UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
MESTRADO ACADÊMICO EM ECONOMIA

PAULO HENRIQUE ADIB DANTAS SALIM

ENSAIOS ECONÔMICOS SOBRE RISCOS E INCERTEZAS

Sergipe

2017

PAULO HENRIQUE ADIB DANTAS SALIM

ENSAIOS ECONÔMICOS SOBRE RISCOS E INCERTEZAS

Dissertação submetida ao Mestrado Acadêmico em Economia da Universidade Federal de Sergipe como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientação: Prof. Dr. Tácito Augusto Farias (Núcleo de Pós-graduação em Economia /UFS)

.

Sergipe

2017

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

S165e

Salim, Paulo Henrique Adib Dantas

Ensaios econômicos sobre riscos e incertezas / Paulo Henrique Adib Dantas Salim ; orientador Tácito Augusto Farias - São Cristóvão, 2017.

94 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Economia) – Universidade Federal de Sergipe, 2017.

1. Economia. 2. Risco (Economia). I. Farias, Tácito Augusto, orient. II. Título.

CDU 330:658.15

PAULO HENRIQUE ADIB DANTAS SALIM

ENSAIOS ECONÔMICOS SOBRE RISCOS E INCERTEZAS

Dissertação submetida ao Mestrado Acadêmico em Economia da Universidade Federal de Sergipe como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Campo de Conhecimento: Finanças Quantitativas / Microeconomia

Data da aprovação: 01/07/2017

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Tácito Augusto Farias (Núcleo de Pós-graduação em Economia /UFS) - Orientador

Prof. Dr. Celso Satochi Sakuraba (Departamento de Engenharia de Produção/UFS)

Prof. Dr. Antony Peter Mueller (Núcleo de Pós-graduação em Economia/UFS)

AGRADECIMENTOS

Essa dissertação conclui meus trabalhos no Mestrado Acadêmico em Economia na Universidade Federal de Sergipe. Ao longo deste projeto, algumas pessoas e instituições foram fundamentais para constância de propósito das minhas atividades como pesquisador.

Aos meus pais, Rosa Amélia Dantas e Celso Salim, pesquisadores doutores, pelos ensinamentos, condições e educação, que me permitiram procurar ser uma pessoa melhor a cada dia da minha vida.

À minha advogada, companheira e amada Danielle, pela sua presença, carinho e torcida nesta trajetória. E principalmente por sempre me incentivar a buscar o melhor.

À FAPITEC pelo apoio financeiro para desenvolvimento de pesquisas no primeiro ano deste trabalho.

Ao Professor Doutor Tácito Augusto Farias pela orientação na formação do meu pensamento econômico: quantitativo, formal e racional. À Professora Doutora Fernanda Esperidão pelo apoio, incentivo e credibilidade proporcionada. Ao Professor Doutor Celso Sakuraba por contribuir em minha primeira formação como engenheiro e por continuar me orientando em outra área diferente, mas complementar. Ao Professor Doutor Antony Peter Mueller pelas discussões econômicas, fundamentais no meu desenvolvimento crítico. Ao Professor Doutor Luiz Rogério de Camargos pela base e verdadeiro incentivo ao desenvolvimento de um aluno. E por último, e não menos importante, aos demais Professores Doutores e Mestres do Núcleo de Pós-graduação em Economia pelo aprendizado e esforço deste mister: Luiz Carlos de Santana Ribeiro, Cesar Ricardo Siqueira Bolaño, Christiane Senhorinha Soares Campos, Ricardo Oliveira Lacerda de Melo, José Ricardo de Santana e Marco Antônio Jorge. Ao meu colega de mestrado Thiago Fonseca, pela amizade e parceria.

Ao meu guia São Jorge, Santo guerreiro.

"Os que se encantam com a prática sem a ciência são como os timoneiros que entram no navio sem timão nem bússola, nunca tendo certeza do seu destino. "

Leonardo da Vinci

RESUMO

Frente às incertezas acerca das condições futuras do equilíbrio macroeconômico e dos fundamentos microeconômicos, o objetivo geral desta dissertação é explorar as vantagens da aplicação da Teoria das Opções Financeiras na avaliação econômica de projetos de capital e analisar os reais efeitos comportamentais nas decisões das firmas. Desdobram-se como objetivos específicos: analisar a formação histórica e científica do conceito de risco e incerteza; discutir como o homem se preocupa com o risco e, por fim, abordar as diversas formas de mensuração do risco, até os tempos atuais onde há o predomínio dos métodos quantitativos, dando ênfases aos modelos de Black-Scholes e Binomial para precificação de opções. O trabalho é composto por três ensaios: um histórico, um teórico-matemático e o outro aplicado-matemático. Ao responder a pergunta de quais são os efeitos comportamentais nas decisões da firma após o uso de uma das opções como metodologia de análise de projetos, o ensaio principal (terceiro) apresenta uma tentativa formal de combinar o estudo das finanças tradicionais, com a teoria da firma e as estratégias corporativas para compor uma narrativa detalhada da gestão de riscos, que ultrapassa o domínio do *hedge* (foco das finanças), das vantagens competitivas (um aspecto essencial do estudo de estratégia) e das premissas puras (e isoladas) neoclássicas para Teoria da Firma. O terceiro ensaio apresenta a parte mais inovadora da dissertação, uma tentativa de reunir análises e insights de diferentes áreas funcionais em uma imagem mais abrangente da teoria econômica dos riscos e das incertezas.

Palavras-chave: Avaliação econômica, Teoria das Opções Financeiras, Teoria econômica dos riscos e das incertezas.

ABSTRACT

Faced with uncertainties about the future conditions of macroeconomic equilibrium and microeconomic fundamentals, the main objective of this dissertation is to explore the advantages of applying the Financial Options Theory in the economic evaluation of capital projects and to analyze the real behavioral effects in the firms' decisions. The specific objectives are: Analyze the historical and scientific formation of the concept of risk and uncertainty; discuss how man cares about risk; and, to approach the various forms of risk measurement, up to the present times where there is a predominance of quantitative methods, giving emphasis to the Black-Scholes and Binomial models for options princing. The work consists of three essays: one historical, one mathematical-theoretical and the other applied-mathematical. Answering the question of what are the behavioral effects in the firm's decisions after using one of the options as a project analysis methodology, this dissertation presents a formal attempt to combine the study of traditional finance with firm theory and corporate strategies to compose a detailed narrative of risk management that goes beyond the field of hedge, competitive advantage (essential aspect of the strategy study) and neoclassical pure (and isolated) premises for Firm Theory. The third essay presents the most innovative part of the dissertation as an attempt to gather analisis and insights from different functional areas into a more comprehensive picture of the economic theory of risks and uncertainties.

Key words: Economic evaluation, Theory of Financial Options, Economic theory of risks and uncertainties.

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO

Uma das questões centrais das teorias de economia e finanças é definir o valor (preço) para os ativos em um ambiente de incerteza. Pela abordagem tradicional (WILLIAMS, 1938), os fluxos de caixa são projetados para muitos anos de forma determinística e sem flexibilidade em projetos de capital. Contudo, com o passar do tempo, as perspectivas mudam e novos fluxos de caixa são planejados sobre os antigos de acordo com mudanças macro e microeconômicas. Conforme Willians (1938), Bachelier (1900), Pindyck (1990), Sharpe (1990) e Samuelson (1965), dentre outros, o valor econômico é diretamente proporcional aos novos fluxos de benefício. Entretanto, no ambiente real da economia, a incerteza é um fator muito comum para ser tratada como apenas uma exceção, e o tomador de decisão tem de considerá-la, assim como quantificar as opções que possui em cada cenário para maximizar os ganhos e minimizar as perdas.

Frente às incertezas acerca das condições futuras do equilíbrio macroeconômico e dos fundamentos microeconômicos, o objetivo geral desta dissertação é explorar as vantagens da aplicação da Teoria das Opções Financeiras na avaliação econômica de projetos de capital e analisar os reais efeitos comportamentais nas decisões das firmas. Desdobram-se como objetivos específicos: analisar a formação histórica e científica do conceito de risco e incerteza; discutir como o homem se preocupa com o risco e, por fim, abordar as diversas formas de mensuração do risco, até os tempos atuais onde há o predomínio dos métodos quantitativos, dando ênfases aos modelos de Black-Scholes e Binomial para precificação de opções.

Empresas modernas que visam o crescimento e a geração de valor para seus interessados, dependem muito da qualidade da sua análise econômica de projetos de investimentos, sendo a alocação de capital o fator mais importante da vantagem competitiva (DIAS, 2013). A qualidade da decisão de grandes projetos de investimento é, portanto, muito importante para o sucesso não apenas destas empresas, mas da sociedade que é influenciada pela geração de emprego, progresso tecnológico, arrecadação tributária, criação de uma rede de fornecedores, melhoria do ambiente competitivo e criação de um ambiente de negócios (SIMONSEM; CYSNE, 2009).

Na avaliação de projetos e na decisão de investimentos, a volatilidade é um parâmetro chave, mas com grande dificuldade de ser estimada e incorporada nos estudos. Para a visão tradicional da análise de projetos, via fluxos de caixa descontados, a volatilidade reduz o valor do projeto por causa do aumento da taxa de desconto via prêmio pelo risco (WILLIANS, 1938). De forma contraditória, com o uso das opções financeiras na análise, a volatilidade pode ser agregada positivamente no valor do projeto de investimento, algo de grande relevância na ciência econômica e na prática dos operadores da economia (TOURINHO, 1979).

Esta dissertação classifica-se como um trabalho indutivo. No raciocínio indutivo, as constatações particulares das vantagens da aplicação da Teoria das Opções na análise de um projeto industrial levam à elaboração de generalizações. Assim, afirma-se ser relevante aplicar tal metodologia em todas as análises de projetos industriais.

Trata-se também de uma pesquisa exploratória, proporcionando maior familiaridade com o problema com vistas a torná-lo explícito e construir hipóteses. Classifica-se como um trabalho de base neoclássica, baseado nas premissas da economia matemática clássica: racionalidade, equilíbrio de mercado e informação perfeita. O trabalho será composto por três ensaios: um histórico, um teórico-matemático e o outro aplicado-matemático.

Esta dissertação é dirigida a vários públicos diferentes: àqueles acadêmicos que possuem interesse em aprofundar seus conhecimentos nas Teorias dos Riscos e das Incertezas, entendendo sua evolução ao longo do tempo; aos que têm de administrar e tomar grandes decisões envolvendo riscos, mas que pela rotina acabam se distanciando dos fundamentos teóricos por trás dos principais modelos; e, por fim, àqueles interessados em utilizar modelos matemáticos mais sofisticados para avaliar as incertezas existentes em projetos de capital, onde quer que estejam.

Atualmente, há no Brasil um cenário de grandes incertezas políticas, desequilíbrio macroeconômico (inflação alta, juros altos, salários acima da produtividade marginal do trabalho, insegurança jurídica e regulatória, incoerência tributária e câmbio instável) e falhas no ambiente de negócios (desajustes microeconômicos). Tal cenário se acentua em regiões como Nordeste e Norte do país. Esta situação favorece aos operadores da ciência econômica aplicar a teoria das opções para avaliar projetos de investimento, sejam eles, a implantação de um projeto de infraestrutura rodoviária na Bahia, a exploração e lavra de uma nova jazida de cloreto de potássio em Sergipe, a construção de uma refinaria em Alagoas, a desativação (ou espera) da produção de campos de petróleo e gás em Sergipe e Alagoas ou a expansão (ou contração) da malha ferroviária no Nordeste, exemplos onde as incertezas sobre os dispêndio de capital devem ser avaliadas.

Por fim, busca-se contribuir para o Mestrado Acadêmico em Economia da Universidade Federal de Sergipe com um trabalho na área de finanças quantitativas, alinhado com os fundamentos da microeconomia, impulsionando futuros trabalhos científicos nesta linha de pesquisa e até mesmo a criação uma área de pesquisa aplicada para assessorar decisões de investimentos em Sergipe usando a teoria das opções reais.

1.1. Primeiro Ensaio- Aversão ao risco e resposta comportamental: uma exploração histórico-econômica.

O estudo do risco e da incerteza tem suas raízes mais profundas na Teoria Econômica e na mensuração a aversão ao risco, que datam de vários séculos. O primeiro ensaio desta dissertação representa uma tentativa do autor em construir uma perspectiva histórica, alinhada ao formalismo da Teoria Econômica e da evolução do pensamento ao longo dos séculos, considerando as recentes descobertas do campo cognitivo sobre a maneira como os homens reagem ao risco (DAMODARAN, 2009).

Objetivando realizar esta exploração histórica e econômica da aversão ao risco e à resposta comportamental, o artigo está cartesianamente decomposto buscando responder a quatro perguntas: (1). O que é risco? (2). Por que nos preocupamos com o risco? (3). O que se pensa sobre o risco?; (4). Como mensuramos o risco? Tais perguntas são respondidas através de uma abordagem histórica, adicionando-se a teoria econômica.

Historicamente, são abordados desde os primórdios da percepção de risco na humanidade, passando pelas decisões de expansão comercial-mercantil no século XIV, pela implantação de fábricas na revolução industrial até a atual financeirização da economia. Paralelamente, serão abordadas as evoluções das teorias e ferramentas de avaliação de riscos (aplicação direta da teoria da probabilidade por Bernoulli, as metodologias de Savage, Friedman e Fischer, os processos estocásticos, os métodos *Capital Asset Price Model, Arbitrage Princing Theory e Value at Risk*, dentre outros) chegando até os últimos anos, onde predominam as finanças quantitativas (DAMODARAN, 2009).

Trata-se de um artigo histórico e teórico envolvendo as diversas teorias econômicas relacionadas com os riscos, a economia da informação, teoria da escolha e a teoria da firma. Embora o artigo não trate diretamente do problema principal da dissertação, nele será feita toda contextualização e teorização até os tempos atuais, onde há um grande uso de derivativos no mercado global, e as suas metodologias na análise econômica de projetos de capital.

1.2. Segundo Ensaio - Opções Financeiras: uma exploração teórica

Os derivativos, como as opções, foram criados como forma de proteger os agentes econômicos contra os riscos decorrentes das flutuações de preços durante períodos de escassez ou de superprodução do produto ou ativo-objeto negociado. Em outros termos, como os eventos que podem ocorrer na economia são incertos e afetam a rentabilidade das firmas, o advento dos instrumentos derivativos tem por objetivo proporcionar proteção (*hedge*) contra o risco de preço (DIAS, 2013)

O segundo ensaio tem como objetivo geral discutir, por meio de revisão de literatura, as opções financeiras, desde suas origens até as tradicionais metodologias de precificação. Desdobram-se como objetivos específicos: demostrar matematicamente como se dá a precificação nos modelos Binomial e Black-Scholes e discutir os impactos positivos e negativos do uso dos derivativos financeiros. Trata-se de um artigo exploratório, matemático e bibliográfico.

Verifica-se que a opção de compra (*call*) tem uma grande importância devido à sua analogia com uma oportunidade de investimento no mundo real. Já a opção de venda (*put*) pode ser pensada como um seguro, pois o detentor da opção, que também detém a ação, limita suas perdas. Assim, a teoria das opções financeiras fundamenta os conceitos da moderna teoria das opções reais.

Pelas deduções, conclui-se que é possível a existência de instrumentos financeiros para proteção e especulações em situações de volatilidade de um determinado ativo. Com esta metodologia, uma firma pode avaliar a opção de investir, adiar ou expandir a capacidade produtiva como uma *call*, como também pode pensar a possibilidade de desinvestimento como uma opção de *put* (DIAS, 2013). Para o entendimento do terceiro ensaio, é fundamental que o leitor conheça todos os fundamentos descritos neste ensaio.

1.3. Terceiro Ensaio - A aplicação das opções na análise de projeto industrial e seus impactos no gerenciamento da firma

Na avaliação tradicional via fluxo de caixa descontado de projetos de capital, a incerteza e a consequente volatilidade macroeconômica e do ambiente de negócios resulta no aumento da taxa de desconto via prêmio pelo risco, o que fazer reduzir o valor econômico do projeto. Contudo, a incerteza é inerente ao processo econômico e a volatilidade precisa ser avaliada de forma positiva no valor projeto, ao proporcionar flexibilidade e respostas adequadas, previamente definidas.

O último ensaio dispõe sobre a análise econômica de um projeto industrial através da teoria das opções, objeto principal da dissertação. Trata-se de um trabalho aplicado e quantitativo, buscando, através de modelos matemáticos, mostrar como oportunidades de espera e parada temporária de produção podem ser avaliadas usado opções e quais os efeitos nos incentivos pelo investimento (modificando o comportamento da firma). Para análise quantitativa, foram utilizados os algoritmos desenvolvidos por Dias (2013) com base nos trabalhos de Bjerksund e Ekern (1990), Dixit e Pindyck (1994), Abel *et al* (1996).

O ensaio trabalha com o caso de um agente econômico que deve avaliar a viabilidade econômica de instalar uma fábrica no interior de Sergipe. Contudo, a alta volatilidade dos preços traz a necessidade de mensurar a possibilidade de esperar para investir, e depois, de parar a produção após investimento, se necessário. Por questões de confidencialidade concorrencial, sigilo fiscal e proteção à imagem, não será divulgada a oportunidade de negócio, sendo tratado apenas os dados econômicos: preço, volatilidade, volume de produção, custos, investimentos, taxa de dividendos e taxa básica de juros.

O objetivo central da pesquisa é estudar os impactos no gerenciamento da firma causados pela aplicação da teoria das opções reais na análise de um projeto de capital. Como objetivos específicos desdobram-se: discorrer sobre a interação entre uma opção real de espera e uma opção real de perda temporária; abordar a Teoria das Opções Reais através dos fundamentos da microeconomia; e analisar a flexibilidade na análise microeconômica.

Ao responder a pergunta de quais os efeitos comportamentais nas decisões da firma após o uso das opções como metodologia de análise de projetos, o ensaio apresenta uma tentativa formal de combinar o estudo das finanças tradicionais, com a teoria da firma e as estratégias corporativas para compor uma narrativa detalhada da gestão de riscos, que ultrapassa o domínio do *hedge* (foco das finanças), das vantagens competitivas (um aspecto essencial do estudo de estratégia) e das premissas puras (e isoladas) neoclássicas para Teoria da Firma. Este ensaio apresenta a parte mais inovadora da dissertação, pois apresenta uma tentativa de reunir análises e *insights* de diferentes áreas funcionais em uma imagem mais abrangente da teoria econômica dos riscos e das incertezas.

Conclui-se que uma vez modelado um projeto ou firma sob a metodologia das opções reais, fica claro que a flexibilidade gerencial sobre uma incerteza é um componente estratégico que adiciona valor para o agente econômico.

Referências Bibliográficas

ABEL, A. B.; DIXT, A. K.; EBERLY, J. C.; PYNDICK, R. S. **Options, the Value of Capital, and Investiment.** Quarterly Journal of Economic, 111(3): 753-777. Agosto 1996.

BACHELIER,L. Theorie de la speculation. **Annales de l'Ecole Normale Superieure XVII**, 3:21–86, 1900.

BJERKSUND, P; ELERN, S. **Managing Investment Opportunities under Price Uncertainty: from Last Chance to Wait and See Strategies**. Financial Management, 19(3): 65-83, Autumn 1990.

DAMODARAN, A. **Gestão Estratégica de Riscos: uma referência para tomada de riscos empresariais**. São Paulo: Ed. Bookman, 2009.

DIAS,M.A.G. **Analise de Investimentos com Opções Reais: teoria e pratica com aplicações em petróleo e em outros setores**. vol.1. Rio de Janeiro: Ed. Intercedência, 2013.

DIXIT,A.J.;PYNDICK,R.S. **Investment Under Uncertainly**. Princeton: Princeton University Press, 1994.

SAMUELSON, P.A. Proof that Properly Antecipated Prices Fluctuate Randomly. **Industrial Management Review**, Spring 1965, pp.41-49, 1965.

SHARPE,W.F. Investor Wealth Measures and Expected Return In: Sharpe,W.F. **Quantifying the Market Premium Phenomeon for Investment Decision Making**. Charlottesvlle, Virgínia: The Instituite of Chartered Finacial Analysts, pp. 29-37, 1990.

SIMONSEN,M. H; CYSNE,R. P. **Macroeconomia**, 4ª edição. São Paulo: Ed. Atlas, 2009

TOURINHO,O.A. **The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach**, unpublished Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley, 1979.

WILLIAMS,J.B.. **The Theory of Investment Value**. Cambrigde/Massanchusetts: Havard University Press. 1938.

2. ENSAIO I

2. AVERSÃO AO RISCO E RESPOSTA COMPORTAMENTAL: UMA EXPLORAÇÃO HISTÓRICO-ECONÔMICA

2.1- Introdução

A concepção do risco constitui uma das ideias centrais que distinguem os tempos modernos dos mais remotos. Foi a batalha intelectual que traçou um recorte epistemológico preciso entre o que a humanidade entendia das orientações dos oráculos e adivinhos, passando a utilizar as ferramentas poderosas da análise e gerenciamento do risco disponíveis nos dias de hoje. Para Bernstein (1996), a história do risco é uma saga ricamente integrada de filósofos gregos e matemáticos árabes, de mercadores e cientistas, jogadores e filósofos, intelectuais de renome mundial e amadores obscuros, mas inspirados, que ajudaram a descobrir os métodos modernos de colocar o futuro a serviço do presente, substituindo a impotência diante do destino pela escolha e decisão. O risco afeta os aspectos mais profundos da psicologia, matemática, estatística, história e principalmente da economia.

Atualmente compreendemos bem a natureza aleatória do risco, imprevisível mesmo, de uma vasta gama de fenômenos. Mas ainda, assistimos a um espantoso florescimento do pensamento estocástico, que hoje domina e orienta setores tão diversos da atividade humana como o cálculo de prêmios de seguro e a determinação do preço de opções no mercado de bolsa, dentre outros (BERNSTEIN, 1996).

Objetivando realizar esta exploração histórica e econômica da aversão ao risco e a resposta comportamental, o capítulo está cartesianamente decomposto buscando responder a quatro perguntas: (1). O que é risco? (2). Por que nos preocupamos com o risco? (3). O que se pensa sobre o risco?; (4). Como mensuramos o risco, sendo tais perguntas respondidas através da abordagem histórica, adicionando-se a teoria econômica.

A segunda seção inicia-se com o estudo do risco assinalando sua presença ao longo da história para depois analisar a formação de sua definição conceitual. A terceira seção comenta a atração exercida pelo risco e a maneira como ele afeta o comportamento através das principais teorias econômicas. Na quarta seção são examinadas evidências empíricas sobre a aversão ao risco, além de ser discutido se a visão comportamental deve substituir parcial ou complemente a visão econômica tradicional que se tem sobre o risco.

A evolução dos agentes econômicos (sociedade, firmas e consumidores) é resultado da recompensa de algum risco assumido previamente e continuamente administrado. Conforme ressalta Bernstein (1996), a ideia revolucionária que define a fronteira entre os tempos modernos e pós-modernos com o passado é o domínio do risco: a noção de que o futuro é mais do que um capricho dos Deuses e de que homens e mulheres não são agentes econômicos passivos ante a natureza.

2.2- O que é o risco

O risco é parte de qualquer empreitada humana – da invenção de ferramentas pelo homem das cavernas até a terapia genética – e elemento do avanço da civilização, foi possível porque algum agente econômico se dispôs a correr os riscos de desafiar o estado das coisas de então (DAMODARAN, 2008). Ao longo da maior parte da histórica da civilização, risco e sobrevivência andam paralelamente. O homem pré-histórico vivia uma vida breve e brutal, com a procura por alimento e abrigo o expondo aos perigos da natureza. De fato, nos primórdios de nossa história, risco (dano físico) e retorno (recompensa material do alimento) sempre foram positivamente correlacionados. O homem das cavernas que corria riscos poderia conseguir ou não seu alimento. Já o homem que não corria o risco morria de fome, já tendo concretizada a perda da chance de obter alimentos. A máxima de que "não existe almoço de graça" do laureado economista Milton Friedman tem sua lógica na história do risco-retorno desde a pré-história.

Em 1000 a.C., os babilônios haviam desenvolvido um sistema em que os mercadores que faziam empréstimos para transportar seus carregamentos em barcos tinham a escolha de pagar um valor extra para anular o empréstimo caso a carga fosse roubada. Os gregos e os romanos apresentaram as primeiras apólices de seguro de vida com as sociedades beneficentes, que zelavam pelas famílias dos membros de suas sociedades quando estes morriam (DAMODARAN, 2008).

Para Bernstein (1996), a concepção moderna de risco tem suas raízes no sistema de numeração indo-arábico que alcançou o Ocidente há cerca de setecentos a oitocentos anos. Mas o estudo formal do risco começou no Renascimento, quando as pessoas se libertaram das restrições do passado e desafiaram abertamente as crenças consagradas. Foi uma época em que boa parte do mundo seria descoberto e seus recursos explorados.

O advento das embarcações trouxe um novo campo para os aventureiros buscarem o risco. Os vikings construíram navios usando tecnologia para navegar da Escandinávia à Grã-Bretanha e Irlanda e até mesmo através do Atlântico, chegando às Américas em busca de novas terras para pilhar. Tal procedimento à época, era uma forma de risco (uso de recursos, conflitos armados e naufrágios) e de retorno (bens pilhados, abusos, dentre outros). O desenvolvimento da negação mercantil desenhou novas equações para risco e retorno, com o risco em Gênova e Veneza e daí para a Europa. Os espanhóis e holandeses, seguidos pelos ingleses, levaram esse comércio até as Índias Ocidentais por meio de uma rota marítima totalmente nova (BERNSTEIN, 1996).

Os comerciantes de Londres, Lisboa e Amsterdã, com o auxílio das monarquias dos respectivos países (uma espécie de Parceria-Público-Privada da época), investiam em navios e suprimentos necessários a suas longas viagens. Os perigos no caminho eram inúmeros, e a perda de metade ou até mesmo de toda a carga era fato comum; contudo, os polpudos preços das especiarias em seus destinos viabilizavam economicamente as empreitadas (uma precificação do risco nos preços para garantir um retorno). Se as empresas mercantilistas tivessem decidido proteger-se de todos os riscos, provavelmente não teriam os resultados alcançados nos séculos XIV e XV (DAMODARAN, 2008).

O mercado de especiarias não foi o único a viver essa epopeia. As atividades econômicas tais como praticadas até a revolução industrial muitas vezes traziam, àqueles que nelas se envolviam, riscos físicos com recompensas econômicas. Foram nesses cenários que os exploradores espanhóis zarparam para o Novo Mundo, cientes de que corriam risco real de vida - mas igualmente certos de que seriam recompensados com fartura, se obtivessem sucesso. Foi assim também que os jovens ingleses partiram para os postos avançados do Império Britânico na Índia e na China, com a esperança de fazer fortuna expondo-se a riscos de vida, de doenças e de guerra (BERNSTEIN, 1996).

Ao longo da história, muitas das duradouras e valiosas invenções emergiram tanto do desejo de eliminar o risco, quanto da exposição a ele. Considere mais uma vez o exemplo do comércio de especiarias. Os riscos inerentes às viagens marítimas e às forças hostis geraram uma necessidade de equipamentos melhor adaptados ao mar e de armas mais poderosas e rápidas. Os primeiros exemplos concretos de apólices de seguros e de combinação de riscos apareceram quase que simultaneamente. Existiram tentativas esporádicas anteriores de oferecer seguros, mas a primeira corretora de seguros organizada foi fundada em 1688 por um grupo de mercadores, armadores e subscritores na Lloyd´s Cooffe Shop em Londres, em respostas às demandas de proteção pelo risco a que estaria exposto o empreendimento. O surgimento da Lloyd´s como a primeira grande seguradora foi sustentado pelos avanços na avaliação de probabilidade e subsequente desenvolvimento de medidas estatísticas para o dimensionamento do risco (BERNSTEIN, 1996).

Ao longo das últimas décadas, os mercados financeiros viram o aparecimento de inovações a uma velocidade estonteante. Algumas destas inovações foram concebidas para auxiliar investidores e empresas a protegerem-se contra riscos, mas muitas vezes vêm sendo apresentadas como meios para explorar riscos em busca de retornos extraordinários. Em alguns casos, as mesmas ferramentas financeiras (opções, futuros, swaps, dentre outros) desempenham papel tanto de *hedge* quanto de exploração de riscos, a ainda que para diferentes públicos (HOLTON, 2004).

Já as definições de risco variam dentro de um amplo espectro. Algumas definições se concentram principalmente na probabilidade de ocorrência de eventos negativos; outras consideram as consequências desses eventos, enquanto há aquelas que consideram tanto o lado e perdas quanto o de ganho de distribuição de eventos. A dualidade risco-retorno está no cerne da moderna definição do risco (DAMODARAN, 2008). Em 1921, Frank Knight resumiu a diferença entre risco e incerteza:

> *"...A Incerteza precisa ser considerada como um sentido radicalmente distinto da noção comumente aceita de Risco, da qual nunca foi adequadamente separada... O aspecto essencial está no fato de "Risco" significar, em alguns casos, uma variável passível de ser medida, enquanto em outros o termo não aceita esse atributo; além disso, há enormes e cruciais diferenças nas consequências desses fenômenos, dependendo de qual dos dois esteja realmente presente e operante... Está claro que uma incerteza mensurável ou o risco propriamente dito, na acepção que utilizaremos, é tão diferente de uma incerteza não-mensurável, que não se trata, de forma alguma, de uma incerteza."*.

Em suma, Knight (1921) definiu apenas a incerteza quantificável como sendo risco. A ênfase no aspecto subjetivo ou objetivo da incerteza foi criticada por quase todos economistas em análises posteriores. Para Holton (2004), há dois ingredientes para o risco se configurar. O primeiro é a incerteza sobre os prováveis resultados de um experimento, e o segundo é o fato de que os resultados obtidos precisam ser relevantes em termos de utilidade. Como exemplo, o ideograma chinês da Figura 1 para o termo "risco" é uma combinação do termo "perigo" (crise) e "oportunidade", e representa tanto o lado dos riscos de perda (*downside risk*) quanto o lado dos riscos com oportunidades (*upside risk*), em uma distribuição de resultados. Esta é a definição mais moderna.

Figura 1- ideograma chinês de risco

2.3. O porquê da preocupação como risco

Para Damodaran (2008), em um mundo em que as pessoas praticam esportes radicais e os jogos de azar são um negócio de bilhões de dólares, está claro que os seres humanos, coletivamente, sentem-se por vezes atraídos pelo risco, e que alguns são mais suscetíveis a essa atração do que outros. Para Bernstein (1996), enquanto os psicanalistas do início do século XX consideravam o risco como uma doença, o fato desse comportamento ser tão difundido na humanidade sugere que o fascínio pelo fenômeno é parte da natureza humana, ainda que nenhuma recompensa racional a essa exposição seja escolhida. Contudo, também há evidências de que o ser humano tenta evitar risco em suas empreitadas pessoais.

Ao passo que a história demostra evidências de riscos e da maneira como os seres humanos reagiram diante dele, a Teoria Econômica recorre a funções de utilidade para definir a relação ao menor risco econômico. Para a economia neoclássica, os agentes econômicos fazem escolhas com objetivo de maximizar a utilidade esperada e não a riqueza.

O primeiro trabalho nesta linha foi elaborado por Bernoulli (1738). Em primeiro lugar, ele observou que o valor atrelado a uma aposta específica (descritas em “O Paradoxo de São Petersburgo”) varia de acordo com as preferências individuais. Ou seja, alguns indivíduos estão dispostos a pagar mais do que outros, sendo essa diferença uma função da aversão ao risco. Em segundo lugar, a utilidade em ganhar um dólar adicional diminui com a riqueza. Assim, o ganho de um montante é muito mais importante para um pobre do que para um rico. Bernoulli (1738) trouxe o argumento que a utilidade marginal da riqueza diminui à medida que esta aumenta, uma opção que se insere na essência da maioria das teorias econômicas tracionais. Por mais simplista que possa parecer, o experimento de Bernoulli foi a bandeirada de largada para a análise científica dos riscos.

Ao mesmo tempo que o argumento para utilidade marginal decrescente pareça bastante razoável, é possível que a utilidade aumente a uma taxa muito semelhante à do aumento da riqueza para alguns investidores, ou mesmo a uma taxa maior do que a taxa de aumento da riqueza. Com essas possibilidades, temos o agente avesso ao risco, indiferente ao risco e amante do risco. Na figura 2 é possível verificar o comportamento dos três perfis frente aos riscos.

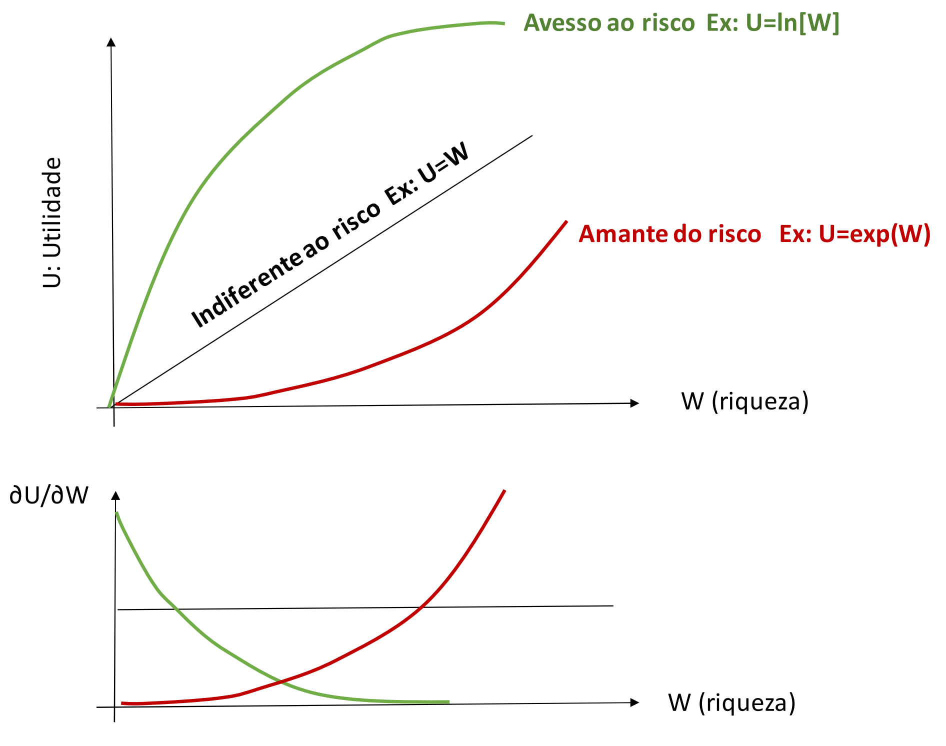


Figura 2- Utilidade e riqueza (elaborado pelo autor conforme trabalho de Bernoulli (1938))

Pela proposta de Bernoulli (1738), o importante é a utilidade e não a riqueza em si, de onde se deduz que a aversão ao risco pode variar muito entre as pessoas. Para Pratt (1964), os coeficientes de aversão ao risco representam extensões naturais das funções utilidade. Especificando a relação entre a utilidade e riqueza por meio de uma função, o coeficiente de aversão ao risco mede a utilidade obtida (ou perdida) à medida que aumentamos (ou diminuirmos) nossa riqueza. Dado o seguinte coeficiente de aversão ao risco:

$$\text{Aversão ao risco de Arrow-Pratt (absoluto)} = -\frac{\partial^2 U / \partial W^2}{\partial U / \partial W} \tag{1}$$

O índice, quanto positivo, mede a aversão absoluta ao risco, e aumenta com o grau de aversão ao risco. Matematicamente, um agente econômico avesso ao risco possui utilidade marginal decrescente, ou seja: $\partial U / \partial W > 0$ e $\partial^2 U / \partial W^2 < 0$. Abaixo, temos a versão relativa para o mesmo indicador.

$$\text{Aversão ao risco de Arrow-Pratt (relativo)} = -W\,\frac{\partial^2 U / \partial W^2}{\partial U / \partial W} \tag{2}$$

A vantagem dessa fórmula está na possibilidade de comparar resultados entre agentes econômicos com diferentes funções de utilidade e assim tirar conclusões. Contudo, Ross (1981) argumenta que os axiomas de aversão ao risco de Arrow-Pratt podem gerar resultados contra intuitivos, quando os agentes precisam escolher entre duas alternativas de risco.

Nas apostas apresentadas por Bernoulli (1738), entre outros, sucesso e fracasso tinham a mesma probabilidade de ocorrer, apesar da variação nos resultados. Enquanto Bernoulli (1738) teve a percepção crítica de vincular utilidade à riqueza, Von Neumann e Morgenstern (1953) focaram a discussão sobre a utilidade da esfera dos resultados para a probabilidade. Eles argumentaram que a utilidade esperada por indivíduos diante de um jogo pode ser especificada em termos tanto dos resultados quanto das probabilidades de esses resultados ocorrerem, e que esses indivíduos escolhem uma dada modalidade de aposta com base na maximização da utilidade esperada.

Os argumentos de Neumann e Morgenstern (1953) para utilidade são baseados no que eles chamaram de axiomas básicos da escolha. O primeiro desses axiomas, intitulado comparabilidade (ou completude), exige que as diferentes apostas ou escolhas sejam comparáveis e que os indivíduos sejam capazes de especificar suas preferências para cada uma delas. O segundo, transitividade, exige que se uma pessoa prefere a aposta A à aposta B e a B à C, consequentemente prefere A à C. O axioma de independência especifica que os resultados de cada evento são independentes entre si. Conforme Damodaran (2008), é o mais importante e polêmico dos axiomas da escolha. Em síntese, estamos supondo que a preferência entre duas loterias não é afetada se elas forem combinadas da mesma maneira com uma terceira loteria.

O quarto axioma básico da escolha, a mensurabilidade, exige que a probabilidade de diferentes resultados em cada aposta seja mensurável. Finalmente, o axioma da classificação pressupõe que se um indivíduo classifica os resultados B e C entre A e D, as probabilidades de gerar apostas às quais ele seja indiferente (entre B e A+D, e C e A+D) têm de ser consistentes com as classificações feitas. Esses axiomas permitiram a Neumann e Morgerstern (1953) derivar funções de utilidade esperadas conforme a Equação (3), em que E (U|Pi) representa o valor esperado da utilidade para um dado evento Pi.

$$E\ (U) = \sum_{i=1}^{n} E(U|Pi).Pi \tag{3}$$

Friedman e Savage (1948) argumentaram que as pessoas podem, ao mesmo tempo, ser avessas ao risco e ter preferência pelo risco para diferentes segmentos de riqueza. Eles postularam que os agentes econômicos são capazes de adotar comportamentos irracionais quando defrontados por escolhas arriscadas em certas circunstâncias.

Em um famoso estudo Paul Samuelson (1963) analisou duas oportunidades de aposta. Na primeira, ao jogar uma moeda, uma única vez, o jogador ganharia $ 200 se desse cara e perderia $100 se desse coroa. Na segunda oportunidade, valeriam as mesmas regras, mas seriam possíveis 100 chances. O resultado foi uma nítida preferência pela segunda opção. Samuelson (1963) argumentou que a recusa em participar da primeira oferta e a aceitação em participar da segunda era inconsistente com a teoria da utilidade esperada, e que o erro provavelmente ocorreu porque houve erros de interpretação da variância de uma série de apostas como sendo menor do que a variância de um único lançamento.

Nas últimas décadas, houveram algumas tentativas de pesquisadores, insatisfeitos com a teoria convencional da utilidade, ou desconcertados com a dimensão do apoio empírico a ela dado, de descobrir caminhos alternativos para explicar a aversão ao risco

(DAMODARAN, 2008). O ponto de partida para muitos dos questionamentos acerca da teoria da utilidade esperada de Neumann-Morgenstern foi o paradoxo exposto por Maurice Allais (1979) em dois pares de escolhas de apostas, apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Apostas possíveis

P1: $ 100 com 100% chance
P2: $ 0 com 1%, $ 100com 89% e $ 500 com 10% de chances.

Pela utilidade esperada teríamos U(P1) = 100x1 = 100 e U(P2) = [0x0,01 + 100x0,89 + 500x0,1] = 139. A maioria dos indivíduos preferiu a opção P1, contrariando a lógica racional de P2≽ P1 (pois U(P2)>U(P1)), mas consistente com aversão ao risco do indivíduo, pois a aposta P1 possui variância igual a zero, diferentemente da aposta P2. Na segunda análise, Allais (1979) ofereceu a esses mesmos indivíduos duas outras apostas:

Quadro 2 – Apostas possíveis, segunda rodada

Q1: $ 0 com 89% e $ 100 com 11% de chances;
Q2: $ 0 com 90% e $ 500 com 10% de chances.

Logicamente Q2≽ Q1, pois E(Q2)>E(Q1). Allais (1979) observou que a maioria dos indivíduos mudava de opinião preferindo Q2 a Q1. De forma ao explicar esse paradoxo, Allais discordou do cálculo de utilidade esperada de Neumann e Morgestern, argumentando que a utilidade esperada em uma aposta deveria refletir não apena a utilidade dos resultados e as probabilidades dos resultados ocorrerem, como também as diferenças de utilidades obtidas com esses resultados. Assim, a preferência por Q2 é explicada meramente pelo fato de a variância entre as utilidades ser muito alta, havendo defeitos no axioma de independência, a partir da qual a teoria da utilidade se constrói.

Machina (1982) propôs que o axioma da independência fosse abandonado e que a dominância estocástica fosse empregada para obter funções que ele chamou de utilidade esperada local. Em termos intuitivos, ele supôs que as pessoas se tornavam mais avessas ao risco à medida que as possibilidades melhoravam, o que influenciaria a maneira com que escolhemos entre loterias arriscadas.

Loomes e Sugden (1982) relaxaram o axioma da transitividade da teoria convencional da utilidade esperada para desenvolver o que chamaram de teoria do arrependimento. No centro desta teoria está a premissa de que os indivíduos comparam os resultados obtidos em uma loteria, e desapontam-se quando esses resultados divergem de forma não favorável daquilo que eles poderiam ter ganho. Assim, diferenças grandes entre o que se ganha e o que se poderia ter ganho dão margem a arrependimentos desproporcionalmente elevados. O resultado final é a possibilidade de se observarem ações inconsistentes com a teoria convencional da utilidade esperada. Segundo Damodaran (2008), o problema de modelos como os de Allais, Lomes, Sugden e Machina é que eles nem sempre são internamente consistentes, e ao mesmo tempo em que explicam alguns dos paradoxos e anomalias existentes nos axiomas, geram novos paradoxos que não conseguem explicar.

Ao mesmo tempo que muitos economistas permaneceram dentro dos limites convencionais da racionalidade e tentaram aprimorar modelos que correspondessem de modo mais eficientes a realidade, Kahneman e Tversky (1979) substituíram a função de utilidade, que define a utilidade com função da riqueza (U=U(W)), por uma função valor, com o valor definido como os desvio de um ponto de referência que permite diferentes funções para perdas e ganhos, conforme Figura 3.

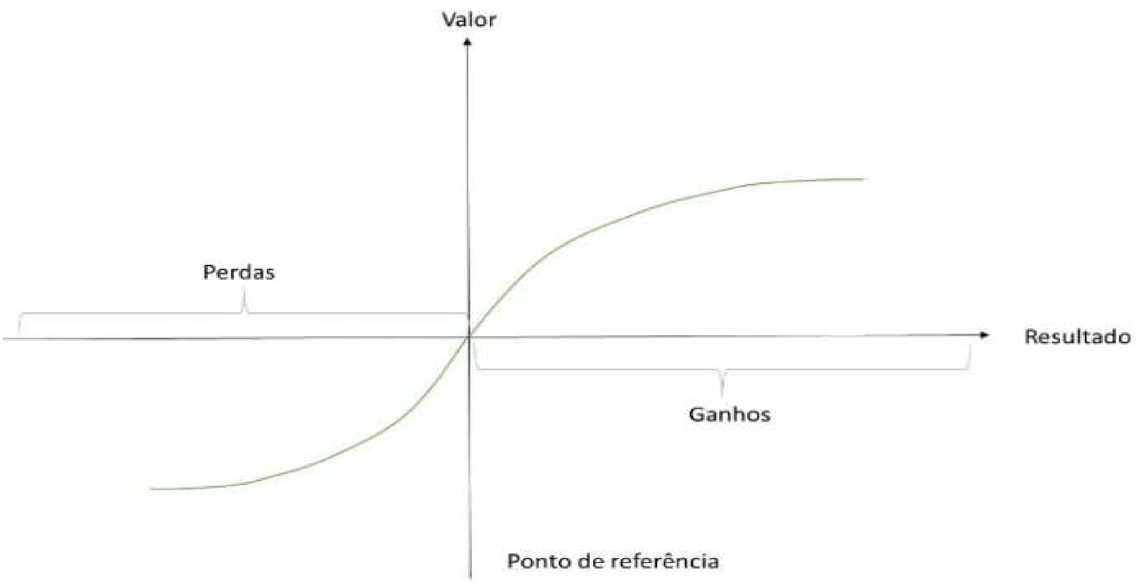


Figura 3 – Função de aversão a perdas de Kahneman e Tversky (adaptado pelo autor)

A implicação é que a maneira como as pessoas se comportam depende da maneira com que um problema é apresentado. A decisão será diferente se o resultado for apresentado para parecer um ganho em relação a um dado ponto de referência, ou uma perda em relação a um ponto de referência diferente. Colocando em termos de coeficientes de aversão ao risco, estes comportam-se de modos diferentes (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979).

Kahneman e Tversky (1979) também explicaram o paradoxo de Allais (1979) no que chamaram de efeito da consequência comum. O argumento apresentado pelos pesquisadores foi o de que as preferências podem ser influenciadas pelo que denominam de efeito do preço de consolo. Nele, a possibilidade de um resultado de grande efeito pode tornar os indivíduos muito mais avessos ao risco. Assim temos, uma nova representação para o paradoxo de Allais no Quadro 3.

Quadro 3 – Resultado de Allais sob a perspectiva de Kahneman e Tversky

$$E(u;P1) = 0{,}1u(100) + 0{,}89u(100) + 0{,}01u(100)$$

$$E(u;P2) = 0{,}1u(500) + 0{,}89u(100) + 0{,}01u(0)$$

$$E(u;Q1) = 0{,}1u(100) + 0{,}01u(100) + 0{,}89u(0)$$

$$U(u;Q2) = 0{,}1u(500) + 0{,}01u(0) + 0{,}89u(0)$$

Observa-se que o preço comum entre o primeiro par de escolhas (P1 e P2) é 0,89u(100), o que é muito maior do que o prêmio existente em comum entre o segundo par de escolhas (Q1 e Q2) que é de 0,89u(0). Com maior prêmio em comum do primeiro par, o indivíduo fica mais avesso ao risco do que diante do segundo par com prêmio muito menor. O trabalho de Kahneman e Tversky (1979) foi revolucionário, pois sugeriu que o problema com a teoria da utilidade esperada não estava em um outro axioma, mas na visão do comportamento humano adotado pelos axiomas.

3. O pensamento sobre o risco

A maior parte da teoria econômica construiu-se sobre a tese da racionalidade dos agentes econômicos e da aversão ao risco. Nesse contexto, a noção de utilidade marginal decrescente, introduzida por Bernoulli (1738), permanece no cerne da discussão econômica. Mas conforme Kahneman e Tversky (1979), existem anomalias sistemáticas no comportamento humano incompatíveis com o exercício da razão.

A descoberta de Bernoulli (1738), de que a maioria das pessoas está disposta a pagar quantias relativamente pequenas para participar de uma loteria com valor esperado infinito, deram início à teoria da utilidade esperada e lançou as bases para a maneira como medimos a aversão ao risco na Teoria Econômica. Em busca de apoio à teoria, os experimentos de Allais na década de 1950 mencionados na seção anterior, acabaram trazendo evidências de que a teoria tradicional da utilidade esperada não era sustenta por testes práticos, e de que os seres humanos se comportam de modo muito mais complexo do que modelos matemáticos tentavam explicar.

Nas décadas posteriores, vários estudos de laboratório sobre aversão ao risco foram conduzidos, alguns dos quais utilizaram animais. Um desses estudos, o de Batallio, Kagel e MacDonald (1985), usou como modelo animal ratos que tiveram que escolher entre uma alternativa segura (uma fonte constante) e uma alternativa com risco (uma fonte variável de alimento). A conclusão foi de que os ratos eram avessos a riscos em suas escolhas, e apresentavam uma aversão em leve queda à medida que seu consumo de alimento aumenta. Cavigelli (2003), em uma deprimente conclusão sobre seres humanos avessos ao risco, concluiu que ratos mais avessos ao risco viviam menos e sob maior estresse do que aqueles que expressavam menor aversão.

Outros estudos com seres humanos concluíram que somos realmente avesso ao risco, embora com diferenças de aversão, dependendo de quanto está em jogo e de como o um experimento é estruturado. Um desses estudos propôs a seus participantes, que tinham diferentes níveis de riqueza, escolherem entre investimentos garantidos e investimentos com risco. Os resultados indicaram aversão absoluta decrescente entre os participantes. Porém, esses resultados não revelaram qualquer evidência de aversão relativa crescente – a proporção de riqueza que estavam dispostos a arriscar não diminui com o aumento da riqueza (LEVY, 1994).

Em suma, parece haver uma clara evidência de que os seres humanos, em geral, são avessos ao risco e de que esse sentimento aumenta quanto maior a quantia em jogo. Também há evidências de diferenças significativas em aversão ao risco entre indivíduos, pois alguns não demonstram qualquer sinal de aversão, enquanto outros mesmo buscam o risco (DAMODARAN, 2008).

Na Quadro 4 é possível verificar diferentes situações experimentadas para diversas outras situações.

Quadro 4 – Economia experimental envolvendo o comportamento sobre o risco

Situação	Conclusões da pesquisa
Loteria versus leilões	Berg e Reitz (1998) descobriram que indivíduos poucos avessos aos riscos, ou mesmo indiferentes aos riscos, nas escolhas de loterias tornavam-se muito mais avessos em jogos envolvendo barganhas e em leilões interativos.
Configuração institucional	Berg, Dickhaut e McCabe (2005) compararam a maneira como um mesmo grupo de pessoas formula preço para ativos (e dessa forma revela suas preferências pelo risco) em um leilão aberto de segundo preço e em um leilão de preço fechado. Os autores descobriram que o comportamento dos participantes se descola da preferência de risco no leilão aberto de segundo preço para a aversão ao risco no leilão de preço fechado.
Efeito da informação	Kahneman, Schwartz , Thaler e Tversky (1997) descobriram que as pessoas que recebiam feedback com mais frequência eram mais avessos ao risco.
Homem versus mulher	Byrnes, Elron e Cohen (1999) descobriram que as mulheres além de serem definitivamente mais avessas ao risco, são menos propensas a assumir investimentos com risco.
Diferenças raciais e culturais	Holt e Laury (2002) não encontraram qualquer diferença em aversão ao risco para etnias distintas.

Fonte: Elaborado do autor

As evidências sobre a aversão ao risco originam-se de uma variedade de fatos, e existem tantos resultados semelhante quanto diferenças em cada abordagem. Contudo, Damodaran (2008) afirma que há evidências e consensos acerca do assunto:

- As pessoas em geral são avessas ao risco, e essa aversão aumenta com o quanto está em jogo. Apesar das diferenças entre os estudos, as evidências apoiam a visão de que as pessoas estão dispostas a investir grandes quantias em ativos com risco (aversão absoluta decrescente ao risco) à medida que enriquecem. Contudo, as evidências são confusas quanto à aversão relativa, que apoiam tanto a aversão relativa crescente quanto a decrescente ou a constante em diferentes configurações experimentais;

- Há grandes diferenças em termos de aversão ao risco entre diferentes populações, e diferenças observáveis entre subgrupos de uma mesma população. As mulheres tendem a ser mais avessas ao risco do que os homens, e as pessoas idosas mais do que as jovens;

- As pessoas são muito mais afetadas pelas perdas do que pelos ganhos equivalentes (aversão à perda), e esse comportamento acirra-se com monitoramento constante (miopia);

- As escolhas que as pessoas fazem (e a aversão ao risco que manifestam), quando diante de escolhas com risco ou loterias, dependem de como a escolha é apresentada (do quadro de preferências);

- As pessoas tendem a ser mais predispostas a assumir riscos com o que consideram "dinheiro achado no chão" do que com valores que tiveram que trabalhar para ganhar (o efeito do dinheiro da casa);

- Há dois cenários em que a aversão ao risco parece diminuir e até mesmo ser substituída pela preferência pelo risco. O primeiro corre quando as pessoas possuem a oportunidade de ganhar uma grande quantia com uma pequena possibilidade de sucesso (viés do azarão). O outro cenário ocorre quando as pessoas que perderam dinheiro têm diante de si escolhas que permitem reaver as quantias que perdem (efeito da busca do equilíbrio entre perdas e ganhos, comum em jogos como poker);

- Quando se deparam com escolha com risco, seja em experimentos ou em shows de auditório, as pessoas muitas vezes cometem erros ao avaliarem as probabilidades dos resultados possíveis, superestimando as chances de sucesso. Esse problema agrava-se com o aumento da complexidade das escolhas (por exemplo, o Show do Milhão que ocorria na TV brasileira e que voltou a ser produzido nas televisões do mundo todo.

Em suma, é difícil aceitar a noção de um único agente econômico com função de utilidade e coeficiente de aversão ao risco representativo para uma população heterogênea, dadas as diversidades em aversão e as anomalias entre as pessoas (pelo menos da perspectiva de alguém perfeitamente racional em busca de utilidade), tão difíceis de estruturar cientificamente.

Para Bernstein (1996), a transformação nas atitudes em relação à administração do risco desencadeada por suas realizações canalizou a paixão humana pelos jogos e apostas para o crescimento econômico, a melhoria da qualidade e o progresso tecnológico.

2.4. A mensuração do risco

Diante da responsabilidade atribuída ao destino e à Divina Providência que caracterizou a maneira como o risco foi considerado até a Idade Média, é interessante o fato que tenha sido um monge italiano, Lucas Pacioli, professor de Leonardo DaVinci, o primeiro a discutir sobre a mensuração do risco, ao apresentar em 1794, um problema que confundiu muitas pessoas por quase dois séculos. A solução para o quebra-cabeça, e os seus desdobramentos posteriores, lançaram as bases para as modernas medidas de risco. O problema consistia em dois jogadores em um jogo de dados no qual vence aquele que obtém o melhor resultado em cinco. No jogo, um dos participantes está na frente, por dois arremessos a um. A questão é saber qual a medida justa de dividir o prêmio entre eles, na situação em que o jogo é impedido de continuar e considerando o resultado parcial da interrupção (BERNSTEIN, 1996).

O primeiro passo para resolver o quebra cabeça de Pacioli foi dado no início do século XVI por um médico e jogador, Giraldo Cardano, que estimou as probabilidades dos diferentes resultados de um jogo de dados. Suas observações foram reunidas em um livro intitulado *Livros sobre Jogos de Azar*, em que Cardano, estima não somente a probabilidade de um número específico sair no lançamento de dado (1/6), como também avalia as chances de obter valores em dois lançamentos consecutivos; ele, por exemplo, estimou a probabilidade de ocorrer dois resultados “1” consecutivos como sendo de 1/36 (DOMINGUES, 1933).

Somente em 1654 o problema de Pacioli ganhou solução completa, quando Pascal e Fermat consideraram todos os resultados possíveis (espaço amostral) para o problema e afirmaram que, com dados não viciados, o jogador que estivesse na frente por dois jogos contra um, na série de melhor de cinco, teria três chances de vencer em quatro, e assim deveria levar 75% do prêmio. Nesse cálculo, os matemáticos definiram as bases para probabilidades e sua utilidade em não apenas explicar o passado.

Décadas depois, Bernoulli (1711) enuncia a “lei dos grandes números”, provando que uma amostragem aleatória de itens de uma população tem as mesmas características, na média, da mesma população vista como um todo. A generalização de populações por meio de amostragens é uma prática que permeia as ciências econômicas e sociais até hoje. Em 1738, Moivre apresenta a distribuição normal como uma aproximação às distribuições binominais à medida que se aumenta o tamanho amostral. Já a curva em forma de sino, que caracteriza a distribuição normal, foi refinada por outros matemáticos, dentre os quais Laplace e Gauss (DAMODARAN, 2006).

Uma das vantagens da distribuição normal é que ela pode ser descrita com apenas a média e o desvio padrão, variáveis fundamentais na avaliação dos riscos. Mas foi Bayes (1763) que publicou uma maneira simples de atualizar as crenças existentes à luz de novas evidências. Na estatística bayesiana, as crenças existentes são chamadas de probabilidade "*a priori*", ou incondicionais, e os valores revisados depois de considerar novas evidências são chamados de probabilidades "*a posteriori*" ou condicionais. Assim, Bayes criou uma importante ferramenta para os pesquisadores que precisavam usar probabilidade a fim de avaliar a chance de resultados negativos ocorrerem e atualizar essas probabilidades à medida que esses eventos transcorriam, inovação fundamental para a emergente indústria de seguros.

Segundo Damoradaran (2009), Francis Galton descobriu em 1875 a regressão à média, que explica por que o orgulho precede a queda, e por que as nuvens tendem a ter superfícies prateadas. Pela teoria, sempre que os agentes tomam uma decisão baseados na expectativa de que as coisas voltarão ao normal (padrão), existe a noção de regressão à média.

Com o desenvolvimento do mercado de ações e de títulos de renda fixa em todo o mundo no século XIX, os investidores passaram procurar por medidas de risco mais concretas. Uma vez que investidores em ativos colhem os resultados tanto positivos quanto negativos de suas empreitadas, a noção de risco como sendo função sobretudo de perdas deu lugar a ideia de que o risco poderia ser fonte de ganhos (DAMODARAN, 2008).

Segundo Bernstein (1996), o acesso às informações era restrito, e a maneiras de processá-las eram escassas no século XVIII e XIX. Não é surpresa que as medidas de risco eram qualitativas e de sentido amplo. Os investidores dos mercados financeiros daquela época definiam risco em termos de estabilidade da renda gerada por seus investimentos no longo prazo e pela conservação do capital. Na hierarquia de riscos da época, as obrigações de longo prazo dos governos ocupavam o lugar das mais seguras, seguidas pelos títulos de dividas emitidos pelas firmas e pelas ações que pagavam dividendos. Séculos depois, a hierarquia continua semelhante.

Considerando que não havia medidas quantitativas de risco para ativos financeiros, os investidores tratavam grupos inteiros de investimentos como se compartilhassem o mesmo nível de risco (KNIGHT, 1929). Assim, as ações eram classificadas como arriscadas e impróprias para investidores avessos ao risco, independentemente do rendimento dos dividendos que geravam. Uma forma alternativa era a classificação dos investimentos com base nas informações disponíveis sobre a entidade emitente. Segundo Damodaran (2006), ações emitidas por uma empresa bem-sucedida e com sólida reputação eram consideradas mais seguras do que as ações emitidas por qualquer entidade desconhecida. Em resposta a esse comportamento impreciso dos investidores, as companhias passaram a oferecer mais dados sobre suas operações e disponibilizá-las aos potenciais investidores.

Já no início do século XX, haviam serviços de coleta de dados sobre os retornos e preços de títulos individuais, que computavam estatísticas básicas como retorno esperado e desvio padrão dos retornos. Em 1909, a *Financial Review of Reviews* publicada no Reino Unido, examinou carteiras de dez títulos, incluindo obrigações, ações preferenciais e ações ordinárias, medindo a volatilidade de cada título utilizando preços ao longo de dez anos. Na verdade, essa publicação trouxe o argumento a favor da diversificação, ao estimar o impacto da correção em suas carteiras (DAMODARAN, 2006).

Em 1909, Louis Bachelier, considerado o fundador da moderna teoria de finanças, examinou o comportamento dos preços e opções ao longo do tempo. Em sua tese de doutorado, *Théorie de la Spéculation, Bachelier* (1909) introduziu o conceito de movimento Browniano dando início ao uso dos conceitos de finanças em tempo contínuo.

O modelo proposto para a dinâmica dos preços foi o processo aritmético browniano, por esta razão o modelo foi criticado em virtude da possibilidade de ocorrência de preços com valores negativos. Mesmo com este fato, o estudo do modelo é justificável, não só por razões históricas, mas também pelo seu uso na avaliação de opções sobre a margem ou diferença entre dois ativos (*spread options*). O modelo de Bachelier (1909) pressupõe que a dinâmica dos preços dos ativos Xt é um processo aritmético browniano, ou seja,

$$dXt = \mu dt + \sigma dBt \tag{4}$$

Na forma integral temos:

$$Xt = x + \mu t + \sigma Bt. \quad (5)$$

Bachelier (1909) verificou que havia pouca correlação entre a variação nos preços em dado período e variação nos preços no período seguinte, lançando as bases para a hipótese do caminho aleatório dos preços (*random walk*) e dos mercados eficientes, apesar de essas ideias terem aparecido quase 60 anos depois.

Quase simultaneamente, o acesso e a confiabilidade dos relatórios financeiros emitidos por firmas estavam melhorando, e os analistas passavam a conceber medidas do risco baseadas nos números contábeis. Índices de rentabilidade (como margem sobre capital próprio) e de alavancagem financeiras (dívidas sobre o capital próprio) passaram a ser usados como representações do risco do negócio. Este tipo de análise de risco, existente até hoje, desconsidera os preços das ações e foca nos fundamentos econômicos e financeiros da firma. Entre 1909 e 1915, a Standard Statistics Bureau, a Moody´s e a Fitch passam a classificar títulos de dívidas de empresas por meio de informações contábeis (BERNSTEIN, 1996).

As técnicas de avaliação econômica de projetos que usam fluxo de caixa descontado (FCD) derivam de modelos originalmente desenvolvidos para o ambiente de certeza foram desenvolvidas por Fisher (1930), e posteriormente (décadas de 1950 e 1960) adaptadas para o ambiente de incerteza. Contudo, Fischer (1930) reconhecia a importância das opções nos investimentos:

> *"Eu prefiro o termo oportunidade de investimento... O conceito de oportunidade de investimento apoia-se sobre o da opção. Uma opção é qualquer fluxo de renda possível, aberta a um indivíduo pela utilização do seus recursos, capital, trabalho, terra, dinheiro, para produzir ou assegurar esse fluxo de renda. Uma oportunidade de investimento é a oportunidade de mudar de opção, ou flixo de renda opcional, para outra".*
>
> *(Capítulo 7, The Theory of Interest The Theory of Interest as Determined by Impatiente to Spend Income and Opportunity to Invest It).*

Abaixo temos na Equação (6) o fluxo de caixa descontado para tempo discreto e na Equação (7) para o tempo contínuo.

$$FCD = \sum_{t=0}^{n} \frac{Fluxo\ Caixa\ t}{(1 + taxa)^t} \tag{6}$$

$$FCD = \int_{t=0}^{n} Fluxo(t).\, e^{-taxa.t}\, dt \tag{7}$$

Segundo Dias (2013), no início, a taxa de fluxo de caixa representava apenas o valor do dinheiro no tempo, sendo depois incorporado um ajuste ao risco nessas taxas. Na época, inegavelmente, representou uma evolução às teorias que se fundamentavam em modelos de equilíbrio de mercado, sendo que a mais notável teoria dessa época foi o *Capital Asset Princig Model*.

Graham (1949) advogou contra medidas de risco baseadas em preços passados (volatilidade), e observou que quedas nos preços podem ser temporárias, sem refletir o verdadeiro valor da companhia baseado nos seus fundamentos operacionais, econômicos e financeiros.

Segundo Damodaran (2006), na década de 40 Van Neumann e Ulam (1946) fizeram um trabalho de simulação numérica para solucionar problemas de blindagem em reatores nucleares. Este trabalho foi a origem do método de Monte Carlo, que consiste em uma técnica de amostragem artificial empregada para operar numericamente sistemas complexos que tenham componentes aleatórios. Esse método foi chamado de Monte Carlo, pois utiliza um processo aleatório, tal como lançamento de dados ou o girar de uma rola para poder selecionar dados da variável de entrada do modelo.

A utilização da Simulação de Monte Carlo na decisão de investimento está associada sobre tudo a David Hertz (1964), com seu clássico artigo *Risk Analysis in Capital Investment*. Incorporada a modelos de finanças, essa metodologia fornece aproximações para as distribuições de probabilidade dos parâmetros que estão sendo estudados. Embora careça de uma forte teoria econômica, o método de Monte Carlo é amplamente utilizado na prática econômica empresarial.

Por volta de 1950, os investidores dos mercados financeiros empregavam medidas de risco baseadas em preços passados e informações contábeis em conjunto com categorias de risco amplo, baseadas no tipo de título e na reputação do emitente, para fazerem seus julgamentos sobre risco. Contudo, não havia um consenso sobre a melhor maneira de mensurar riscos e a exata relação entre o risco e retorno esperado (BERNSTEIN, 1996).

O grande marco teórico do gerenciamento de diversos ativos (portfólio) e revolução das finanças quantitativas ocorreu com Harry Markowitz (1952) em seu artigo *"Portfolio Selection"*, onde é estruturada matematicamente a relação entre dois fatores para o investidor: risco e retornos esperados. Influenciado pelos estudos sobre incerteza de Neumann, Friedman, Savage e Willian, este físico verificou que as decisões de seleção de ativos não deveriam estar baseadas apenas nos retornos esperados, mas também nos riscos envolvidos tanto individualmente quanto em conjunto, baseado nas correlações entre os ativos (DAMODARAN, 1996). Tais riscos são associados à volatilidade dos valores das ações, representadas muitas vezes por medidas tais quais seu desvio padrão.

Segundo Damodaran (2008), a crença de que a diversificação era benéfica aos investidores já existia bem antes de Markowitz. A revista britânica *Financial Review of Reviews* de 1909 usou correlações entre títulos para defender o argumento de que os investidores deveriam dividir suas apostas e que uma carteira diversificada ofereceria menos riscos do que o investimento em um único título, sem implicar em retornos diferentes. Contundo, Markowitz alterou a maneira como pensamos sobre riscos ao se vincular a variabilidade presente de uma carteira de investimentos aos co movimentos entre os ativos individuais naquela carteira.

Uma das maiores contribuições dos estudos de Markowitz (1952 e 1959) foi ressaltar a importância da diversificação, conceito contestado por importantes acadêmicos. O conceito da diversificação deriva da observação que os preços dos ativos financeiros não se movem de modo exatamente conjunto, i.e., eles possuem uma correlação imperfeita. Nesta condição, a variância total de uma carteira será reduzida pelo fato que a variação no preço individual de um ativo é compensada por variações complementares nos preços dos demais. Tais constatações podem ser verificadas matematicamente pela Equação (8) da variância total da carteira, onde σ_i representa o desvio padrão do ativo i, x_i a participação do ativo i na carteira e ρ_{ij} a correlação entre os dois ativos.

$$\text{Var(portfólio)}=\sigma p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 x_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j x_i x_j \qquad (8)$$

Um dos conceitos mais importantes que derivam da Teoria do Portfólio é a Fr

onteira Eficiente (MARKOWIT, 1952). Na Figura 4 pode-se observar que uma carteira como a formada pelo ponto A não seria conveniente, pois a carteira B – para o mesmo retorno – tem menor risco, e a carteira C – para o mesmo risco – tem maior retorno.

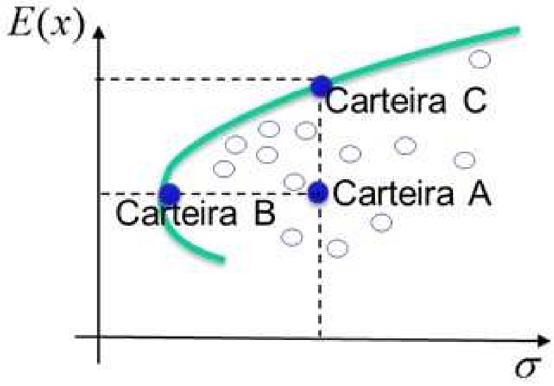


Figura 4- Fronteira Eficiente (elaborado pelo autor)

A curva que contém as melhores combinações em termos de risco e retorno, ou seja, os portfólios de maior retorno para um dado nível de risco, é chamada de Fronteira Eficiente. De acordo com Markowitz (1970), se um portfólio é eficiente, é impossível obter um retorno maior sem incorrer em maior desvio padrão (e, portanto, risco), assim como é impossível obter menor desvio padrão sem diminuir o retorno médio. Depois de eliminados todos os "portfólios dominados", como aquele representado pela Carteira A na Figura 4, tem-se o portfólio eficiente.

A Figura 5 mostra o delineamento da fronteira eficiente quando há dois ativos. O eixo das ordenadas representa o retorno médio esperado (média ponderada entre o retorno do ativo e sua participação na carteira), enquanto o eixo das abscissas é a variância das carteiras. Cada curva representa a fronteira eficiente para um valor diferente de covariância entre as carteiras a e b. É interessante verificar que quanto menor o grau de correlação, mais encurvada é a fronteira eficiente, i.e., o efeito diversificação torna-se mais intenso quanto menor o coeficiente de correlação ρ. A curvatura mais acentuada ocorre quando $\rho = -1$, i.e., quando há correlação negativa perfeita entre os dois ativos.

Por simetria, a curvatura menos acentuada é quando $\rho = 1$. Os casos extremos (1 e -1) são de pouca importância prática, uma vez que no mundo real a maioria dos ativos possui correlação positiva entre si.

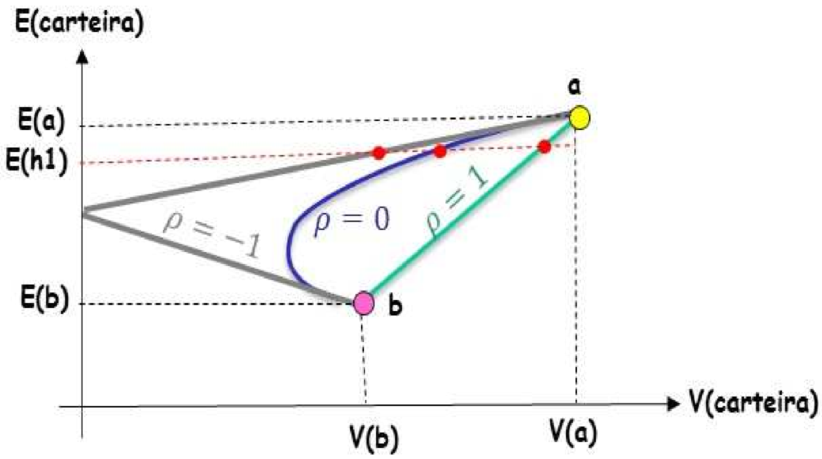


Figura 4 – Análise de portfólio com dois ativos (elaborado pelo autor)

Um modelo de programação não-linear pode ser formulado para o problema de determinação de um portfólio. Toda modelagem começa com a definição do problema real, no caso: a maximização do retorno esperado de uma carteira, constituída de ativos dentre uma quantidade n de possíveis opções, de forma a não ultrapassar um valor de risco pré-determinado. O risco é associado às variações nos valores dos ativos pertencentes à esta carteira.

Supondo um mercado de capitais com n ações passíveis de inclusão na carteira, o gestor de investimento tem como variáveis de decisão as cotas alocadas em cada ativo x_i (i = 1,2,3,...,n). Estipulando que μi e σi sejam, respectivamente, o retorno esperado e o risco (desvio padrão dos valores) de um determinado ativo i, estes dados tornam-se parâmetros para o modelo. Adota-se a premissa que estes valores podem ser mensurados por uma análise adequada. Outro parâmetro de grande importância no modelo é a covariância entre os ativos i e j, representado neste modelo como σij, para j = 1,2,3,...,n (j ≠ i) (HILLIER e LIEBERMAN, 2006). Um modelo do portfólio é estruturado tendo como função objetivo a maximização do lucro, que é o resultado dos valores esperados dos ativos. Assim, para um conjunto ativos selecionados $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ teremos uma variância, que para este problema é tida como uma restrição.

$$Maximizar \ \ R(x) = L \ = \sum\nolimits_{i=1}^{n} \mu_i x_i \tag{9}$$

Sujeito a

$$\textstyle\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 x_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j \ \leq \ V(x) \tag{10}$$

$$\textstyle\sum_{i=1}^{n} P_i x_i \ \leq B \tag{11}$$

No modelo acima, temos a essência da maximização dos resultados financeiros R(x) sujeitos às restrições de orçamento B e de exposição ao risco V(x). Trata-se de uma decisão de balancear o portfólio, pois a decisão também estará atrelada ao preço do ativo, possibilitando ao gestor se desfazer de ações caras e comprar ações mais baratas.

A revolução iniciada por Markowitz foi levada à sua conclusão lógica por John Lintner (1965), Jack Treynor (1961) e Bill Sharpe (1961), com o desenvolvimento de seu modelo de precificação CAPM – *Capital Asset Princing Model*. Sharp e Lintner acrescentaram um ativo sem risco a esse *mix* e concluíram que havia alternativa melhor para investidores a cada nível de risco, gerada pela alocação do ativo sem risco em uma carteira amplamente diversificada, situada na fronteira eficiente. As combinações de um ativo sem risco e de uma carteira eficiente geraram maiores retornos esperados para cada nível de risco em comparação com uma carteira única de vários ativos com risco.

Para investidores que desejam risco menor do que aquele inerente à carteira de mercado, essa abordagem se traduz em investir uma parcela de sua riqueza na carteira eficiente e o restante em ativos sem risco. Por outro lado, presume-se que os investidores que querem correr mais riscos fazem empréstimos à taxa sem risco e investem esse dinheiro em carteiras eficientes. Se todos os investidores seguem esse preceito, eles seriam investidores da carteira eficiente, que tem como característica a diversificação. É a chamada carteira de mercado. A Equação (12) apresenta uma aplicação do CAPM para calcular o custo de capital de um determinado ativo.

$$Ke = \ Kf + \ \beta * (Rm - Kf) \tag{12}$$

Na Equação (12), temos Kf a taxa livro de risco (SELIC para investimentos no Brasil); β o indicador de risco não diversificável do ativo, que pode ser substituído por $\frac{Cov\ (Ke,Rm)}{Var(Rm)}$;

e Rm a taxa de retorno esperada pela carteira de mercado, sendo que no Brasil utilizava-se o índice ibovespa (IBOV:SP). Para empresas de capital fechado ou sem dados corretos, a análise deve ser realizada para empresas do mesmo setor e do mesmo porte.

O CAPM estende o *insight* de Markowitz de que os investidores devem diversificar, para o seu limite lógico, em que detêm a carteira de mercado, com todos os ativos comercializados. Assim, o risco de qualquer ativo é a função da maneira como este ativo covaria com a carteira de mercado. Aceitar o CAPM exige a aceitação também dos pressupostos que o modelo faz sobre a informação e os custos de transação, além dos pressupostos subjacentes da estrutura da média-variância. Apesar de seus inúmeros críticos, a aceitação geral do modelo e sua sobrevivência como padrão para mensuração do risco até hoje são testemunhos da sua simplicidade e apelo intuitivo (DAMODARAN, 2008)

Desde o seu aparecimento a estrutura da média-variância é vítima de controvérsia. Segundo Damodaran (2008) há três grupos de contestação. O primeiro grupo defende que os preços das ações (em particular), e os retorno sobre os investimentos (em geral), apresentam um número excessivo de valores elevados, para ajustarem-se a uma curva normal. Esses argumentam que as "caudas gordas" das distribuições de preços de ações servem melhor a uma classe de distribuições chamada de distribuições da lei da potência, que exige variância infinita e longos períodos de dependência de preços. O segundo grupo discorda da simetria da distribuição normal e defende medidas que incorporem às medidas de risco a assimetria encontra nas destruições de retorno observados. O terceiro defende que as distribuições que permitem saltos de preços são mais realistas, e que as medidas do risco devem considerar a probabilidade e a magnitude deste salto.

O primeiro desafio direto ao modelo CAPM surgiu em meados da década de 70, quando Steve Ross (1976) desenvolveu o modelo de precificação por arbitragem (*Arbitrage Princing Theory*). Ele valeu-se da preposição fundamental de que dois ativos de mesma exposição ao risco têm de ter preços iguais, definidos pelo mercado, para evitar que os investidores gerem lucros sem risco (lucros de arbitragem). O autor defende que em um mercado em que não existam oportunidades de arbitragem, é possível obter medidas do risco com base nos retornos observados nos mercados. A técnica estatística empregada por Ross para obter essas medidas do risco foi a análise fatorial. O retorno de um ativo, Equação (13), dependeria de alterações inesperadas de fatores (Fi) e da sensibilidade do investimento a alterações inesperadas de Fi (Bi), com a incidência de um erro aletório(ε).

$$Ri = Kf + \sum_{i=1}^{n} BiFi + \varepsilon \qquad (13)$$

Enquanto os modelos de precificação por arbitragem restringem-se aos dados históricos de preços, os modelos multifatoriais incluem outros tipos de dados, como dados macroeconômicos em algumas de suas versões, e dados específicos a uma empresa (como índice de capitalização e preços) entre outras. Em síntese, os modelos multifatoriais partem da hipótese de que os preços do mercado em geral sobem e descem por alguma razão, e que as ações que geram altos retornos em períodos longos precisam ter maior risco do que aquelas que geram retorno menores nos mesmo intervalos (DAMODARAN, 2008). Estabelecidos esses pressupostos, esses modelos procuram por dados externos que possam explicas as diferenças nos retornos entre ações. Fama e French (1992), examinando a relação entre retorno sobre ações e fatores específicos a uma empresa, concluíram que a capitalização de mercado e o índice valor patrimonial/preço representam melhor o risco do que beta (CAPM) ou os betas (APT), conforme demonstrado na Equação (14), sendo MV o valor de mercado das ações emitidas pela firma e BV o patrimônio líquido.

$$Retorno_j(\%) = 1{,}77\% - 0{,}11\ln(MV_j) + 0{,}35\ln(BV_j/MV_j) \qquad (14)$$

Em outras palavras, pesquisadores e gestores têm a escolha de procurar entre centenas de proxies em potencial e adotar os que funcionam melhor, uma prática comum na econometria.

Em 1954, Savage e Samuelson redescobrem a dissertação de Bachelier, e no final dos anos 50 e início dos anos 60 são publicados vários artigos discutindo modelos estocásticos de comportamento dos preços das ações, assim como tentativas de precificação de opções (DAMODARAN, 2009). Finalmente, na década de 70, Black e Scholes (1973) e Merton (1973) estabeleceram as bases da moderna teoria das opções financeiras, ao desenvolverem um modelo que não precisa fazer nenhuma premissa restritiva sobre as preferências individuais em relação ao risco ou sobre a formação dos preços de mercado em equilíbrio.

2.5. Conclusão

A capacidade de definir o que poderá acontecer no futuro e de optar entre várias alternativas é central às sociedades contemporâneas. Analisar, avaliar e gerenciar riscos, junto à vontade de correr riscos e de fazer opções ousadas, são elementos-chave da energia que impulsiona os agentes econômicos.

Este artigo examinou a evolução das medidas de risco ao longo do tempo. Na maior parte da história, o homem atribuiu acontecimentos negativos ao destino ou à Divina Providência, sendo poucos os esforços para mensurar o risco na esfera quantitativa. Afinal, se os deuses decidissem puni-lo, não haveria modo de mensurar o risco ou de geri-lo que o salvariam desse castigo. A primeira ruptura nessa visão do risco ocorreu na Idade Média, quando os matemáticos apresentaram as primeiras medidas de probabilidades. Os avanços que se sucederam no campo da Estatística, entre outros, estenderam o alcance das probabilidades às incertezas que pessoas e empresas enfrentam diariamente. Com isso nasceu a indústria de seguros, em que companhias seguradoras oferecem proteção a pessoas e empresas contra possíveis perdas, e cobram um prêmio por essa salvaguarda.

O crescimento dos mercados de ativos financeiros gerou a necessidade de medidas do risco que capturassem tanto o risco de perda inerente a esses investimentos quanto o potencial para ganhos e lucros. O crescimento do setor de serviços que ofereciam estimativas para essas medidas do risco se dá em paralelo ao aumento no acesso à formação dos preços e aos dados financeiros sobre investimentos. Markowitz lançou as bases para a moderna teoria das carteiras ao tornar explícitas as vantagens da diversificação. Em sequência ao seu raciocínio sobre as carteiras eficientes, foram desenvolvidos vários modelos quantitativos para precificação do risco. Esses avanços históricos e metodológicos seguiram no fortalecimento das finanças quantitativas que passaram a dominar o todo o mercado financeiro internacional, possibilitando seu crescimento acelerado. Até hoje as finanças quantitativas vêm evoluindo em termos de metodologias chegando a equações bastantes complexas, dificultando a até mesmo o seu controle.

Referências Bibliográficas

ALLAIS, M. **"The So-Called Allais Paradox and Rational Decisions Under Uncertaintly" Allais and Hagen: Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox.** Dordrecht: D. Reidel, 1979

BACHELIER L. . Theorie de la speculation. Annales de l'Ecole Normale Superieure XVII, 3:21–86, 1900.

BATALLIO,R.C.;KAGEL,J.H.;MACDONALD,D.N. Animals Choices Over Uncertain Outcomes: Some Initial Experimental Results. **The American Economic Review**, vol 75, nº 4, 1985.

BAYES,R.T. An Essays Toward Solving a Problem in the Doctrine of Chances. **Philos. Trans. R. Soc. London** 53, 370-418, 1763. Reimpresso em Biometrika, 45, 293-315, 1958.

BERG,J.;REITZ,T. **Do Unto Others: A Theory and Experimental Test of Interpersonal Factors in Decision Making Under Uncertainty**. University Iowa, Discussion Paper, August,1997.

BERG,J.E.;DICKHAUT,J.;MCCABE,K. Risk Preference Instability across Institutions: A Dilema**. PNAS**, Vol. 102, 4309-4214, 2005.

BERNOULLI, D. **Exposition of a New Theory on the Mensurement of Risk**, 1738. Disponível em: https://engineering.purdue.edu/~ipollak/ece302/FALL09/notes/Bernoulli_1738.pdf. Acessado em: nov/2016.

BERNSTEIN,P**. Against the Gods: The Remarkable Story of Risk**. NewYork/Canada: Ed. John Wiley e Sons,INC, 1996.

BLACK,F. The pricing of commodity contracts. **Journal of Financial Economics**, vol. 3, 167-179, 1976.

BLACK,F.;SCHOLES,M. The Pricing of Options and Corporate Liabilites. **Journal of Political Economy**, Nº 81, pp. 637-659, 1973

CAVIGELLI,S.A.;MCCLINTOCK,M.K. Fear of novelty in infart rats predicts adult corticosterone dynamics and an early death. **Anais da National Academy of the Sciences**, 2003.

DAMODARAN, A. **Gestão Estratégica de Riscos: uma referência para tomada de riscos empresariais**. São Paulo: Ed. Bookman, 2009.

DIAS,M.A G. **Analise de Investimentos com Opções Reais vol.1: teoria e pratica com aplicações em petróleo e em outros setores.** Rio de Janeiro: Ed.Intercedência, 2013

DOMINGUES,H. Cardano: o intelectual jogador. In: HAZZAN, Samuel. **Fundamentos de matemática elementar**. São Paulo: Ed. Atual, 1993.

FAMA,E.;MILLER,M.H. **The Theory of Finance**. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1972.

FRIEDMAN,M.;SAVAGE,L.P. "The Utility Analysis of Choice Involving Risk". **Journal of Political Economy**, Vol. 56, 279-304, 1948.

GRAHAM, B. **The Intelligent Investor**. New York: McGraw Hill, 1949.

HERTZ, D. B. Risk Analysis in Capital Investment, Havard Business Review, pp. 95-106, 1964.

HILLIER, Frederick S., LIEBERMAN, Gerald J**. Introdução à pesquisa operacional**. São Paulo: McGraw-Hill, 2006

HOLT,C.A.;LAURY,S.K.; Risk Aversion and Incentive Effects. **The American Economic Review**, Vol. 92, nº 5, 1664-1655, 2002.

HOLTON,G.A**.** Definig Risk. **Financial Analysts Journal**, 60(6), 19-25, 2006.

KAHNEMAN,D.;SCHWARTZ,A.; HALER, R; TVERSKY, A. The Effect of Myopic Loss Aversion on Risk Taking: An Experimental Teste. **Quarterly Journal of Economics**, Vol 112., 647-661, 1997.

KAHNEMAN,D.;TVERSKY,A**.** Prospect Theory: Na Analysis of Decision Under Risk. **Econometrica**, Vol 47, 262-292, 1979.

KNIGHT,F.H**. Risk, Uncertainty and Profit**. New York: Hart, Schaffner, and Marx, 1921.

LEVY, H. Absolute and Relative Risck Aversion: An Experimental Study. **Journal of Risk and Uncertainty**, 8:3 (May), 290-307, 1994.

LOOMES,G.;SUDGEN,R. Regret Theory: Na Alternative of Rational Choice Under Uncertainty. **Eco 92**, 805-824, 1982.

MACHINA,M.J. Expected Utility Theory Without the Independence Axiome. **Econometrica**, 50, 277-323, 1982.

MAKOWITZ, H**. Portfolio Selection**. The Journal of Finance, 1952

MAKOWITZ,H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, Vol 7, nº 1, 77-91, 1952.

MARKOWITZ,H. **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**. New York: Wiley, 1959.

MOIVRE,A.D. **Doctrine of Chances**. New York: Chelsea Publishing, 1978

PRATT,I.W. Risk Aversion in the Small and in the Large. **Econometrica**, vol. 32, 122-136, 1964.

ROSS,S.A. Some Stronger Mensures of Risk Aversion in the Small and in the Large with Applications. **Econometria**, Vol. 49 (3), 621-639, 1981.

ROSS,S.A. The Arbitrage Theory of Capital Asset Princing. **Journal of Economic Theory**, Vol. 13(3), 341-360, 1976.

SAMUELSON,P. Risk and Uncerainty: A Fallacy of Large Numbers**. Scientia,** 98, 108-113, 1963.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Markets Equilibrium under Conditions of Risk. **Journal of Finance**, 19(3), 425-442, 1961.

SHARPE,W.F. Capital Asset Prices: A Theory of Markets Equilibrium under Conditions of Risk. **Journal of Finance**, 19(3), 425-442, 1961

TREYNOR,J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, 47: 13-37, 1961.

VON NEUMANN,J.;MORGENSTERN,O. **Theory of Games and Economic Behavio**r. 1953 Priceton: Ed. Priceton, NJ: Priceton University Press, 1944.

3. ENSAIO II

OPÇÕES FINANCEIRAS: UMA EXPLORAÇÃO TEÓRICA

3.1. Introdução

Desde a virada do século, a maior fonte de crescimento no setor financeiro tem sido em instrumentos financeiros chamados de derivativos. De concordo com Stewart (2013), derivativos não são dinheiro no sentido econômico e tampouco investimentos em ativos. São investimentos em investimentos, promessas de promessas. Os derivativos são ativos cujo valor deriva total ou parcialmente de outro ativo, chamando de ativo-objeto. Os principais tipos de derivativos são negociados a termo nos mercados futuros, de opções e swaps (HULL,1999).

No início do desenvolvimento dos mercados financeiros, os derivativos foram criados como forma de proteger os agentes econômicos (produtores ou comerciantes) contra os riscos decorrentes das flutuações de preços durante períodos de escassez ou de superprodução do produto ou ativo-objeto negociado. Em outros termos, como os eventos que podem ocorrer na economia são incertos e afetam a rentabilidades das firmas, o advento dos instrumentos derivativos tinha por objetivo proporcionar proteção (*hedge*) contra o risco de preço (DIAS, 2013).

A opção de compra tem uma grande importância devido a sua analogia com uma oportunidade de investimento no mundo real. Já a opção de venda pode ser pensada como um seguro, pois o detentor da opção, que também detém a ação, limita suas perdas. Assim, a teoria das opções financeiras fundamenta os conceitos da moderna teoria das opções reais (ALBANESE; CAMPOLIETI, 2006).

Este ensaio tem como objetivo geral discutir, por meio de revisão de literatura, as opções financeiras, desde suas origens até as tradicionais metodologias de precificação. Desdobram-se como objetivos específicos: demostrar matematicamente com se dá a precificação nos modelos Binomial e Black-Scholes e discutir os impactos positivos e negativos do uso dos derivativos financeiros. Trata-se de um ensaio exploratório e bibliográfico.

Verifica-se que as opções financeiras são importantes instrumentos de especulação e/ou proteção dos agentes econômicos, sendo que sua metodologia também pode ser aplicável a problema reais da economia, como avaliação de projetos de capital sob a condição de incertezas.

3.2. As opções financeiras: conceitos básicos

Os derivativos mais simples estão presentes no ambiente econômico há um tempo. São conhecidos como opções e futuros, e remontam ao século XVIII na bolsa de arroz Dojima, em Osaka, Japão. A bolsa foi fundada em 1967, uma época de prosperidade na região, onde o arroz era usado como instrumento de troca, reserva de valor e acumulo de riquezas. A intensa especulação fez a cotação do arroz ter momentos de preço excessivo e de preços medíocres (alta volatilidade), afetando não apenas os negociantes da bolsa, mas todo o sistema de produção agrícola japonês. Enquanto a bolsa de arroz existia, os comerciantes inventaram um novo tipo de contrato para compensar as enormes oscilações no preço do arroz. Os signatários garantiam que comprariam (ou venderiam) uma quantidade especificada por um preço determinado (STEWART, 2013). Hoje esses instrumentos de proteção ou especulação são conhecidos como opções e futuros.

Segundo Dias (2013), o mercado de opções financeiras tornou-se organizado em 1973 em Chicago, mas as tentativas de valorar estes derivativos são antigas. A primeira tentativa de apreçamento de uma opção de forma rigorosa foi do matemático francês Bachelier (1900), um dos pioneiros na modelagem de derivativos por processo estocástico (movimento Browniano). Contudo, seu trabalho teve pouco impacto na época. De forma independente, cinco anos depois, o movimento Browniano seria aplicado ao estudo da física das partículas no famoso trabalho de Albert Einstein.

Em 1954, Savage e Samuelson redescobrem a dissertação de Bachelier, e no final dos anos 1950 e início dos anos 1960 são publicados vários artigos discutindo modelos estocásticos de comportamento dos preços das ações, assim como tentativas de precificação de opções. Finalmente, na década de 1970, Black e Scholes (1973) e Merton (1973) estabeleceram as bases da moderna teoria das opções financeiras, ao desenvolverem um modelo que não precisa fazer nenhuma premissa restritiva sobre as preferências individuais em relação ao risco ou sobre a formação dos preços de mercado em equilíbrio.

Segundo Aiube (2013), um contrato de opção sobre determinado ativo-objeto dá o direito a seu proprietário de comprar ou vender tal ativo por um preço previamente especificado (*strike price*) até a data de vencimento ou somente nesta data. Opções são um tipo peculiar de contratos financeiros, fornecendo ao seu comprador o direito de negociar o ativo-objeto ao preço especificado, mas não implicam nenhuma obrigação para seu proprietário. Desse modo, o comprador da opção somente exercerá tal direito caso seja financeiramente lucrativo fazê-lo. Por sua vez, o vendedor ou lançador da opção tem a obrigação de assumir o compromisso do contrato, caso sua posição seja exercida pelo comprador. Portanto, o direito é do comprador, mas a obrigação é do vendedor.

Existem dois tipos de contratos de opção: a *put* (opção de venda) e *call* (opção de compra). Na opção de venda, aquele que adquire a opção, chamado de comprador, tem o direito de vender o ativo-objeto pelo preço de exercício até ou somente no vencimento. O lançador, vendedor da *put*, recebe um prêmio pela venda e se compromete a comprar o ativo-objeto caso sua posição seja exercida pelo comprador.

Na *call* o comprador, tem o direito de comprar o ativo-objeto pelo preço de exercício até ou somente no vencimento e consequentemente o lançador recebe um prêmio pela venda comprometendo a vender o ativo-objeto caso sua posição seja exercida pelo comprador (HULL, 1999). Para Dixit e Pyndick (1994), a opção de compra tem uma grande importância devido a sua analogia com uma oportunidade de investimento. Já a opção de venda pode ser pensada como um seguro, pois o detentor da opção, que também detém a ação, limita suas perdas. A opção de compra (Ct) e de venda (Pt), podem ser representadas como função do preço do ativo Xt e do preço de exercício (*strike price*) K conforme equações (1) e (2) abaixo.

$$Ct = \max (Xt - K, 0) \tag{1}$$

$$Pt = \max (K - Xt, 0) \tag{2}$$

As opções ainda se distinguem quanto ao prazo para exercício do direito. *Calls* e *puts* “europeias” são aquelas em que o comprador tem o direito do exercício somente na data do vencimento. Já as “americanas” são aquelas em que o comprador tem o direito de exercício até o dia do vencimento. No mercado brasileiro, as opções são organizadas em mercados organizados (por exemplo, na Bolsa de Mercadorias e Futuros), sendo toda *call* mericana e toda *put* europeia. Assim, temos a seguinte Equação (3) para comprar uma opção europeia e uma americana (PACHECO; VELLASCO, 2007).

Opção Americana = Opção Europeia + Prêmio de Exercício Antecipado (3)

Existem duas posições para cada tipo de opção: posição comprada (*long*), que significa ter comprado uma opção, e posição vendida (*shot*), que significa ter vendido uma opção. Assim, se um investidor realizar uma operação de compra ou de venda de opção, existem quatro tipos de *payoff* associados às opções, verificados na figura 1 abaixo. No eixo das coordenadas temos o benefício da opção e no eixo das abcissas o valor do ativo no momento do exercício do contrato.

Existem duas posições para cada tipo de opção: posição comprada (long), que significa ter comprado uma opção, e posição vendida (short), que significa ter vendido uma opção. Assim, se um investidor realizar uma operação de compra ou de venda de opção, existem quatro tipos de *payoffs* associados às opções, verificados na Figura II.1. No eixo das coordenadas temos o benefício da opção e no eixo da abcissa o valor do ativo no momento do exercício do contrato (MERTON, 1973). Pela figura 1 também é possível comparar os lucros/prejuízos dos lançadores de opções (para posições *long*) e os comprados de opções (para posições *short*) em vermelho, verificando diferentes perfis de resultados. A linha linear representa o resultado líquido de uma operação normal de compra/venda e a linha pontilhada não linear representa o resultado líquido do exercício das opções.

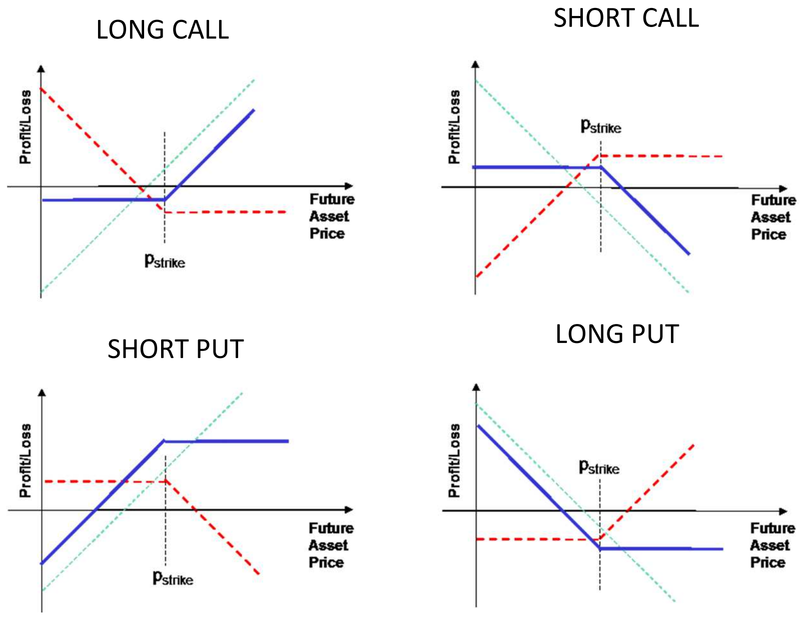


Figura II.1- Estratégias envolvendo opções (elaborado pelo autor)

É possível também que o investidor crie diversas estratégias envolvendo múltiplas opções. Por exemplo, é possível que o investidor compre uma opção de compra (*call*) e lance (venda) outra opção de (*call*) para um período t=T, sendo que o preço de exercício de sua opção vendida (*short call*) é maior do que o da opção comprada (*long call*). O que ocorre na prática é que o valor desta estratégia, dependerá do tempo (T), da taxa livre de juros e da volatilidade do ativo. Abaixo temos na figura 2 a representação desta estratégia (ALBANESE; CAMPOLIETI, 2006).

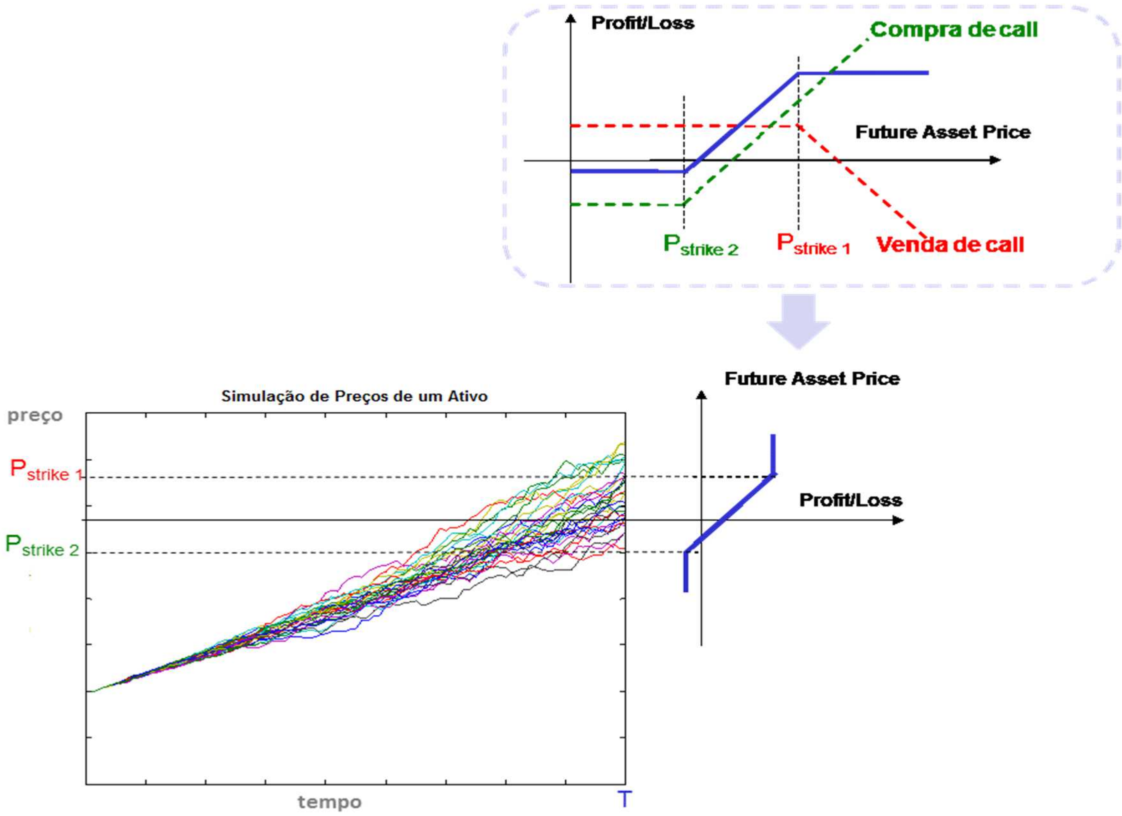


Figura 2- Estratégia híbrida com opções: long call e shot call (elaborado pelo autor)

Devido à grande proximidade entre um *call* e uma *put* com mesmo vencimento e sobre o mesmo ativo-objeto, é de se esperar que o preço de uma *put* esteja relacionado de alguma maneira com o preço de uma *call*. De fato, na ausência de arbitragem no mercado, o teorema da paridade *put-call* estabelece uma relação entre esses preços (AIUBE, 2013). Considere que (i) um ativo não pague dividendos no período [0:T]; (ii) a taxa livre de risco seja constante neste período e igual a r; (iii) que não haja possibilidade de arbitragem. Em um dado instante t ($0 < t < T$), suponha que o preço à vista do ativo subjacente seja Xt e que as opções europeias de compra e venda, com o preço de exercício

K e vencimento em T, estão valoradas em Ct e Pt, respectivamente. Então será válida a Equação (4) para paridade entre as opções

$$Xt + Pt = Ct + e^{-r(T-t)}K \tag{4}$$

Segundo Aibue (2013), há duas metodologias para valorar uma opção financeira. O primeiro método é o denominado binominal, desenvolvido por Cox, Ross e Rubinsteins (1979), que considera a evolução do valor do ativo no tempo discreto utilizando o Processo Binominal com aproximação discreta de um processo estocástico conhecido como Movimento Geométrico Browniano para o preço da ação. Já o segundo método, desenvolvido por Black & Scholes (com contribuições de Merton); em 1973 e utilizado, para avaliação de opções de compra do tipo europeia, considera a evolução do valor do ativo no tempo contínuo. Esta modelo parte do pressuposto que o preço de uma ação segue um Movimento Geométrico Browniano.

O valor de uma opção é determinado por uma série de variáveis relacionadas ao ativo-objeto e aos mercados financeiros. A Tabela 1 abaixo mostra um resumo das variáveis que afetam os preços das *calls* e das *puts*.

Tabela 1 – Variáveis que afetam as opções

	EFEITO SOBRE	
FATOR	***call***	***put***
Aumento no valor do ativo-objeto	Aumenta	Diminui
Aumento no preço de exercício	Diminui	Aumenta
Aumento na variância do ativo-objeto	Aumenta	Diminui
Aumento do prazo para exercício	Aumenta	Diminui
Aumento das taxas de juros	Aumenta	Diminui
Aumento nos dividendos	Diminui	Aumenta

Além das opções, os derivativos envolvem os contratos futuros, o mercado a termo e os contratos de swaps. Ao contrário das opções, no caso dos contratos futuros e a termo existe a obrigação de liquidação das operações pelas condições contratadas. Especificamente, o contrato a termo é um acordo sobre a promessa de entrega futura de um ativo-objeto por um preço acordado previamente. Quem está na posição comprada é obrigado a comprar o bem na data futura pelo preço acordado e quem está na posição vendida é obrigado a entregá-lo nas mesmas condições (ALBANESE; CAMPOLIETI, 2006).

Segundo Hull (1999), o contrato futuro se assemelha a um contrato a termo, diferenciando-se quanto à questão da padronização e da marcação a mercado, que é o processo pela qual os ganhos ou perdas nas posições destes contratos são ajustados diariamente. Nos contratos a termo, os ajustes de ganhos e perdas das posições das contrapartes são liquidados apenas no vencimento. Enquanto os contratos a termo são negociados nos mercados de balcão (*over-the-counter Market*), os contratos futuros são negociados em mercados organizados, como Bolsas de Valores. Por fim, os contratos de *swap* são instrumentos típicos de mercado de balcão (não-padronizados), cujo propósito é troca futura de fluxo de caixa, em que as partes se comprometem a trocar suas posições sobre determinados fluxos de caixa em alguma data futura.

3.3. Modelo Binomial

O modelo binomial é uma técnica de modelagem em tempo discreto que permite a precificação de opções sobre um ativo objeto através da construção da chamada árvore binomial, que representa as diferentes trajetórias que o valor do ativo objetivo poderá seguir durante sua vida. Esse modelo foi desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein (1979) para aproximar um processo contínuo seguido por um ativo objeto para calcular o preço de uma opção americana.

Para Aiube (2013), o método binominal consiste na consideração de que o movimento do preço entre instantes t e $t + \Delta t$ será representantado por dois estados de natureza. Em geral, considera-se que o primeiro estado representa uma valorização do título e o segundo uma desvalorização. Trata-se de um método importante, e popular, em finanças, onde a modelagem é simples e os resultados são satisfatórios.

O estudo de Hull (1999) apresentou uma abordagem semelhante à desenvolvida por Cox, Ross e Rubinstein (1979). Seja Xt o preço atual do ativo objeto e f o valor atual de uma opção sobre esse ativo objeto. Xt evoluirá segundo uma variável aleatória em tempo discreto, variável essa que poderá assumir dois valores: u $\{u \in \mathbb{R} | u > 1\}$ ou d $\{d \in \mathbb{R} | d < 1\}$, sendo u um índice de subida e d o de descida. Ou seja, Xt poderá ter uma variação para cima, indo para um nível uXt, ou para baixo, indo para o nível dXt, sendo uf o retorno da opção quando o preço é uXt e df quando dXt. Esta lógica é verificada na figura 3 abaixo.

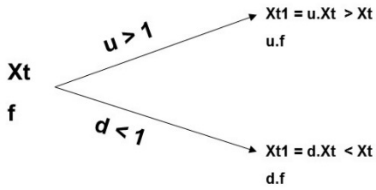


Figura 3- Árvore binomial de dois estágios (elaborado pelo autor)

Considere uma carteira composta de uma posição comprada de η ativos e uma posição vendida em uma opção de compra. Para essa carteira se tornar livre de risco, os valores da carteira tanto para movimentos de alta quanto de baixa do ativo subjacente deverão ser iguais. Havendo um movimento de alta no ativo subjacente, o valor da carteira será: uηXt – uf. No caso de um movimento de baixa, o valor da carteira será: dηXt – df. Igualando estes dois termos, chegamos ao equilíbrio livre de risco da Equação (5) e o valor de η na Equação (6), que retrata a razão da mudança no preço da opção em relação à mudança no preço do ativo conforme ocorrem movimentos entre os nós. Para esse caso, a carteira não terá risco, devendo obter uma taxa de juro livre de risco.

$$\mathrm{d}\eta\mathrm{Xt} - \mathrm{df} = \mathrm{u}\eta\mathrm{Xt} - \mathrm{uf} \tag{5}$$

$$\eta = \frac{\mathrm{uf - df}}{\mathrm{uXt - dXt}} \tag{6}$$

Na ausência de oportunidades de arbitragem, carteiras sem risco devem render a taxa de juro livre de risco, denotada por rf (*risk free*). Igualando o custo de montagem da carteira como valor atual da carteira chega-se a equação (7) abaixo.

$$\eta\mathrm{Xt} - \mathrm{f} = \frac{[\mathrm{d}\eta\mathrm{Xt} - \mathrm{df}]}{(1+rf)^{\Delta t}} \tag{7}$$

Substituindo a equação (6) na equação (7) chegamos às equações (8), (9) e (10).

$$Xt\frac{uf-df}{uXt-dXt} - f = \frac{[Xt\frac{uf-df}{uXt-dXt} - df]}{(1+rf)^{\Delta t}} \tag{8}$$

$$f(1+rf)^{\Delta t} = \frac{uf-df}{uXt-dXt}((1+rf)^{\Delta t} - d) + df \tag{9}$$

$$f(1+rf)^{\Delta t} = \frac{(1+rf)^{\Delta t} - d}{u-d}(uf - df) + df \qquad (10)$$

Definindo o valor de p segundo a Equação (11), chegamos à expressão (12)

$$p = \frac{(1+rf)^{\Delta t} - d}{u-d} \qquad (11)$$

$$f = \frac{puf + (1-p)df}{(1+rf)^{\Delta t}} \qquad (12)$$

É natural interpretar p como a probabilidade de uma oscilação ascendente no preço do ativo objeto e a variável 1-p como a probabilidade de uma oscilação descendente. Assim, a expressão $[puf + (1-p)df]$ pode ser facilmente interpretada como o retorno esperado da opção. Concluímos que o valor da opção na data zero, é o seu valor esperado descontado à taxa livre de risco considerando a capitalização no tempo discreto (HULL, 1999). A Figura 4 apresenta uma árvore binomial para dois estágios completa.

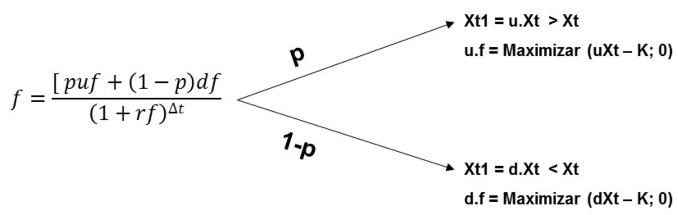


Figura 4- Árvore binomial de dois estágios completa (elaborado pelo autor)

Segundo Aiube (2013), uma árvore binominal deverá representar as diferentes trajetórias que poderão ser seguidas pelo ativo objeto durante a vida da opção. Hull (1999) surge que se deve dividir a vida de uma opção em um número maior de pequenos intervalos de tempo de extensão Δt. Sendo uma situação de indiferença ao risco, o valor de cada nó no instante T - Δt é calculado como o valor esperado no instante T, descontando à taxa livre de risco rf por um período de tempo Δt. Esse procedimento é então repetido para os instantes anteriores T - 2Δt, T - 3Δt, ..., 0, sendo no final obtido o valor da opção no instante zero.

Quando na modelagem do processo binominal faz-se uma divisão da vida da opção em um grande número de períodos com tempos de extensão Δt curtos, o resultado gerado pelo modelo Binominal converge para o resultado gerado pelo modelo Black e Scholes, que é um modelo contínuo (AIUBE, 2013).

3.4. Modelo de Black e Scholes

Fischer Black e Myron Scholes inicialmente apresentaram a fórmula de Black-Scholes em um artigo em 1973, "*The Pricing of Options and Corporate Liabilities*." A base para sua pesquisa utilizou os trabalhos diversos de consagrados e laureados economistas: Mogigliani e Miler (1958), Treynor (1961), Sharpe (1964), Samuelson (1965), Fama (1970), Throp (1970), Fama e Miler (1972), dentre outros trabalhos fundamentais da moderna teoria financeira. O conceito fundamental de Black-Scholes é que uma opção é implicitamente precificada se o ativo é transacionado, como as ações e as commodities.

Para Aiube (2013), os modelos que analisam as transações com ativos no mercado financeiro são concebidos mediante a presença de dois agentes: o comprador e o vendedor. No mercado de derivativos não é diferente. O apreçamento na teoria de finanças considera que os agentes atuam racionalmente. Isto significa que os fluxos de caixa que estão envolvidos nas transações com os derivativos são incorporados nos portfólios dos agentes econômicos do mercado. Supõe-se ainda que tais agentes maximizam o valor esperado de suas funções de utilidade considerando toda a variabilidade que afetam o valor de seus portfolios. Desta forma racional, compradores e vendedores estabelecem preços ótimos para compra e venda.

A questão natural que surge é saber qual o valor de uma *call* ou *put* em um instante $t < T$. Ou seja, precisa-se quantificar o contrato de uma opção definindo o seu preço $c = f(Xt,t)$ e $p = f(Xt, t)$, sabendo o preço justo do contrato através de algum modelo que permita definir este preço. Este problema esteve na mente de pesquisadores focados em encontrar a resposta para este problema. Por outro lado, os mercados de opções estavam sendo organizados, e apesar das negociações destes contratos serem incipientes, havia um grande interesse pelos modelos matemáticos que pudessem expressar este preço justo. Black e Scholes (1973) e Merton (1973) foram os responsáveis diretos, embora houvessem contribuições anteriores, pelas fórmulas de apreçamento que se tornariam famosas, e veneradas, a partir da publicação destes artigos.

Para Black e Scholes (1973), temos as sete hipóteses abaixo como fundamentais para a modelagem matemática do preço da opção de compra.

1. A taxa livre de risco (r) é constante durante todo período de maturação;

2. A opção de compra é do tipo europeia;

3. O ativo subjacente não paga dividendos durante a maturidade da opção;

4. O ativo subjacente segue um processo estocástico geométrico Browniano, isto é, a distribuição dos preços é lognormal;

5. Não há custos de transação e impostos, os ativos são infinitamente divisíveis e as transações ocorrem continuamente com liquidez ao longo da vida da opção;

6. A volatilidade é constante durante todo o período de maturação;

7. O mercado não admite possibilidade de arbitragem.

Para Aiube (2013), muitas destas considerações podem ser relaxadas e ainda se pode obter uma solução analítica para o modelo. Para muitos pesquisadores, a ocorrência de todas as hipóteses torna o modelo Black e Scholes não apenas irrealista como perigoso para o sistema financeiro. O valor de opção de compra europeia é função do preço do ativo Xt= x(t) = x e do tempo corrente, isto é, c = f(x,t). No vencimento, quando t=T, o valor da opção é o máximo entre o valor da ação e o preço de exercício K: c (Xt,T) = max (Xt – K, 0). Portanto, temos c = f(x,t), e usando a fórmula de Itô (1951) para *dc* (13) temos:

$$dc = \frac{\partial c}{\partial x} dX + \frac{\partial c}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} d[X,X](t) \tag{13}$$

As respectivas variações quadráticas do processo de Itô Xt: d[X,X](t) podem ser substituídas por σ^2dt, conforme fundamentos do cálculo estocástico (AIUBE, 2013). Considerando o processo estocástico geométrico Browniano para o preço do ativo subjacente Xt, temos a equação (14), onde $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma \in \mathbb{R}+$ e B=B(Bt, t≥0) é o movimento Browniano com a filtração associada $\mathcal{F}$t. Pelo cálculo estocástico, a equação (14) equivale à equação diferencial estocástica (15). Segundo Stewart (2013), muitos dos mais sofisticados modelos matemáticos de sistemas financeiros atuais podem ser analisados até o movimento browniano, uma versão contínua das caminhadas aleatórias (*random walk*).

$$\mathrm{Xt} = \mathrm{Xu}e^{\left(\mu - \frac{1}{2\sigma^2}\right)(t-u) + \sigma Bt - u} \qquad t \geq u \tag{14}$$

$$\frac{\mathrm{dXt}}{Xt} = \mu dt + \sigma dBt \qquad 0 \leq \mathrm{u} \leq \mathrm{t} \leq \mathrm{T} \tag{15}$$

Assim, para encontrar a equação da dinâmica da evolução do valor da opção compra, substituirmos dX da equação (15) na equação (13), obtendo a equação (16) abaixo.

$$dc = (\mu X \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2})dt \ + \sigma X \frac{\partial c}{\partial x} dB \tag{16}$$

Considerando a formação de um portfólio com a compra de η ativos financeiros ao preço X e a venda de uma opção ao preço c, o valor π deste portfolio será em termos de diferencial da equação (17) abaixo.

$$\mathrm{d}\pi = \eta \mathrm{dX} \ - \mathrm{dc} \tag{17}$$

Substituindo a equação (17) na equação (16), encontramos a representação dinâmica do valor do portfólio, representada na equação (18). É possível analisar a presença da tendência (coeficiente de dt) e a presença do termo estocásticos (coeficiente de dB) que confere aleatoriedade para dπ (ALBANESE; CAMPOLIETI, 2006).

$$d\pi = (\eta\mu X - \mu X \frac{\partial c}{\partial x} - \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2})dt \ + (\eta\sigma X - \sigma X \frac{\partial c}{\partial x})dB \tag{18}$$

Para eliminar esta aleatoriedade do valor do portfólio, assume-se que o coeficiente de dB é nulo na equação (sem movimentos estocásticos).

$$\eta\sigma X - \sigma X \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \tag{19}$$

$$\eta = \frac{\partial c}{\partial x} \tag{20}$$

Com isso, temos a simplificação da equação (18) para a equação (21).

$$d\pi = \left(- \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{1}{2}\sigma^2 X^{2\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}} \right) dt \tag{21}$$

Ajustando a quantidade de ações η neste valor (η = $\frac{\partial c}{\partial x}$), verifica-se que o portfólio se torna sem risco. Por outro lado, um ativo livre de risco deve retornar a taxa livre de risco para que não haja possibilidade de arbitragem, como foi suposto. Então o retorno deste portfólio sem risco $d\pi/\pi$ deve ser igual a rdt. Usando esta relação nas equações (18) e (21) obteremos a equação diferencial parcial de Black e Scholes (1973):

$$\frac{\partial c}{\partial t} + rX\frac{\partial c}{\partial x} + \frac{1}{2}\sigma^2 X^2 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = rc \quad . \tag{22}$$

A equação diferencial parcial de Black e Scholes é do tipo parabólica (para x > 0), e é redutível à forma clássica da equação de difusão de calor. Logo, a distribuição de probabilidade se espalha exatamente como o valor. A sua solução fornece o preço da opção de compra, pois temos:

$$c(\mathrm{Xt}, \mathrm{t}) = \mathrm{XtN(d1)} – \mathrm{K}e^{-\mathrm{r(T-t)}}\mathrm{N(d2)} \tag{23}$$

Onde

$$d1 = \frac{\ln(Xt/K) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{24}$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T-t} \tag{25}$$

$$N(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{1}{2}y^2}\mathrm{d}y \quad . \tag{26}$$

Embora a fórmula de Black e Scholes (1973) seja aparentemente intimidante, é possível explicá-la de forma intuitiva, desde que consideremos os termos N(d1) e N(d2) como probabilidades ajustadas pelo risco de que a opção de compra seja exercida no vencimento. Primeiro, considere que os termos N(di) estão próximos à unidade, isto é, que há grandes chances de que a opção seja exercida. Então, o valor da *call* é aproximadamente igual a Xt-K$e^{-r(T-t)}$, que nada mais é do que o valor presente do seu retorno. Agora, considerando que os termos N(di) estão próximos a zero, o que significa que há alta probabilidade de que a *call* não venha a ser exercida, então a fórmula confirma que a opção vale, aproximadamente zero. Finalmente, quando os termos N(di) estão entre zero e um, a fórmula de Black-Scholes para a *call* indica o valor presente do seu retorno ajustado pela probabilidade que a opção seja exercida no vencimento (DIAS, 2013).

A fórmula de Black-Scholes para o prêmio de uma *call* pode ser usada também para determinar o prêmio de uma *put*. Considerando que o ativo-objeto não paga dividendos, podemos utilizar a paridade *put-call* (Equação 4) para determinar o preço de uma *put* de acordo com a fórmula Black-Scholes apresentada, o que nos fornece:

$$p(\mathrm{Xt}, \mathrm{t}) = -\mathrm{XtN}(-\mathrm{d1}) + \mathrm{K}e^{-\mathrm{r}(\mathrm{T}-\mathrm{t})}\mathrm{N}(-\mathrm{d2}) \tag{27}$$

Além do desenvolvimento de um modelo de precificação para opções, Black e Scholes também buscaram sistematizar o comportamento dos preços das opções quando ocorrem oscilações no valor dos parâmetros. Segundo Aiube (2013), a dedução de apreçamento de uma opção de compra faz uso da condição de que o risco do portfólio, formando pela compra de η ações e venda uma opção, é eliminada. Para isso, o valor de η deve ser igual a $\frac{\partial c}{\partial x}$. Neste caso em que o portfólio não envolve risco, dizemos que se trata de uma posição delta-neutra. Então, por inexistência de arbitragem, tal portfolio deve ser remunerado pela taxa livre de risco. Como o preço do ativo subjacente se altera a todo instante, o valor de η deve ser, da mesma forma, ajustado para que o portfólio mantenha a situação de neutralidade. Este tipo de posicionamento, em que periodicamente deve-se ajustar (ou rebalancear) as quantidades dos ativos na carteira, é chamado de proteção dinâmica (*dynamic hedge*).

Convencionou-se denominar de gregas as sensibilidades de ct e vt em relação as variáveis do modelo. A sensibilidade mais importante é exatamente em relação ao preço do ativo subjacente, $\eta = \frac{\partial c}{\partial x}$ = N(d1). Esta variável mede o quanto varia o preço da call/put para cada variação unitária do ativo subjacente. O comportamento do preço de uma opção não é linear com o preço do ativo subjacente. Isso significa que o N varia como o preço de X, mas em proporções diferentes conforme situação. A sensibilidade da variação de η com o preço do ativo é denominado de gama: $\Gamma = \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$. O gama representa a varação do delta para alterações unitária no preço.

A sensibilidade do preço da opção em relação à volatilidade é denominada Vega (Vega = $\frac{\partial c}{\partial \sigma}$), representando a variação do preço do derivativo para alteração de 0,01 na volatilidade. Em geral, o preço da opção de compra decresce à medida que se aproxima do vencimento. A sensibilidade do preço da opção em relação ao tempo é denominada de teta ($\Theta = \frac{\partial c}{\partial t}$). Já a sensibilidade do preço da opção em relação à taxa livre de risco é denominada rô: $\rho = \frac{\partial c}{\partial r}$.

Após o lançamento do modelo Black-Scholes, não estava ocorrendo apenas a previsão do preço das opções, mas o método estava realmente ditando tal preço. O modelo se tornara uma profecia que se auto realizava. A premissa básica por trás – que o preço dos ativos segue um passeio aleatório dentro de uma distribuição amostral – não era, totalmente verdadeira. Como Milton Friedman já havia argumentado vinte anos antes, um modelo científico de sucesso é invariavelmente falso ao descrever suas premissas, mas o teste de seu valor surge na hora de ver se ele é bom em prever as coisas e, em meados dos anos 1970, o modelo Black-Scholes parecia ser adequado para prever o preço das opções.

Logo após a publicação do modelo de Black e Scholes em 1973, Robert C. Merton publicou seu artigo que, da mesma forma, aborda o apreçamento de uma opção europeia, porém com um tratamento estocástico para o comportamento da taxa de juros. Além de relaxar a hipótese do comportamento da taxa de juros, Merton (1973) considera que o ativo subjacente paga dividendos (taxa de α). Merton derivou a fórmula de Black-Scholes para que fizesse mais sentido lógico.

O resultado do modelo Black-Scholes-Merton é o seguinte apreçamento de um ativo.

$$c(\mathrm{Xt}, \mathrm{t}) = \mathrm{Xt}e^{-\alpha(\mathrm{T}-\mathrm{t})}\mathrm{N}(\mathrm{d1}) - \mathrm{K}e^{-\mathrm{r}(\mathrm{T}-\mathrm{t})}\mathrm{N}(\mathrm{d2}) \qquad (28)$$

Onde

$$d1 = \frac{\ln(Xt/K) + \left(r - \alpha + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \qquad (29)$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T-t} \qquad (30)$$

$$N(z) = 1/\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy \quad . \qquad (31)$$

Uma das virtudes do modelo Black-Scholes-Merton é que o mesmo possui solução prática com formalismo científico e rigor matemático. Assim, o setor financeiro foi rápido em perceber as vantagens da equação e suas soluções, e igualmente veloz em desenvolver uma hoste de equações correlatas com diferentes premissas dirigidas para diferentes instrumentos financeiros. Segundo Albanese & Campolieti (2006), os próprios Merton e Scholes foram os primeiros a colocar toda a teoria como produtos e serviços nos mercados financeiros, lançando um fundo mútuo em meados da década de 1970 que, ao comprar ações e títulos do governo, proporcionavam certa segurança contra as quedas da bolsa: surgia o LTCM- *Long Term Capital Management.*

O talento de sua equipe logo começou a colocar o LTCM como um dos fundos mais respeitados do mundo. A lógica chave era localizar spreads temporários entre as taxas de retorno oferecidas por títulos de diferentes países cuja convergência no longo prazo criaria oportunidades notáveis de ganho. Embora tenha rendido uma média anual de 40% nos primeiros anos de operação, a crise russa de 1998 forçou o fundo a liquidar suas posições e provocou uma avalanche no mercado de crédito. O risco aos mercados internacionais foi tão grande que apenas uma intervenção do *Federal Reserve* (Banco Central dos Estados Unidos) foi capaz evitar um *crash* nas praças financeiras. A importância da fórmula é incontestável e para muitos defensores das finanças quantitativas não pode ser diretamente relacionada aos insucessos do gerenciamento do LTCM.

Para críticos da fórmula como Stewart (2013), a equação de Black-Scholes transformou o mundo criando uma indústria explosiva de trilhões de dólares; suas generalizações, usadas de maneira irresponsável por um pequeno grupo de agentes econômicos, transformaram a economia, contribuindo para um desastre financeiro de grande magnitude em 2008. A equação pertence ao universo da matemática clássica contínua, tendo suas raízes nas equações diferenciais parciais da física matemática. Esse universo trabalha com grandezas infinitamente divisíveis (energia e massa, dentre outros), o tempo flui de forma contínua, e as variáveis vão mudando de maneira suave. A técnica funciona perfeitamente para física matemática, mas para os críticos das finanças quantitativas, ela é irreal.

Por fim, temos que a equação de Black-Scholes também se baseia nas premissas tradicionais da economia matemática clássica: informação perfeita, racionalidade e equilíbrio de mercado. O tema tem sido ensinado há década como temas axiomáticos, jamais questionáveis. Segundo Stewart (2013), nas poucas ocasiões em que alguém faz experimentos para observar como as pessoas tomam decisões financeiras, os cenários clássicos geralmente falham.

3.5. Conclusões

No início do crescimento dos mercados financeiros, os derivativos foram criados como forma de proteger os agentes econômicos (produtos ou comerciantes) contra os riscos decorrentes das flutuações de preços durante períodos de escassez ou de superprodução do produto ou ativo-objeto negociado. Em outros termos, como os eventos que podem ocorrer na economia são incertos e afetam a rentabilidades das firmas, o advento dos instrumentos derivativos tem por objetivo proporcionar proteção (*hedge*) contra o risco de preço.

A opção de compra tem uma grande importância devido à sua analogia com uma oportunidade de investimento no mundo real. Já a opção de venda pode ser pensada como um seguro, pois o detentor da opção, que também detém a ação, limita suas perdas. Assim, a teoria das opções financeiras fundamenta os conceitos da moderna teoria das opções reais. Pelas deduções, conclui-se que é possível a existência de instrumentos financeiros para proteção e especulações em situações de volatilidade de um determinado ativo. Conforme Dias (2013), o uso da teoria das opções na avaliação econômica de projetos de capital (ativos reais) vem crescendo. Com esta metodologia uma firma pode avaliar a opção de investir, adiar ou expandir a capacidade produtiva como uma *call*, como também pode pensar a possibilidade de desinvestimento como uma opção de *put* (PACHECO; VELLASCO, 2007)

Atualmente, há no Brasil um cenário de grandes incertezas políticas, desequilíbrio macroeconômico e falhas no ambiente de negócios (desajustes microeconômicos). Esta situação favorece aos operadores da ciência econômica aplicar a teoria das opções para avaliar projetos de investimento, onde as incertezas sobre os dispêndios de capital podem ser avaliadas.

Referências Bibliográficas

AIUBE,F.A.L. **Modelos Quantitativos em Finanças, com enfoque em commodities**. Rio de Janeiro: Ed. Bookman, 2013.

ALBANESE,C.;CAMPOLIETI,G. **Advanced Derivatives Pricing. Theory, Tools and Hands-On Programming Applications.** Rio de Janeiro: Ed. Elsevier, 2006.

BACHELIER,L. Theorie de la speculation. **Annales de l'Ecole Normale Superieure XVII**, 3:21–86, 1900.

BLACK,F. The pricing of commodity contracts. **Journal of Financial Economics**, vol. 3, 167-179, 1976.

BLACK,F.;SCHOLES,M. The Pricing of Options and Corporate Liabilites. **Journal of Political Economy**, Nº 81, pp. 637-659, 1973.

COX,J.;ROSS,S.; RUBINSTEIN,M. Option Princing. A Simplified Approach. **Journal of Financial Economics**, vol. 7, pp. 229-263, 1979.

DIAS,M.A.G. Valuation of Exploration & Production Assets: An Overview of Real Options Models**. Journal of Petroleum Science and Engineering,** 44(1-2), 93-114, 2004.

DIAS,M.A.G. **Analise de Investimentos com Opções Reais vol.1: teoria e pratica com aplicações em petróleo e em outros setores**. Rio de Janeiro: Ed. Intercedência, 2013.

DIXIT,A.J.;PYNDICK,R.S. **Investment Under Uncertainly**. Princeton: Princeton University Press, 1994.

FAMA,E.;MILLER,M.H. **The Theory of Finance**. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1972.

HULL,J.C. **Options, Futures & Other Derivatives**. New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 4th ed., 1999.

MERTON,R. Theory of rational option pricing**. Bell Journal of Economics and Management Science**, 4:141–183, 1973.

MERTON,R. **Continuous-Time Finance**. Oxford, UK: Ed. Blackwell Scientific, 1992

MODIGLIANI,F.;MILLER,M.H. The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment. **A.E.R** 48 (June): 261-297, 1958.

PACHECO,M.A.C.;VELLASCO,M.M.N.R. **Sistemas Inteligentes de Apoio à Decisão – Análise Econômica de Projetos de Desenvolvimento de Campos de Petróleo sob Incerteza**. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 2007.

SAMUELSON,P.A. Probability, Utility, and the Independence Axiom**. Econometrica**, 20(4): 670–78, 1952.

SAMUELSON,P.A. Proof that Properly Antecipated Prices Fluctuate Randomly. **Industrial Management Review**, Spring 1965, pp.41-49, 1965.

SAVAGE, L. J. **The Foundations of Statistics**. New York: Dover, 1954.

SHARPE,W.F. Capital Asset Prices: A Theory of Markets Equilibrium under Conditions of Risk. **Journal of Finance**, 19(3), 425-442, 1961.

SHARPE,W.F. Investor Wealth Measures and Expected Return**.** In: Sharpe, Willian F., ed. 1990. **Quantifying the Market Premium Phenomeon for Investment Decision Making**. Charlottesvlle, Virgínia: The Instituite of Chartered Finacial Analysts, 1990.

STEWART,I**. 17 Equações que Mudaram o Mundo**. São Paulo, Ed. Zahar, 2013.

TIROLE, J. **The Theory of Corporate Finance**, Princeton e Oxford: Princeton University Press, 2006.

TREYNOR, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, 47: 13-37, 1961

4. ENSAIO III

A APLICAÇÃO DAS OPÇÕES NA ANÁLISE DE PROJETO INDUSTRIAL E SEUS IMPACTOS NO GERENCIAMENTO DA FIRMA

4.1. Introdução

Em um momento em que o Brasil luta para sair de uma das piores recessões da sua história, definir o valor econômico de um projeto industrial em um ambiente de incerteza torna-se fundamental. Considerar as flexibilidades gerenciais pode determinar que um investimento, antes considerado inviável, seja viável e consequentemente impulsione a alocação de capital, o crescimento das firmas e o consequente crescimento econômico.

A decisão de investir em uma indústria com base no fluxo de caixa descontado, não contabiliza as opções de postergação de projeto, de expansão ou contração da escala produtiva, de abandono, de substituição de insumos, dentre outras flexibilidades gerenciais disponíveis para todo agente econômico racional. Estas situações vêm sendo abordadas pela Teoria das Opções Reais, metodologia para análise de investimentos sob condições de incerteza. Sobre estas questões os trabalhos pioneiros foram os de Myers (1977), Tourinho (1979), Kasanen e Trigeoris (1995), Baldwin (1987), Trigeoorgis e Kasanen (1991), Smit e Trigeoris (1993).

Uma oportunidade de investimento em uma indústria não deve levar o agente econômico à tomada de decisão imediata de investir ou não investir. Este deve ter uma abordagem dinâmica, considerando a possibilidade de esperar a melhoria das condições de mercado (como preço) ou até mesmo considerar a possibilitar de investir, e no caso de o mercado piorar, realizar uma parada temporária de produção (situação comum em unidades industriais). Neste ensaio temos um problema econômico envolvendo a decisão de investir na planta e uma decisão derivada de parada temporária, se necessária.

O ensaio estuda um caso de um agente econômico que deve avaliar a viabilidade econômica de instalar uma fábrica no interior de Sergipe. Contudo, a alta volatilidade dos preços traz a necessidade de analisar economicamente a possibilidade de esperar para investir e depois de parar a produção após investimento, se necessário. Por questões de confidencialidade concorrencial, sigilo fiscal e proteção à imagem, não será divulgada a oportunidade de negócio, sendo tratados apenas os dados econômicos: preço, volatilidade, volume de produção, custos, investimentos, taxa de dividendos e taxa básica de juros.

O objetivo geral deste ensaio é estudar os impactos causados no gerenciamento da firma pela aplicação da teoria das opções reais na análise de um projeto de capital. Como objetivos específicos desdobram-se: estudar a interação entre uma opção real de espera e uma opção real de perda temporária; abordar a Teoria das Opções Reais através dos fundamentos da microeconomia e analisar a flexibilidade na análise microeconômica. O artigo classifica-se com quantitativo, aplicado e de metodologia indutiva, ao realizar generalizações a partir dos resultados encontrados. Para análise quantitativa, foram utilizados as metodologias e os algoritmos desenvolvidos por Dias (2013) com base nos trabalhos de Dixit e Pindyck (1994), Bjerksund e Ekern (1990), e Abel *et al* (1996).

Conclui-se que uma vez modelado um projeto ou firma, sob a metodologia das opções reais, fica claro que a flexibilidade gerencial sobre uma incerteza é um componente estratégico que adiciona valor para o agente econômico. Tal metodologia torna-se de grande importância em cenários de crise, pois pode resultar em decisões positivas de investimento.

4.2. A Teoria das Opções Reais

Segundo Pindyck (1988), uma firma é composta por um conjunto de projetos que foram implantados ao longo de sua vida a partir de investimentos realizados de forma gradual e sucessiva. Na visão de Abel (1983), os investimentos de capital feitos (em geral equipamentos e instalações) são as causas dos efeitos de fluxos de caixa operacionais futuros da firma, que são a base para sua valoração econômica. Tanto em uma firma quanto em um projeto, os fluxos de caixa futuros não são conhecidos, são esperados (TIROLE, 2006).

O método tradicional do fluxo de caixa descontado trabalha com projeções determinísticas, que surgem de premissas econômicas baseadas na previsão de preços, volumes de vendas, capacidade produtivas, custos em geral e do custo do capital. Segundo Tourinho (1979), esta metodologia considera um único cenário esperado estático e desconsidera os atos do agente econômico que poderiam ser tomadas em situações diferentes da retratada nesse cenário esperado, como por exemplo expandir a capacidade de produção em um cenário de crescimento da demanda pelo produto ou na redução da oferta de um concorrente. Entretanto, na prática, raramente uma oportunidade de investimento é uma decisão binária (investir agora ou não investir) e o agente econômico tem a flexibilidade de adiar o investimento (opção de espera).

A teoria das opções reais é uma metodologia moderna para a análise de investimentos em ativos reais sob condições de incerteza que enfatiza o valor da flexibilidade do tomador de decisão de poder alterar os rumos de um projeto ou operação de um ativo real (AIUBE, 2013). Tal flexibilidade é geralmente maior - e a opção real é mais valiosa- quanto maior for a incerteza e quanto maior for a liberdade na tomada de decisão. Segundo Dias (2013), a abordagem das opções reais surge como um complemento à abordagem do valor presente líquido, considerando tanto a incerteza quanto à capacidade gerencial existente no projeto.

A origem das opções reais surgiu com Myers (*Determinantes of Capital Borrowing)* em 1977, ao verificar que muitos dos projetos reais podiam ser valorados sob a perspectiva das opções financeiras. Segundo Dias (2013) o primeiro modelo matemático de opções reais foi desenvolvido na tese de doutorado de Tourinho (1979), que modelou a opção de espera na extração de petróleo, em que o preço do petróleo segue um movimento geométrico browniano, como nos trabalhos de Black e Scholes (1973).

Segundo Dias (2013), uma opção real é o direito, mas não a obrigação, de empreender uma ação a um custo predeterminado em um período preestabelecido. Algumas opções podem não ter seu período preestabelecido e são chamadas de perpétuas. Essas ações podem ser, por exemplo, de diferimento, de expansão, de contração, de conversão ou de abandono de um investimento (TRIGEORIS e MASON, 1987).

As opções reais são analogias das opções financeiras, mas não podem ser definidas como uma simples adaptação. Segundo Aiube (2013), um contrato de opção financeira sobre determinado ativo-objeto dá o direito a seu proprietário de comprar ou vender tal ativo por um preço previamente especificado (*strike price*) até a data de vencimento ou somente nesta data. Na Teoria Financeira, opções são um tipo peculiar de contratos financeiros, fornecendo ao seu comprador o direito de negociar o ativo-objeto ao preço especificado, mas não implicam nenhuma obrigação para seu proprietário. Desse modo, o comprador da opção somente exercerá tal direito caso seja financeiramente lucrativo fazê-lo. Por sua vez, o vendedor ou lançador da opção tem a obrigação de assumir o compromisso do contrato, caso sua posição seja exercida pelo comprador. Portanto, o direito é do comprador, mas a obrigação é do vendedor (HULL, 1999)

Existem dois tipos de contratos de opção financeira: a put (opção de venda) e call (opção de compra). Na opção de venda, aquele que adquire a opção, chamado de comprador, tem o direito de vender o ativo-objeto pelo preço de exercício até ou somente no vencimento. O lançador, vendedor da put, recebe um prêmio pela venda e se compromete a comprar o ativo-objeto caso sua posição seja exercida pelo comprador. Já na call o comprador, tem o direito de comprar o ativo-objeto pelo preço de exercício até ou somente no vencimento e consequentemente o lançador recebe um prêmio pela venda comprometendo a vender o ativo-objeto caso sua posição seja exercida pelo comprador (HULL, 1999). Para Dixit e Pyndick (1994), a opção de compra tem uma grande importância devido a sua analogia com uma oportunidade de investimento. Já a opção de venda pode ser pensada como um seguro, pois o detentor da opção, que também detém a ação, limita suas perdas. A opção de compra (Ct) e de venda (Pt), podem ser representadas como função do preço do ativo Xt e do preço de exercício (strike price) K conforme equações (1) e (2) abaixo.

$$Ct = \max (Xt - K, 0) \tag{1}$$

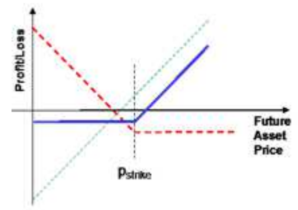
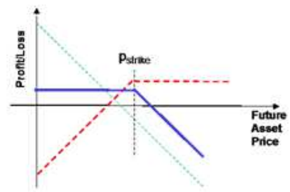
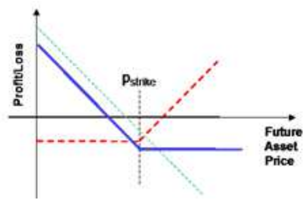
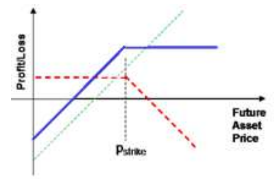
$$Pt = \max (K - Xt, 0) \tag{2}$$

Segundo Hull (1999) opções ainda se distinguem quanto ao prazo para exercício do direito. Calls e puts “europeias” são aquelas em que o comprador tem o direito do exercício somente na data do vencimento. Já as “americanas” são aquelas em que o comprador tem o direito de exercício até o dia do vencimento. No mercado brasileiro, as opções são organizadas em mercados organizados (por exemplo, na Bolsa de Mercadorias e Futuros), sendo toda call americana e toda put europeia.

Existem duas posições para cada tipo de opção: posição comprada (long), que significa ter comprado uma opção, e posição vendida (shot), que significa ter vendido uma opção. Assim, se o investidor realizar uma operação de compra ou de venda de opções, exigem tipos de resultados associados às opções (DIAS, 2013).

Contudo, na prática as opções são vendidas e compradas por determinado valor (c, para call e p para uma put). Colocando os resultados conforme figura X abaixo. Esta situação permite o uso das opções financeiras como objeto não apenas de hedge mas de especulação (TIROLE, 2006)

Tabela 1 – Estratégias com opções

Compra de uma call (long in call)	Max (Xt – K - c ; - c)	
Venda de uma call (short in call)	Min (K – Xt + c; c)	
Compra de uma put (long in put)	max (K – Xt - p, - p)	
Venda de uma put (shot in put)	Min (Xt – k+p; p)	

Segundo Aibue (2013), há duas metodologias para valorar uma opção financeira. O primeiro método é o denominado binominal, desenvolvido por Cox, Ross e Rubinsteins (1979), que considera a evolução do valor do ativo no tempo discreto utilizando o Processo Binominal com aproximação discreta de um Movimento Geométrico Browniano para preço da ação. Já o segundo método, desenvolvido por Black e Scholes (1973), com contribuições de Merton, para avaliação de opções de compra do tipo europeia, considera a evolução do valor do ativo no tempo contínuo. Esta modelo parte do pressuposto que o preço de uma ação segue um processo estocástico conhecido como Movimento Geométrico Browniano.

A teoria das opções reais surge como uma analogia ao conceito das ações financeiras, ou seja, um direito sem a obrigação de exercer a opção. A analogia está na flexibilidade que os agentes econômicos têm quando estão decidindo na prática sobre a alocação dos recursos. Também é possível fazer uma analogia das variáveis básicas entre opções financeiras e opções reais. Em muitas situações, o gerente pode contrair (opção de contração) ou expandir (opção de expansão) a escala das operações, a depender das condições de mercado, assim como pode parar temporariamente a produção (opção de parada temporária) ou até abandonar o projeto antes do termino previsto (opção de abandono). Estas flexibilidades nas decisões do agente econômico não são analisadas pelo tradicional método do fluxo de caixa descontado (DIXIT e PYNDICK, 1994).

Segundo Dias (2013), assim como as opções financeiras, as opções reais dependem de seis variáveis básicas:

(1) Ativo subjacente sujeito ao risco (K).

(2) Preço de exercício (Xt);

(3) Prazo de vencimento da opção $(T - t)$.

(4) Desvio padrão do valor do ativo subjacente (σ);

(5) Taxa de juros livre de risco (r);

(6) Dividendo (α)

Conforme artigo clássico de Black e Scholes (1973), nas opções financeiras, o valor do ativo subjacente é um valor mobiliário como por exemplo, uma ação ordinária na Bolsa de Valores, ou um título público do Tesouro Nacional. Conforme Dias (2013), no caso das opções reais, tal valor é o valor do ativo real sem considerar as flexibilidades gerenciais. Por exemplo, ele pode ser o valor de um projeto de instalação industrial, de uma aquisição de empresas ou de uma concessão pública para exploração de infraestrutura. Diferentemente das opções financeiras, em que o titular não influencia o valor do ativo, nas opções reais os gestores podem aumentar o valor dos projetos através de decisões assertivas. Para as opções financeiras, o preço de exercício é o valor da ação no momento de sua maturidade. No caso das opções reais, é o montante necessário que deve ser investido para realizar a opção (PYNDICK, 1988)

O prazo de vencimento da opção é o período no qual ela está disponível. Nas opções financeiras, o prazo é negociado no momento da contratação. No caso das opções reais, o período depende das características do ativo subjacente. As opções financeiras típicas têm vida curta (menos de um ano de expiração), enquanto as opções reais têm vida longa, sendo perpétuas em alguns casos (DIAS, 2013).

O desvio padrão do valor do ativo subjacente é a medida de volatilidade do ativo, ou seja, os riscos e as incertezas relativos ao retorno futuro esperado do projeto. O valor da opção aumento quanto maior for a volatilidade do ativo. Para opções financeiras, é fácil calcular a volatilidade devido aos dados históricos e grande quantidade de modelos matemáticos disponíveis. No caso das opções reais, trata-se da maior dificuldade nos processos de cálculo. Em geral, os ativos não são negociados no mercado financeiro, portanto é necessário recorrer a simulações das variáveis para estimar a volatilidade do projeto. Os dividendos no caso de opções reais são os fluxos de caixa descontados futuros produzidos pelo projeto (DIAS, 2013).

Podemos verificar essas seis variáveis, dentro do modelo Black e Scholes (1973) para precificação de uma opção de compra. Para Dias (2013), a opção de compra é muito usada na analogia de uma opção real de investir em um projeto.

$$c(\mathrm{Xt},\mathrm{t}) = \mathrm{Xt}e^{-\alpha(\mathrm{T}-\mathrm{t})}\mathrm{N}(\mathrm{d1}) - \mathrm{K}e^{-\mathrm{r}(\mathrm{T}-\mathrm{t})}\mathrm{N}(\mathrm{d2}) \tag{3}$$

Onde

$$d1 = \frac{\ln(Xt/K) + \left(r - \alpha + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{4}$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{T-t} \tag{5}$$

$$N(z) = 1/\sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy \tag{6}$$

A Tabela 1 abaixo mostra um resumo das variáveis que afetam os preços das calls e das puts.

Tabela 1 – Variáveis que afetam as opções

OPÇÃO FINANCEIRA	OPÇÃO REAL	*call*	*put*
Aumento no valor do ativo-objeto	Valor presente dos fluxos de caixa operacionais	Aumenta	Diminui
Aumento no preço de exercício	Investimento	Diminui	Aumenta
Aumento na variância do ativo-objeto	Volatilidade dos ativos do projeto	Aumenta	Diminui
Aumento do prazo para exercício	Período de oportunidade do investimento	Aumenta	Diminui
Aumento das taxas de juros	Taxa de desconto	Aumenta	Diminui
Aumento nos dividendos	Taxa de distribuição dos fluxos de caixa	Diminui	Aumenta

Fonte: Dias (2013).

Segundo Aiube (2013), com o desenvolvimento de modelos de opções financeiras, muitos pesquisadores começaram a fazer analogias entre opções reais e opções financeiras para tirar proveito do desenvolvimento desses modelos. Uma analogia clássica foi introduzida nos artigos de Siegel, Smith e Paddock (1987) e Paddock, Siegel e Smith (1988) para a opção real de investir no desenvolvimento de um campo de petróleo.

Primeiramente, as opções se classificam pelo tipo de flexibilidade que oferecem, que são: diferir, expandir e abandonar. Algumas opções podem ser compostas, ou seja, são opções sobre opções. Segundo Dias (2013), as interações entre opções são chamadas de opções compostas ou opções sequenciais, no sentido de que o exercício de uma opção gera uma nova opção. Trata-se de uma metodologia de grande importância para momentos de incerteza econômica, onde o exercício da opção real de espera gera um ativo produtivo que tem outras opções reais, por exemplo, a de abandono.

4.3. Análise do problema via opções reais

O problema envolve a análise econômica de uma possível indústria a ser instalada no estado de Sergipe, cujo modelo de negócio (produto principal, canais de distribuição, clientes alvos, parceiros e cadeia de suprimentos, diferencial competitivo, estrutura detalhada de custos, estratégias de vendas e faturamento, dentre outros aspectos) não será divulgado por questões de confidencialidade e proteção concorrencial. Serão divulgados apenas dados básicos microeconômicos e macroeconômicos necessários para análise econômica do projeto. Trata-se de um problema de valoração pela abordagem matemática e não do conceito do negócio.

Atualmente o Brasil encontra-se em um cenário de grande incerteza, seja pelo desequilíbrio macroeconômico e principalmente pela dificuldade de realização de ajustes, ocasionado pela crise política, ou pela crise dos fundamentos microeconômicos como a baixa produtividade dos fatores de produção e incertezas no ambiente de negócios. Investimentos são influenciados pela atual situação, reduzindo a atividade econômica das firmas e consequentemente de toda a economia.

Segundo Keynes (1936), a perspectiva empresarial influencia o investimento. Uma perspectiva negativa aumenta o prêmio pelo risco e projeta fluxos de caixa menores ao longo do ano. Ao projetar o fluxo de caixa ao longo dos anos na abordagem tradicional, o agente econômico pode calcular o valor presente líquido e verificar se o investimento é viável ou não. Em um cenário de crise econômica o agente econômico tende a projetar um cenário de recessão, o que por sua vez resulta em um menor valor econômico, situação que não incentiva o investimento. Em momentos de crises, os agentes econômicos tendem a enxergar apenas o presente, sem considerar uma possível melhora da conjuntura no médio e longo prazo.

Uma oportunidade de investimento em uma indústria não deve levar ao agente econômico a decisão imediata de investir ou não investir. Este deve ter uma abordagem dinâmica, considerando a possibilidade de esperar a melhoria das condições de mercado (como preço) ou até mesmo considerar a possibilidade de investir e, se o mercado piorar, realizar uma parada temporária da produção (situação comum em fábricas intensivas em capital). Neste ensaio temos um problema econômico envolvendo a decisão de investir ou não na planta e uma decisão derivada de parada temporária, se necessária.

Para o problema, supõe-se a planta como tendo valor econômico V para produzir um único produto em perpetuidade. O preço P do produto segue um movimento geométrico browniano, cujo custo operacional de produção unitário é C. O custo C inclui não apenas o custo de produção, mas também o custo de reposição de bens de capital para sustentar a produção perpétua da planta. Pela abordagem tradicional, temos seguinte o valor econômico da indústria sem uso de opções:

$$V(P) = E[\int_0^{\infty}(P(t).\, e^{-\mu t} - \mathrm{C(t)}.\, e^{-rt})\mathrm{dt}] \quad (7)$$

A Equação (7) considera que a taxa de retorno de um investimento é o benefício percentual ganho (ou perdido) dele advindo. No caso do retorno absoluto, a taxa de retorno total (μ) pode ser expressa como a soma da taxa de ganho de capital (α) com a taxa de distribuição de dividendos (δ). A taxa de retorno total também é denominada de custo de oportunidade do capital, o valor de usos alternativos que um ativo possui. A taxa livre de risco (r) é a taxa de retorno do ativo livre de risco. Essa definição pressupõe a existência desse ativo livre de risco no mercado.

Na abordagem determinística, há a premissa de conhecimento dos preços futuros (P (t)), da escala de produção (q), dos custos no tempo (C (t)) e da previsibilidade das taxas de desconto. Assim, podemos escrever a Equação (7) da seguinte maneira, destacando as duas variáveis fundamentais do momento: $\mu\ e\ r$.

$$V(P) = \int_0^{\infty} E[P(t)]e^{-\mu t}dt - \int_0^{\infty} Ce^{-rt}dt \quad (8)$$

Considerando que $E[P(t)] = P(0)e^{\alpha t}$ e $\delta = \mu - \alpha$, temos

$$V(P) = \int_0^{\infty} P(0)e^{\alpha t}e^{-\mu t}dt - \int_0^{\infty} Ce^{-rt}dt \quad (9)$$

Então o valor econômico da planta é:

$$\mathrm{V\ (P)} = \frac{\mathrm{P(0)}}{\delta} - \frac{\mathrm{C}}{r} \quad (10)$$

Para Dias (2013), o termo é conhecido pela fórmula de crescimento de Gordon, também conhecida como fórmula da perpetuidade. Assim, o agente econômico tomará a seguinte decisão para investir Max [($\frac{\mathrm{P(0)}}{\delta} - \frac{\mathrm{C}}{r}$)q - I; 0], ou seja, somete investirá se o valor presente líquido for positivo.

A fim de verificar a viabilidade econômica da fábrica, considerou-se a atual variável macroeconômica taxa SELIC como sendo a taxa de juros de livre (r) de 13,5%. A Taxa SELIC é a taxa básica de juros da economia brasileira. Esta taxa básica é utilizada como referência para o cálculo das demais taxas de juros cobradas pelo mercado e para definição da política monetária praticada pelo Governo Federal do Brasil. Para o problema assume-se uma taxa de conveniência ou taxa de distribuição de fluxos de caixa (δ) igual à r. Para os dados microeconômicos foram estimados: (1) um preço corrente de R$ 15 por unidade, (2) um custo operacional unitário de R$ 5 e um investimento total de R$ 50 milhões. Em aspectos operacionais considera-se uma produção fixa de um milhão por ano. Assim,

$$\text{Max } [(\frac{15-5}{0{,}135})1.000.000 - 50.000; 0] = \text{Max } [24{,}07 \text{ milhões } ; 0] = 24{,}07 \text{ milhões} \quad (11)$$

Contudo, na decisão do agente econômico há a possibilidade de expansão (a certo custo), de parada temporária, de contração (vendendo parte do capital instalado) e de abandono. A primeira análise via opções reais verificará o caso de uma opção de parada temporária simples, sem custo nem para parar e nem para reativar. Embora na prática existam custos associados às demissões (despesas trabalhistas e judiciárias), aos desinvestimentos e aos custos de manutenção da infraestrutura para uma possível retomada da produção (vigilância e manutenção dos ativos), os maiores custos industriais desaparecem com a parada temporária, pois estão associados aos insumos. Nesse caso, será provado formalmente a intuição do agente econômico que a política operacional ótima é πótimo = max [P-C; 0], ou seja, exercer a opção real de parar temporariamente sempre que P < C. Esta primeira análise descrita no item 3.1 serve de complemento para análise do item 3.2 que trata da existência da parada após o possível investimento.

Esta análise completa, possibilita um novo estudo de viabilidade do empreendimento ou a abertura de uma nova unidade. Em momentos de incerteza no cenário macroeconômico e microeconômico os investidores possuem opções perpétuas F (P) de investir em uma planta com opção de parada temporária, que vale V (P). Uma das condições racionais para fazer um investimento I>0 é que P > C, já não tem sentindo investir em uma planta e ficar parado pois gera um custo de oportunidade associado ao custo do capital alocado próprio (equity) e de terceiros (debt), ou seja, rI por período. A figura 1 abaixo ilustra esse caso.

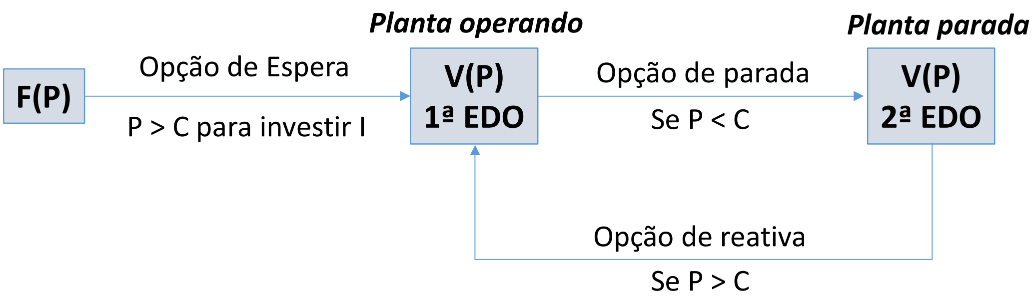


Figura 1 – Regras de decisão para o agente econômico

A ordem do exercício já está determinada, já que a última só passa a existir após o exercício da primeira. Segundo Dias (2013), pela programação dinâmica primeiro deve ser avaliada a opção real de parada temporária, já que para avaliar a opção de espera (investir) é necessário conhecer quanto vale a planta com a opção de parada temporária (o que é o ativo subjacente da opção de investir). Assim, primeiro é avaliada a planta com opção real de parada temporária e depois a opção de investir nessa planta (opção de espera).

4.3.1 Opção de Parada Temporária

A primeira análise envolve a simples parada temporária da produção e a reativação sem custos através da abordagem das opções reais. Segundo Dias (2013) tal hipótese nem sempre é realista pois não é possível a parada temporária sem comprometer o capital instalado. Há problemas relacionados ao capital humano acumulado, à produtividade de fatores, às despesas trabalhistas de demissões e contratações e aos próprios custos de oportunidade para manter os ativos parados.

No contexto da interação com a opção de investir, a relevância da opção de parada temporária pode ser vista como uma aplicação do princípio de más notícias, isto é, o tamanho do lado ruim da incerteza é reduzido pela possibilidade de as perdas serem reduzidas (ou eliminadas) com as paradas temporárias, e isso reduz o gatilho e o valor da espera, aumentando a disposição de investir imediatamente. Segundo Dias (2013), o valor de gatilho (*threshold value*) V*(t) é o valor da variável estocástica V em que o agente econômico fica indiferente entre exercer ou não a opção de parada. Para o problema em curso, o agente econômico dependerá do valor de gatilho relacionado ao preço P*(t), sendo esta a variável estocástica. Em problemas de opção real convenciona-se que, se o agente está indiferente entre exercer e esperar, ele exercerá a opção.

Para deduzir o valor econômico de planta já existente com essa flexibilidade de parada temporária, considera-se a teoria do portfólio sem risco formada pela compra (venda) da opção V e pela venda (compra) de n unidades do projeto P. O valor n é escolhido para tornar a carteira livre de risco e é conhecido como delta hedge ($\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{P}}$).

$$\emptyset = V - \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{P}} P \tag{12}$$

Se o portfólio é sem risco, então a taxa de desconto adequada tem que ser a taxa livre de risco r, caso contrário se faria arbitragem (não utilizado nos modelos de opções reais). Segundo Ross (2004) oportunidade de arbitragem é um portfólio de arbitragem, combinação de ativos de mercado com custo inicial não positivo (custo < 0, com resultados que são sempre não negativos e estritamente positivos em pelo menos um cenário.

No caso da planta operando, o derivativo V tem um fluxo de caixa que é π = P – C por período. Conforme Dias (2013), se o portfólio não tiver risco, ele terá retorno igual a taxa livre para gerar arbitragem, incluindo o fluxo de caixa do derivativo $\pi(P)$, o que resulta no seguinte ajuste da equação (12).

$$r\emptyset dt = r\left(V - \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{P}} P\right) dt = dV + \pi(P)dt - \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{P}}(dP + \delta P dt) \tag{13}$$

Sendo o termo $dV + \pi(P)dt$ a representação do ganho econômico temporal (r.dt) do termo V e $P + \delta P dt$ do termo P. Para expandir dV usa-se a Fórmula de Itô-Doeblin. Segundo Dias (2013), a fórmula de Itô-Doeblin pode ser vista como uma fórmula de mudança de variáveis para processos estocásticos. Tal fórmula permite escrever as relações entre a variável de interesse (V) e as variáveis de estado (X,t) onde X é um vetor de variáveis estocásticas, que seguem processos estocásticos de Itô específicos, sendo para o nosso problema o termo P. Como a operação da planta não tem data limite (opção perpétua de parada temporária), a derivada parcial de V em relação ao tempo é zero, de forma que a fórmula de Itô-Doeblin para dV é:

$$\mathrm{dV} = \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{P}} dP + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial \mathrm{P}^2} dP^2 \tag{14}$$

Como o preço segue um movimento geométrico browniano, $(dP)^2 = \sigma^2 P^2$. Reagrupando os termos estocástico e com as devidas considerações, chega-se à equação diferencial ordinária da planta operando, que gera fluxo de caixa π retratado no termo não homogêneo.

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} + (\mathrm{r} - \delta)\mathrm{P}\,\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial P} - \mathrm{rV} + \pi = 0 \tag{15}$$

A equação (15) tem uma parte homogênea, cuja solução geral é da forma de BP^{β}, e uma parte não homogênea que demanda uma solução particular. Ao substituir BP^{β} e suas derivadas na parte homogênea ($\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} + (\mathrm{r} - \delta)\mathrm{P}\,\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial P} - \mathrm{rV} = 0$), obtém-se a mesma equação característica quadrática da equação:

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta - 1) + (\mathrm{r} - \delta)\beta - \mathrm{r} = 0 \tag{16}$$

Com as seguintes soluções

$$\beta 1 = \frac{1}{2} - \frac{(\mathrm{r} - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(\mathrm{r} - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2\mathrm{r}}{\sigma^2}} \tag{17}$$

$$\beta 2 = \frac{1}{2} - \frac{(\mathrm{r} - \delta)}{\sigma^2} - \sqrt{\left[\frac{(\mathrm{r} - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2\mathrm{r}}{\sigma^2}} \tag{18}$$

A solução geral da parte homogênea é a combinação linear das duas soluções $B1P^{\beta 1}$ + $B2P^{\beta 2}$ para $\beta 1>0$ e $\beta 2<0$, assumindo que a taxa de juros e de dividendos são positivas ($\delta>0$ e $r>0$). Matematicamente, a solução particular da equação diferencial pode ser qualquer uma, mesmo que não seja uma solução ótima. Uma solução particular é a planta produzir em perpetuidade sem nunca parar (mesmo com $P < C$). Apesar de não ser ótimo, é uma solução particular possível e $\frac{\mathrm{P}}{\delta}$ - $\frac{\mathrm{C}}{r}$ é o seu valor.

A solução total da equação (15) é a soma da solução geral homogênea com a solução particular:

$$V(P) = B1P^{\beta 1} + B2P^{\beta 2} + \frac{\mathrm{P}}{\delta} - \frac{\mathrm{C}}{r} \tag{19}$$

A Equação (19) acima será usada quando $P>C$. Já para a planta parada temporariamente, temos a seguinte equação diferencial.:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 V}{\partial P^2} + (\mathrm{r} - \delta)\mathrm{P}\ \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial P} - \mathrm{rV} = 0 \qquad (20)$$

A solução total da equação (20) é a da solução geral homogênea e tal caso é usado sempre que P <C.

$$V(P) = K1P^{\beta 1} + K2P^{\beta 2} \qquad (21)$$

Pela equação (21), o gatilho para parar quando operando (ou de reativar, se estiver parado) é trivial por não haver custos de parar e retomar a produção. Desta forma, o gatilho é igual ao custo: P** = C. Essa condição permite igualar as equações $V(P) = B1P^{\beta 1} + B2P^{\beta 2} + \frac{\mathrm{P}}{\delta} - \frac{\mathrm{C}}{r}$ com $V(P) = K1P^{\beta 1} + K2P^{\beta 2}$ no ótimo. Se P ficar próximo de zero, o valor econômico da planta tem de se aproximar de zero. A solução da equação diferencial que é ótima para P < C tem um termo $K2P^{\beta 2}$, que aumenta quando P tende a 0, de forma que é necessário que K2=0. Caso P tenda ao infinito, o valor da planta deve ser apenas um pouco maior que o termo de fluxo de caixa, já que a opção de parar temporariamente tende a ficar pequena. O valor econômico da planta para possíveis valores de P, pela teoria das opções reais, é dado por:

$$V(P) = K1P^{\beta 1}, \text{ para P} \leq \text{C} \qquad (22)$$

$$V(P) = B2P^{\beta 2} + \frac{\mathrm{P}}{\delta} - \frac{\mathrm{C}}{r}, \text{ para P} \geq \text{C} \qquad (23)$$

A intepretação é que se P ≤ C, a planta está parada, sem gerar fluxo de caixa, e V(P) é o valor da opção de reativar a produção. Se P ≥ C, a planta está operando e gerando fluxo de caixa e, além de incluir os termos do fluxo de caixa, ela inclui um termo do valor de parar temporariamente, e este termo será mais relevante quanto menor for P.

A condição de contorno de continuidade no gatilho P** = C diz simplesmente que as duas últimas equações devem ser iguais. Já na condição de contato suave no gatilho P**=C, a derivada em relação a P dos termos $K1P^{\beta 1}$ e $K2P^{\beta 2} + \frac{\mathrm{P}}{\delta} - \frac{\mathrm{C}}{r}$ são iguais. Essas relações possibilitam encontrarmos os termos K1 e B2 dos valores da planta. Assim temos:

$$V(P) = \frac{C^{1-\beta 1}}{\beta 1 - \beta 2}\left(\frac{\beta 2}{r} - \frac{\beta 2 - 1}{\delta}\right)P^{\beta 1}, \text{ para P} \leq \text{C} \qquad (24)$$

$$V(P) = \frac{C^{1-\beta 2}}{\beta 1 - \beta 2}\left(\frac{\beta 1}{r} - \frac{\beta 1 - 1}{\delta}\right)P^{\beta 2} + \frac{P}{\delta} - \frac{C}{r}, \text{ para } P \geq C \qquad (25)$$

O valor da planta com opção de parada temporária também é dado em escalas no sentido de que se V(P) é positivo para uma unidade de produto, então o valor dessa planta para Q unidades de produto é Q.V(P), desde que C seja o custo unitário para a planta de capacidade Q. Seja W(P) o valor de uma planta que produz Q unidades por período e que tem a opção de parada temporária. Ou seja, a planta produz Q ou zero por período se ele estiver operando ou parada, respectivamente. C.Q é o custo operacional total dessa planta se a mesma estiver operando.

Segundo Dias (2013), as opções reais são válidas devido ao Teorema da Homogeneidade de Merton (1973) assim como as opções financeiras, pois matematicamente tanto as opções reais quanto as opções financeiras são simplesmente funções de variáveis estocásticas. Se o processo estocástico do ativo básico (P) atende às condições (P segue um movimento geométrico browniano), então a opção é homogênea de grau 1 no ativo básico, e portanto A vezes a opção unitária é igual à opção Q vezes o ativo básico. Já o gatilho, que é homogêneo de grau zero, não muda com a escala se Q multiplica tanto benefícios quanto custos.

Supondo que a planta descrita anteriormente já se encontra em operação, o valor econômico dela cresce de forma linear com o aumento do preço da mercadoria. Caso o preço seja menor do que R$ 5, não há interesse pelo investimento pois não há ganhos econômicos para o agente. Contudo, considerando a flexibilidade de parada temporária da produção, temos o ganho pela informação. Para uma volatilidade de 25% e 50% dos preços, encontra-se o perfil dos valores econômicos da figura 2.

O valor da opção F é análogo a uma opção de compra (call) em uma data t antes da data de expiração (curva), tendo sua solução analítica fechada e dada pela fórmula de Black-Scholes.

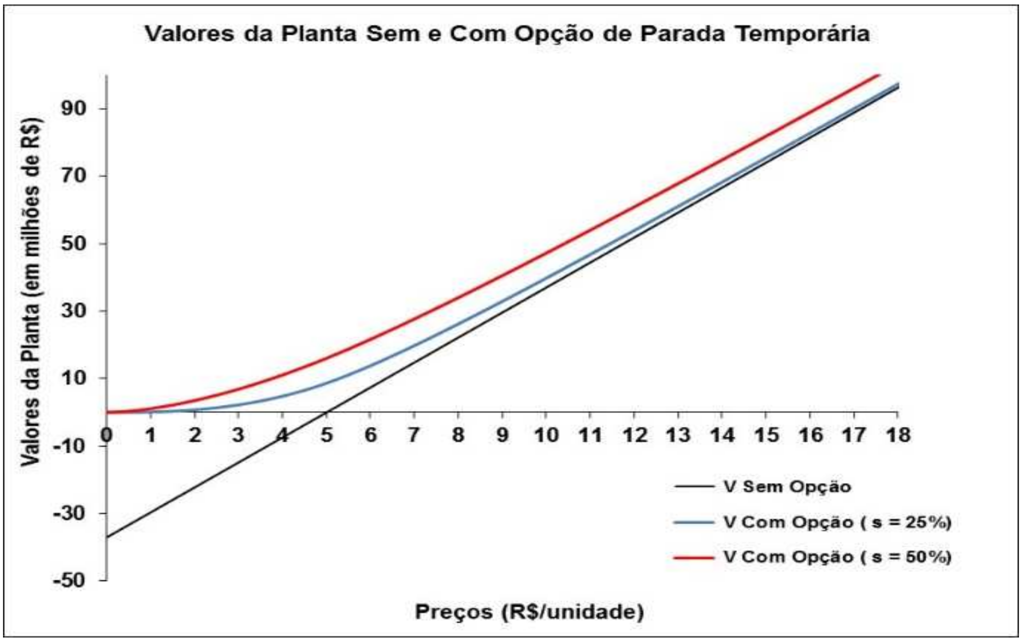


Figura 2 – Valor da planta operando (elaborado pelo autor conforme algoritmos de Dias (2013)

Nota-se que quanto maior a volatilidade dos preços (ativo-objeto), mais valioso é ter a opção de parada temporária, e isso se reflete no valor da planta com essa opção. Verifica-se também que a opção de parada temporária é mais relevante (maiores distâncias entre os casos com e sem opção) no caso de preços baixos do que no caso de preços altos. Sem custos de parada ou reativação, o valor da planta com opção de parada temporária é sempre positivo ou zero qualquer que seja P (0), ao contrário da planta sem opção de parada temporária. Para um preço de R$ 15, o valor presente da planta sem opção é R$ 74,07 milhões, enquanto o valor da planta com opção é dado por R$ 75,51 milhões, ou seja, um incremento de R$ 1,43 milhões.

No problema da decisão de investir em uma planta, a opção de parada temporária irá aumentar o valor do ativo subjacente da opção de investir, o que aumentará o valor da opção de investir quando comparado ao caso de investir em uma planta sem a opção de parada temporária. Isso ocorre devido ao aumento de valor do ativo subjacente V (P) da opção F (P) de investir e não devido a um aumento no valor da espera.

4.3.2. Opções de Espera de Investir na Planta

Em momentos de incertezas, os agentes econômicos precisam considerar a opção de investir em uma planta juntamente com a possibilidade de parada temporária e da opção de investir em uma planta sem qualquer opção operacional. Tal situação gera a necessidade de calcular os valores das duas opções reais interagindo e o valor da opção real de investir (de espera) isoladamente.

Segundo Dixit e Pyndick (1994), as opções reais de espera são aplicadas de forma eficaz em indústrias cujo preço de seu projeto seja volátil, e em que se possa adiar o investimento. Assim, ocorre a possibilidade de adiar a entrada da operação quando da confirmação de um cenário favorável, ou no caso de este já ser favorável, a entrada em operação poderá ser imediata. Tal opção é importante em indústrias de extração de recursos naturais e produção de produtos padronizados, pois estas envolvem elevados horizontes de investimento associado a um elevado nível de incerteza. A opção real de espera foi analisada nos trabalhos pioneiros de Tourinho (1979), McDonlad e Siegel (1986), Trigeoris e Mason (1987) e Paddock, Siegel e Smith (1988).

O valor da opção perpétua F'(P) de investir em uma planta industrial sem a opção de parada temporária é dada por $\frac{\mathrm{P(0)}}{\delta}$ - $\frac{\mathrm{C}}{r}$. Usando o método dos ativos contingentes, um portfólio sem risco $\emptyset$= F' – $\frac{\partial \mathrm{F'}}{\partial \mathrm{P}}$P, onde F' não tem dividendos (ou qualquer tipo de fluxo de caixa) e aplicando a Fórmula de Itô-Doeblin, obtém-se a seguinte equação diferencial para F':

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 F'}{\partial P^2} + (\mathrm{r} - \delta)\mathrm{P}\,\frac{\partial F'}{\partial P} - \mathrm{rF'} = 0 \tag{26}$$

Como só há a parte homogênea, a solução da equação diferencial é da forma F' = AP^{β}. Assim, a solução da opção de investimento pura é dada por F' = $A3P^{\beta 1} + A4P^{\beta 2}$. A condição de contorno trivial aponta que A4=0, pois se P→0, a opção F' tem que tender a zero também (mas o termo com expoente β2<0 iria ao infinito). Assim, a solução é:

$$F'(P) = A3P^{\beta 1}, \text{ para P < P'*} \tag{27}$$

$$F'(P) = V'(P) - I, \text{ para P} \geq \text{P'*} \tag{28}$$

Onde P’* é o gatilho de investimento ótimo da planta sem a opção de parada temporária. As condições de continuidade e de suavidade no gatilho são dadas pelas seguintes equações:

$$A3(P'*)^{\beta 1} = \frac{P'*}{\delta} - \frac{C}{r} — I \qquad (29)$$

$$\beta 1 A3(P'*)^{\beta 1 - 1} = \frac{1}{\delta} \qquad (30)$$

É possível encontrar os valores de A3, P’* e a equação de gatilho através das Equações (31) a (33).

$$A3 = \frac{\frac{P'*}{\delta} - [\frac{C}{r} - I]}{(P'*)^{\beta 1}} \qquad (31)$$

$$P'* = (\frac{\beta 1}{\beta 1 - 1})(\frac{C}{r} + I)\delta \qquad (32)$$

$$\frac{P'*}{\delta} = \frac{\beta 1}{\beta 1 - 1}(\frac{C}{r} + I) \qquad (33)$$

Para exercer a opção de investir, o gatilho P’* terá de ser muito maior que o custo operacional C, já que os benefícios do projeto devem amortizar os investimentos I e o custos de oportunidade da espera. Para que o VPL de exercício seja positivo, é requerido que P > C + rI. Assim, a equação diferencial da opção F(P) é igual a equação (20)

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} + (r - \delta)P \frac{\partial F}{\partial P} - rF = 0 \qquad (34)$$

A solução geral é dada pelas constantes:

$$F(P) = A1P^{\beta 1} + A2P^{\beta 2} \qquad (35)$$

A condição de contorno trivial aponta que A2=0, pois se P→0, a opção F tem de tender a zero também, mas o termo do expoente β2<0 iria a infinito. Assim, a solução é

$$F(P) = A1P^{\beta 1}, \text{ para } P < P* \qquad (36)$$

$$F(P) = V(P) – I, \text{ para } P \geq P* \qquad (37)$$

No entanto, as condições de contorno mudam. Usando as equações de parada de produção para o valor da planta, chegamos as equações do valor econômico da planta com opção de espera e parada temporária:

$$V\ (P) = A1P^{\beta 1},\ \text{para } P \leq C \tag{38}$$

$$V\ (P) = B2P^{\beta 2} + \frac{P}{\delta} + \frac{C}{r},\ \text{para } P > C \tag{39}$$

Se P< C, a planta está parada, sem gerar fluxo de caixa e V (P) é o valor da opção de reativar a produção. Se P > C, a planta está operando e gerando fluxo de caixa e, além de incluir os termos do fluxo de caixa $E[\int_0^{\infty}(P(t).\,e^{-\mu t}$ - C.$\,e^{-rt}$)dt] = $\frac{P}{\delta} + \frac{C}{r}$, ela inclui um termo adicional que é o valor de parar temporariamente se P cair abaixo de C. Assim, no gatilho P*, as condições de continuidade e suavidade são, respectivamente:

$$A1(P*)^{\beta 1} = B2(P*)^{\beta 2} + \frac{P}{\delta} + \frac{C}{r} - I \tag{40}$$

$$\beta 1A1(P*)^{\beta 1-1} = B2(P*)^{\beta 2-1} + \frac{1}{\delta} \tag{41}$$

Considerando as simplificações chegamos a

$$(\beta 1 - \beta 2)B2(P*)^{\beta 2} + \frac{(\beta 1-1)P*}{\delta} - \beta 1\left(\frac{C}{r} + I\right) = 0 \tag{42}$$

Essa equação pode ser resolvida numericamente. Considerando os mesmos dados da seção anterior e que o investimento unitário é dado por R$ 50, temos uma visão mais ampla do problema econômico. No caso da opção de investir em uma planta sem a opção de parada temporária (opção real de espera pura, sem interação com a de parada temporária), temos um valor da opção de investir, F' (P (0)), de R$ 28,79 milhões e um preço de gatilho (P'*) de R$ 18,92. Já no caso da opção real de investir em uma planta com a opção real de parada temporária (opção real de espera com interação com a de parada temporária) temos um valor da opção de investir, F (P(0)), de R$ 29,34 milhões e um preço de gatilho (P*) de R$ 18,57.

A opção real de parada temporária aumentou o valor da opção de espera (investir) devido ao aumento do valor do projeto, e não devido a um aumento do valor da espera. Nota-se que a opção real de parada temporária reduziu o gatilho da opção real de espera, ou seja, a opção real de parada temporária reduz o efeito da espera de investir. Para P(0), o valor da planta sem a opção real de parada temporária é igual R$ 74,07 milhões, enquanto no caso com a opção real de parada temporária, o valor da planta sobe para R$ 75,51 milhões.

O valor puro da opção real de parada temporária é dado pela diferença entre o valor V(P) da planta com opção de parada temporária menos o valor V'(P) da planta sem essa opção de parar, R$ 1,43 milhões. Já o valor puro da opção de espera antes de investir é igual ao valor da opção F' (P) de investir em uma planta sem a opção real de parada, menos o VPL de exercício imediato (VPL sem flexibilidades), R$ 4,72 milhões, sendo a soma das opções reais isoladas igual a R$ 6,15 milhões.

O valor das duas opções (espera e parada temporária) interagindo é o valor da opção F(P) de investir em uma planta com a opção de parada temporária menos o VPL de exercício imediato sem flexibilidade, R$ 5,27 milhões. Como o valor das duas opções interagindo é menor do que o valor das duas opções isoladas, dizemos que as opções são subaditivas. A figura 3 demonstra diversos valores e uma determinada conversando com o aumento do preço.

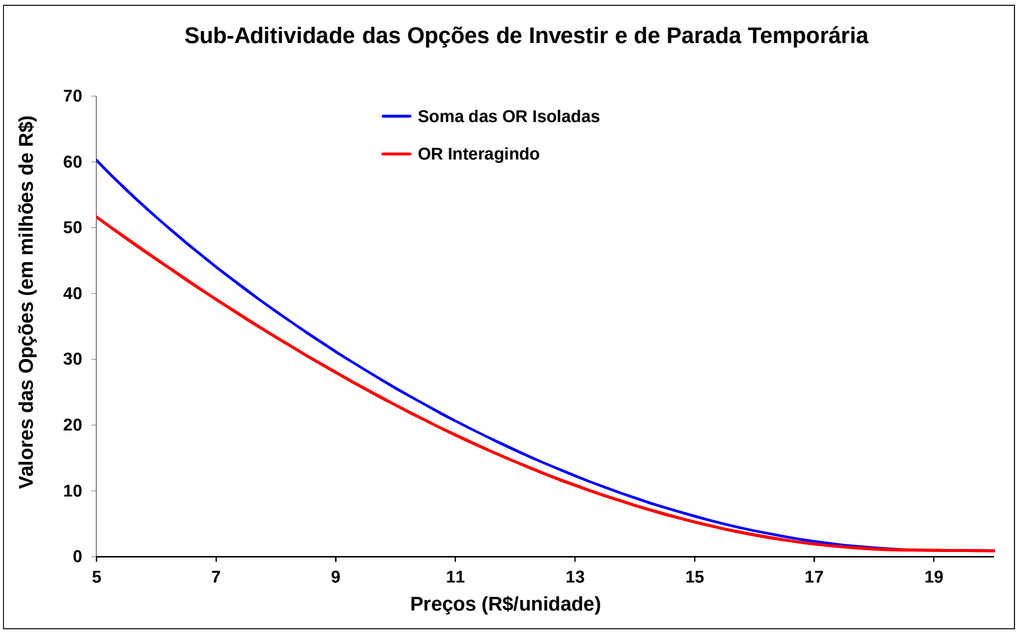


Figura 3 – Análise da sub-aditividade das opções de investir e parada temporária (elaborado pelo autor conforme algoritmos de Dias (2013))

Na figura 4 temos o valor da opção de investir em uma planta com opção real de parar, o VPL de exercício imediato da opção de investir ("VPL não linear", pois tem o termo não linear da opção de parada temporária) e o prêmio líquido de espera. Nota-se que o prêmio líquido da espera é maior para preços menores e vai a zero quanto os preços estão perto do gatilho da opção de investir, nesse caso de P* = R$ 18,57. Verifica-se a suavidade do contato da opção com a curva do VPL não linear de P*

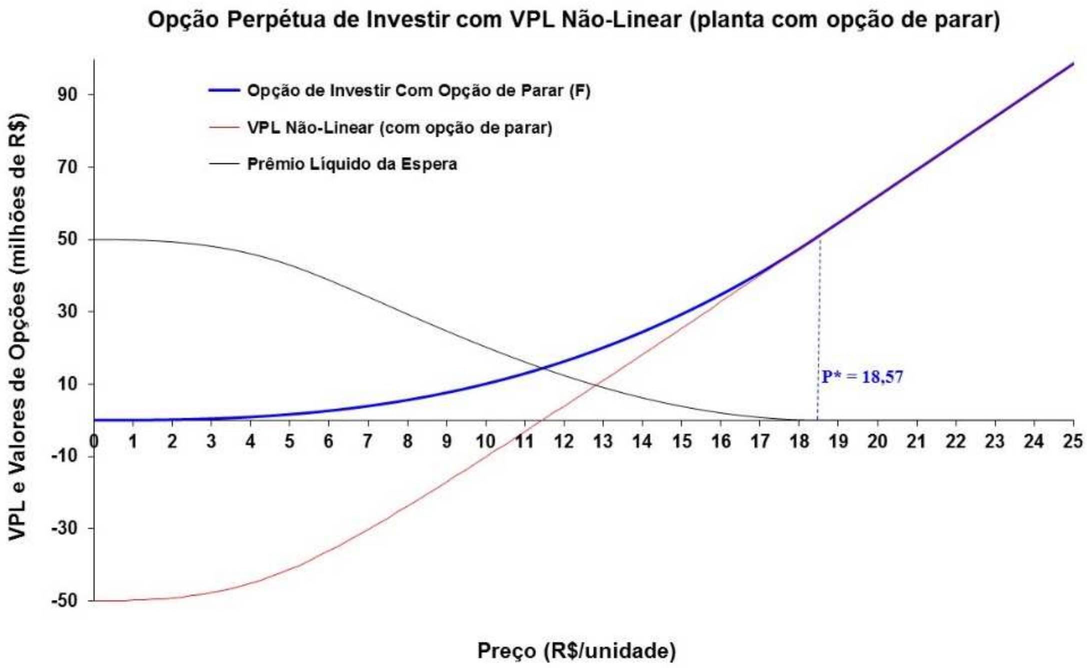


Figura 4 – Valores da opção perpétua com opção de parada (elaborada pelo autor conforme algoritmo de Dias (2013)).

Esse caso de opção real de investir combinado com opção real de parada temporária da planta é discutido por Dixit e Pindyck (1994) e sofisticado em termos de programação matemática e aplicação gráfica por Dias (2013). Dixit e Pyndick focam mais nas sensibilidades da opção, do gatilho e do valor da planta aos parâmetros δ e σ.

Um aumento de δ tem dois efeitos opostos no gatilho, um deles no valor da planta (reduz V demandando gatilho maior) e o outro no valor da opção de espera (tradicional, reduz o gatilho). Eles mostram que o primeiro efeito é o dominante, de forma que δ tende a aumentar o gatilho de investimento, ao contrário do caso tradicional de F (V) visto, em que δ (taxa de fluxo de caixa de V) reduzia o gatilho. O caso da volatilidade σ também gera dois efeitos opostos: um aumento de σ aumenta V (P) devido ao efeito na opção de parada temporária, o que tenderia a reduzir o gatilho de investir; o outro efeito, mais tradicional, é aumentar o valor da opção de espera, tendendo a aumentar o gatilho. No caso da volatilidade, o segundo efeito é mais importante, de forma que o aumento σ aumenta P*.

4.5. Impactos no gerenciamento da firma

Segundo Dias (2013), as mudanças observadas na competição e na globalização fazem do investimento o fator mais importante da vantagem competitiva, mostrando que tais problemas enfrentados por várias firmas são sintomas de um problema maior que é a operação de todo o sistema de investimento de capital. As firmas investem muito pouco em ativos intangíveis e em capacidade requeridas para competitividade. O investimento é um importante fator para sobrevivência das firmas e crescimento econômico.

A teoria das opções reais tem importantes implicações para o desenho das estratégias das firmas, já que incentiva o agente econômico a colocar flexibilidades e opções estratégicas no plano de negócios, evitando a tensão provocada por uma estratégia estática em um ambiente dinâmico como o industrial. Segundo Triantis e Borison (2001), as práticas corporativas de algumas firmas que usaram as opções reais se resumiram a três abordagens: uma maneira de pensar, uma ferramenta analítica e um processo organizacional. Como uma maneira de pensar, as opções reais ajudam de forma qualitativa nas decisões. Segundo Dias (2013), essa abordagem qualitativa é um passo necessário antes de propor o uso de métodos quantitativos que demanda das organizações recursos humanos com conhecimentos mais especializados e sofisticados. Essa abordagem qualitativa traz ao agente econômico a informação de que alta volatilidade dos preços poderá fazer com que ele invista hoje, mas que possa parar temporariamente a produção no futuro.

A abordagem quantitativa (ferramenta analítica) é usada especialmente para análise de projetos bem definidos para a aplicação de opções reais. Já as opções reais como processo organizacional é tido como um estágio avançado do uso de opções reais, sendo parte de um processo mais amplo em que os processos organizacionais são desenhados para identificar e tirar proveito de opções estratégicas. A adoção mais ampla de opção real em uma firma muda o processo organizacional, pois reforça a visão multidisciplinar das equipes por demandar o aprofundamento da análise do projeto e aumentar a ênfase no valor do agente econômico, em oposição a métricas intermediárias para produção e participação, dando ênfase em dinâmica e aprendizagem (DIAS, 2013).

A análise de opções reais pode ser vista como a análise de um problema de otimização sob incerteza: maximizar o valor (de mercado da firma, ou o valor presente líquido de um projeto, ou sua utilidade) relativo aos ativos reais através do exercício ótimo das opções é o objetivo da otimização, em que se escolhe quais opções exercer e o momento ótimo (*timing*) de exercício dessas opções. Trata-se de maximizar o valor da oportunidade através do gerenciamento ótimo das opções reais relevantes, sujeito a incertezas de mercado, incerteza técnicas e restrições.

A aplicação da teoria gera dois resultados típicos que são interligados: o valor da oportunidade e a regra de decisão ótima. A regra de decisão ótima, que resulta no valor da oportunidade, é sintetizada na regra de gatilho, um valor suficiente alto (baixo) da variável estocástica preço que representa o nível ótimo a partir do qual deve ser feita imediatamente uma ação: investir, parar temporariamente, dentre outros.

Para o problema, o valor econômico do investimento da planta sem considerar a flexibilidade é de R$28,79 milhões e um preço de gatilho (P'*) de R$ 18,92. Considerando a flexibilidade de esperar o investimento com a possibilidade de parar temporariamente a produção, temos um valor econômico de R$ 29,34 milhões e um preço de gatilho (P*) de R$ 18,57. Isso significa que as possibilidades da firma aumentaram o valor econômico e reduziram o preço de gatilho, facilitando o investimento. Embora o crescimento no valor (1,91%) pareça pequeno, trata-se de um valor na escala de milhões, que já será computado no lucro líquido, ou seja, é um acréscimo livre de renda. Para o mesmo problema, a metodologia das opções reais comprovou um valor econômico maior para firma do que o método tradicional do fluxo de caixa descontado.

Pesquisa realizada por Graham e Harvey (2001) com 392 diretores financeiros dos mais variados setores da economia de empresas dos Estados Unidos da América e do Canadá, concluíram que 26,6% dessas usam frequentemente as opções reais em decisões de investimento. Segundo Dias (2013), o resultado da pesquisa de Graham e Harvey é uma surpresa devido à complexidade quanto comparado ao tradicional método de fluxo de caixa descontado. Na Europa, Broumen, Jonge e Koedijk (2004) encontraram os seguintes resultados para o uso frequente das opções reais: Reino Unido (29%), Holanda (35%), Alemanha (44%) e França (53%). Não foram identificadas pesquisas no Brasil, mas acredita-se que esta metodologia seja pouco utilizada.

Uma das diferenças importantes entre opções reais e o método tradicional do fluxo de caixa descontado (FCD) na prática de investimentos é que o primeiro incentiva a realização de investimentos por fases, pois valoriza a aprendizagem entre as fases. A informação obtida em uma fase serve para decidir otimamente sobre o projeto da fase subsequente (DIAS, 2013). Frequentemente, o método FCD recomenda que o agente econômico realize um dispêndio de capital em uma única fase, enquanto a opção real recomenda outra alternativa: dividir o investimento em fases para usar a informação.

O investimento em etapas é visto por firmas como mais prudente do que uma aposta alta em um projeto ignorando a incerteza e o valor do aprendizado. Segundo Dias (2013), o método do FCD gera decepções práticas por serem a aprendizagem e o valor da informação destaques fundamentais para motivação prática de uso de opções reais em organizações em um contexto dinâmico.

Segundo MacComark, LeBlanc e Heiser (2003), há um benefício social no uso das opções reais, pois este permite uma coordenação no mercado de energia que atrai benefícios não apenas para os acionistas dessas empresas, como para os próprios consumidores, assim como para seus administradores. Segundo Dias (2013), projetos de pico, que operam apenas quando a demanda ou os preços sobe muito, servem para limitar a disparada nos preços e/ou evitar/limitar uma escassez do produto, minimizando os problemas dos consumidores. Cabe destacar que ao suavizar os ciclos de preço, o uso maciço das opções reais pelas firmas tende a reduzir a flexibilidade: o uso amplo das opções reais reduz o próprio valor das opções reais.

Há sólidas críticas ao uso excessivo de modelos matemáticos para representar a racionalidade econômica dos agentes. Para Allais (1979), os agentes econômicos são influenciados por alternativas irrelevantes. Em tese, os agentes econômicos escolhem somente com base na probabilidade e na conveniência de resultados distintos. No entanto, o comportamento observado contradiz isso. Na visão de Tversky e Kahneman (1979), os agentes econômicos não calculam ganhos e perdas com probabilidade matemática quando têm de tomar uma decisão cujo resultado é incerto. Estes são influenciados por ganhar ou perder e pelo modo como a questão se apresente, ou seja, os agentes econômicos não são plenamente racionais.

Embora haja críticas à racionalidade econômica, as opções reais trazem grandes benefícios às firmas. Em uma análise empírica recente sobre o desempenho de 278 grandes firmas multinacionais usando opções reais conduzida por Driouchi e Bennett (2011), foram verificadas evidências de que as firmas que usam as opções reais tiveram melhor desempenho do que os seus competidores em conhecimento de opções reais.

Esta dissertação classifica-se como um trabalho indutivo. No raciocínio indutivo, as constatações particulares das vantagens da aplicação da Teoria das Opções na análise de um projeto industrial levam à elaboração de generalizações. Assim, afirma-se ser relevante aplicar tal metodologia em todas as análises de projetos.

4.4. Conclusões

A literatura clássica econômica indica que a incerteza afeta diretamente o crescimento, reduzindo investimentos, contrações, consumo e comércio. Verificou-se que a teoria de opções reais faz que a incerteza mensurada (volatilidade), sendo um elemento agregador de valor. Tal teoria, quando aplicada a projetos industriais, integra estratégia e finanças, pois considera analiticamente as flexibilidades gerenciais e as opções de esperar (investir) e de parada temporária, que são o cerne da estratégia da firma observada.

O método do VPL subavalia projetos que possuem opções reais significativas. Por outro lado, a avaliação com o uso da teoria de opções, pressupõe que será exercida sempre a política ótima de investimento, resultado do agente econômico racional. A metodologia também estabelece uma política ótima operacional, conscientizando o agente econômico sobre qual seria o melhor momento para agir (primeiro para investir e depois para parar temporariamente a produção, se necessário), tornando a gestão econômica da firma mais próxima da ótima (ABEL, 1983)

Opções reais podem ser bastante complexas e, embora as abordagens que aproximam as equações diferenciais parciais resultem em avaliações mais acuradas, abordagens que aproximam diretamente o processo estocástico, como o modelo binomial, são bastante viáveis para fins práticos, com a vantagem de serem bastante intuitivas. Os modelos matemáticos são utilizados para transformar a estratégia implícita da firma em algo explícito para decisão. Contudo, a realidade é sempre mais complexa do que qualquer modelo matemático, o que faz com que seja necessário incrementar a análise quantitativa das opções reais com os *insghts* qualitativos proporcionados pela metodologia.

A metodologia de opções reais ainda possui muito espaço para crescimento, seja no meio empresarial mundo ou no acadêmico, principalmente nos cursos de economia. A teoria das opções reais vem sendo ensinada pelos departamentos de engenharia no Brasil, pois estes vêm assumindo ser a melhor forma de valorar economicamente um empreendimento real que possui diversas estratégias e flexibilidade no decorrer do tempo. No estudo formal da Teoria Econômica, trata-se de um importante conceito para reaproximar a academia do mundo empresarial.

Referências Bibliográficas

ABEL,A.B. Optimal Investment Under Uncertainty**. American Economic Review**, 73, 228-33, 1983.

AIUBE,F.A.L. **Modelos Quantitativos em Finanças, com enfoque em commodities.** Rio de Janeiro: Ed. Bookman, 2013.

ALBANESE,C.;CAMPOLIETI,G. **Advanced Derivatives Pricing. Theory, Tools and Hands-On Programming Applications.** Rio de Janeiro: Ed. Elsevier, 2006

ALLAIS, M. **"The So-Called Allais Paradox and Rational Decisions Under Uncertaintly" Allais and Hagen: Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox.** Dordrecht: D. Reidel, 1979

BALDWIN, C. Y. Competing for Capital in a Global Environment. Midland Corporate Finance Journal, 5(1):43-64, Spring 1987

BLACK,F.;SCHOLES, M. The Valuation of Options Contracts and a Test of Market Efficiency. **The Journal of Finance**, 27 (May), pp. 399-417, 1972.

BLACK,F.;SCHOLES,M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **The Journal of Political Economy, by: The University of Chicago Press,** Vol. 81, Nº3 (May - Jun), pp. 637-654, 1973.

BROUMEN, D.; JONG, A. & KOEDIJK, K. Corporate Finance in Europe: Confronting Theory with Pratice. Financial Management, 33(4): 71-101, Winter 2004

COX,J.;ROSS,S.;RUBINSTEIN,M. Option Princing. A Simplified Approach. **Journal of Financial Economics**, Vol. 7, pp. 229-263, 1979.

DIAS,M.A.G. Valuation of Exploration & Production Assets: An Overview of Real Options Models. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, 44(1-2), 93-114, 2004.

DIAS,M.A.G. **Analise de Investimentos com Opções Reais vol.1: teoria e pratica com aplicações em petróleo e em outros setores**. Rio de Janeiro: Ed. Intercedência, 2013.

DIAS,M.A.G**. Analise de Investimentos com Opções Reais vol.2: teoria e pratica com aplicações em petróleo e em outros setores**. Rio de Janeiro: Ed. Intercedência, 2013.

DIXIT,A. Entry and Exit Decisions under Uncertainty. **Journal of Political Economy**, June, 97, 620-638, 1989a.

DIXIT,A.J.;PYNDICK,R.S. **Investment Under Uncertainly**. Princeton: Princeton University Press, 1994.

DIXON,R. Uncertainty, Unobstructedness, and Power. **Journal of Post Keynesian Economics**, vol 8., nº4 (verão), pp. 585-590, 1986.

DRIOUCHI, T & BENNETT, D. Real Options in Multinacional Decision-Making Awareness and Risk Implications. Journal of World Business, 46(2): 205-2019, April 2011.

GRAHAM, J. R. & HARVEY, C. R. The Theory and Practice of Corporate Finance: Evidence from the Field. Journal of Financial Economics, 60:187-243, 2001.

HULL, J. C. X. **Options, Futures & Other Derivatives**. New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 4th ed., 1999.

KASANEN, E.; TRIGEORGIS, L. **Merging Finance Theory and Decision Analysis.** In: Trigeorgis, L. (Ed.): Real Options in Capital Investments: Models, Strategies, and Aplications . Westport (EUA): Praeger Publisher, 1995, p.47-68

KEYNES, J. M. **The General Theory of Employment, Interest and Money**. Londres: Macmillan, 1936.

KNIGHT,F.H. **Risk, Uncertainty & Profit**. Nova York: Centry Press. Publicado originalmente em 1921.

LAWRENCE,D.B. **The Economic Value of Information**. New York: Springer Verlag, 1999

MCCORMACK, J.; LEBLANC, R.; HEISER,C. **Turning Risk into Shareholder Wealth in the Petroleum Industry**. Journal of Applied Corporate Finance,vol.15(2), Winter 2003, p.67-73

MAS-COLELL,A.;WHISTON,M.;GREEN,J.R. **Microeconomic Theory**. Oxford: Oxford University Press, 1995.

MCDONALD, R.; SIEGEL, D. **The Value of Waiting to Invest**. Quarterly Journal of Economics , November, 1986, p.707-727

MERTON, R.C. Theory of Rational Option Pricing. Bell Journal of Economics and Management Science , vol.4, spring, 1973, p.141-183

MYERS, S.C. Determinants of Corporate Borrowing. Journal of Financial Economics , November 1977, p.147-175

PADDOCK, J.L.; SIEGEL, D.R.; SMITH, J.L. Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases. Quarterly Journal of Economics , August 1988, p. 479-508.

PINDYCK, R.S. Irreversible Investment, Capacity Choice, and Value of the Firm. American Economic Review, vol.78(5), December, 1988, p.969-985

PINDYCK,R.S. Irreversible Investment, Capacity Choice, and Value of the Firm. **American Economic Review**, vol.78(5), December, p.969-985, 1988.

PINDYCK,R.S. Investments of Uncertain Cost. **Journal of Financial Economics**, vol. 34, August, p.53-76, 1993.

RAIFFA,H. **Decision Analysis: Introdutory Lectures on Choice under Uncertainty.** Nova York: McGraw-Hill, 1968.

SIEGEL, D. R.; SMITH, J. L. & PADDOCK, J. L. Valuing Offshore Oil Properties with Options Pricing Models. Midland Corporte Finance Journal, p.22-30, Spring 1987

SMIT, H. T. J. & TRIGEORGIS, L. Flexibility and Commitment in Strategic Investment. Working paper, Erasmus University at Rotterdam, Tinbergen Institute, 56 p., 1993

TIROLE,J. **The Theory of Corporate Finance**. Princeton/Oxford: Princeton University Press, 2006.

TOURINHO,O.A. **The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach,**" unpublished Ph.D. dissertation, University of California, Berkeley, 1979.

TRIANTIS, A. J. & BORISON, A. Real Options: State of the Pratice. Journal of Applied Corporate Finance, p 8-24, Summer 2001.

TRIGEORIS, L. & KASANENM, E. An integrated Options- Based Strategic Planning and Control Model. Managerial Finance, 17(2/3):16-28, may 1991

TRIGEORGIS,L.;MASON, S.P. Valuing Managerial Flexibility. **Midland Corporate Finance Journal**, Spring, p.14-21, 1987.

TRIGEORGIS,L. The Nature of Options Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, vol.28(1), March, p.1-20, 1993.

TRIGEORGIS,L. **Real Options in Capital Investments: Models, Strategies, and Aplications.** Westport (EUA): Praeger Publisher, 1995.

TRIGEORGIS,L. **Real Options and Business Strategy – Applications to Decision Making**. London: Risk Books, 1999.

TVERSKY,A.;KAHNEMAN,D. Racional Choice and the Framing of Decisions. **Journal of Business**, vol. 59, nº 4, pp. 251-278, 1981.