análise de dados.

O 8º ano apresenta a Unidade "Contagem, Probabilidade e Estatística", que abrange desde o princípio multiplicativo até a realização de pesquisas estatísticas e construção de gráficos em ambiente digital. A estrutura da unidade, ao apresentar conceitos como média, moda, mediana e amplitude, revela uma preocupação com a organização e sistematização do conhecimento, migrando de uma abordagem explicativa para momentos justificatórios de nível racional, especialmente nas seções em que o estudante deve explicar as diferenças entre medidas de tendência central e justificar a escolha da medida mais adequada a determinado contexto. A construção de argumentos é estimulada por meio de atividades que envolvem análise de gráficos e uso de planilhas eletrônicas, evidenciando o movimento proposto por Sales (2011) entre os tipos de raciocínio, especialmente a indução e a dedução.

No 9º ano, a unidade que contempla a temática é "Porcentagem, Probabilidade e Estatística", com foco na diferenciação entre eventos dependentes e independentes e no cálculo de probabilidades compostas. A complexidade dos temas tratados exige do estudante a mobilização de estruturas argumentativas mais elaboradas, em que o discurso se consolida como justificativa racional. A análise de situações-problema, com base em experimentos aleatórios e a representação por meio de tabelas e gráficos, exige uma postura ativa do sujeito, conforme propõe Sales (2011), no que se refere à internalização do raciocínio dedutivo como instrumento de validação do conhecimento. A argumentação, nesse volume, atua como tecnologia, na medida em que os estudantes devem construir justificativas baseadas em propriedades matemáticas para resolver problemas complexos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa evidencia que, nos livros didáticos de Matemática aprovados pelo PNLD 2024, especialmente nos capítulos que abordam Probabilidade e Estatística, há avanços importantes na organização dos conteúdos, na progressão conceitual e na articulação com contextos do cotidiano, mas tais elementos ainda não se traduzem, de forma consistente, na consolidação da argumentação como prática pedagógica. A análise mais aprofundada dos volumes do 6º ao 9º ano permitiu identificar que a estrutura dos capítulos, composta por momentos de apresentação de conteúdos, exemplos resolvidos, seções temáticas contextualizadas e propostas de atividades, favorece a compreensão dos conceitos, porém tende a conduzir o estudante por percursos previamente definidos. Nesse sentido, predomina uma argumentação de caráter explicativo, especialmente nos momentos introdutórios e nos exemplos, enquanto as atividades propostas, embora por vezes mobilizem justificativas, ainda são majoritariamente guiadas.

Em relação à primeira questão de pesquisa, os resultados atualizados indicam que as tarefas analisadas, em sua maioria, apresentam dados e conduzem a conclusões de forma direta, com pouca explicitação das garantias que sustentam os raciocínios ou da consideração de diferentes possibilidades de interpretação. Mesmo nas seções que envolvem Temas Contemporâneos Transversais ou propostas investigativas, como aquelas que articulam Estatística a questões sociais, observa-se que as questões orientam fortemente as respostas dos estudantes, limitando a emergência de argumentações mais autônomas. Ainda assim, há indícios de ampliação do espaço para justificativas, especialmente nos anos finais, quando os conteúdos exigem maior elaboração conceitual.

No que se refere à segunda questão, a análise das orientações ao professor, considerada de forma geral e não segmentada por ano, revela que o material sugere a valorização da comunicação matemática e da interpretação de dados, mas oferece poucas indicações explícitas sobre como conduzir discussões argumentativas mais aprofundadas em sala de aula. As orientações tendem a enfatizar a organização das atividades e a aplicação de procedimentos, com menor destaque para estratégias de mediação que favoreçam a explicitação de justificativas, o confronto de ideias e a construção coletiva de critérios de validação.

Quanto aos objetivos da pesquisa, foi possível avançar na análise de como a argumentação se manifesta nos diferentes tipos de seções dos capítulos, como exposições conceituais, exemplos resolvidos, atividades propostas e seções contextualizadas, bem como

na identificação de limites e potencialidades desses materiais. Observou-se que a presença de contextos reais, recursos digitais e propostas investigativas amplia as possibilidades de mobilização da argumentação, mas não garante, por si só, sua efetivação, uma vez que a forma como as atividades são estruturadas influencia diretamente o tipo de raciocínio esperado dos estudantes.

Como encaminhamento, torna-se necessário aprofundar a análise das potencialidades didáticas dos próprios materiais, especialmente no que diz respeito à sua efetiva contribuição para a promoção da argumentação, considerando que tais potencialidades não se realizam automaticamente no contexto da sala de aula. Nesse sentido, é fundamental examinar em que medida as atividades permitem (ou limitam) a construção de práticas argumentativas mais consistentes, mesmo diante de possíveis ressignificações pelo professor. Além disso, propõe-se refinar a análise à luz do Modelo Argumentativo de Toulmin, com foco na identificação sistemática da presença — ou ausência — de elementos como garantias, respaldos e refutações, evidenciando lacunas na estrutura argumentativa das tarefas.

Conclui-se, portanto, que os livros analisados apresentam contribuições relevantes para o ensino de Probabilidade e Estatística, especialmente no que diz respeito à organização dos conteúdos e à aproximação com contextos sociais, mas ainda exploram de maneira limitada o potencial da argumentação como eixo estruturante da aprendizagem matemática. Os resultados atualizados reforçam que há um movimento de ampliação, ainda que incipiente, da presença de justificativas, sobretudo nos anos mais avançados, indicando um campo promissor de desenvolvimento. Entretanto, para que os estudantes avancem da execução de procedimentos para a construção de raciocínios mais críticos e fundamentados, torna-se necessária uma maior intencionalidade pedagógica, tanto na elaboração das atividades quanto na mediação docente.

REFERENCIAIS

AGUIAR, Marcia; PONTE, João Pedro da; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento matemático e didático de professores da escola básica acerca de padrões e regularidades em um processo formativo ancorado na prática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, n. 70, p. 794-814, 2021.

ALMEIDA, Willa Nayana Corrêa; MALHEIRO, João Manoel. A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 2, p. 57-83, 2018.

AMADO, Nélia; SANCHEZ, Juan; PINTO, Jorge. A Utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 52, p. 637-657, 2015.

AMORIM, Natália Dias de. **O PNLD e o currículo de estatística em livros didáticos de matemática no ciclo de alfabetização.** Universidade Federal de Pernambuco, 2017.

AMORIM, Natália Dias; SILVA, Regina de Lima. Apresentação e utilização de tabelas em livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos do ensino fundamental. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 7, n. 1, p. 1-21, 2016.

ANA, W. P. S.; LEMOS, G. C. **Metodologia científica: a pesquisa qualitativa nas visões de Lüdke e André**. Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar, Mossoró, v. 4, n. 12, 2018.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira. Por que a pesquisa de desenvolvimento na Educação Matemática?. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, 2015.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** São Paulo: Edições 70, 2011, 229 p.

BEZERRA, Lucicleide; GUIMARÃES, Gilda. Objetos matemáticos em livros didáticos do Ensino Fundamental: conceitos de Estatística. In: **Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Granada**. 2017. p. 1-10.

BRASIL. Ministério da Educação. ***Base Nacional Comum Curricular.*** Brasília: Ministério da Educação, 2018.

CALDATO, João; UTSUMI, Miriam Cardoso; NASSER, Lilian. Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores. **Revista Triângulo**, v. 10, n. 2, p. 74-93, 2017.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística:** teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte: Autêntica (Coleção Tendências em Educação Matemática), 2011.

CAMPOS, S.G.V.B; WODEWOTZKI, M.L.L Contributos da Educação Estatística para Desenvolvimento do Sentido de Número na Infância. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, p. 869-886, 2016.

CARNEIRO, Joilma Silva; TEIXEIRA, Elder Sales; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira. Usos da argumentação na educação matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 25, n. 3, p. 111-141, 2023.

CUNHA, Daniel Maués; FERREIRA, Joubert Lima; COSTA, André Pereira. A abordagem das grandezas e medidas em uma coleção de livros didáticos de matemática no ensino fundamental. **ACTIO: Docência em Ciências**, v. 8, n. 2, p. 1-24, 2023.

CUNHA, Mônica Vicente; CARVALHO, Simone; ALMEIDA, Laura Isabel Marques Vasconcelos. Um estudo acerca do ensino da estatística: gráficos e tabelas abordados nos livros didáticos dos Anos Iniciais. **Seminário Temático Internacional**, p. 1-7, 2024.

EEMEREN, F. H. van; GROOTENDORST, R. A Systematic Theory of Argumentation: The Pragma-Dialectical Approach. Cambridge: **Cambridge University Press**, 2004.

ELIAS, Henrique Rizek; RODRIGUES, Silmara Ribeiro; TREVISAN, André Luis. análise do conhecimento matemático para o ensino em um Estudo de Aula: um caminho para produzir Tarefas de Aprendizagem Profissional. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 24, n. 1, p. 156-193, 2022.

ERDURAN, S. Argumentation in Chemistry Education: Research, Policy and Practice. Cambridge: **Royal Society of Chemistry**, 2019.

EVANGELISTA, Betânia; GUIMARÃES, Gilda. Análise de atividades sobre tabelas em livros didáticos brasileiros dos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: **Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística**. 2019. p. 1-9.

FERNANDES, Dienifer Ferner; DUTRA, Carlos Maximiliano; SOARES, Maria Arlita. Registros de Representação Semiótica no Ensino de Estatística: uma análise de atividades propostas em livros didáticos. **Ensino Em Re-Vista**, Uberlândia, MG, v.31, p. 1-25, e2024 – 04, 2024.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega et al. Tarefas de aprendizagem profissional na formação de professores de matemática. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 26, n. 2, p. 176-200, 2023.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega et al. Tarefas de aprendizagem profissional na formação de professores de matemática. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 26, n. 2, p. 176-200, 2023.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CALDEIRA, Maria Carolina da Silva; SOUZA, Maria Celeste Reis Fernandes de. Gênero e Matemática: cadeias discursivas e produção da diferença nos artigos acadêmicos publicados no Brasil entre 2009 e 2019. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 36, n. 72, p. 19-46, 2022.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CALDEIRA, Maria Carolina da Silva; SOUZA, Maria Celeste Reis Fernandes de. Gênero e Matemática: cadeias discursivas e produção da diferença nos artigos acadêmicos publicados no Brasil entre 2009 e 2019. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 36, n. 72, p. 19-46, 2022.

FRANKLIN et al. **Guidelines for assessment and instruction in statistics education.** (GAISE) Report. Alexandria, VA: American Statistical Association, 2005.

FRIOLANI, L.C. **O pensamento estocástico nos livros didáticos do ensino fundamental.** 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

GARFIELD, J. Teaching statistics using small-group cooperative learning. **Journal of Statistics Education**, v. 1, n. 1, p. 1-9, 1993.

GARFIELD, J.; DELMAS, R.; CHANCE, B. The Web-based ARTIST: Assessment Resource Tools for Improving Statistical Thinking. Paper presented in the Symposium: Assessment of Statistical Reasoning to Enhance Educational Quality. **Chicago: National Science Foundation**. 2003.

GOMES, Lauro; MANASSI, Norton Pizzi; SANTOS, Noemi Luciane. Sentidos argumentativos e polifônicos de números, no discurso, com base na Semântica Argumentativa. **Letras de Hoje**, v. 51, n. 1, p. 99-108, 2016.

HULSIZER, M.; WOOLF, L. **A guide to teaching statics: inovations and best practises**. Singapore: Utopia, 2009.

JARDIM, Vania Batista Flose; RIBEIRO, Alessandro Jacques; AGUIAR, Marcia. O uso de Tarefas de Aprendizagem Profissional para o ensino da estrutura algébrica de Grupos na Licenciatura em Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-21, 2023.

JIMÉNEZ-ALEIXANDRE, M. P.; ERDURAN, S. Argumentation in Science Education: Perspectives from Classroom-Based Research. **Dordrecht: Springer**, 2007.

LIMA, Pablo Jovellano; SILVA, Marcia Gorette Lima; NORONHA, Claudianny Amorim. Estratégias metacognitivas na resolução de problemas verbais de matemática no ensino fundamental. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 14, n. 29, p. 125-142, 2018.

LUNA, Ana Virginia Almeida; SANTANA, Flávia Cristina; BORTOLOTI, Roberta D.'Angela Menduni. A linguagem de descrição: uma possibilidade de fazer pesquisas no campo da educação matemática. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 20, n. 1, 2018.

LUNA, Luan Costa de; GUIMARÃES, Gilda Lisbôa. O que Livros Didáticos de Matemática Propõem para a Aprendizagem de Amostragem?. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 35, p. 815-839, 2021.

MACÊDO, Josué Antunes; BRANDÃO, Daniel Pereira; NUNES, Daniel Martins. Limites e possibilidades do uso do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 68-86, 2019.

MANOEL, Camila Aparecida Lopes Coradetti; SILVA, Marcio Antonio. A Tomada de Decisão: tensionamentos de uma instrução dada pela matemática financeira dos livros didáticos de matemática do ensino médio. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 22, 2017.

MARTINS, M. E. G.; PONTE, J. P. **Organização e tratamento de dados.** Lisboa: DGIDC, 2010.

NETO, Vanessa; PINHEIRO, Weverton Ataide. Análise comparativa entre Brasil e os Estados Unidos: o problema de gênero em livros didáticos de Matemática. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, v. 5, n. 1, 2021.

NOTARE, Márcia Rodrigues; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. Argumentação e prova matemática com geometria dinâmica. **RENOTE: revista novas tecnologias na educação. Porto Alegre. Vol. 16, n. 1 (jul. 2018), 10 p.**, 2018.

OLIVEIRA, Saulo Macedo de; LOPES, Rieuse. O Júri Simulado como metodologia ativa no curso de Licenciatura em Matemática. **Educação Matemática Debate**, v. 7, n. 13, 2023.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. Autêntica, 2018.

PAULA, Jamirley Priscila de Souza; ARAÚJO, José Ronaldo Alves. O ensino de estatística no Ensino Fundamental II: uma análise das abordagens em livros didáticos. VI SHIAM Campinas – Sp, 17 a 19 de Julho de 2017.

PINOCHET, Jorge. El modelo argumentativo de Toulmin y la educación en ciencias: una revisión argumentada. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 21, p. 307-327, 2015.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática.** In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. p. 11-34. Lisboa: APM, 2005.

RICHIT, Adriana; VENTURIN, Simone; RODRIGUES, Bruna Mayara Batista. Ensino da Estatística nos livros didáticos Ápis e Coopera do quarto ano do Ensino Fundamental. **Revista de Educação Matemática**, v. 19, n. 01, p. e022017-e022017, 2022.

RODRIGUES, Fredy Coelho et al. A argumentação em uma atividade de investigação na formação de professores de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 21, p. 293-312, 2021.

RODRIGUES, Fredy Coelho; MONTEIRO, Marco Aurélio Alvarenga. A natureza das estruturas globais de argumentação em um contexto de ensino baseado em argumentação coletiva. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 26, n. 1, p. 418-448, 2024.

RODRIGUES, Fredy Coelho; MONTEIRO, Marco Aurélio Alvarenga. Modelo para avaliação do argumento de prova em um contexto de ensino baseado em modelagem. **Revista de enseñanza de la física**, v. 33, n. 2, p. 143-151, 2021.

RODRIGUES, Fredy Coelho; MONTEIRO, Marco Aurélio Alvarenga. **Argumentações e Provas na Formação de Professores em Matemática**. Editora Dialética, 2025.

RUMSEY, D. L. Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses, **Journal of Statistics Education**, n. 10, v. 3, 2002.

SALES, Antonio. Argumentação e raciocínio: uma revisão teórica. **Nova Andradina: Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul**, 2011.

SAMÁ, Suzi; SILVA, Rejane Conceição Silveira. Probabilidade e estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da BNCC. **Zetetiké**, v. 28, p. e020011-e020011, 2020.
SANTIAGO, Paulo Vitor; ALVES, Francisco Régis Vieira; DOS SANTOS, Maria José Costa. Ensino de Estatística como Objeto de Pesquisa: Uma Revisão Sistemática da Literatura para o período de 2014 a 2021. **Unión-Revista Iberoamericana De Educación Matemática**, v. 18, n. 64, 2022.

SANTOS, José Wilson dos; SILVA, Marcio Antonio da. Relações de poder na idealização de livros didáticos de Matemática. **Praxis educativa**, v. 14, n. 1, p. 250-272, 2019.

SANTOS, Laís Thalita Bezerra. Educação financeira em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental: quais as atividades sugeridas nos livros dos alunos e as orientações presentes nos manuais dos professores?. **XX EBRAPEM**, *Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática Curitiba – PR, 12 a 14 de novembro de* 2017.

SANTOS, Laura Cristina. Análise e o ensino de estatística em um livro didático. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 6, p. 35598-35610, 2020.

SILVA, E. M.C. **Como são propostas pesquisas em livros didáticos de ciências e matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2013. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

SILVA, Marcio Antonio da. A Política Cultural dos Livros Didáticos de Matemática: um guia para transformar estudantes em cidadãos neoliberais. **Linhas Críticas**, v. 25, 2019.

SILVA, Marcio Antonio. Investigações Envolvendo Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio: a trajetória de um grupo de pesquisa. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 9, n. 3, p. 36-54, 2016.

SILVA, Taís. Argumentação no ensino de matemática: um caminho a debatibilidade. **Experiências em Ensino de Ciências**, v. 16, n. 1, p. 395-408, 2021.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação.** Bolema, n.14, p. 66-91, 2000.

TOULMIN, S. E. **Os Usos do Argumento**. Trad. Reinaldo Guarany e Marcelo Brandão Cipolla. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

TREVISAN, Eberson Paulo; FREITAS, José Luiz Magalhães. A relação entre o discurso dedutivo e argumentativo na construção de provas empíricas e teóricas por um grupo de professores de matemática. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v. 9, n. 3, 2019.