

Universidade Federal de Sergipe

PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS  
TERMELÉTRICOS UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO  
ADAPTATIVO E MÉTODO DE PONTOS INTERIORES

Roberto Felipe Andrade Menezes

2017



Universidade Federal de Sergipe

PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS TERMELÉTRICOS  
UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO ADAPTATIVO E  
MÉTODO DE PONTOS INTERIORES

Roberto Felipe Andrade Menezes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica - PROEE, da Universidade Federal de Sergipe, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dra. Andréa Araújo Sousa

São Cristóvão - SE, Brasil  
Janeiro de 2017

PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS TERMELÉTRICOS  
UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO ADAPTATIVO E  
MÉTODO DE PONTOS INTERIORES

Roberto Felipe Andrade Menezes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PROEE DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

---

Prof<sup>a</sup>. Dra. Andréa Araújo Sousa  
Orientadora - PROEE - UFS

---

Prof. Dr. Oscar Alberto Zanabria Sotomayor  
Membro Interno - PROEE - UFS

---

Prof. Dr. Ângelo Márcio Formiga de Almeida  
Membro Externo - UFS

---

Prof. Dr. Rômulo Alves de Oliveira  
Membro Externo - IFS

SÃO CRISTÓVÃO - SE, BRASIL  
JANEIRO DE 2017

MENEZES, Roberto F. A.  
PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS TERMELÉTRICOS UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO ADAPTATIVO E MÉTODO DE PONTOS INTERIORES  
/ Roberto Felipe Andrade Menezes; orientadora Andréa Araújo Sousa  
São Cristóvão-SE, 2016  
120 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Sergipe (UFS), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PROEE), 2016.

1. Operação Energética. 2. Alocação de Unidades Geradoras. 3. Despacho Econômico. 4. Sistemas Termelétricos. 5. Algoritmo Genético. 6. Método de Pontos Interiores. I. SOUSA, Andréa Araújo, orient. II. Título.

*Este trabalho é dedicado à minha avó Thomasita.  
[In Memoriam]*

# Agradecimentos

Agradeço aos meus pais por todo apoio incondicional desde o início, além do carinho, ensinamentos, incentivo e torcida pela minha realização profissional e pessoal.

Aos meus familiares que de alguma forma participaram de todo esse processo através de palavras de incentivo. Em especial ao meu tio Roberto, o qual tenho grande admiração, e à minha avó Thomasita [*In Memoriam*].

À minha orientadora, Prof<sup>a</sup>. Dra. Andréa Araújo Sousa que contribuiu, com dedicação e paciência, para o desenvolvimento dos resultados apresentados. Mais que tudo, por me ajudar a trilhar o caminho das pedras na vida acadêmica.

Aos colegas mestrandos do PROEE pelo apoio e pela troca de conhecimentos.

Aos meus amigos e irmãos de vida que me apoiaram durante todo o curso nos momentos de descontração e naquilo que fosse preciso.

Aos membros da banca por terem gentilmente aceito o convite para a participação da avaliação deste trabalho.

À UFS por ceder o espaço de trabalho, aos funcionários do DEL, da graduação e da pós-graduação, pelo apoio constante durante o mestrado, e aos professores da pós-graduação pelos ensinamentos recebidos.

À FAPITEC pelo apoio financeiro por meio do edital FAPITEC/SE/FUNTEC N<sup>o</sup> 03/2014.

A todos que contribuíram de alguma forma para a execução deste trabalho e aos que criticaram e me fizeram melhorar e ter mais vontade de chegar até aqui.

Resumo da Dissertação apresentada ao PROEE/UFS como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre (Me.)

PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS TERMELÉTRICOS  
UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO ADAPTATIVO E  
MÉTODO DE PONTOS INTERIORES

Roberto Felipe Andrade Menezes

Janeiro/2017

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dra. Andréa Araújo Sousa

Programa: Engenharia Elétrica

O crescimento do consumo de energia elétrica nos últimos anos vem gerando a necessidade de um aumento na quantidade de fontes geradoras, fazendo com que o setor elétrico passe por grandes mudanças. Isso tem proporcionado a busca por ferramentas que ofereçam maior eficiência e segurança aos sistemas de potência. Um problema considerado de extrema importância na operação diária dos sistemas elétricos é o planejamento da Alocação das Unidades Geradoras, onde define-se a programação horária das unidades do sistema, determinando quais máquinas deverão estar ligadas ou desligadas, e quais serão seus respectivos pontos de operação. Essas unidades geradoras devem operar de forma eficaz, mediante a variação da carga, respeitando restrições operativas e de segurança do sistema. Este trabalho propõe a resolução do problema para o planejamento de curto prazo, levando em consideração uma série de restrições relacionadas a geração térmica e ao sistema elétrico. Entre elas, podemos destacar as restrições de variação de potência de saída das máquinas e as restrições de segurança do sistema de transmissão, evitadas na maioria dos estudos de Alocação de Unidades Geradoras. Este problema tem característica não-linear, inteiro-misto e de grande escala. A metodologia utilizada para resolução do problema envolve a utilização de um Algoritmo Genético Adaptativo, para Alocação das Unidades, e o Método de Pontos Interiores Primal-Dual Preditor-Corretor, para a resolução do Fluxo de Potência Ótimo DC no problema do Despacho Econômico. Além disso, este trabalho propõe a implementação dos operadores de *cross-over* e mutação do Algoritmo Genético com base em uma metodologia anelar aplicada na matriz de alocação de unidades. Os resultados foram obtidos através de simulações em um *software* de simulação matemática, utilizando os sistemas testes do IEEE de 30 barras com 9 geradores e 24 barras com 26 geradores, e a validação do algoritmo foi feita comparando os resultados obtidos com os outros trabalhos da literatura.

**Palavras-chave:** Operação Energética, Alocação de Unidades Geradoras, Despacho Econômico, Sistemas Termelétricos, Algoritmo Genético, Método de Pontos Interiores.

Abstract of Dissertation presented to PROEE/UFS as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master

PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS TERMELÉTRICOS  
UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO ADAPTATIVO E  
MÉTODO DE PONTOS INTERIORES

Roberto Felipe Andrade Menezes

January/2017

Advisor: Prof<sup>a</sup>. Dra. Andréa Araújo Sousa

Department: Engenharia Elétrica

The growth of the electric energy consumption in the last years has generated the need of the increase in the amount of power sources, making the electricity sector undergo some large changes. This has provided the search for tools that promotes a better efficiency and security to the electrical power systems. A planning problem that is considered important in the daily operation of the power systems is the Unit Commitment, where the time schedule of the operation is defined, determining which machines will be online or offline, and which are the operating points. Those units must operate by load variation, respecting the operative and security constraints. This research proposes the resolution of the problem for the short-term planning, taking a set of constraints associated with the thermal generation and the power system. Among them, we can highlight the output power variation constraints of the machines and the security restrictions of the transmission system, avoided in most Unit Commitment studies. This problem is non-linear, mixed-integer and has a large scale. The methodology used involves the utilization of an Adaptive Genetic Algorithm, for the Unit Commitment problem, and the Interior-Point Primal-Dual Predictor–Corrector Method, for DC power flow resolution in economic dispatch problem. Furthermore, this research proposes the implementation of cross-over and mutation operators of Genetic Algorithm based on a ring methodology applied in Unit Commitment matrix. The results were obtained through simulations in a mathematical simulation software, using the IEEE test systems with 30 bus and 9 generators, and another with 24 bus and 26 generators. The validation of the algorithm was done by comparing the results with other works in the literature.

**Keywords:** Energetic Operation, Unit Commitment, Economic Dispatch, Thermal Systems, Genetic Algorithm, Interior-Point Method.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
1.1	Objetivo da Pesquisa	22
1.2	Publicações Decorrentes da Pesquisa	23
1.3	Organização do Trabalho	23
<b>2</b>	<b>O PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA EM SISTEMAS TERMELÉTRICOS</b>	<b>24</b>
2.1	Horizontes de Planejamento	24
2.2	Curva de Demanda Diária	26
2.3	Necessidade da Alocação de Unidades Geradoras	26
2.4	Unidades Termelétricas	27
2.4.1	Termelétricas com Combustão Externa	28
2.4.2	Termelétricas com Combustão Interna	31
2.4.3	Termelétricas Nucleares	32
2.5	Programação Diária da Operação Energética de Sistemas Termelétricos	32
2.5.1	Definição do Problema	32
2.5.2	Modelagem do Problema	34
2.5.2.1	Balço de Potência Ativa do Sistema	34
2.5.2.2	Limites de Geração das Unidades Térmicas	34
2.5.2.3	Reserva Girante	35
2.5.2.4	Tempo de Permanência e Saída de Operação das Máquinas	35
2.5.2.5	Varição de Potência de Saída (Rampa)	35
2.5.2.6	Restrições da Capacidade do Sistema de Transmissão	36
2.6	Considerações Finais do Capítulo	36
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES E SUA APLICAÇÃO NO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO</b>	<b>38</b>
3.1	Programação Linear	39
3.1.1	Problema Primal	39
3.1.2	Problema Dual	41
3.1.3	Condições de Otimalidade	41
3.2	Método de Newton	41
3.3	Métodos de Pontos Interiores Primal-Dual	42
3.3.1	Método Primal Dual Afim-Escala	43
3.3.2	Método Primal-Dual Seguidor de Caminho	44
3.3.3	Método Primal-Dual Preditor-Corretor	45

3.3.4	Ponto Inicial e Critério de Convergência . . . . .	47
3.4	Extensão do Método de Pontos Interiores para o Problema de Programação Quadrática . . . . .	49
3.5	Modelo Linearizado do Fluxo de Potência Ótimo . . . . .	50
3.6	Formulação do Problema Primal . . . . .	54
3.7	Formulação do Problema Dual . . . . .	55
3.8	Condições de Otimalidade . . . . .	56
3.9	Aplicação do Método de Newton . . . . .	57
3.10	Considerações Finais do Capítulo . . . . .	58
4	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . . . .</b>	<b>61</b>
5	<b>ALGORITMOS GENÉTICOS . . . . .</b>	<b>64</b>
5.1	Codificação dos Indivíduos . . . . .	64
5.2	População Inicial . . . . .	66
5.3	Função de Avaliação ou <i>Fitness</i> . . . . .	66
5.4	Elitismo . . . . .	66
5.5	Seleção dos Pais . . . . .	67
5.6	Operador <i>Cross-Over</i> . . . . .	67
5.7	Operador Mutação . . . . .	70
5.8	Parâmetros dos Algoritmos Genéticos . . . . .	70
5.9	Critérios de Parada . . . . .	71
5.10	Adaptabilidade . . . . .	71
5.11	Algoritmos Meméticos . . . . .	72
5.12	Considerações Finais do Capítulo . . . . .	72
6	<b>FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E METODOLOGIA PROPOSTA PARA SOLUÇÃO . . . . .</b>	<b>73</b>
6.1	Formulação do Problema . . . . .	73
6.2	Metodologia Proposta para Solução . . . . .	75
6.2.1	Codificação . . . . .	75
6.2.2	População Inicial . . . . .	75
6.2.3	Função de Avaliação ou <i>Fitness</i> . . . . .	76
6.2.4	Seleção e Elitismo . . . . .	77
6.2.5	<i>Cross-Over</i> . . . . .	78
6.2.6	Mutação . . . . .	78
6.2.7	Adaptabilidade . . . . .	80
6.2.8	Busca Local . . . . .	80
6.2.9	Critério de Parada . . . . .	80
6.3	Algoritmo Proposto . . . . .	81

6.4	Considerações Finais do Capítulo . . . . .	81
7	ANÁLISE DE RESULTADOS . . . . .	83
7.1	Sistemas Testes . . . . .	83
7.1.1	Sistema Teste 1 . . . . .	83
7.1.2	Sistema Teste 2 . . . . .	84
7.1.3	Sistema Teste 3 . . . . .	84
7.2	Resultados Obtidos . . . . .	84
7.3	Validação do Algoritmo Proposto . . . . .	88
7.4	Análise da Inclusão do Sistema Transmissão ao Problema . . . . .	91
7.5	Considerações Finais . . . . .	94
8	CONCLUSÕES . . . . .	95
8.1	Perspectivas de Trabalhos Futuros . . . . .	96
	REFERÊNCIAS . . . . .	97
	APÊNDICE A – RESULTADOS DO DESPACHO ECONÔMICO . . . . .	104
	APÊNDICE B – RESULTADOS DO FLUXO DE POTÊNCIA . . . . .	109
	ANEXO A – DADOS DOS SISTEMAS TESTES . . . . .	114

# Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Horizontes de planejamento do ONS. . . . .	25
Figura 2.2 – Exemplo de uma curva de demanda diária. . . . .	26
Figura 2.3 – Fluxograma resumido de uma usina termelétrica que utiliza combustão externa. . . . .	28
Figura 2.4 – Curva característica do custo incremental de uma termelétrica. . . . .	29
Figura 2.5 – Fluxograma resumido de uma usina termelétrica que utiliza combustão interna. . . . .	31
Figura 2.6 – Resumo do problema da PDO para sistemas termelétricos. . . . .	33
Figura 2.7 – Exemplo de função com região de solução não convexa. . . . .	33
Figura 2.8 – Ilustração da restrição de rampa em uma termelétrica. . . . .	36
Figura 3.1 – Busca da solução ótima pelo (a) Método Simplex e (b) MPI. . . . .	38
Figura 3.2 – Exemplo de sistema elétrico. . . . .	51
Figura 3.3 – Representação da 1ª Lei de Kirchhoff para o Exemplo do Sistema Elétrico. . . . .	52
Figura 3.4 – Representação da 2ª Lei de Kirchhoff para o Exemplo do Sistema Elétrico. . . . .	53
Figura 5.1 – Fluxograma da estrutura básica do AG. . . . .	65
Figura 5.2 – Indivíduos com codificação binária em formato (a) Vetorial e (b) Matricial. . . . .	65
Figura 5.3 – Exemplo do método da roleta. . . . .	68
Figura 5.4 – Exemplo de <i>cross-over</i> de um ponto. . . . .	69
Figura 5.5 – Exemplo de <i>cross-over</i> de multipontos. . . . .	69
Figura 5.6 – Exemplo de <i>cross-over</i> uniforme. . . . .	69
Figura 5.7 – Exemplo de Mutação. . . . .	70
Figura 6.1 – Resumo do problema da PDO com a metodologia proposta para solução. . . . .	73
Figura 6.2 – Codificação de um cromossomo do AG proposto. . . . .	76
Figura 6.3 – Representação da população formada por cromossomos matriciais. . . . .	76
Figura 6.4 – Representação da população composta por um grupo elite. . . . .	78
Figura 6.5 – Exemplo de <i>cross-over</i> com técnica anelar. . . . .	79
Figura 6.6 – Exemplo de mutação com técnica anelar. . . . .	79
Figura 6.7 – Fluxograma da aplicação do AG proposto. . . . .	82
Figura 7.1 – Evolução do <i>fitness</i> no Sistema Teste 1. . . . .	86
Figura 7.2 – Alocação final das UGs para o Sistema Teste 1. . . . .	86
Figura 7.3 – Evolução do <i>fitness</i> no Sistema Teste 2. . . . .	87
Figura 7.4 – Alocação final das UGs para o Sistema Teste 2. . . . .	88
Figura 7.5 – Evolução do <i>fitness</i> no Sistema Teste 3. . . . .	90
Figura 7.6 – Alocação final das UGs para o Sistema Teste 3. . . . .	90
Figura 7.7 – Alocação final das UGs do Sistema Teste 1, desconsiderando o sistema de transmissão. . . . .	92
Figura 7.8 – Alocação final das UGs do Sistema Teste 2, desconsiderando o sistema de transmissão. . . . .	93

Figura A.1 – Sistema IEEE30 barras. . . . .	115
Figura A.2 – Sistema IEEE24 barras. . . . .	117

# Lista de tabelas

Tabela 1.1 – Consumo de eletricidade no Brasil [GWh]. . . . .	19
Tabela 1.2 – Capacidade instalada de geração elétrica no Brasil - Dezembro 2016. . . . .	20
Tabela 2.1 – Natureza combinatória do problema de AUGT. . . . .	34
Tabela 7.1 – Parâmetros utilizados para o AG proposto. . . . .	85
Tabela 7.2 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 1. . . . .	85
Tabela 7.3 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 2. . . . .	87
Tabela 7.4 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 3. . . . .	89
Tabela 7.5 – Resultados encontrados na literatura para o Sistema Teste 3. . . . .	91
Tabela 7.6 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 1, considerando $f^{Max}$ inativa e ativa. . . . .	92
Tabela 7.7 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 2, considerando $f^{Max}$ inativa e ativa. . . . .	93
Tabela A.1 – Despacho econômico do Sistema Teste 1 [MW]. . . . .	105
Tabela A.2 – Despacho econômico do Sistema Teste 1, desconsiderando o sistema de transmissão [MW]. . . . .	105
Tabela A.3 – Despacho econômico do Sistema Teste 2 [MW]. . . . .	106
Tabela A.4 – Despacho econômico do Sistema Teste 2, desconsiderando o sistema de transmissão [MW]. . . . .	107
Tabela A.5 – Despacho econômico do Sistema Teste 3 [MW]. . . . .	108
Tabela A.1 – Demanda e reserva girante do Sistema Teste 1. . . . .	115
Tabela A.2 – Características das UGTs do Sistema Teste 1. . . . .	116
Tabela A.3 – Resistência e reatância das linhas de transmissão do Sistema Teste 1. . . . .	116
Tabela A.4 – Localização da demanda do Sistema Teste 1. . . . .	116
Tabela A.5 – Demanda e reserva girante do Sistema Teste 2. . . . .	117
Tabela A.6 – Características das UGTs do Sistema Teste 2. . . . .	118
Tabela A.7 – Resistência e reatância das linhas de transmissão do Sistema Teste 2. . . . .	118
Tabela A.8 – Localização da demanda do Sistema Teste 2. . . . .	119
Tabela A.9 – Limites de fluxo de potência das linhas de transmissão do Sistema Teste 2. . . . .	119
Tabela A.10 – Demanda e reserva girante do Sistema Teste 3. . . . .	120
Tabela A.11 – Características das UGTs do Sistema Teste 3. . . . .	120

# Lista de abreviaturas e siglas

AG	Algoritmo Genético.
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica.
AUGT	Alocação de Unidades Geradoras Térmicas.
Cepel	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica.
DE	Despacho Econômico.
EPE	Empresa de Pesquisa Energética.
FPO	Fluxo de Potência Ótimo.
GHP	Grau de Homogeneidade da População.
GW	Gigawatt.
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers.
KKT	Karush-Kuhn-Tucker.
MN	Método de Newton.
MPI	Método de Pontos Interiores.
MPIPD	Método de Pontos Interiores Primal-Dual.
MW	Megawatt.
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico.
PDO	Planejamento Diário da Operação.
PEN	Planejamento Anual da Operação Energética.
PL	Programação Linear.
PMO	Programa Mensal da Operação Energética.
PNLQ	Programação Não-Linear Quadrática.
SEP	Sistemas Elétricos de Potência.
SIN	Sistema Interligado Nacional.
UG	Unidade Geradora.
UGT	Unidade Geradora Térmica.

# Lista de símbolos

$a_0$	Coefficiente quadrático da função custo.
$a_1$	Coefficiente linear da função custo.
$a_2$	Coefficiente independente da função custo.
$a_{0i}$	Coefficiente quadrático da função custo da UGT $i$ .
$a_{1i}$	Coefficiente linear da função custo da UGT $i$ .
$a_{2i}$	Coefficiente independente da função custo da UGT $i$ .
$C^{Max}$	Custo máximo possível para o problema da programação diária de operação.
$C_P$	Custo de Partida da UGT.
$C_{Pi}(t)$	Custo de partida da UGT $i$ no instante $t$ .
$C_P^f$	Custo de Partida a frio da UGT.
$C_P^g$	Custo de Partida a quente da UGT.
$C_T$	Custo de produção total para o período de análise.
$D$	Matriz de incidência da rede.
$E$	Matriz formada por vetores canônicos correspondentes às barras de geração do sistema elétrico.
$f_{km}(t)$	Fluxo de potência na linha entre as barras $k$ e $m$ no instante $t$ .
$f_{km}^{Max}$	Capacidade máxima da linha de transmissão que liga a barra $k$ e $m$ .
$f^{Max}$	Capacidade máxima da linha de transmissão.
$F_{BL}$	Frequência de realização de busca local.
$F_C$	Função custo.
$F_{GHP}$	Frequência de verificação do GHP.
$g$	Número de barras de geração.
$k$	Número de arcos do sistema elétrico.
$l$	Vetor de demanda em cada barra de carga do sistema elétrico.

$L(t)$	Demanda no instante $t$ .
$L_H$	Limite de homogeneidade permitido.
$L_k(t)$	Demanda localizada na barra $k$ no instante $t$ .
$m$	Número de nós do sistema elétrico.
$N_B$	Número de barras do sistema.
$N_E$	Número de indivíduos do grupo elite.
$N_G$	Total de unidades geradoras.
$N_{Gr}^{Max}$	Número Máximo de gerações do AG.
$N_P$	Tamanho da população do algoritmo genético proposto.
$N_R$	Número de restrições obedecidas pelo indivíduo.
$N_T$	Total de horas da análise da operação.
$P$	Potência gerada pela UGT.
$P(t)$	Potência gerada pela UGT no tempo $t$ .
$P_C$	Probabilidade de ocorrência de <i>cross-over</i> .
$P_i(t)$	Potência gerada pela UGT $i$ no tempo $t$ .
$P_{i,k}(t)$	Potência gerada pela UGT $i$ localizada na barra $k$ no tempo $t$ .
$P^{Max}$	Limite máximo de geração de potência da UGT.
$P_i^{Max}$	Limite máximo de geração de potência da UGT $i$ .
$P^{Min}$	Limite mínimo de geração de potência da UGT.
$P_i^{Min}$	Limite mínimo de geração de potência da UGT $i$ .
$P_M$	Probabilidade de ocorrência de mutação.
$P_M^{Max}$	Probabilidade máxima de ocorrência de mutação.
$P_M^{Min}$	Probabilidade mínima de ocorrência de mutação.
$P_R(t)$	Reserva girante prevista para o instante $t$ .
$Q$	Matriz diagonal da componente quadrática do custo de geração.
$R$	Matriz diagonal das resistências das linhas de transmissão do sistema elétrico.

$R_P$	Variação máxima permitida de geração de potência (Rampa).
$R_{Pi}$	Variação máxima permitida de geração de potência da UGT $i$ .
$T$	Matriz de reatância do sistema elétrico.
$T_{MD}$	Tempo mínimo de saída de operação.
$T_{MDi}$	Tempo mínimo de saída de operação da UGT $i$ .
$T_{ML}$	Tempo mínimo de permanência em operação.
$T_{MLi}$	Tempo mínimo de permanência em operação da UGT $i$ .
$T_{XM}$	Taxa de decaimento da probabilidade de ocorrência de mutação.
$U_i(t)$	Estado da UGT $i$ no tempo $t$ .
$U_{i,k}(t)$	Estado da UGT $i$ localizada na barra $k$ no tempo $t$ .
$v$	Vetor da componente linear do custo de geração.
$X_0$	Condição inicial de operação da UGT.
$X^{off}$	Tempo que a UGT encontra-se fora de operação.
$X_i^{off}$	Tempo que a UGT $i$ está fora de operação.
$X^{on}$	Tempo que a UGT está em operação.
$X_i^{on}$	Tempo que a UGT $i$ está em operação.
$\eta$	Constante de custo de manutenção.
$\omega$	Constante relacionada com a velocidade de resfriamento da caldeira.
$\Omega_k$	Conjunto de de barras vizinhas à barra $k$ .
$\phi$	Constante de custo nas condições de resfriamento da caldeira.

# Lista de Algoritmos

1	Método de Pontos Interiores Primal-Dual Afim-Escala para Programação Linear	44
2	Método de Pontos Interiores Primal-Dual Seguidor de Caminho para Programação Linear . . . . .	45
3	Método de Pontos Interiores Primal-Dual Preditor-Corretor para Programação Linear . . . . .	48
4	Método de Pontos Interiores Primal-Dual Preditor-Corretor para Programação Quadrática . . . . .	60

# 1 Introdução

O aumento do consumo de energia elétrica, atrelado ao crescimento demográfico nos últimos anos, resultou na necessidade do setor elétrico buscar ferramentas que sejam capazes de suprir a demanda energética da população de forma eficiente e segura. Algumas dessas ferramentas se destacam no âmbito da operação energética diária.

No Brasil, por exemplo, estima-se que até 2023 haverá um crescimento de quase 50% no consumo de eletricidade com relação ao consumo que foi registrado em 2013, segundo o cenário proposto pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE) (1). Na Tabela 1.1 é exibido esse crescimento com variação anual média de 4,03%, passando de 522,657 GWh em 2016 para 688,990 GWh em 2023.

Tabela 1.1 – Consumo de eletricidade no Brasil [GWh].

Ano	Residencial	Industrial	Comercial	Outros	Total
2016	142,078	205,600	97,179	77,800	522,657
2017	148,390	213,401	102,605	80,487	544,884
2018	154,879	222,148	108,359	83,271	568,657
2019	161,535	228,866	114,455	86,152	591,009
2020	168,368	236,013	120,914	89,131	614,426
2021	175,378	243,211	127,755	92,211	638,556
2022	182,568	250,009	134,997	95,395	662,969
2023	189,934	257,714	142,660	98,682	688,990
$\Delta(\%)^\dagger$	4,23%	3,28%	5,64%	3,45%	4,03%

<sup>†</sup>Variação média anual.

Fonte: EPE-BRASIL (1)

O setor elétrico brasileiro encontra-se impulsionado a investimentos em seu parque gerador de modo a atender essa demanda crescente. No final de 2016, a capacidade instalada de geração de energia elétrica no Brasil atingiu o montante de 161,48 GW, segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), com destaque para as hidrelétricas, com 106.573 MW (66% do total), seguida pelas termelétricas, com 42.724 MW (26,46% do total), sendo 2948 usinas instaladas. Na Tabela 1.2 é mostrada a capacidade instalada de geração elétrica no Brasil no final de 2016 (2).

Após o racionamento ocorrido nos anos 2001 e 2002, o Brasil começou a incentivar o uso da geração térmica como forma mais imediata de aumentar a oferta de energia, devido ao fato do custo de instalação e manutenção das usinas ser bem menor, se comparado ao custo de empreendimentos hidrelétricos. De acordo com o Programa de Investimento em Energia Elétrica publicado pela EPE, entre 2015 e 2018 o Brasil poderá investir cerca de R\$116 bilhões em empreendimentos ligados a geração de energia. Desse investimento poderão ser inseridos à matriz energética brasileira 7 GW a 10 GW somente em usinas térmicas (3). Nesse contexto de

Tabela 1.2 – Capacidade instalada de geração elétrica no Brasil - Dezembro 2016.

Tipo	Nº de usinas	Potência instalada [MW]	Estrutura
Hidrelétrica	1.243	106.573	66%
Termelétrica Convencional	2.948	42.724	26,46%
Nuclear	2	1.990	1,23%
Eólica	413	10.168	6,3%
Solar	42	27	0,01%
Total	4.648	161.482	100,00%

Fonte: ANEEL (2)

expansão de geração, destaca-se o empreendimento da termelétrica Porto de Sergipe I que será construída até 2020 no estado de Sergipe e terá capacidade de geração de 1,5 GW (a maior da América Latina).

Com os investimentos feitos na geração termelétrica passou-se a dar mais importância à questão relacionada à operação dessas usinas como uma opção de solução para o problema em curto prazo. Dentre as iniciativas mais imediatas destacam-se os estudos e pesquisas na área de otimização do planejamento, que tem o objetivo de aproveitar de forma eficiente os recursos energéticos disponíveis.

O Sistema Interligado Nacional (SIN), possui muitas complexidades, dentre as quais o grande porte do sistema e as não-linearidades implícitas aos problemas de operação eletroenergética. A fim de contornar essas complexidades, a Programação Diária da Operação Energética (PDO) tem o objetivo de estabelecer os programas diários de geração para o atendimento da carga demandada do dia seguinte, com horizonte de uma semana, visando garantir a otimização energética dos recursos de geração e a segurança operacional do sistema. Porém, essa etapa é composta por um problema complexo e desafiante que ainda não está consolidado, e várias pesquisas tem concentrado esforços para definir esse modelo (4, 5, 6).

O problema de otimização da PDO tem em vista a diminuição dos custos relacionados a geração de energia elétrica para suprir a demanda de um sistema, respeitando limites operacionais e de segurança. Além disso, a modelagem da geração deve explorar criteriosamente os fenômenos e propriedades que auxiliem a compreensão do problema real.

Na presente dissertação, aborda-se o problema da PDO com horizonte de operação diário, com discretização horária, e o mesmo é modelado com as seguintes restrições:

- Balanço de potência;
- Limite de geração das unidades;
- Reserva girante;
- Tempo mínimo de permanência e saída de operação das máquinas;

- Variação da potência de saída (rampa);
- Capacidade do sistema de transmissão.

Neste contexto, os problemas de Despacho Econômico (DE), de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) e de Alocação de Unidades Geradoras Térmicas (AUGT), também conhecido como *Thermal Unit Commitment*, devem ser resolvidos.

Na operação energética diária a AUGT define quais as unidades que estarão operando *online* e *offline* ao longo do dia, de modo a buscar uma melhor configuração de acordo com a variação da carga. Esse problema precede o DE, que determina quais serão as potências ativas fornecidas pelas Unidades Geradoras (UGs), de modo a minimizar a soma dos custos operacionais ao mesmo tempo em que a demanda do sistema e as restrições operacionais são atendidas (7).

No problema de DE mais simples é utilizado o modelo barra única para representar o sistema elétrico, desconsiderando o sistema de transmissão. Porém, é possível representar o modelo de forma mais detalhada, levando em consideração o sistema de transmissão, e com isso as equações de fluxo de potência. Apesar do modelo barra única ser mais simples, ele pode não atender importantes requisitos operacionais do sistema de transmissão, fazendo com que alguns resultados provoquem uma sobrecarga no sistema. Embora a sua resolução seja mais complexa e demorada, os modelos que levam em consideração as restrições de capacidade do sistema de transmissão podem representar com mais fidelidade a operação do sistema (8).

A introdução da restrição de capacidade das linhas de transmissão ao problema de DE pode torná-lo um problema de FPO, podendo assim ser usado o modelo deste último (9). A representação linearizada do fluxo de potência tem sido adotada nos estudos de DE devido a sua simplicidade e ao grau de precisão satisfatório. Assim, o modelo do problema de DE pode ser formulado considerando os limites de potência dos geradores e o fluxo nas linhas (10). Nesse trabalho o problema de DE é resolvido através do Método de Pontos Interiores (MPI) com base no trabalho de [Oliveira e Filho](#) (11).

O problema de AUGT é um problema de otimização não-linear, inteira-mista e de grande escala. Nesse tipo de problema, a solução ótima pode ser encontrada checando todas as combinações possíveis, tornando-se inviável em algumas aplicações. Desta forma, é necessário o uso de técnicas eficientes de meta-heurística, como por exemplo o Algoritmo Genético (AG), para contornar a natureza combinatoria do problema e encontrar soluções viáveis. Como em outras técnicas de meta-heurística, o AG utiliza a combinação de escolhas aleatórias e o conhecimento do histórico dos resultados adquiridos para se guiar e realizar a busca pelo espaço de soluções, o que evita paradas prematuras em ótimos locais. Nos últimos anos, com o rápido desenvolvimento da teoria evolutiva, o AG tornou-se uma ferramenta de busca muito poderosa e de larga aplicação em problemas complexos de sistemas de engenharia (12).

Os AGs têm sido usados com bastante sucesso na solução de problemas análogos ao trabalho aqui proposto. Entretanto, no presente trabalho, a metodologia desenvolvida aplicada aos sistemas termelétricos leva em consideração o conjunto das seis restrições anteriormente descritas, que na maioria dos casos são negligenciadas e não são usadas em conjunto. Com este propósito, usa-se um AG com característica adaptativa contendo operadores de *cross-over* e mutação modificados, com metodologia anelar, baseado no trabalho de [Pavez-Lazo e Soto-Cartes \(13\)](#), e um método de busca local, com intuito de evitar a estagnação do processo de busca, como descrito no trabalho de [Valenzuela e Smith \(14\)](#).

Os resultados foram obtidos através de simulações em um *software* de simulação matemática, utilizando como *benchmark* os sistemas testes encontrados na literatura especializada.

## 1.1 Objetivo da Pesquisa

Considerando as características intrínsecas ao problema da PDO, este trabalho tem como objetivo principal a elaboração de uma ferramenta para encontrar a melhor solução para esse problema, através da aplicação de um AG robusto e eficiente, para resolução do problema de AUGT, sustentado pelo MPI, para resolução do problema de DE. A partir disso, pode-se mencionar os seguintes objetivos específicos:

- Estudar detalhadamente o problema de AUGT e DE, contendo todas as restrições que serão levadas em consideração;
- Incluir o sistema de transmissão e suas restrições ao modelo do problema em questão, uma vez que sua abordagem na literatura ainda é incipiente;
- Implementar o MPI para a resolução do DE, quando as restrições de segurança das linhas de transmissão forem negligenciadas, e para a resolução do FPO, caso a rede elétrica seja levada em conta no problema;
- Desenvolver, a partir dos estudos dos itens anteriores, um AG com técnicas de adaptação e busca local para resolver o problema de AUGT para a PDO;
- Realizar simulações em sistemas testes para verificar a eficácia do algoritmo proposto e o impacto do uso das técnicas de adaptação e busca local;
- Propor uma metodologia que possa ser usada para auxiliar um agente de geração a determinar a programação ótima e níveis de geração para as usinas termelétricas, considerando uma modelagem mais detalhada do problema.

## 1.2 Publicações Decorrentes da Pesquisa

“Alocação de Unidades Geradoras Térmicas via Algoritmo Genético Adaptativo”. *XXI Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*. Vitória-ES, 2016 (15).

## 1.3 Organização do Trabalho

Esta dissertação encontra-se organizada em:

**Capítulo 1** é apresentada a motivação para a pesquisa, a revisão bibliográfica, através da análise de alguns trabalhos relacionados com o tema da dissertação, e os principais objetivos do trabalho proposto.

**Capítulo 2** são abordados alguns aspectos importantes referentes ao problema de planejamento da operação energética em sistemas termelétricos, tais como os horizontes de planejamento e a definição de curva de carga diária. Além disso, se aborda a necessidade da alocação das UGs, detalhes sobre as unidades termelétricas e como são calculados os custos operativos das mesmas.

**Capítulo 3** apresenta os conceitos básicos da programação linear e o desenvolvimento do MPI, e suas variações, para resolução deste tipo de programação. Também é apresentado os conceitos básicos do problema da programação quadrática e a aplicação do MPI para solucionar este tipo de problema. Por fim é descrito o problema de FPO linearizado, apresentando as restrições do sistema de transmissão que estão sendo incluídas no modelo, e sua resolução via MPI.

**Capítulo 4** traz a revisão bibliográfica feita sobre os pontos mais relevantes para a compreensão e desenvolvimento deste trabalho.

**Capítulo 5** aborda a teoria de AGs e fala sobre as técnicas de adaptação e busca local.

**Capítulo 6** expõe a formulação do problema da PDO e a metodologia proposta para a resolução do mesmo.

**Capítulo 7** apresenta os resultados numéricos obtidos com o algoritmo proposto, e faz-se uma discussão detalhada dos resultados encontrados.

**Capítulo 8** são apresentadas as conclusões e as propostas para trabalhos futuros.



## 2 O Problema da Programação Diária da Operação Energética em Sistemas Termelétricos

A operação energética dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP) é um dos problemas mais relevantes do setor de energia elétrica. Nela deve ser realizado um controle complexo de equipamentos e de variáveis relacionadas com o problema analisado. Nessa tarefa, uma das principais metas é o atendimento da demanda diária, ao menor custo possível, através da otimização dos recursos disponíveis e obedecendo os limites toleráveis.

Quando a operação energética é realizada de forma eficiente, o sistema atua de forma econômica e segura. Ela é capaz de decidir os momentos de ligamento e desligamento das instalações geradoras, o que promove ganhos financeiros que se tornarão economicamente relevantes no custo final da produção de energia.

Considerando o aumento da demanda nos próximos anos e um possível aumento das UGTs, como discutido no capítulo anterior, faz-se necessário entender esse tipo de geração e definir o problema a ser enfrentado.

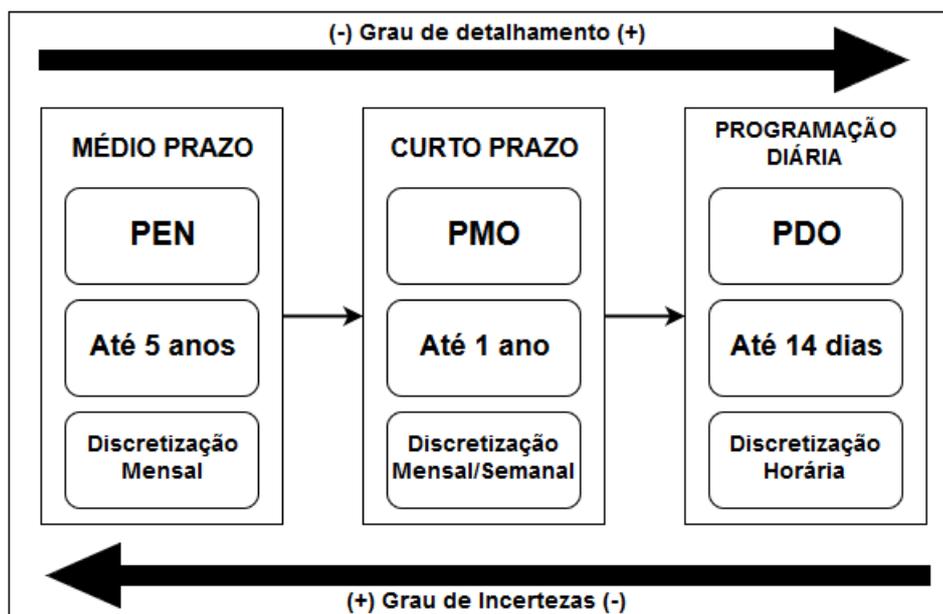
### 2.1 Horizontes de Planejamento

A complexidade do sistema elétrico brasileiro torna inviável a adoção de um único tipo de estudo para realizar o planejamento da operação energética. Nesse sentido o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) utiliza uma cadeia de estudos coordenados entre si com diferentes horizontes de planejamento e distintos graus de detalhamento na modelagem matemática do sistema, de tal forma que, à medida que a modelagem do sistema se aproxima da operação em tempo real, a representação do mesmo requer mais níveis de detalhes.

Na Figura 2.1 é ilustrado como esses estudos estão encadeados de acordo com o detalhamento do sistema e com o horizonte de planejamento.

Essa cadeia tem como etapas principais o Planejamento Anual da Operação Energética (PEN) o Programa Mensal da Operação Energética (PMO) e a PDO.

No PEN o horizonte de planejamento é de 5 anos, discretizado em base mensal. A principal ferramenta computacional utilizada é o modelo NEWAVE, o qual define o despacho de geração para cada subsistema. Esse modelo foi criado devido à elevada capacidade de geração hidrelétrica do sistema elétrico brasileiro e sua característica essencialmente estocástica. Dessa forma é preciso realizar uma decisão operativa em função dos possíveis estados do sistema,



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 2.1 – Horizontes de planejamento do ONS.

principalmente prevendo o armazenamento dos reservatórios e a tendência hidrológica futura do sistema (16, 17).

Por sua vez, no PMO são definidas as políticas operativas com horizonte de até 12 meses, discretizados em etapas semanais e mensais. A principal ferramenta computacional utilizada é o modelo computacional DECOMP que determina as metas individuais de geração das usinas do sistema. Para manter a coordenação da cadeia, o DECOMP leva em consideração a previsão fornecida pelo NEWAVE (16, 17).

Finalizando a cadeia, a PDO tem como objetivo estabelecer as metas de geração horária para cada usina do sistema para o dia que antecede a operação, com base nas metas estabelecidas pelo modelo DECOMP e com um horizonte de até 14 dias. A ferramenta computacional utilizada para a PDO é o DESSEM, que resolve o problema por meio da técnica de Relaxação Lagrangeana. Essa ferramenta possui modelagem linear da rede elétrica que inclui a restrição de limites de fluxos nos circuitos. Outras restrições também consideradas são o tempo mínimo de permanência e saída de operação das máquinas, e a variação da potência de saída (rampa) (16, 17).

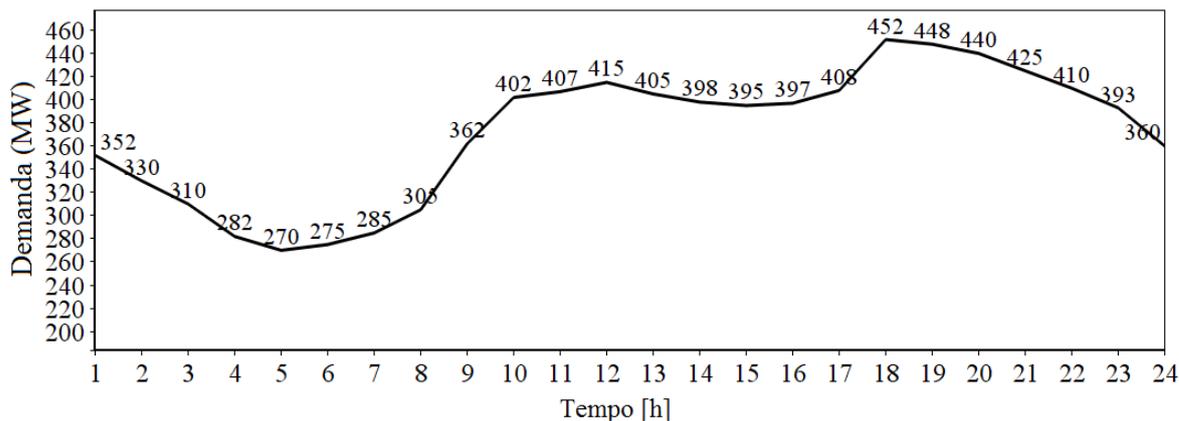
Essas ferramentas (NEWAVE, DECOMP e DESSEM) são desenvolvidas pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (Cepel), no Rio de Janeiro, para aplicação no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, e são utilizadas pelo ONS para o planejamento e a programação da operação do SIN, com ênfase na minimização de custos.

O principal foco desta dissertação é a PDO, onde um programa horário de geração definirá a AUGT e os valores de potência que cada gerador deverá produzir nas próximas 24 horas. É importante destacar que o Cepel possui um campo de pesquisa criado para aperfeiçoar a

resolução do problema de AUGT.

## 2.2 Curva de Demanda Diária

Na PDO, as usinas devem operar com uma certa quantidade de UGs *online* para atender à demanda requerida pelo sistema para o próximo dia. Normalmente, o consumo diário de energia apresenta uma curva de demanda característica, como mostrado na Figura 2.2.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 2.2 – Exemplo de uma curva de demanda diária.

Essa curva pode ser segmentada em três faixas distintas. A primeira faixa representaria o consumo no início do dia, apresentando um consumo baixo, a segunda faixa seria um consumo de nível médio, e a terceira faixa compreenderia o período de consumo de energia mais elevado. Essa curva será essencial para a definição do número de UGs que estarão em operação e quais serão as potências fornecidas pelas mesmas.

## 2.3 Necessidade da Alocação de Unidades Geradoras

A alocação de UGs é uma das principais atividades nos SEPs para o atendimento da demanda de forma econômica. Essa ação está diretamente relacionada com a variação da demanda de energia elétrica durante o dia (curva de demanda diária) que afeta diretamente a operação energética. Isso pode ser explicado pelo fato da entrada, ou saída, de operação das UGs ter que acompanhar a alteração de carga da forma mais econômica possível. Da mesma forma, as UGs que estiverem *online* terão que fornecer potência ao sistema em um ponto de operação ótimo através do DE. Em suma, a estratégia é decidir por manter unidades de menor custo em operação e desligar outras com custo mais elevado.

Para problemas reais de grande porte, a solução do problema da alocação de UGs não é trivial, devido à dinâmica da carga, que se altera a cada período de tempo, e à grande quantidade

de unidades que compõe o parque gerador dos sistemas elétricos. Além do custo de geração, também é preciso representar o custo de ligamento e desligamento das máquinas, que depende do estado das mesmas no período analisado. A medida que uma UG varia de estado (*online* ou *offline*), durante determinado período, é preciso adicionar o custo de ligamento e desligamento ao custo final de operação.

Outro ponto importante se refere ao tempo que cada UG permanece em operação, onde cada uma tem um tempo mínimo para ficar *online* que deve ser respeitado e, da mesma forma, quando a UG estiver fora de operação, a unidade tem um tempo mínimo para ficar *offline*. Essas características são relacionadas as questões operativas das máquinas, e são mais notórias em sistemas termelétricos, devido a problemas de aquecimento e resfriamento. Tais características introduzem interdependência entre os períodos de tempo no horizonte de estudo, pois decisões futuras de alocação das UGs dependem de decisões tomadas no passado.

## 2.4 Unidades Termelétricas

A inserção da geração térmica no sistema elétrico brasileiro tornou-se fundamental para o aumento da sua confiabilidade. Esse tipo de geração apresenta-se como uma opção atrativa devido aos seguintes fatores:

- Possibilidade de implantação em áreas mais próximas aos centros de carga, dispensando grandes investimentos em linhas de transmissão;
- Baixo impacto geográfico;
- Flexibilidade de operação emergencial;
- Independência de condições meteorológicas.

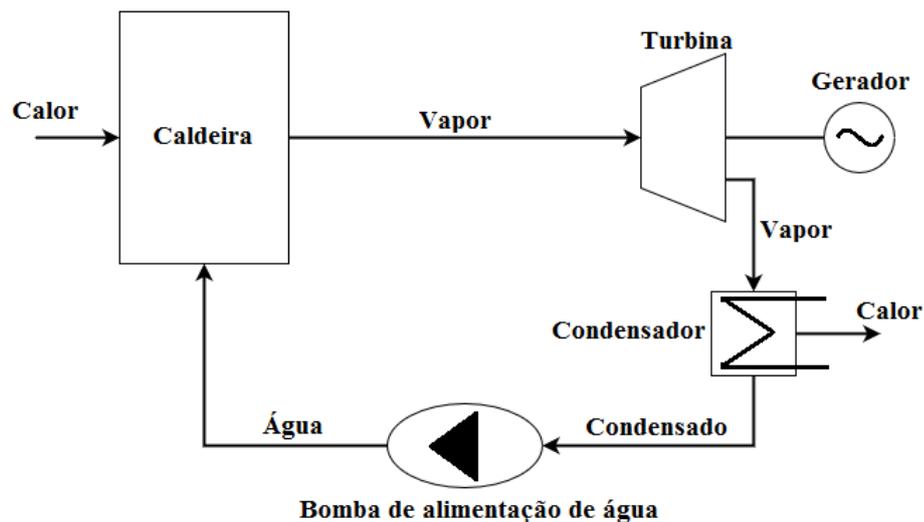
Como desvantagens as termoelétricas apresentam:

- Altos custos operacionais, devido ao consumo de combustível;
- Maior risco cambial, por conta da importação de gás natural;
- Poluição ambiental.

A operação dessas UGs é baseada na conversão de energia térmica em mecânica, e desta em energia elétrica. Elas são geralmente divididas em convencionais (com combustão externa ou interna) e nucleares. As unidades convencionais utilizam combustíveis fósseis, como carvão, óleo combustível e gás natural, ou biocombustíveis, fabricados a partir de vegetais e lixo orgânico. As unidades nucleares utilizam combustíveis físséis, como o urânio.

### 2.4.1 Termelétricas com Combustão Externa

A combustão externa acontece quando o combustível não entra em contato com o fluido de trabalho (geralmente água). O ciclo compreende quatro passos: a bomba de alimentação leva a água até a caldeira; os gases de combustão do combustível fornecem calor para a caldeira, produzindo vapor superaquecido; a expansão do vapor na turbina produz trabalho mecânico, acionando o gerador elétrico; o vapor passa pelo condensador onde vai retornar a forma líquida, reiniciando o ciclo (18). É ilustrado na Figura 2.3 esse ciclo através de um fluxograma resumido.



Fonte: Adaptada de Tolmasquim (18)

Figura 2.3 – Fluxograma resumido de uma usina termelétrica que utiliza combustão externa.

No Brasil, mais de 90% das usinas utilizam esse tipo de combustão (2). Entre os combustíveis mais utilizados estão o óleo combustível, óleo diesel, carvão mineral e biomassa, e, dependendo do combustível utilizado, as taxas de emissão de poluentes podem se tornar relevantes, sendo necessário a instalação de equipamentos para diminuir esse efeito, encarecendo ainda mais os custos de geração. Além disso, na maioria dos casos, o óleo combustível é sujeito às variações do preço do barril de petróleo.

Um importante parâmetro de caracterização operativa de uma termelétrica com combustão externa é o seu custo incremental. Esse parâmetro representa a taxa de aumento do custo de operação em função de um incremento no seu nível de geração. Seu modelo é dado por uma função quadrática convexa como descrito na Equação (2.1):

$$F_C(P) = a_0P^2 + a_1P + a_2 \quad (2.1)$$

em que:

$F_C(P)$  : Função custo;

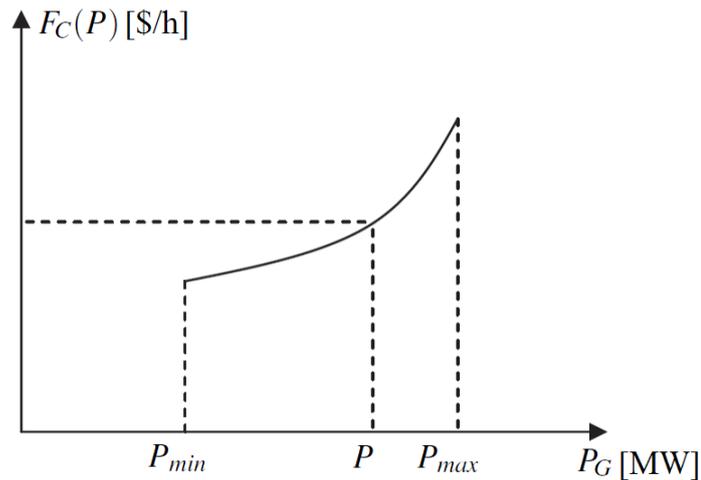
$P$  : Potência gerada pela UGT;

$a_0$  : Coeficiente quadrático da função custo;

$a_1$  : Coeficiente linear da função custo;

$a_2$  : Coeficiente independente da função.

A curva característica que ilustra o custo incremental de operação de uma termelétrica com combustão externa é apresentada na Figura 2.4.



Fonte: Adaptada de Wood e Wollenberg (7)

Figura 2.4 – Curva característica do custo incremental de uma termelétrica.

O nível mínimo de potência, mostrado no gráfico da Figura 2.4, pode estar relacionado aos seguintes fatores (18):

- Manutenção da estabilidade do ciclo termodinâmico;
- Problemas de estabilidade na rede elétrica;
- Consumo mínimo de combustível contratado com seu fornecedor.

O nível máximo de potência refere-se a operação forçada das partes mecânicas da máquina devido a trepidação e aquecimento excessivo quando a mesma opera além de certo limite de geração (18).

Outra característica importante de uma usina termelétrica com combustão externa está relacionada com os custos associados à partida das mesmas, que leva em consideração, em alguns casos, o tempo que a unidade permaneceu desligada (7). Porém é importante destacar que em alguns sistemas esse tempo que a máquina está *offline* é desconsiderado e é inferido um custo de partida fixo para unidade que está entrando em atividade, independente de quanto tempo a mesma permaneceu fora de operação.

A relação entre o custo de partida e o tempo que a máquina ficou desligada tem a ver com a temperatura da caldeira, pois a quantidade de combustível necessária para elevar a sua temperatura até o patamar de operação é proporcional ao tempo que a unidade foi resfriada, ou seja, quanto maior o tempo de desligamento maior será o custo para promover a partida da unidade. Na prática assume-se que a caldeira se resfria a uma taxa inversamente proporcional à respectiva constante relacionada com a velocidade de resfriamento (18). Matematicamente, o custo de partida da unidade termelétrica pode ser descrito pela Equação (2.2):

$$C_P = \eta + \phi \left(1 - \exp \frac{-X^{off}}{\omega}\right) \quad (2.2)$$

em que:

$C_P$  : Custo de Partida da UGT;

$\eta$  : Constante de custo de manutenção;

$\phi$  : Constante de custo nas condições de resfriamento da caldeira;

$\omega$  : Constante relacionada com a velocidade de resfriamento da caldeira;

$X^{off}$  : Tempo que a UGT encontra-se fora de operação.

Portanto, conforme se pode notar nas Equações (2.1) e (2.2), o custo total de operação de uma termelétrica com combustão externa inclui custos de combustíveis associados aos processos de partida e de operação nominal da usina. Além disso, é importante destacar que em alguns sistemas o custo de desligamento pode ser incluído no problema.

Outras características operativas das termelétricas com combustão externa tornam a sua operação uma tarefa um tanto complexa. As caldeiras dessas usinas devem ser submetidas sempre a variações graduais de temperaturas. Esse detalhe se traduz nas restrições operativas modeladas matematicamente como restrições de Tempo Mínimo de Permanência em Operação ( $T_{ML}$ ), Tempo Mínimo de Saída da Operação ( $T_{MD}$ ) e Rampa ( $R_P$ ).

Cabe mencionar que, em alguns estudos, o custo de partida das unidades geradoras depende do tempo que a unidade esteve parada anteriormente e do fato de se manter ou não as caldeiras quentes durante o período de parada. O custo de partida é dado pelas seguintes condições descritas na Equação (2.3):

$$\begin{cases} C_P = C_P^q, & T_{MD} \leq X^{off} \leq T_{MD} + \omega \\ C_P = C_P^f, & X^{off} > T_{MD} + \omega \end{cases} \quad (2.3)$$

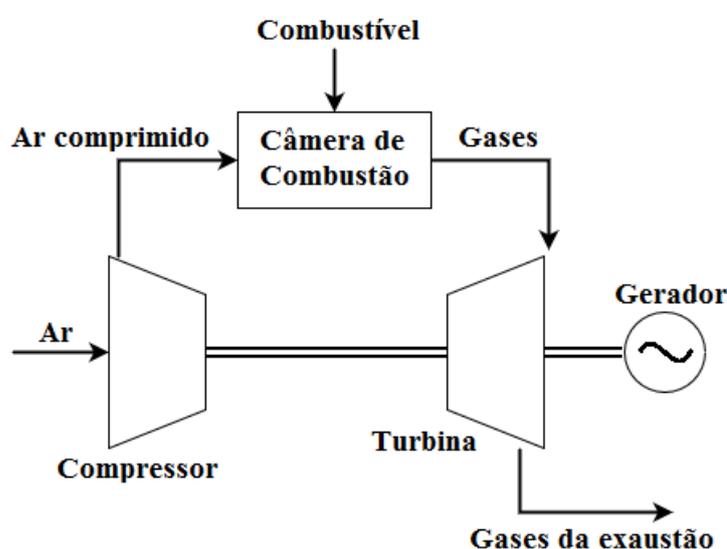
em que:

$C_P^q$  : Custo de partida a quente da UGT;

$C_p^f$ :Custo de partida a frio da UGT.

## 2.4.2 Termelétricas com Combustão Interna

Na combustão interna o ar atmosférico é continuamente succionado pelo compressor, onde é comprimido para uma alta pressão. O ar comprimido entra na câmara de combustão (ou combustor), onde é misturado ao combustível e ocorre a combustão, resultando em gases com alta temperatura. Os gases provenientes da combustão se expandem através da turbina e são descarregados na atmosfera. Parte do trabalho desenvolvido pela turbina é usado para acionar o compressor, o restante é utilizado para acionar o gerador elétrico (18). Na Figura 2.5 é mostrado esse ciclo através de um fluxograma resumido. As UGs que usam o gás como combustível utilizam esse tipo de combustão para geração de energia.



Fonte: Adaptada de Tolmasquim (18)

Figura 2.5 – Fluxograma resumido de uma usina termelétrica que utiliza combustão interna.

A perspectiva do aumento de consumo do gás natural, devido principalmente à necessidade de aumentar a participação da geração térmica na matriz energética brasileira, tem feito esse combustível ficar mais competitivo no mercado de geração de energia. Além disso, as UGs a gás apresentam algumas vantagens em relação as que utilizam combustão externa. Por serem unidades mais leves e compactas seu investimento por kW instalado tem custo reduzido e o tempo de resposta entre o acionamento e a entrada em operação é dado em segundos (18).

Apesar dessas vantagens, esse trabalho foca apenas nas UGs com combustão externa por conta do número superior de unidades instaladas e a dificuldade de achar trabalhos de otimização relacionados a AUGT com combustão interna (a maioria envolve controle de processos químicos). Porém, é importante destacar que as termelétricas convencionais, seja as que utilizam combustão

interna ou externa, têm importância estratégica ao integrar de forma mais expressiva a matriz energética brasileira.

### 2.4.3 Termelétricas Nucleares

A geração de energia termonuclear utiliza a reação nuclear de fissão como fonte para geração de energia. As centrais nucleares apresentam um ou mais reatores, que são compartimentos impermeáveis à radiação, cujo interior é preenchido de minerais com algum elemento radioativo específico. No processo de decomposição radioativa se estabelece uma reação em cadeia que é sustentada e moderada mediante o uso de elementos auxiliares, dependendo do tipo de tecnologia empregada.

A energia nuclear é responsável por 11% da eletricidade consumida no mundo (19). No Brasil, apenas 1,23% do total de energia elétrica disponível é produzido em instalações nucleares (Angra I e Angra II, em conjunto, fornecem aproximadamente 1,99 GW) (2). Porém, a última crise energética em que o país enfrentou reacendeu a discussão sobre o término de Angra III. Uma vez concluída, a mesma adicionará 1,35 GW ao SIN.

## 2.5 Programação Diária da Operação Energética de Sistemas Termelétricos

O objetivo básico da PDO em sistemas puramente térmicos é obter as metas de geração de cada usina do sistema de forma a atender a demanda e minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento. Nesse estudo, as unidades termelétricas são representadas através de características físicas, econômicas e operativas. A seguir serão apresentadas a definição, a modelagem e a formulação do problema.

### 2.5.1 Definição do Problema

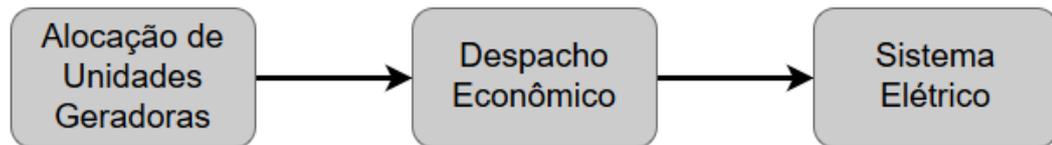
A representação da PDO deve ser a mais realista possível, havendo a necessidade de considerar a maioria das restrições na modelagem do problema. Em sistemas de geração compostos somente de unidades termelétricas, o custo de cada usina depende basicamente do custo de combustível. Portanto, deve-se encontrar uma estratégia de operação cujo objetivo seja indicar, dentre todas as UGs existentes no sistema, quais devem ser colocadas em operação e suas respectivas potências horárias de saída, de modo a atender a demanda de energia, satisfazendo as restrições operacionais do sistema, minimizando o custo total de combustível.

Esse problema pode ser dividido em dois subproblemas:

- Alocação de Unidades Geradoras: determina as unidades que devem estar em operação mediante a demanda solicitada;

- Despacho Econômico: determina a potência que será gerada ao sistema elétrico por cada uma das unidades colocadas em serviço pelo subproblema de alocação.

Em resumo, o DE que será realizado depende da resposta fornecida pelo subproblema de AUGT. Na Figura 2.6 é ilustrado como o problema de PDO funciona.

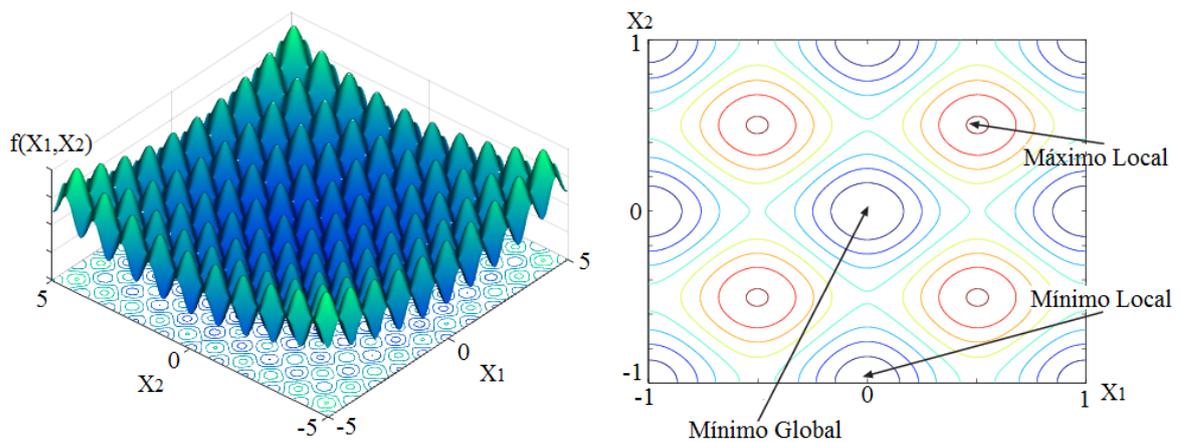


Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 2.6 – Resumo do problema da PDO para sistemas termelétricos.

Algumas dificuldades são encontradas para a resolução do subproblema de AUGT. Ele é classificado matematicamente como um problema de programação não-linear inteira mista de grande porte e possui as seguintes características (7, 14):

- Região de solução multimodal, não convexa, o que permite a existência de várias soluções e conduz grande parte dos algoritmos a convergirem em direção de mínimos locais. Na Figura 2.7 é exibida a função Rastrigin para exemplificar esse problema.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 2.7 – Exemplo de função com região de solução não convexa.

- Natureza combinatória do processo de decisão, que aumenta o número de alternativas de operação, proporcionando um tempo de processamento computacional elevado. Na Tabela 2.1 é apresentado o número total de combinações em relação a um determinado número de UGs para um período de vinte e quatro horas de operação.

Por conta dessas dificuldades, a obtenção da solução exata para este tipo de problema pode não ser simples. Desta forma é conveniente a utilização de métodos de busca para a sua

Tabela 2.1 – Natureza combinatória do problema de AUGT.

Nº de Geradores	Nº de Combinações *
10	1,72 <sup>72</sup>
20	3,12 <sup>144</sup>
40	9,74 <sup>288</sup>
100	∞

\*Valor aproximado. Fonte: Wood e Wollenberg (7)

solução, como por exemplo o AG, que tem sido aplicado com sucesso em diversos trabalhos, como descrito anteriormente.

## 2.5.2 Modelagem do Problema

Os componentes da PDO (parque gerador e sistema de transmissão) possuem características que são modeladas com o intuito de aproximar as condições simuladas com as reais. A seguir serão apresentadas de forma detalhada as restrições utilizadas na PDO que, junto com o custo de operação das termelétricas (2.1) e com o custo de partida das máquinas (2.2), irão compor o modelo final do problema.

### 2.5.2.1 Balanço de Potência Ativa do Sistema

Essa restrição é responsável pelo atendimento da demanda de energia e é definida matematicamente na Equação (2.4):

$$P(t) - L(t) = 0 \quad (2.4)$$

em que:

$P(t)$  : Potência gerada pela UGT no tempo  $t$ ;

$L(t)$  : Demanda no instante  $t$ ;

### 2.5.2.2 Limites de Geração das Unidades Térmicas

Nessa restrição são definidos os limites operativos para as UGs, modelados por meio de seus limites máximos e mínimos de fornecimento de potência ativa. Essa restrição de desigualdade é mostrada na Inequação (2.5):

$$P^{Min} \leq P(t) \leq P^{Max} \quad (2.5)$$

em que:

$P^{Min}$  : Limite mínimo de geração de potência da UGT;

$P^{Max}$  : Limite máximo de geração de potência da UGT.

### 2.5.2.3 Reserva Girante

Essa restrição prevê uma folga entre a demanda prevista e a potência total disponível entre as UGs em operação. Essa folga permite suprir o sistema mesmo com um aumento inesperado de carga ou com a perda da UG de maior capacidade, ou dos circuitos de transmissão. Esta folga é representada pela restrição de desigualdade representada na Inequação (2.6):

$$P^{Max} \geq L(t) + P_R(t) \quad (2.6)$$

em que:

$P_R(t)$  : Reserva girante prevista para o instante  $t$ .

Geralmente é considerado o valor de 10% da carga horária para a reserva girante.

### 2.5.2.4 Tempo de Permanência e Saída de Operação das Máquinas

O motivo de utilização dessa restrição está relacionado com questões de ordem técnica, fadiga do material e gradientes térmicos inerentes às unidades geradoras, como descrito na Seção 2.4.1. Ela evita que as UGs sejam ligadas e desligadas frequentemente ao longo do horizonte de planejamento. Essa restrição podem ser escrita como mostrado nas Inequações (2.7):

$$\begin{cases} X^{on} \geq T_{ML} \\ X^{off} \geq T_{MD} \end{cases} \quad (2.7)$$

em que:

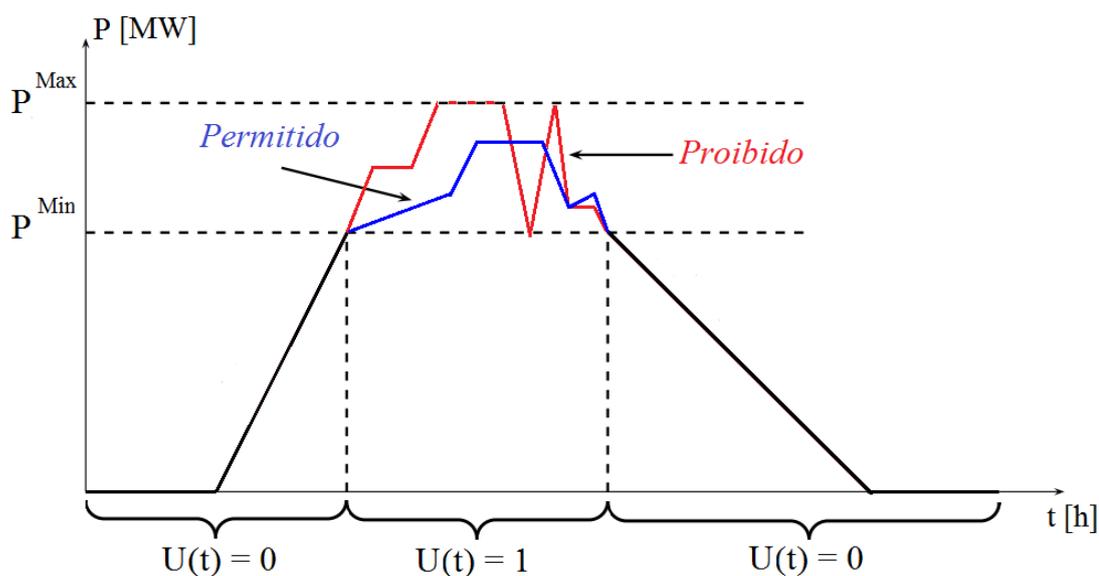
$X^{on}$  : Tempo que a UGT está em operação;

### 2.5.2.5 Variação de Potência de Saída (Rampa)

A restrição de rampa acopla o nível de geração de uma unidade termelétrica entre dois períodos consecutivos da programação, onde não é possível admitir variações abruptas da potência gerada nesse intervalo de tempo. Esse valor é conhecido como limite de Rampa, devido ao fato das variações de potência seguirem o formato de uma rampa. Na Figura 2.8 é ilustrado como a restrição de rampa funciona para uma UG no decorrer do período de análise.

Matematicamente a restrição de rampa é modelada como na Inequação (2.8):

$$|P(t) - P(t-1)| \leq R_P \quad (2.8)$$



Fonte: Adaptada de López (20)

Figura 2.8 – Ilustração da restrição de rampa em uma termelétrica.

### 2.5.2.6 Restrições da Capacidade do Sistema de Transmissão

Como discutido anteriormente, a consideração da rede de transmissão na modelagem do problema não é comum na literatura, sendo o SEP geralmente modelado como modelo barra única. A adição da rede de transmissão traz fatores complicadores à análise do problema pois os limites de capacidade das linhas passam a influenciar diretamente as decisões de operação. A restrição de desigualdade que define os limites da capacidade do sistema de transmissão é descrita na Inequação (2.9):

$$|f(t)| \leq f^{Max} \quad (2.9)$$

em que:

$f^{Max}$  : Capacidade máxima da linha de transmissão.

## 2.6 Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo foram apresentados os horizontes de planejamento utilizados pelo sistema elétrico brasileiro para o estudo do planejamento da operação energética, e, mais precisamente, a modelagem do problema da PDO, que será o foco desse trabalho. Esse problema será resolvido considerando um horizonte de planejamento de vinte e quatro horas, onde será definida a AUGT e os valores de potência fornecidos ao SEP, com base em curvas de demanda diária encontradas em trabalhos publicados que abordam o mesmo tema.

No tocante a AUGT, foi apresentada sua importância para a PDO e a complexidade matemática do problema. Além disso foram mostradas as características das UGTs e como o custo de geração está relacionado com a potência ativa produzida pelas mesmas.

A modelagem do problema da PDO foi apresentada destacando a necessidade de considerar os limites de capacidade das linhas de transmissão no modelo do problema para que o mesmo possa ser o mais realista possível. Esse fator possui bastante relevância pelo fato dessa restrição ser desconsiderada na maioria dos trabalhos devido a grande complexidade de implementação computacional.

No próximo capítulo serão estudadas as Programações Linear e Quadrática, e os conceitos do MPI com suas variações aplicadas ao problema de FPO.

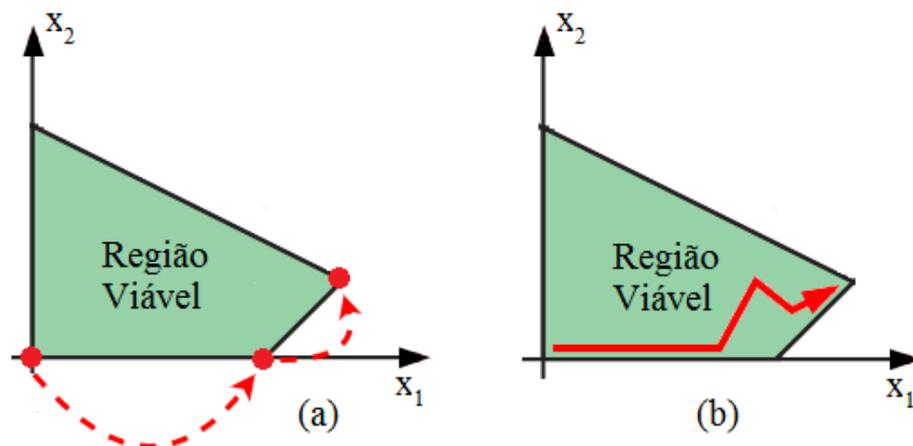


### 3 Métodos de Pontos Interiores e sua Aplicação no Problema de Fluxo de Potência Ótimo

Na década de 1980 foram descobertos métodos que solucionavam eficientemente problemas de programação linear através de algoritmos criados para resolver problemas de programação não-linear. Um desses métodos tinha como característica o fato da solução percorrer a região de solução estritamente dentro dos limites impostos pelo problema. Esse método ficou conhecido como MPI. Por volta do começo dos anos 1990, uma subclasse desse método, conhecida como Método de Pontos Interiores Primal-Dual (MPIP), foi descoberta e sua eficiência comprovada ao bater o método Simplex (mais utilizado até aquele momento) em problemas de larga escala.

Teoricamente, o método Simplex pode percorrer todas as soluções básicas do problema no processo de busca de soluções ótimas. No entanto, na prática, o esforço de cálculo desse método é proporcional ao número de restrições do problema, o que pode levar a dificuldade de convergência (21). Esse fator serviu para incentivar o estudo de novos métodos, sendo MPI o que obteve o maior sucesso, como pode ser visto no trabalho de [Karmarkar \(22\)](#).

Na Figura 3.1 é mostrada a diferença de como o método Simplex e o MPI buscam sua solução ótima. No método Simplex, a solução movimenta-se de um vértice a outro do polítopo do problema, melhorando o valor da função objetivo até encontrar uma solução que não possua soluções vizinhas melhores que ela. No MPI, a solução movimenta-se no interior da região viável e a mesma é guiada através do Método de Newton aplicado às condições de otimalidade do problema (23).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 3.1 – Busca de solução pelo (a) Método Simplex e (b) MPI.

O DE pode ser formulado como um modelo matemático de FPO com restrições adicionais, onde será realizada a minimização de uma função objetivo quadrática, correspondente aos custos de geração e perdas na transmissão do sistema de potência, considerando os limites de geração das unidades e a capacidade de transmissão do sistema elétrico (10, 11).

A representação linearizada do FPO tem sido utilizada, pois obtém-se maior simplicidade com grau de precisão dos resultados satisfatório. Nessa representação, o sistema de geração é composto por um conjunto de unidades geradoras, enquanto que o sistema de transmissão é representado por um modelo de fluxo de potência de corrente contínua (DC). Neste modelo, as leis de Kirchhoff são representadas independentemente (11).

Este capítulo traz os conceitos de Programação Linear (PL) e Programação Não-Linear Quadrática (PNLQ), através de uma visão geral sobre o assunto, e apresenta o MPI, que será a ferramenta utilizada para a resolução do problema do FPO e, conseqüentemente, do DE. Além disso, é apresentado no capítulo o modelo matemático linearizado a ser utilizado pelo FPO e o MPIPD que adequado para a resolução desse problema. A abordagem utilizada combina as vantagens da formulação do modelo linear do fluxo de potência com eficiência e robustez do MPI. O texto apresentado neste capítulo tem como referência os trabalhos (11), (24), (25), (26) e (27).

## 3.1 Programação Linear

Os problemas de PL derivam da construção de uma representação matemática para um problema real em que se quer minimizar ou maximizar uma função objetivo linear, ao mesmo tempo em que as variáveis de decisão estão sujeitas a determinadas restrições também lineares.

### 3.1.1 Problema Primal

Um problema de PL onde se quer minimizar uma função objetivo na forma padrão é definido como na Equação (3.1):

$$\begin{aligned} \text{Min } & c^T x \\ \text{s.a: } & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

em que  $c \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ;  $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ;  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ;  $b \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ;  $T$  é o prefixo indicando transposta.

Os problemas de PL em geral não estão na forma padrão, podendo envolver também

desigualdades, como é mostrado na Formulação (3.2):

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad c^T x \\
 & \text{s.a:} \quad \bar{A}x \geq \bar{b} \\
 & \quad \quad \underline{A}x \leq \underline{b} \\
 & \quad \quad x \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Nesses casos faz-se necessária a introdução de variáveis de excesso e folga. Se o problema original apresenta uma restrição de desigualdade como mostrado nas Inequações (3.3) e (3.4), a restrição de desigualdade pode ser substituída por uma restrição de igualdade:

$$\bar{a}_{j1}x_1 + \bar{a}_{j2}x_2 + \cdots + \bar{a}_{jn}x_n \geq \bar{b}_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{3.3}$$

$$\underline{a}_{j1}x_1 + \underline{a}_{j2}x_2 + \cdots + \underline{a}_{jn}x_n \leq \underline{b}_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{3.4}$$

Essa substituição pode ser feita introduzindo uma variável adicional  $s$ , não-negativa, conhecida como variável de excesso quando a desigualdade é do tipo  $\geq$ , e variável de folga quando a desigualdade é do tipo  $\leq$ . Assim, as restrições de desigualdade (3.3) e (3.4) se transformam nas restrições de igualdade (3.5) e (3.6), respectivamente:

$$\bar{a}_{j1}x_1 + \bar{a}_{j2}x_2 + \cdots + \bar{a}_{jn}x_n - \bar{s} = \bar{b}_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{3.5}$$

$$\underline{a}_{j1}x_1 + \underline{a}_{j2}x_2 + \cdots + \underline{a}_{jn}x_n + \underline{s} = \underline{b}_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{3.6}$$

O número de variáveis de excesso e/ou de folga é igual ao número de restrições de desigualdade presentes no modelo original. Um novo conjunto de variáveis será formado pelas variáveis originais mais as de excesso e folga. Assim, o problema (3.2) pode ser colocado na forma padrão acrescentando as variáveis de excesso  $\bar{s}$  e de folga  $\underline{s}$ , como mostrado na Formulação (3.7):

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad c^T x \\
 & \text{s.a:} \quad \bar{A}x - I\bar{s} = \bar{b} \\
 & \quad \quad \underline{A}x + I\underline{s} = \underline{b} \\
 & \quad \quad x \geq 0
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

### 3.1.2 Problema Dual

Com o problema primal na forma padrão (3.1) é possível encontrar o problema dual (3.8), como definido em Nocedal e Wright (28):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & b^T \lambda \\ \text{s.a:} \quad & A^T \lambda \leq c \implies A^T \lambda + s = c \\ & s \geq 0 \\ & \lambda \text{ livre} \end{aligned} \tag{3.8}$$

em que  $\lambda \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ;  $s \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ .

Por definição,  $x \geq 0$  é um ponto interior para o problema primal e  $s \geq 0$  é um ponto interior para o problema dual. Por estarem dentro dos limites impostos pelas restrições, ambos os pontos são factíveis.

Outro conceito importante é a definição *gap* ( $\gamma$ ). Esse elemento é encontrado através do resultado da diferença entre os valores das funções objetivo do problema primal e do problema dual (28). A formulação do *gap* pode ser vista em (3.9):

$$\gamma = c^T x - b^T \lambda = x^T s \tag{3.9}$$

Por meio da manipulação de variáveis, o valor do *gap* também pode ser definido por  $\gamma = x^T s$ .

### 3.1.3 Condições de Otimalidade

Para que  $(x^*, \lambda^*, s^*)$  seja uma solução ótima para os problemas (3.1) e (3.8) é preciso obedecer as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), definidas por (28):

- Factibilidade Primal:  $Ax - b = 0$  ,  $x \geq 0$
- Factibilidade Dual:  $A^T \lambda + s - c = 0$  ,  $s \geq 0$ ,  $\lambda$  livre
- Complementaridade:  $XSe = 0 \implies x_i s_i = 0$  ,  $i = 1, 2, \dots, n$

em que  $X$  é igual a  $diag(x)$ ,  $S$  é igual a  $diag(s)$ , e o elemento  $e$  é um vetor coluna de dimensão  $n$  com todos os elementos iguais a 1.

## 3.2 Método de Newton

A apresentação do Método de Newton (MN) é necessária pois a essência do MPIP consiste em aplicá-lo nas condições de otimalidade de KKT do problema de PL, como descrito em Vanderbei et al. (29).

A descrição do método começa a partir de uma função dada

$$F(x) = \begin{bmatrix} F_1(x) \\ F_2(x) \\ \vdots \\ F_n(x) \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

de  $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ , onde deseja-se encontrar um ponto  $x^* \in \mathbb{R}^n$  tal que  $F(x^*) = 0$ , ou seja, encontrar uma raiz de  $F$ . O MN é um método iterativo para resolver este problema. Dado qualquer  $x \in \mathbb{R}^n$ , o objetivo é encontrar uma direção de busca  $d$  tal que  $F(x+d) = 0$ . Assim, busca-se aproximar o valor desta direção pelos dois primeiros termos da expansão da Série de Taylor, como definido na Equação (3.10):

$$F(x+d) \approx F(x) + F'(x)d \quad (3.10)$$

em que:

$$F'(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

A aproximação é linear em  $d$ . Logo, igualando (3.10) a zero, tem-se um sistema linear para obter a direção de busca, como mostrado na Equação (3.11):

$$J(x)d = -F(x) \quad (3.11)$$

em que  $J(x)$  é o Jacobiano de  $F$  no ponto  $x$ .

Calculado  $d = -[J(x)]^{-1}F(x)$ , o MN atualiza a solução substituindo  $x$  por  $x+d$ . Este processo continua até que a solução atual esteja suficientemente próxima de uma raiz ( $F(x) \approx 0$ ). Assim tem-se um método iterativo da forma descrita na Equação (3.12):

$$x^{k+1} = x^k - [J(x^k)]^{-1}F(x^k) \quad (3.12)$$

Esta ideia leva ao MPIP e suas variações, descritos nas próximas seções.

### 3.3 Métodos de Pontos Interiores Primal-Dual

Nessa sessão são apresentados os MIPDs Afim-Escala, Seguidor de Caminho e MIPD Preditor-Corretor.

### 3.3.1 Método Primal Dual Afim-Escala

Seja o problema com a formulação Primal e Dual dada por (3.1) e (3.8), respectivamente, e as condições de otimalidade de KKT definidas pela função:

$$F(x, \lambda, s) = \begin{bmatrix} Ax - b \\ A^T \lambda + s - c \\ XSe \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b - Ax \\ c - A^T \lambda - s \\ -XSe \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}$$

sendo  $X = \text{diag}(x)$  e  $S = \text{diag}(s)$ . Aplica-se o MN considerando um ponto inicial  $(x^0, \lambda^0, s^0)$ :

$$(x^1, \lambda^1, s^1) = (x^0, \lambda^0, s^0) - [J(x^0, \lambda^0, s^0)]^{-1} F(x^0, \lambda^0, s^0)$$

em que:

$$J(x^0, \lambda^0, s^0) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S^0 & 0 & X^0 \end{bmatrix}$$

assim,  $d^0$  será dado por:

$$d^0 = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S^0 & 0 & X^0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1^0 \\ r_2^0 \\ r_3^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx^0 \\ d\lambda^0 \\ ds^0 \end{bmatrix}$$

A fórmula geral para encontrar a direção de busca no MPIPD para PL é definida em (3.13):

$$d^k = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S^k & 0 & X^k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1^k \\ r_2^k \\ r_3^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx^k \\ d\lambda^k \\ ds^k \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

O tamanho do passo dado deve assegurar que os pontos nunca deixem de ser interiores. Os tamanhos dos passos primais ( $\alpha_p$ ) e duais ( $\alpha_d$ ) podem ser calculados como mostrado nas Equações (3.14) e (3.15), respectivamente:

$$\alpha_p^k = \min \left\{ 1, \tau \rho_p^k \right\} \quad (3.14)$$

$$\alpha_d^k = \min \left\{ 1, \tau \rho_d^k \right\} \quad (3.15)$$

em que:

$$\rho_p^k = \min_{dx_i^k < 0} \left\{ -\frac{x_i^k}{dx_i^k} \right\}$$

$$\rho_d^k = \min_{ds_i^k < 0} \left\{ -\frac{s_i^k}{ds_i^k} \right\}$$

Para garantir que  $x$  e  $s$  continuem interiores utiliza-se  $\tau \in (0, 1)$ . Um valor típico utilizado na literatura é  $\tau = 0,9995$ . O pseudocódigo que resume o MPIPD Afim-Escala aplicado a PL é apresentado no Algoritmo 1 (24, 25, 26, 27).

---

**Algoritmo 1:** Método de Pontos Interiores Primal-Dual Afim-Escala para Programação Linear
 

---

**Entrada:**  $(x^0, s^0, \lambda^0)$  interiores e  $\tau \in (0, 1)$

```

1 para  $k=0, 1, 2, \dots$ , faça
2    $r_1^k = b - Ax^k$ ;
3    $r_2^k = c - A^T \lambda^k - s^k$ ;
4    $r_3^k = -X^k S^k e$ ;
5    $D^k = (X^k)^{-1} S^k$ ;
6    $d\lambda^k = [A(D^k)^{-1} A^T]^{-1} [r_1^k + A(D^k)^{-1} r_2^k - A(D^k)^{-1} (X^k)^{-1} r_3^k]$ ;
7    $dx^k = (D^k)^{-1} [A^T d\lambda^k - r_2^k + (X^k)^{-1} r_3^k]$ ;
8    $ds^k = (X^k)^{-1} [r_3^k - S^k dx^k]$ ;
9    $\rho_p^k = \min \left\{ -\frac{x_i^k}{dx_i^k} \right\}, dx_i^k < 0$ ;
10   $\rho_d^k = \min \left\{ -\frac{s_i^k}{ds_i^k} \right\}, ds_i^k < 0$ ;
11   $\alpha_p^k = \min \{ 1, \tau \rho_p^k \}$ ;
12   $\alpha_d^k = \min \{ 1, \tau \rho_d^k \}$ ;
13   $x^{k+1} = x^k + \alpha_p^k dx^k$ ;
14   $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha_d^k d\lambda^k$ ;
15   $s^{k+1} = s^k + \alpha_d^k ds^k$ ;
16 fim

```

---

### 3.3.2 Método Primal-Dual Seguidor de Caminho

Na maioria das vezes, o MPIPDAfim Escala não obtém bons resultados devido à velocidade com que os pontos  $(x, s)$  se aproximam de seus limites, ou seja, de zero. Conseqüentemente, as direções calculadas nessas condições são muito distorcidas, pois o valor de alguns pares  $x_i, s_i$  se torna próximo de zero rapidamente, fazendo com que o método progrida muito lentamente, podendo, inclusive, não convergir. Para evitar essa dificuldade, é acrescentada uma perturbação  $\mu$  à condição de complementaridade (28):

$$r_3^k = \mu^k e - X^k S^k e$$

O valor de  $\mu$  é definido como na Equação (3.16). Na sua formulação, o valor de  $n$  corresponde à dimensão do vetor  $x$ ,  $\sigma$  é o parâmetro de centragem e  $\gamma$  é o *gap*.

$$\mu^k = \sigma \frac{\gamma^k}{n} \quad (3.16)$$

em que:

$$\gamma^k = (x^k)^T s^k$$

$$\sigma = \frac{1}{n}$$

O pseudocódigo que resume o MPIPDAfim Seguidor de Caminho aplicado a PL é apresentado no Algoritmo 2 (24, 25, 26, 27).

---

**Algoritmo 2:** Método de Pontos Interiores Primal-Dual Seguidor de Caminho para Programação Linear

---

**Entrada:**  $(x^0, s^0, \lambda^0)$  interiores,  $\tau \in (0,1)$  e  $\sigma = \frac{1}{n}$

```

1 para  $k=0, 1, 2, \dots$ , faça
2    $\gamma^k = (x^k)^T s^k$ ;
3    $\mu^k = \sigma \frac{\gamma^k}{n}$ ;
4    $r_1^k = b - Ax^k$ ;
5    $r_2^k = c - A^T \lambda^k - s^k$ ;
6    $r_3^k = \mu^k e - X^k S^k e$ ;
7    $D^k = (X^k)^{-1} S^k$ ;
8    $d\lambda^k = [A(D^k)^{-1} A^T]^{-1} [r_1^k + A(D^k)^{-1} r_2^k - A(D^k)^{-1} (X^k)^{-1} r_3^k]$ ;
9    $dx^k = (D^k)^{-1} [A^T d\lambda^k - r_2^k + (X^k)^{-1} r_3^k]$ ;
10   $ds^k = (X^k)^{-1} [r_3^k - S^k dx^k]$ ;
11   $\rho_p^k = \min \left\{ -\frac{x_i^k}{dx_i^k} \right\}, dx_i^k < 0$ ;
12   $\rho_d^k = \min \left\{ -\frac{s_i^k}{ds_i^k} \right\}, ds_i^k < 0$ ;
13   $\alpha_p^k = \min \{ 1, \tau \rho_p^k \}$ ;
14   $\alpha_d^k = \min \{ 1, \tau \rho_d^k \}$ ;
15   $x^{k+1} = x^k + \alpha_p^k dx^k$ ;
16   $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha_d^k d\lambda^k$ ;
17   $s^{k+1} = s^k + \alpha_d^k ds^k$ ;
18 fim

```

---

### 3.3.3 Método Primal-Dual Preditor-Corretor

O método Preditor-Corretor desenvolvido por Mehrotra (30) consiste em utilizar uma direção que contempla três componentes:

- Direção afim-escala (direção preditora ou de Newton);
- Direção de centragem, cujo tamanho é determinado pela perturbação  $\mu$ ;
- Direção de correção, que compensa a aproximação linear do MN.

Ao calcular a direção preditora ( $\mu = 0$ ), verifica-se o progresso do método ao longo desta direção. Se o progresso for grande, a perturbação  $\mu$  é pequena. Caso contrário, é conveniente aumentar o peso da direção de centragem, tal que a perturbação  $\mu$  seja grande.

Uma vez que uma segunda direção é calculada, também calcula-se a correção não-linear utilizando o mesmo Jacobiano, para que o esforço computacional por iteração não duplique.

Calculando a direção de predição  $(\tilde{d}x, \tilde{d}\lambda, \tilde{d}s)$  no ponto  $(x, \lambda, s)$ , tem-se:

$$\begin{bmatrix} \tilde{d}x \\ \tilde{d}\lambda \\ \tilde{d}s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S & 0 & X \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}$$

Considerando  $\alpha = 1$ , encontra-se  $(\tilde{x}, \tilde{\lambda}, \tilde{s})$ :

$$\begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{\lambda} \\ \tilde{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + \tilde{d}x \\ \lambda + \tilde{d}\lambda \\ s + \tilde{d}s \end{bmatrix}$$

Calculando a direção de correção  $(\hat{d}x, \hat{d}\lambda, \hat{d}s)$  no ponto  $(\tilde{x}, \tilde{\lambda}, \tilde{s})$ :

$$\begin{bmatrix} \hat{d}x \\ \hat{d}\lambda \\ \hat{d}s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ \tilde{S} & 0 & \tilde{X} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{r}_1 \\ \tilde{r}_2 \\ \tilde{r}_3 \end{bmatrix}$$

Aqui é preciso aproximar o sistema substituindo  $\tilde{x}$  por  $x$  e  $\tilde{s}$  por  $s$  na matriz, afim de se obter a mesma matriz com os pontos iniciais, e calcular  $\tilde{r}_1$ ,  $\tilde{r}_2$  e  $\tilde{r}_3$ :

$$\tilde{r}_1 = b - A(x + \hat{d}x) = r_1 - r_1 = 0$$

$$\tilde{r}_2 = c - A^T(\lambda + \hat{d}\lambda) - (s + \hat{d}s) = r_2 - r_2 = 0$$

$$\tilde{r}_3 = (x + \hat{d}x)^T (s + \hat{d}s) = r_3 - r_3 + Dx Ds = Dx Ds$$

sendo  $Dx = \text{diag}(dx)$  e  $Ds = \text{diag}(ds)$ . Logo em seguida acrescenta-se a perturbação  $\mu$  (que definirá a direção de centragem) a  $\tilde{r}_3$ :

$$\begin{bmatrix} \hat{d}x \\ \hat{d}\lambda \\ \hat{d}s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S & 0 & X \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu e - Dx Ds \end{bmatrix}$$

É importante destacar que para acelerar a convergência do método são definidos os seguintes parâmetros (30):

$$\sigma = \begin{cases} \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\gamma}\right)^3, & \text{se } \gamma \geq 1 \\ \left(\frac{\tilde{\gamma}}{\sqrt{n}}\right), & \text{se } \gamma < 1 \end{cases}$$

$$\gamma = x^T s$$

$$\tilde{\gamma} = (x + \tilde{\alpha}_p \tilde{d}x)(s + \tilde{\alpha}_d \tilde{d}s)$$

A direção final escolhida do MPIPD Preditor-Corretor a partir de  $(x, \lambda, s)$  é dada pela soma de  $(\tilde{d}x, \tilde{d}\lambda, \tilde{d}s)$  com  $(\hat{d}x, \hat{d}\lambda, \hat{d}s)$ , como definido no Sistema (3.17):

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & I \\ S & 0 & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{d}x + \hat{d}x \\ \tilde{d}\lambda + \hat{d}\lambda \\ \tilde{d}s + \hat{d}s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 + \mu e - Dx Dse \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

O método Preditor-Corretor necessita de um processamento computacional maior, se comparado com os outros dois métodos, mas o mesmo ganha com um número de iterações menor.

O pseudocódigo que resume o MPIPD Preditor-Corretor aplicado a PL é apresentado no Algoritmo 3 (24, 25, 26, 27).

### 3.3.4 Ponto Inicial e Critério de Convergência

Para a utilização do MPI com sucesso é preciso estabelecer um ponto inicial que esteja dentro dos limites impostos pelo problema e o critério de convergência.

No trabalho de Mehrotra (30) é descrita a sensibilidade do MPIPD Preditor-Corretor com relação a escolha dos pontos iniciais. Os valores de  $x$  e  $s$  não podem ser próximos da fronteira da região factível (viável). O ponto inicial primal  $x$  pode ser definido como na Equação (3.18):

$$x^0 = \max\{\tilde{x}, \varepsilon_2\} \quad (3.18)$$

em que:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \max\left\{-\min\{\tilde{x}\}, \varepsilon_1, \frac{\|b\|_1}{\varepsilon_1 \|A\|_1}\right\} \\ \tilde{x} &= A^T (AA^T)^{-1} b \\ \varepsilon_1 &> 0 \end{aligned}$$

O valor de  $\varepsilon_1$  deve ser suficientemente grande para que  $x$  inicie longe da fronteira da região factível. Geralmente utiliza-se  $\varepsilon_1 = 100$ . Os pontos iniciais duais  $\lambda$  e  $s$  são definidos como nas Equações (3.19) e (3.20), respectivamente:

$$\lambda^0 = 0 \quad (3.19)$$

$$s^0 = \begin{cases} c + \varepsilon_3 & , \quad c \geq 0 \\ -c & , \quad c \leq -\varepsilon_3 \\ \varepsilon_3 & , \quad -\varepsilon_3 < c < 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

em que:

$$\varepsilon_3 = 1 + \|c\|_1$$

**Algoritmo 3:** Método de Pontos Interiores Primal-Dual Predictor-Corretor para Programação Linear**Entrada:**  $(x^0, s^0, \lambda^0)$  interiores e  $\tau \in (0,1)$ 

```

1  para  $k=0, 1, 2, \dots$ , faça
2     $r_1^k = b - Ax^k$ ;
3     $r_2^k = c - A^T \lambda^k - s^k$ ;
4     $r_3^k = -X^k S^k e$ ;
5     $D^k = (X^k)^{-1} S^k$ ;
6     $\tilde{d}\lambda^k = [A(D^k)^{-1} A^T]^{-1} [r_1^k + A(D^k)^{-1} r_2^k - A(D^k)^{-1} (X^k)^{-1} r_3^k]$ ;
7     $\tilde{d}x^k = (D^k)^{-1} [A^T \tilde{d}\lambda^k - r_2^k + (X^k)^{-1} r_3^k]$ ;
8     $\tilde{d}s^k = (X^k)^{-1} [r_3^k - S^k \tilde{d}x^k]$ ;
9     $\tilde{\rho}_p^k = \min \left\{ -\frac{x_i^k}{\tilde{d}x_i^k} \right\}, \tilde{d}x_i^k < 0$ ;
10    $\tilde{\rho}_d^k = \min \left\{ -\frac{s_i^k}{\tilde{d}s_i^k} \right\}, \tilde{d}s_i^k < 0$ ;
11    $\tilde{\alpha}_p^k = \min \{ 1, \tau \tilde{\rho}_p^k \}$ ;
12    $\tilde{\alpha}_d^k = \min \{ 1, \tau \tilde{\rho}_d^k \}$ ;
13    $\gamma^k = (x^k)^T s^k$ ;
14    $\tilde{\gamma}^k = (x^k + \tilde{\alpha}_p^k \tilde{d}x^k)(s^k + \tilde{\alpha}_d^k \tilde{d}s^k)$ ;
15   se  $\gamma^k \geq 1$  então
16      $\sigma^k = \left( \frac{\tilde{\gamma}^k}{\gamma^k} \right)^3$ ;
17   senão
18      $\sigma^k = \left( \frac{\tilde{\gamma}^k}{\sqrt{n}} \right)$ ;
19   fim
20    $\mu^k = \sigma \frac{\gamma^k}{n}$ ;
21    $r_4^k = r_3^k + \mu^k e - Dx^k Ds^k e$ ;
22    $d\lambda^k = r_3^k + \mu^k e - Dx^k Ds^k e$ ;
23    $dx^k = (D^k)^{-1} [A^T d\lambda^k + r_2^k + (X^k)^{-1} r_4^k]$ ;
24    $ds^k = (X^k)^{-1} [r_4^k - S^k dx^k]$ ;
25    $\rho_p^k = \min \left\{ -\frac{x_i^k}{dx_i^k} \right\}, dx_i^k < 0$ ;
26    $\rho_d^k = \min \left\{ -\frac{s_i^k}{ds_i^k} \right\}, ds_i^k < 0$ ;
27    $\alpha_p^k = \min \{ 1, \tau \rho_p^k \}$ ;
28    $\alpha_d^k = \min \{ 1, \tau \rho_d^k \}$ ;
29    $x^{k+1} = x^k + \alpha_p^k dx^k$ ;
30    $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha_d^k d\lambda^k$ ;
31    $s^{k+1} = s^k + \alpha_d^k ds^k$ ;
32 fim

```

Dessa forma, os pontos iniciais utilizados costumam reduzir o número de iterações necessárias para a convergência do método.

O critério que define a convergência é baseado nas condições de otimalidade. Assim,

diz-se que o método convergiu se satisfizer as seguintes condições (28):

- Factibilidade Primal:

$$\frac{\|b - Ax\|}{\|b\| + 1} \leq \varepsilon$$

- Factibilidade Dual:

$$\frac{\|c - A^T \lambda + s\|}{\|c\| + 1} \leq \varepsilon$$

- Complementaridade:

$$\frac{\|c^T x - b^T \lambda\|}{\|c^T x\| + \|b^T \lambda\| + 1} \leq \varepsilon$$

em que  $\varepsilon$  geralmente tem o valor de  $10^{-5}$ .

### 3.4 Extensão do Método de Pontos Interiores para o Problema de Programação Quadrática

A Programação Quadrática é classe de problemas mais simples na área de Otimização não-linear. Esse tipo de programação tem o objetivo de minimizar ou maximizar uma função quadrática sujeita a restrições lineares. A mesma é abordada neste trabalho por ser utilizada para a resolução do problema de FPO. Neste caso, o problema primal na forma padrão é escrito como na Equação (3.21):

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x \\ \text{s.a:} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{3.21}$$

em que  $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e simétrica definida positiva. No problema de FPO a matriz  $Q$  é diagonal e essa hipótese será assumida a partir de agora.

A partir da formulação primal dada em (3.21), é possível escrever o problema dual como em (3.22):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & b^T \lambda - \frac{1}{2} x^T Q x \\ \text{s.a:} \quad & A^T \lambda - Q x + s = c \\ & (x, s) \geq 0 \end{aligned} \tag{3.22}$$

De posse das formulações primal (3.21) e dual (3.22) do problema, obtém-se as condições de otimalidade de KKT:

- Factibilidade Primal:  $Ax - b = 0$  ,  $x \geq 0$
- Factibilidade Dual:  $A^T\lambda - Qx + s - c = 0$  ,  $(x, s) \geq 0$ ,  $\lambda$  livre
- Complementaridade:  $XSe = 0$

Aplicando o MN às condições de otimalidade, obtêm-se a fórmula geral (3.23) para encontrar a direção de busca do MPIPD para a PNLQ:

$$d^k = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ -Q & A^T & I \\ S^k & 0 & X^k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1^k \\ r_2^k \\ r_3^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx^k \\ d\lambda^k \\ ds^k \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

em que:

$$\begin{aligned} r_1^k &= b - Ax^k \\ r_2^k &= c - A^T\lambda^k + Qx^k - s^k \\ r_3^k &= \mu^k e - X^k S^k e \end{aligned}$$

Pelo fato de as variáveis primais aparecem no conjunto de restrições do problema dual, considera-se a utilização do mesmo tamanho de passo para atualização das variáveis primais e duais (o menor deles), como mostrado na Equação (3.24):

$$\alpha^k = \min \left\{ 1, \tau\rho_p^k, \tau\rho_d^k \right\} \quad (3.24)$$

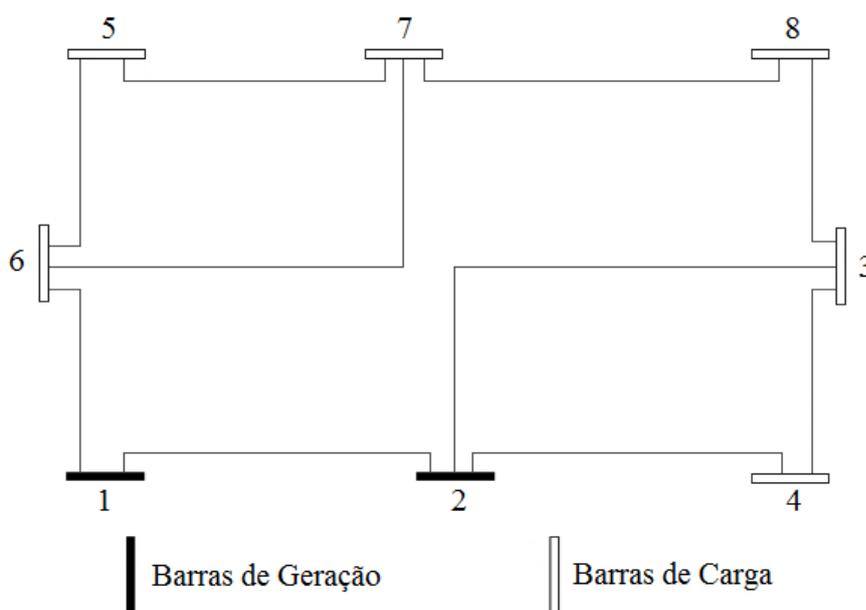
O pseudocódigo que resume o MPIPD Predictor-Corretor aplicado a PNLQ é apresentado no Algoritmo 4 (24, 25, 26, 27).

### 3.5 Modelo Linearizado do Fluxo de Potência Ótimo

Visando a melhor compreensão de cada etapa do processo de construção do modelo linearizado do FPO e de sua estrutura matricial, optou-se por utilizar um exemplo de sistema elétrico, conforme pode ser visto na Figura 3.2.

Considerando o grafo que representa o sistema da Figura 3.2, dizemos que os nós são as barras, e os arcos são as linhas de transmissão. Assim, este sistema possui um número de nós ( $m$ ) igual a 8, um número de arcos ( $k$ ) igual a 10, e um número de barras de geração ( $g$ ) igual a 2. As variáveis de decisão do problema serão os vetores  $p$  e  $f$ , onde  $p$  representa o vetor ( $g \times 1$ ) de geração de potência ativa em cada barra de geração e  $f$  representa o vetor ( $k \times 1$ ) de fluxo de potência ativa.

A 1ª Lei de Kirchhoff, ou lei dos nós, expressa o balanço de potência entre os nós, isto é, a quantidade de potência que entra ou é produzida em cada nó deve ser igual a potência que sai



Fonte: Adaptada de Lima (24)

Figura 3.2 – Exemplo de sistema elétrico.

ou é consumida. Ao aplicar essa lei no sistema da Figura 3.2, esta relação pode ser escrita como descrito na Equação (3.25):

$$Df = Ep - l \tag{3.25}$$

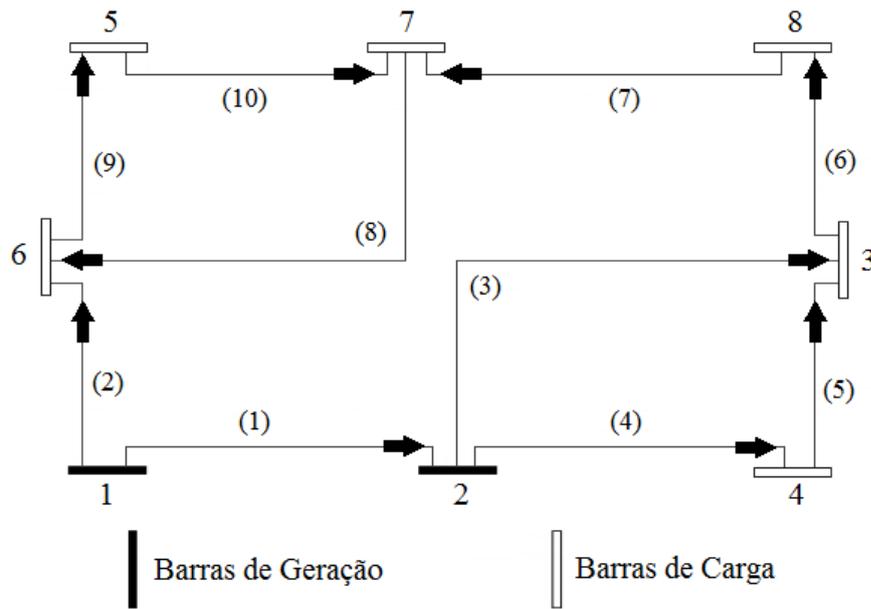
em que  $D$  representa a matriz  $(m \times k)$  de incidência da rede,  $E$  representa a matriz  $(m \times g)$  formada por vetores canônicos correspondentes às barras de geração, e  $l$  representa o vetor  $(m \times 1)$  de demanda em cada barra de carga.

A representação da 1ª Lei de Kirchhoff para o exemplo do sistema elétrico pode ser vista na Figura 3.3. O sentido do fluxo é escolhido de forma aleatória.

Para esse exemplo são encontrados os seguintes valores para  $D$  e  $E$ :

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$



Fonte: Adaptade de Lima (24)

Figura 3.3 – Representação da 1ª Lei de Kirchhoff para o Exemplo do Sistema Elétrico.

Além do atendimento da demanda, é preciso levar em consideração a 2ª Lei de Kirchhoff, ou das malhas, onde a soma das tensões em cada um dos percursos fechados existentes na rede elétrica deve ser igual a zero, conforme exibido na Equação (3.26):

$$Tf = 0 \tag{3.26}$$

em que  $T$  é a matriz  $((k - m + 1) \times k)$  de reatância da rede.

A representação da 2ª Lei de Kirchhoff para o exemplo de sistema elétrico pode ser vista na Figura 3.4. Nesse trabalho a malha é percorrida no sentido horário.

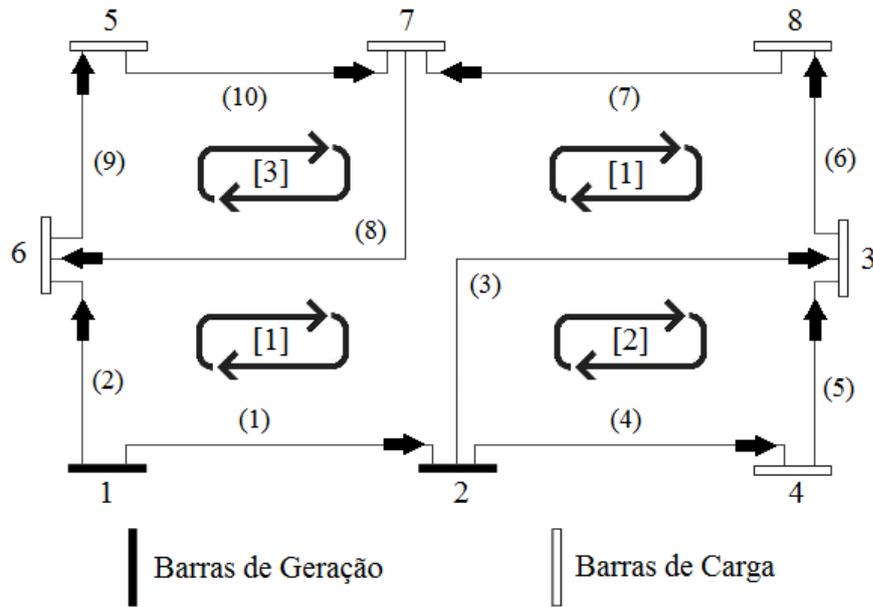
Para esse exemplo é encontrado o seguinte valor para  $T$ :

$$T = \begin{bmatrix} x_1 & -x_2 & x_3 & 0 & 0 & x_6 & x_7 & x_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_3 & x_4 & x_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_8 & -x_9 & -x_{10} \end{bmatrix}$$

Além disso, é preciso considerar as restrições de limites da capacidade de transmissão de energia elétrica, e de geração, representadas pelas Inequações (3.27) e (3.28), respectivamente:

$$f^{Min} \leq f \leq f^{Max} \tag{3.27}$$

$$p^{Min} \leq p \leq p^{Max} \tag{3.28}$$



Fonte: Adaptada de Lima (24)

Figura 3.4 – Representação da 2ª Lei de Kirchoff para o Exemplo do Sistema Elétrico.

em que  $f^{Min}$  e  $f^{Max}$  representam os vetores de limites da capacidade de transmissão das linhas, e  $p^{Min}$  e  $p^{Max}$  representam os vetores de limites de geração.

A função-objetivo que fornecerá o critério para a determinação dos valores ótimos dos fluxos de potência  $f$  e dos valores de geração  $p$  é expressa como uma ponderação entre os dois objetivos. A formulação dessa função pode ser vista na Expressão (3.29):

$$\alpha f^T R f + \beta (p^T Q p + v^T p) \tag{3.29}$$

em que  $f^T R f$  representa a parcela referente ao valor econômico das perdas na transmissão,  $p^T Q p + v^T p$  representa a parcela referente ao custo de geração,  $R$  é a matriz diagonal ( $k \times k$ ) das resistências das linhas,  $Q$  é a matriz diagonal ( $g \times g$ ) da componente quadrática do custo de geração, e  $v$  é o vetor ( $g \times 1$ ) da componente linear do custo de geração. Estes custos de geração modelam o custo do combustível para as usinas termelétricas, como visto no Capítulo 2.

As ponderações  $\alpha$  e  $\beta$  dos objetivos a minimizar devem ser aferidas de forma a levar em consideração a diferença de unidades entre os objetivos. Porém, nesse trabalho as perdas na transmissão serão desconsideradas, fazendo com que na implementação do modelo  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1$ .

Assim, o modelo matemático do problema linearizado de FPO a ser considerado é dado

pela Formulação (3.30):

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & \alpha f^T R f + \beta (p^T Q p + v^T p) \\
\text{s.a:} \quad & D f = E p - l \\
& T f = 0 \\
& f^{Min} \leq f \leq f^{Max} \\
& p^{Min} \leq p \leq p^{Max}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

### 3.6 Formulação do Problema Primal

Para simplificar o desenvolvimento da formulação do Problema Primal, as seguintes alterações serão feitas no modelo matemático com objetivo dos limites inferiores serem iguais a zero:

$$\begin{aligned}
\tilde{f} &= f - f^{Min} \implies f = \tilde{f} + f^{Min} \\
\tilde{p} &= p - p^{Min} \implies p = \tilde{p} + p^{Min} \\
\tilde{f}^{Max} &= f^{Max} - f^{Min} \implies f^{Max} = \tilde{f}^{Max} + f^{Min} \\
\tilde{p}^{Max} &= p^{Max} - p^{Min} \implies p^{Max} = \tilde{p}^{Max} + p^{Min}
\end{aligned}$$

Com estas alterações realizadas, o modelo matemático descrito na formulação (3.30) se torna o seguinte:

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & \alpha [(\tilde{f} + f^{Min})^T R (\tilde{f} + f^{Min})] + \beta [(\tilde{p} + p^{Min})^T Q (\tilde{p} + p^{Min}) + v^T (\tilde{p} + p^{Min})] \\
\text{s.a:} \quad & D(\tilde{f} + f^{Min}) = E(\tilde{p} + p^{Min}) - l \\
& T(\tilde{f} + f^{Min}) = 0 \\
& 0 \leq \tilde{f} + f^{Min} \leq \tilde{f}^{Max} + f^{Min} \\
& 0 \leq \tilde{p} + p^{Min} \leq \tilde{p}^{Max} + p^{Min}
\end{aligned}$$

É preciso acrescentar as variáveis de folga ( $\tilde{s}_p$  e  $\tilde{s}_f$ ) ao problema, para retirar as desigualdades nas restrições, e o mesmo fique na forma padrão:

$$\begin{aligned}
\text{Min} \quad & \alpha [\tilde{f}^T R \tilde{f} + c_f^T \tilde{f}] + \beta [\tilde{p}^T Q \tilde{p} + c_p^T \tilde{p}] \\
\text{s.a:} \quad & D \tilde{f} - E \tilde{p} = \tilde{l}_1 \\
& T \tilde{f} = \tilde{l}_2 \\
& \tilde{f} + \tilde{s}_f = \tilde{f}^{Max} \\
& \tilde{p} + \tilde{s}_p = \tilde{p}^{Max} \\
& (\tilde{f}, \tilde{p}, \tilde{s}_p, \tilde{s}_f) \geq 0
\end{aligned}$$

em que:

$$\begin{aligned}c_{\tilde{f}}^T &= 2(f^{Min})^T R \\c_{\tilde{p}}^T &= 2(p^{Min})^T Q + v^T \\ \tilde{l}_1 &= Ep^{Min} - Df^{Min} - l \\ \tilde{l}_2 &= -Tf^{Min}\end{aligned}$$

Os termos  $(f^{Min})^T R f^{Min}$  e  $(p^{Min})^T Q p^{Min}$  foram temporariamente desconsiderados da função objetivo por se tratarem de constantes. No final, serão acrescentados à função objetivo.

Parte das restrições do problema pode ser colocada na forma matricial, com o objetivo de facilitar o desenvolvimento da formulação do Problema Primal:

$$B = \begin{bmatrix} D \\ T \end{bmatrix} \quad \hat{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{l} = \begin{bmatrix} \tilde{l}_1 \\ \tilde{l}_2 \end{bmatrix}$$

Assim, os dois primeiros conjuntos de restrições podem ser escritos como:

$$\begin{bmatrix} D & E \\ T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{f} \\ \tilde{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{l}_1 \\ \tilde{l}_2 \end{bmatrix} \implies \begin{bmatrix} B & \hat{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{f} \\ \tilde{p} \end{bmatrix} = [\hat{l}]$$

Eliminando os tils para simplificar a notação, o Problema Primal na forma padrão fica como mostrado na Formulação (3.31):

$$\begin{aligned}\text{Min} \quad & \alpha [f^T R f + c_f^T f] + \beta [p^T Q p + c_p^T p] \\ \text{s.a:} \quad & Bf - \hat{E}p = \hat{l} \\ & f + s_f = f^{Max} \\ & p + s_p = p^{Max} \\ & (f, p, s_f, s_p) \geq 0\end{aligned} \tag{3.31}$$

### 3.7 Formulação do Problema Dual

Para facilitar o desenvolvimento da formulação do Problema Dual, primeiramente é escrito o sistema de restrições do Problema Primal, encontrado anteriormente na Seção 3.6, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} B & -\hat{E} & 0 & 0 \\ I & 0 & I & 0 \\ 0 & I & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ p \\ s_f \\ s_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{l} \\ f^{Max} \\ p^{Max} \end{bmatrix}$$

Assim, a forma matricial para o sistema de restrições do Problema Dual será:

$$\begin{bmatrix} B^T & I & 0 \\ -\hat{E} & 0 & I \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \lambda_f \\ \lambda_p \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \alpha(c_f + Rf) \\ \beta(c_p + Qp) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dessa forma é possível escrever o Problema Dual como na Formulação (3.32):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \hat{l}^T \lambda + (f^{Max})^T \lambda_f + (p^{Max})^T \lambda_p - \alpha f^T Rf - \beta p^T Qp \\ \text{s.a:} \quad & B^T \lambda + \lambda_f - \alpha Rf \leq \alpha c_f \\ & -\hat{E}^T \lambda + \lambda_p - \beta Qp \leq \beta c_p \\ & (\lambda_f, \lambda_p) \geq 0 \\ & \lambda \text{ livre} \end{aligned} \tag{3.32}$$

Acrescentando as variáveis de folga  $z_f$  e  $z_p$ , e modificando as variáveis:

$$\lambda_f = -w_f \quad \lambda_p = -w_p$$

tem-se o Problema Dual na forma padrão como descrito na Formulação (3.33):

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \hat{l}^T \lambda - (f^{Max})^T w_f - (p^{Max})^T w_p - \alpha f^T Rf - \beta p^T Qp \\ \text{s.a:} \quad & B^T \lambda - w_f + z_f - \alpha Rf = \alpha c_f \\ & -\hat{E}^T \lambda - w_p + z_p - \beta Qp = \beta c_p \\ & (w_f, w_p, z_f, z_p) \geq 0 \\ & \lambda \text{ livre} \end{aligned} \tag{3.33}$$

### 3.8 Condições de Otimalidade

As condições de otimalidade de KKT são dadas pela factibilidade primal, dual e pelas condições de complementaridade:

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Factibilidade Primal:} & \begin{cases} Bf - \hat{E}p = \hat{l} \\ f + s_f = f^{Max} \\ p + s_p = p^{Max} \\ (f, p, s_f, s_p) \geq 0 \end{cases} \\ \bullet \text{ Factibilidade Dual:} & \begin{cases} B^T \lambda - w_f + z_f - \alpha Rf = \alpha c_f \\ -\hat{E}^T \lambda - w_p + z_p - \beta Qp = \beta c_p \\ (w_f, w_p, z_f, z_p) \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\bullet \text{ Complementaridade: } \begin{cases} FZ_f e = \mu e \\ PZ_p e = \mu e \\ S_f W_f e = \mu e \\ S_p W_p e = \mu e \end{cases}$$

em que as variáveis  $F$ ,  $P$ ,  $Z_f$ ,  $Z_p$ ,  $S_f$ ,  $S_p$ ,  $W_f$  e  $W_p$  são da forma  $\text{diag}(f)$ ,  $\text{diag}(p)$ ,  $\text{diag}(z_f)$ ,  $\text{diag}(z_p)$ ,  $\text{diag}(s_f)$ ,  $\text{diag}(s_p)$ ,  $\text{diag}(w_f)$  e  $\text{diag}(w_p)$ , respectivamente.

### 3.9 Aplicação do Método de Newton

Seja o problema de FPO com a formulação Primal e Dual dada por (3.31) e (3.33), respectivamente, e as condições de otimalidade de KKT definidas pela função:

$$F(f, p, s_f, s_p, \lambda, z_f, w_f, z_p, w_p) = \begin{bmatrix} Bf - \hat{E}p - \hat{l} \\ f + s_f - f^{Max} \\ p + s_p - p^{Max} \\ B^T \lambda - w_f + z_f - \alpha Rf - \alpha c_f \\ -\hat{E}^T \lambda - w_p + z_p - \beta Qp - \beta c_p \\ FZ_f e - \mu e \\ PZ_p e - \mu e \\ S_f W_f e - \mu e \\ S_p W_p e - \mu e \end{bmatrix} =$$

$$- \begin{bmatrix} \hat{l} - Bf + \hat{E}p \\ f^{Max} - f - s_f \\ p^{Max} - p - s_p \\ \alpha c_f - B^T \lambda + w_f - z_f + \alpha Rf \\ \beta c_p + \hat{E}^T \lambda + w_p - z_p + \beta Qp \\ \mu e - FZ_f e \\ \mu e - PZ_p e \\ \mu e - S_f W_f e \\ \mu e - S_p W_p e \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \\ r_9 \end{bmatrix}$$

aplica-se o MN considerando um ponto inicial  $(f^0, p^0, s_f^0, s_p^0, \lambda^0, z_f^0, w_f^0, z_p^0, w_p^0)$ :

$$(f^1, p^1, s_f^1, s_p^1, \lambda^1, z_f^1, w_f^1, z_p^1, w_p^1) = (f^0, p^0, s_f^0, s_p^0, \lambda^0, z_f^0, w_f^0, z_p^0, w_p^0) -$$

$$[J(f^0, p^0, s_f^0, s_p^0, \lambda^0, z_f^0, w_f^0, z_p^0, w_p^0)]^{-1} F(f^0, p^0, s_f^0, s_p^0, \lambda^0, z_f^0, w_f^0, z_p^0, w_p^0)$$

em que a matriz Jacobiana  $J$  é definida por:

$$J(f, p, s_f, s_p, \lambda, z_f, w_f, z_p, w_p) = \begin{bmatrix} B & -\hat{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha R & 0 & 0 & 0 & B^T & I & -I & 0 & 0 \\ 0 & -\beta R & 0 & 0 & -\hat{E}^T & 0 & 0 & I & -I \\ Z_f & 0 & 0 & 0 & 0 & F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & W_f & 0 & 0 & 0 & S_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_p & 0 & 0 & 0 & 0 & S_p \end{bmatrix}$$

Assim, é possível descrever a fórmula geral (3.34) para encontrar a direção de busca no MPIPD aplicado ao problema de FPO:

$$\begin{bmatrix} df^k \\ dp^k \\ ds_f^k \\ ds_p^k \\ d\lambda^k \\ dz_f^k \\ dw_f^k \\ dz_p^k \\ dw_p^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & -\hat{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha R & 0 & 0 & 0 & B^T & I & -I & 0 & 0 \\ 0 & -\beta R & 0 & 0 & -\hat{E}^T & 0 & 0 & I & -I \\ Z_f^k & 0 & 0 & 0 & 0 & F^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_p^k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P^k & 0 \\ 0 & 0 & W_f^k & 0 & 0 & 0 & S_f^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_p^k & 0 & 0 & 0 & 0 & S_p^k \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_1^k \\ r_2^k \\ r_3^k \\ r_4^k \\ r_5^k \\ r_6^k \\ r_7^k \\ r_8^k \\ r_9^k \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

### 3.10 Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos do MPIPD e suas variações. O desenvolvimento do método foi aplicado na PL e na PNLQ com o objetivo de dar uma visão geral sobre a técnica de otimização.

Além disso, foi mostrado como se modela linearmente o problema de FPO através da ponderação entre dois objetivos, de tal forma que o problema encontre os valores ótimos dos fluxos de potência e de geração. É importante destacar que, a partir da desconsideração das perdas de transmissão, a formulação do FPO se torna a mesma que a mostrada na Equação (2.1) para a modelagem do custo operativo das termelétricas, ou seja, o MPIPD irá realizar o DE das máquinas considerando as restrições de balanço de potência, limite de geração das unidades e capacidade do sistema de transmissão. As outras restrições do problema da PDO serão verificadas através do AG.

Este capítulo também apresentou a metodologia para a resolução do problema de FPO linearizado através do MPIPD. A partir da mesma, a aplicação do método Preditor-Corretor pode

ser feita encontrando uma direção que contenha as componentes Direção Afim-Escala, Direção de Centragem e Direção de Correção.

No próximo capítulo será apresentada a revisão bibliográfica feita para o desenvolvimento deste trabalho.

**Algoritmo 4:** Método de Pontos Interiores Primal-Dual Preditor-Corretor para Programação Quadrática**Entrada:**  $(x^0, s^0, \lambda^0)$  interiores e  $\tau \in (0, 1)$ 

```

1  para  $k=0, 1, 2, \dots$ , faça
2  |    $r_1^k = b - Ax^k$ ;
3  |    $r_2^k = c - A^T \lambda^k - s^k + Qx^k$ ;
4  |    $r_3^k = -X^k S^k e$ ;
5  |    $D^k = Q + (X^k)^{-1} S^k$ ;
6  |    $\tilde{d}_\lambda^k = [A(D^k)^{-1} A^T]^{-1} [r_1^k + A(D^k)^{-1} r_2^k - A(D^k)^{-1} (X^k)^{-1} r_3^k]$ ;
7  |    $\tilde{d}_x^k = (D^k)^{-1} [A^T \tilde{d}_\lambda^k - r_2^k + (X^k)^{-1} r_3^k]$ ;
8  |    $\tilde{d}_s^k = (X^k)^{-1} [r_3^k - S^k \tilde{d}_x^k]$ ;
9  |    $\tilde{\rho}_p^k = \min \left\{ -\frac{x_i^k}{\tilde{d}_x^k} \right\}, \tilde{d}_x^k < 0$ ;
10 |    $\tilde{\rho}_d^k = \min \left\{ -\frac{s_i^k}{\tilde{d}_s^k} \right\}, \tilde{d}_s^k < 0$ ;
11 |    $\tilde{\alpha}_p^k = \min \{ 1, \tau \tilde{\rho}_p^k \}$ ;
12 |    $\tilde{\alpha}_d^k = \min \{ 1, \tau \tilde{\rho}_d^k \}$ ;
13 |    $\tilde{\alpha}^k = \min \{ 1, \tilde{\alpha}_p^k, \tilde{\alpha}_d^k \}$ ;
14 |    $\gamma^k = (x^k)^T s^k$ ;
15 |    $\tilde{\gamma}^k = (x^k + \tilde{\alpha}^k \tilde{d}_x^k)(s^k + \tilde{\alpha}^k \tilde{d}_s^k)$ ;
16 |   se  $\gamma^k \geq 1$  então
17 |   |    $\sigma^k = \left( \frac{\tilde{\gamma}^k}{\gamma^k} \right)^3$ ;
18 |   |   senão
19 |   |    $\sigma^k = \left( \frac{\tilde{\gamma}^k}{\sqrt{n}} \right)$ ;
20 |   fim
21 |    $\mu^k = \sigma^{\frac{\gamma^k}{n}}$ ;
22 |    $r_4^k = r_3^k + \mu^k e - Dx^k Ds^k e$ ;
23 |    $d\lambda^k = r_3^k + \mu^k e - Dx^k Ds^k e$ ;
24 |    $dx^k = (D^k)^{-1} [A^T d\lambda^k + r_2^k + (X^k)^{-1} r_4^k]$ ;
25 |    $ds^k = (X^k)^{-1} [r_4^k - S^k dx^k]$ ;
26 |    $\rho_p^k = \min \left\{ -\frac{x_i^k}{dx_i^k} \right\}, dx_i^k < 0$ ;
27 |    $\rho_d^k = \min \left\{ -\frac{s_i^k}{ds_i^k} \right\}, ds_i^k < 0$ ;
28 |    $\alpha_p^k = \min \{ 1, \tau \rho_p^k \}$ ;
29 |    $\alpha_d^k = \min \{ 1, \tau \rho_d^k \}$ ;
30 |    $\alpha^k = \min \{ 1, \alpha_p^k, \alpha_d^k \}$ ;
31 |    $x^{k+1} = x^k + \alpha^k dx^k$ ;
32 |    $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha^k d\lambda^k$ ;
33 |    $s^{k+1} = s^k + \alpha^k ds^k$ ;
34 fim

```



## 4 Revisão Bibliográfica

Nos últimos anos os problemas de AUGT e DE têm sido bastante estudados ao redor do mundo, motivado pelo aperfeiçoamento das técnicas de otimização para aplicação em pesquisas acadêmicas e indústrias. Uma técnica de otimização eficaz deve ser capaz de fornecer um conjunto de soluções factíveis com flexibilidade e facilidade de adaptação a novas situações. Todas estas características muitas vezes são mais desejáveis do que apenas uma solução ótima.

Com o objetivo de satisfazer essas condições, neste trabalho fez-se uma ampla investigação na literatura para apresentar uma metodologia de busca a partir das variações existentes do AG, proposto inicialmente nos trabalhos de [Holland \(31\)](#) e [Goldberg \(32\)](#), para resolução do problema de AUGT, e das variações do MPI, proposto a partir do trabalho [Karmarkar \(22\)](#), para resolução do problema de DE.

O problema de DE teve início em 1922, quando os engenheiros estavam preocupados em dividir de forma eficiente o montante de energia gerada por cada gerador para suprir a demanda do sistema. Destaca-se o trabalho de [Happ \(33\)](#) que fez uma pesquisa minuciosa sobre os primeiros trabalhos publicados. Nesses trabalhos são levadas em consideração as restrições de balanço de potência, limite de geração das UGs e reserva girante. Essa última restrição proporciona uma folga em relação ao limite máximo de geração de energia das UGs. Dessa forma as soluções encontradas passaram a planejar a ocorrência de algumas contingências como, por exemplo, a perda de uma UG ou aumento de carga.

Considerando apenas o problema de DE, diferentes métodos de solução têm sido extensivamente estudados. Tradicionalmente são usados os métodos de Programação Quadrática (34), de Função Quadrática Definida em Trechos (35), Projeção do Gradiente (36) e Programação Dinâmica (37). O trabalho de [Wong e Fung \(38\)](#) introduziu as meta-heurísticas para resolver o problema de DE aplicando a técnica de *Simulated Annealing*. Posteriormente, outras técnicas como a de Algoritmo Genético (39), Colônia de Formigas (40) e Enxame de Partículas (41) foram utilizadas. Várias dessas técnicas foram comparadas no trabalho de [Jeronymo \(42\)](#).

A partir do trabalho de [Carpentier \(43\)](#) o problema de DE teve a possibilidade de ser estudado como um problema de FPO junto com a restrição de capacidade do sistema de transmissão. A consideração do modelo linear para o FPO veio a partir do trabalho de [Carvalho, Soares e Ohishi \(10\)](#), proporcionando maior simplicidade com grau de precisão dos resultados satisfatório, e teve como consequência a aplicação do MPI, como descrito no trabalho de [Oliveira e Filho \(11\)](#).

O problema de alocação de UGs começou a ser resolvido nos trabalhos de [Kerr et al. \(44\)](#) e [Hara, Kimura e Honda \(45\)](#) pela técnica de busca exaustiva. Por se tratar de um problema de grande escala, várias técnicas de busca são aplicadas para tentar resolvê-lo. Destacam-se

a Programação Dinâmica (46), a Relaxação Lagrangeana (47), o Branch-and-Bound (48) e a Lista de Prioridade (49), além de diversas meta-heurísticas como o *Simulated Annealing* (50), o Algoritmo Genético (51), a Colônia de Formigas (52) e o Enxame de Partículas (53).

Todas essas técnicas utilizadas para o problema de DE e AUGT, e outras híbridas, são registradas nas revisões de Sheblé e Fahd (54), Sen e Kothari (55), Padhy (56), Yamin (57), Soliman e Mantawy (58), Saravanan et al. (59) e Ongsakul e Dieu (60).

Os efeitos das restrições de rampa e do tempo mínimo de permanência e saída de operação das máquinas foram descritas pela primeira vez no problema de AUGT em Wang e Shahidehpour (61) e foram detalhadas na dissertação de López (20).

Os trabalhos de Senjyu et al. (62) e Swarup e Yamashiro (63) começaram a codificar cada indivíduo do AG de forma matricial, de tal forma que o mesmo pode trazer as informações de quantas máquinas o problema possui, período de análise, qual o seu estado (*online* ou *offline*) e mostrar de forma mais clara como o processo se comporta a medida que as gerações vão avançando.

Com base na representação matricial, o trabalho de Damousis, Bakirtzis e Dokopoulos (64) faz a codificação dos indivíduos através de números inteiros. A ideia nessa técnica é representar o indivíduo através de vetores, onde cada posição será uma coluna da matriz de alocação convertida de binário para um número inteiro. Essa metodologia promove maior agilidade, além de tornar uma população completa de indivíduos mais fácil de ser analisada. Porém, é preciso destacar que essa técnica não se torna viável em casos onde há muitas UGs. Por exemplo, em um sistema que possui 50 UGs, o número inteiro que vai representar a alocação das máquinas em uma determinada hora pode variar de 0 a  $(2^{50} - 1)$ , o que pode não ser interessante já que a maioria das ferramentas computacionais não conseguem armazenar valores tão grandes para números inteiros.

A grande sensibilidade da matriz de alocação pode trazer um péssimo desempenho no uso das técnicas clássicas de *cross-over* e de mutação, principalmente devido à restrição de tempo mínimo de permanência e saída de operação das máquinas. No trabalho de Pavez-Lazo e Soto-Cartes (13) é proposta uma técnica de uso do *cross-over* em que a troca da informação genética é realizada de forma anelar. Essa técnica foi replicada na presente dissertação e, de forma semelhante, sua metodologia foi utilizada para resolver o problema da sensibilidade relacionado à mutação.

Além dessa técnica, o último estágio para tentar buscar uma solução ainda melhor foi baseado no trabalho de Valenzuela e Smith (14), que mostra a eficácia das técnicas 1-OPT e 2-OPT para a busca local. Essa técnica foi aplicada por Croes (65) no Problema do Caixeiro Viajante, onde é demonstrado que é possível sair de mínimos locais através da aplicação de pequenas excitações, na tentativa de achar melhores respostas na vizinhança do ponto onde a busca está presa. Desta forma, o AG utilizado no presente trabalho tem característica de

Algoritmo Memético pois utiliza outra técnica para a busca local.

Os trabalhos de Lima (24), Probst (25), Coelho (26), Casacio (27) e Kleina (66) mostram como o MPI e suas derivações têm respostas bastante eficazes para aplicação no problema de DE quando é acrescentada a restrição de capacidade do sistema de transmissão.

A dificuldade de achar sistemas testes que contenham todas as restrições do problema levou a necessidade de, em alguns casos, utilizar mais de uma referência para agrupar as restrições. Os sistemas testes com as características das UGs e das linhas de transmissão foram retiradas dos trabalhos de Wang et al. (8), Wang e Shahidehpour (61), Ma, Shahidehpour e Marwali (67), Ma e Shahidehpour (68).

Assim, o presente trabalho se justifica pelo que foi, até aqui, apresentado e pela necessidade de promover novas técnicas para melhorar o desempenho das estratégias de busca.

A revisão bibliográfica realizada mostra que por um lado o algoritmo pode ser simples e rápido, mas acabam encontrado soluções que ficam presas em ótimos locais de baixa qualidade (longe do ótimo global), e por outro lado têm-se algoritmos complexos e lentos, mas que apresentam soluções de alta qualidade (próximo ao ótimo global). Nos trabalhos pesquisados destacam-se o uso do AG nos problemas de busca em larga escala envolvendo a AUGT e, da mesma forma, o uso do MPI para resolução do DE com bastante eficiência. Porém, é importante destacar que tanto a restrição de rampa quanto a restrição de capacidade do sistema de transmissão são fortemente negligenciadas nesses problemas, de tal forma que são poucos os trabalhos que trazem as duas restrições juntas. Com isso, a pesquisa realizada mostra que a modelagem mais precisa do problema tem grande importância devido a sua proximidade com o problema real, e tanto o AG quanto o MPI são excelentes técnicas para encontrar soluções de qualidade.

No próximo capítulo serão estudados os conceitos básicos de AG.



# 5 Algoritmos Genéticos

O interesse humano pelo desenvolvimento de processos de imitação da natureza proporcionou o surgimento de técnicas de Inteligência Artificial capazes de reproduzir sistemas computacionais inspirados na natureza. Pesquisas utilizando essas técnicas têm sido amplamente intensificadas ao longo das últimas décadas, gerando ferramentas poderosas para solução de problemas dos dias atuais.

Uma das técnicas heurísticas mais frequentemente utilizadas em aplicações da engenharia são os Algoritmos Genéticos. Essa ferramenta usa um modelo computacional que simula os processos naturais de evolução (seleção, reprodução e mutação) para solucionar problemas de busca de forma eficiente varrendo o espaço de soluções até encontrar uma solução próxima da ótima (12, 69, 70).

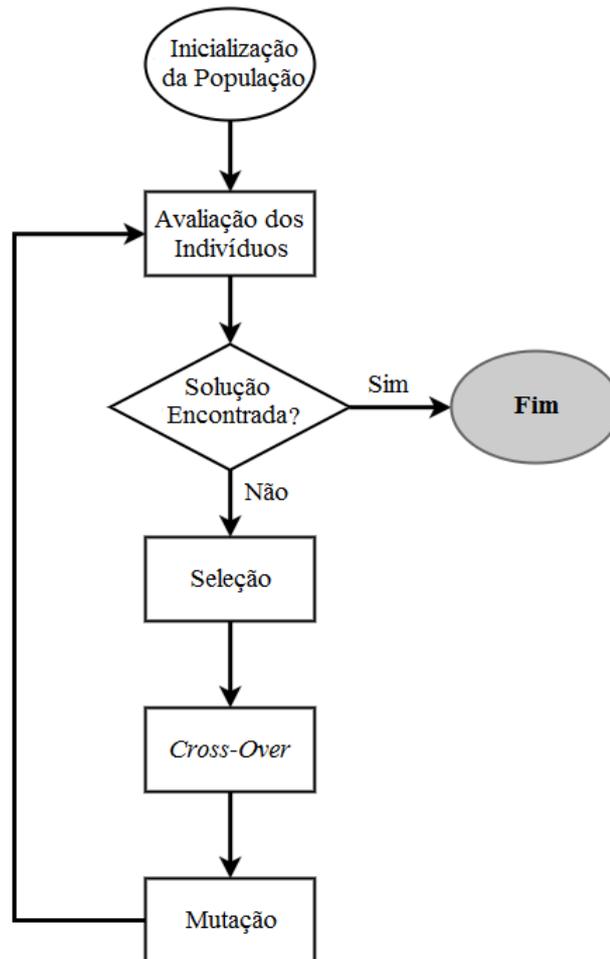
O primeiro trabalho de destaque utilizando o AG foi publicado em 1975 por Holland (31). A metodologia foi desenvolvida com mais detalhes por Goldberg (32), que promoveu a aplicação do AG em problemas de busca, otimização e aprendizagem de máquina.

O AG possui uma estrutura básica que segue o seguinte padrão: um conjunto de soluções, denominado população, é criado aleatoriamente para se iniciar o algoritmo. Cada indivíduo desta população é representado por um cromossomo (*string* de valores) e terá a codificação de uma possível solução do problema. Esta população é avaliada a cada iteração através da função de avaliação do indivíduo (*fitness*), tratando o objetivo do problema a ser otimizado. Depois disto, são selecionados alguns indivíduos de acordo com algum critério proposto no algoritmo. Por exemplo, em algoritmos tradicionais, os que possuem melhor *fitness* têm maior probabilidade de serem selecionados para que sejam modificados através de operadores genéticos (*cross-over* e mutação). Com isto, é gerado um novo conjunto de soluções candidatas que são avaliadas e geram novos descendentes. Dessa forma, o ciclo se mantém até que seja encontrada uma condição de parada satisfatória. Na Figura 5.1 é ilustrado o fluxograma de todo o processo descrito da estrutura básica do AG.

Neste capítulo serão apresentados conceitos básicos sobre AGs para prover um melhor entendimento do algoritmo proposto nesta dissertação. O texto apresentado tem como referência a literatura de Goldberg (32), Linden (12), Mitchell (69) e Haupt e Haupt (70).

## 5.1 Codificação dos Indivíduos

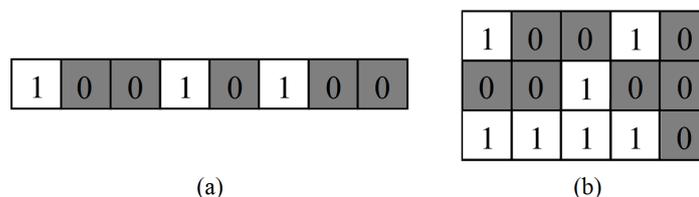
O mecanismo de codificação tem uma importância vital no AG, pois a forma como o indivíduo é codificado pode facilitar o processo de busca ou dificultar o mesmo. O AG codifica as soluções de um problema através de valores binários, inteiros ou reais, que irão trazer informações



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.1 – Fluxograma da estrutura básica do AG.

sobre determinadas características do indivíduo. Essas informações genéticas são armazenadas em forma de vetor ou matriz. Além disso, as particularidades de cada problema podem ser consideradas na codificação, evitando que a geração de dados aleatórios no algoritmo forneça muitas soluções inviáveis, dificultando a convergência (12). A seguir a Figura 5.2 exemplifica dois indivíduos codificados através de valores binários em formato vetorial e matricial.



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 5.2 – Indivíduos com codificação binária em formato (a) Vetorial e (b) Matricial.

A representação binária é historicamente importante. O trabalho de Goldberg (32) destaca que através desse tipo de codificação os operadores genéticos atuam com maior eficiência nos

cromossomos. Contudo, se um problema tem parâmetros contínuos e o usuário desejar trabalhar com maior precisão, provavelmente acabará utilizando longos cromossomos com representação binária para encontrar soluções, necessitando de uma grande quantidade de memória.

O conjunto de todas as configurações que o cromossomo pode assumir forma o seu espaço de busca.

## 5.2 População Inicial

O primeiro passo para a implementação de um AG é a geração da população inicial composta por um número predefinido  $N$  de indivíduos candidatos à solução do problema. Essa população geralmente é gerada de forma aleatória, porém, dependendo da aplicação do problema, podem existir formas heurísticas de selecionar indivíduos mais favoráveis para formar a população inicial.

Em geral, é importante que essa população esteja muito bem dispersa pelo espaço de busca e que os indivíduos possam ter uma boa diversidade genética, pois o AG necessita de uma grande diversidade de combinações para ter um bom funcionamento.

## 5.3 Função de Avaliação ou *Fitness*

Os AGs promovem uma forma de determinar a qualidade de um indivíduo através de um valor numérico associado ao seu nível de adaptação. Esse valor é obtido pela função de avaliação ou *fitness*, geralmente determinada pelo cálculo da função objetivo, levando em consideração as restrições do problema.

Cada indivíduo é avaliado por essa função, a cada geração, e recebe uma nota para o seu desempenho. Dependendo do valor do seu *fitness*, o indivíduo tem ou não maiores chances de influenciar nas próximas gerações.

Uma das formas de inserir a violação das restrições à avaliação é a penalização, isto é, uma rotina que verifica se as restrições foram ou não violadas pela solução que está sob avaliação. Caso alguma restrição seja violada, uma penalização deve ser aplicada.

Notadamente, vê-se como uma prática comum a normalização do *fitness* no intervalo  $[0, 1]$ .

## 5.4 Elitismo

O Elitismo é uma técnica que consiste em manter pelo menos uma cópia do melhor indivíduo para a nova população, preservando, desta forma, o material genético de boa qualidade com o passar das gerações.

Ao levar o melhor indivíduo (indivíduo elite) para a próxima geração, garante-se que o melhor valor de *fitness* encontrado nessa nova geração será pelo menos igual ao do indivíduo elite. Essa técnica é utilizada devido à possibilidade de, durante o processo de seleção, ocorrer a perda de indivíduos com aptidão alta, tornando-se, assim, muito significativa para o desempenho do AG.

## 5.5 Seleção dos Pais

A seleção realizada para escolha dos indivíduos “Pai” e “Mãe” que irão gerar os indivíduos descendentes, pertencentes a próxima geração, simula o mecanismo de seleção natural. Essa etapa é feita de forma probabilística, a partir da aptidão de cada indivíduo, sendo os mais aptos os que terão maior probabilidade de serem escolhidos para aplicação dos operadores genéticos, não excluindo os pais menos aptos.

Os métodos de seleção são utilizados para direcionar o processo do AG pelo melhor caminho de busca. Os mais conhecidos são:

- Roleta;
- Ranking;
- Torneio;
- Amostragem estocástica Uniforme.

Cabe destacar aqui o método da Roleta, proposto por [Goldberg \(32\)](#), pelo fato de ser utilizado nesse trabalho. Nessa técnica os indivíduos são dispostos numa roleta onde o tamanho da área ocupada por cada indivíduo será proporcional ao seu *fitness*. Assim, o indivíduo com maior valor de *fitness* (mais adaptado ao ambiente) tem maior chance (maior probabilidade) de ser selecionado. Para um melhor entendimento, na Figura 5.3 é mostrado um exemplo de roleta com cinco indivíduos.

Os valores assumidos pelo *fitness* devem ser sempre positivos, caso contrário deve-se utilizar algum mecanismo de escalamento. Além disso, a roleta deve ser girada quantas vezes forem necessárias para obter um número par de indivíduos requeridos para realização do *cross-over* e mutação.

## 5.6 Operador *Cross-Over*

O operador de *cross-over* é inspirado na ideia de recombinação de material genético através da reprodução sexuada entre indivíduos pais. Esse operador é aplicado de forma probabilística, de modo que nem todos os pais que passaram na seleção participarão da recombinação.

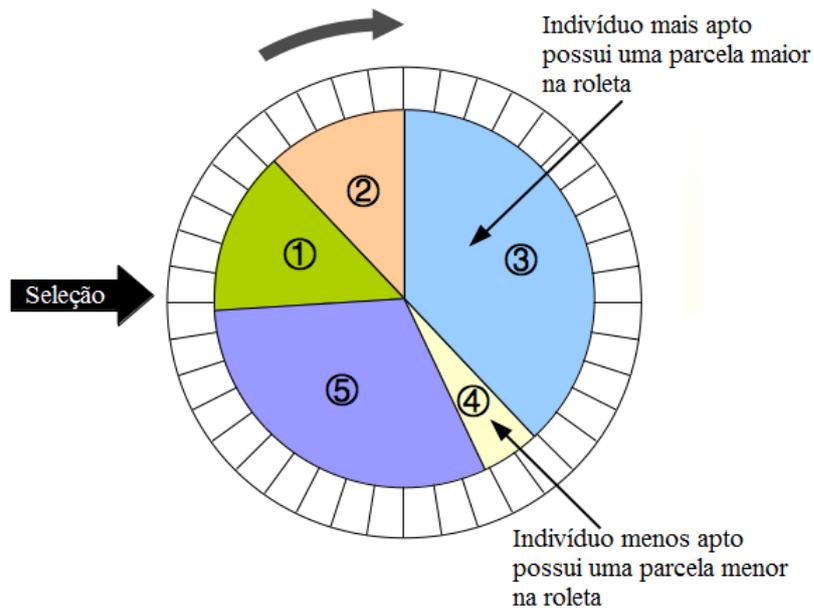


Figura 5.3 – Exemplo do método da roleta.

Porém, os pais que forem de fato realizar o cruzamento irão gerar descendentes com características genéticas de ambos os genitores.

Este método ajuda a propagar as características positivas dos indivíduos mais aptos, através da troca de informações entre diferentes soluções candidatas, para originar novas possíveis soluções.

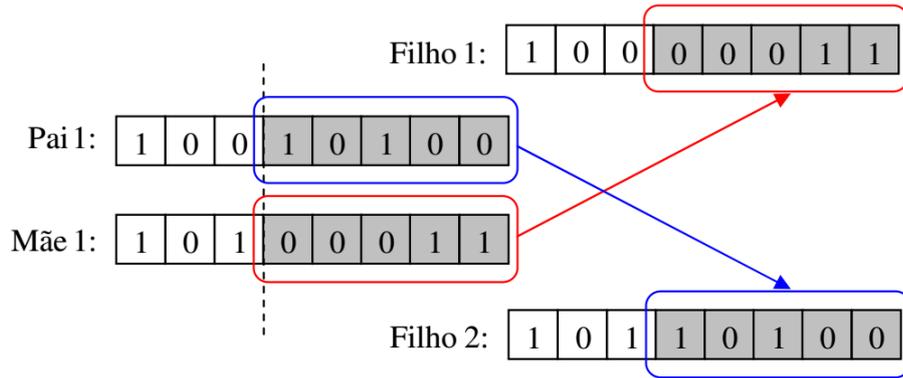
Diversos tipos de *cross-over* têm sido propostos na literatura. A seguir, são apresentados os tipos mais clássicos utilizados no AG:

- *Cross-over* de um ponto;
- *Cross-over* de multipontos;
- *Cross-over* Uniforme

De forma resumida, no *cross-over* de um ponto, um ponto do cromossomo é escolhido, de forma aleatória, como ponto de corte, e a partir dele as informações genéticas dos pais serão trocadas, como mostra a Figura 5.4.

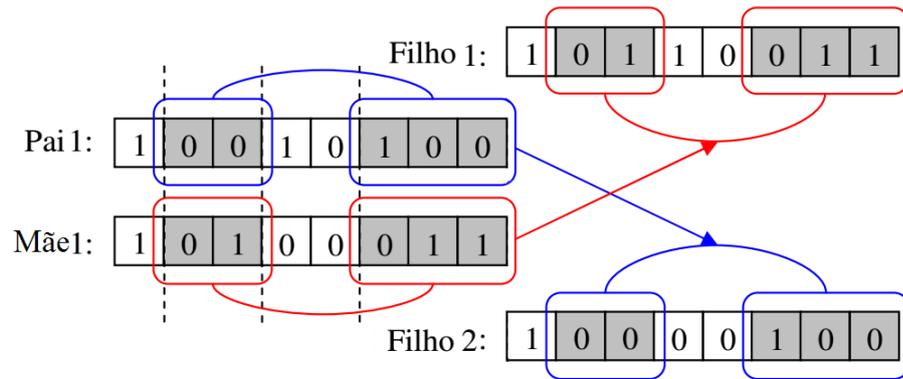
O *cross-over* de multipontos utiliza a mesma idéia que o *cross-over* de um ponto porém, neste caso, vários pontos de corte podem ser utilizados. Na Figura 5.5 é mostrado um exemplo de *cross-over* de multipontos.

O *cross-over* uniforme não utiliza a demarcação aleatória de pontos de corte e sim uma máscara pré-estabelecida que determina quais os genes de cada cromossomo que cada filho herdará do pai e da mãe. Na Figura 5.6 é mostrado um exemplo de cruzamento uniforme.



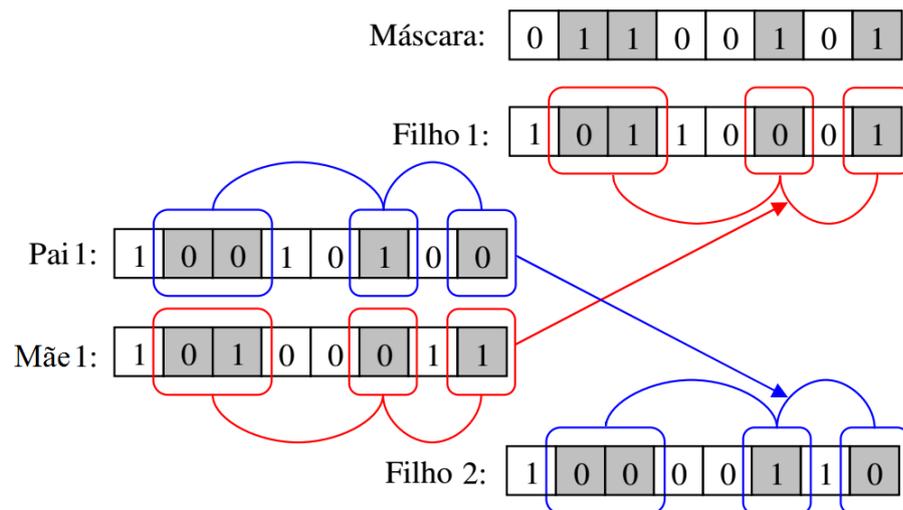
Fonte: Adaptada de Neto (71)

Figura 5.4 – Exemplo de *cross-over* de um ponto.



Fonte: Adaptada de Neto (71)

Figura 5.5 – Exemplo de *cross-over* de multipontos.



Fonte: Adaptada de Neto (71)

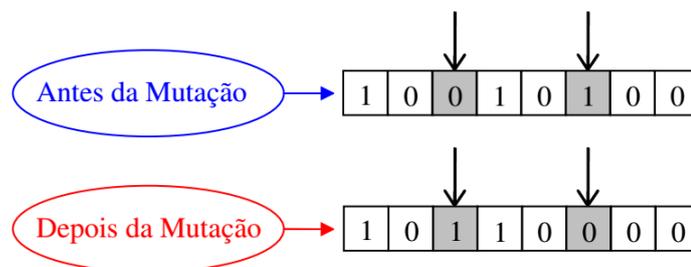
Figura 5.6 – Exemplo de *cross-over* uniforme.

## 5.7 Operador Mutação

A mutação induz o aumento da diversidade genética da população além da renovação do material genético, alterando a estrutura do cromossomo e criando indivíduos com propriedades diferentes daquelas encontradas na maior parte da população. O processo é geralmente controlado por um parâmetro fixo que indica a probabilidade de um cromossomo sofrer mutação. Ela é um operador unário cuja aplicação ocorre menos frequentemente que o *cross-over*.

Em termos do espaço de busca, a mutação permite que o processo de busca não fique preso em um ótimo local, alterando a direção de busca através de uma perturbação. Desta forma, a mutação assegura que a probabilidade de se chegar a qualquer ponto do espaço de busca nunca seja nula.

Basicamente, seleciona-se uma posição num cromossomo, de forma aleatória, e muda-se o valor do gene correspondente. Na Figura 5.7 é exibido um exemplo de mutação na estrutura de um cromossomo.



Fonte: Adaptada de Neto (71)

Figura 5.7 – Exemplo de Mutação.

## 5.8 Parâmetros dos Algoritmos Genéticos

Existem parâmetros importantes que influenciam no desempenho do AG como o tamanho da população, número de indivíduos selecionados para aplicação dos operadores genéticos, o número de gerações e as taxas de probabilidade de *cross-over* e mutação.

O tamanho da população afeta o desempenho global e a eficiência do AG por estarem relacionados com o tamanho do espaço de busca. Usualmente a literatura traz valores na faixa de 50 a 100 indivíduos para a população. Se a população for pequena ( $\ll 50$  indivíduos), o desempenho do AG pode não ser satisfatório, pois ele irá convergir mais facilmente para mínimos locais e não irá explorar suficientemente o espaço de busca. Uma população grande ( $\gg 100$  indivíduos) requer um maior recurso computacional, sob pena de o AG consumir um período de tempo muito maior que o esperado, prevenindo a convergência prematura para soluções locais ao invés de globais do algoritmo.

O número de indivíduos selecionados que irão receber a aplicação dos operadores genéticos e participar da próxima geração depende do problema trabalhado. Esse parâmetro está relacionado com a aplicação da técnica de Elitismo.

Outro parâmetro que deve ser destacado é o número de gerações. O valor do mesmo deve ser escolhido de tal forma que o AG consiga equilibrar o tempo de duração da busca e a eficácia do resultado final. A escolha errada pode ocasionar um processo de busca de curta duração com um resultado final pouco satisfatório, para o projetista, ou uma busca com longa duração mas com um resultado bastante satisfatório.

Em relação às taxas de probabilidade, na literatura os valores encontrados estão na faixa de 60% a 95%, para o *cross-over*, e entre 0,1% e 5% para a mutação. No caso do *cross-over*, quanto maior for a taxa, mais novas estruturas serão introduzidas na população, aumentando a variabilidade genética. Se a taxa for baixa ( $\ll 60\%$ ), a evolução da população tenderá a ficar presa em um ótimo local. No caso da mutação, ao adotar uma taxa baixa evita-se que certa posição no cromossomo fique inerte a um valor. Se essa taxa for alta ( $\gg 5\%$ ), a busca pela solução ótima do problema torna-se altamente aleatória.

É importante destacar que outros parâmetros adicionados pelo projetista, a fim de melhorar o desempenho do AG, podem influenciar no desempenho do algoritmo.

## 5.9 Critérios de Parada

Nos problemas cujo o espaço de busca é muito amplo, não se é capaz de reconhecer o ótimo global do problema devido à inviabilidade de se conhecer todas as possíveis soluções dentro do mesmo espaço. Desse modo, é necessário estabelecer critérios de parada para o AG, onde o mesmo só será interrompido se um destes critérios for atendido.

Não existe um critério exato para determinar o fim do AG, variando de acordo com o problema a ser resolvido. Os critérios mais simples e mais frequentemente empregados no AG são os de estipular um número máximo de gerações, fixar um determinado nível de diversidade da população e determinar um tempo máximo de processamento. Além desses, outro critério bastante utilizado é o da estagnação dos resultados encontrados, ou seja, parar o AG quando não houver melhoria dos resultados depois de várias gerações consecutivas.

## 5.10 Adaptabilidade

A efetividade de um AG para a resolução de um problema é diretamente ligada aos valores utilizados pelos seus parâmetros durante a sua execução. Observa-se que depois de um grande número de gerações ocorre uma convergência genética, o que implica na pouca diversidade da população, tornando extremamente interessante que o operador de mutação seja escolhido com maior frequência para reinserir diversidade genética dentro dessa população.

Uma das ideias aplicadas para encontrar o conjunto de parâmetros do AG, que possa agir de forma razoavelmente eficiente, é usar técnicas de adaptação cujos valores dos parâmetros mudarão de acordo com o progresso do algoritmo. Nos livros de [Soliman e Mantawy \(58\)](#) e de [Linden \(12\)](#) é proposta uma técnica de mutação adaptativa que à medida que as gerações vão avançando e a população vai ficando mais homogênea, a probabilidade de ocorrência de mutação se torna alta, promovendo assim o aumento da variabilidade genética dessa população. Isso faz com que o processo de busca não fique preso a apenas um grupo específico de soluções.

## 5.11 Algoritmos Meméticos

Os Algoritmos Meméticos são aqueles que utilizam o AG mais alguma outra técnica de busca local com o objetivo de o melhor indivíduo da população percorrer a função de avaliação na direção de um ótimo local. Geralmente são aplicadas pequenas perturbações no cromossomo do indivíduo de forma a tentar melhorar sua avaliação.

## 5.12 Considerações Finais do Capítulo

Os AGs fazem parte de uma classe de algoritmos heurísticos que vêm sendo estudados há alguns anos e cada vez mais estão sofrendo modificações em relação à sua concepção original. Foram descritos neste capítulo os conceitos e as características gerais dos AGs que serão importantes para a resolução do problema de AUGT.

Neste trabalho, optou-se pela utilização de um AG modificado, com técnicas diferentes das clássicas para realização dos operadores de *cross-over* e mutação, além de aplicar uma técnica de adaptação para variação do parâmetro de mutação.

No próximo capítulo será apresentada a metodologia proposta para resolução do problema de AUGT, detalhando o AG implementado e como foram realizadas modificações para obter os resultados esperados.

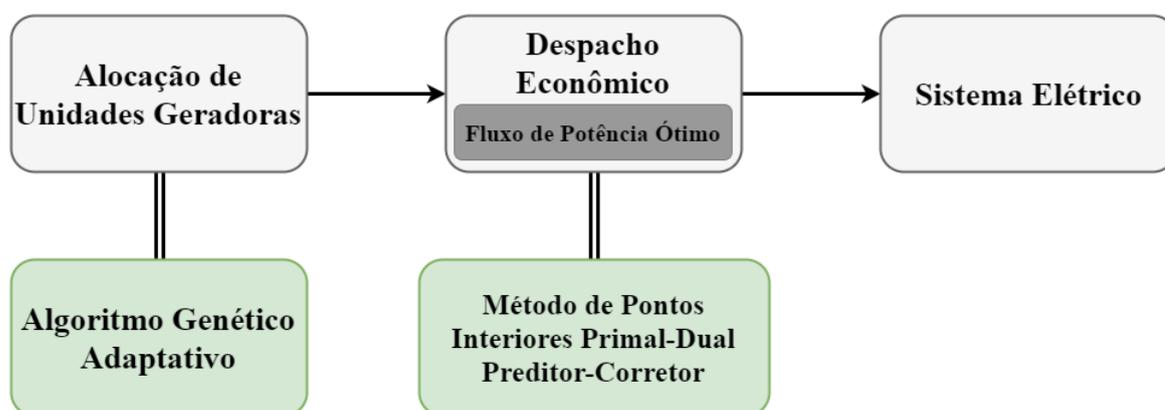


# 6 Formulação do Problema e Metodologia Proposta para Solução

O problema da PDO em sistemas puramente termelétricos compreende os subproblemas de AUGT e DE, com o objetivo de alcançar a minimização do custo de operação diário, considerando restrições relacionadas às máquinas de geração e à capacidade do sistema elétrico. Solucionar este problema envolve determinar quais as UGTs estarão em operação durante o período de análise, e qual será a potência ativa fornecida pelas mesmas.

A natureza combinatória e não-linear do problema dificulta a obtenção de uma solução ótima para sistemas de grande porte, e avaliar todas as alternativas individualmente demandaria muito tempo. Utilizando AGs é possível avaliar diversas alternativas e escolher a mais adequada dentre as avaliadas. Para alcançar a melhor solução, neste trabalho é proposta a resolução do problema através de um AG mais eficiente que possui características modificadas da versão clássica. Para tanto, são utilizados operadores genéticos modificados, técnicas de adaptação dos parâmetros do algoritmo e uma busca local para o auxílio de melhores soluções.

O resumo do problema da PDO com a metodologia proposta para sua solução pode ser visto na Figura 6.1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6.1 – Resumo do problema da PDO com a metodologia proposta para solução.

## 6.1 Formulação do Problema

O problema da PDO tem o objetivo de minimizar os custos totais associados à operação das UGs. A formulação desse problema é dada por:

$$\text{Min } C_T = \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{i=1}^{N_G} \{ [a_{0i}P_i^2(t) + a_{1i}P_i(t) + a_{2i}]U_i(t) + [1 - U_i(t-1)]C_{Pi}U_i(t) \}$$

$$\text{s.a: } U_{i,k}(t)P_{i,k}(t) - L_k(t) - \sum_{m \in \Omega_k} f_{km}(t) = 0$$

$$P_i^{Min} \leq P_i(t) \leq P_i^{Max}$$

$$\sum_{i=1}^{N_G} \{ U_i(t)P_i^{Max} \} \geq \sum_{k=1}^{N_B} L_k(t) + P_R(t)$$

$$X_i^{on} \geq T_{MLi}$$

$$X_i^{off} \geq T_{MDi}$$

$$|P_i(t) - P_i(t-1)| \leq R_{Pi}$$

$$|f_{km}(t)| \leq f_{km}^{Max}$$

em que:

$C_T$  : Custo de produção total para o período de análise;

$N_T$  : Total de horas da análise da operação;

$N_G$  : Total de unidades geradoras;

$a_{0i}, a_{1i}, a_{2i}$  : Coeficientes da função custo da UGT  $i$ ;

$P_i(t)$  : Potência gerada pela UGT  $i$  no tempo  $t$ ;

$U_i(t)$  : Estado da UGT  $i$  no tempo  $t$ ;

$C_{Pi}(t)$  : Custo de partida da UGT  $i$  no instante  $t$ ;

$U_{i,k}(t)$  : Estado da UGT  $i$  localizada na barra  $k$  no tempo  $t$ ;

$P_{i,k}(t)$  : Potência gerada pela UGT  $i$  localizada na barra  $k$  no tempo  $t$ ;

$L_k(t)$  : Demanda localizada na barra  $k$  no instante  $t$ ;

$f_{km}(t)$  : Fluxo de potência na linha entre as barras  $k$  e  $m$  no instante  $t$ ;

$\Omega_k$  : Conjunto de de barras vizinhas à barra  $k$ ;

$P_i^{Min}$  : Limite mínimo de geração de potência da UGT  $i$ ;

$P_i^{Max}$  : Limite máximo de geração de potência da UGT  $i$ ;

$N_B$  : Número de barras do sistema;

$P_R(t)$  : Reserva girante prevista para o instante  $t$ ;

$X_i^{on}$  : Tempo que a UGT  $i$  está em operação;

$X_i^{off}$  : Tempo que a UGT  $i$  está fora de operação;

$T_{MLi}$  : Tempo mínimo de permanência em operação da UGT  $i$ ;

$T_{MDi}$  : Tempo mínimo de saída de operação da UGT  $i$ ;

$R_{Pi}$  : Variação máxima permitida de geração de potência da UGT  $i$ ;

$f_{km}^{Max}$  : Capacidade máxima da linha de transmissão que liga a barra  $k$  e  $m$ .

Esta modelagem mostra como o problema possui uma complexidade matemática, onde são encontradas variáveis relacionadas com as termelétricas, com a representação da rede de transmissão e com o estado de operação das UGs.

## 6.2 Metodologia Proposta para Solução

A metodologia proposta para resolução do problema da PDO é a de usar um AG adaptativo para definir quais serão as máquinas que estarão em operação, realizando o DE através do MPIP Predictor-Corretor para encontrar o ponto de operação de cada máquina. A seguir é detalhado o processo.

### 6.2.1 Codificação

A codificação utilizada neste trabalho foi adotada para atender os requisitos exigidos do problema. Os cromossomos do AG criado foram codificados como matrizes de dimensão  $(N_G \times N_T)$ . Essas matrizes são preenchidas com o estado de cada unidade, sendo representado por 1 quando a UG está em operação, e por 0 caso contrário. Na Figura 6.2 é mostrada a codificação de um cromossomo do AG proposto, aplicado a um problema que envolve 4 UGs em um período de análise de 8 horas.

### 6.2.2 População Inicial

A população inicial do AG proposto é composta por um número predefinido de  $N_P$  indivíduos independentes que terão seus cromossomos iniciados de forma aleatória, ou seja, cada elemento das matrizes terá um número binário gerado através do arredondamento do valor adquirido por uma distribuição uniforme  $\mathcal{U}\{0, 1\}$ . Na Figura 6.3 é representada a população formada por cromossomos codificados de forma matricial.

Com essa inicialização de forma aleatória, é possível obter uma boa disposição das soluções no espaço de busca. Assim, os indivíduos das primeiras gerações podem encontrar

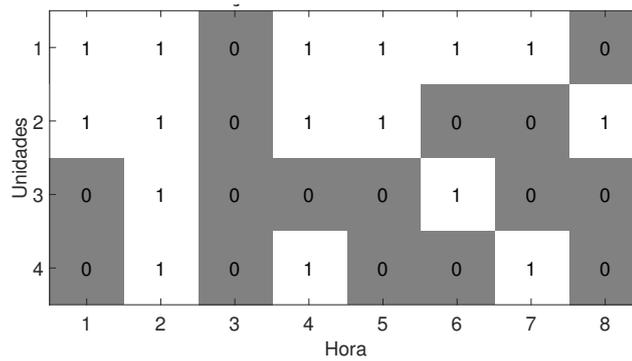
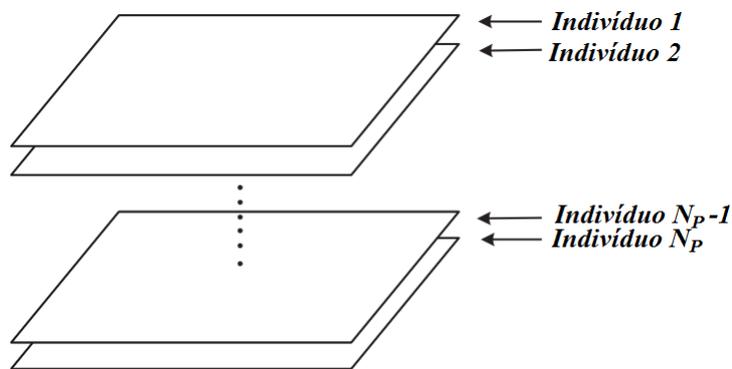


Figura 6.2 – Codificação de um cromossomo do AG proposto.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6.3 – Representação da população formada por cromossomos matriciais.

dificuldade para achar soluções que obedeçam todas as restrições. Porém, com o avanço do processo de busca é possível observar que o AG consegue achar soluções viáveis, demonstrando sua eficácia.

### 6.2.3 Função de Avaliação ou *Fitness*

A avaliação de cada indivíduo leva em consideração se o mesmo está obedecendo às restrições do problema. Caso isso ocorra, o indivíduo será avaliado como descrito na Equação (6.1):

$$fitness = \frac{C_T}{C^{Max}} \tag{6.1}$$

em que  $C^{Max}$  é o custo máximo possível para o problema da programação diária de operação. Esse valor é adquirido realizando o DE com todas as UGTs ligadas em potência máxima, durante todo o período analisado. Com esse valor é possível garantir que haverá uma normalização do *fitness*.

Através da formulação do problema da PDO, observa-se que o  $C_T$  depende do custo operativo das máquinas que estão ligadas e do custo de partida das mesmas. Logo, o MPIPD

Preditor-Corretor será o responsável por fornecer DE das máquinas *online* através da resolução da função quadrática, presente na formulação, obedecendo as restrições de balanço de potência, limites de geração e de capacidade das linhas de transmissão. Ou seja, o subproblema de DE é resolvido na seguinte passagem:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^{N_G} [a_{0i}P_i^2 + a_{1i}P_i + a_{2i}]U_i \\ \text{s.a:} \quad & U_{i,k}P_{i,k} - L_k - \sum_{m \in \Omega_k} f_{km} = 0 \\ & P_i^{\text{Min}} \leq P_i \leq P_i^{\text{Max}} \\ & |f_{km}| \leq f_{km}^{\text{Max}} \end{aligned}$$

Após ser realizado o DE para todo o período analisado, o custo de partida é adicionado ao custo operativo das máquinas e as outras restrições são verificadas. Caso essas outras restrições do problema não sejam obedecidas, a avaliação será feita com base na quantidade de restrições que aquele indivíduo conseguiu obedecer. Quanto maior o número de restrições obedecidas, melhor será a avaliação do indivíduo. Dessa forma, o indivíduo que não obedece todas as restrições tem sua avaliação descrita pela Equação (6.2):

$$fitness = (C^{\text{Max}} - 0,001N_R C^{\text{Max}}) \quad (6.2)$$

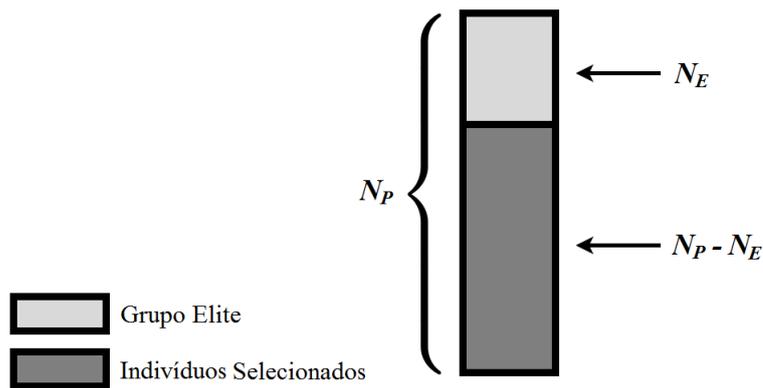
em que  $N_R$  é o número de restrições obedecidas pelo indivíduo.

#### 6.2.4 Seleção e Elitismo

A técnica de seleção utilizada no trabalho foi a da Roleta. Nessa técnica os espaços da roleta possuem tamanho proporcional ao valor do *fitness* do indivíduo. Indivíduos que possuem as melhores avaliações ocuparão uma área maior na roleta, da mesma forma que indivíduos com valor de *fitness* ruim ocuparão lugares menores na roleta.

Paralelamente à seleção, foi aplicada a técnica de Elitismo para garantir que as características de alguns indivíduos que tenham boa avaliação se propaguem nas próximas gerações. Essa técnica garante que os melhores indivíduos sejam mantidos na população com o passar das gerações, sendo substituídos somente no caso de aparecerem indivíduos melhores no decorrer do processo de busca.

Dessa forma, a nova população gerada será formada em parte pelo grupo elite, de tamanho  $N_E$ , e a outra parte, de tamanho  $(N_P - N_E)$ , pelos indivíduos que foram selecionados pela Roleta e passaram pelos operadores de *cross-over* e mutação, onde  $N_E \leq N_P$ . Na Figura 6.4 é mostrado um exemplo da população formada pelo grupo elite e pelos indivíduos selecionados pela Roleta.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6.4 – Representação da população composta por um grupo elite.

### 6.2.5 *Cross-Over*

No problema de AUGT, as matrizes de alocação têm grande sensibilidade com relação às restrições que envolvem as variáveis  $X^{on}$  e  $X^{off}$ . Com os testes feitos foi constatado que as técnicas clássicas de *cross-over* e mutação, descritas no Capítulo 5, não são viáveis devido à lentidão do processo de busca para sair de mínimos locais ou, em alguns casos, não conseguir sair. Para reverter esse problema, foi aplicada a técnica anelar proposta em [Pavez-Lazo e Soto-Cartes \(13\)](#) para esses operadores.

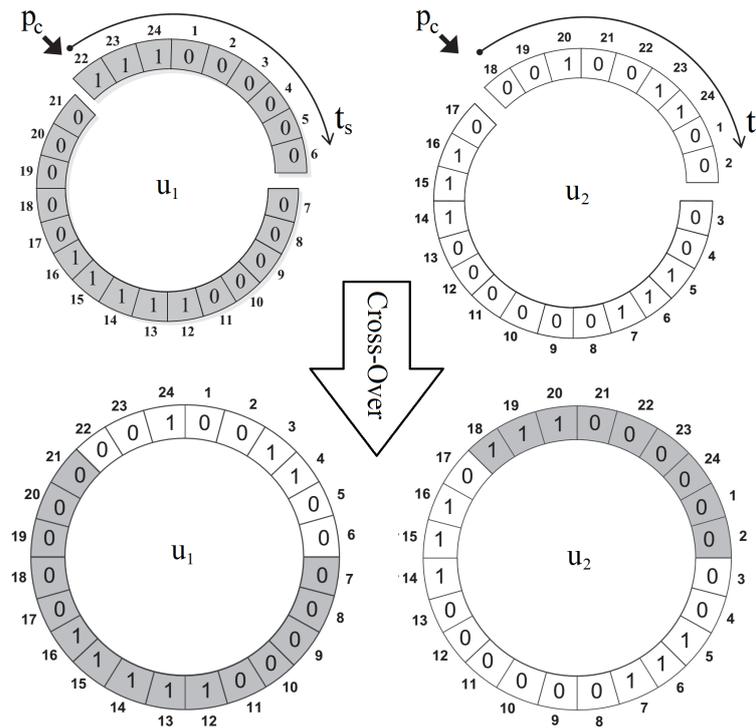
O *cross-over* é realizado a partir de uma probabilidade de ocorrência  $P_C$  onde, primeiramente, são escolhidas, de forma aleatória, as unidades  $u_1$  e  $u_2$  de cada um dos indivíduos selecionados pela roleta. As duas linhas escolhidas contendo os estados operativos de cada uma das máquinas são transformadas em um anel e logo depois são escolhidos os pontos de corte  $p_c$  e o tamanho do semi-anel  $t_s$ , ambos de forma aleatória. Por fim, o cruzamento pode ser realizado.

Essa técnica é ilustrada na Figura 6.5, onde é criado um anel com  $p_c = 22$ , para a unidade  $u_1$ , e outro com  $p_c = 18$ , para a unidade  $u_2$ . Já o tamanho do semi-anel escolhido tem o total de  $9h$  do período de operação, ou seja  $t_s = 9$ .

### 6.2.6 *Mutação*

A mutação aplicada no AG proposto utiliza os mesmos princípios de tratamento anelar que foi utilizado no operador de *cross-over*. Embora não tenha sido aplicada em [Pavez-Lazo e Soto-Cartes \(13\)](#), essa técnica apresentou resultados melhores em relação a mutação clássica de um ponto.

De forma semelhante ao que foi feito no operador de *cross-over*, a mutação é realizada a partir de uma probabilidade de ocorrência  $P_M$ . Na metodologia proposta, é criado um anel com uma linha contendo os estados operativos de uma unidade, escolhida aleatoriamente. Logo depois é escolhido o ponto de corte  $p_c$  e o tamanho do semi-anel  $t_s$ , ambos de forma aleatória. Nesse

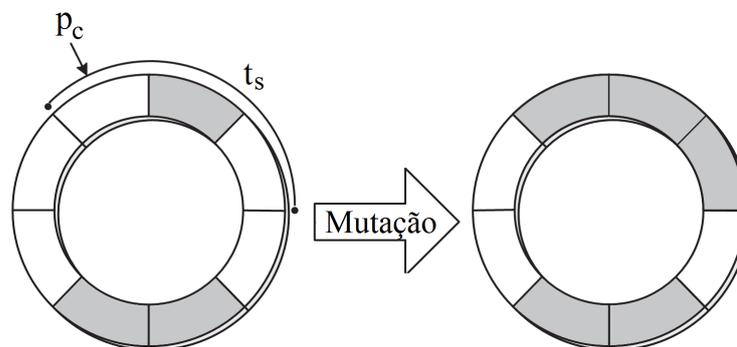


Fonte: Adaptada de Pavez-Lazo e Soto-Cartes (13)

Figura 6.5 – Exemplo de *cross-over* com técnica anelar.

semi-anel será verificado se a maioria dos estados possuem o valor 0 ou 1. Caso a maioria dos valores sejam 0, a mutação provocará uma espécie de “contaminação” no semi-anel, modificando todos os valores para 1 e vice-versa.

Na Figura 6.6 é mostrado um exemplo do operador de mutação anelar criado, aplicado a uma UG que tem o período de operação de 8h.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6.6 – Exemplo de mutação com técnica anelar.

### 6.2.7 Adaptabilidade

Nesse trabalho foi implementado um processo de adaptabilidade baseado nas observações dos experimentos, onde foi constatada a importância do operador de mutação em alguns momentos do processo de busca. Por conta disso, foi utilizada uma técnica que varia o valor de  $P_M$  de acordo com o Grau de Homogeneidade da População (GHP).

O GHP mede o quanto os indivíduos da população são semelhantes. A verificação do mesmo é feita a partir de uma frequência  $F_{GHP}$  de gerações, ou seja, é analisado se o GHP ultrapassou o limite estabelecido de homogeneidade  $L_H$  de forma periódica. Caso esse limite tenha sido ultrapassado, a probabilidade de ocorrência do operador de mutação passa de um valor mínimo inicial  $P_M^{Min}$  para um valor máximo  $P_M^{Max}$  que irá decaindo a uma taxa  $T_{XM}$ , a medida que as gerações vão avançando, até voltar ao valor mínimo inicial.

Essa estratégia promove maior diversidade a população, além de evitar que o processo possa ficar preso em um mínimo local.

### 6.2.8 Busca Local

A técnica de busca local incorporada ao AG criado é baseada no trabalho de [Valenzuela e Smith \(14\)](#). Nesse trabalho são propostos dois tipos de busca local denominados 1 – *OPT* e 2 – *OPT* que são aplicados à melhor solução encontrada.

A busca do tipo 1 – *OPT* modifica o estado de cada uma das unidades para todo o período de operação analisado, ou seja, cada elemento da matriz de alocação terá seu valor alterado. A busca do tipo 2 – *OPT* modifica, primeiramente, o estado de duas unidades para cada hora, e, posteriormente, o estado de cada unidade para duas horas diferentes. Nesse último tipo, a alteração do estado é feita através de uma combinação simples dos elementos de cada linha ou coluna da matriz de alocação.

Nessa técnica, a avaliação do indivíduo deve ser feita a cada modificação realizada. A busca só irá parar caso encontre uma solução melhor que a da última geração ou caso não ache nenhuma solução melhor.

Cabe destacar que a busca local só será requisitada no AG proposto quando não houver mudança do melhor indivíduo encontrado após um número  $F_{BL}$  de gerações.

### 6.2.9 Critério de Parada

Como dito anteriormente, não há critério exato para determinar o fim do processo de busca. Neste trabalho, além da estagnação dos resultados encontrados, que desencadeia no processo de busca local, outro critério utilizado como decisão de parada é o número máximo de gerações  $N_{Gr}^{Max}$ .

### 6.3 Algoritmo Proposto

Para solucionar o problema da PDO em sistemas termelétricos propõe-se o uso de um AG adaptativo que terá como *fitness* o cálculo do FPO através do MPIPD.

Em resumo, o AG proposto inicia gerando um conjunto de soluções (população inicial) de forma aleatória. Essas soluções serão avaliadas através do FPO resolvido pelo MPIPD, capaz de realizar o DE horário de cada UGT respeitando seus limites de geração, o balanço de potência e os limites de capacidade das linhas de transmissão do sistema elétrico. Logo após, a partir da codificação matricial feita de cada indivíduo, o AG irá verificar a obediência das outras restrições a fim de verificar a validade da solução. Assim, a seleção e os operadores de *cross-over* e mutação serão aplicados para que o processo de busca seja realizado. A medida que a busca vai avançando, a probabilidade de realização de mutação do AG irá sendo modificada de forma adaptativa com relação ao GHP. Ao fim, quando a melhor solução fica estagnada, é aplicada a busca local do tipo 1 – *OPT* e 2 – *OPT* para que o AG tente encontrar uma nova solução, e dê continuidade ao processo de busca, ou então tenha seu processo interrompido. Essa interrupção também pode ser alcançada caso o número de gerações atinja o valor máximo preestabelecido.

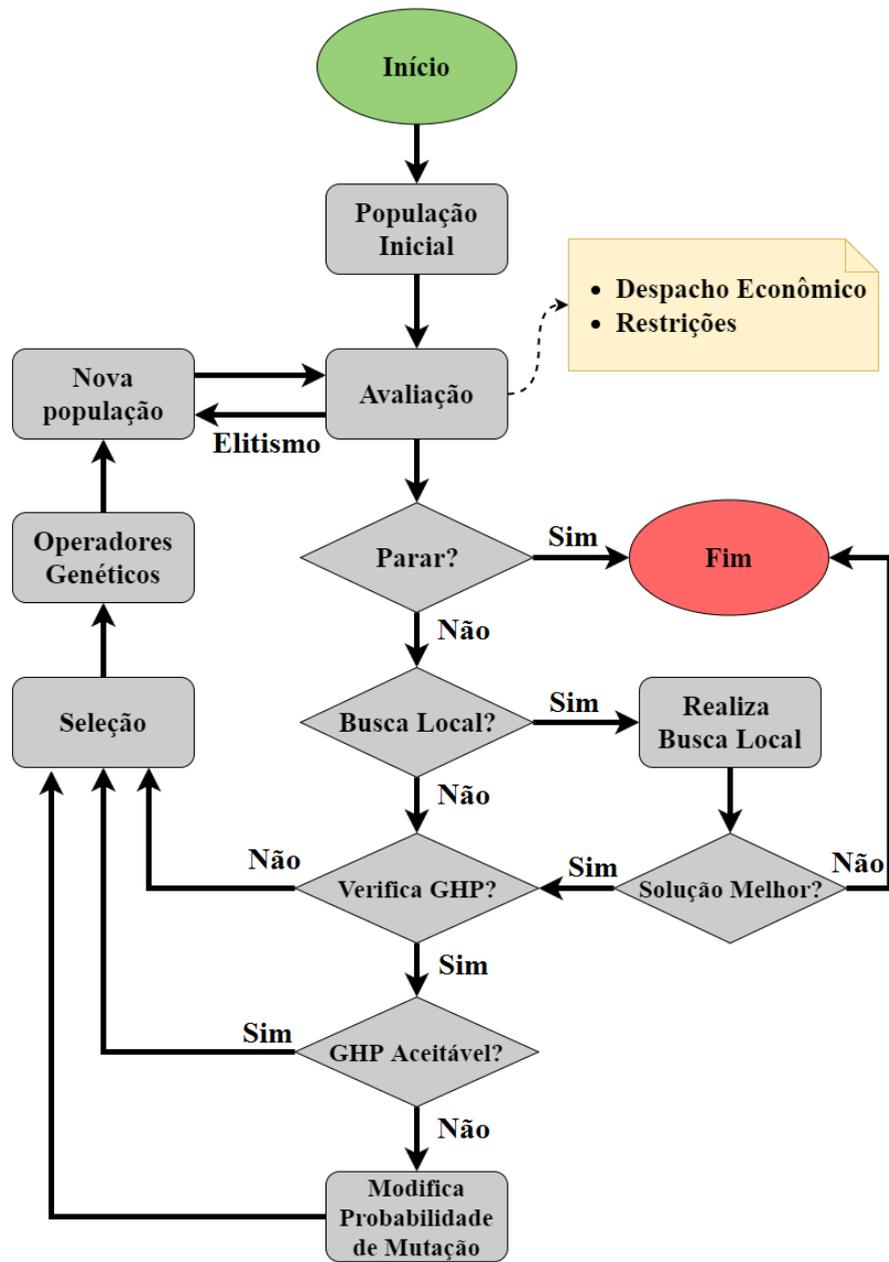
Na Figura 6.7 é mostrado o fluxograma da metodologia proposta, com as ações e decisões que devem ser tomadas para a solução do problema da PDO através do AG adaptativo.

Os parâmetros do AG utilizados nas aplicações serão detalhados junto com os resultados de cada um dos casos de estudo.

### 6.4 Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo foi apresentada a metodologia utilizada neste trabalho para solucionar o problema da PDO. O mesmo foi tratado como um problema de busca e resolvido por um AG adaptativo que possui características diferentes do modelo clássico.

No capítulo a seguir serão apresentados os resultados obtidos e as análises dos casos estudados.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6.7 – Fluxograma da aplicação do AG proposto.



# 7 Análise de Resultados

Neste capítulo serão apresentados os sistemas testes obtidos da literatura especializada, os parâmetros utilizados para o AG adaptativo proposto, e os resultados encontrados através de simulações realizadas. A implementação do algoritmo foi feita em um *software* de simulação matemática, em uma plataforma computacional com processador Intel Core i5-4570, CPU 3.20 GHz, memória de 8 GB com sistema operacional Windows de 64 bits.

Os resultados que serão exibidos na primeira análise são baseados na formulação proposta na Seção 6.1, onde são consideradas todas as restrições do problema da PDO. Posteriormente, um sistema teste bastante utilizado na literatura foi utilizado com intuito de validar o algoritmo proposto diante das outras metodologias existentes. Nessa análise, a rede de transmissão e a restrição ligada a variável de rampa foram retiradas da formulação do problema pelo fato de a literatura não as levar em consideração. Por último, será feita análise do impacto da inclusão da rede de transmissão ao problema, comparando os resultados encontrados com e sem a restrição ligada a capacidade máxima das linhas de transmissão.

## 7.1 Sistemas Testes

Na pesquisa realizada, a ausência da rede de transmissão na modelagem do problema é observada na maioria dos estudos, sendo esses sistemas puramente termelétricos modelados através do modelo barra única. A PDO considerando somente as restrições técnicas e econômicas das UGTs talvez não satisfaça às restrições de transmissão, podendo conduzir a uma operação insegura do SEP. A obtenção de soluções viáveis na prática deve considerar tanto as restrições das UGTs quanto as restrições de transmissão.

Esse problema torna difícil a obtenção de casos para fins de comparação de resultados. Essa constatação foi feita também no trabalho de Neto (71), onde o mesmo relata o problema da falta de mais trabalhos que consideram as restrições ligadas ao sistema de transmissão.

### 7.1.1 Sistema Teste 1

O Sistema Teste 1 é caracterizado por utilizar a rede de transmissão baseado no SEP com trinta barras, disponibilizado pelo *Institute of Electrical and Electronics Engineers* (IEEE) em (72). Na Figura A.1 (Encontrada no Anexo A) é ilustrado esse sistema.

Esse sistema foi proposto por Ma, Shahidehpour e Marwali (67) e os dados técnicos das UGTs, a demanda horária solicitada pelo sistema e as características do SEP podem ser vistos no Anexo A. O limite de fluxo de potência de todas as linhas de transmissão é de 90 MW.

O sistema é composto por trinta barras, quarenta e uma linhas de transmissão, nove UGTs, e o período de análise da operação é de vinte e quatro horas.

### 7.1.2 Sistema Teste 2

O Sistema Teste 2 também utiliza a rede de transmissão. Esse sistema é baseado no SEP com vinte e quatro barras, disponibilizado pelo IEEE em (72). Na Figura A.2 (Encontrada no Anexo A) é ilustrado esse sistema.

Esse sistema foi proposto por Wang e Shahidehpour (61) e os dados técnicos das UGTs e de demanda horária solicitada pelo sistema podem ser vistos no Anexo A. Cabe destacar que as características do SEP e os limites de fluxo de potência das linhas de transmissão foram obtidos no trabalho (8), dos mesmos autores, que utiliza o mesmo conjunto de UGTs porém não considera a restrição de rampa, sendo esta adquirida no trabalho de Ma e Shahidehpour (68), que também utiliza as UGTs em questão.

O sistema é composto por vinte e quatro barras, trinta e quatro linhas de transmissão, vinte e seis UGTs, e o período de análise da operação é de vinte e quatro horas.

### 7.1.3 Sistema Teste 3

O Sistema Teste 3 é o principal sistema puramente termelétrico de geração analisado pela literatura, onde a rede de transmissão não é considerada. Ele foi proposto por Kazarlis (73) e os dados técnicos das UGTs e a demanda horária solicitada pelo sistema são apresentados no Anexo A.

Esse sistema foi utilizado aqui para validação do AG adaptativo proposto, devido a grande quantidade de trabalhos encontrados. Ele é constituído originalmente por dez UGTs e o período de análise da operação é de vinte e quatro horas.

## 7.2 Resultados Obtidos

Nesta seção são apresentados e analisados os resultados obtidos pela aplicação do AG adaptativo proposto nos sistemas testes, descritos anteriormente. Como os algoritmos genéticos são não-determinantes, ou seja, apresentam diferentes resultados a cada execução, é comum comparar as várias respostas de diferentes execuções para a escolha da melhor solução. Desta forma, cada um dos casos foi simulado dez vezes.

Os parâmetros do AG foram sintonizados à medida que o estudo foi avançando. Houve uma preocupação em utilizar o mínimo de gerações possíveis no processo de busca, sem depreciar os resultados obtidos quando ao objetivo pretendido. Os parâmetros para o AG proposto, utilizados em todos os testes realizados, podem ser vistos na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Parâmetros utilizados para o AG proposto.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Tamanho da população	50 indivíduos
Tamanho do grupo elite	5 indivíduos
Probabilidade de ocorrência de <i>cross-over</i>	70%
Probabilidade mínima de ocorrência de mutação	5%
Probabilidade máxima de ocorrência de mutação	80%
Taxa de decaimento da probabilidade de ocorrência de mutação	10%
Frequência de verificação do grau de homogeneidade da população	20 gerações
Limite de homogeneidade permitido	80%
Número máximo de gerações	5000 gerações
Frequência de realização de busca local	100 gerações

Para o primeiro caso, onde é aplicado o AG proposto para resolução da PDO no Sistema Teste 1, os resultados encontrados podem ser vistos na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 1.

<b>Média dos resultados</b>	\$148936,47
<b>Melhor resultado</b>	\$146961,34
<b>Pior resultado</b>	\$150973,60

O desempenho do algoritmo proposto até encontrar o melhor resultado, mostrado na Tabela 7.2, pode ser visto na curva de evolução do *fitness*, ilustrada na Figura 7.1.

Nessa curva, destaca-se o fato de que a população inicial, por ser gerada de forma randômica, não possui indivíduos que obedecem todas as restrições estabelecidas pelo problema, fazendo com que o processo de busca comece com os valores de *fitness* altos. A partir do momento que é encontrado um indivíduo que obedeça a todas as restrições, o valor do melhor *fitness* sofre uma queda abrupta. Além disso, é possível observar como a ação de busca local também foi importante para achar melhores resultados quando os valores do *fitness* não sofrem melhoria no decorrer do processo.

A alocação das UGs, encontrada pelo melhor resultado, pode ser vista na Figura 7.2. Nela, verifica-se que as unidades 1, 3 e 4 estão sempre em operação, as unidades 7, 8 e 9 são evitadas durante o período analisado, e as unidades 2, 5 e 6 são requisitadas em momentos diferentes do dia.

Com os estados de cada uma das máquinas definido, é possível encontrar o DE e o fluxo de potência nas linhas de transmissão. Na Tabela A.1 (encontrada no Apêndice A) é apresentada a potência ativa gerada por cada UG durante o dia, e na Tabela B.1 (encontrada no Apêndice B) é exibido o resultado do fluxo de potência do Sistema Teste 1.

Como descrito anteriormente, as unidades 1, 3 e 4 estarão sempre em operação e serão elas que darão a base da potência ativa que será fornecida ao sistema. Sendo assim, as unidades



Tabela 7.3 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 2.

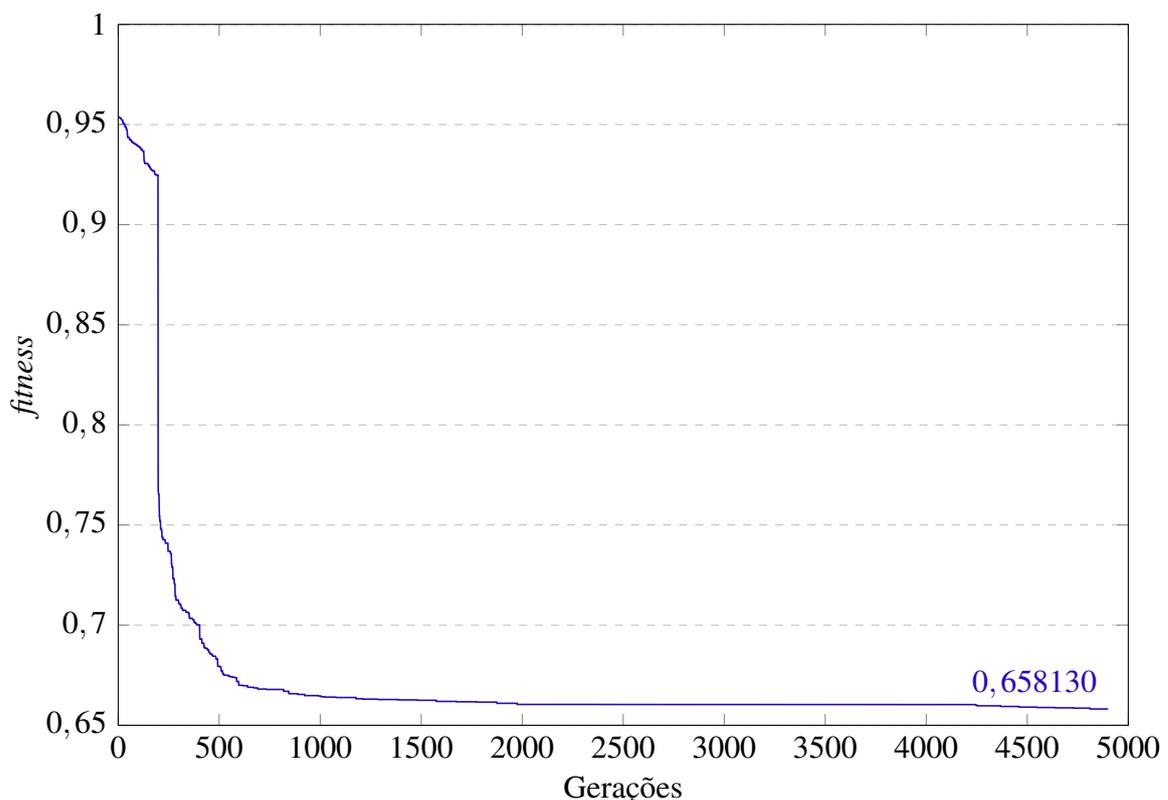
<b>Média dos resultados</b>	\$770736,33
<b>Melhor resultado</b>	\$759572,83
<b>Pior resultado</b>	\$781730,96

O desempenho do algoritmo proposto até chegar no melhor resultado encontrado pode ser visto através da curva de evolução do *fitness*, ilustrada na Figura 7.3.

Da mesma forma que a curva apresentada no sistema teste anterior, o processo de busca começa com os valores de *fitness* altos e, após encontrar um indivíduo que obedeça a todas as restrições, o valor do melhor *fitness* sofre uma queda abrupta. Além disso, é possível observar como a ação de busca local continuou sendo importante para achar melhores resultados quando os valores do *fitness* ficaram estagnados.

A alocação das UGs, encontrada pelo melhor resultado, pode ser vista na Figura 7.4. Nela, verifica-se que as unidades 13, 17, 18, 19, 20, 24, 25 e 26 estão sempre em operação, a unidade 9 é a única evitada durante o período de análise, e todas as outras unidades são requisitadas em momentos diferentes do dia.

Na Tabela A.3 (encontrada no Apêndice A) é apresentada a potência ativa gerada por cada UG durante o dia, e na Tabela B.3 (encontrada no Apêndice B) é exibido o resultado do fluxo de potência do Sistema Teste 2.

Figura 7.3 – Evolução do *fitness* no Sistema Teste 2.

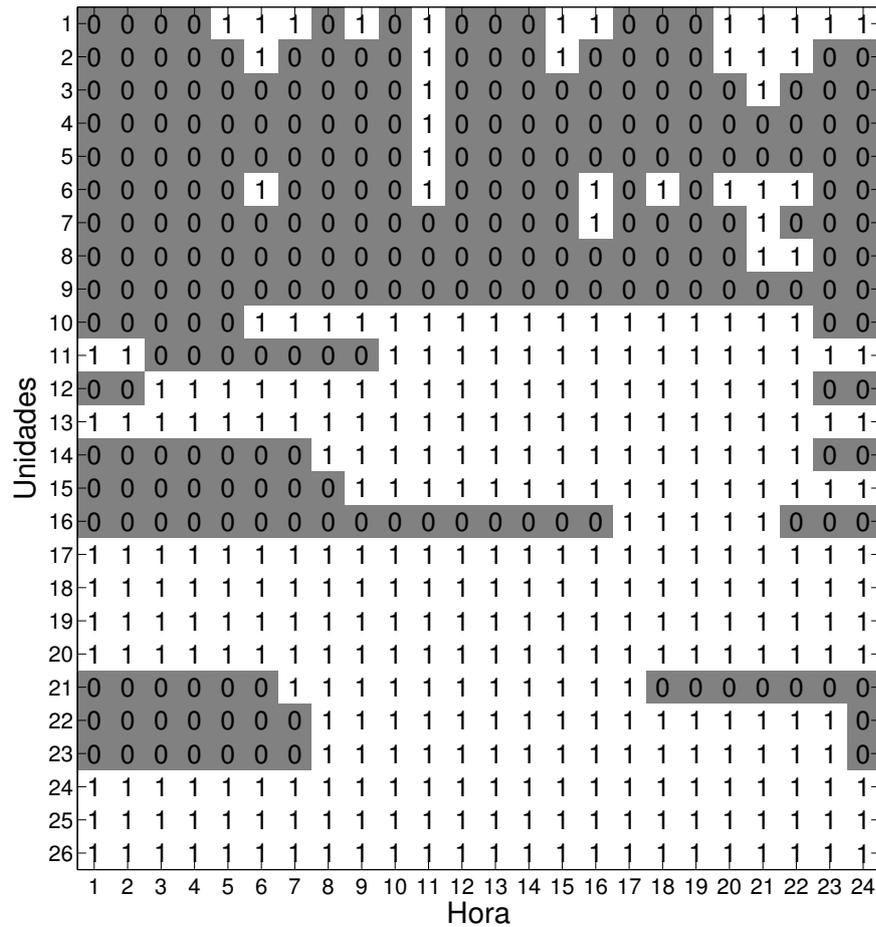


Figura 7.4 – Alocação final das UGs para o Sistema Teste 2.

Nesse sistema, as UGs 13, 17, 18, 19, 20, 24, 25 e 26 estarão em operação e serão a base do fornecimento da potência ativa para o sistema. O restante das unidades, quando em operação, servirão apenas como complemento para o DE, destacando-se as unidades 1 a 8 e 21 a 24 que sempre operarão com sua potência máxima.

No caso dos resultados encontrados para o fluxo de potência nas linhas de transmissão, verificou-se que apenas uma linha de transmissão (7 – 8) atingiu o valor máximo admissível.

### 7.3 Validação do Algoritmo Proposto

Para a validação do algoritmo proposto e para mostrar sua eficácia perante os outros métodos existentes, o mesmo foi utilizado para encontrar a PDO do Sistema Teste 3. Os resultados alcançados foram comparados com os resultados obtidos por algumas metodologias encontradas na literatura especializada.

Os parâmetros utilizados para o AG proposto foram os mesmos que os descritos na Tabela 7.1.

Cabe destacar que esses trabalhos não consideram a restrição de rampa e o sistema de

transmissão, logo, os seus limites foram retirados do problema da PDO, sendo a formulação do problema a seguinte:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } C_T &= \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{i=1}^{N_G} \{ [a_{0i}P_i^2(t) + a_{1i}P_i(t) + a_{2i}]U_i(t) + [1 - U_i(t-1)]C_{Pi}U_i(t) \} \\
 \text{s.a: } U_{i,k}(t)P_{i,k}(t) - L_k(t) &= 0 \\
 P_i^{Min} &\leq P_i(t) \leq P_i^{Max} \\
 \sum_{i=1}^{N_G} \{ U_i(t)P_i^{Max} \} &\geq \sum_{k=1}^{N_B} L_k(t) + P_R(t) \\
 X_i^{on} &\geq T_{MLi} \\
 X_i^{off} &\geq T_{MDi}
 \end{aligned}$$

Para essa formulação, os resultados encontrados da aplicação do AG adaptativo proposto no Sistema Teste 3 podem ser vistos na Tabela 7.4. Observa-se que o pior resultado encontrado pelo AG adaptativo ainda consegue ser melhor que a versão do AG que não utiliza adaptação.

Tabela 7.4 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 3.

<b>Média dos resultados</b>	\$564776,12
<b>Melhor resultado</b>	\$563937,69
<b>Pior resultado</b>	\$566220,71
<b>AG não-adaptativo</b>	\$566703,38

As curvas que descrevem a evolução dos valores do *fitness* no decorrer das gerações para os casos do AG com e sem adaptação podem ser vistas na Figura 7.5. Essas curvas são oriundas da melhor solução encontrada para ambos os casos.

Nas simulações realizadas, observou-se que, na versão que não utiliza a adaptação, a busca feita pelo AG atinge sempre o número máximo de gerações. Já para o AG adaptativo, a busca é interrompida antes da metade desse número.

A alocação final das UGs encontrada no melhor resultado pode ser vista na Figura 7.6. Observa-se que apenas as unidades 1 e 2 operam durante todo o dia, e todas as outras unidades são requisitadas em momentos diferentes.

A partir dessa alocação, é possível definir o DE do Sistema Teste 3. Esses valores são encontrados na Tabela A.5 (presente no Apêndice A). Para esse sistema, as UGs 1 e 2 estarão sempre em operação e serão a base do fornecimento da potência ativa para o sistema, sendo que a unidade 1 operará sempre com sua potência máxima. O restante das unidades, quando em operação, servirão apenas como complemento para o DE, destacando-se as unidades 3 e 4 que sempre operarão com sua potência máxima, e as unidades 7, 9 e 10 que sempre operarão com sua potência mínima. Outro ponto a se observar é que a unidade 10 só é requisitada quando a

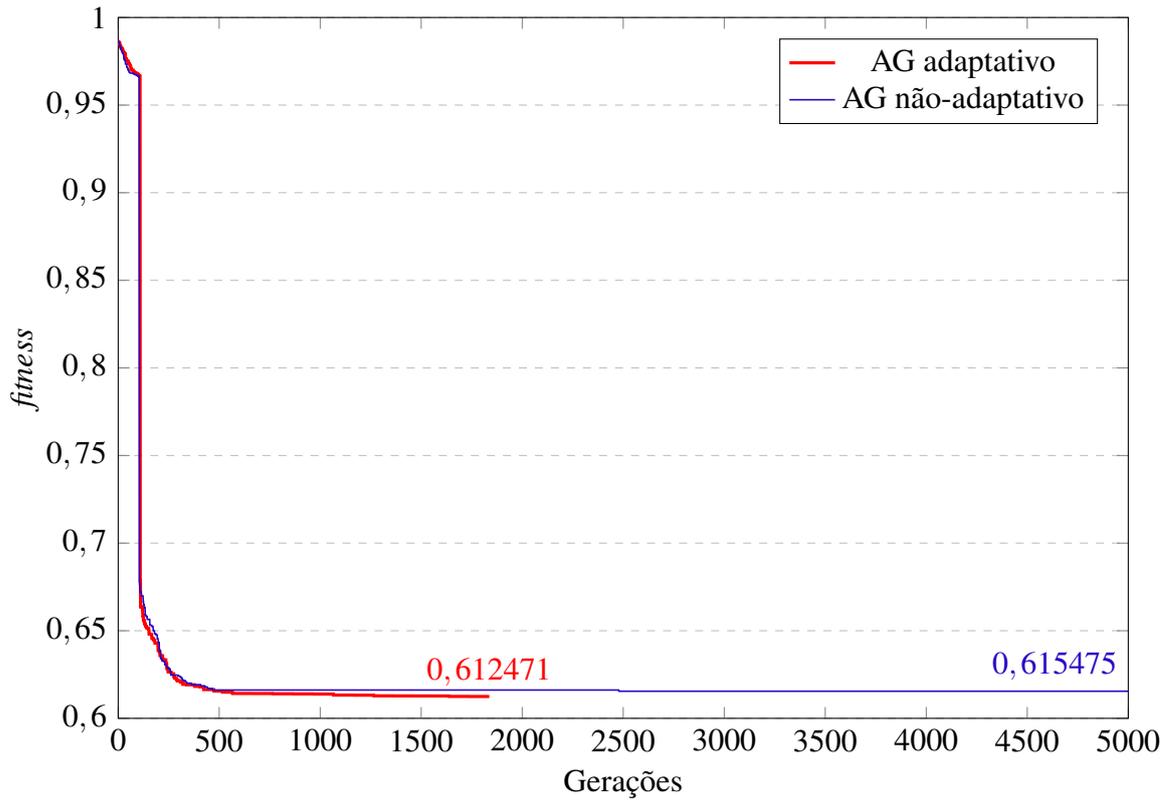


Figura 7.5 – Evolução do *fitness* no Sistema Teste 3.

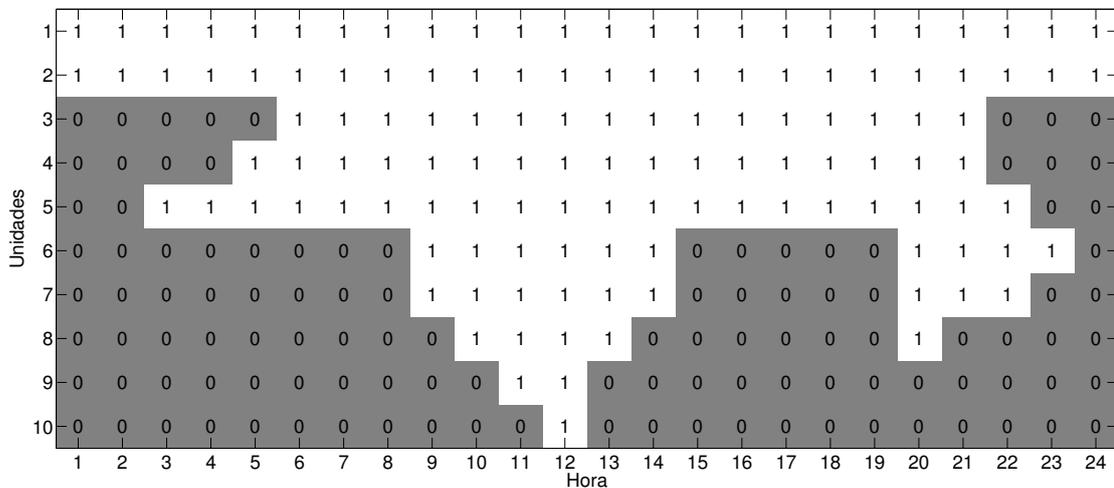


Figura 7.6 – Alocação final das UGs para o Sistema Teste 3.

demanda chega ao seu valor máximo do período analisado, mostrando que ela, mesmo operando com sua potência mínima, é melhor do que desligada.

Na Tabela 7.5 são mostrados os principais resultados encontrados na literatura. O mesmo resultado encontrado no trabalho de Roy e Sarkar (74) foi obtido com a metodologia proposta do AG adaptativo.

Apesar de a maior diferença econômica ser de apenas \$2556,31, a medida que o número

de máquinas aumentar essa diferença tenderá a ficar mais evidente.

Tabela 7.5 – Resultados encontrados na literatura para o Sistema Teste 3.

Metodologia	Resultado [ \$ ]
Algoritmo Genético (73)	565825,00
Relaxação Lagrangeana (73)	565825,00
Programação Evolutiva (75)	564551,00
Algoritmo Genético Baseado nas Características das UGs (62)	563977,00
Colônia de Formigas (76)	564049,00
Relaxação Lagrangeana Adaptativa (77)	564049,00
Algoritmo Genético com Codificação Inteira (64)	566494,00
Lista de Prioridades Baseada em um Algoritmo Evolucionário (78)	563977,00
Enxame de Partículas (79)	563954,00
<i>Simulated Annealing</i> (80)	565828,00
Enxame de Partículas Combinado com Relaxação Lagrangeana (81)	565869,00
Enxame de Partículas Híbrido (82)	563940,00
Enxame de Partículas Baseado em <i>Simulated Annealing</i> (83)	563938,00
Lógica <i>Fuzzy</i> Controlada por Enxame de Partículas (84)	563947,02
Colônia de Vaga-lumes (85)	563938,00
Busca Gravitacional (86)	563938,00
Algoritmo <i>Quasi-oppositional</i> Baseado em Aprendizagem (74)	563937,69

Com essa constatação, o AG adaptativo proposto pôde ser aplicado para as resoluções dos problemas da PDO que considerem os limites de rampa e do carregamento do sistema de transmissão.

## 7.4 Análise da Inclusão do Sistema Transmissão ao Problema

Esta seção irá analisar os impactos provocados pela inclusão do sistema de transmissão no problema da PDO, comparando os resultados encontrados na Seção 7.2 com os mesmos sistemas sendo resolvidos através do modelo clássico de barra única.

Na Tabela 7.6 são mostrados os resultados encontrados considerando o sistema de transmissão no problema ( $f^{Max}$  ativa) e desconsiderando-o ( $f^{Max}$  inativa), para o Sistema Teste 1. É possível notar que quando a linha de transmissão é considerada no problema pode causar um impacto significativo no valor final do custo da operação. A diferença entre os melhores resultados encontrados nas duas situações foi de \$7922,57, e o pior resultado encontrado com  $f^{Max}$  inativa também acabou sendo menor até mesmo que o melhor resultado com  $f^{Max}$  ativa. Esse aumento encontrado é proporcionado pelo fato de a restrição da capacidade das linhas, quando ativa, restringir o espaço de busca do problema.

A alocação final das UGs para o Sistema Teste 1, onde as linhas de transmissão são desconsideradas no problema, é mostrada na Figura 7.7 e o seu respectivo DE pode ser visto na Tabela A.2 (encontrada no Apêndice A).

Tabela 7.6 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 1, considerando  $f^{Max}$  inativa e ativa.

	$f^{Max}$ inativa	$f^{Max}$ ativa
<b>Média dos resultados</b>	\$139720,12	\$148936,47
<b>Melhor resultado</b>	\$139038,77	\$146961,34
<b>Pior resultado</b>	\$140675,81	\$150973,60

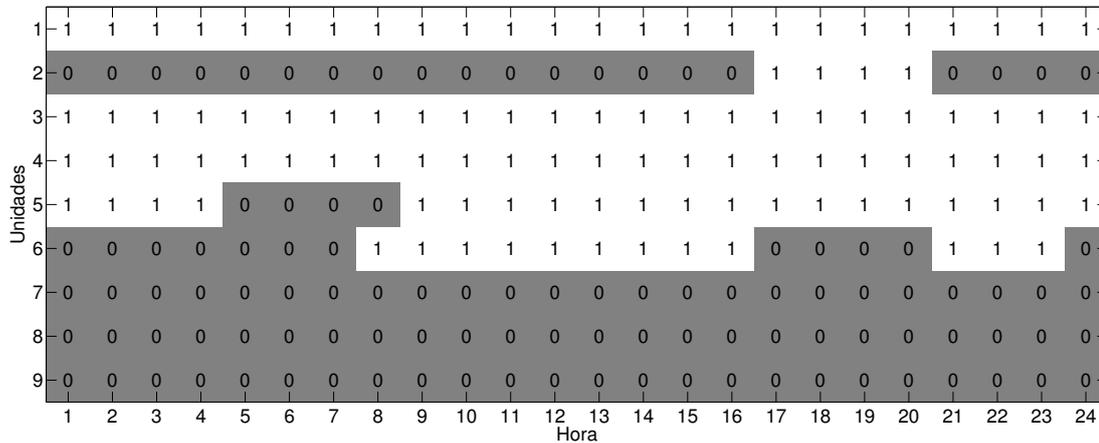


Figura 7.7 – Alocação final das UGs do Sistema Teste 1, desconsiderando o sistema de transmissão.

É possível observar que ao ignorar as linhas de transmissão no problema, as unidades 1, 3, 4, 7, 8 e 9 permaneceram com o mesmo estado de operação. A partir das tabelas de DE, observou-se que, com a retirada das linhas de transmissão, a UG 1 passou a operar em potência máxima durante o período de análise; a UG 2 ficou menos requisitada; as UGs 3 e 4 passaram a operar com seu valor máximo, na maior parte do tempo; a UG 5 começou a operar durante 20h; a UG 6 teve uma diminuição no seu intervalo de operação, ficando *offline* 2h a mais do que no caso de  $f^{Max}$  ativa, operando com sua potência mínima, na maior parte do tempo; as UGs 7, 8 e 9 continuaram fora de operação.

A partir da alocação encontrada, mostrada na Figura 7.7, foi possível verificar qual seria o resultado do fluxo de potência se o sistema de transmissão fosse considerado no modelo e não existisse um limite para a capacidade das linhas. O resultado para essa análise pode ser visto na Tabela B.2 (encontrada no Apêndice B). Observa-se nessa tabela que as linhas 1 – 2 e 9 – 11 tem seus limites extrapolados, ou seja, caso essa alocação de máquinas fosse utilizada, essas linhas estariam comprometidas.

Para o Sistema Teste 2, os resultados encontrados para  $f^{Max}$  ativa e inativa podem ser vistos na Tabela 7.7. Foi possível observar que o fato de ativar a restrição ligada a capacidade das linhas de transmissão, continuou causando impacto no valor final encontrado como melhor resposta. A diferença entre os melhores resultados encontrados na duas situações foi de \$71277,17, e o pior resultado encontrado com  $f^{Max}$  inativa continuou sendo menor que o melhor resultado com  $f^{Max}$  ativa.

Tabela 7.7 – Resultados encontrados para o Sistema Teste 2, considerando  $f^{Max}$  inativa e ativa.

	$f^{Max}$ inativa	$f^{Max}$ ativa
<b>Média dos resultados</b>	\$699386,51	\$770736,33
<b>Melhor resultado</b>	\$688295,66	\$759572,83
<b>Pior resultado</b>	\$730153,88	\$781730,96

A alocação final das UGs para o Sistema Teste 2, onde as linhas de transmissão são desconsideradas no problema, é mostrada na Figura 7.8 e o seu respectivo DE pode ser visto na Tabela A.4 (encontrada no Apêndice A).

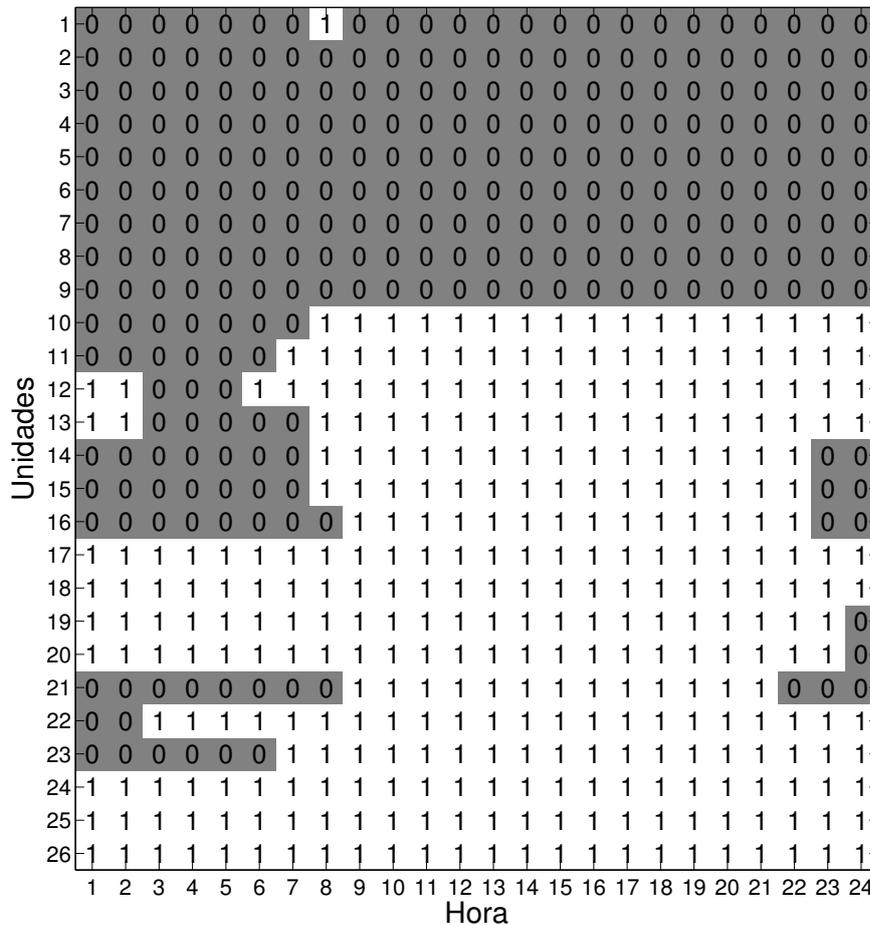


Figura 7.8 – Alocação final das UGs do Sistema Teste 2, desconsiderando o sistema de transmissão.

Nesse caso, foi possível observar que oito UGs ficaram sempre *offline*, e cinco UGs permaneceram sempre *online*. A partir das tabelas de DE, observou-se que, com a retirada das linhas de transmissão, as oito primeiras unidades deixaram de operar, sendo a primeira máquina requisitada somente durante 1h; a UG 9 continuou fora de operação; as UGs de 10 à 16 continuaram com os pontos de operação com seu valor máximo, ou próximo dele, na maior parte do tempo, sendo que a UG 16 foi mais requisitada; as UGs de 17 à 20 e de 24 à 26 passaram a operar em potência máxima, na maior parte do tempo; as UGs 21, 22 e 23 operaram, a maior parte do tempo, próximo das suas potências mínimas.

Com a alocação encontrada, mostrada na Figura 7.8, foi feita a análise para o caso de o sistema de transmissão ser considerado no modelo e não existir um limite da capacidade das linhas. O resultado encontrado para essa análise pode ser visto na Tabela B.4 (encontrada no Apêndice B). Nessa tabela, observa-se que a linha 7 – 8 tem seu limite extrapolado, podendo comprometer as linhas, caso essa alocação de máquinas seja utilizada.

## 7.5 Considerações Finais

Os testes utilizando o AG adaptativo para a resolução da AUGT, e MPIPDPreditor-Corretor para a resolução do DE, foram capazes de mostrar sua eficácia perante o problema da PDO e suas restrições.

Os resultados encontrados demonstraram como o processo de adaptação do AG proposto é importante para achar soluções de forma mais rápida, além de mostrar como a utilização de uma busca local pode trazer benefícios para achar a melhor solução.

Foi possível observar como as linhas de transmissão impactam no custo da operação diária, elevando o seu valor consideravelmente, devido a restrição no espaço de busca ser ainda maior.

No próximo capítulo serão apresentadas as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.



## 8 Conclusões

Nesta dissertação foi proposta uma metodologia para resolução do problema da PDO para sistemas puramente termelétricos. Esse problema foi dividido nos subproblemas de AUGT, resolvido através de um AG adaptativo, e de DE, resolvido pelo MPIPDPreditor-Corretor. Na análise realizada foram estudados os casos que levam em conta o sistema de transmissão no modelo do problema, e um caso clássico que não leva, objetivando validar o algoritmo proposto, comparando-o com outras metodologias. No total, foram utilizados três estudos de caso para o levantamento de performance.

O algoritmo proposto neste trabalho teve o objetivo de minimizar o custo de operação das UGTs, tendo a preocupação de obedecer todas as restrições propostas pelo problema da PDO.

A pesquisa realizada para verificação do estado-da-arte das técnicas utilizadas para a AUG e para o DE mostrou a existência de diversas formas de resolver o problema, porém a grande maioria dos casos não utiliza as restrições de rampa e a que envolve o sistema de transmissão. Além do fato dessas restrições precisarem ser amadurecidas, a proposta de criar um AG robusto e eficiente para a resolução da PDO, com tais restrições, foi a motivação e diferencial para estudar e desenvolver este trabalho.

O algoritmo criado a partir das técnicas apresentadas nos Capítulos 3, 4 e 5 foi implementado computacionalmente. O processo foi simulado 10 vezes para cada um dos casos analisados. Os testes foram realizados nos sistemas testes com 9, 10, e 26 UGs.

Inicialmente, as simulações foram feitas nos sistemas com 9 e 26 UGs, considerando o sistema de transmissão, com o objetivo de coletar os melhores resultados e verificar se os mesmos estavam de acordo com as restrições impostas. A validação do algoritmo proposto foi feita com o sistema teste clássico de 10 UGs, onde o melhor resultado encontrado foi comparado com os obtidos na literatura especializada. Por último, as simulações foram realizadas nos sistemas com 9 e 26 UGs para as situações em que as restrições de linha foram retiradas do problema, de modo a poder fazer a análise do impacto da introdução do sistema de transmissão no problema. Os resultados numéricos apresentados no Capítulo 7 demonstram o desempenho bastante satisfatório do algoritmo proposto, mostrando que o AG adaptativo e o MPIPDPreditor-Corretor obtiveram sucesso para resolução da AUGT e do DE, respectivamente.

Foi notória a dificuldade em desenvolver um algoritmo para a resolução do FPO que reunisse precisão e velocidade. O MPIPDPreditor-Corretor destacou-se por sua robustez no caso em que o modelo do problema considerava o sistema de transmissão e no caso contrário. Mesmo para problemas que envolviam um número elevado de restrições de desigualdade, o método convergiu de forma rápida e com boa precisão. Essas restrições adicionais ao problema

reduziram o universo de soluções, fazendo com que os valores das melhores soluções ficassem mais altos em relação às soluções do problema sem as restrições de linha.

A principal vantagem do AG adaptativo criado é a forma com que ele consegue sair de situações onde a solução encontra-se estagnada, motivado pela variação da probabilidade de ocorrência do operador de mutação e pela busca-local. Esta última encontrou soluções ainda melhores quando o processo de busca não conseguia fazê-lo apenas variando a probabilidade de mutação.

Pode-se citar como a principal dificuldade na elaboração desta dissertação a escassez de trabalhos que utilizem as restrições de rampa e dos limites do sistema de transmissão no modelo do problema da PDO. Apesar disso, os resultados das simulações apresentam-se coerentes com o que se espera da operação energética diária.

O algoritmo desenvolvido demonstrou coerência na busca pelas soluções do problema, apresentando resultados compatíveis com os encontrados na literatura, de maneira que pode-se afirmar que esta dissertação alcançou satisfatoriamente os objetivos pretendidos.

## 8.1 Perspectivas de Trabalhos Futuros

Este trabalho, ao propor um algoritmo para resolução do problema da operação energética diária, não teve intenção de esgotar o tema, portanto, apresentam-se a seguir algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Utilização de UGTs baseada em combustão interna para verificação das vantagens das mesmas em relação às baseadas em combustíveis fósseis no problema da PDO;
- Análise do impacto da inserção da energia eólica no sistema de geração e verificação da redução dos gases poluentes produzidos pelas UGTs;
- Implementação de um AG adaptativo em um problema multiobjetivo que envolva a economia da operação das UGTs e a redução de gases poluentes;
- Utilização de estratégias para inicialização da população do AG proposto de modo a tornar o processo de busca mais rápido;
- Elaboração de novas estratégias para obtenção da programação final de operação que seja ainda melhor que a apresentada neste trabalho;
- Consideração de um modelo probabilístico para a curva de demanda diária;
- Estudo das ponderações  $\alpha$  e  $\beta$ , aplicadas na formulação do FPO, para análise econômica das perdas simultaneamente com o custo geração.

# Referências

- 1 EPE-BRASIL. Projeção da demanda de energia elétrica para os próximos 10 anos (2014-2023). *Rio de Janeiro, Brasil: Empresa de Pesquisa Energética, Ministério de Minas e Energia*, 2013. Citado na página 19.
- 2 ANEEL. *Banco de Informações de Geração: BIG*. 2016. Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br>>. Citado 4 vezes nas páginas 19, 20, 28 e 32.
- 3 EPE-BRASIL. Programa de investimento em energia elétrica (2015-2018). *Rio de Janeiro, Brasil: Empresa de Pesquisa Energética, Ministério de Minas e Energia*, 2015. Citado na página 19.
- 4 SILVA, E. L. da. *Formação de preços em mercados de energia elétrica*. [S.l.]: Sagra Luzzatto, 2001. Citado na página 20.
- 5 FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. da. Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming. *IEEE transactions on Power Systems*, IEEE, v. 21, n. 2, p. 835–844, 2006. Citado na página 20.
- 6 FINARDI, E. C.; SCUZZIATO, M. R. Hydro unit commitment and loading problem for day-ahead operation planning problem. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 7–16, 2013. Citado na página 20.
- 7 WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F. *Power generation, operation, and control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 21, 29, 33 e 34.
- 8 WANG, S. et al. Short-term generation scheduling with transmission and environmental constraints using an augmented lagrangian relaxation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 10, n. 3, p. 1294–1301, 1995. Citado 4 vezes nas páginas 21, 63, 84 e 117.
- 9 SUN, D. I. et al. Optimal power flow by newton approach. *power apparatus and systems, iee transactions on*, IEEE, n. 10, p. 2864–2880, 1984. Citado na página 21.
- 10 CARVALHO, M. F.; SOARES, S.; OHISHI, T. Optimal active power dispatch by network flow approach. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 3, n. 4, p. 1640–1647, 1988. Citado 3 vezes nas páginas 21, 39 e 61.
- 11 OLIVEIRA, A. R. L.; FILHO, S. S. Métodos de pontos interiores para problema de fluxo de potência ótimo dc. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, SciELO Brasil, v. 14, n. 3, p. 278–284, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 21, 39 e 61.
- 12 LINDEN, R. *Algoritmos genéticos (3a edição)*. [S.l.]: Editora Ciência Moderna, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 21, 64, 65 e 72.
- 13 PAVEZ-LAZO, B.; SOTO-CARTES, J. A deterministic annular crossover genetic algorithm optimisation for the unit commitment problem. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 38, n. 6, p. 6523–6529, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 22, 62, 78 e 79.

- 14 VALENZUELA, J.; SMITH, A. E. A seeded memetic algorithm for large unit commitment problems. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 8, n. 2, p. 173–195, 2002. Citado 4 vezes nas páginas 22, 33, 62 e 80.
- 15 MENEZES, R. F. A.; SOUSA, A. A. Alocação de unidades geradoras térmicas via algoritmo genético adaptativo. *XXI Congresso Brasileiro de Automática*, Vitória-ES, 2016. Citado na página 23.
- 16 FINARDI, E. C. Investigação do modelos de precificação para minimizar a volatilidade do pld. *Florianópolis, Brasil: Universidade Federal de Santa Catarina*, 2010. Citado na página 25.
- 17 DAHER, M. Produção de energia elétrica em sistemas hidrotérmicos. *Rio de Janeiro, Brasil: Operador Nacional do Sistema Elétrico*, 2015. Citado na página 25.
- 18 TOLMASQUIM, M. T. *Geração de energia elétrica no Brasil*. [S.l.]: Editora Interciência, 2005. Citado 4 vezes nas páginas 28, 29, 30 e 31.
- 19 MME-BRASIL. Capacidade instalada de geração elétrica no brasil e no mundo (2015). *Brasília, Brasil: Ministério de Minas e Energia*, 2015. Citado na página 32.
- 20 LÓPEZ, M. G. M. *Programação dinâmica para “unit commitment” térmico com ou sem restrições de Rampa*. Dissertação (Mestrado), 2007. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 62.
- 21 DANTZIG, G. B. Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities, in activity analysis of production and allocation. Wiley, 1951. Citado na página 38.
- 22 KARMARKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. In: *ACM. Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing*. [S.l.], 1984. p. 302–311. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 61.
- 23 ADLER, I. et al. An implementation of karmarkar’s algorithm for linear programming. *Mathematical programming*, Springer, v. 44, n. 1-3, p. 297–335, 1989. Citado na página 38.
- 24 LIMA, A. M. de. *Comparação entre diferentes abordagens do problema de fluxo de potência ótimo utilizando o método de pontos interiores*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2004. Citado 9 vezes nas páginas 39, 43, 44, 47, 50, 51, 52, 53 e 63.
- 25 PROBST, R. W. *Métodos de pontos interiores aplicados ao problema de pré-despacho de um sistema hidrotérmico*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2006. Citado 6 vezes nas páginas 39, 43, 44, 47, 50 e 63.
- 26 COELHO, M. V. *Método de pontos interiores aplicados ao problema de fluxo de potência ótimo com restrições de reserva de potência operacional*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2008. Citado 6 vezes nas páginas 39, 43, 44, 47, 50 e 63.
- 27 CASACIO, L. *Métodos de pontos interiores aplicados ao pré-despacho com restrições de segurança*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2010. Citado 6 vezes nas páginas 39, 43, 44, 47, 50 e 63.
- 28 NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. *Numerical optimization*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 41, 44 e 49.
- 29 VANDERBEI, R. J. et al. *Linear programming*. [S.l.]: Springer, 2015. Citado na página 41.

- 30 MEHROTRA, S. On the implementation of a primal-dual interior point method. *SIAM Journal on optimization*, SIAM, v. 2, n. 4, p. 575–601, 1992. Citado 3 vezes nas páginas 45, 46 e 47.
- 31 HOLLAND, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. [S.l.]: U Michigan Press, 1975. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 64.
- 32 GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1989. Citado 4 vezes nas páginas 61, 64, 65 e 67.
- 33 HAPP, H. Optimal power dispatch - a comprehensive survey. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, v. 96, n. 3, p. 841–854, 1977. Citado na página 61.
- 34 REID, G. F.; HASDORFF, L. Economic dispatch using quadratic programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, n. 6, p. 2015–2023, 1973. Citado na página 61.
- 35 LIN, C.; VIVIANI, G. Hierarchical economic dispatch for piecewise quadratic cost functions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, n. 6, p. 1170–1175, 1984. Citado na página 61.
- 36 GRANELLI, G. et al. Fast and efficient gradient projection algorithm for dynamic generation dispatching. In: IET. *IEE Proceedings C-Generation, Transmission and Distribution*. [S.l.], 1989. v. 136, n. 5, p. 295–302. Citado na página 61.
- 37 TRAVERS, D. L.; KAYE, R. J. Dynamic dispatch by constructive dynamic programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 13, n. 1, p. 72–78, 1998. Citado na página 61.
- 38 WONG, K.; FUNG, C. Simulated annealing based economic dispatch algorithm. In: IET. *IEE Proceedings C-Generation, Transmission and Distribution*. [S.l.], 1993. v. 140, n. 6, p. 509–515. Citado na página 61.
- 39 CHEN, P.-H.; CHANG, H.-C. Large-scale economic dispatch by genetic algorithm. *IEEE transactions on power systems*, IEEE, v. 10, n. 4, p. 1919–1926, 1995. Citado na página 61.
- 40 SONG, H.; CHOU, C. S. V.; MIN, Y. Large-scale economic dispatch by artificial ant colony search algorithms. *Electric Machines & Power Systems*, Taylor & Francis, v. 27, n. 7, p. 679–690, 1999. Citado na página 61.
- 41 GAING, Z.-L. Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints. *IEEE transactions on power systems*, IEEE, v. 18, n. 3, p. 1187–1195, 2003. Citado na página 61.
- 42 JERONYMO, D. C. *Metaheurísticas aplicadas ao problema de despacho econômico de energia elétrica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, 2011. Citado na página 61.
- 43 CARPENTIER, J. Contribution a l'étude du dispatching économique. *Bulletin de la Société française des électriciens*, v. 8, p. 431–447, 1962. Citado na página 61.
- 44 KERR, R. H. et al. Unit commitment. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, n. 5, p. 417–421, 1966. Citado na página 61.

- 45 HARA, K.; KIMURA, M.; HONDA, N. A method for planning economic unit commitment and maintenance of thermal power systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 5, n. PAS-85, p. 427–436, 1966. Citado na página 61.
- 46 LOWERY, P. Generating unit commitment by dynamic programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 5, n. PAS-85, p. 422–426, 1966. Citado na página 62.
- 47 MUCKSTADT, J. A.; KOENIG, S. A. An application of lagrangian relaxation to scheduling in power-generation systems. *Operations research*, INFORMS, v. 25, n. 3, p. 387–403, 1977. Citado na página 62.
- 48 COHEN, A.; YOSHIMURA, M. A branch-and-bound algorithm for unit commitment. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 2, n. PAS-102, p. 444–451, 1983. Citado na página 62.
- 49 LEE, F. N. Short-term thermal unit commitment-a new method. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 3, n. 2, p. 421–428, 1988. Citado na página 62.
- 50 ZHUANG, F.; GALIANA, F. Unit commitment by simulated annealing. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 5, n. 1, p. 311–318, 1990. Citado na página 62.
- 51 DASGUPTA, D.; MCGREGOR, D. R. Thermal unit commitment using genetic algorithms. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, IET, v. 141, n. 5, p. 459–465, 1994. Citado na página 62.
- 52 SISWORAHARDJO, N.; EL-KEIB, A. Unit commitment using the ant colony search algorithm. In: IEEE. *Power Engineering 2002 Large Engineering Systems Conference on, LESCOPE 02*. [S.l.], 2002. p. 2–6. Citado na página 62.
- 53 GAING, Z.-L. Discrete particle swarm optimization algorithm for unit commitment. In: IEEE. *Power Engineering Society General Meeting, 2003, IEEE*. [S.l.], 2003. v. 1. Citado na página 62.
- 54 SHEBLÉ, G. B.; FAHD, G. N. Unit commitment literature synopsis. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 9, n. 1, p. 128–135, 1994. Citado na página 62.
- 55 SEN, S.; KOTHARI, D. Optimal thermal generating unit commitment: a review. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 20, n. 7, p. 443–451, 1998. Citado na página 62.
- 56 PADHY, N. P. Unit commitment - a bibliographical survey. *IEEE Transactions on power systems*, IEEE, v. 19, n. 2, p. 1196–1205, 2004. Citado na página 62.
- 57 YAMIN, H. Y. Review on methods of generation scheduling in electric power systems. *Electric Power Systems Research*, Elsevier, v. 69, n. 2, p. 227–248, 2004. Citado na página 62.
- 58 SOLIMAN, S. A.-H.; MANTAWY, A.-A. H. *Modern optimization techniques with applications in electric power systems*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 72.
- 59 SARAVANAN, B. et al. A solution to the unit commitment problem - a review. *Frontiers in Energy*, Springer, v. 7, n. 2, p. 223–236, 2013. Citado na página 62.

- 60 ONGSAKUL, W.; DIEU, V. N. *Artificial intelligence in power system optimization*. [S.l.]: CRC Press, 2013. Citado na página 62.
- 61 WANG, C.; SHAHIDEHPOUR, S. Effects of ramp-rate limits on unit commitment and economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 8, n. 3, p. 1341–1350, 1993. Citado 5 vezes nas páginas 62, 63, 84, 117 e 118.
- 62 SENJYU, T. et al. A unit commitment problem by using genetic algorithm based on unit characteristic classification. In: IEEE. *Power Engineering Society Winter Meeting, 2002. IEEE*. [S.l.], 2002. v. 1, p. 58–63. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 91.
- 63 SWARUP, K.; YAMASHIRO, S. Unit commitment solution methodology using genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 17, n. 1, p. 87–91, 2002. Citado na página 62.
- 64 DAMOUSIS, I. G.; BAKIRTZIS, A. G.; DOKOPOULOS, P. S. A solution to the unit-commitment problem using integer-coded genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 19, n. 2, p. 1165–1172, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 91.
- 65 CROES, G. A. A method for solving traveling-salesman problems. *Operations research, INFORMS*, v. 6, n. 6, p. 791–812, 1958. Citado na página 62.
- 66 KLEINA, M. *O método de pontos interiores aplicado ao problema do despacho hidrotérmico*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, 2012. Citado na página 63.
- 67 MA, H.; SHAHIDEHPOUR, S.; MARWALI, M. Transmission constrained unit commitment based on benders decomposition. In: IEEE. *American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997*. [S.l.], 1997. v. 4, p. 2263–2267. Citado 4 vezes nas páginas 63, 83, 115 e 116.
- 68 MA, H.; SHAHIDEHPOUR, S. Unit commitment with transmission security and voltage constraints. *IEEE transactions on power systems*, IEEE, v. 14, n. 2, p. 757–764, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 84.
- 69 MITCHELL, M. *An introduction to genetic algorithms*. [S.l.]: MIT press, 1998. Citado na página 64.
- 70 HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. *Practical genetic algorithms*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado na página 64.
- 71 NETO, O. N. *Sistemas inteligentes híbridos baseados em redes neurais recorrentes e regras heurísticas aplicados ao despacho ótimo de geração*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 69, 70 e 83.
- 72 ITI-ILINOIS. *IEEE 30 - Bus System*. 2016. Disponível em: <<http://icseg.iti.illinois.edu/ieee-30-bus-system/>>. Citado 3 vezes nas páginas 83, 84 e 116.
- 73 KAZARLIS, S. A.; BAKIRTZIS, A.; PETRIDIS, V. A genetic algorithm solution to the unit commitment problem. *IEEE transactions on power systems*, IEEE, v. 11, n. 1, p. 83–92, 1996. Citado 3 vezes nas páginas 84, 91 e 120.
- 74 ROY, P. K.; SARKAR, R. Solution of unit commitment problem using quasi-oppositional teaching learning based algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 60, p. 96–106, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 90 e 91.

- 75 JUSTE, K. et al. An evolutionary programming solution to the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 14, n. 4, p. 1452–1459, 1999. Citado na página 91.
- 76 SUM-IM, T.; ONGSAKUL, W. Ant colony search algorithm for unit commitment. In: IEEE. *Industrial Technology, 2003 IEEE International Conference on*. [S.l.], 2003. v. 1, p. 72–77. Citado na página 91.
- 77 ONGSAKUL, W.; PETCHARAKS, N. Unit commitment by enhanced adaptive lagrangian relaxation. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 19, n. 1, p. 620–628, 2004. Citado na página 91.
- 78 SRINIVASAN, D.; CHAZELAS, J. A priority list-based evolutionary algorithm to solve large scale unit commitment problem. In: IEEE. *Power System Technology, 2004. PowerCon 2004. 2004 International Conference on*. [S.l.], 2004. v. 2, p. 1746–1751. Citado na página 91.
- 79 ZHAO, B. et al. An improved particle swarm optimization algorithm for unit commitment. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 28, n. 7, p. 482–490, 2006. Citado na página 91.
- 80 SIMOPOULOS, D. N.; KAVATZA, S. D.; VOURNAS, C. D. Unit commitment by an enhanced simulated annealing algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 21, n. 1, p. 68–76, 2006. Citado na página 91.
- 81 BALCI, H. H.; VALENZUELA, J. F. Scheduling electric power generators using particle swarm optimization combined with the lagrangian relaxation method. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, University of Zielona Gora Press, v. 14, n. 3, p. 411–422, 2004. Citado na página 91.
- 82 TING, T.; RAO, M.; LOO, C. A novel approach for unit commitment problem via an effective hybrid particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 21, n. 1, p. 411–418, 2006. Citado na página 91.
- 83 SADATI, N.; HAJIAN, M.; ZAMANI, M. Unit commitment using particle swarm-based-simulated annealing optimization approach. In: IEEE. *2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium*. [S.l.], 2007. p. 297–302. Citado na página 91.
- 84 CHAKRABORTY, S. et al. Unit commitment strategy of thermal generators by using advanced fuzzy controlled binary particle swarm optimization algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 43, n. 1, p. 1072–1080, 2012. Citado na página 91.
- 85 CHANDRASEKARAN, K.; SIMON, S. P. Network and reliability constrained unit commitment problem using binary real coded firefly algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 43, n. 1, p. 921–932, 2012. Citado na página 91.
- 86 ROY, P. K. Solution of unit commitment problem using gravitational search algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 53, p. 85–94, 2013. Citado na página 91.
- 87 JUNIOR, I. C. da S. *Planejamento da operação de sistemas termoelétricos utilizando análise de sensibilidade associada a procedimentos heurísticos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008. Citado na página 115.

88 ITI-ILINOIS. *IEEE 24 - Bus System*. 2016. Disponível em: <<http://icseg.itl.illinois.edu/ieee-24-bus-system/>>. Citado 2 vezes nas páginas 118 e 119.

# **APÊNDICE A – Resultados do Despacho Econômico**

Neste apêndice são apresentados os resultados do despacho econômico para os sistemas testes utilizados.



## Sistema Teste 2

Na Tabela A.3 é apresentado o DE do Sistema Teste 2, onde foi considerado o sistema de transmissão.

Tabela A.3 – Despacho econômico do Sistema Teste 2 [MW].

		Horas																								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
UGT	1	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	12,00	12,00	0,00	12,00	0,00	12,00	0,00	0,00	0,00	12,00	12,00	0,00	0,00	0,00	12,00	12,00	12,00	12,00	12,00	
	2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	0,00	0,00	0,00	12,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	12,00	12,00	0,00	0,00	
	3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	0,00	0,00	0,00	
	4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	20,00	0,00	20,00	0,00	20,00	20,00	20,00	20,00	0,00	0,00
	7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	20,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	20,00	0,00	0,00	0,00
	8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	20,00	20,00	0,00	0,00
	9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	76,00	75,99	75,91	76,00	76,00	75,99	76,00	76,00	76,00	76,00	76,00	76,00	73,67	76,00	76,00	76,00	76,00	76,00	0,00	0,00
	11	76,00	76,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	76,00	75,95	76,00	76,00	75,83	75,99	76,00	71,79	76,00	76,00	76,00	75,99	76,00	75,92	76,00	76,00
	12	0,00	0,00	76,00	76,00	76,00	76,00	76,00	75,94	76,00	76,00	75,73	75,99	75,99	74,59	75,92	75,94	70,35	76,00	76,00	75,99	75,96	75,99	75,99	0,00	0,00
	13	75,99	76,00	75,98	75,99	76,00	76,00	75,97	75,31	75,30	75,10	74,51	74,56	74,56	72,47	74,87	74,95	68,33	75,86	75,73	75,67	75,43	75,62	75,47	76,00	76,00
	14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	93,26	93,00	92,55	93,31	94,10	100,00	0,00	0,00	
	15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	95,38	95,12	94,66	95,44	96,25	100,00	100,00	100,00	100,00
	16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	98,20	97,85	97,44	98,09	98,68	0,00	0,00	0,00	0,00
	17	132,39	135,86	131,23	132,39	136,78	135,86	134,13	128,21	127,96	127,52	126,47	126,43	126,43	122,23	127,10	127,32	113,90	129,87	128,88	129,32	128,87	128,97	131,77	135,62	135,62
	18	128,44	131,84	127,31	128,44	132,74	131,84	130,14	124,35	124,11	123,68	122,65	122,61	122,61	118,50	123,26	123,48	110,34	125,97	125,01	125,44	125,00	125,09	127,83	131,61	131,61
	19	125,40	128,74	124,29	125,40	129,63	128,74	127,08	121,38	121,14	120,72	119,71	119,67	119,67	115,63	120,31	120,52	107,61	122,98	122,02	122,45	122,02	122,11	124,80	128,52	128,52
	20	123,19	126,49	122,09	123,19	127,37	126,49	124,84	119,22	118,98	118,56	117,57	117,53	117,53	113,53	118,16	118,37	105,61	120,79	119,85	120,28	119,85	119,94	122,60	126,27	126,27
	21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	22	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00
	23	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00	197,00
	24	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	349,99	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00	350,00
	25	345,43	353,70	342,68	345,43	355,91	353,70	349,58	335,46	334,87	333,82	331,31	331,21	331,21	321,19	332,81	333,33	301,30	339,41	337,05	338,12	337,04	337,26	343,94	353,15	353,15
	26	343,15	351,38	340,41	343,15	353,57	351,38	347,28	333,22	332,64	331,59	329,10	329,00	329,00	319,03	330,59	331,11	299,25	337,16	334,81	335,87	334,80	335,02	341,67	350,83	350,83





# **APÊNDICE B – Resultados do Fluxo de Potência**

Neste apêndice são apresentados os resultados do fluxo de potência nas linhas de transmissão para os sistemas testes utilizados.

# Sistema Teste 1

A Tabela B.1 apresenta o resultado do fluxo de potência para o DE apresentado na Tabela A.1.

Tabela B.1 – Fluxo de potência do Sistema Teste 1 [MW].

		Horas																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Linha de Transmissão	1	67,15	60,98	57,09	52,99	87,31	87,31	74,12	83,44	73,39	85,07	88,20	90,00	88,20	85,07	83,74	83,74	90,00	74,31	72,79	70,49	78,29	74,70	83,74	89,57
	2	51,12	46,73	43,94	41,00	41,69	41,69	30,25	34,68	23,58	29,08	30,54	31,29	30,54	29,08	28,45	28,45	31,29	48,67	47,65	46,12	52,53	50,05	28,45	36,43
	3	36,91	33,87	31,93	29,88	19,35	19,35	10,32	12,37	2,63	5,13	5,79	6,06	5,79	5,13	4,84	4,84	6,06	31,50	30,82	29,81	34,74	33,05	4,84	12,29
	4	48,22	44,07	41,42	38,64	39,40	39,40	27,89	32,09	20,61	25,82	27,21	27,92	27,21	25,82	25,22	25,22	27,92	44,96	43,99	42,53	49,04	46,65	25,22	33,43
	5	46,76	42,55	39,97	37,25	23,77	23,77	25,95	28,62	37,11	40,53	41,52	42,35	41,52	40,53	40,15	40,15	42,35	61,81	60,56	58,70	60,80	57,97	40,15	35,66
	6	43,23	39,60	37,27	34,82	22,60	22,60	15,57	18,03	5,68	8,68	9,47	9,80	9,47	8,68	8,33	8,33	9,80	36,14	35,28	34,05	45,05	42,82	8,33	13,36
	7	29,25	26,49	24,76	22,93	15,06	15,06	23,01	24,87	13,17	15,42	16,05	16,34	16,05	15,42	15,15	15,15	16,34	21,76	20,92	19,90	46,08	43,68	15,15	5,33
	8	46,42	42,73	40,36	37,86	36,21	36,21	7,48	11,11	0,37	4,88	6,05	6,60	6,05	4,88	4,36	4,36	6,60	42,57	41,89	40,70	26,30	24,89	4,36	30,58
	9	3,53	3,57	3,48	3,40	5,71	5,71	-2,42	-1,98	-19,94	-19,49	-19,48	-19,84	-19,48	-19,49	-19,56	-19,56	-19,84	-14,51	-14,19	-13,74	-6,47	-5,95	-19,56	-11,52
	10	25,12	22,83	21,46	20,01	16,97	16,97	25,83	27,65	49,32	51,78	52,49	53,26	52,49	51,78	51,53	51,53	53,26	51,24	50,52	49,33	41,02	39,69	51,53	41,23
	11	-25,76	-24,06	-23,02	-21,92	-35,29	-35,29	-27,02	-30,15	-16,52	-20,32	-21,40	-22,43	-21,40	-20,32	-19,88	-19,88	-22,43	-17,37	-17,29	-16,55	-20,08	-21,15	-19,88	-26,70
	12	35,49	32,71	30,92	29,02	28,35	28,35	18,10	20,91	-29,43	-26,33	-25,43	-24,96	-25,43	-26,33	-26,74	-26,74	-24,96	-9,97	-10,46	-11,35	31,52	30,57	-26,74	-18,38
	13	20,30	18,71	17,68	16,60	16,21	16,21	10,35	11,96	0,81	2,74	3,26	3,53	3,26	2,74	2,51	2,51	3,53	12,10	11,82	11,31	18,03	17,48	2,51	7,30
	14	17,33	15,92	15,00	14,03	11,42	11,42	11,32	12,52	14,68	16,23	16,60	16,73	16,60	16,23	16,06	16,06	16,73	21,90	21,61	21,19	20,66	19,90	16,06	15,24
	15	10,60	9,82	9,33	8,80	10,83	10,83	9,07	10,08	7,87	9,13	9,47	9,72	9,47	9,13	8,98	8,98	9,72	10,21	10,10	9,82	10,41	10,40	8,98	10,17
	16	35,49	32,71	30,92	29,02	28,35	28,35	18,10	20,91	59,72	63,67	64,57	65,04	64,57	63,67	63,26	63,26	65,04	80,03	79,54	78,65	31,52	30,57	63,26	71,62
	17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-89,15	-90,00	-90,00	-90,00	-90,00	-90,00	-90,00	-90,00	-90,00	-90,00	-90,00	-90,00	0,00	0,00	-90,00	-90,00
	18	9,73	8,98	8,49	7,98	7,95	7,95	-1,08	-0,30	9,41	10,49	10,74	10,86	10,74	10,49	10,38	10,38	10,86	21,00	20,88	20,64	2,36	2,13	10,38	18,89
	19	12,52	11,54	10,91	10,24	10,04	10,04	5,06	6,06	12,76	14,08	14,40	14,57	14,40	14,08	13,94	13,94	14,57	21,17	21,00	20,69	9,73	9,41	13,94	18,26
	20	17,99	16,57	15,66	14,70	14,25	14,25	12,93	14,35	20,85	22,71	23,17	23,41	23,17	22,71	22,51	22,51	23,41	27,26	27,01	26,55	19,89	19,39	22,51	22,87
	21	8,36	7,70	7,28	6,83	6,63	6,63	5,67	6,33	10,15	11,03	11,24	11,35	11,24	11,03	10,93	10,93	11,35	13,48	13,36	13,15	8,90	8,67	10,93	11,44
	22	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-50,00	-50,00	-50,00	-50,00	-50,00	-50,15	-50,00	-50,00	-50,00	-50,00	-50,15	0,00	0,00	0,00	-50,00	-50,00	-50,00	0,00
	23	8,55	7,87	7,44	6,98	6,70	6,70	9,33	10,00	9,25	10,10	10,32	10,44	10,32	10,10	10,00	10,00	10,44	9,09	8,97	8,75	12,74	12,49	10,00	6,92
	24	18,09	16,65	15,73	14,75	14,09	14,09	22,96	24,38	20,26	22,01	22,47	22,74	22,47	22,01	21,81	21,81	22,74	16,66	16,39	15,93	30,33	29,77	21,81	11,96
	25	5,78	5,31	5,01	4,69	4,33	4,33	13,75	14,19	6,49	6,98	7,13	7,23	7,13	6,98	6,92	6,92	7,23	-1,13	-1,22	-1,37	16,34	16,13	6,92	-2,82
	26	0,86	0,79	0,74	0,69	0,61	0,61	3,04	3,11	1,37	1,43	1,45	1,47	1,45	1,43	1,42	1,42	1,47	-0,77	-0,78	-0,81	3,47	3,44	1,42	-1,05
	27	5,88	5,41	5,11	4,79	4,52	4,52	9,97	10,43	6,11	6,65	6,80	6,89	6,80	6,65	6,58	6,58	6,89	2,41	2,32	2,17	12,45	12,26	6,58	0,81
	28	2,85	2,62	2,47	2,31	2,09	2,09	7,69	7,90	5,04	5,29	5,35	5,41	5,35	5,29	5,25	5,25	5,41	0,39	0,34	0,26	9,03	8,92	5,25	-0,50
	29	1,49	1,36	1,28	1,19	0,94	0,94	10,25	10,36	2,10	2,16	2,19	2,24	2,19	2,16	2,14	2,14	2,24	-6,61	-6,65	-6,69	11,18	11,09	2,14	-7,26
	30	1,98	1,82	1,71	1,60	1,43	1,43	6,78	6,93	2,11	2,25	2,30	2,34	2,30	2,25	2,23	2,23	2,34	-2,59	-2,63	-2,68	7,75	7,67	2,23	-3,23
	31	-9,88	-9,11	-8,61	-8,09	-7,95	-7,95	-2,90	-3,69	-10,05	-11,11	-11,36	-11,49	-11,36	-11,11	-11,00	-11,00	-11,49	-17,79	-17,66	-17,41	-6,55	-6,30	-11,00	-15,52
	32	-3,97	-3,66	-3,46	-3,24	-3,13	-3,13	-5,01	-5,32	-1,67	-2,04	-2,14	-2,20	-2,14	-2,04	-1,99	-1,99	-2,20	-0,89	-0,83	-0,73	-6,59	-6,47	-1,99	0,10
	33	4,39	4,05	3,82	3,59	3,50	3,50	0,66	1,01	8,48	8,99	9,10	9,15	9,10	8,99	8,94	8,94	9,15	12,59	12,53	12,42	2,31	2,20	8,94	11,55
	34	-1,05	-0,98	-0,93	-0,88	-1,00	-1,00	4,50	4,41	1,04	0,89	0,86	0,86	0,86	0,89	0,90	0,90	0,86	-4,62	-4,61	-4,59	4,32	4,32	0,90	-4,55
	35	-7,51	-6,92	-6,55	-6,15	-6,08	-6,08	-3,70	-4,30	-1,61	-2,34	-2,54	-2,64	-2,54	-2,34	-2,26	-2,26	-2,64	-5,93	-5,83	-5,64	-6,44	-6,25	-2,26	-4,24
	36	4,28	3,94	3,73	3,50	3,39	3,39	3,50	3,84	4,39	4,82	4,93	4,99	4,93	4,82	4,78	4,78	4,99	5,49	5,43	5,32	5,16	5,04	4,78	4,44
	37	-11,79	-10,87	-10,27	-9,65	-9,47	-9,47	-7,20	-8,14	-6,00	-7,17	-7,47	-7,63	-7,47	-7,17	-7,03	-7,03	-7,63	-11,42	-11,26	-10,96	-11,61	-11,30	-7,03	-8,68
	38	-17,70	-16,32	-15,43	-14,49	-14,38	-14,38	-8,01	-9,43	-2,00	-3,73	-4,18	-4,43	-4,18	-3,73	-3,53	-3,53	-4,43	-12,89	-12,66	-12,21	-14,42	-13,98	-3,53	-8,95
	39	33,84	31,19	29,48	27,68	27,15	27,15	21,19	23,89	18,55	21,91	22,78	23,25	22,78	21,91	21,53	21,53	23,25	33,58	33,12	32,26	33,88	32,98	21,53	25,69
	40	27,93	25,74	24,32	22,83	22,25	22,25	20,38	22,60	22,55	25,36	26,07	26,46	26,07	25,36	25,04	25,04	26,46	32,11	31,72	31,01	31,07	30,30	25,04	25,41
	41	-20,60	-18,99	-17,95	-16,86	-16,67	-16,67	-10,37	-12,02	-4,96	-6,99	-7,52	-7,80	-7,52	-6,99	-6,75	-6,75	-7,80	-16,60	-16,32	-15,81	-17,91	-17,38	-6,75	-11,95

A Tabela B.2 apresenta o resultado do fluxo de potência do Sistema Teste 1, quando não são considerados os limites de  $f^{Max}$ . O resultado foi encontrado a partir da alocação apresentada na Figura 7.7. Em destaque é possível ver quando os limites são extrapolados.

Tabela B.2 – Fluxo de potência do Sistema Teste 1, desconsiderando os limites de  $f^{Max}$  [MW].

	Horas																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	80.25	73.02	68.43	63.59	87.31	87.31	93.49	83.47	73.37	82.54	85.21	86.87	85.21	82.54	81.52	81.52	63.81	71.87	70.75	68.81	93.72	88.23	81.52	84.56
2	31.50	28.56	26.73	24.78	41.69	41.69	44.51	34.69	23.57	27.25	28.44	29.23	28.44	27.25	26.84	26.84	40.91	46.28	45.49	44.10	32.28	29.87	26.84	33.54
3	9.63	8.65	8.05	7.41	19.35	19.35	20.59	12.37	2.62	3.82	4.32	4.69	4.32	3.82	3.69	3.69	25.98	29.51	28.97	28.00	5.96	4.98	3.69	10.57
4	28.61	25.90	24.21	22.42	39.40	39.40	42.15	32.10	20.60	23.99	25.11	25.86	25.11	23.99	23.61	23.61	37.54	42.57	41.82	40.50	28.79	26.47	23.61	30.54
5	33.44	30.47	28.55	26.52	23.77	23.77	26.23	28.65	37.12	40.95	41.85	42.32	41.85	40.95	40.53	40.53	54.82	60.74	59.97	58.68	45.11	42.73	40.53	34.69
6	9.92	8.79	8.10	7.38	22.60	22.60	24.40	18.03	5.68	7.04	7.63	8.07	7.63	7.04	6.89	6.89	29.42	33.61	32.96	31.80	9.78	8.42	6.89	11.04
7	1.81	1.14	0.75	0.34	15.06	15.06	17.52	24.88	13.17	13.95	14.36	14.69	14.36	13.95	13.86	13.86	16.30	19.31	18.81	17.94	16.65	14.97	13.86	2.66
8	26.97	24.69	23.27	21.77	36.21	36.21	37.49	11.11	0.36	3.21	4.17	4.82	4.17	3.21	2.89	2.89	36.18	40.65	39.99	38.81	6.70	5.34	2.89	28.64
9	-12.79	-11.76	-11.05	-10.30	5.71	5.71	5.15	-2.01	-19.95	-21.37	-21.44	-21.36	-21.44	-21.37	-21.21	-21.21	-14.87	-15.70	-15.68	-15.72	-22.16	-21.33	-21.21	-12.62
10	41.45	38.15	35.99	33.71	16.97	16.97	18.26	27.68	49.33	53.66	54.46	54.78	54.46	53.66	53.18	53.18	48.29	52.42	52.00	51.31	56.71	55.07	53.18	42.32
11	-23.65	-22.06	-21.09	-20.07	-35.29	-35.29	-34.33	-30.16	-16.51	-18.46	-19.22	-19.77	-19.22	-18.46	-18.24	-18.24	-14.18	-15.81	-15.50	-14.98	-20.86	-20.24	-18.24	-25.08
12	-25.75	-24.13	-22.94	-21.69	28.35	28.35	29.19	20.91	-29.45	-31.82	-31.59	-31.09	-31.59	-31.82	-31.56	-31.56	-17.16	-16.11	-16.61	-17.50	-29.72	-30.69	-31.56	-24.51
13	5.04	4.54	4.26	3.96	16.21	16.21	16.70	11.96	0.80	1.37	1.71	2.00	1.71	1.37	1.30	1.30	9.00	10.57	10.28	9.77	2.79	2.23	1.30	5.77
14	14.64	13.42	12.64	11.81	11.42	11.42	12.10	12.51	14.68	16.25	16.63	16.85	16.63	16.25	16.07	16.07	19.78	21.84	21.59	21.13	17.52	17.02	16.07	15.19
15	9.35	8.65	8.21	7.75	10.83	10.83	10.83	10.08	7.86	8.74	9.02	9.20	9.02	8.74	8.64	8.64	8.90	9.86	9.72	9.47	9.63	9.35	8.64	9.82
16	74.15	68.58	64.90	61.03	28.35	28.35	29.19	20.91	59.74	67.08	68.40	68.91	68.40	67.08	66.27	66.27	77.91	83.89	83.39	82.49	70.28	69.31	66.27	75.49
17	-99.90	-92.70	-87.84	-82.71	0.00	0.00	0.00	0.00	-89.19	-98.90	-100.00	-100.00	-100.00	-98.90	-97.83	-97.83	-95.07	-100.00	-100.00	-99.99	-100.00	-100.00	-97.83	-100.00
18	19.50	18.04	17.07	16.06	7.95	7.95	8.14	-0.30	9.41	11.33	11.69	11.83	11.69	11.33	11.12	11.12	20.40	21.97	21.84	21.59	12.19	11.94	11.12	19.87
19	18.38	16.97	16.06	15.09	10.04	10.04	10.33	6.06	12.76	14.59	14.97	15.15	14.97	14.59	14.39	14.39	20.04	21.75	21.58	21.26	15.63	15.29	14.39	18.85
20	22.68	20.92	19.79	18.58	14.25	14.25	14.70	14.35	20.85	23.13	23.63	23.89	23.63	23.13	22.87	22.87	25.42	27.73	27.48	27.02	24.59	24.09	22.87	23.34
21	11.45	10.56	9.99	9.39	6.63	6.63	6.84	6.33	10.15	11.30	11.55	11.66	11.55	11.30	11.17	11.17	12.67	13.79	13.67	13.46	11.99	11.76	11.17	11.75
22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-50.00	-50.00	-50.00	-50.00	-50.00	-50.00	-50.00	-50.00	-50.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-50.00	-50.00	-50.00	0.00
23	6.39	5.87	5.54	5.19	6.70	6.70	6.93	10.00	9.25	9.92	10.11	10.23	10.11	9.92	9.84	9.84	7.99	8.88	8.76	8.54	10.57	10.32	9.84	6.70
24	10.56	9.67	9.11	8.52	14.09	14.09	14.59	24.38	20.25	21.37	21.75	22.00	21.75	21.37	21.25	21.25	14.17	15.92	15.66	15.20	22.73	22.20	21.25	11.21
25	-3.99	-3.75	-3.58	-3.39	4.33	4.33	4.53	14.19	6.49	6.14	6.18	6.26	6.18	6.14	6.18	6.18	-2.31	-2.09	-2.18	-2.33	6.51	6.32	6.18	-3.79
26	-1.30	-1.21	-1.15	-1.09	0.61	0.61	0.65	3.11	1.37	1.25	1.25	1.26	1.25	1.26	1.26	1.26	-0.98	-0.98	-0.99	-1.02	1.30	1.27	1.26	-1.27
27	0.02	-0.02	-0.04	-0.06	4.52	4.52	4.70	10.43	6.11	6.14	6.23	6.31	6.23	6.14	6.14	6.14	1.42	1.83	1.75	1.59	6.56	6.38	6.14	0.23
28	-0.98	-0.93	-0.89	-0.86	2.09	2.09	2.20	7.90	5.04	4.96	4.99	5.03	4.99	4.96	4.97	4.97	-0.15	0.01	-0.03	-0.11	5.16	5.06	4.97	-0.88
29	-8.27	-7.69	-7.30	-6.89	0.94	0.94	1.03	10.36	2.10	1.32	1.25	1.27	1.25	1.32	1.40	1.40	-7.30	-7.58	-7.61	-7.65	1.35	1.28	1.40	-8.23
30	-3.88	-3.62	-3.44	-3.25	1.43	1.43	1.51	6.93	2.11	1.75	1.73	1.76	1.73	1.75	1.79	1.79	-3.13	-3.17	-3.20	-3.25	1.85	1.78	1.79	-3.82
31	-15.74	-14.54	-13.76	-12.94	-7.95	-7.95	-8.18	-3.69	-10.05	-11.62	-11.93	-12.07	-11.93	-11.62	-11.44	-11.44	-16.96	-18.37	-18.23	-17.99	-12.45	-12.18	-11.44	-16.11
32	0.72	0.69	0.67	0.64	-3.13	-3.13	-3.24	-5.32	-1.67	-1.62	-1.67	-1.73	-1.62	-1.67	-1.63	-1.63	-0.19	-0.42	-0.36	-0.26	-1.89	-1.77	-1.63	0.58
33	12.16	11.26	10.66	10.03	3.50	3.50	3.60	1.01	8.48	9.68	9.88	9.94	9.88	9.68	9.55	9.55	12.48	13.37	13.31	13.20	10.10	9.99	9.55	12.33
34	-4.88	-4.53	-4.29	-4.04	-1.00	-1.00	-0.99	4.41	1.04	0.57	0.50	0.48	0.50	0.57	0.62	0.62	-4.70	-4.99	-4.98	-4.95	0.45	0.47	0.62	-4.92
35	-3.56	-3.26	-3.07	-2.88	-6.08	-6.08	-6.25	-4.30	-1.61	-1.98	-2.12	-2.23	-2.12	-1.98	-1.94	-1.94	-4.87	-5.53	-5.42	-5.23	-2.52	-2.32	-1.94	-3.84
36	4.28	3.94	3.73	3.50	3.39	3.39	3.50	3.84	4.39	4.82	4.93	4.99	4.82	4.78	4.78	4.78	4.99	5.49	5.43	5.32	5.16	5.04	4.78	4.44
37	-7.85	-7.20	-6.80	-6.38	-9.47	-9.47	-9.75	-8.14	-5.99	-6.80	-7.06	-7.23	-7.06	-6.80	-6.71	-6.71	-9.86	-11.01	-10.85	-10.55	-7.68	-7.36	-6.71	-8.28
38	-7.24	-6.61	-6.23	-5.83	-14.38	-14.38	-14.77	-9.43	-1.99	-2.75	-3.09	-3.34	-3.09	-2.75	-2.67	-2.67	-10.33	-11.82	-11.58	-11.13	-4.02	-3.55	-2.67	-7.89
39	23.38	21.47	20.28	19.01	27.15	27.15	27.96	23.89	18.54	20.94	21.68	22.17	21.68	20.94	20.67	20.67	29.15	32.51	32.03	31.18	23.48	22.55	20.67	24.62
40	23.99	22.07	20.85	19.56	22.25	22.25	22.94	22.60	22.54	24.99	25.65	26.05	25.65	24.99	24.72	24.72	28.68	31.70	31.31	30.60	27.14	26.36	24.72	25.01
41	-10.13	-9.27	-8.74	-8.19	-16.67	-16.67	-17.13	-12.02	-4.96	-6.01	-6.42	-6.72	-6.42	-6.01	-5.89	-5.89	-13.70	-15.53	-15.24	-14.72	-7.51	-6.95	-5.89	-10.89

# Sistema Teste 2

A Tabela B.3 apresenta o resultado do fluxo de potência para o DE apresentado na Tabela A.3.

Tabela B.3 – Fluxo de potência do Sistema Teste 2 [MW].

		Horas																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Linha de Transmissão	1	14,66	15,14	-57,18	-57,03	-56,14	-14,56	-24,75	-29,46	-31,04	1,53	11,80	1,66	1,66	2,78	2,17	19,15	1,57	9,59	0,91	10,14	8,85	1,48	11,13	13,55
	2	-30,35	-31,78	-31,58	-32,06	-34,60	-12,02	-15,95	-11,73	-9,94	9,09	10,42	9,42	9,42	10,36	7,72	17,95	12,53	15,71	11,28	14,44	22,99	16,83	-29,75	-30,03
	3	27,28	27,08	24,72	24,66	24,43	52,48	40,90	25,02	20,73	42,85	48,55	42,77	42,77	42,05	42,81	54,47	34,72	50,82	45,07	50,78	61,62	59,71	11,17	22,76
	4	10,30	9,84	12,61	12,46	11,72	32,73	24,35	13,72	11,00	27,83	31,33	27,84	27,84	27,50	27,49	36,41	22,85	34,20	29,95	33,88	42,99	41,16	-1,30	7,08
	5	22,49	22,41	24,67	24,65	24,57	41,75	34,79	25,36	22,81	36,31	39,84	36,22	36,22	35,56	36,31	43,44	30,62	41,14	37,60	41,14	48,76	47,53	13,02	19,84
	6	37,07	38,09	35,56	35,90	37,95	41,14	27,30	-11,04	-22,16	-20,91	-16,86	-21,24	-21,24	-22,52	-19,52	-19,09	-35,51	-17,80	-18,50	-16,54	-15,35	-6,13	1,81	26,97
	7	-174,79	-179,13	-173,88	-175,32	-183,08	-170,01	-169,56	-154,16	-148,20	-134,21	-141,35	-132,92	-132,92	-128,18	-138,23	-130,33	-113,01	-126,28	-128,12	-130,08	-125,87	-133,67	-170,50	-173,21
	8	-33,84	-35,08	-31,27	-31,68	-33,72	-15,31	-27,58	-49,37	-54,95	-39,68	-38,00	-39,41	-39,41	-38,72	-40,54	-32,40	-43,36	-31,49	-34,96	-32,33	-24,52	-23,24	-58,42	-40,69
	9	-15,08	-16,01	-17,38	-17,69	-19,16	6,39	-8,93	-35,52	-42,55	-21,93	-17,97	-21,76	-21,76	-21,48	-22,46	-11,55	-28,80	-12,20	-17,21	-12,74	-3,15	-2,07	-43,64	-23,08
	10	-58,64	-60,14	-55,98	-56,48	-58,93	-46,53	-60,64	-90,60	-98,40	-87,76	-87,57	-87,37	-87,37	-86,12	-88,72	-83,02	-91,07	-79,59	-81,70	-80,55	-75,31	-70,81	-91,96	-67,97
	11	-74,56	-75,88	-74,12	-74,56	-76,75	-81,14	-87,72	-6,58	88,60	85,96	82,89	86,40	88,16	85,09	83,77	175,00	175,00	175,00	175,00	175,00	175,00	91,23	3,51	19,30
	12	-97,28	-99,09	-96,83	-97,43	-100,46	-104,07	-112,30	-84,57	-40,17	-41,84	-45,69	-41,25	-41,25	-38,93	-43,10	-43,86	5,03	5,50	6,12	4,69	3,74	-34,96	-73,81	-54,69
	13	-79,28	-80,59	-78,69	-79,13	-81,29	-88,07	-95,42	-67,81	-23,63	-28,20	-31,62	-27,75	-27,75	-25,91	-29,02	-31,37	16,97	17,70	18,88	17,31	15,26	-22,62	-54,68	-36,41
	14	-94,59	-96,69	-93,45	-94,15	-97,58	-90,83	-108,96	-129,48	-117,93	-111,39	-113,24	-110,77	-110,77	-108,51	-112,71	-109,15	-94,01	-82,34	-83,36	-83,47	-80,71	-92,26	-119,85	-85,15
	15	-103,85	-105,62	-102,86	-103,45	-106,11	-101,00	-126,43	-164,71	-155,33	-150,69	-151,25	-150,17	-150,17	-148,23	-151,33	-148,91	-136,40	-116,80	-117,48	-117,29	-115,07	-124,35	-145,66	-96,25
	16	-130,02	-133,09	-129,14	-130,16	-135,30	-122,31	-142,18	-162,48	-150,48	-138,24	-140,92	-137,34	-137,34	-134,13	-140,42	-133,75	-117,50	-106,37	-108,48	-108,31	-103,37	-116,54	-157,50	-121,13
	17	-139,28	-142,02	-138,55	-139,46	-143,83	-132,48	-159,65	-197,71	-187,88	-177,54	-178,93	-176,74	-176,74	-173,85	-179,04	-173,50	-159,88	-140,83	-142,60	-142,13	-137,73	-148,64	-183,31	-132,22
	18	-42,81	-43,00	-42,73	-42,79	-42,67	-37,23	-112,53	-255,08	-249,22	-245,58	-242,74	-245,55	-245,55	-245,51	-244,86	-243,12	-241,07	-165,93	-167,00	-165,15	-162,56	-168,83	-184,93	-37,15
	19	-181,80	-186,78	-179,86	-181,52	-190,21	-175,91	-138,62	-36,88	-19,19	-4,05	-11,42	-2,57	-2,57	2,87	-8,26	0,23	29,56	-22,78	-24,84	-26,64	-21,52	-39,97	-92,42	-169,13
	20	-26,49	-27,26	-26,14	-26,40	-27,64	-19,31	-81,74	-192,99	-183,30	-176,31	-175,75	-176,11	-176,11	-175,50	-176,78	-173,05	-166,36	-105,19	-106,86	-105,53	-101,99	-112,27	-139,44	-17,59
	21	-216,64	-220,38	-215,26	-216,51	-222,29	-214,17	-204,34	-169,43	-159,90	-151,92	-154,43	-150,79	-150,79	-146,58	-153,60	-149,36	-129,92	-152,44	-153,23	-153,89	-150,81	-160,72	-189,53	-210,88
	22	-227,36	-231,12	-226,01	-227,26	-233,04	-228,56	-183,23	-83,02	-77,70	-72,64	-75,75	-71,49	-71,49	-67,12	-74,25	-71,58	-53,54	-112,36	-112,31	-113,78	-112,30	-117,70	-134,93	-225,83
	23	-297,52	-304,54	-294,90	-297,23	-309,33	-301,84	-274,76	-202,30	-192,09	-181,03	-193,17	-178,87	-178,87	-170,71	-186,61	-180,16	-144,02	-195,00	-195,02	-200,22	-198,50	-208,78	-242,17	-294,38
	24	60,07	63,12	58,62	59,64	69,73	73,26	37,66	-37,79	-39,31	-47,41	-17,56	-48,35	-48,35	-51,96	-35,32	-42,14	-65,50	-23,98	-24,35	-12,06	-7,29	-6,34	1,73	61,62
	25	-291,56	-298,82	-289,24	-291,66	-298,67	-289,19	-283,55	-258,45	-251,45	-248,47	-234,29	-246,21	-246,21	-237,61	-243,23	-243,63	-217,24	-253,85	-252,96	-248,32	-242,91	-250,21	-273,17	-291,86
	26	174,79	179,13	173,88	175,32	183,08	170,01	169,56	154,16	148,20	134,21	141,35	132,92	132,92	128,18	138,23	130,33	113,01	126,28	128,12	130,08	125,87	133,67	170,50	173,21
	27	-198,39	-204,13	-196,38	-198,29	-206,34	-199,74	-179,62	-126,31	-119,28	-113,15	-114,15	-111,38	-111,38	-104,66	-114,03	-111,17	-85,36	-127,11	-126,80	-127,72	-125,15	-132,30	-155,39	-197,13
	28	29,73	33,84	28,12	29,49	38,07	38,08	2,49	-74,68	-77,13	-82,83	-67,61	-84,11	-84,11	-88,99	-76,56	-80,63	-103,29	-54,66	-55,28	-48,58	-46,86	-44,75	-34,41	31,42
	29	-180,81	-186,07	-178,97	-180,72	-187,97	-181,37	-162,60	-112,40	-105,46	-99,65	-99,83	-98,03	-98,03	-91,88	-100,20	-97,53	-73,93	-112,60	-112,40	-112,89	-110,22	-117,32	-139,80	-179,16
	30	-17,59	-18,06	-17,41	-17,57	-18,37	-18,37	-17,02	-13,90	-13,81	-13,50	-14,33	-13,35	-13,35	-12,78	-13,84	-13,64	-11,43	-14,51	-14,40	-14,83	-14,93	-14,98	-15,59	-17,97
	31	-34,01	-34,50	-33,75	-33,92	-36,53	-43,82	-46,70	-60,87	-67,37	-69,63	-80,48	-69,44	-69,44	-68,64	-73,52	-73,84	-70,57	-68,80	-67,45	-72,72	-76,97	-69,83	-52,91	-41,00
	32	-78,23	-76,03	-79,21	-78,48	-73,07	-79,41	-124,53	-229,01	-238,44	-247,95	-237,18	-248,60	-248,60	-250,94	-242,95	-248,93	-265,24	-215,34	-214,06	-210,53	-211,99	-202,25	-174,13	-85,44
	33	-154,59	-153,73	-155,11	-154,83	-151,66	-162,50	-214,35	-338,15	-352,52	-364,72	-357,10	-364,92	-364,92	-365,46	-360,62	-367,95	-379,76	-328,97	-326,34	-325,06	-328,76	-313,63	-272,94	-168,08
	34	17,59	18,06	17,41	17,57	18,37	18,37	17,02	13,90	13,81	13,50	14,33	13,35	13,35	12,78	13,84	13,64	11,43	14,51	14,40	14,83	14,93	14,98	15,59	17,97

A Tabela B.4 apresenta o resultado do fluxo de potência do Sistema Teste 2, quando não são considerados os limites de  $f^{Max}$ . O resultado foi encontrado a partir da alocação apresentada na Figura 7.8. Em destaque é possível ver quando os limites são extrapolados.

Tabela B.4 – Fluxo de potência do Sistema Teste 2, desconsiderando os limites de  $f^{Max}$  [MW].

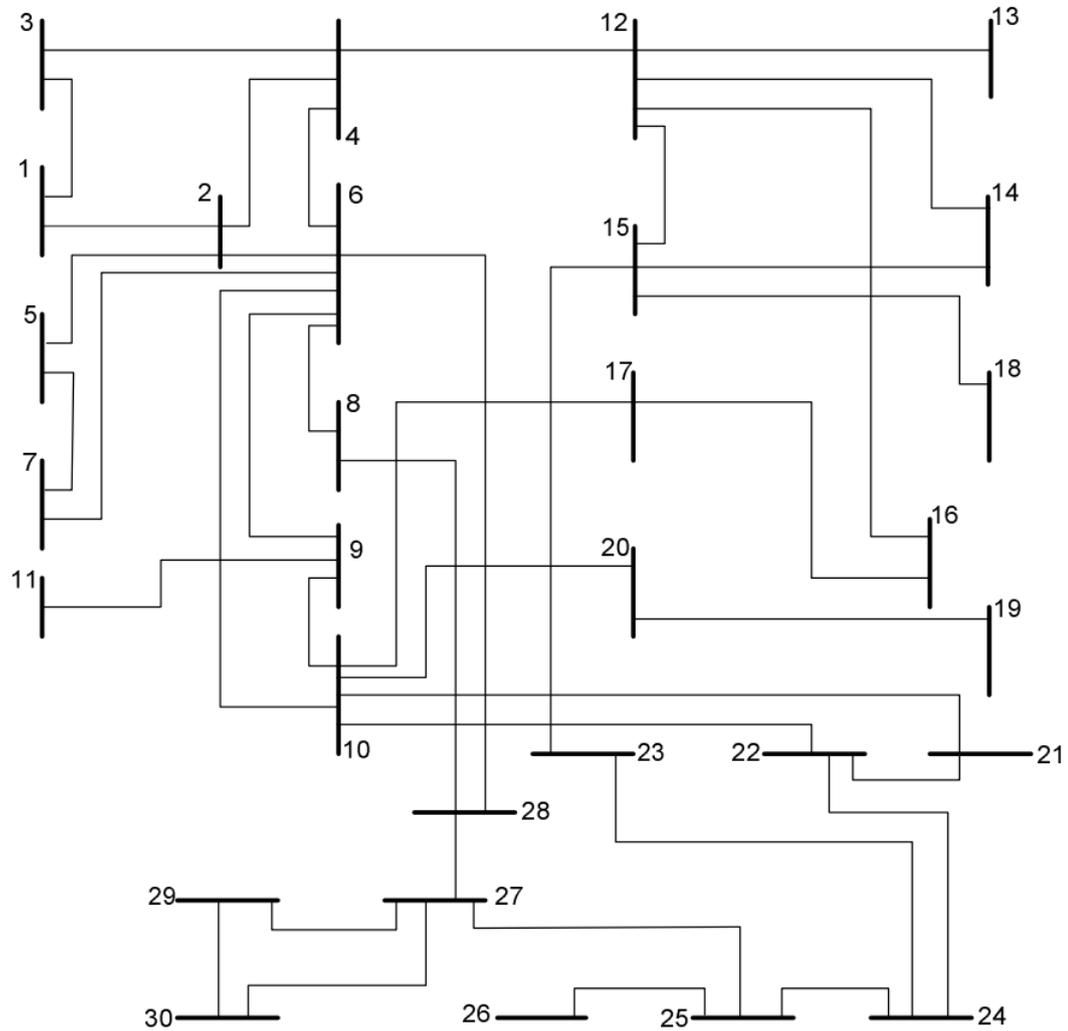
		Horas																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Linha de Transmissão	1	-57.03	-56.55	18,78	18,94	19,74	-18,75	11,79	2,79	1,21	1,60	0,26	1,52	1,52	1,26	1,50	0,99	1,26	1,16	1,03	1,26	1,60	1,10	6,30	7,07
	2	-32,06	-33,48	-62,93	-63,41	-65,79	-50,48	-27,56	8,39	12,70	13,04	12,39	12,99	12,99	12,76	13,01	12,77	12,76	12,63	12,41	12,76	13,04	12,81	4,99	10,60
	3	24,66	24,47	-19,89	-19,95	-20,27	-0,88	15,72	48,74	33,21	35,90	38,17	35,43	35,43	33,61	36,72	37,72	33,61	32,82	31,69	33,61	35,90	44,11	57,33	56,52
	4	12,46	12,00	-28,70	-28,85	-29,62	-11,18	2,51	31,97	21,86	23,69	25,14	23,37	23,37	22,13	24,23	24,88	22,13	21,59	20,82	22,13	23,69	29,57	37,46	38,36
	5	24,64	24,57	-10,04	-10,07	-10,20	5,46	15,55	39,82	29,58	31,56	33,37	31,21	31,21	29,87	32,17	32,97	29,87	29,28	28,44	29,87	31,56	36,88	44,88	43,30
	6	35,90	36,91	20,08	20,42	22,12	23,90	9,90	-7,64	-37,54	-35,91	-33,70	-36,22	-36,22	-37,34	-35,28	-34,33	-37,34	-37,72	-38,17	-37,34	-35,91	-21,47	14,63	14,65
	7	-175,32	-179,66	-189,75	-191,20	-198,43	-191,22	-163,78	-137,44	-110,19	-115,26	-122,54	-114,37	-114,37	-110,95	-117,18	-120,27	-110,95	-109,44	-107,32	-110,95	-115,26	-122,36	-148,59	-120,26
	8	-31,68	-32,92	-72,58	-72,99	-75,06	-59,21	-49,42	-31,12	-44,09	-43,82	-44,19	-43,88	-43,88	-44,08	-43,79	-43,93	-44,08	-44,10	-44,10	-44,08	-43,82	-34,82	-19,67	-9,42
	9	-17,69	-18,63	-61,99	-62,30	-63,87	-46,97	-34,10	-11,80	-30,07	-28,87	-28,35	-29,10	-29,10	-29,92	-28,55	-28,30	-29,92	-30,21	-30,59	-29,92	-28,87	-17,67	2,53	10,68
	10	-56,48	-57,98	-90,69	-91,19	-93,70	-82,82	-79,89	-76,14	-91,63	-92,51	-94,04	-92,38	-92,38	-91,81	-92,85	-93,48	-91,81	-91,45	-90,86	-91,81	-92,51	-81,47	-60,11	-44,50
	11	-74,56	-75,88	-74,12	-74,56	-76,75	-81,14	-87,72	93,42	186,94	185,96	182,89	186,40	186,40	187,27	185,09	183,77	187,27	186,56	184,51	187,27	185,96	191,23	-96,49	-80,70
	12	-97,43	-99,23	-99,11	-99,71	-102,72	-106,96	-112,83	-32,90	11,40	8,91	4,94	9,47	9,47	11,24	7,79	6,09	11,24	11,54	11,51	11,24	8,91	15,11	-121,13	-100,81
	13	-79,13	-80,44	-76,41	-76,85	-79,03	-85,18	-94,89	-19,48	23,13	21,05	17,75	21,53	21,53	23,03	20,09	18,68	23,03	23,21	23,00	23,03	21,05	27,32	-107,36	-90,29
	14	-94,15	-96,25	-120,70	-121,40	-124,90	-120,63	-125,28	-94,63	-91,71	-93,97	-97,41	-93,54	-93,54	-92,00	-94,87	-96,33	-92,00	-91,42	-90,71	-92,00	-93,97	-79,31	-117,06	-96,49
	15	-103,45	-105,22	-134,68	-135,27	-138,22	-135,24	-149,87	-126,25	-134,48	-136,49	-139,48	-136,12	-136,12	-134,76	-137,29	-138,55	-134,76	-134,21	-133,56	-134,76	-136,49	-114,14	-144,21	-112,08
	16	-130,16	-133,23	-165,37	-166,39	-171,51	-163,47	-160,57	-121,03	-114,79	-117,85	-122,63	-117,29	-117,29	-115,21	-119,08	-121,10	-115,21	-114,38	-113,33	-115,21	-117,85	-103,34	-144,16	-117,21
	17	-139,46	-142,20	-179,35	-180,27	-184,83	-178,08	-185,16	-152,65	-157,56	-160,38	-164,69	-159,87	-159,87	-157,96	-161,49	-163,32	-157,96	-157,17	-156,18	-157,96	-160,38	-138,17	-171,31	-132,79
	18	-42,79	-42,98	-124,43	-124,50	-124,81	-120,96	-190,29	-171,30	-240,53	-240,17	-240,03	-240,22	-240,22	-240,46	-240,09	-240,03	-240,46	-240,61	-240,94	-240,46	-240,17	-166,05	-182,55	-155,34
	19	-181,52	-186,49	-161,64	-163,30	-171,60	-163,14	-95,56	-44,36	34,03	28,35	19,99	29,38	29,38	33,24	26,14	22,60	33,24	34,81	36,91	33,24	28,35	-16,60	-78,66	-58,36
	20	-26,40	-27,17	-99,78	-100,04	-101,33	-95,21	-146,94	-115,56	-165,14	-165,21	-165,88	-165,17	-165,17	-165,10	-165,34	-165,61	-165,10	-165,18	-165,41	-165,10	-165,21	-104,66	-134,70	-127,87
	21	-216,51	-220,24	-214,25	-215,50	-221,73	-218,11	-188,09	-163,34	-126,90	-131,66	-138,30	-130,82	-130,82	-127,62	-133,44	-136,26	-127,62	-126,20	-124,32	-127,62	-131,66	-147,66	-180,82	-117,00
	22	-227,26	-231,01	-184,36	-185,61	-191,86	-191,18	-129,19	-118,81	-50,85	-56,13	-63,17	-55,21	-55,21	-51,67	-58,04	-61,04	-51,67	-50,04	-47,81	-51,67	-56,13	-107,31	-127,81	-60,30
	23	-297,24	-304,26	-276,67	-279,01	-290,72	-289,07	-231,70	-209,77	-138,86	-148,63	-161,76	-146,92	-146,92	-140,34	-152,20	-157,79	-140,34	-137,41	-133,27	-140,34	-148,63	-185,41	-228,42	-183,61
	24	59,64	62,69	29,63	30,64	35,73	36,26	-5,76	-11,48	-68,01	-63,62	-57,74	-64,40	-64,40	-67,38	-62,00	-59,50	-67,38	-68,65	-70,50	-67,38	-63,62	-28,85	-4,38	22,91
	25	-291,66	-298,92	-281,32	-283,74	-295,85	-297,51	-258,73	-255,06	-212,79	-223,50	-237,50	-221,65	-221,65	-214,45	-227,34	-233,30	-214,45	-211,15	-206,34	-214,45	-223,50	-244,33	-261,71	-235,40
	26	175,32	179,66	189,75	191,20	198,43	191,22	163,78	137,44	110,19	115,26	122,54	114,37	114,37	110,95	117,18	120,27	110,95	109,44	107,32	110,95	115,26	122,36	148,59	120,26
	27	-198,29	-204,03	-179,53	-181,44	-191,00	-190,87	-145,50	-134,35	-81,47	-89,65	-100,53	-88,22	-88,22	-82,70	-92,62	-97,25	-82,70	-80,24	-76,65	-82,70	-89,65	-119,40	-145,12	-143,17
	28	29,49	33,59	-4,60	-3,23	3,62	4,87	-44,11	-46,86	-106,14	-100,12	-92,14	-101,18	-101,18	-105,27	-97,93	-94,53	-105,27	-107,03	-109,72	-105,27	-100,12	-60,65	-41,51	26,82
	29	-180,72	-185,98	-163,61	-165,37	-174,14	-173,69	-131,23	-119,50	-70,34	-77,79	-87,72	-76,48	-76,48	-71,46	-80,50	-84,73	-71,46	-69,22	-65,96	-71,46	-77,79	-105,57	-130,23	-128,99
	30	-17,57	-18,05	-15,92	-16,07	-16,87	-17,17	-14,27	-14,85	-11,13	-11,86	-12,80	-11,74	-11,74	-11,24	-12,12	-12,52	-11,24	-11,02	-10,69	-11,24	-11,86	-13,83	-14,89	-14,18
	31	-33,92	-34,41	-30,82	-30,98	-31,80	-36,42	-44,88	-65,63	-70,58	-72,06	-73,60	-71,82	-71,82	-70,84	-72,52	-73,19	-70,84	-70,32	-69,53	-70,84	-72,06	-67,49	-54,23	-46,18
	32	-78,48	-76,28	-111,93	-111,19	-107,52	-112,62	-171,12	-201,18	-267,46	-265,24	-261,71	-265,66	-265,66	-267,22	-264,32	-262,83	-267,22	-267,71	-268,49	-267,22	-265,24	-218,15	-181,23	-90,04
	33	-154,83	-153,97	-187,83	-187,54	-186,11	-195,71	-260,95	-310,32	-381,53	-382,01	-381,63	-381,99	-381,99	-381,74	-381,99	-381,85	-381,74	-381,34	-380,78	-381,74	-382,01	-329,54	-280,03	-172,68
	34	17,57	18,05	15,92	16,07	16,87	17,17	14,27	14,85	11,13	11,86	12,80	11,74	11,74	11,24	12,12	12,52	11,24	11,02	10,69	11,24	11,86	13,83	14,89	14,18

# **ANEXO A – Dados dos Sistemas Testes**

Neste anexo são apresentados os dados dos sistemas testes utilizados neste trabalho. Assim, serão apresentados os seguintes dados:

- Dados das unidades geradoras termelétricas;
- Dados de demanda e reserva solicitados pelos sistemas;
- Dados da rede de transmissão, caso o sistema considere.

## Sistema Teste 1



Fonte: Junior (87)

Figura A.1 – Sistema IEEE30 barras.

Tabela A.1 – Demanda e reserva girante do Sistema Teste 1.

$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]	$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]	$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]
<b>1</b>	355	17	<b>9</b>	364	18	<b>17</b>	414	21
<b>2</b>	327	16	<b>10</b>	400	20	<b>18</b>	455	22
<b>3</b>	309	15	<b>11</b>	409	21	<b>19</b>	450	22
<b>4</b>	290	14	<b>12</b>	414	21	<b>20</b>	441	22
<b>5</b>	281	14	<b>13</b>	409	21	<b>21</b>	428	21
<b>6</b>	281	14	<b>14</b>	400	20	<b>22</b>	418	21
<b>7</b>	290	14	<b>15</b>	396	19	<b>23</b>	396	20
<b>8</b>	318	16	<b>16</b>	396	19	<b>24</b>	368	18

Fonte: Ma, Shahidehpour e Marwali(67)

Tabela A.2 – Características das UGTs do Sistema Teste 1.

UGT	$P^{Max}$ [MW]	$P^{Min}$ [MW]	$a_0$ [\$/MW <sup>2</sup> h]	$a_1$ [\$/MWh]	$a_2$ [\$/h]	$T_{ML}$ [h]	$T_{MD}$ [h]	$C_P$ [\$]	$X_0^*$ [h]	$R_P$ [MW]	Barra
1	155	54	0,00463	10,694	142,735	5	3	200	5	78	1
2	100	25	0,00712	19,100	230,000	4	2	115	-3	50	2
3	76	15	0,00876	13,327	81,1360	3	2	80	3	38	5
4	76	15	0,00895	13,354	81,2980	3	2	80	3	38	8
5	100	25	0,00612	18,100	218,335	4	2	100	-3	50	11
6	50	10	0,01036	19,327	87,1360	3	2	80	3	25	13
7	20	4	0,01433	37,890	118,821	1	1	30	-1	20	15
8	20	4	0,01633	39,890	128,821	1	2	30	-1	20	24
9	50	10	0,02436	49,327	187,364	3	2	70	3	25	30

\* $X_0$ : Condição inicial de operação da UGT, onde (+) *online* e (-) *offline*.

Fonte: Ma, Shahidehpour e Marwali(67)

Tabela A.3 – Resistência e reatância das linhas de transmissão do Sistema Teste 1.

Nº	Linha	$r$ [pu]	$x$ [pu]
1	1-2	0,0192	0,0575
2	1-3	0,0452	0,1652
3	2-4	0,0570	0,1737
4	3-4	0,0132	0,0379
5	2-5	0,0472	0,1983
6	2-6	0,0581	0,1763
7	4-6	0,0119	0,0414
8	4-12	0,0000	0,2560
9	5-7	0,0460	0,1160
10	6-7	0,0267	0,0820
11	6-8	0,0120	0,0420
12	6-9	0,0000	0,2080
13	6-10	0,0000	0,5560
14	6-28	0,0169	0,0599
15	8-28	0,0636	0,2000
16	9-10	0,0000	0,1100
17	9-11	0,0000	0,2080
18	10-17	0,0324	0,0845
19	10-20	0,0936	0,2090
20	10-21	0,0348	0,0749
21	10-22	0,0727	0,1499
22	12-13	0,0000	0,1400
23	12-14	0,1231	0,2559
24	12-15	0,0662	0,1304
25	12-16	0,0945	0,1987
26	14-15	0,2210	0,1997
27	15-18	0,1073	0,2185
28	15-23	0,1000	0,2020
29	16-17	0,0524	0,1923
30	18-19	0,0639	0,1292
31	19-20	0,0340	0,0680
32	21-22	0,0116	0,0236
33	22-24	0,1150	0,1790
34	23-24	0,1320	0,2700
35	24-25	0,1885	0,3292
36	25-26	0,2544	0,3800
37	25-27	0,1093	0,2087
38	27-29	0,2198	0,4153
39	27-30	0,3202	0,6027
40	28-27	0,0000	0,3960
41	29-30	0,2399	0,4533

\*Potência base=100MVA.

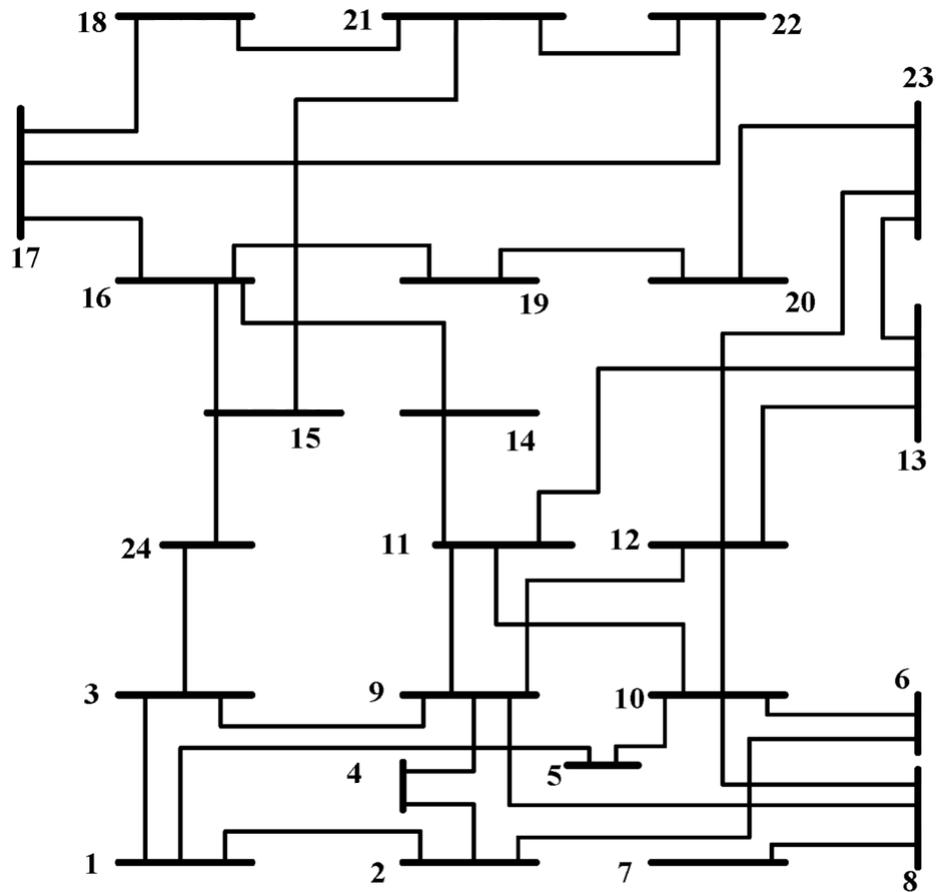
Fonte: ITI-Illinois(72)

Tabela A.4 – Localização da demanda do Sistema Teste 1.

Barra	$L$ [%]	Barra	$L$ [%]	Barra	$L$ [%]
2	7,66	12	3,95	20	0,78
3	0,85	14	2,19	21	6,17
4	2,68	15	2,89	23	1,13
5	33,24	16	1,23	24	3,07
7	8,04	17	3,18	26	1,23
8	10,59	18	1,13	29	0,85
10	2,05	19	3,35	30	3,74

Fonte: ITI-Illinois(72)

## Sistema Teste 2



Fonte: Adaptado de Wang et al. (8)

Figura A.2 – Sistema IEEE24 barras.

Tabela A.5 – Demanda e reserva girante do Sistema Teste 2.

$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]	$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]	$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]
<b>1</b>	1700	170	<b>9</b>	2540	254	<b>17</b>	2550	255
<b>2</b>	1730	173	<b>10</b>	2600	260	<b>18</b>	2530	253
<b>3</b>	1690	169	<b>11</b>	2670	267	<b>19</b>	2500	250
<b>4</b>	1700	170	<b>12</b>	2590	259	<b>20</b>	2550	255
<b>5</b>	1750	175	<b>13</b>	2590	259	<b>21</b>	2600	260
<b>6</b>	1850	185	<b>14</b>	2550	255	<b>22</b>	2480	248
<b>7</b>	2000	200	<b>15</b>	2620	262	<b>23</b>	2200	220
<b>8</b>	2430	243	<b>16</b>	2650	265	<b>24</b>	1840	184

Fonte: Wang e Shahidehpour(61)

Tabela A.6 – Características das UGTs do Sistema Teste 2.

UGT	$P^{Max}$ [MW]	$P^{Min}$ [MW]	$a_0$ [\$/MW <sup>2</sup> h]	$a_1$ [\$/MWh]	$a_2$ [\$/h]	$T_{ML}$ [h]	$T_{MD}$ [h]	$\eta$ [%]	$\phi$ [°]	$\omega$ [h]	$X_0^*$ [h]	$R_P$ [MW]	Barra
1	12	2,4	0,02253	25,5472	24,3891	0	0	0	0	1	-1	12	15
2	12	2,4	0,02649	25,6753	24,4110	0	0	0	0	1	-1	12	15
3	12	2,4	0,02801	25,8027	24,6382	0	0	0	0	1	-1	12	15
4	12	2,4	0,02842	25,9318	24,7605	0	0	0	0	1	-1	12	15
5	12	2,4	0,02855	26,0611	24,8882	0	0	0	0	1	-1	12	15
6	20	4	0,01199	37,5510	117,7551	0	0	20	20	2	-1	20	1
7	20	4	0,01261	37,6637	118,1083	0	0	20	20	2	-1	20	1
8	20	4	0,01359	37,7770	118,4576	0	0	20	20	2	-1	20	2
9	20	4	0,01433	37,8896	118,8206	0	0	20	20	2	-1	20	2
10	76	15,2	0,00876	13,3272	81,1364	3	2	50	50	3	3	38	1
11	76	15,2	0,00895	13,3538	81,2980	3	2	50	50	3	3	38	1
12	76	15,2	0,00910	13,3805	81,4641	3	2	50	50	3	3	38	2
13	76	15,2	0,00932	13,4073	81,6259	4	2	50	50	3	3	38	2
14	100	25	0,00623	18,0000	217,8952	4	2	70	70	4	-3	50	7
15	100	25	0,00612	18,1000	218,3350	4	2	70	70	4	-3	50	7
16	100	25	0,00598	18,2000	218,7752	5	2	70	70	4	-3	50	7
17	155	54,25	0,00463	10,6940	142,7348	5	2	150	150	6	5	77,5	15
18	155	54,25	0,00473	10,7154	143,0288	5	2	150	150	6	5	77,5	16
19	155	54,25	0,00481	10,7367	143,3179	5	2	150	150	6	5	77,5	23
20	155	54,25	0,00487	10,7583	143,5972	5	2	150	150	6	5	77,5	23
21	197	68,95	0,00259	23,0000	259,1310	5	2	200	200	8	-4	98,5	13
22	197	68,95	0,00260	23,1000	259,6490	5	4	200	200	8	-4	98,5	13
23	197	68,95	0,00263	23,2000	260,1760	5	4	200	200	8	-4	98,5	13
24	350	140	0,00153	10,8616	177,0575	8	5	300	300	8	10	175	23
25	400	100	0,00194	7,4921	310,0021	8	5	500	500	10	10	200	18
26	400	100	0,00195	7,5031	311,9102	8	5	500	500	10	10	200	21

\* $X_0$ : Condição inicial de operação da UGT, onde (+) *online* e (-) *offline*.

Fonte: Wang e Shahidehpour(61)

Tabela A.7 – Resistência e reatância das linhas de transmissão do Sistema Teste 2.

Nº	Linha	$r$ [pu]	$x$ [pu]	Nº	Linha	$r$ [pu]	$x$ [pu]	Nº	Linha	$r$ [pu]	$x$ [pu]
1	1-2	0,0026	0,0139	13	8-10	0,0427	0,1651	25	15-21	0,00315	0,0245
2	1-3	0,0546	0,2112	14	9-11	0,0023	0,0839	26	15-24	0,0067	0,0519
3	1-5	0,0218	0,0845	15	9-12	0,0023	0,0839	27	16-17	0,0033	0,0259
4	2-4	0,0328	0,1267	16	10-11	0,0023	0,0839	28	16-19	0,003	0,0231
5	2-6	0,0497	0,192	17	10-12	0,0023	0,0839	29	17-18	0,0018	0,0144
6	3-9	0,0308	0,119	18	11-13	0,0061	0,0476	30	17-22	0,0135	0,1053
7	3-24	0,0023	0,0839	19	11-14	0,0054	0,0418	31	18-21	0,00155	0,01295
8	4-9	0,0268	0,1037	20	12-13	0,0061	0,0476	32	19-20	0,00255	0,0198
9	5-10	0,0228	0,0883	21	12-23	0,0124	0,0966	33	20-23	0,0014	0,0108
10	6-10	0,0139	0,0605	22	13-23	0,0111	0,0865	34	21-22	0,0087	0,0678
11	7-8	0,0159	0,0614	23	14-16	0,005	0,0389				
12	8-9	0,0427	0,1651	24	15-16	0,0022	0,0173				

\*Potência base=100MVA.

Fonte: ITI-Illinois(88)

Tabela A.8 – Localização da demanda do Sistema Teste 2.

<i>Barra</i>	<i>L [%]</i>	<i>Barra</i>	<i>L [%]</i>	<i>Barra</i>	<i>L [%]</i>
<b>1</b>	3,79	<b>7</b>	4,39	<b>15</b>	11,12
<b>2</b>	3,40	<b>8</b>	6,00	<b>16</b>	3,51
<b>3</b>	6,32	<b>9</b>	6,14	<b>18</b>	11,68
<b>4</b>	2,60	<b>10</b>	6,84	<b>19</b>	6,35
<b>5</b>	2,49	<b>13</b>	9,30	<b>20</b>	4,49
<b>6</b>	4,77	<b>14</b>	6,81		

Fonte: ITI-Illinois(88)

Tabela A.9 – Limites de fluxo de potência das linhas de transmissão do Sistema Teste 2.

<i>Nº</i>	<i>Linha</i>	<i>f<sup>Max</sup></i> [MW]	<i>Nº</i>	<i>Linha</i>	<i>f<sup>Max</sup></i> [MW]	<i>Nº</i>	<i>Linha</i>	<i>f<sup>Max</sup></i> [MW]
<b>1</b>	1-2	175	<b>13</b>	8-10	175	<b>25</b>	15-21	500
<b>2</b>	1-3	175	<b>14</b>	9-11	400	<b>26</b>	15-24	500
<b>3</b>	1-5	175	<b>15</b>	9-12	400	<b>27</b>	16-17	500
<b>4</b>	2-4	175	<b>16</b>	10-11	400	<b>28</b>	16-19	500
<b>5</b>	2-6	175	<b>17</b>	10-12	400	<b>29</b>	17-18	500
<b>6</b>	3-9	175	<b>18</b>	11-13	500	<b>30</b>	17-22	500
<b>7</b>	3-24	400	<b>19</b>	11-14	500	<b>31</b>	18-21	500
<b>8</b>	4-9	175	<b>20</b>	12-13	500	<b>32</b>	19-20	500
<b>9</b>	5-10	175	<b>21</b>	12-23	500	<b>33</b>	20-23	500
<b>10</b>	6-10	175	<b>22</b>	13-23	500	<b>34</b>	21-22	500
<b>11</b>	7-8	175	<b>23</b>	14-16	500			
<b>12</b>	8-9	175	<b>24</b>	15-16	500			

Fonte: ITI-Illinois(88)

## Sistema Teste 3

Tabela A.10 – Demanda e reserva girante do Sistema Teste 3.

$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]	$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]	$t$ [horas]	$L(t)$ [MW]	$P_R(t)$ [MW]
<b>1</b>	700	70	<b>9</b>	1300	130	<b>17</b>	1000	100
<b>2</b>	750	75	<b>10</b>	1400	140	<b>18</b>	1100	110
<b>3</b>	850	85	<b>11</b>	1450	145	<b>19</b>	1200	120
<b>4</b>	950	95	<b>12</b>	1500	150	<b>20</b>	1400	140
<b>5</b>	1000	100	<b>13</b>	1400	140	<b>21</b>	1300	130
<b>6</b>	1100	110	<b>14</b>	1300	130	<b>22</b>	1100	110
<b>7</b>	1150	115	<b>15</b>	1200	120	<b>23</b>	900	90
<b>8</b>	1200	120	<b>16</b>	1050	105	<b>24</b>	800	80

Fonte: Kazarlis, Bakirtzis e Petridis(73)

Tabela A.11 – Características das UGTs do Sistema Teste 3.

UGT	$p^{Max}$ [MW]	$p^{Min}$ [MW]	$a_0$ [\$/MW <sup>2</sup> h]	$a_1$ [\$/MWh]	$a_2$ [\$/h]	$T_{ML}$ [h]	$T_{MD}$ [h]	$C_P^q$ [\$]	$C_P^f$ [\$]	$\omega$ [h]	$X_0^*$ [h]
<b>1</b>	455	150	0,00048	16,19	1000	8	8	4500	9000	5	8
<b>2</b>	455	150	0,00031	17,26	970	8	8	5000	10000	5	8
<b>3</b>	130	20	0,00200	16,60	700	5	5	550	1100	4	-5
<b>4</b>	130	20	0,00211	16,50	680	5	5	560	1120	4	-5
<b>5</b>	162	25	0,00398	19,70	450	6	6	900	1800	4	-6
<b>6</b>	80	20	0,00712	22,26	370	3	3	170	340	2	-3
<b>7</b>	85	25	0,00079	27,74	480	3	3	260	520	2	-3
<b>8</b>	55	10	0,00413	25,92	660	1	1	30	60	0	-1
<b>9</b>	55	10	0,00222	27,27	665	1	1	30	60	0	-1
<b>10</b>	55	10	0,00173	27,79	670	1	1	30	60	0	-1

\* $X_0$ : Condição inicial de operação da UGT, onde (+) *online* e (-) *offline*.

Fonte: Kazarlis, Bakirtzis e Petridis(73)