



Universidade Federal de Sergipe
Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

AMOSTRAGEM ASSÍNCRONA BASEADA EM CRUZAMENTOS POR
ZERO

Jefferson França Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PROEE) da Universidade Federal de Sergipe, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadores: Elyson Ádan Nunes Carvalho
Jânio Coutinho Canuto

São Cristóvão
Janeiro de 2017



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA-PROEE

TERMO DE APROVAÇÃO

“Amostragem Assíncrona Baseada em Cruzamentos por Zero”

Discente:

Jefferson França Santos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Sergipe, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada pela banca examinadora composta por:

Prof. Dr. Jugurta Rosa Montalvão Filho (PROEE/UFS)
Presidente

Prof. Dr. Edward David Moreno Ordonez (PROEE/UFS)
Examinador Interno

Prof. Dr. Antônio Ramirez Hidalgo (DEL/UFS)
Examinador Externo

Jefferson França Santos
Candidato

Cidade Universitária “Prof. José Aloísio de Campos”, 31 de janeiro de 2017.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

S237a Santos, Jefferson França
Amostragem assíncrona baseada em cruzamentos por zero /
Jefferson França Santos. – São Cristóvão: UFS/PROEE, 2017.
92 p.; il.; 29,7cm.
Orientadores: Elyson Ádan Nunes Carvalho.
Jânio Coutinho Canuto.
Dissertação (mestrado em Engenharia elétrica) – Universidade
Federal de Sergipe, PROEE, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 90-92.
1. Amostragem Síncrona. 2. Amostragem Assíncrona. 3. Level
Crossing. 4. Zero Crossing. I. Carvalho, Elyson Ádan Nunes, *et. al.*
II. Título.

CDU: 621.3:004.31

“Não sabendo que era impossível, foi lá e fez.”
(Mark Twain)

Agradecimentos

Agradeço a minha família por todo apoio e incentivo que tem me dado, inclusive nos momentos mais difíceis.

Aos meus orientadores Dr. Elyson Carvalho e Dr. Jânio Canuto pela paciência que tiveram durante todo o mestrado. E as orientações que me deram tiveram grande importância no desenvolvimento do trabalho.

Ao professor Dr. Jugurta pelos importantes conselhos dados no decorrer do trabalho.

À Matheus, que embora tenhamos trabalhado por pouco tempo, desenvolvemos trabalhos de Instrumentação Eletrônica juntos.

Sou grato também a Livia e Stéphanie, que foram muito prestativas durante o desenvolvimento do mestrado.

E agradeço a todos os outros amigos e professores que me deram apoio de alguma forma no decorrer do meu mestrado.

Resumo

AMOSTRAGEM ASSÍNCRONA BASEADA EM CRUZAMENTOS POR ZERO

Jefferson França Santos

Janeiro/2017

Orientadores: Elyson Ádan Nunes Carvalho

Jânio Coutinho Canuto

Departamento: Engenharia Elétrica (DEL/CCET/UFS)

A amostragem síncrona é o método mais amplamente utilizado na conversão analógica/digital para sinais do cotidiano, principalmente devido à facilidade de implementá-los, pois a taxa de amostragem é constante. Entretanto, a taxa de amostragem fixa pode causar ativações desnecessárias do circuito de *Sample and Hold*, gerando um alto consumo energético. Os conversores analógicos digitais assíncronos podem ser utilizados para resolver este problema, amostrando somente quando ocorrem eventos particulares, tais como os cruzamentos de níveis de amplitude (em inglês - *Level Crossing*). Esta abordagem está sendo intensamente estudada nas últimas décadas, e surgiu como alternativa à amostragem síncrona. Outra alternativa de amostragem assíncrona e a abordagem proposta por Voelcker, onde os instantes de amostragem são os cruzamentos por zero do sinal. Segundo ele, para que seja possível obter a perfeita reconstrução do sinal, além dos zeros reais, os zeros complexos devem ser amostrados. Embora eles sejam fisicamente indetectáveis, Voelcker propôs que estes podem ser “transformados” em zeros reais a partir das informações de todos os zeros reais das n -ésimas derivadas do sinal. Contudo isto pode ser impraticável, e neste trabalho é proposto um novo método de *Zero Crossing* que utiliza somente até a 3ª derivada. Tal abordagem é justificada pela possibilidade, aqui apresentada de que ao realizar muitas derivadas do sinal, os zeros reais tendem a ficar muito próximos, ou até se repetir, não agregando mais informação sobre o sinal original. Diante disso, foi verificado neste trabalho a aplicabilidade do método proposto para sistemas que necessitem de um baixo consumo energético e uma boa reconstrução do sinal amostrado, sendo apontado a partir dos resultados deste trabalho como uma boa solução de compromisso entre a amostragem síncrona e o *Level Crossing*.

Abstract

ASYNCHRONOUS SAMPLING BASED IN ZERO CROSSING

Jefferson França Santos

January/2017

Advisors: Elyson Ádan Nunes Carvalho

Jânio Coutinho Canuto

Department: Electrical Engineering (DEL/CCET/UFS)

Synchronous sampling is currently the most widely used analog to digital conversion method, mainly due to its implementation ease, since it employs a constant sampling rate. However, a fixed sampling rate can cause unnecessary activations of the sample and hold circuit, increasing power consumption. Asynchronous analog to digital converters can be used to solve this problem, sampling only when particular events occur, such as amplitude level crossings. This approach has been intensely studied over the last decades, and arose as an alternative to synchronous sampling. Another asynchronous sampling approach is the one proposed by Voelcker (1966), where sampling instants are the zero crossings of the signal. According to him complex zeros must be sampled for perfect signal reconstruction, in addition to real zeros. Although being physically undetectable, Voelcker proposes that complex zeros can be “transformed” using the real zeros of all n th signal derivatives. Nevertheless this can be unfeasible and this work proposes the use of the Zero Crossing method with a limited number of derivatives. Such approach is justifiable because in consecutive derivatives, real zeros tends to be close or even repeat themselves, thus not aggregating any more information about the original signal. Therefore, this work verifies the applicability of the proposed method for systems that need low power consumption and a good reconstruction of the sampled signal, being suggest from the results of this work as a good solution of compromise between synchronous sampling and Level Crossing.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Em a) o sinal original; em b) o trem de impulsos periódicos; e em c) o resultado da amostragem, o sinal discreto no tempo, juntamente com o sinal original em tracejado.	20
Figura 2 – Em a) o sinal $X(\Omega)$ com frequência limitada W ; e em b) o efeito da amostragem no espectro de frequência de $X(\Omega)$ amostrado a uma taxa $f_s > 2W$ Hz.	20
Figura 3 – Filtro interpolador passa-baixa (tracejado) no espectro de frequência.	21
Figura 4 – Sobreposição espectral de $X(\Omega)$ causada pela subamostragem.	21
Figura 5 – Foto de uma parede em a) amostrada pelo critério de Nyquist; em b) a mesma figura subamostrada. (Fig. retirada de ALINE (2014))	22
Figura 6 – Filtro passa-baixa que pode ser utilizado na recuperação de um sinal superamostrado.	22
Figura 7 – Exemplo esquemático de um <i>Sample and Hold</i> , onde A são os <i>buffers</i> de tensão.	23
Figura 8 – Exemplo de sinal amostrado por <i>Level Crossing</i>	24
Figura 9 – Sinal original (tracejado) e quantizado (vermelho), amostrado por <i>Level Crossing</i>	26
Figura 10 – Sinal original convertido por <i>Level Crossing</i> atingindo o estado estável em $[t_{n-1}, t_n]$	26
Figura 11 – Os zeros complexos z_1 a z_4 nos seus respectivos discos de Jensen e os zeros das derivadas (as cruzes).	31
Figura 12 – Diagrama de blocos do amostrador <i>Zero Crossing</i> proposto.	32
Figura 13 – O sinal amostrado por <i>Zero Crossing</i> com ruído gaussiano branco.	33
Figura 14 – O sinal amostrado por <i>Zero Crossing</i> com ruído gaussiano branco e com filtro <i>antialiasing</i>	33
Figura 15 – Exemplo de interpolação por <i>Zero Crossing</i> onde ocorre a <i>migração</i> (retirado de BOND e CAHN (1958)).	34
Figura 16 – Exemplo de interpolação com a inserção de zeros complexos (adaptado de SEKEY (1970)).	35
Figura 17 – Exemplo de interpolação com spline cúbica obtida por SOLOVJOVA (2010).	37
Figura 18 – Sinal 1 no intervalo $[0,2;8]$	40
Figura 19 – Sinal 2 no intervalo $[0,2;8]$	41
Figura 20 – Sinal 3 no intervalo $[0,2;8]$	41
Figura 21 – Sinal 4 no intervalo $[0,2;16]$	42
Figura 22 – Sinal 5 no intervalo $[-0,2;8]$	42

Figura 23 – Sinal 1 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.	44
Figura 24 – Sinal 2 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.	45
Figura 25 – Sinal 3 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.	45
Figura 26 – Sinal 4 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.	46
Figura 27 – Sinal 5 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.	46
Figura 28 – Sinal 1 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.	47
Figura 29 – Sinal 2 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.	48
Figura 30 – Sinal 3 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.	48
Figura 31 – Sinal 4 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.	49
Figura 32 – Sinal 5 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.	49
Figura 33 – Sinal 1 amostrado por <i>Level Crossing</i> e original em vermelho.	50
Figura 34 – Sinal 2 amostrado por <i>Level Crossing</i> e original em vermelho.	51
Figura 35 – Sinal 3 amostrado por <i>Level Crossing</i> e original em vermelho.	51
Figura 36 – Sinal 4 amostrado por <i>Level Crossing</i> e original em vermelho.	52
Figura 37 – Sinal 5 amostrado por <i>Level Crossing</i> e original em vermelho.	53
Figura 38 – Sinal 1 amostrado por <i>Level Crossing</i> e filtrado em vermelho.	53
Figura 39 – Sinal 2 amostrado por <i>Level Crossing</i> e filtrado em vermelho.	54
Figura 40 – Sinal 3 amostrado por <i>Level Crossing</i> e filtrado em vermelho.	54
Figura 41 – Sinal 4 amostrado por <i>Level Crossing</i> e filtrado em vermelho.	55
Figura 42 – Sinal 5 amostrado por <i>Level Crossing</i> e filtrado em vermelho.	55
Figura 43 – Sinal 1 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais (círculos).	56
Figura 44 – Sinal 1 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).	57
Figura 45 – Sinal 1 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).	57
Figura 46 – Sinal 1 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).	58
Figura 47 – Sinal 2 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais (círculos).	59
Figura 48 – Sinal 2 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).	59
Figura 49 – Sinal 2 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).	60
Figura 50 – Sinal 2 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).	60
Figura 51 – Sinal 3 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros re- ais(círculos).	61

Figura 52 – Sinal 3 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).	61
Figura 53 – Sinal 3 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).	62
Figura 54 – Sinal 3 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).	62
Figura 55 – Sinal 4 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais (círculos).	63
Figura 56 – Sinal 4 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).	63
Figura 57 – Sinal 4 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).	64
Figura 58 – Sinal 4 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).	64
Figura 59 – Sinal 5 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais (círculos).	65
Figura 60 – Sinal 5 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).	65
Figura 61 – Sinal 5 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).	66
Figura 62 – Sinal 5 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).	66
Figura 63 – Sinal 1 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).	67
Figura 64 – Sinal 1 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).	68
Figura 65 – Sinal 1 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).	68
Figura 66 – Sinal 1 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas.	69
Figura 67 – Sinal 2 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).	69
Figura 68 – Sinal 2 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).	70
Figura 69 – Sinal 2 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).	70
Figura 70 – Sinal 2 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas (círculos).	71

Figura 71 – Sinal 3 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).	71
Figura 72 – Sinal 3 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).	72
Figura 73 – Sinal 3 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).	72
Figura 74 – Sinal 3 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas (círculos).	73
Figura 75 – Sinal 4 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).	73
Figura 76 – Sinal 4 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).	74
Figura 77 – Sinal 4 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).	74
Figura 78 – Sinal 4 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas (círculos).	75
Figura 79 – Sinal 5 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).	75
Figura 80 – Sinal 5 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).	76
Figura 81 – Sinal 5 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).	76
Figura 82 – Sinal 5 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas (círculos).	77
Figura 83 – Gráfico do Erro Quadrático Médio <i>vs</i> SNR do sinal 1 com ruído aditivo nas abordagens síncrona, por <i>Level Crossing</i> e <i>Zero Crossing</i>	78
Figura 84 – Gráfico do Erro Quadrático Médio <i>vs</i> SNR do sinal 5 com ruído aditivo nas abordagens síncrona, por <i>Level Crossing</i> e <i>Zero Crossing</i>	79
Figura 85 – Gráfico da quantidade de amostras <i>vs</i> SNR do sinal 1 com ruído aditivo nas abordagens síncrona, por <i>Level Crossing</i> e <i>Zero Crossing</i>	79
Figura 86 – Gráfico da quantidade de amostras <i>vs</i> SNR do sinal 5 com ruído aditivo nas abordagens síncrona, por <i>Level Crossing</i> e <i>Zero Crossing</i>	80
Figura 87 – Sinal original de um eletrocardiograma de uma pessoa com taquicardia.	81
Figura 88 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia e amostrado de forma síncrona.	82
Figura 89 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia e amostrado por <i>Level Crossing</i>	82
Figura 90 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia e amostrado por <i>Zero Crossing</i>	83

Figura 91 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia amostrado de forma síncrona e interpolado por spline.	84
Figura 92 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia amostrado por <i>Level Crossing</i> e interpolado por spline.	84
Figura 93 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia amostrado por <i>Zero Crossing</i> e interpolado por spline.	85

Lista de tabelas

Tabela 1 – Sinais utilizados nas comparações entre as abordagens.	40
Tabela 2 – Quantidade de amostragens da abordagem síncrona.	47
Tabela 3 – Erro Quadrático Médio para os sinais amostrados de forma síncrona. . .	50
Tabela 4 – Quantidade de amostragens para a abordagem por <i>Level Crossing</i> . . .	52
Tabela 5 – Erro Quadrático Médio para a abordagem por <i>Level Crossing</i>	56
Tabela 6 – Número de amostragens até 3 derivadas.	67
Tabela 7 – Erro Quadrático Médio dos zeros reais e até a 3ª derivada.	76
Tabela 8 – Quantidade de amostragens nos três métodos de amostragem abordados.	83
Tabela 9 – Erro Quadrático médio para o sinal de ECG com taquicardia nos três métodos de amostragem.	85
Tabela 10 – Número de amostras de cada uma das três abordagens.	86
Tabela 11 – Erro Quadrático Médio da reconstrução de cada uma das três abordagens.	86

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivos	17
1.2	Organização do Trabalho	17
2	AMOSTRAGEM	19
2.1	Amostragem Síncrona	19
2.1.1	<i>Sample and Hold</i>	23
2.2	Level Crossing	24
2.3	Zero Crossing	27
2.3.1	O método de Zero Crossing proposto	29
3	INTERPOLAÇÃO	34
3.1	Métodos da literatura	34
4	METODOLOGIA	38
5	COMPARAÇÕES ENTRE AS ABORDAGENS	44
5.1	Amostragem síncrona	44
5.2	Erro Quadrático Médio da amostragem síncrona	47
5.3	Amostragem por <i>Level Crossing</i>	50
5.4	Erro Quadrático Médio da amostragem por <i>Level Crossing</i>	53
5.5	Amostragem por <i>Zero Crossing</i>	56
5.6	Erro Quadrático Médio no <i>Zero Crossing</i>	67
5.7	Amostragens com ruído aditivo	77
5.8	Estudo de caso para um sinal de eletrocardiograma (ECG)	80
5.8.1	Amostragens do ECG	81
5.8.2	Erro Quadrático Médio para o sinal de ECG	83
5.9	Resultado das Comparações	85
6	CONCLUSÕES	88
	REFERÊNCIAS	90

1 Introdução

Os sinais associados a fenômenos que ocorrem na natureza, tais como som, luz, temperatura, etc. são geralmente apresentados na forma de sinais analógicos. Assim, para que seja possível manipulá-los utilizando sistemas digitais, *e.g.* microcontroladores, é necessário convertê-los para a forma digital. O processo que cumpre esta tarefa é nomeado de conversão analógico/digital, ou mais comumente, conversão A/D.

Para empregar a conversão de sinais analógicos para digital é necessário, no início do processo, “escolher” em que momento será adquirida a informação. A tarefa de decidir o instante de adquirir o sinal analógico é uma das etapas da amostragem (em inglês - *sampling*) (TOCCI; WIDMER; MOSS, 2007).

O método de amostragem mais utilizado atualmente foi fundamentado matematicamente por Shannon (SHANNON, 1948), através do Teorema da Amostragem. Este teorema afirma que um sinal limitado em frequência, com largura de faixa W Hz, pode ser fielmente reconstruído quando amostrado a uma taxa mínima de $2W$ amostras/segundos (taxa de Nyquist). Os conversores A/D que utilizam esta abordagem são classificados como síncronos.

Nesta abordagem não é necessário preocupar-se com os instantes em que o sinal analógico é amostrado, pois esta tarefa é feita periodicamente e a reconstrução do sinal é garantida, desde que seja respeitada a taxa de Nyquist. Além disto, nos conversores A/D síncronos, o processo de reconstrução do sinal analógico é bastante conhecido, a interpolação *sinc*, que é aproximada pelo emprego de um filtro passa baixa com largura de faixa W Hertz (LATHI, 2007).

Entretanto, de acordo com (ALLIER et al., 2005b) (KAFASHAN; BEYGI; MARVASTI, 2011) (ROA et al., 2014), os conversores A/D síncronos desperdiçam uma grande quantidade de energia no processo de amostragem, por exemplo, ao adquirir amostras quando o sinal analógico atinge o estado estável (em inglês - *steady state*).

Um dos motivos que pode estar relacionado ao elevado consumo de energia, em sistemas embarcados que possuem conversores A/D síncronos, é a presença de um circuito Amostrador e Retentor (em inglês - *Sample and Hold*). Este é responsável pela tarefa de reter a informação enquanto ela é digitalizada. Para tanto, ela normalmente é armazenada empregando chaveamentos num capacitor, o que pode ocasionar *glitches*, que são picos de corrente elétrica de forma proporcional ao *clock* do circuito, ocasionando elevações de potência consumida (DEVICES, 2005).

Tais características têm impacto negativo em sistemas embarcados, pois atualmente busca-se a redução do consumo de energia nestes sistemas, para que seja viabilizada a redução da área ocupada da pastilha de silício, ou visando uma maior duração da carga em bateria, como em aplicações biomédicas (JONSSON, 2010) (CHAPARRO et al., 2013)

Uma possível solução para estes problemas são os *Conversores A/D Assíncronos*, ou A-ADC (sigla em inglês para - *Asynchronous - Analog to Digital Converter*). Estes conversores possuem a característica de amostrar o sinal de entrada somente em instantes específicos, permanecendo em modo de espera no restante do tempo (ROA et al., 2014).

Atualmente um dos A-ADC mais estudados é o *cruzamento de níveis*, mais comumente nomeado de *Level Crossing*. Nesta topologia de conversor A/D, ao invés de amostrar periodicamente o sinal no tempo, a amplitude é uniformemente dividida em níveis fixos e pré-determinados. Assim, quando o sinal analógico atinge qualquer um dos níveis adotados, a amplitude é amostrada e quantizada (ROA et al., 2014).

Uma desvantagem no *Level Crossing* é não amostrar o sinal entre os níveis pré-determinados, e quando os intervalos entre os níveis são muito grandes (*i.e.* baixa resolução) as variações de pequena amplitude podem ser perdidas, sendo inadequado em sistemas que necessitam destas informações, por exemplo, em eletrocardiograma (SILVA, 2014). É possível aumentar a resolução de amplitude, porém, neste caso, o objetivo da amostragem assíncrona, que é reduzir a quantidade de amostras em comparação à abordagem síncrona, não seria cumprido.

Uma outra abordagem nomeada de *Zero Crossing*, proposta por VOELCKER (1966), em que os instantes de amostragem são os cruzamentos por zero do sinal, será abordada nesta dissertação. O *Zero Crossing* foi inspirado no método de *infinite clipping*, que permite comprimir o sinal de voz preservando apenas os cruzamentos por zero reais, o que possibilita a recuperação da mensagem com boa inteligibilidade para o receptor (GUIDARELLI, 1985). Visando generalizar para mais tipos de sinais, os zeros complexos também devem ser levados em consideração neste processo de amostragem.

Na abordagem por *Zero Crossing*, uma ampla classe de sinais encontrados na prática, com características que serão delimitadas adiante, podem ser fielmente representada utilizando somente os cruzamentos por zero reais e complexos. Entretanto, visto que os zeros complexos são fisicamente indetectáveis, eles não podem ser utilizados em circuitos eletrônicos (REQUICHA, 1980).

Porém, Voelcker propôs um método que permite “transformar” o zero complexo em zero real, utilizando para isto uma relação com todas as n -ésimas derivadas do sinal. Entretanto, tal característica pode ser inviável na prática, visto que seria necessário um circuito eletrônico que realizasse o cálculo de todas as n -ésimas derivadas, o que elevaria o consumo energético e a área ocupada da pastilha de silício.

Contudo o Teorema de Gauss-Lucas (AZIZ, 2002) enuncia que para uma casca convexa formada pelos zeros do sinal, os zeros das derivadas encontram-se contidos internamente a este conjunto, o que na prática pode resultar que os cruzamentos por zeros reais das derivadas com ordem superior a 1ª fiquem contidas nas cascas convexas dos zeros das derivadas anteriores, o que pode ocasionar que ocorrem próximos uns aos outros. Isto poderia gerar redundâncias, como muitas amostragens em um pequeno intervalo de tempo

(ou em “rajada”), o que poderia elevar o consumo energético decorrente da elevada quantidade de amostragens trazendo pouca informação sobre o sinal VOELCKER (1966).

Além disto, de acordo com TITCHMARSH (1939) para os sinais em que os zeros repetem-se n vezes (multiplicidade n), os zeros das derivadas repetem-se $n - 1$ vezes. O que poderia implicar, ao serem levadas em consideração todas as n -ésimas derivadas destes sinais, na ocorrência de detecções de cruzamentos por zero idênticas.

1.1 Objetivos

Neste trabalho é verificada a possibilidade de se obter uma boa representação do sinal utilizando os zeros reais de apenas algumas derivadas do sinal, e, a partir disso, é proposto um novo método de amostragem assíncrona, baseado na proposta de VOELCKER (1966), nomeada de *Zero Crossing*, e que pode ser implementado com o cálculo de uma quantidade limitada de derivadas para a amostragem.

Para verificar se a abordagem proposta pode ser uma alternativa para os conversores A/D síncronos, que pode apresentar elevado consumo de energia decorrente da quantidade de vezes em que o *Sample and Hold* é acionado, e do *Level Crossing*, que normalmente não possui uma boa reconstrução do sinal, é feito um estudo comparativo para verificar a viabilidade, no sentido de número de amostras, qualidade da reconstrução do sinal e comportamento perante a diferentes intensidades de ruído, de uma nova estrutura de A-ADC baseada na teoria de *Zero Crossing*. Uma vez que o sinal é amostrado, é necessário um método de interpolação que permita recuperá-lo na sua forma analógica. Para tanto, neste trabalho é utilizada a *spline cúbica*, baseado nos resultados de interpolação obtidos por SOLOVJOVA (2010).

1.2 Organização do Trabalho

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: no capítulo 2 é abordado o método de amostragem mais utilizado da atualidade, a abordagem síncrona, um dos métodos de amostragem mais estudados das últimas décadas, o *Level Crossing* e a amostragem por *Zero Crossing*, logo após serão expostas as motivações que levaram ao método de amostragem proposto, que é baseado em VOELCKER (1966). No capítulo 3 é explanados alguns métodos de interpolação que foram encontrados na revisão bibliográfica para a reconstrução de um sinal amostrado por *Zero Crossing*, assim como o método escolhido neste trabalho; seguido do capítulo 4, que explica a metodologia empregada no desenvolvimento dos resultados de simulação, com o propósito de permitir que estas possam ser reproduzidas por outros pesquisadores que tenham interesse no tema desta dissertação; no capítulo 5, com vistas na viabilidade da construção de um protótipo de Conversor A/D Assíncrono que empregue o método proposto de amostragem por *Zero Crossing*, é feito um estudo comparativo entre

esta abordagem com as amostragens síncrona e por *Level Crossing*; por fim, no capítulo 6, é concluída a dissertação com as sugestões de trabalhos futuros.

2 Amostragem

Neste capítulo é abordado um dos métodos mais difundidos para conversão de sinais analógicos para digitais, possuindo aplicações em sistemas de processamento de dados, telecomunicações, sistemas de controle, etc., a *amostragem síncrona*. No início do capítulo é mencionado o teorema da amostragem, elemento principal nesta modalidade de amostragem. Após esta explanação, são apresentados os conceitos que envolvem a amostragem assíncrona *Level Crossing*, *i.e.* os parâmetros do sinal analógico que devem ser conhecidos, *a priori*, para implementar este tipo de amostragem. E, são explicitados alguns aspectos inerentes a esta abordagem. Na última seção do capítulo são apresentados o conceito de Zero Crossing e o método proposto neste trabalho.

2.1 Amostragem Síncrona

A amostragem síncrona, que se fundamenta no Teorema da Amostragem proposto por Shannon (SHANNON, 1948), é uma das formas mais conhecidas e difundidas como parte da conversão de sinal analógico para digital. Quando o sinal é amostrado obedecendo a taxa de Nyquist (idealmente $2W$ amostras/segundo), advinda desse teorema, a interpolação das amostras assim coletadas possibilita que o sinal possa ser reconstruído, permitindo transformar o sinal discreto novamente para a forma analógica.

Entretanto, por razões ligadas a restrições práticas de implementação dos amostradores e interpoladores, ou seja, para evitar a sobreposição do sinal amostrado no espectro de frequência (*aliasing*), a taxa de amostragem comumente adotada pode variar entre 3 a 5 vezes a largura de faixa do sinal (SEMMLOW, 2005) (BALBINOT, 2014).

A amostragem síncrona pode ser representada matematicamente pela multiplicação do sinal analógico por um trem de impulsos δ_t unitários periódico no tempo, com período T segundos (taxa de amostragem), expresso como

$$x_{amostrado}(t) = \sum_n x(nT)\delta_t(t - nT). \quad (2.1)$$

O resultado de (2.1) é o sinal discreto no tempo ilustrado na Fig.1 c). Os valores amostrados em amplitude são referentes à amplitude do sinal analógico no período do trem de impulsos (δ_t).

O efeito da amostragem no espectro de frequência é a replicação do sinal nos múltiplos inteiros da frequência de amostragem, como está ilustrado na Fig. 2.

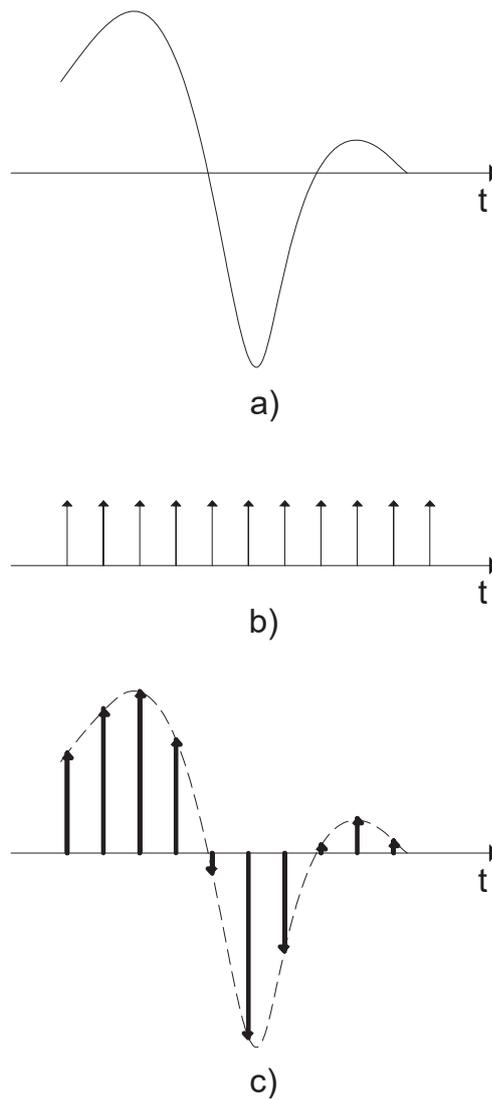


Figura 1 – Em a) o sinal original; em b) o trem de impulsos periódicos; e em c) o resultado da amostragem, o sinal discreto no tempo, juntamente com o sinal original em tracejado.

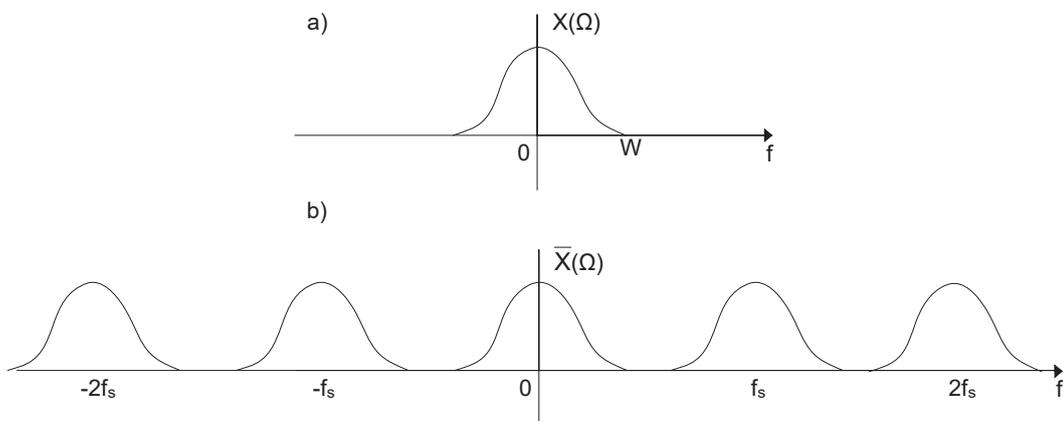


Figura 2 – Em a) o sinal $X(\Omega)$ com frequência limitada W ; e em b) o efeito da amostragem no espectro de frequência de $X(\Omega)$ amostrado a uma taxa $f_s > 2W$ Hz.

E a forma ideal proposta para reconstruir o sinal analógico, amostrado de forma síncrona, é a *interpolação sinc*. Esta é um filtro passa-baixa ideal com frequência de corte W Hertz, e com decaimento abrupto neste limite. Na Fig. 3 é ilustrada como seria esta interpolação utilizando a resposta aproximada de um filtro passa-baixa de Butterworth que pode ser implementada em circuitos eletrônicos.

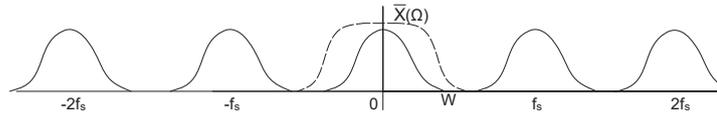


Figura 3 – Filtro interpolador passa-baixa (tracejado) no espectro de frequência.

Além das taxas comumente adotadas (citadas anteriormente), existem dois casos de frequências diferentes da taxa de Nyquist: (i) subamostragem e (ii) superamostragem (em inglês - *oversampling*).

A subamostragem ocorre quando a frequência de amostragem adotada é inferior à taxa de Nyquist, *i.e.* $f_s < 2W$ Hertz, sendo a demodulação uma de suas aplicações práticas (DEVICES, 2005).

Entretanto, ao implementar a subamostragem com o sinal em sua faixa de frequência original, ocorre uma sobreposição espectral do sinal amostrado, degradando-o irreversivelmente, como ilustrado na Fig. 4 (LATHI, 2007).

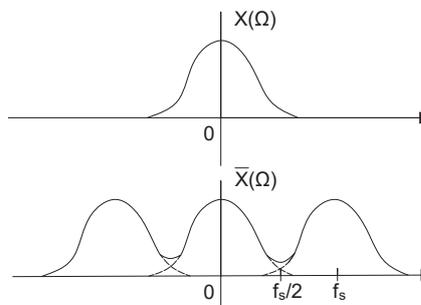


Figura 4 – Sobreposição espectral de $X(\Omega)$ causada pela subamostragem.

Para exemplificar, é ilustrado na Fig. 5 um resultado prático de uma imagem que foi subamostrada ao ser transportada para a forma digital. Em *a)* a imagem foi amostrada obedecendo ao critério de Nyquist, em *b)* a imagem foi subamostrada. Percebe-se a incoerência entre a imagem amostrada respeitando o teorema da amostragem e a que não o respeita. A Fig. 5 *b)* é menos nítida em comparação a Fig. 5 *a)*. Estas figuras estão no formato digital e não foram submetidas à interpolação.

Portanto, para que seja possível reconstruir o sinal amostrado de forma bastante próxima ao sinal original, é necessário que a frequência de amostragem obedeça a relação $f_s > 2W$ Hertz.

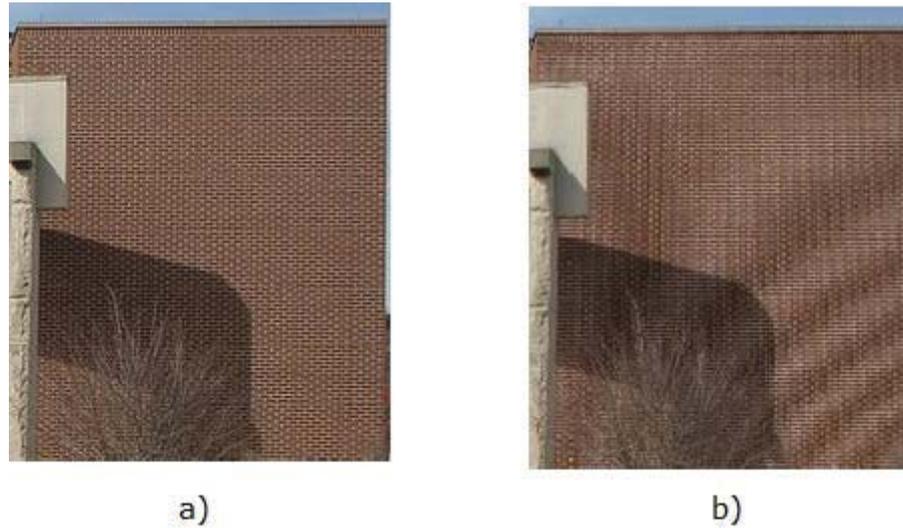


Figura 5 – Foto de uma parede em a) amostrada pelo critério de Nyquist; em b) a mesma figura subamostrada. (Fig. retirada de ALINE (2014))

A superamostragem (em inglês - *oversampling*) é comumente atribuída a frequências de amostragem cerca de 10 a 512 vezes da taxa de Nyquist (CARUSONE; JOHNS; MARTIN, 2012). Ao utilizar a superamostragem o espectro de frequência do sinal em banda básica é escalonado, elevando a largura de faixa, o que permite realizar projetos exequíveis de filtros ativos com baixa seletividade.

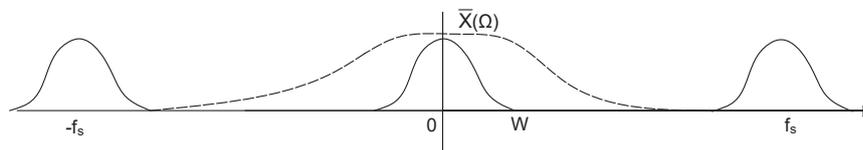


Figura 6 – Filtro passa-baixa que pode ser utilizado na recuperação de um sinal superamostrado.

A Fig. 6 ilustra como a resposta em frequência do filtro é atenuada de forma pouco gradual onde não há presença do sinal no espectro de amplitude, o que permite implementar um filtro passa-baixa de baixa ordem.

Este tipo de amostragem é empregada nos conversores A/D sigma delta, encontrada em sistemas que necessitam de uma conversão A/D com alta resolução e baixo custo, como os encontrados em leitores de mídia CD (DEVICES, 2005).

Na próxima seção será abordado um bloco funcional de grande importância no processo de conversão de sinais analógicos para digital utilizando a abordagem síncrona, assim como em algumas abordagens assíncronas, o *Sample and Hold*.

2.1.1 *Sample and Hold*

No processo de conversão de sinais analógicos para digital é necessário que o sinal analógico, ao ser amostrado, permaneça constante durante um pequeno intervalo de tempo, para que o restante do sistema de conversão A/D processe a amplitude discreta para transformá-la em um registro (código) digital. O bloco de circuito que cumpre esta tarefa é nomeado de *Sample and Hold* (DEVICES, 2005).

O circuito mais simples de *Sample and Hold* é constituído por uma chave em série com um capacitor, conforme está ilustrado na Fig. 7.

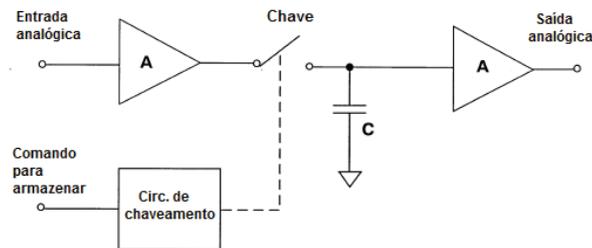


Figura 7 – Exemplo esquemático de um *Sample and Hold*, onde *A* são os *buffers* de tensão.

Os amplificadores *A* são *buffers* de tensão, e são utilizados devido à alta impedância de entrada que possuem, o que permite que não seja drenada corrente da fonte do sinal analógico, garantindo uma grande parte de sua integridade. A alimentação dos *buffers* pode ser implementada externamente, por exemplo, com baterias.

O circuito de chaveamento possui a função de ligar/desligar a chave que está em série com o capacitor, permitindo que este amostrasse e/ou retenha a informação da amplitude analógica.

Visto que o sinal analógico a ser discretizado está sendo curto-circuitado com o capacitor, podem ocorrer grandes elevações de corrente elétrica nesta etapa do circuito no instante que ocorre a transição do estado de desligado para ligado da chave. Este fenômeno é nomeado de *glitch*, é proporcional à quantidade de amostragens (DEVICES, 2005) (ANAND, 2004).

De acordo com ROA et al. (2014) ALLIER et al. (2005b) quanto mais o circuito *Sample and Hold* é acionado, devido aos *glitches* e à estrutura de chaveamento neste circuito, maior é o consumo de energia do sistema de Conversão A/D.

Em sistemas embarcados, a alimentação geralmente é proveniente de pilhas ou baterias. Assim uma possível redução de consumo no sistema de Conversão A/D destes sistemas embarcados poderia elevar o intervalo de troca da bateria (ROA et al., 2014).

Esta característica é um dos principais argumentos para o projeto de *Amostradores Assíncronos*. Neste tipo de estrutura a maior parte do circuito permanece em repouso, sendo acionado somente em instantes específicos (SILVA, 2014), (ROA et al., 2014).

Na próxima seção é explicada a estrutura de amostragem assíncrona mais estudada das últimas décadas, o *Level Crossing*, que surgiu como uma alternativa para a economia

de energia em sistemas de conversão A/D.

2.2 Level Crossing

O *Level Crossing* é um método de amostragem assíncrono no qual todo o *range* de amplitude do sinal a ser convertido para discreto é dividido em níveis pré-determinados, que podem ser uniformes ou não, e as amostras de sinal analógico ocorrem quando este cruza qualquer um dos níveis (SAYINER; SORENSEN; VISWANATHAN, 1966).

Nesta abordagem, para que seja possível reconstruir o sinal analógico que tenha sido amostrado por *Level Crossing*, são armazenados os instantes onde ocorrem os cruzamentos de níveis. Para exemplificar, está ilustrado na Fig. 8 um sinal que foi amostrado por *Level Crossing*.

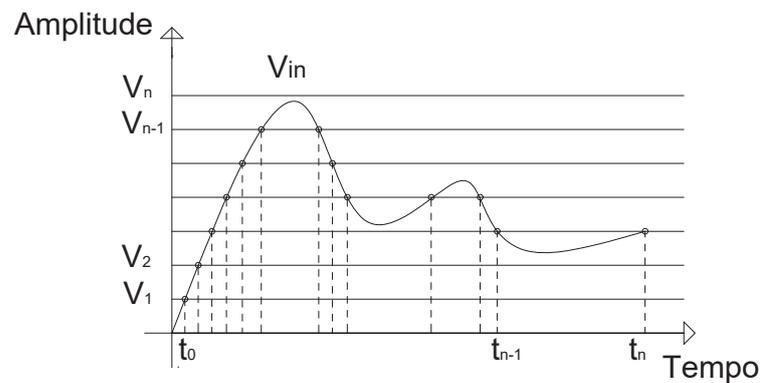


Figura 8 – Exemplo de sinal amostrado por *Level Crossing*.

Os conversores A/D síncronos possuem um *clock* global, o que também é um fator que corrobora para o seu elevado consumo energético, visto que o sistema de conversão A/D permanece ligado e amostrando o sinal a todo momento (KAFASHAN; BEYGI; MARVASTI, 2011).

Os conversores A/D assíncronos, empregando a abordagem de cruzamento de níveis, surgiram com o propósito de reduzir o consumo de energia de conversores A/D síncronos, principalmente para que seja alcançada uma redução da área de circuito em projetos de sistemas embarcados (CHAPARRO et al., 2013), (ROA et al., 2014), (ALLIER et al., 2005b) e (KAFASHAN; BEYGI; MARVASTI, 2011).

Como exemplo, no trabalho de ROA et al. (2014) foi alcançado um consumo energético duas vezes menor quando comparado ao ADC síncrono, o que demonstra a viabilidade do emprego da amostragem por cruzamentos de nível em projetos de A-ADCs.

Uma característica dos conversores A/D que empregam a amostragem por *Level Crossing* é a redução de erro de código por metaestabilidade (ALLIER et al., 2005b).

A metaestabilidade ocorre em sistemas digitais quando a informação em amplitude do sinal está na zona de indecisão entre o nível lógico 0 e o nível lógico 1, gerando uma

resposta não esperada no circuito digital. Na abordagem por cruzamento de níveis, a amplitude é dividida em níveis de quantização, como ilustrado na Fig. 8, o que permite amostrar e quantizar o sinal analógico, obtendo redução neste tipo de erro de código.

As características como função densidade de probabilidade, densidade espectral de potência, largura de faixa e o *range* de amplitude do sinal analógico devem ser conhecidas antes de implementar a amostragem por *Level Crossing* (ALLIER et al., 2005b). Também é necessário definir *a priori* quantos níveis de cruzamento devem ser utilizados nesta etapa do sistema, e a resolução do temporizador (o “passo” da contagem) que é responsável por armazenar o tempo entre as amostragens consecutivas do sinal, nomeado de T_c (ALLIER et al., 2005b).

A Relação Sinal Ruído em decibéis (SNR_{dB}) do sinal amostrado por *Level Crossing*, como pode ser encontrado em ALLIER et al. (2005a), assumindo que o sinal analógico pode ser representado por V_{in} , P a potência elétrica do sinal, e a taxa de variação instantânea é $\frac{dV_{in}}{dt}$,

$$SNR_{dB} = 10 \log \left(\frac{3P(V_{in})}{P \left(\frac{dV_{in}}{dt} \right)} \right) + 20 \log \left(\frac{1}{T_c} \right). \quad (2.2)$$

De acordo com (2.2), a SNR no sistema de amostragem por *Level Crossing* é inversamente proporcional ao intervalo de tempo T_c . Assim, ao elevar a resolução da contagem de cada “passo” do intervalo temporal T_c entre as amostragens, a SNR pode ser elevada (GREITANS, 2007).

Em sinais que apresentam variações bruscas de amplitude (alta frequência) o amostrador por *Level Crossing* adquire mais valores de amplitude, caso contrário (baixa frequência), são feitas menos amostragens. Esta característica resulta em uma elevação de consumo energético para variações de amplitude em alta frequência (LI et al., 2011).

Uma desvantagem dos A-ADCs por cruzamentos de nível é não amostrar sinais entre níveis, o que pode ocasionar em perdas de informação como pontos de máximo e/ou mínimo, como em $[t_{n-1}, t_n]$ ilustrado na Fig. 8. Embora, em alguns casos, estes pontos críticos possam ser recuperados na interpolação. Eles são informações importantes, principalmente em sistemas de Engenharia de Controle em que servem para o cálculo de parâmetro de projeto (SRIVASTAVA; SRINIVASAN, 2014). O resultado desta amostragem está ilustrado na Fig. 9, onde percebe-se a ausência do valor quantizado em amplitude correspondente ao valor de mínimo no intervalo citado.

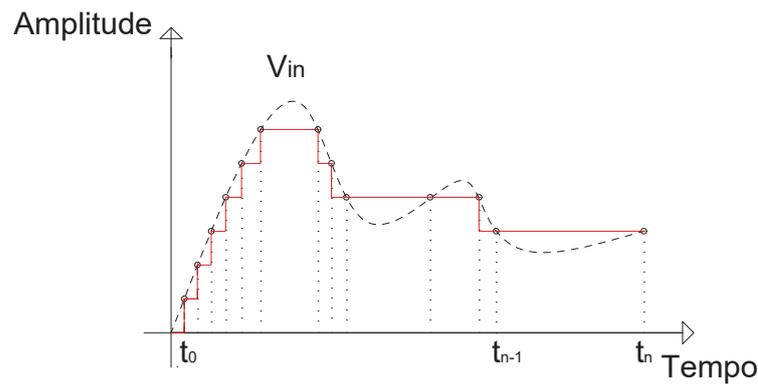


Figura 9 – Sinal original (tracejado) e quantizado (vermelho), amostrado por *Level Crossing*.

Um problema no *Level Crossing* pode ocorrer quando o sinal analógico atinge o estado estável em um dos níveis de quantização, como ilustrado na Fig. 10. Nela, percebe-se uma grande quantidade de amostragens do sinal de entrada no intervalo $[t_{n-1}, t_n]$. Assim, é possível que ocorra um elevado gasto de energia neste período e também a aquisição de informações irrelevantes do sinal analógico.

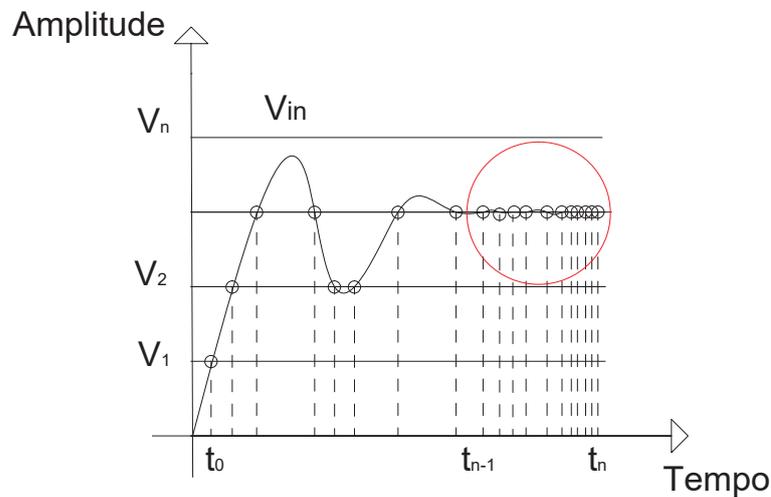


Figura 10 – Sinal original convertido por *Level Crossing* atingindo o estado estável em $[t_{n-1}, t_n]$.

Além disto, uma restrição dos projetos de conversor A/D por cruzamentos de níveis é que estes somente são projetados para sinais específicos, por exemplo, sinal de eletrocardiograma (ROA et al., 2014), (KAFASHAN; BEYGI; MARVASTI, 2011) e (ALLIER et al., 2005b).

E, de acordo com a revisão bibliográfica, feita até o momento, não há um formalismo matemático como o do Teorema da Amostragem que garanta a reconstrução perfeita dos sinais amostrados por *Level Crossing*.

Na próxima seção será apresentado o método de amostragem assíncrona proposto por VOELCKER (1966), o *Zero Crossing*.

2.3 Zero Crossing

O Zero Crossing é um método de amostragem assíncrono que foi estudado por VOELCKER (1966), onde os instantes de amostragem são os cruzamentos por zero do sinal analógico. Nessa abordagem, os intervalos entre cada um dos instantes de amostragem também devem ser armazenados, para que seja possível reconstruir um sinal amostrado. Para entender essa abordagem, faz-se necessário representar o sinal de interesse na forma de polinômio, explicitando seus zeros reais e complexos.

De acordo com REQUICHA (1980) todos os sinais que possuem transformada de Fourier e são continuamente diferenciáveis no corpo dos complexos (\mathbb{C}) são limitados em frequência, energia e potência ¹. Estes sinais podem ser fielmente representados utilizando polinômios da forma

$$f(t) = a_n \prod_{k=1}^n (t - z_k), \quad (2.3)$$

sendo $f(t)$ o sinal a ser representado, z_k o k -ésimo zero do polinômio, n o grau do polinômio e a_n o coeficiente do termo de maior ordem do polinômio.

Com vistas em (2.3), existem duas formas de cruzamento por zero, a saber: (i) o cruzamento por zero real; (ii) o cruzamento por zero complexo. O cruzamento por zero real ocorre quando o sinal $f(t)$ cruza o eixo das abcissas em valores distintos de t , sendo portanto um cruzamento fisicamente detectável. O zero complexo de $f(t)$ é aquele que ocorre para valores complexos de t , portanto, não detectáveis, como pode ser encontrado em VOELCKER (1966). Os zeros complexos ocorrem aos pares, isto é, o conjugado do número complexo também é um zero complexo.

Os pesquisadores têm fornecido muitas provas matemáticas que reforçam a ideia de que sinais que possuem transformada de Fourier e são limitados em energia podem ser reconstruídos preservando somente os seus cruzamentos por zero (BOCHE, 2011). Mais ainda, como pode ser encontrado em SLEPIAN (1976), todos os sinais de energia finita são limitados em faixa e em tempo. Logo, uma ampla classe de sinais pode ser representada por seus cruzamentos por zero.

No entanto, apesar dos zeros reais serem facilmente detectados, os zeros imaginários do sinal são fisicamente indetectáveis. Por esta razão, VOELCKER (1966) propôs uma relação matemática que permite “transformar” os zeros complexos, necessários para a representação ideal, em zeros reais, assim como mostrado em SANDOVAL e DE LEON

¹ Um sinal de energia é aquele em que a inequação no corpo dos complexos (\mathbb{C}) é verdadeira $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 < \infty$; e um sinal de potência a relação em \mathbb{C} $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |f(t)|^2 < \infty$ é verdadeira.

(2015). Com esta finalidade, ele utilizou no seu método a Transformada de Hilbert, embora esta somente possa ser aproximada em circuitos eletrônicos.

A necessidade de estimar todos os zeros complexos é suplantada pela amostragem nos instantes em que todas as n -ésimas derivadas são nulas. Em VOELCKER (1966) foi obtida a relação matemática entre os cruzamentos por zero das n -ésimas derivadas e os zeros complexos do sinal, que será expressa a seguir, mas antes disso, será necessário enunciar alguns conceitos.

Isto é, dado um sinal $m(t)$ continuamente diferenciável no \mathbb{C} é possível representá-lo por

$$m(t) = s(t) + j\hat{s}(t), \quad (2.4)$$

ou na forma de coordenadas polar,

$$m(t) = |m(t)|e^{j\phi(t)}, \quad (2.5)$$

em que:

$$s(t) = \text{Re}(m(t)), \quad (2.6)$$

$$\hat{s}(t) = H([m(t)]), \quad (2.7)$$

onde $H[m(t)]$ é a Transformada de Hilbert do sinal $m(t)$, e que pode ser vista como um deslocamento de fase de 90° do sinal $m(t)$. Além disto,

$$|m(t)| = (s^2(t) + \hat{s}^2(t))^{1/2}, \quad (2.8)$$

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{\hat{s}(t)}{s(t)}\right). \quad (2.9)$$

A eq. (2.5) também pode ser expressa na forma de logaritmo Neperiano, como

$$\ln(m(t)) = \ln|m(t)| + j\phi(t). \quad (2.10)$$

Levando em consideração que a k -ésima derivada do sinal analítico $m(t)$ é da forma $m^{(k)}(t)$, e que a k -ésima fase dos zeros complexos formados por $z_k = \tau_k + j\sigma_k$ é representado por $\phi^k(t)$, a relação matemática deduzida em VOELCKER (1966) para encontrar o zero complexo é

$$\phi^{(k)}(t) = \sum_{n_U^{(k)}} \frac{2r_n\sigma_n}{(\tau_n - t)^2 + \sigma_n^2}, \quad (2.11)$$

$$\ln^{(k)}|m(t)| = \sum_{n_U^{(k)}} \frac{2r_n(\tau_n - t)}{(\tau_n - t)^2 + \sigma_n^2}, \quad (2.12)$$

em que r_n é a ordem do n -ésimo zero complexo.

A representação por cruzamentos por zero somente fornece sinais distintos quando eles não possuem zeros em comum na transformada de Hilbert. Isto ocorre quando um sinal $f(t)$ limitado em faixa e em energia, cuja transformada de Hilbert é $\hat{f}(t)$, não possui cruzamento por zero coincidente entre eles em nenhum instante ε , ou, simbolicamente,

$$f(\varepsilon) = \hat{f}(\varepsilon) = 0. \quad (2.13)$$

Entretanto, a eq. (2.13) somente é satisfeita quando $f(t)$ recebeu um deslocamento de fase de $2W$ Hertz ou mais, para evitar sobreposição espectral, sendo equivalente ao próprio $f(t)$ a menos de uma constante multiplicativa.

Considerando seu uso na prática, de acordo com JR. (1977), para sinais limitados em faixa e energia, as condições de unicidade e recuperabilidade para sinais representados por seus cruzamentos por zero estão garantidas. Além disto, de acordo com BOCHE (2011) os sinais que são amostrados por Zero Crossing são robustos quando sujeitos a interferências não lineares, preservando a sua integridade quando sujeito a transmissões onde a resposta do canal é não linear.

No entanto, a proposta de VOELCKER (1966) leva em consideração o uso de todas as derivadas do sinal como forma estimar os zeros complexos do mesmo, o que além de aumentar muito o consumo energético do sistema (considerando o uso de um *Sample and Hold* para cada derivada), é inviável em sistemas eletrônicos.

Adicionalmente, o consumo energético elevado do sistema pode ser desnecessário, como nos sinais que apresentem um zero de multiplicidade m , podendo apresentar $m - 1$ amostragens idênticas. Essa característica pode ser obtida de (2.14), considerando que se a é um zero de ordem m do polinômio da forma (2.3), este zero é relacionado com os zeros das derivadas da forma TITCHMARSH (1939):

$$f(a) = f'(a) = f''(a) = \dots = f^{m-1}(a) = 0, \quad (2.14)$$

enquanto $f^m(a) \neq 0$. Esta característica relembra o método das séries de Taylor para representação de sinais analíticos na forma de polinômios, como pode ser encontrado em ANTON I. BIVENS (2005).

Tendo em vista o que foi exposto até este ponto, na seção seguinte é proposto o método alternativo à abordagem de VOELCKER (1966), com o objetivo de ter uma amostragem que acione em menor quantidade o *Sample and Hold*, ao ser comparado com a amostragem síncrona, e preserve informações de pequena amplitude perdidas na abordagem por *Level Crossing*. Para tanto, será investigado para um grupo de sinais, tanto sintéticos, quanto reais, se uma boa qualidade na resposta à interpolação de sinais amostrados por *Zero Crossing* pode ser alcançada usando apenas uma quantidade limitada de derivadas.

2.3.1 O método de Zero Crossing proposto

O método de implementação do *Zero Crossing* idealizado por VOELCKER (1966) exige o uso da Transformada de Hilbert, embora que o próprio reconheça que esta somente

pode ser aproximada em sistemas eletrônicos. Mas, neste capítulo é apresentado um outro método que mantém em essência os instantes de amostragem nos seus cruzamentos por zero, mas a forma como estes são calculados é diferente da proposta de VOELCKER (1966). No início deste capítulo são expostas algumas das motivações de implementar este método da amostragem por *Zero Crossing*.

A proposta de VOELCKER (1966) considera como instantes de amostragem os cruzamentos por zero reais do sinal e de todas as suas derivadas.

Visto que o *Zero Crossing* exige que o sinal seja limitado em energia, potência e faixa, o que garante a sua representação em forma de série de Fourier formada por uma soma infinita de senos e cossenos. Estes possuem derivadas que se repetem a partir da ordem 4, e, portanto, possuem cruzamentos por zero repetidos para esta ordem de derivada, o que dá um indício que para sinais cossenoidais, somente deve ser levado em consideração os cruzamentos por zero até a 3ª derivada.

Além disto, é possível obter uma boa relação custo-benefício entre a aproximação teórica de sinais práticos quando estes são aproximados por séries de Taylor truncadas no 4º termo², *i.e.* calculadas todos os termos até a 3ª derivada esta é uma dica prática que pode ser constatada em calculadoras científicas para sinais do cotidiano..

O teorema de Gauss-Lucas expressa que para um polinômio da forma (2.3) com coeficientes pertencentes ao \mathbb{C} , de tal forma que todos os zeros formem uma casca convexa³, os zeros das derivadas do polinômio estarão contidas nesta casca convexa (CHENG, 2012) (AZIZ, 2002).

O teorema de Gauss-Lucas foi enunciado para um polinômio de coeficientes complexos, porém este teorema também é válido para polinômios de coeficientes reais, e este caso é definido pelo *teorema de Jensen*. Este teorema expressa que para um polinômio representado por (2.3) com coeficientes pertencentes ao \mathbb{R} , para cada de zeros da forma $z_j = x_j \pm y_j$ os zeros das derivadas estão contidos em um disco centrado no ponto x_j com raio y_j . Este disco é chamado de *disco de Jensen* (CHENG, 2012), conforme ilustrado na Fig. 11.

Levando em consideração o teorema de Gauss-Lucas e de Jansen pode-se inferir que ao acrescentar todas as n -ésimas derivadas na etapa de amostragem, os pontos amostrados estão limitados às cascas convexas formadas pelas n -ésimas derivadas, e que por sua vez podem estar próximos uns dos outros, ou até mesmo ocorrer repetições de pontos adquiridos, para o caso em que o sinal possuir zeros de ordem r_n repetidas. Então, utilizar todos os zeros complexos na amostragem do sinal analógico, pode não ser necessária para aplicações práticas em que o consumo de energia é limitado.

Dessa forma, considerando a relação custo-benefício entre implementação prática, quando comparado ao *Zero Crossing* tradicional, qualidade da reconstrução do sinal, quando comparado ao *Level Crossing*, e a quantidade de amostras, quando comparado

² Esta é um regra prática informal que pode ser utilizada em aplicações cotidianas de Engenharia.

³ Um conjunto convexo é aquele no qual para cada par de pontos, contidos neste conjunto, é possível conectar um ao outro com uma semireta de forma que ela não saia do conjunto.

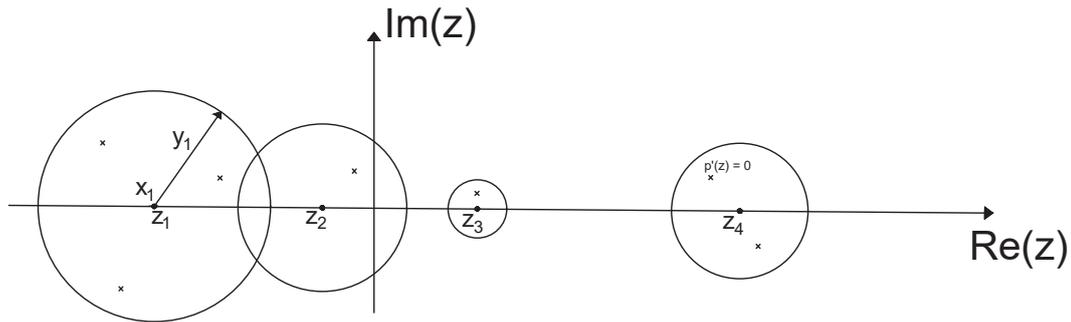


Figura 11 – Os zeros complexos z_1 a z_4 nos seus respectivos discos de Jensen e os zeros das derivadas (as cruces).

a amostragem síncrona, neste trabalho é verificada a qualidade de um sinal amostrado considerando os zeros até 3ª derivada.

Assim, é proposto o método de amostragem alternativo e inspirado no *Zero Crossing* de VOELCKER (1966), que difere de sua abordagem porque não incorpora a necessidade de calcular todas as derivadas do sinal para amostrá-lo, e utiliza apenas uma quantidade limitada de derivadas antes de amostrar o sinal analógico. Além disto, diferente da proposta de VOELCKER (1966), também não possui a necessidade de implementação da etapa da transformada de Hilbert para “amostrar” os zeros das derivadas. De acordo com (ELNADY, 1979) a Transformada de Hilbert em sistemas eletrônicos físicos somente pode ser aproximada.

O método proposto está ilustrado na Fig. 12. Inicialmente é implementado um filtro *antialiasing*, para limitar o sinal em frequência e atenuar o ruído presente. Observando as Figs. 13 e 14, fica claro que algum tipo de filtragem é necessária para minimizar a quantidade de amostragens redundantes por *Zero Crossing*.

Em seguida, o sinal filtrado entra no bloco de detector de cruzamentos por zero (RZC), e o mesmo também é feito para as três primeiras derivadas atenuadas do sinal analógico. Esta atenuação possui o objetivo de reduzir o consumo energético que é gerado com a operação das derivadas do sinal analógico. Os blocos de RZC estão em paralelo para que a amostragem por *Zero Crossing* ocorra em tempo real.

Os cruzamentos por zero reais, *i.e.* $V(t) = 0$, são responsáveis por reiniciar o temporizador nestes instantes, indicando que tal fato ocorreu, e fornecem informações a respeito do sinal analógico para, futuramente, servirem como dados na etapa de interpolação.

As detecções dos cruzamentos por zero tem o intuito de adquirir informações relevantes para representar o sinal analógico, que conforme foi dito por VOELCKER (1966) representam completamente os sinais limitados em faixa e energia.

Após cada detecção dos cruzamentos por zero, é usada uma lógica digital que simplesmente aciona o *Sample and Hold* para amostrar o sinal filtrado, nos instantes onde ocorrem os cruzamentos por zero detectados por RZC.

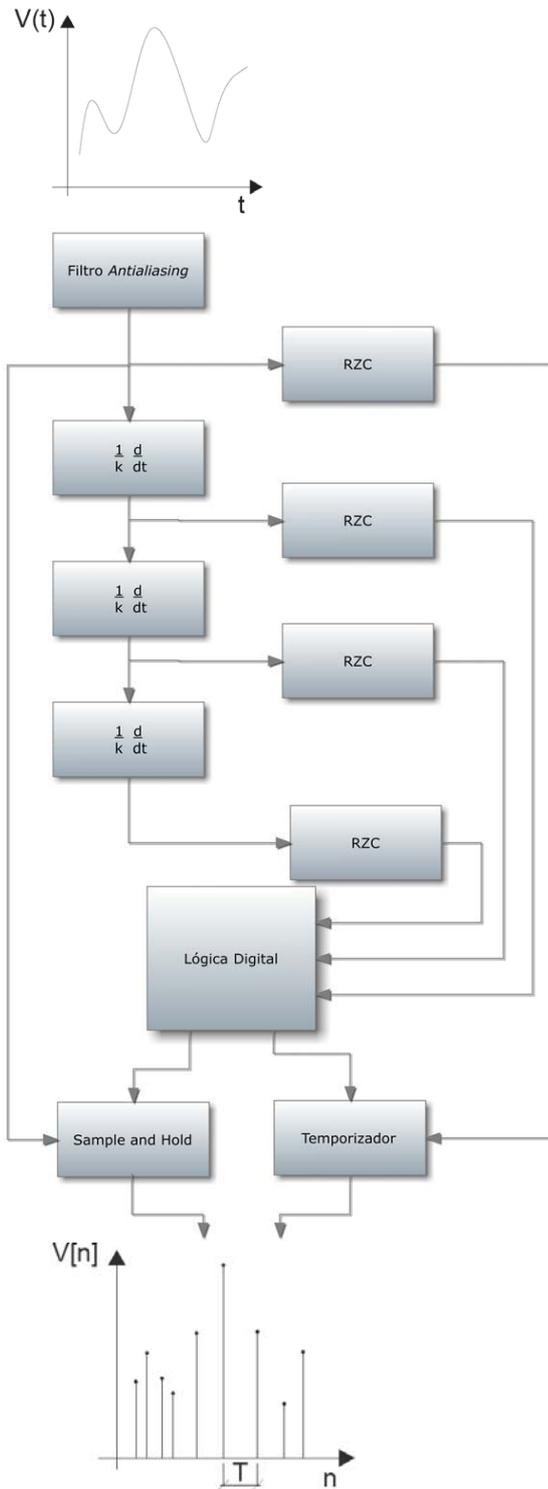


Figura 12 – Diagrama de blocos do amostrador *Zero Crossing* proposto.

O bloco de Lógica Digital também é responsável por acionar o temporizador que armazena o intervalo temporal entre todas as amostragens consecutivas do sinal. Isto é necessário porque somente com o par ordenado $(n, V[n])$ é possível reconstruir a mensagem analógica a partir das informações obtidas do processo de amostragem.

Portanto, são duas saídas do amostrador por *Zero Crossing*, a amplitude e o intervalo

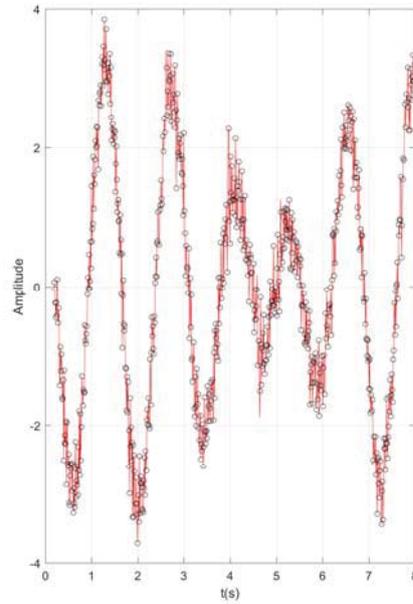


Figura 13 – O sinal amostrado por *Zero Crossing* com ruído gaussiano branco.

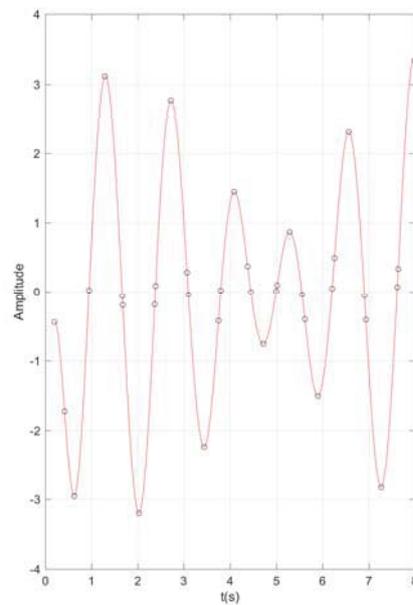


Figura 14 – O sinal amostrado por *Zero Crossing* com ruído gaussiano branco e com filtro *antialiasing*.

T_i , em que i é o i -ésimo intervalo entre as duas últimas amostras do sinal discreto.

No próximo capítulo é apresentado alguns dos métodos que foram utilizados para interpolar sinais amostrados por *Zero Crossing*, assim como o método que foi utilizado no presente trabalho.

3 Interpolação

Neste capítulo são demonstradas algumas das tentativas de interpolar sinais amostrados por *Zero Crossing*, que foram encontradas na literatura científica. Além destas, neste trabalho foi utilizado a interpolação por spline cúbica, e, conforme é visto, esta obteve a melhor resposta quando comparada aos outros métodos encontrados na revisão bibliográfica.

3.1 Métodos da literatura

Desde que a ideia da representação de sinais por seus cruzamentos por zero foi concebida por VOELCKER (1966) também foram surgindo alguns métodos de reconstrução/interpolação dos sinais amostrados a partir dos seus cruzamentos por zero. Inicialmente foram considerados somente zeros reais na amostragem, como pode ser encontrado no artigo de BOND e CAHN (1958). Neste artigo, o autor utilizou um sinal periódico $f(t)$ limitado em frequência com n zeros reais em $[0, 2\pi]$ e a representação por cruzamentos por zero utilizada foi

$$f(t) = \prod_{k=1}^{\infty} \cos \frac{1}{2}(t + \phi_k), \quad (3.1)$$

sendo $\phi_k = \pi - t_k$ e t_k é o k -ésimo instante onde ocorre o zero.

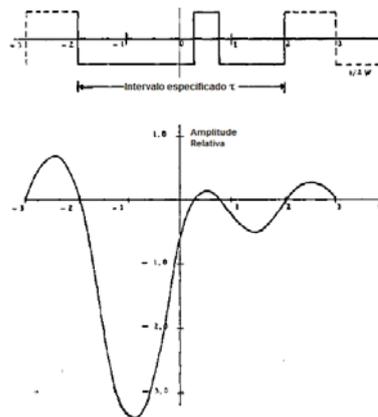


Figura 15 – Exemplo de interpolação por *Zero Crossing* onde ocorre a *migração* (retirado de BOND e CAHN (1958)).

Porém, somente utilizando os zeros reais na interpolação, nos intervalos em que os zeros ocorrem a uma taxa menor que a frequência de Nyquist surgem regiões onde ocorre alta elevação de amplitude (Fig. 15). O período onde não ocorrem cruzamentos por zero reais é nomeado de *migração*. Este fenômeno é indesejável em sistemas de comunicação, visto que seria necessária uma grande quantidade de potência para transmitir ou receber estes tipos de sinais (BOND; CAHN, 1958).

Posteriormente, BOND e CAHN (1960) propuseram a representação de cada par de zero complexo por

$$f(t) = (\cosh y_k - \cos(t - \tau_k)), \quad (3.2)$$

em que $z_k = \tau_k + y_k i$ é o k -ésimo zero complexo da função $f(t)$. Mas estes autores não fizeram um estudo sobre a interpolação levando em consideração estes zeros complexos.

Isto foi feito no trabalho de SEKEY (1970), em que foi utilizada para interpolação a equação que relaciona zeros complexos e zeros reais para sinais periódicos, dada por

$$f(t) \propto \prod_{PZC} (\cosh(\Omega y_k) - \cos \Omega(t - \tau_k)) \cdot \prod_{PZR} \left(\text{sen} \frac{\Omega}{2} (t - \tau_k) \right), \quad (3.3)$$

em que Ω é a frequência do sinal periódico $f(t)$, PZC significa “produtório de zeros complexos” e PZR é “produtório de zeros reais”.

Fazendo $\Omega \rightarrow 0$ em (3.3), obtém-se a extensão para sinais aperiódicos dada por

$$f(t) \propto \prod_{PZC} ((y_k)^2 + (t - \tau_k)^2) \cdot \prod_{PZR} (t - \tau_i), \quad (3.4)$$

em que $z_k = y_k + \tau_k i$ é o k -ésimo zero complexo, e τ_i é o i -ésimo zero real.

Como foi demonstrado por SEKEY (1970) baseado em resultados de simulações, a inserção de zeros complexos “artificiais”, utilizando (3.4), provoca uma redução em amplitude do sinal demodulado (Fig. 16), em troca da expansão de sua largura de faixa, quando é utilizado (3.1).

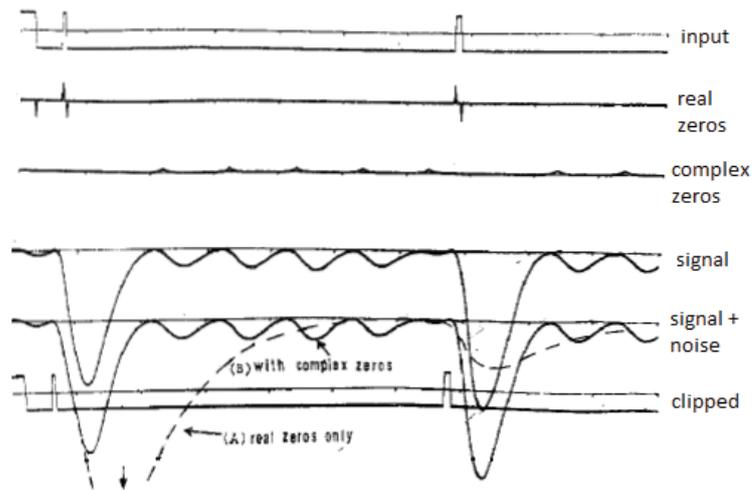


Figura 16 – Exemplo de interpolação com a inserção de zeros complexos (adaptado de SEKEY (1970)).

Outra abordagem de interpolação, a qual usa da amostragem dos zeros apenas das duas primeiras derivadas foi proposta por SOLOVJOVA (2010), no qual foi utilizada a aproximação por polinômios *spline cúbicos* modificados.

A *spline* é um método de interpolação polinomial de ordem n onde todos os pontos dados são repartidos ao mesmo tempo em conjuntos de $n + 1$ pontos, e essas partições são interpoladas com polinômios de ordem n , uma a uma, criando regiões chamadas de nós (em inglês - *knot*) entre os pontos onde esses polinômios são conectados. As condições de continuidade das $n - 1$ derivadas que devem ser satisfeitas em cada nó permitem que a reconstrução seja mais suave que uma Regressão Polinomial (UNSER, 1999). Estas continuidades favorecem que não ocorram grandes oscilações entre pontos onde ocorrem variações abruptas de amplitude do sinal (CHAPRA, 2013).

Na *spline* tanto o primeiro quanto o último ponto têm influência na resposta da interpolação de todas as partições.

O conceito de spline surgiu do método de desenho no qual uma faixa flexível (nomeada *spline*) era pregada nos pontos conhecidos, e a curva que resultava do entrelaçamento desta faixa nestes pontos era o spline cúbico.

A *spline* é caracterizada em termos de $\beta^n(t)$ e dos coeficientes $c(k)$ a determinar da forma

$$f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c(k) \beta^n(t), \quad (3.5)$$

onde $\beta^n(t)$ é a convolução de $n + 1$ vezes de $\beta^0(t) = \text{rect}(t)$, e $\text{rect}(t)$ é a função retangular, que também é conhecida como *função porta*.

A *spline* tem a resposta em frequência de um filtro passa baixa ideal. Disto, infere-se que ao elevar a ordem do polinômio *spline* o formato do filtro passa-baixa mais aproxima-se da resposta em frequência do filtro ideal. Na prática a diferença entre as duas é que a *spline* cúbica precisa de 4 pontos para fornecer um ponto interpolado, enquanto a interpolação *sinc* necessita de aproximadamente 100 pontos de ambos os lados do ponto a ser interpolado (UNSER, 1999).

Entretanto, este método que possui uma boa qualidade na resposta da interpolação não pode ser implementado em tempo real visto que todos os pontos devem ser conhecidos antes de reconstruir o sinal. Porém, baseado nos polinômios de Hermite, MATIU-IOVAN (2012) propôs um método que permite utilizar a spline cúbica em tempo real (salvo um delay) utilizando um microcontrolador DSP.

Em MATIU-IOVAN (2013) houve uma melhora significativa na implementação da interpolação por *spline* em tempo real, inclusive com a redução do erro entre o sinal interpolado gerado pelo microcontrolador e o sinal original fornecido pelo gerador de funções.

SOLOVJOVA (2010) acrescentou os pontos do início e término do intervalo antes de interpolar o sinal, além dos cruzamentos por zero das duas primeiras derivadas. De acordo com os resultados, as alterações propostas pelo autor permitem recuperar o sinal original com um erro muito pequeno. Ao ser comparado com os métodos de interpolação apresentados aqui anteriormente, a interpolação por *spline extendida* obteve a melhor resposta, conforme ilustrado na Fig.17.

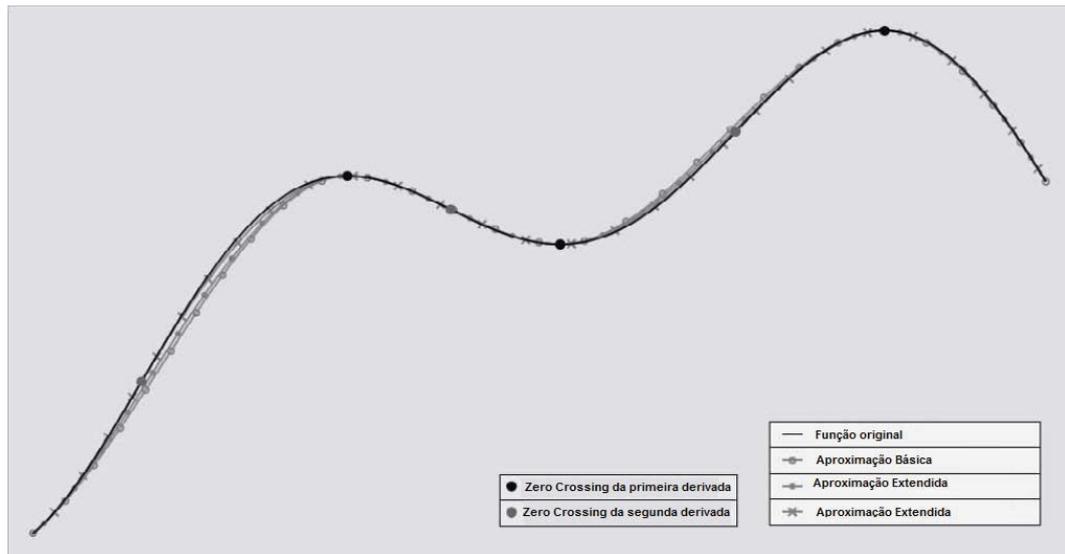


Figura 17 – Exemplo de interpolação com spline cúbica obtida por SOLOVJOVA (2010).

Com vistas nos resultados obtidos por SOLOVJOVA (2010), e no que foi exposto no presente capítulo, nesta dissertação o método escolhido para a interpolação de sinais amostrados por seus cruzamentos por zero será o *spline* cúbico.

No próximo capítulo será apresentada a metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho.

4 Metodologia

Neste capítulo é explanada a metodologia adotada, e também objetiva-se permitir que os testes sejam refeitos por outros pesquisadores que tenham interesse no tema desta dissertação.

Inicialmente foram implementados os amostradores pelas abordagens Síncrona, *Zero Crossing* e *Level Crossing*, utilizando o *software* para simulação *Matlab R2015a* da *Mathworks*. Após implementar os amostradores, foram feitos testes com os cinco sinais que são demonstrados adiante, escolhidos para verificar se os amostradores estavam coerentes.

Para cada um dos sinais foi calculada a Transformada Rápida de Fourier, ou FFT (em inglês - *Fast Fourier Transform*) utilizando o *Matlab 2015*, e a máxima componente em frequência foi obtida a partir da resposta do gráfico do espectro de amplitude da FFT, com base no valor que assume 5% do valor de pico do sinal no espectro de frequência, e a frequência de amostragem síncrona adotada foi de 4 vezes da largura de faixa, baseado na prática comum de se fixar entre 3 e 5 vezes da máxima componente em frequência (SEMMLOW, 2005).

No *Level Crossing*, o range de amplitude foi dividido uniformemente em 16 níveis, escolhidos empiricamente através de testes com diferentes sinais de tal forma que o sinal proveniente da interpolação tivesse a resposta mais coerente com o sinal antes da amostragem, permitindo que fossem amostrados diversos tipos de sinais com uma única implementação deste método de amostragem. Sendo o *range* de amplitude deste amostrador de $-5V$ a $5V$.

Antes de adquirir os valores de cada uma das métricas de todas as abordagens, o sinal de entrada foi filtrado digitalmente usando o filtro *antialiasing* interpolador *sinc* truncado, cujo propósito é limitar o sinal em faixa e reduzir o ruído presente no sinal antes da amostragem (LATHI, 2007).

O interpolador *sinc* possui frequência de amostragem (f_s) igual ao inverso de cada “passo” temporal da geração dos sinais analógicos gerados. A frequência de corte (f_c) do filtro foi adotada em até 15% acima da máxima componente em frequência com base no valor que assume 5% do valor de pico do espectro de amplitude do sinal resultante da plotagem do resultado do cálculo da FFT.

A frequência de corte foi assumida um pouco superior a máxima componente em frequência devido ao interpolador *sinc* não ser ideal e não possuir decaimento abrupto na frequência de corte. A relação entre a frequência de corte do filtro e a de amostragem é

$$B = \frac{f_c}{f_s}. \quad (4.1)$$

De forma que a função *sinc* gerada no tempo é da forma

$$h(t) = \text{sinc}(2Bt_x), \quad (4.2)$$

onde t_x varia de -500 a 500 com passos de 1 , resultando no interpolador *sinc* de ordem 1001 .

No *Zero Crossing* foram amostrados os zeros reais (armazenados por um temporizador entre as amostragens consecutivas), os zeros da 1ª, 2ª e 3ª derivadas do sinal, e as respectivas amplitudes do sinal nestes pontos. Para verificar a quantidade de derivadas necessária para obter uma boa relação entre consumo energético e qualidade da reconstrução foram geradas as métricas de quantidade de amostragens, e Erro Quadrático Médio (em inglês - *Mean Square Error*) da interpolação. Após serem gerados os resultados, foi calculada a média como critério de comparação para cada uma das amostragens da forma: (i) zeros reais; (ii) zeros reais do sinal e zeros reais da primeira derivada; (iii) zeros reais do sinal e zeros reais da primeira e segunda derivadas; (iv) zeros reais do sinal e zeros reais das três primeiras derivadas.

Como o consumo energético depende da implementação específica do sistema, foi utilizado o número de amostragens como uma aproximação do mesmo, já que geralmente o maior consumo do sistema se dá pela ativação do *Sample and Hold*, e seu consumo é o proporcional ao número de amostras. Além disso, o número de amostras nos dá a taxa de compressão obtida.

O *Level Crossing* não possui o circuito de *Sample and Hold*, ao invés disso, ele possui uma parte do sistema composta por circuitos digitais assíncronos, que permanece em repouso quando nenhum cruzamento de nível é detectado. Porém, quando ocorre alguma amostragem, o circuito assíncrono do amostrador por *Level Crossing* é acionado, culminando num pico de energia nestes instantes. Logo a quantidade de amostragens também dá ideia do consumo energético desta abordagem (ALLIER et al., 2005b).

Foram utilizados para obtenção dos resultados os 5 sinais escolhidos apenas com o critério que o *range* de amplitude estivesse entre $-5V$ e $5V$, devido o modelo de *Level Crossing* que está sendo utilizado para as simulações. Os 5 sinais estão definidos na Tabela 1. A função $u(t)$ é o degrau unitário, ou a função *Heaviside*, como também é conhecida.

Estes sinais foram escolhidos baseados nas funções inteiras em que são válidas a amostragem por *Zero Crossing*, e as funções inteiras mais conhecidas são as polinomiais e trigonométricas (REQUICHA, 1980). Tendo em vista que as séries de Taylor permitem representar sinais analíticos no \mathbb{C} na forma de polinômios, e que a Transformada de Fourier permite representar sinais limitados em energia e potência na forma da soma de senos e cossenos ponderados, a escolha destes sinais está fundamentada.

O Erro Quadrático Médio (EQM) foi calculado como a diferença entre o sinal original e o sinal interpolado, e esta diferença é elevada ao quadrado e dividida pelo número total

Tabela 1 – Sinais utilizados nas comparações entre as abordagens.

Indicador	Sinal
1	$2 \cos(1,5\pi t) - 1,2 \sin(1,2\pi t)$
2	$2 \cos(1,5\pi t) - 1,2 \sin(1,2\pi t) + 1,35 \cos(0,8\pi t)$
3	$(2/9)(t - 3)(t - 4,5)[u(t - 0,2) - u(t - 8)]$
4	$(3/25)(2t - 13)(\sin(t/5) + 2 \cos(t/3) - 3 \cos(t/2 - 3))$
5	$50(0,12e^{-t}(0,17 \cos(1,5\pi t) + 0,22 \cos(1,7\pi t) + 0,25(t - 2)^2 \sin(1,3\pi t))$

de pontos, ou em notação simbólica

$$EQM = \sum_n \frac{(s_{interp}^n(t) - s^n(t))^2}{n}, \quad (4.3)$$

onde n é quantidade de pontos amostrados, s_{interp}^n é o n -ésimo ponto do sinal interpolado por *spline* cúbica referente ao n -ésimo ponto amostrado $s^n(t)$.

Os sinais que foram utilizados para análise estão ilustrados nas Figs. de 18 a 22 e foram gerados no Matlab com passo de 0,01s. Este passo foi escolhido por que a amostragem por *Level Crossing* somente funcionou de forma coerente para este passo.

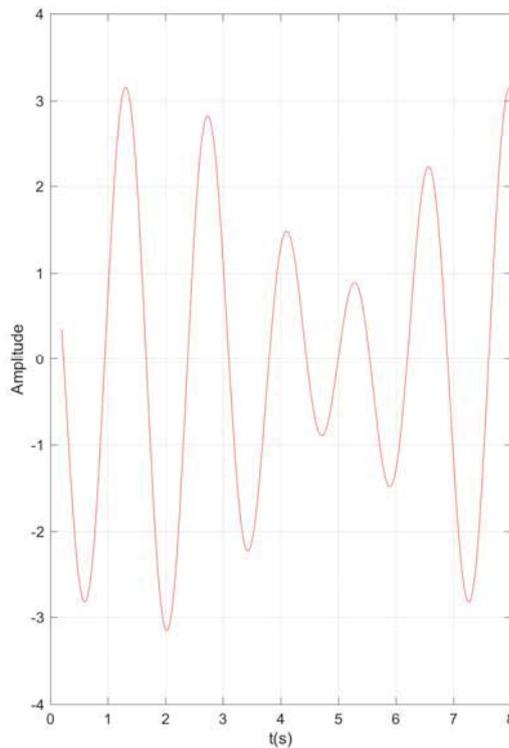


Figura 18 – Sinal 1 no intervalo [0,2;8].

Na etapa de interpolação foi utilizado, para os três métodos de amostragem, o *spline cúbico*. O método de interpolação foi idêntico para que a comparação entre as abordagens fosse coerente.

A *spline* cúbica foi utilizada empregando a função nativa do Matlab R2015a *interp*(.). Os argumentos desta função são os instantes de tempo onde ocorrem as amostragens,

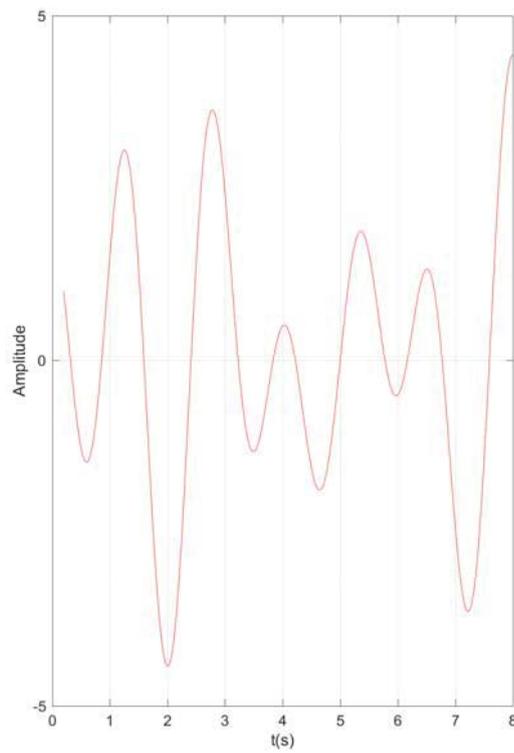


Figura 19 – Sinal 2 no intervalo [0,2;8].

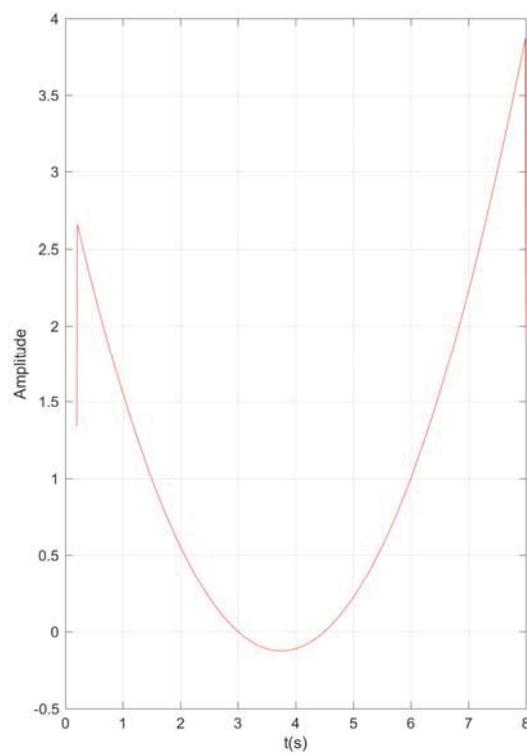


Figura 20 – Sinal 3 no intervalo [0,2;8].

as respectivas amplitudes, o vetor de tempo que contém os instantes onde será plotada a interpolação, que são idênticos ao sinal original antes da amostragem, e o método de

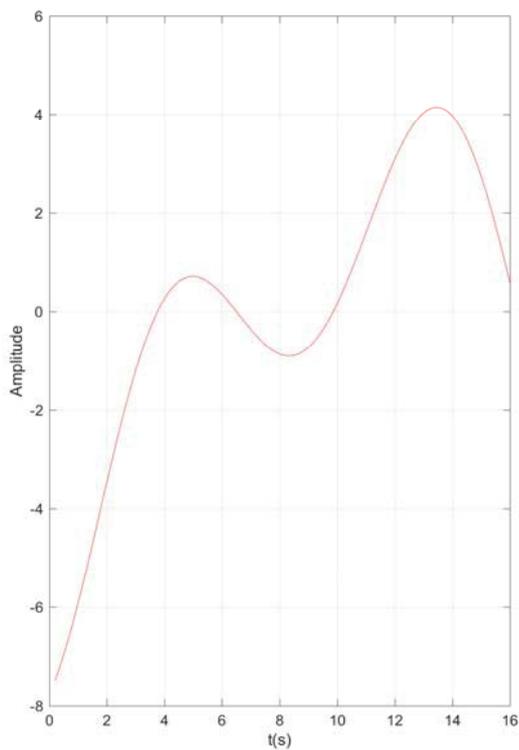


Figura 21 – Sinal 4 no intervalo [0,2;16].

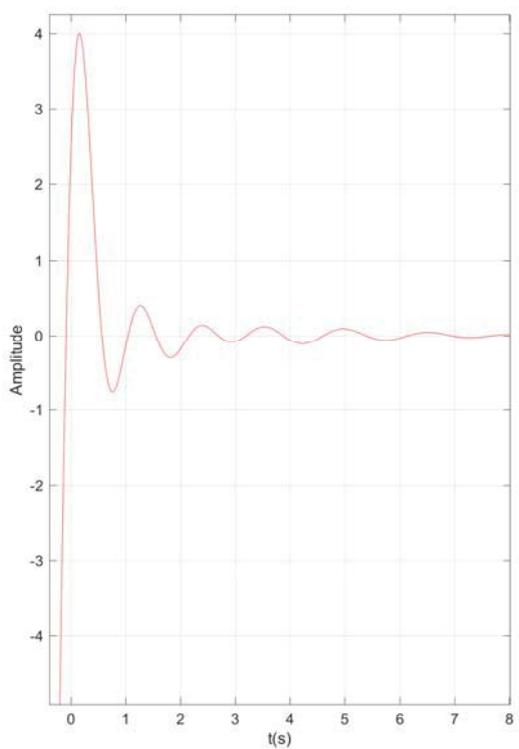


Figura 22 – Sinal 5 no intervalo [-0,2;8].

interpolação.

Adicionalmente, com o objetivo de verificar se a abordagem proposta é viável para

sinais encontrados no cotidiano, e não apenas com os sinais sintéticos escolhidos neste trabalho, foi estudada a resposta à amostragem e interpolação de um sinal de um paciente com taquicardia para as amostragens síncrona, *Level Crossing* e *Zero Crossing*, e os dados coletados foram expostos numa tabela (INSTRUMENTATION, 2002).

A última etapa consistiu no estudo do comportamento das abordagens com relação a diferentes níveis de ruído. Para tanto, foi adicionado ruído gaussiano branco de média nula aos dois sinais antes das amostragens, de tal forma que a SNR dos sinais utilizados variasse de 6 dB a 96 dB. Para cada intensidade de ruído foram gerados valores das métricas de SNR, EQM e número de amostras para cada uma das três abordagens estudadas nesta dissertação. E os resultados foram plotados utilizando o *software* de simulação *Matlab 2016a* para análise posterior.

No próximo capítulo são abordadas as comparações entre a amostragem mais utilizada da atualidade, a abordagem síncrona, a mais estudada das últimas décadas, a amostragem por *Level Crossing*, e o novo método proposto da amostragem por *Zero Crossing*.

5 Comparações entre as abordagens

Neste capítulo são expostos como os sinais presentes na Tabela 1 comportam-se nas abordagens síncrona, *Level Crossing* e *Zero Crossing*. Para tanto, é feita a análise da quantidade de amostragens, assim como o Erro Quadrático Médio referente à interpolação das três abordagens. Ainda neste capítulo, é feito um estudo de cada um dos três métodos de amostragem quando sujeitos a diferentes intensidades de ruído gaussiano branco. E com o objetivo de verificar a aplicabilidade do método proposto para sinais que podem ser encontrados em situações reais, é feito um estudo de caso do comportamento dos três métodos de amostragem para um sinal de eletrocardiograma (ECG).

5.1 Amostragem síncrona

A modelagem da abordagem síncrona foi feita aplicando a equação (2.1), como pode ser observado a seguir. Este método de amostragem é o mais amplamente utilizado nos sistemas eletrônicos do nosso cotidiano, e é conhecido por apresentar boa qualidade no sinal digitalizado e a interpolação *sinc*.

Porém, analisando as Figs. 23 a 27, percebe-se que a abordagem síncrona faz muitas amostragens no intervalo de tempo analisado, de acordo com o que foi explicado anteriormente.

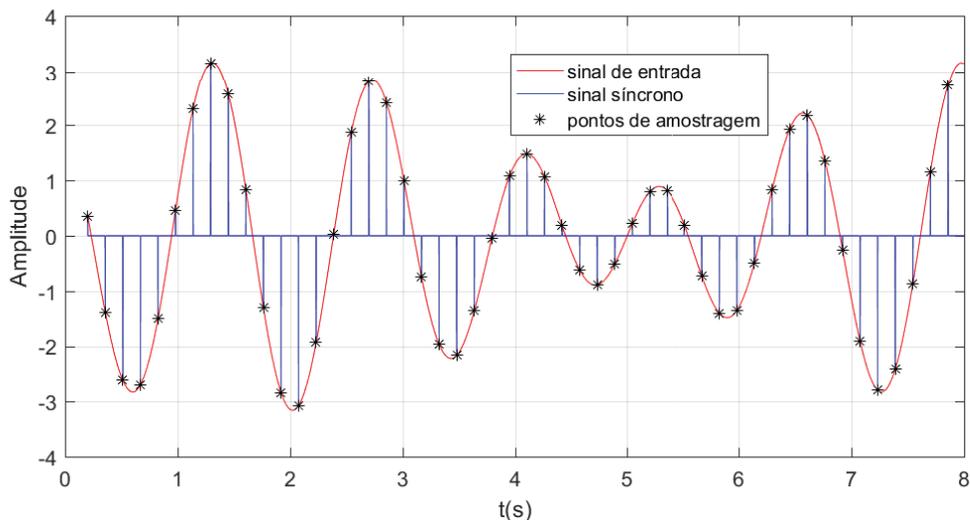


Figura 23 – Sinal 1 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.

Observando as ilustrações desta seção é possível notar que o sinal original é amostrado em intervalos de tempo constante e periodicamente.

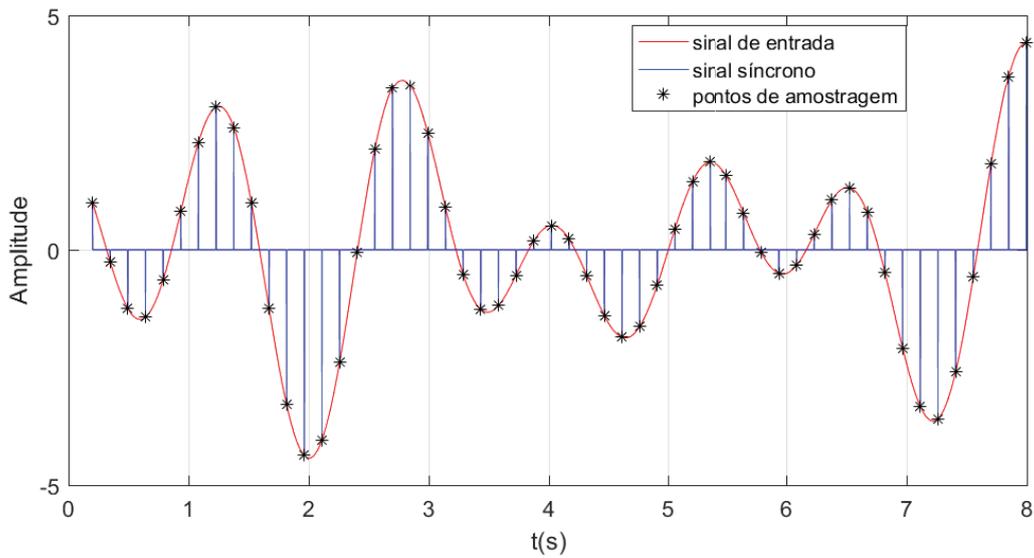


Figura 24 – Sinal 2 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.

A presença da transição entre a ausência e a existência do sinal acaba gerando componentes de frequência de larga escala, e a isto deve-se à maior quantidade de amostragens desta abordagem para o sinal ilustrado na Fig. 25. O primeiro ponto amostrado de forma síncrona do sinal 3, definido na Tabela 1, ocorreu no ponto médio por que a função degrau é igual a $\frac{1}{2}$ nos extremos do intervalo onde é definida.

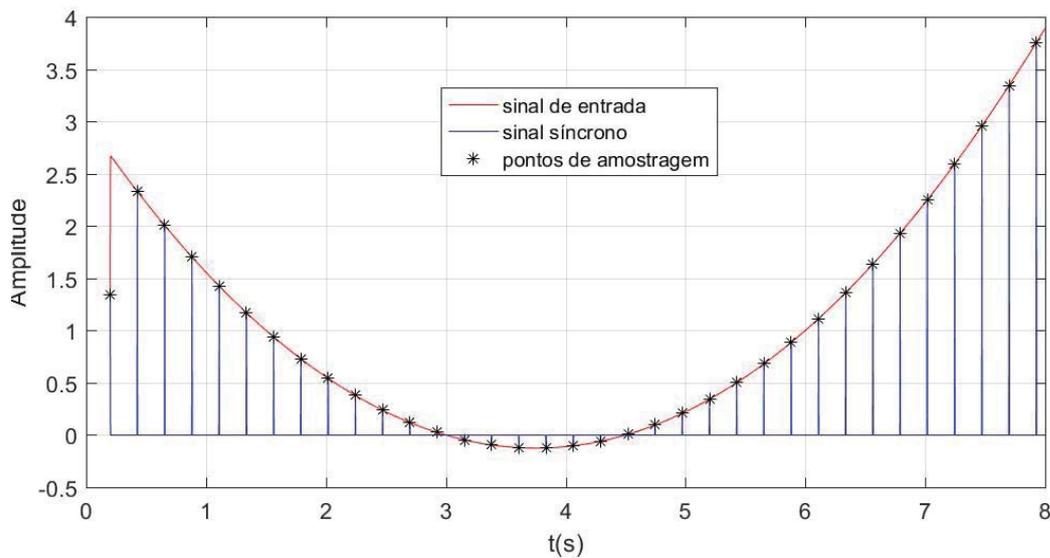


Figura 25 – Sinal 3 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.

O sinal da Fig. 26 foi amostrado em maior quantidade do que a abordagem por *Zero Crossing* do artigo de SOLOVJOVA (2010) (ver Fig. 17). Isto ocorreu devido à máxima

componente em frequência deste sinal ser mais elevada que os sinais anteriores.

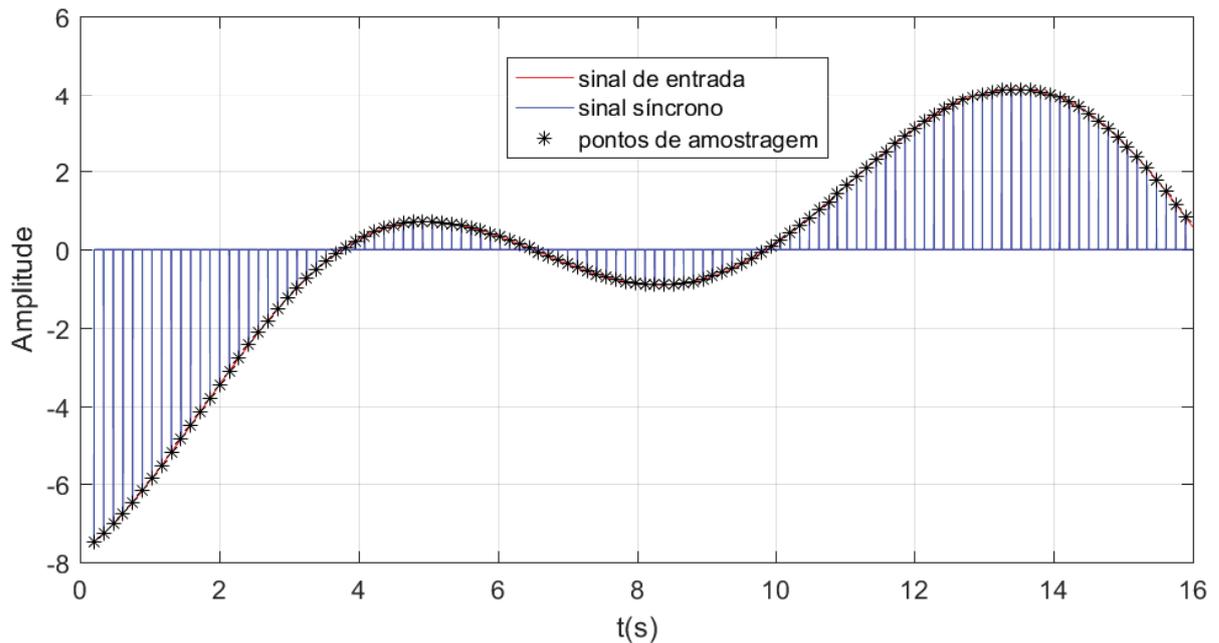


Figura 26 – Sinal 4 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.

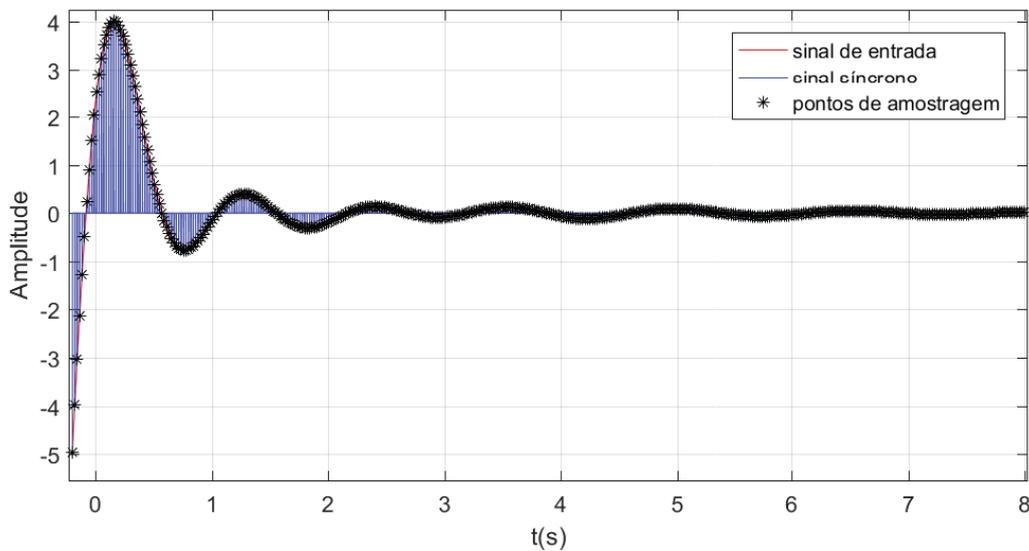


Figura 27 – Sinal 5 original em vermelho e amostrado de forma síncrona em azul.

O sinal 5 possui largura de faixa maior que os outros 4 sinais. Visto que a frequência de amostragem adotada é de 4 vezes a máxima componente em frequência, mais pontos do sinal analógico são amostrados. Esta afirmação é válida para qualquer sinal que possua a máxima componente em frequência elevada.

A quantidade de amostragens para os sinais da Tabela 1 amostradas de forma síncrona estão representadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Quantidade de amostragens da abordagem síncrona.

Sinal	Número de amostras
1	50
2	54
3	35
4	114
5	395
Média	129,6

Na seção seguinte será feito um estudo da qualidade da interpolação por *spline* dos sinais da Tabela 1 e amostrados de forma síncrona.

5.2 Erro Quadrático Médio da amostragem síncrona

Analisando as figuras 28 a 32 é perceptível que a resposta a interpolação por *spline* é bastante satisfatória para o método de amostragem síncrono, com maior parte dos sinais originais praticamente idênticos aos sinais interpolados. Isto deve-se ao fato de que são fornecidos muitos pontos de amostragem ao interpolador *spline*.

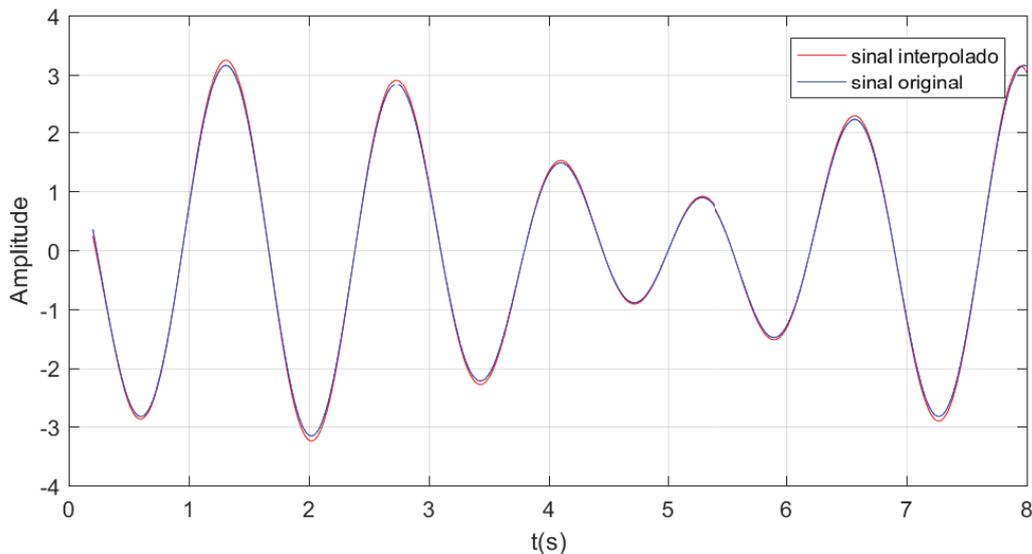


Figura 28 – Sinal 1 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.

Os sinais ilustrados nas Figs. 28 e 29 estão quase sobrepostos aos respectivos sinais interpolados. Logo, a *spline* é uma outra boa opção, face a interpolação *sinc*, para sinais amostrados de forma síncrona.

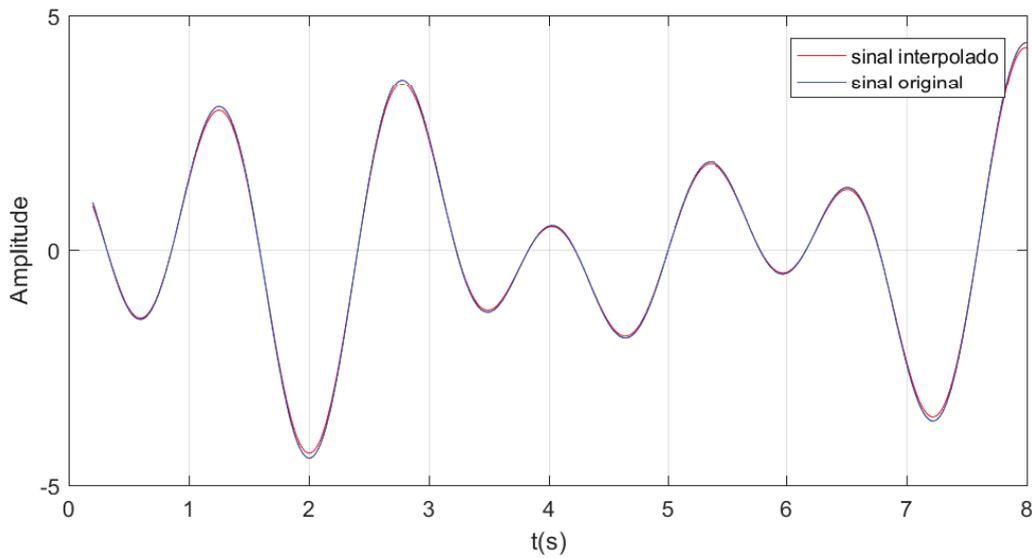


Figura 29 – Sinal 2 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.

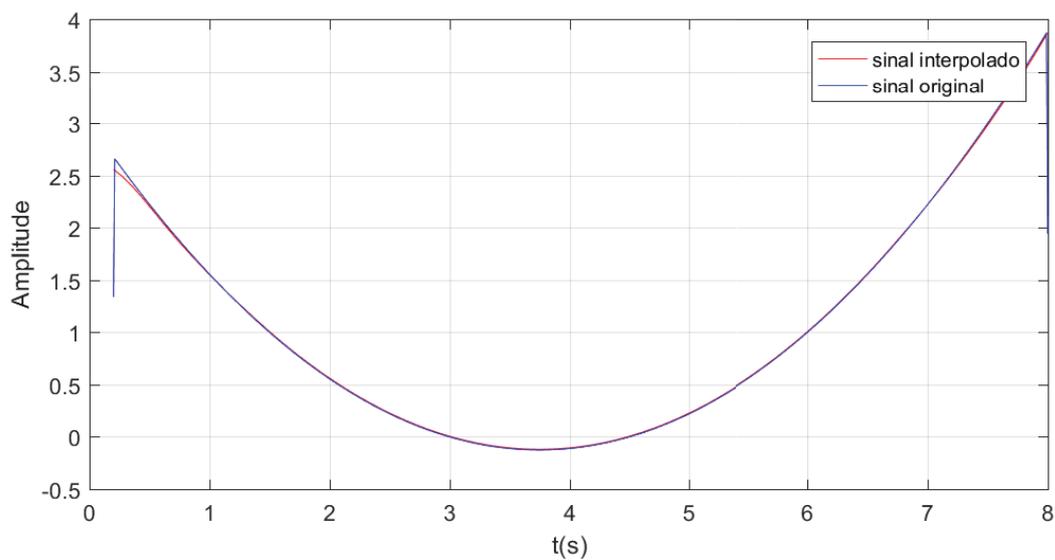


Figura 30 – Sinal 3 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.

O sinal 3 foi bem interpolado, apesar de possuir componentes em alta frequência nos extremos do intervalo temporal analisado.

Em regiões de transição com elevada variação de amplitude, é esperado que a resposta a interpolação não seja muito satisfatória, visto que, exige que o filtro *antialiasing* tivesse largura de faixa infinita, o que não faz mais sentido como filtragem. Em outras palavras, o sinal não seria filtrado, o que permitiria a passagem de ruído e outras interferências.

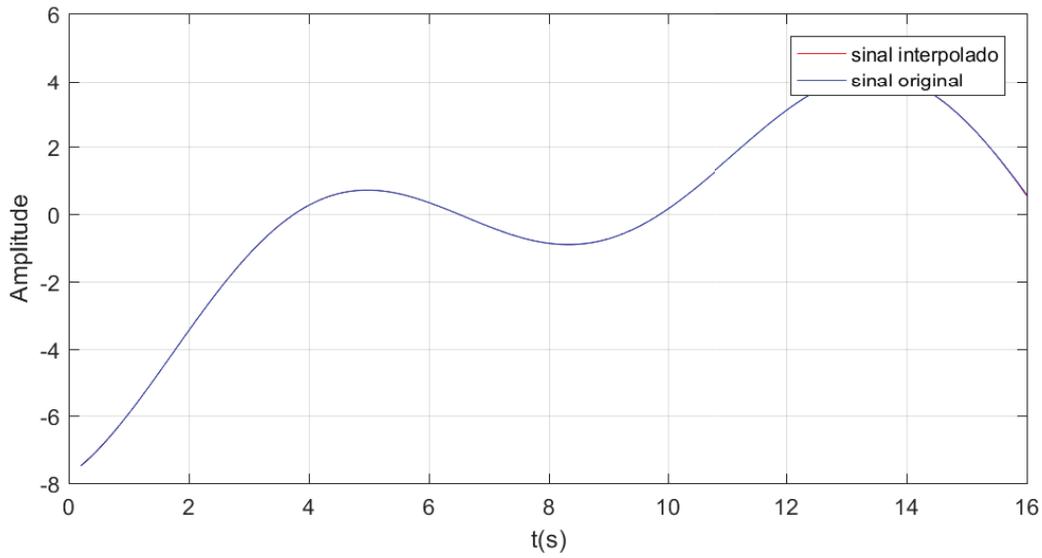


Figura 31 – Sinal 4 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.

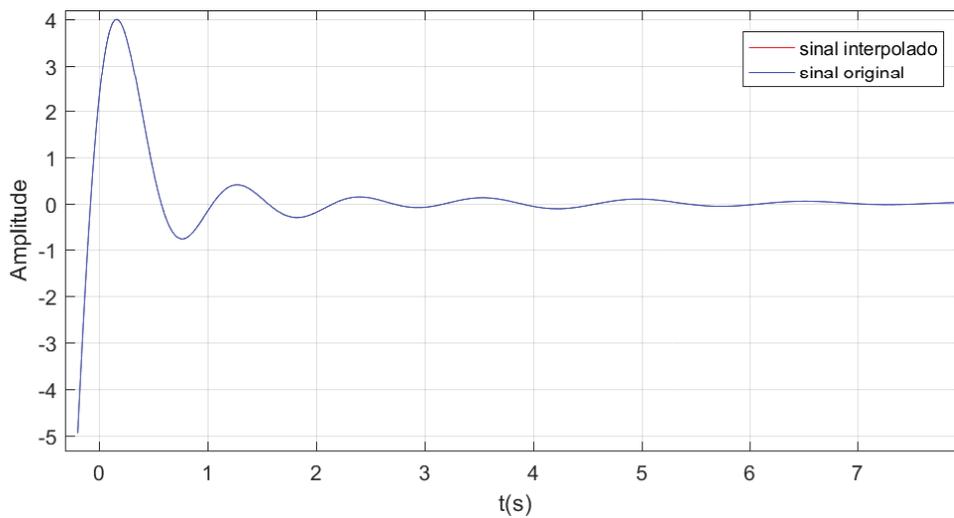


Figura 32 – Sinal 5 amostrado de forma síncrona e original em vermelho.

Os sinais 4 e 5 foram interpolados com boa qualidade, sendo também sobrepostos aos respectivos sinais originais.

O EQM para cada um dos cinco sinais analisados está representado na Tabela 3.

Tabela 3 – Erro Quadrático Médio para os sinais amostrados de forma síncrona.

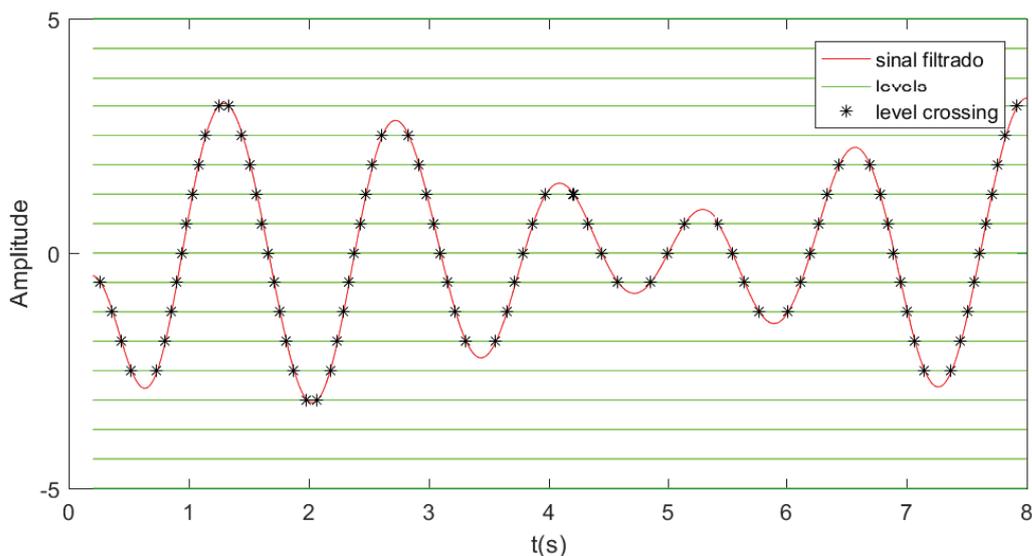
Sinal	EQM
1	0,002
2	0,0022
3	0,0069
4	$1,6542 \cdot 10^{-5}$
5	$3,1600 \cdot 10^{-7}$
Média	0,0030

Nas seções seguintes são abordadas a amostragem por *Level Crossing* e o resultado da interpolação por *spline* desta abordagem.

5.3 Amostragem por *Level Crossing*

A abordagem por *Level Crossing* possui a característica de ser projetada para um único sinal, devido aos níveis ser escolhidos de acordo com as características do sinal que será amostrado, sendo, portanto, bastante específico. Porém, neste trabalho somente foi utilizada uma única estrutura para todos os sinais em análise. Esta decisão de modelagem foi escolhida para poupar tempo na execução do trabalho, e como será demonstrado mais adiante, não teve impacto direto nos resultados finais desta dissertação.

Como pode ser visto nas Figs. 33 à 37 os pontos de amostragem são coincidentes com os níveis de quantização, sendo estas duas feitas ao mesmo tempo no *Level Crossing*.

Figura 33 – Sinal 1 amostrado por *Level Crossing* e original em vermelho.

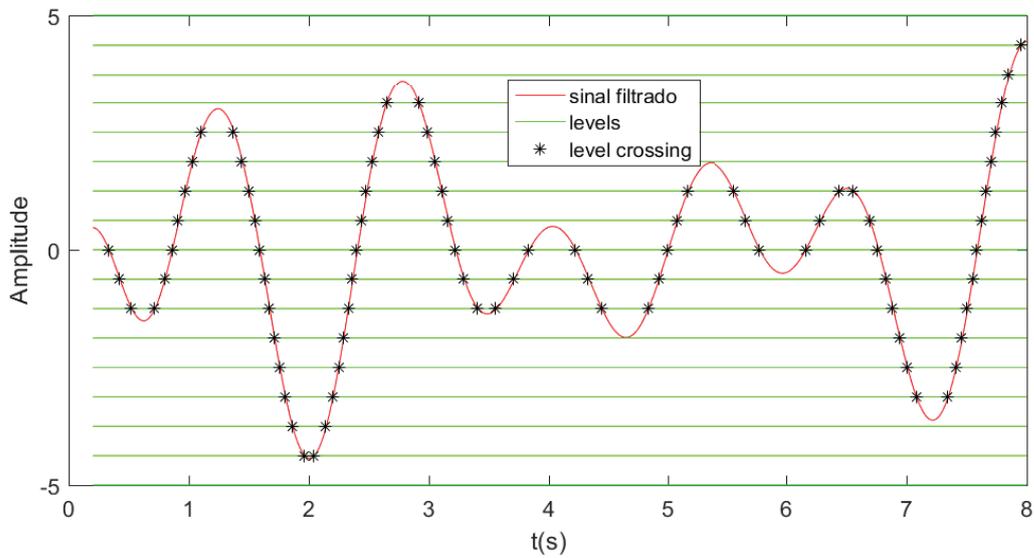


Figura 34 – Sinal 2 amostrado por *Level Crossing* e original em vermelho.

Na Fig. 35 pode ser observado que o sinal 3 possui uma pequena variação em amplitude face a quantidade de níveis, sendo portanto amostrado em pequena quantidade.

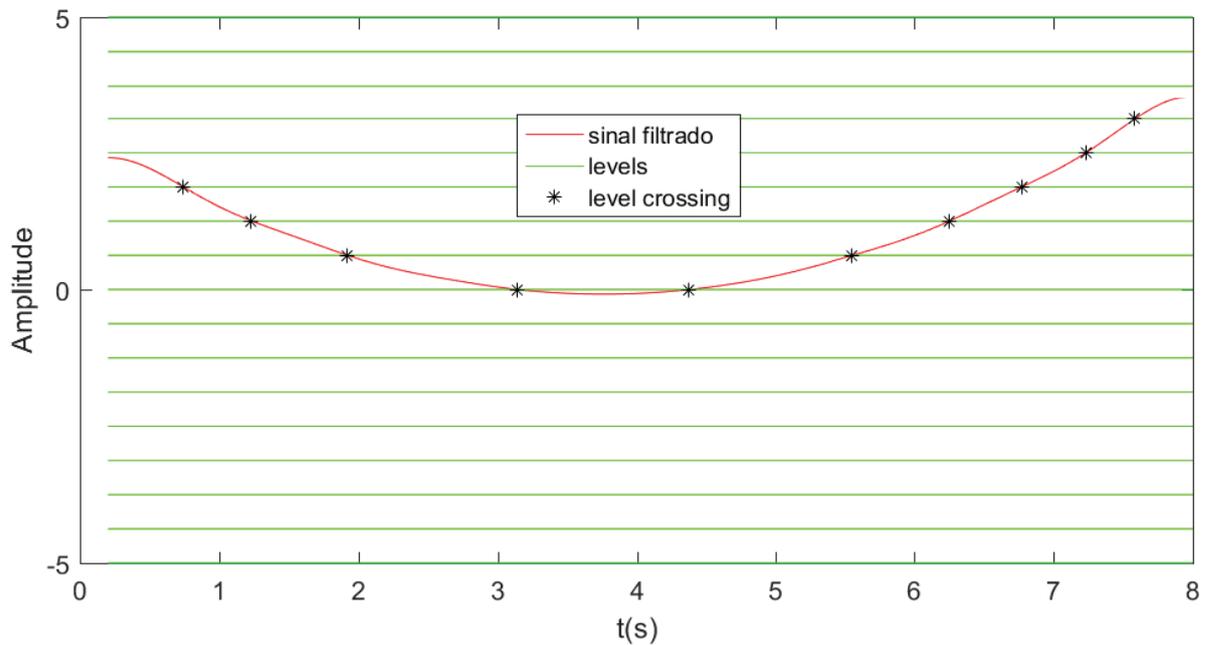


Figura 35 – Sinal 3 amostrado por *Level Crossing* e original em vermelho.

Como pode ser notado pelas Figuras ilustradas nesta seção, dificilmente os pontos de máximo/mínimo do sinal são amostrados, sendo portanto mal representados no resultado da conversão A/D.

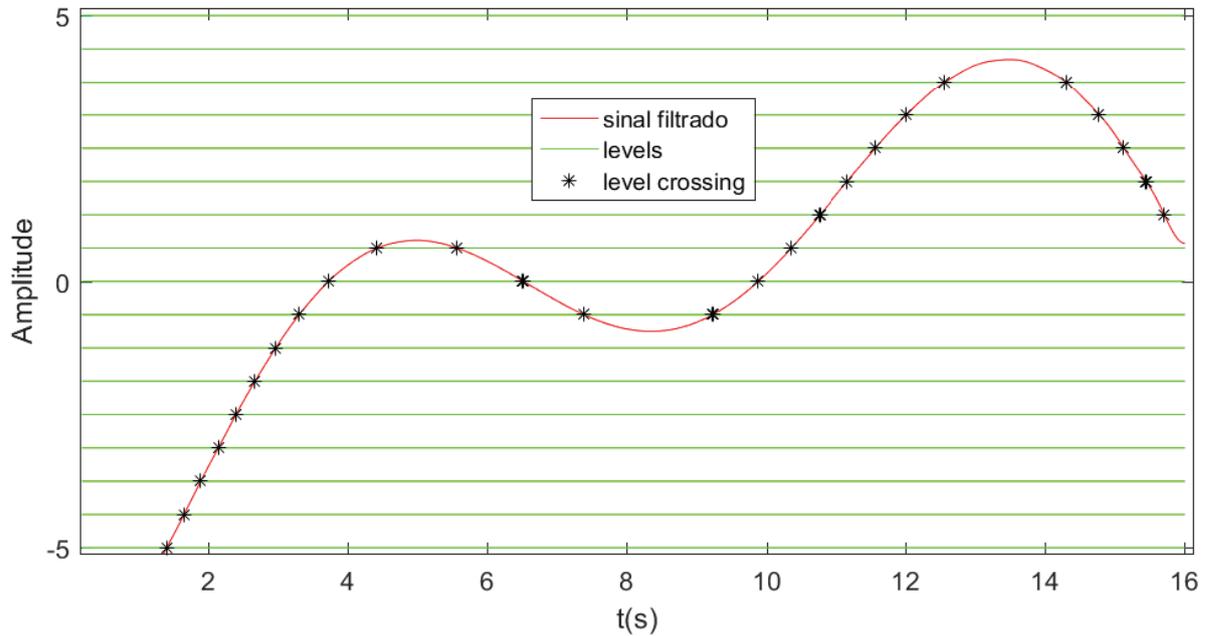


Figura 36 – Sinal 4 amostrado por *Level Crossing* e original em vermelho.

Na Fig 37 está presente uma região de grande variação em amplitude seguida por uma de baixa variação. Na primeira região ocorrem muitas amostragens, de acordo com a definição de cruzamento de níveis. Porém, na região de pequena amplitude, o sinal foi pouco amostrado, o que pode resultar em perdas de informações importantes no sinal digital, ou até mesmo impossibilitar uma boa resposta à interpolação.

A quantidade de amostragens dos sinais desta seção que foram amostrados por *Level Crossing* estão representados na Tabela 4.

Tabela 4 – Quantidade de amostragens para a abordagem por *Level Crossing*.

Sinal	Número de amostras
1	84
2	81
3	10
4	26
5	36
Média	47,4

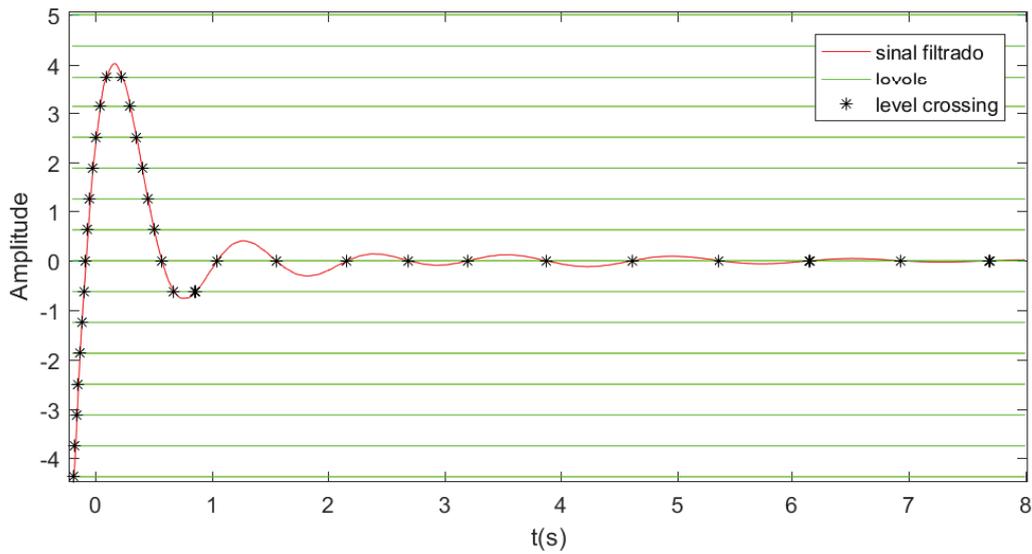


Figura 37 – Sinal 5 amostrado por *Level Crossing* e original em vermelho.

Na seção seguinte estudada-se a qualidade da resposta à interpolação *spline* do padrão de amostragem por *Level Crossing*.

5.4 Erro Quadrático Médio da amostragem por *Level Crossing*

De acordo com o que foi apresentado anteriormente, não há um método padronizado para a interpolação de sinais amostrados por *Level Crossing*. Neste trabalho foi testada a interpolação por *spline* para sinais amostrados por cruzamento de níveis.

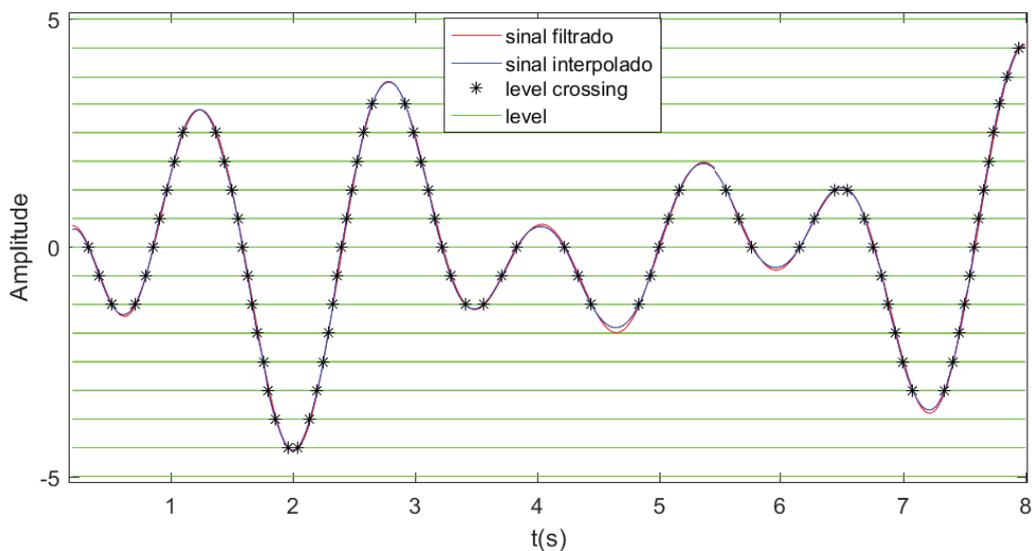


Figura 38 – Sinal 1 amostrado por *Level Crossing* e filtrado em vermelho.

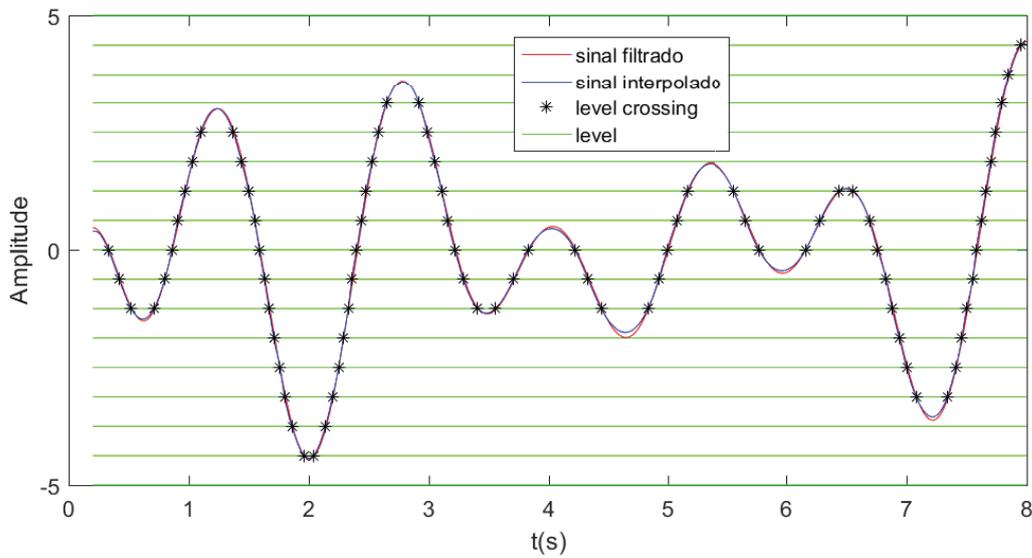


Figura 39 – Sinal 2 amostrado por *Level Crossing* e filtrado em vermelho.

Conforme o que está ilustrado nas Figs. 38 a 41 a interpolação por *spline* apresentou bons resultados, sendo portanto uma alternativa viável para reconstruir o sinal analógico dos sinais amostrados por *Level Crossing*.

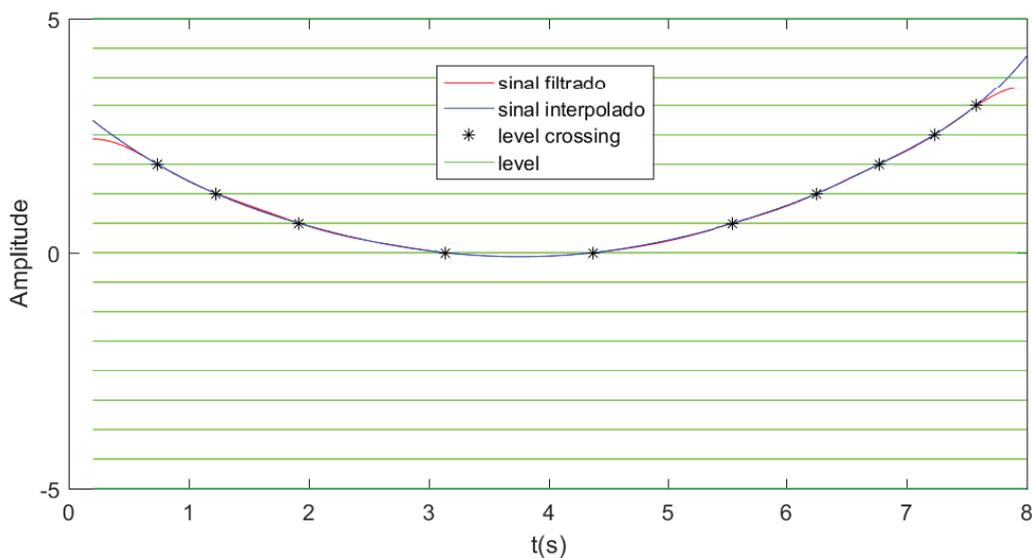
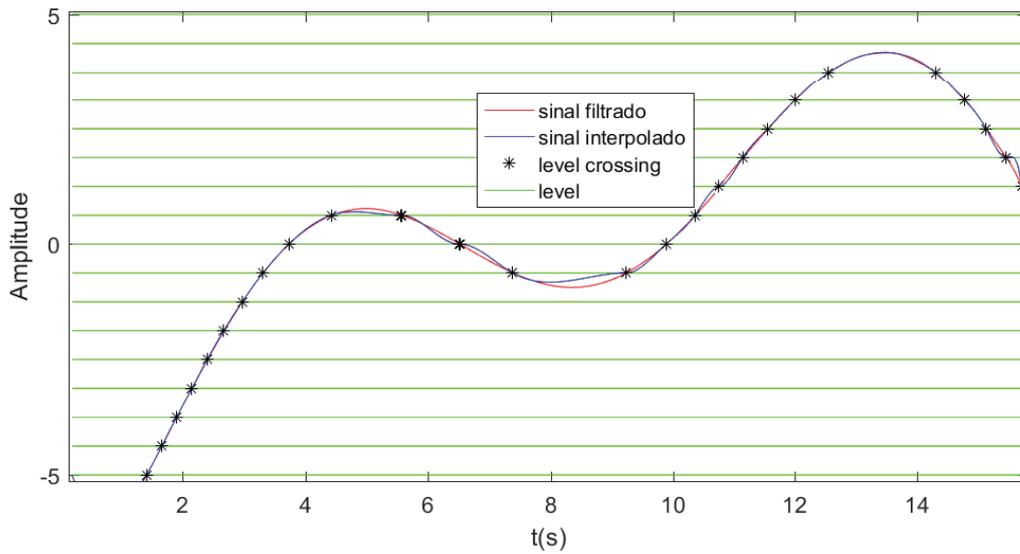
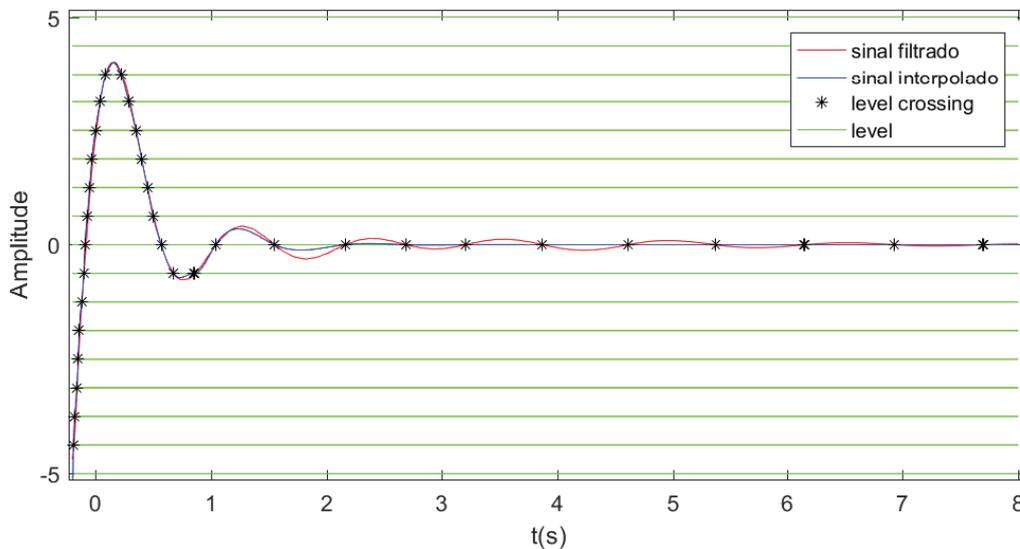


Figura 40 – Sinal 3 amostrado por *Level Crossing* e filtrado em vermelho.

No sinal representado na Fig. 41, embora a resposta tenha aparência satisfatória para boa parte do sinal interpolado, fica evidente o impacto de não amostrar os pontos de máximo/mínimo dos sinais amostrados por *Level Crossing*. A resposta da interpolação foi comprometida nas proximidades destas regiões.

Figura 41 – Sinal 4 amostrado por *Level Crossing* e filtrado em vermelho.

Na Fig. 42, é possível notar que na região em que houve mais amostragens a resposta a interpolação spline apresentou bons resultados, entretanto, a resposta da interpolação por spline foi comprometida na região de pequena amplitude deste sinal. Isto ocorreu por que o *Level Crossing* não amostra sinais com pequena variação entre níveis.

Figura 42 – Sinal 5 amostrado por *Level Crossing* e filtrado em vermelho.

Em todas as plotagens feitas anteriormente, não foi adicionado ruído ao sinal antes das amostragens, estando presente somente o ruído inerente ao truncamento e à filtragem. O EQM para os sinais abordados nesta seção estão presentes na Tabela 5.

Tabela 5 – Erro Quadrático Médio para a abordagem por *Level Crossing*.

Sinal	EQM
1	0,0084
2	0,0061
3	0,0119
4	0,0055
5	0,0062
Média	0,076

Nas seções seguintes é abordado o comportamento da amostragem por cruzamentos por zero.

5.5 Amostragem por *Zero Crossing*

Para escolher uma quantidade satisfatória de derivadas ao empregar o *Zero Crossing* foi feito um estudo da quantidade de amostragens desta abordagem sem ruído aditivo dos sinais presentes na Tab. 1.

Levando em consideração a estrutura da Fig. 12, foram utilizadas as três primeiras derivadas para a análise das simulações. Além destas, também foram adicionados os instantes de início e término do sinal nas amostragens. Com base nesta configuração, foram implementados os seguintes cenários de amostragens: *(i)* utilizando zeros reais; *(ii)* acrescentado apenas 1 derivada; *(iii)* as duas primeiras derivadas; *(iv)* e as três primeiras derivadas do sinal analógico.

As Figs. 43 a 46 demonstram que para o sinal 1, ao acrescentarmos mais zeros das derivadas nas amostragens, mais pontos do sinal são adquiridos. O mesmo ocorre para os outros sinais analisados, o que pode ser inferido a partir da definição do *Zero Crossing* (VOELCKER, 1966).

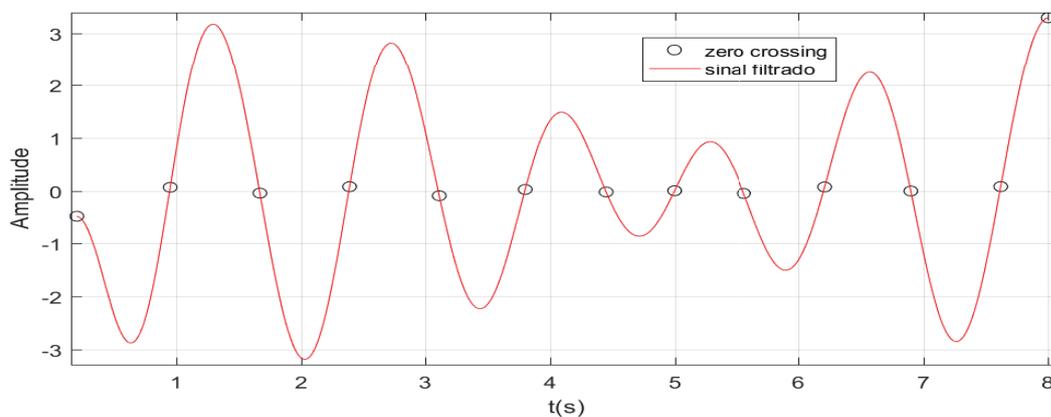


Figura 43 – Sinal 1 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais (círculos).

Ao acrescentar os zeros da 1ª derivada são amostrados todos os pontos de máximo e mínimo do sinal original.

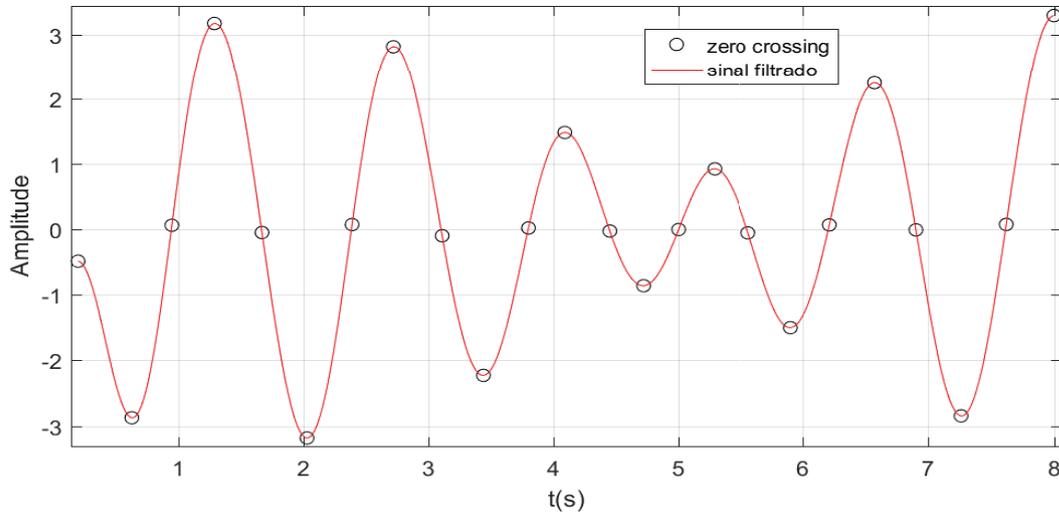


Figura 44 – Sinal 1 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).

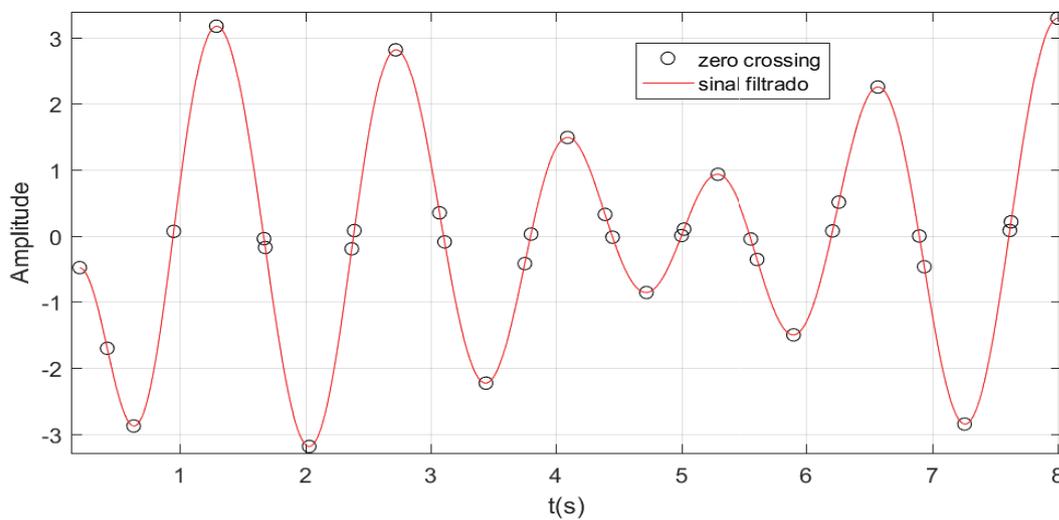


Figura 45 – Sinal 1 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).

Acrescentando os zeros das 2ª derivada são adicionados os pontos de inflexão.

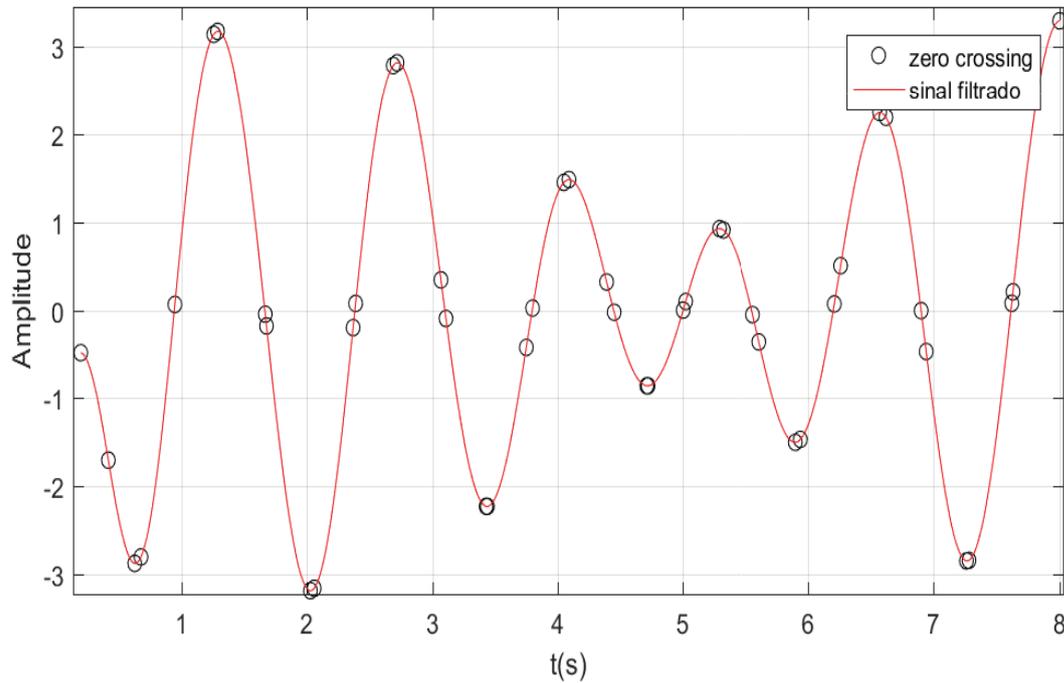


Figura 46 – Sinal 1 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).

Analisando os pontos de amostragens adquiridos dos zeros reais e das três primeiras derivadas do sinal 1 e sinal 2, é perceptível que na 3ª derivada os zeros repetem-se. Isto ocorre devido aos sinais ser composições de senoidais e também da definição de derivadas de ordem superior. Pois,

$$f(t) = \text{sen}(t), \quad (5.1)$$

$$\frac{df}{dt} = \text{cos}(t), \quad (5.2)$$

$$\frac{d^2f}{dt^2} = -\text{sen}(t), \quad (5.3)$$

$$\frac{d^3f}{dt^3} = -\text{cos}(t), \quad (5.4)$$

o que implica em uma defasagem de 180° do sinal original, e preserva a localização dos cruzamentos por zero.

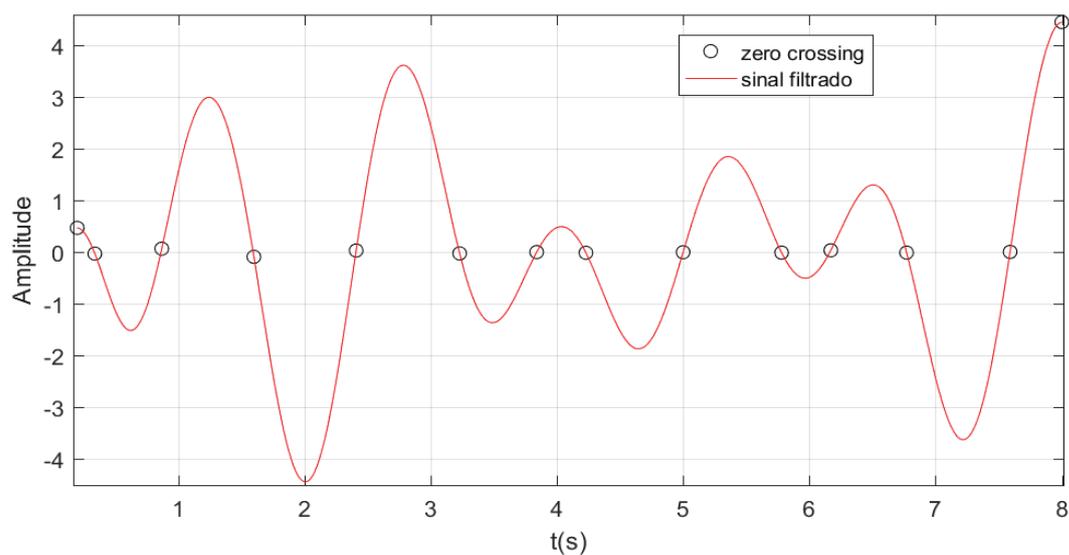


Figura 47 – Sinal 2 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais (círculos).

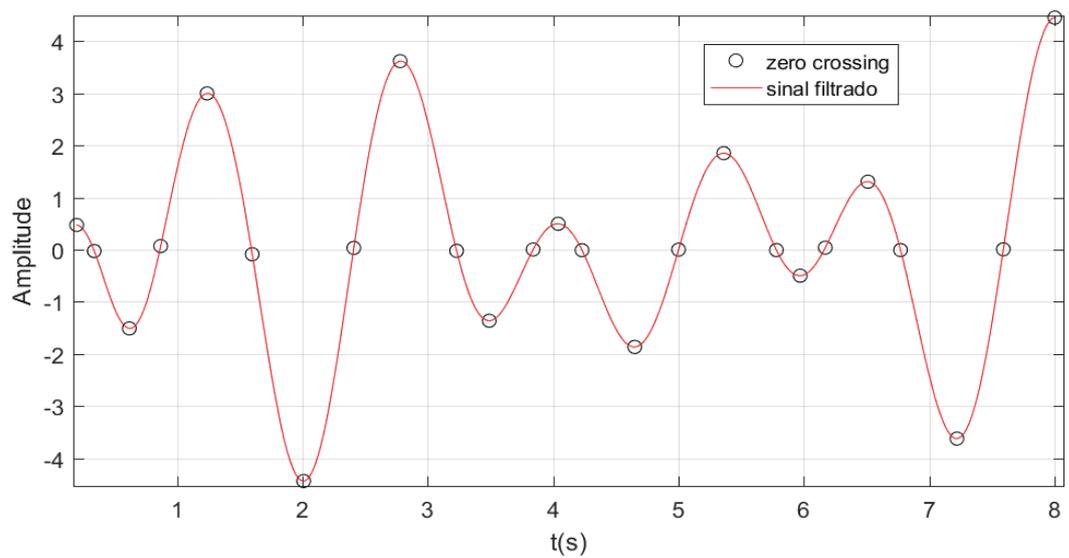


Figura 48 – Sinal 2 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).

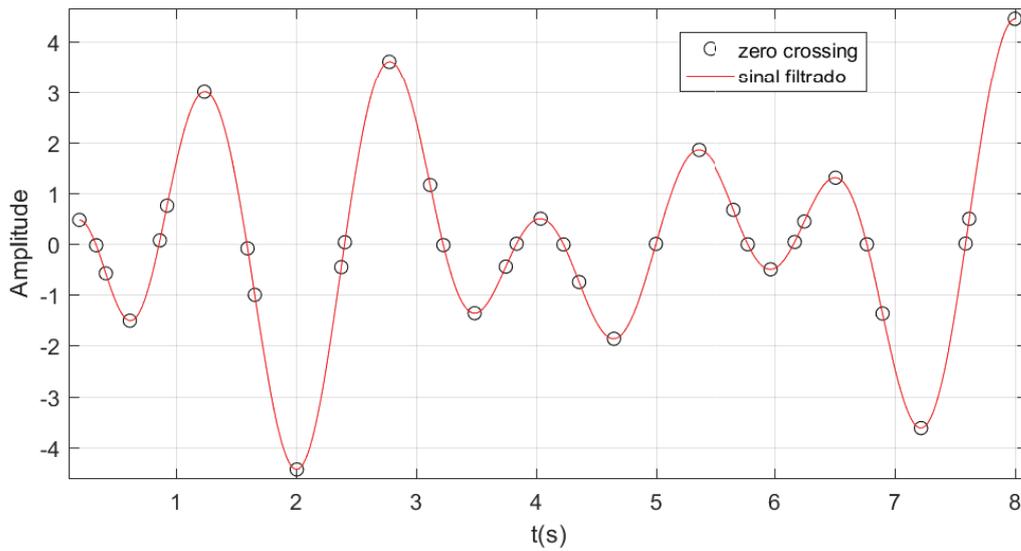


Figura 49 – Sinal 2 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).

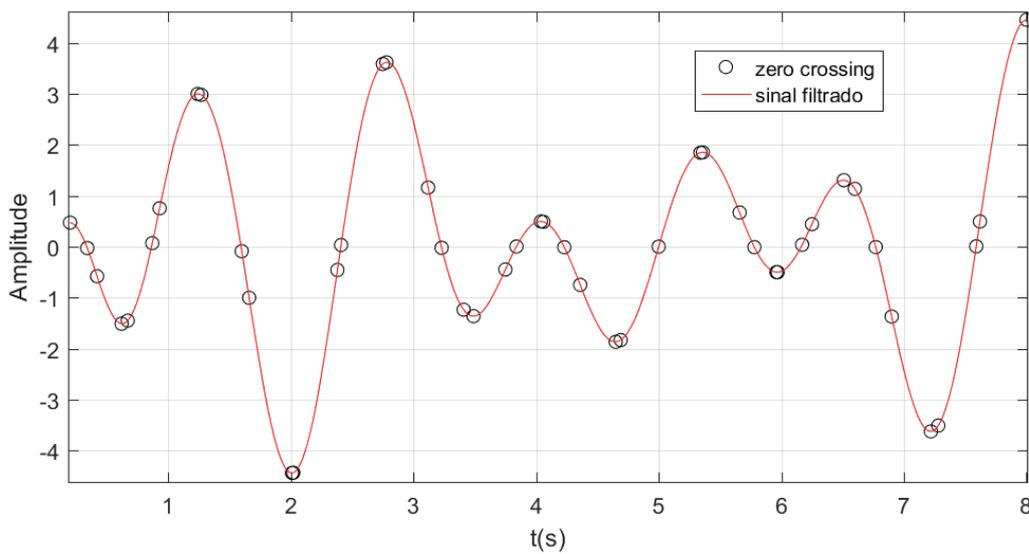


Figura 50 – Sinal 2 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).

Para os sinais 3 e 4, ver Figs. 51 a 58, ao acrescentar a 2ª derivada, a quantidade de amostragens eleva-se notavelmente, e para a 3ª, idem. Isto ocorre devido à filtragem desses sinais com um interpolador *sinc* **não** ideal, limitando-os em frequência e também perdendo parte da informação devido ao erro de truncamento, assim, o ruído presente no sinal gera oscilações de pequena amplitude, ocasionando estas amostragens redundantes.

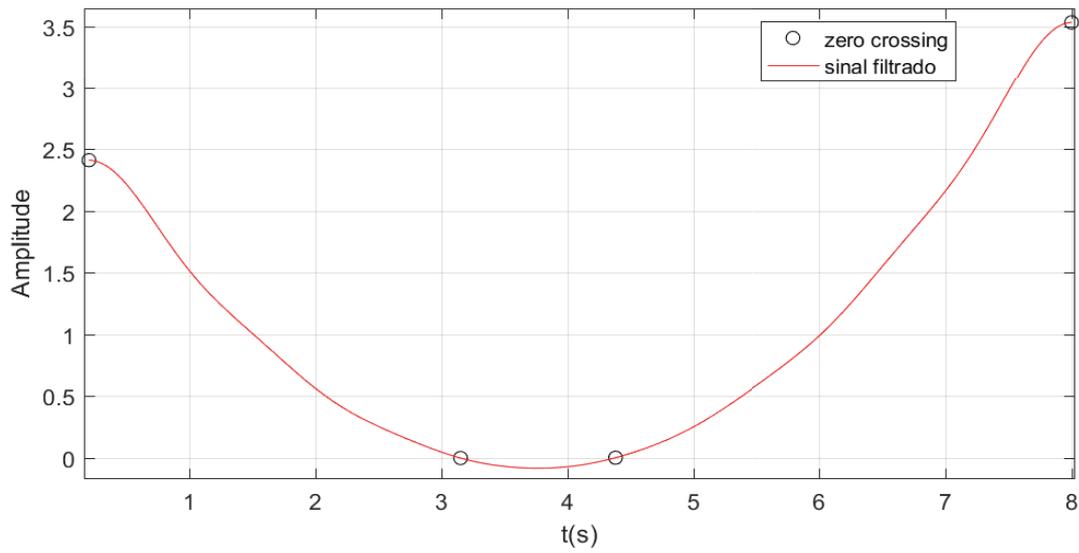


Figura 51 – Sinal 3 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais(círculos).

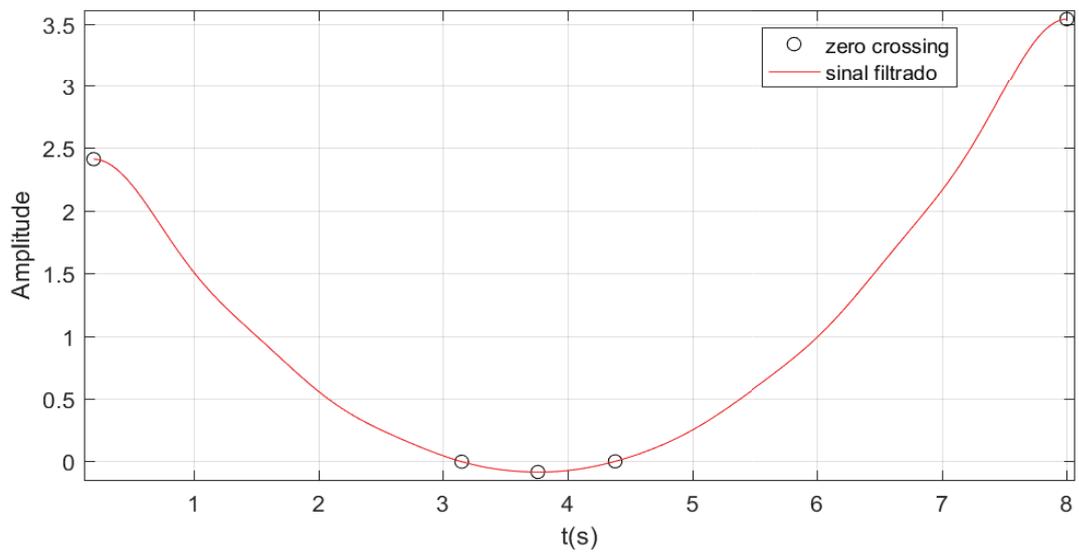


Figura 52 – Sinal 3 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).

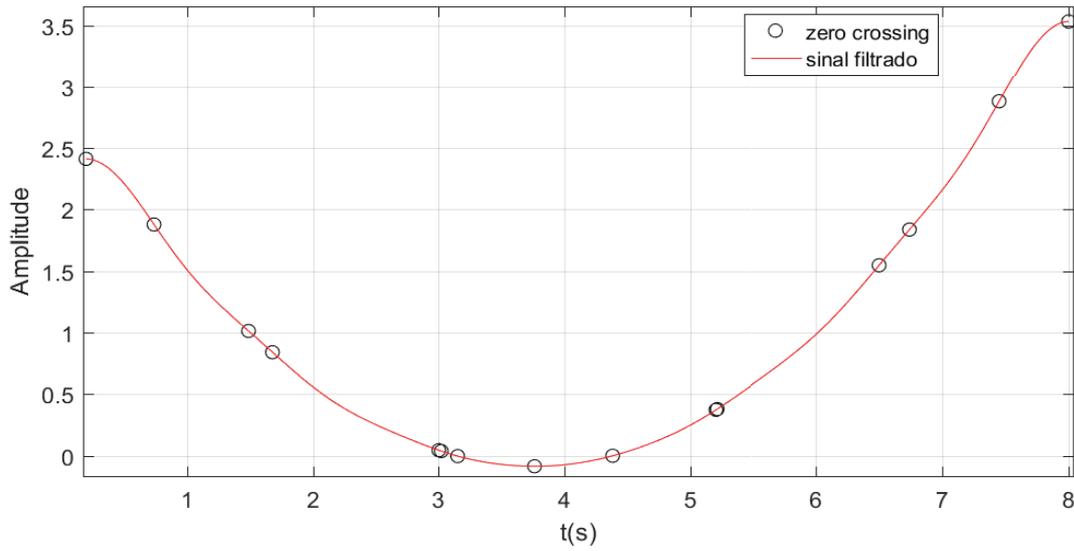


Figura 53 – Sinal 3 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).

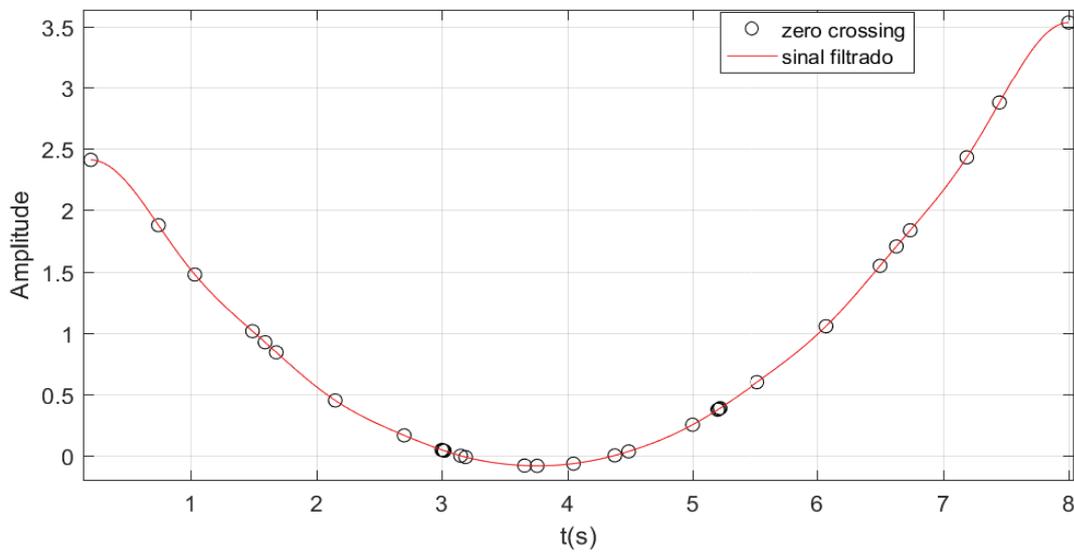


Figura 54 – Sinal 3 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).

O sinal 4 foi escolhido a partir de um dos sinais presente em SOLOVJOVA (2010), sendo idênticos o intervalo e a equação deste artigo. A diferença entre o resultado obtido no presente trabalho em comparação ao de SOLOVJOVA (2010) é que além dos zeros das duas primeiras derivadas, utilizados por este autor, foram acrescentados os zeros reais.

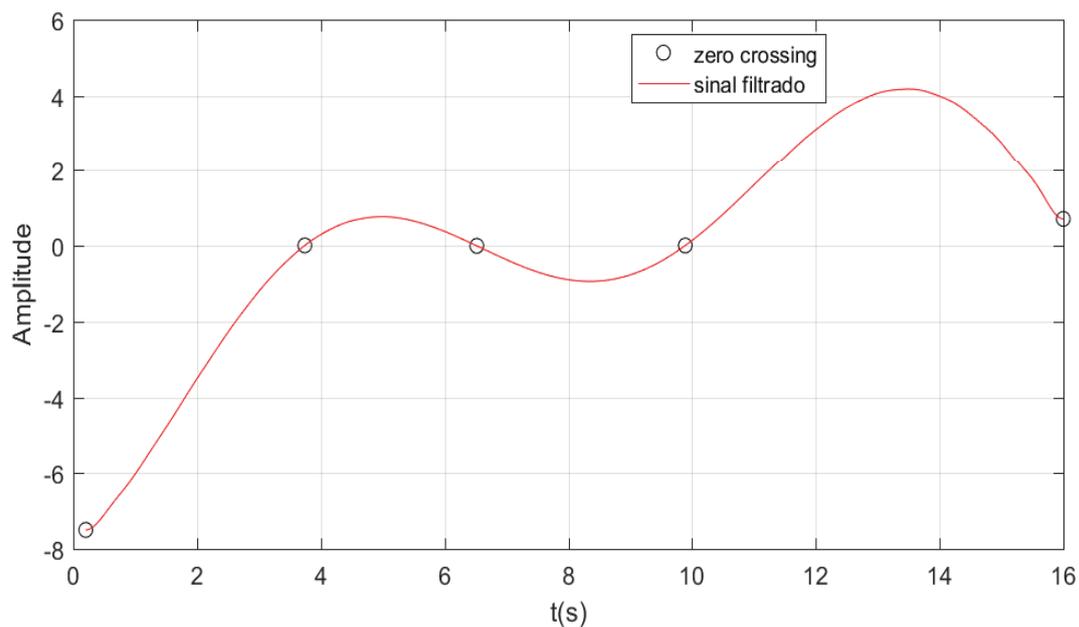


Figura 55 – Sinal 4 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais (círculos).

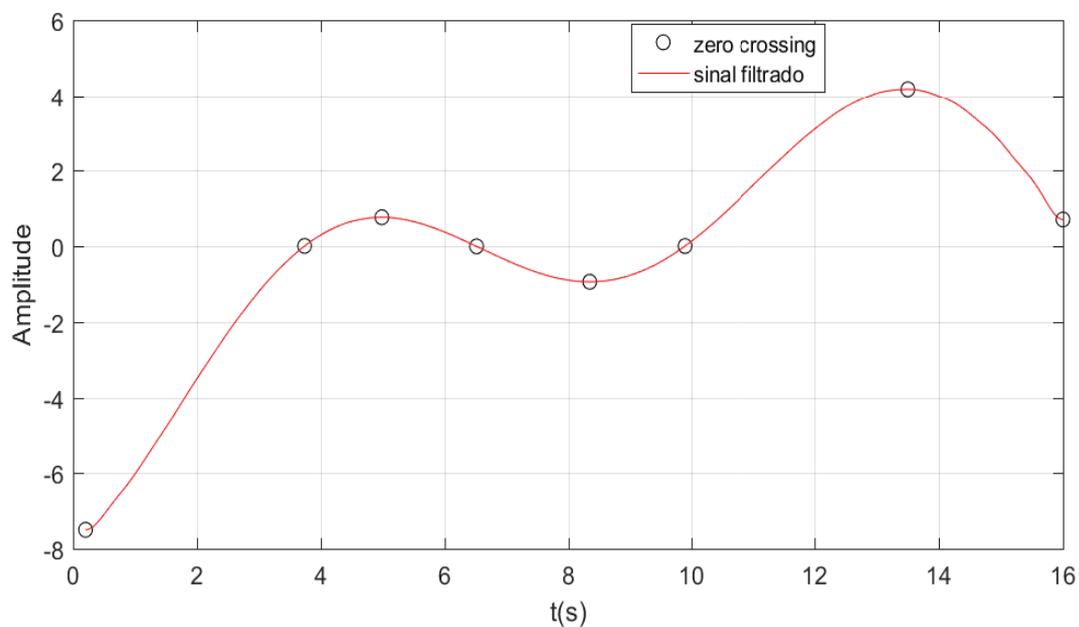


Figura 56 – Sinal 4 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).

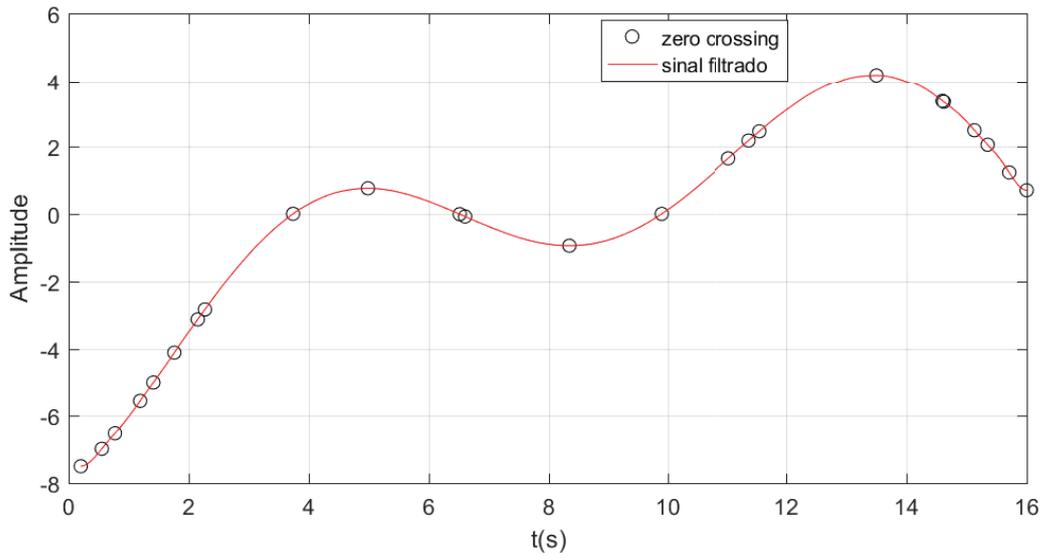


Figura 57 – Sinal 4 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).

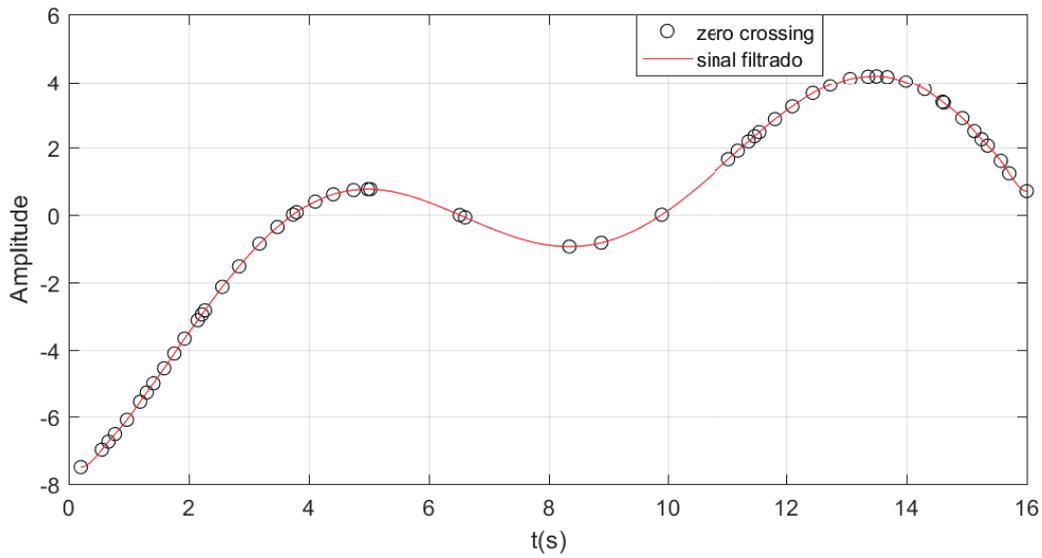


Figura 58 – Sinal 4 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).

O sinal 5 ilustrado nas Figs. 59 a 62 demonstra um crescimento elevado do número de amostragens com a elevação da ordem das derivadas. Isto ocorreu devido ao sinal 5 possuir variações de pequena amplitude da mesma ordem de magnitude do ruído.

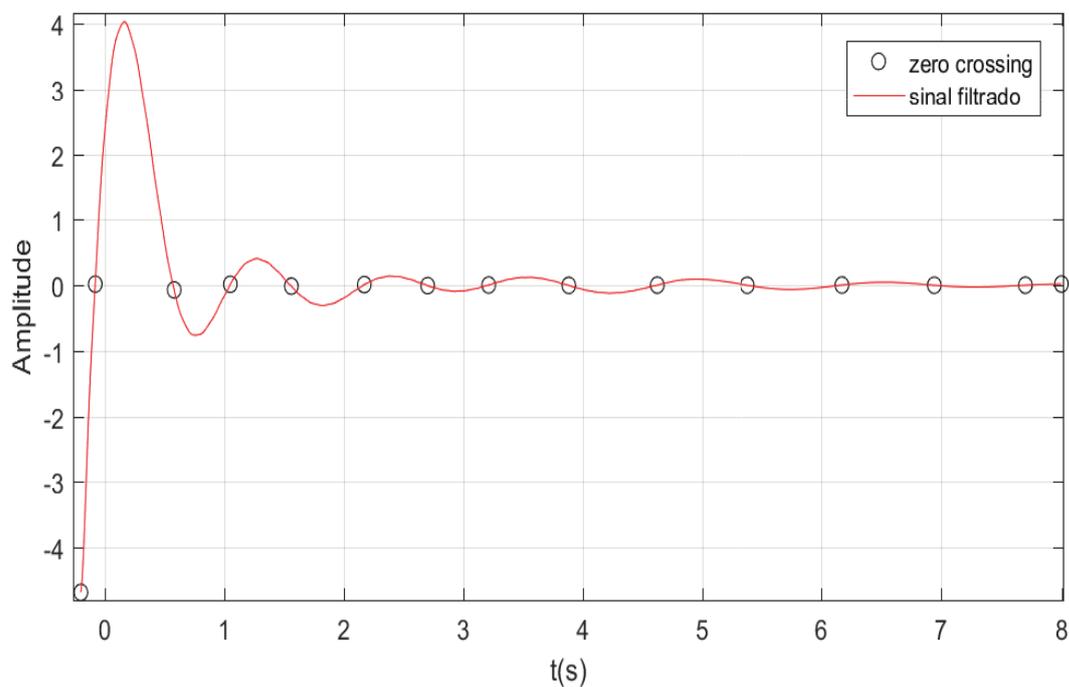


Figura 59 – Sinal 5 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zeros reais (círculos).

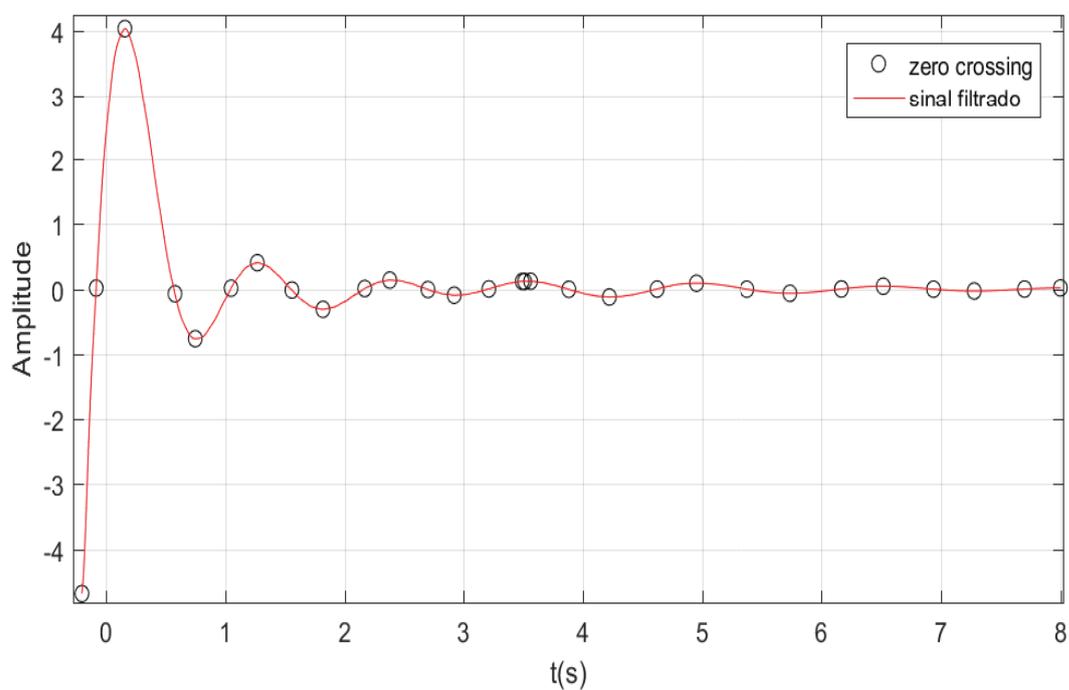


Figura 60 – Sinal 5 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e da 1ª derivada (círculos).

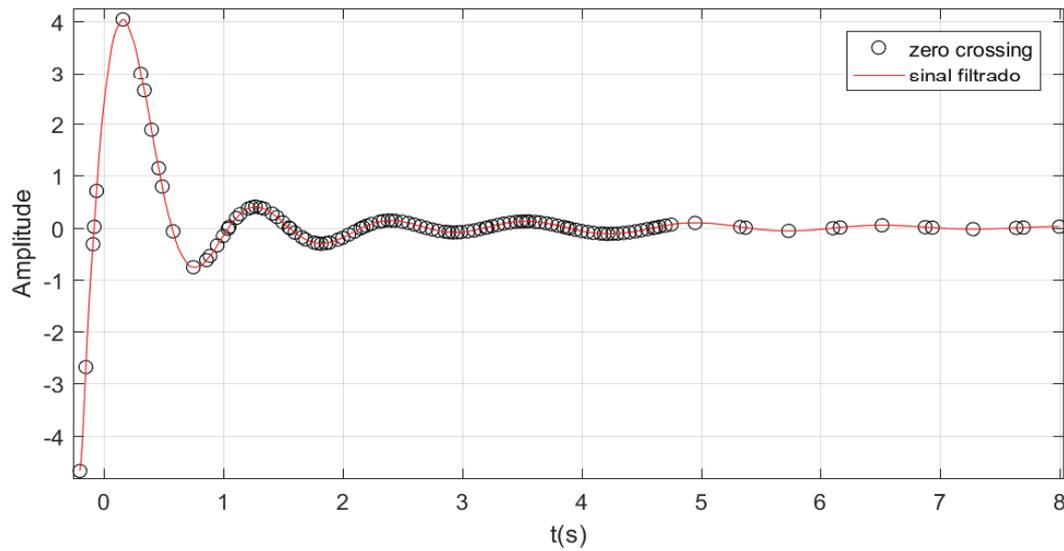


Figura 61 – Sinal 5 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das duas primeiras derivadas (círculos).

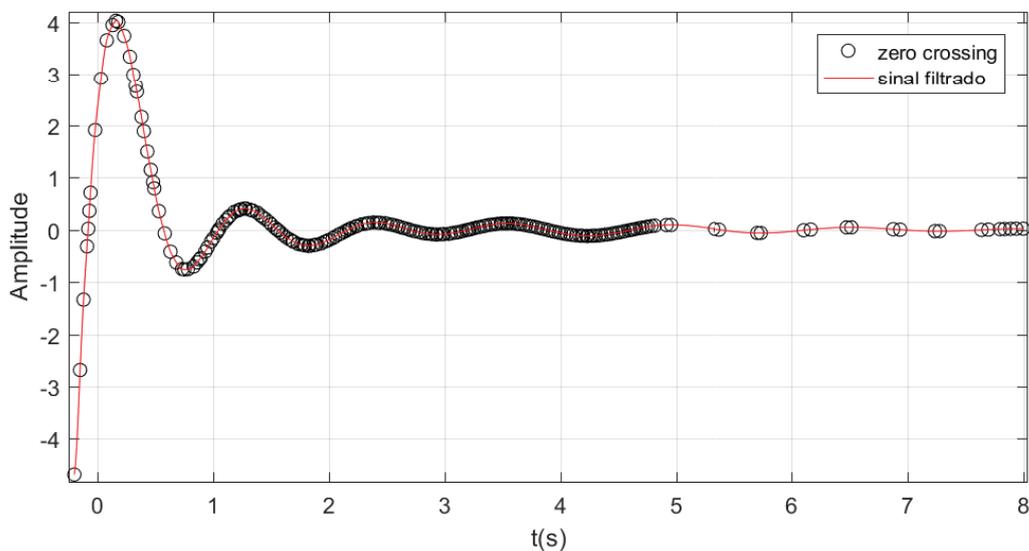


Figura 62 – Sinal 5 filtrado antes da amostragem e os cruzamentos por zero reais e das três primeiras derivadas (círculos).

Os resultados que foram expostos através de plotagens nesta seção estão apresentados de forma sucinta na Tabela 6. Analisando-a, é perceptível, que na média, se acrescentar mais zeros das derivadas a quantidade de amostragens eleva-se consideravelmente. Isto deve-se ao fato da amplificação do ruído inerente ao processo de diferenciação do sinal (SEDRA, 2007), e também que o interpolador *sinc* utilizado foi de baixa ordem e com um elevado *overshoot* na frequência de corte.

Tabela 6 – Número de amostragens até 3 derivadas.

Sinal	zero real	1 derivada	2 derivadas	3 derivadas
1	13	24	35	46
2	14	25	36	47
3	4	5	15	30
4	5	8	24	56
5	15	29	118	223
Média	10,2	18,2	45,6	80,4

Na próxima seção é estudado o Erro Quadrático Médio da interpolação por *spline* cúbico dos sinais amostrados por seus cruzamentos por zero.

5.6 Erro Quadrático Médio no *Zero Crossing*

Analisando as Figs. 63 a 82, é possível perceber que a interpolação utilizando somente os cruzamentos por zeros reais não apresentam bons resultados. Ao acrescentar a 1ª derivada a resposta melhora significativamente, tornando-se ainda melhor ao acrescentar a 2ª derivada, onde o erro entre o sinal original e o sinal interpolado é bastante reduzido. Isto ocorreu devido ao acréscimo de mais zeros das derivadas.

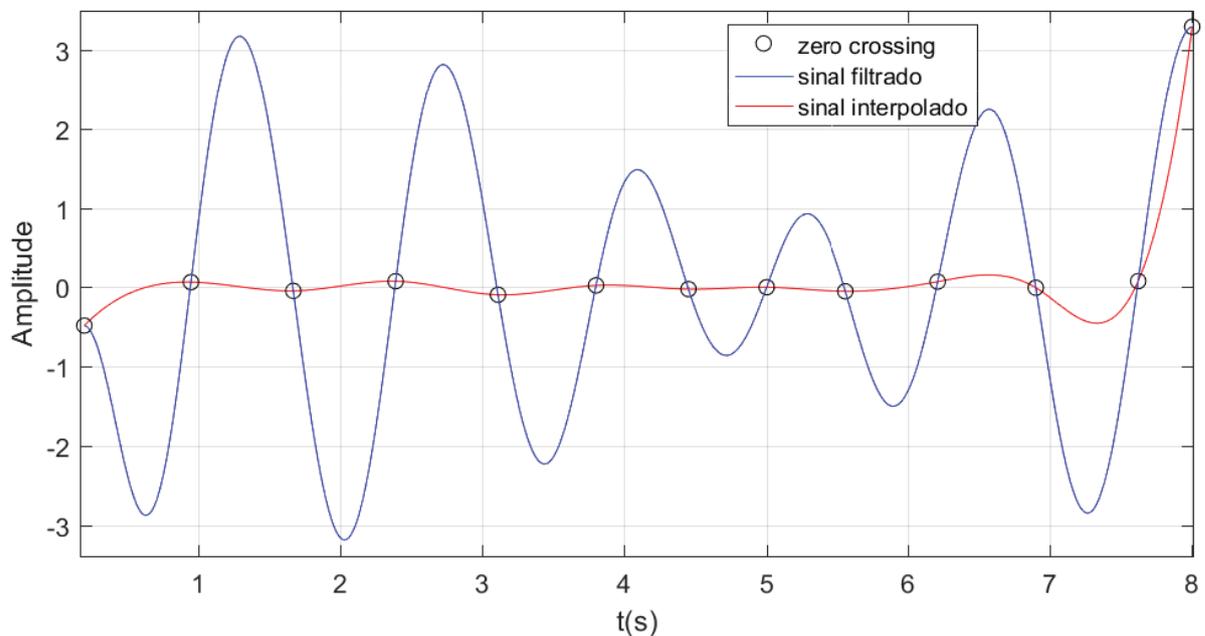


Figura 63 – Sinal 1 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).

O sinal 2 apresentou boa qualidade na resposta a interpolação a partir da amostragem dos zeros reais e até as 2ª e 3ª derivadas. E percebe-se que há pouca melhoria em termos

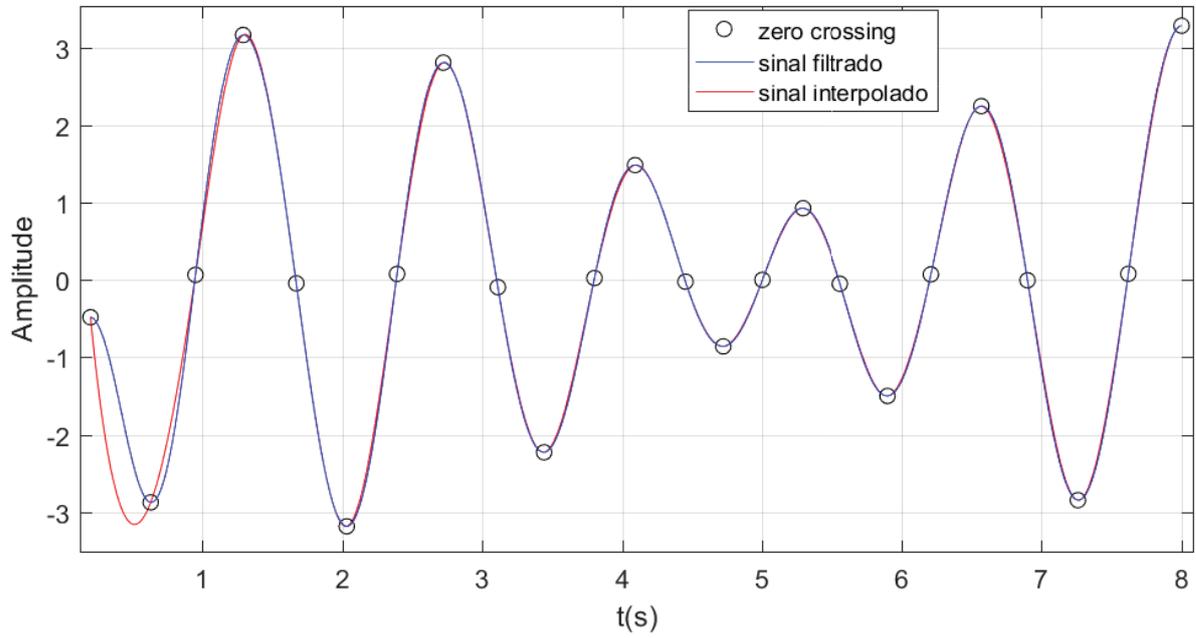


Figura 64 – Sinal 1 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).

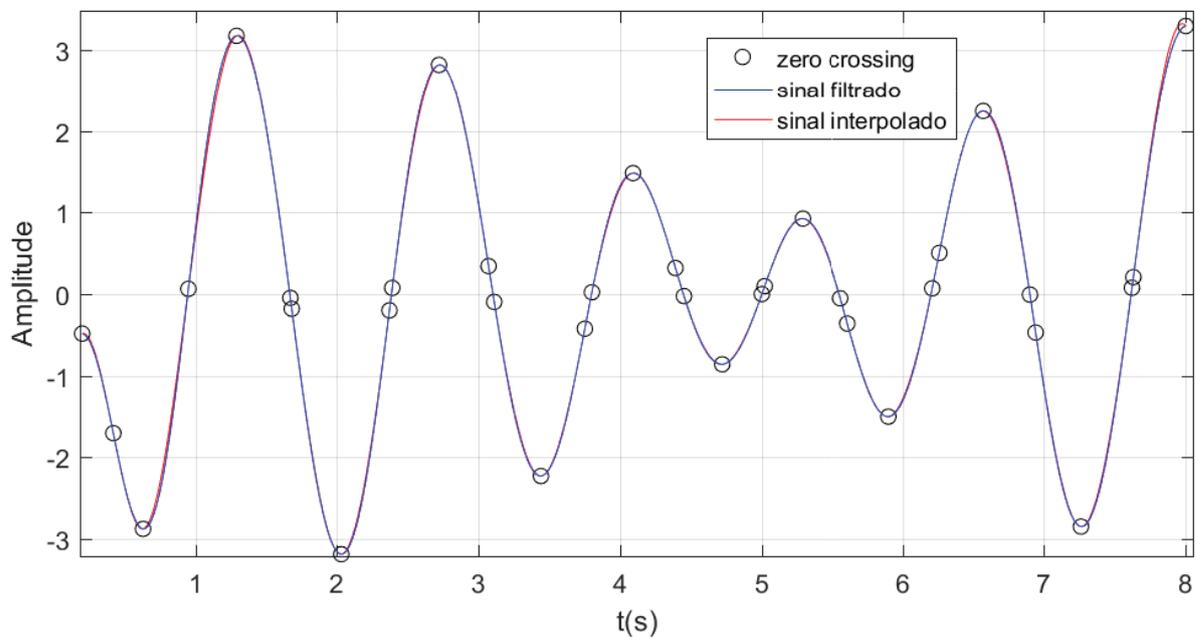


Figura 65 – Sinal 1 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).

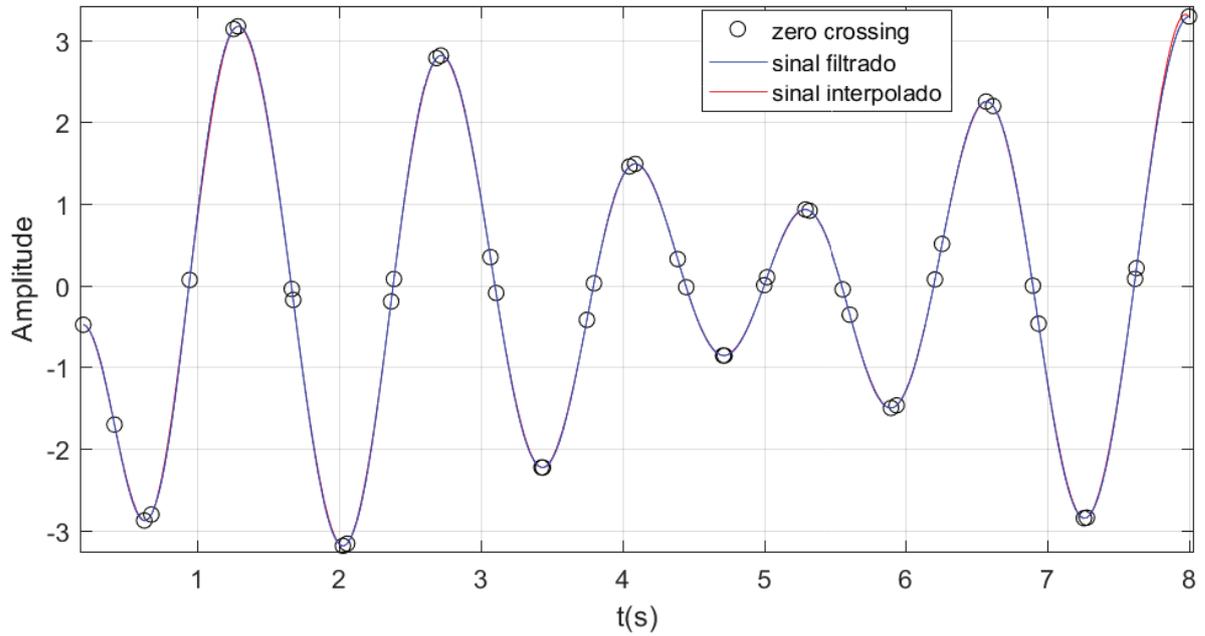


Figura 66 – Sinal 1 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas.

de qualidade na interpolação ao acrescentar os zeros reais e até a 3ª derivadas, quando comparada aos zeros reais e da 2ª derivada.

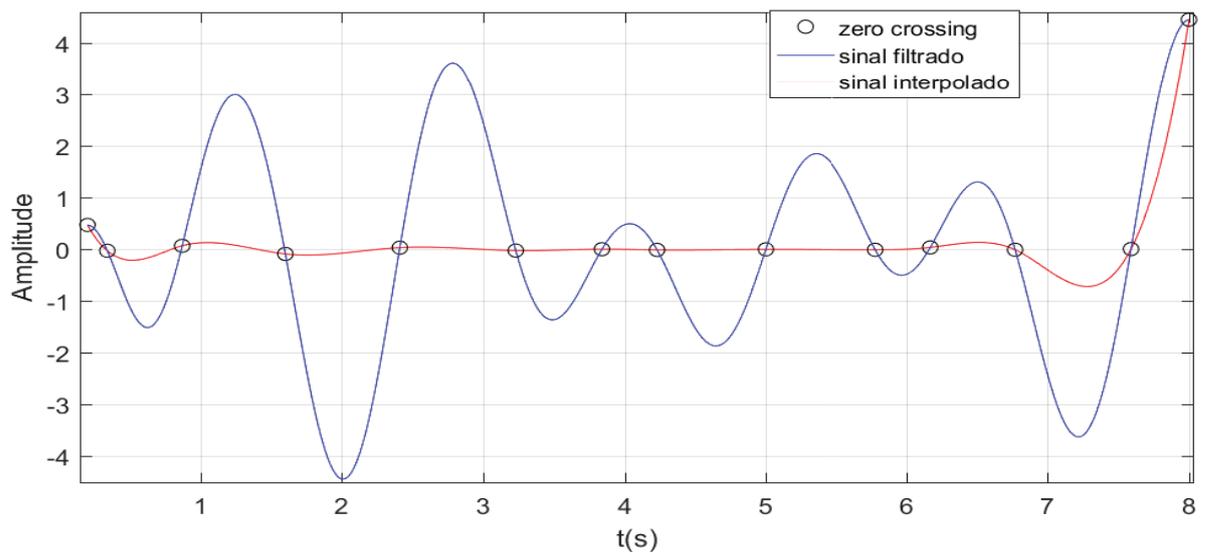


Figura 67 – Sinal 2 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).

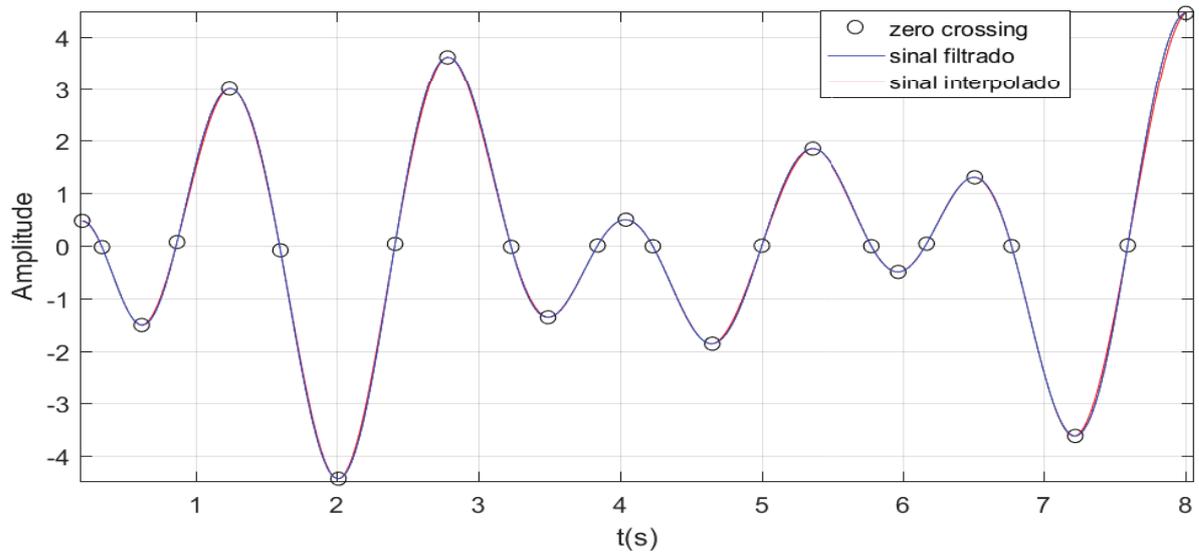


Figura 68 – Sinal 2 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).

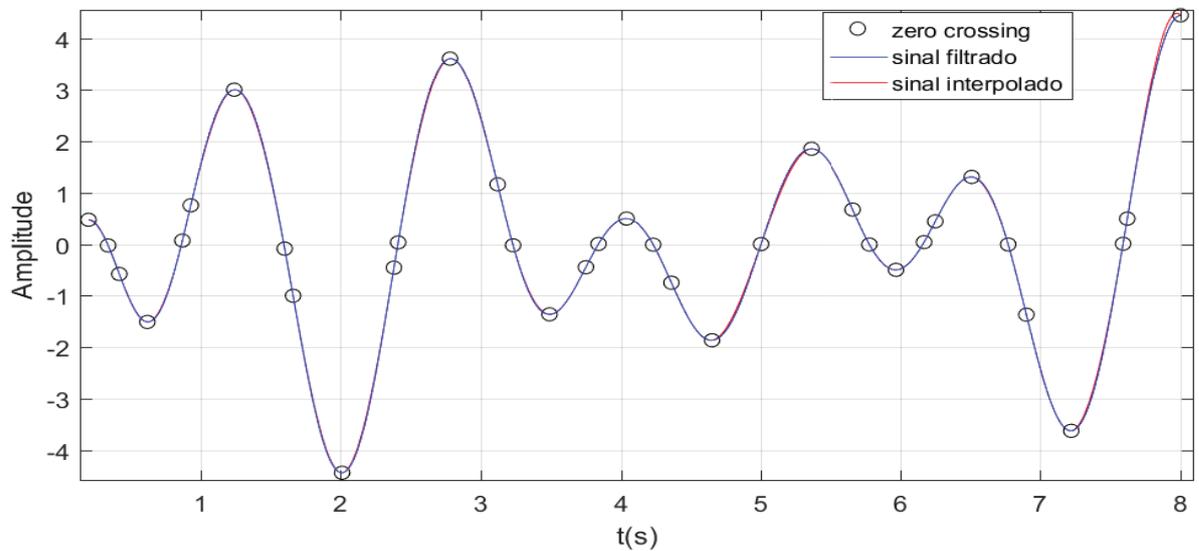


Figura 69 – Sinal 2 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).

Para o sinal 4, até a 2ª derivada a resposta a interpolação é quase ideal, o sinal original é quase sobreposto ao sinal interpolado. Com o acréscimo da 3ª derivada, surgem muitos outros pontos de amostragem, sendo que a resposta à interpolação permanece quase inalterada.

Ao comparar o método utilizado (ver Fig. 77) com o *splin* cúbico utilizado em SOLOV-

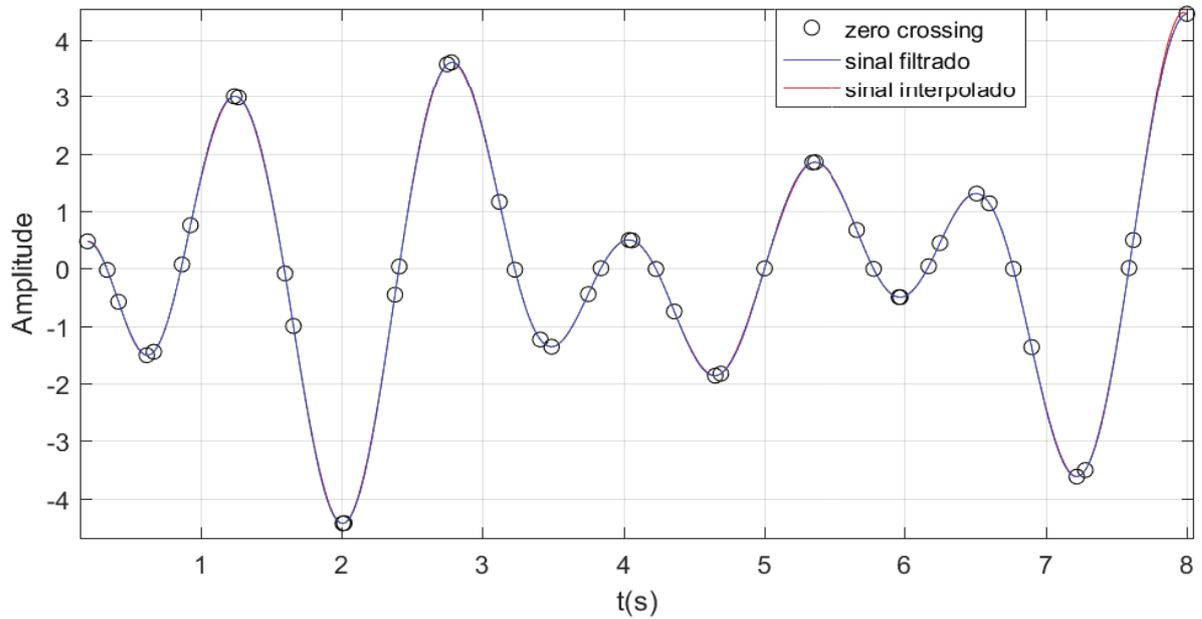


Figura 70 – Sinal 2 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas (círculos).

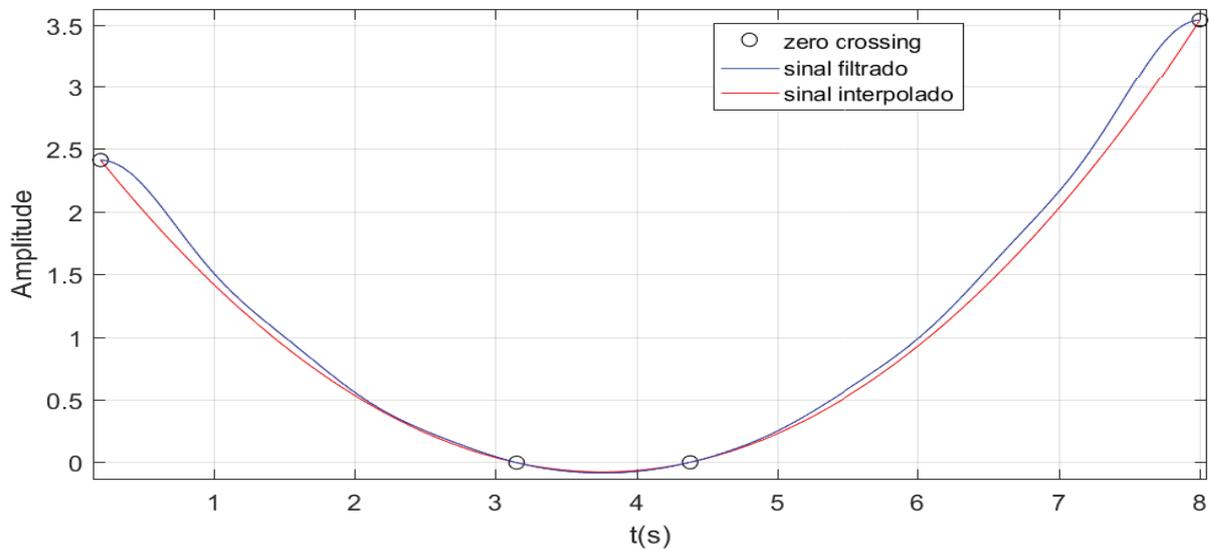


Figura 71 – Sinal 3 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).

JOVA (2010), percebe-se uma pequena melhora na qualidade da interpolação no resultado obtido nesta dissertação. Isto ocorreu devido ao fato de serem acrescentados os cruzamentos por zero reais, além dos zeros das duas primeiras derivadas. Foram amostrados mais pontos devido ao filtro não ser a função *sinc* ideal, e possuir um *overshoot* na frequência de corte,

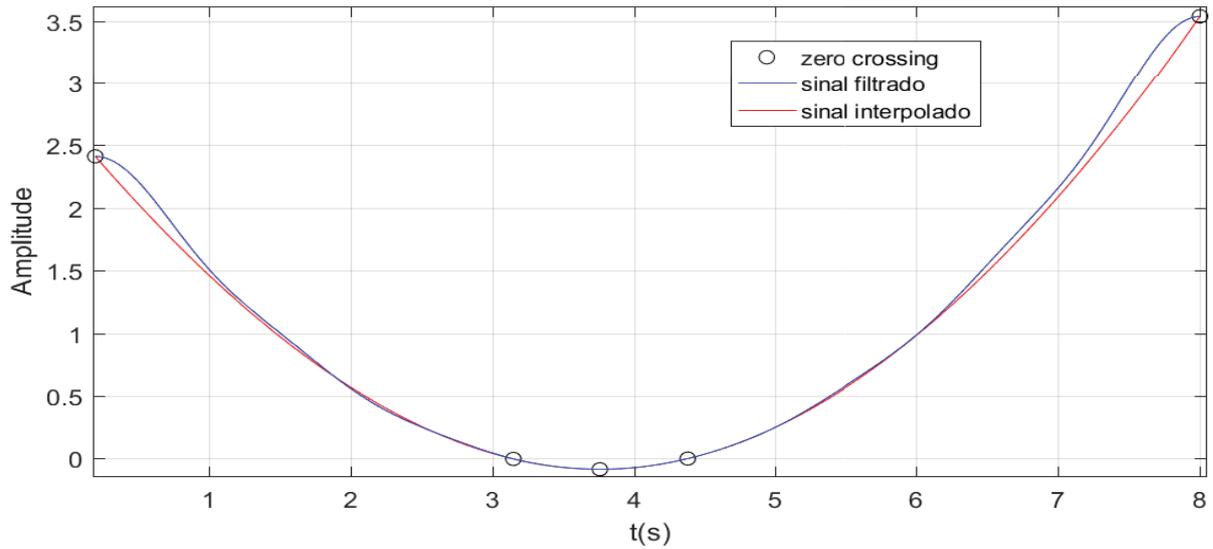


Figura 72 – Sinal 3 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).

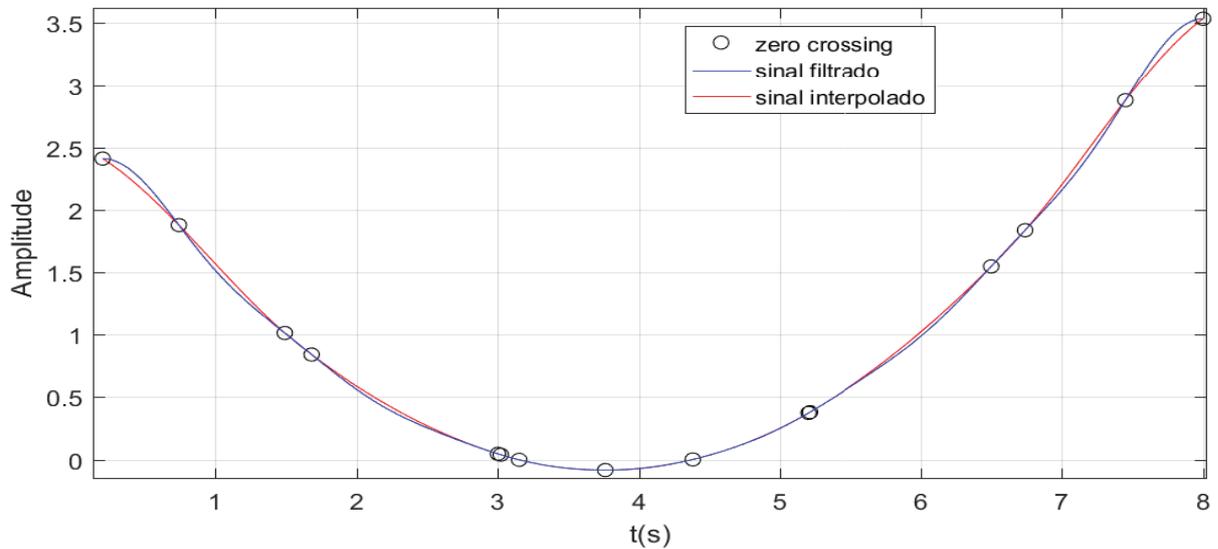


Figura 73 – Sinal 3 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).

o que gera pequenas oscilações no espectro de amplitude nas proximidades da frequência de corte, e acrescenta variações de baixa amplitude no sinal filtrado.

O sinal 5 possui EQM de 0,0032 na interpolação dos zeros reais e da 1ª derivada, e somente com alguns pontos amostrados. Com o acréscimo da 2ª e 3ª derivadas a qualidade da interpolação o EQM é reduzido, porém, ocorrem muitos pontos de amostragens. Isto

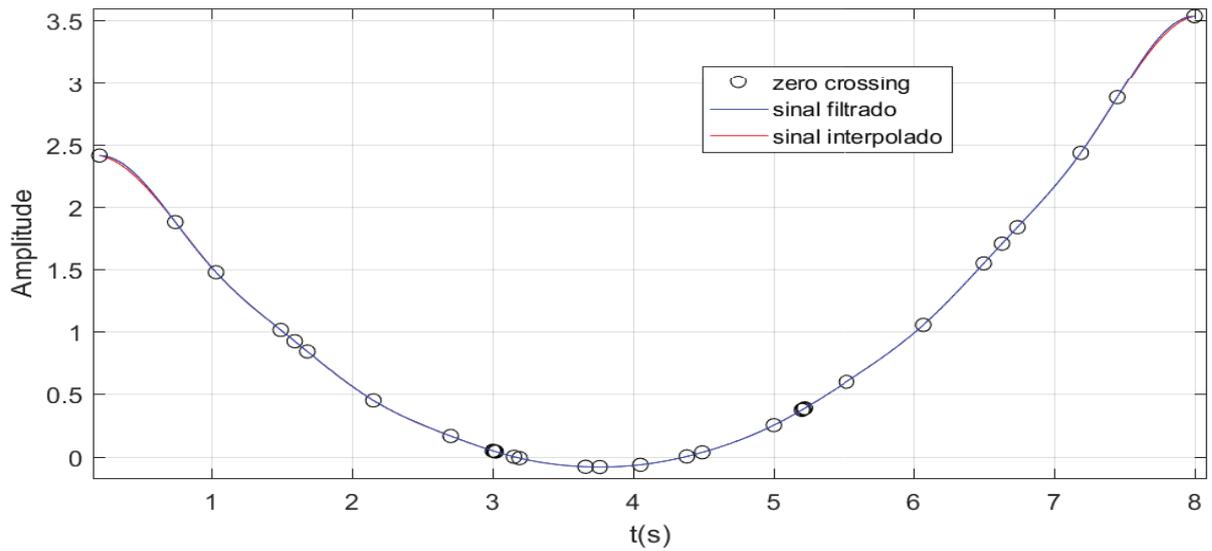


Figura 74 – Sinal 3 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas (círculos).

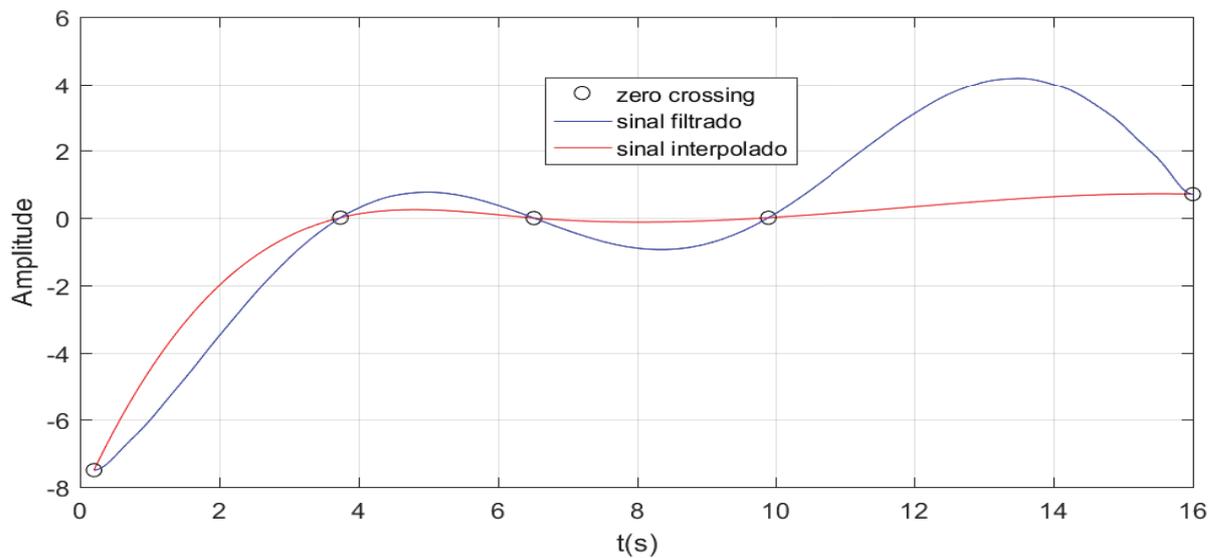


Figura 75 – Sinal 4 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).

ocorreu devido à variação em amplitude do sinal possuir dimensões muito próximas do ruído originados pelos erros de truncamento e arredondamento na modelagem. Uma alternativa para solucionar este problema seria o emprego de um filtro *antialiasing* de ordem mais elevada.

Analisando as Tabelas 6 e 7, os melhores resultados relacionados ao EQM são as

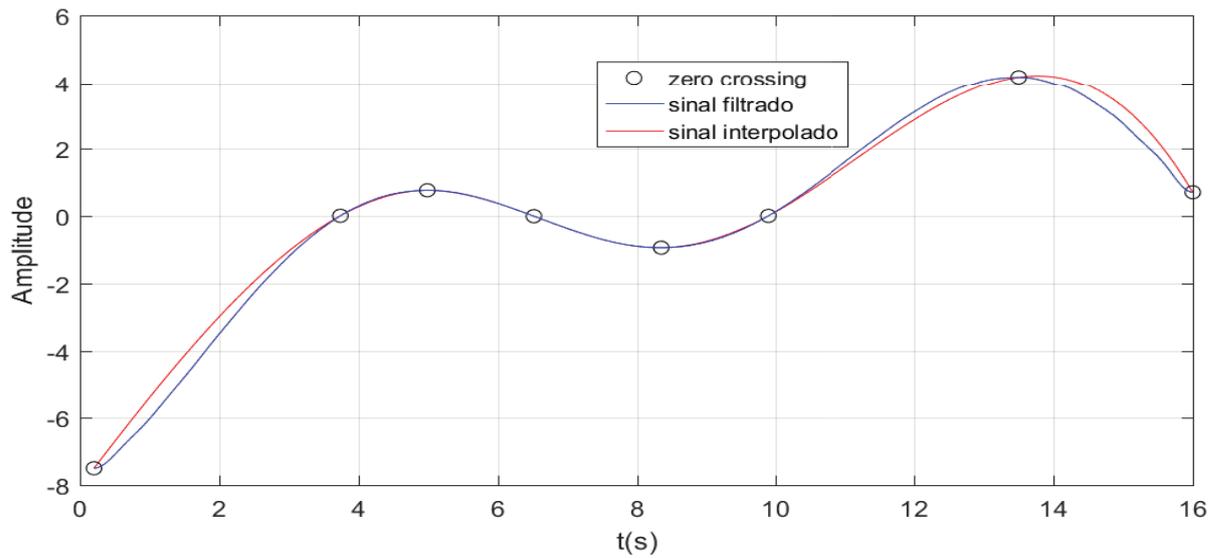


Figura 76 – Sinal 4 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).

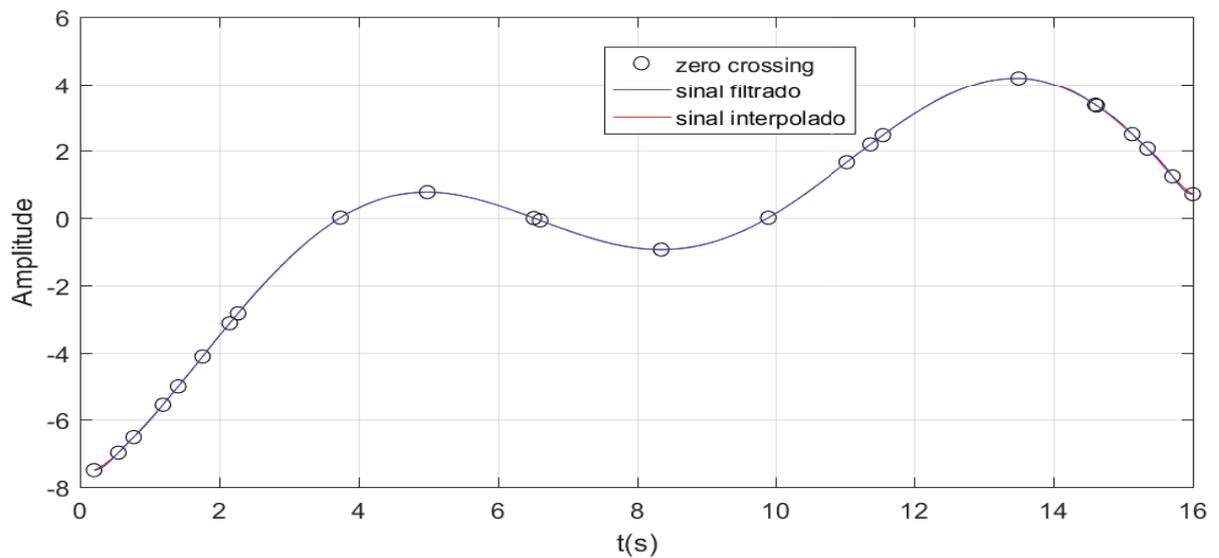


Figura 77 – Sinal 4 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).

interpolação por zeros reais e das duas e três primeiras derivadas do sinal. E de acordo com o teorema de Gauss-Lucas, e a informação contida em TITCHMARSH (1939) sobre a repetição dos zeros de ordem múltipla do polinômio, é possível perceber que ao acrescentar os zeros da 3ª derivada, os pontos de amostragem ora se repetem, ora ficam próximos uns aos outros. Como neste trabalho busca-se uma solução para o problema de alto consumo

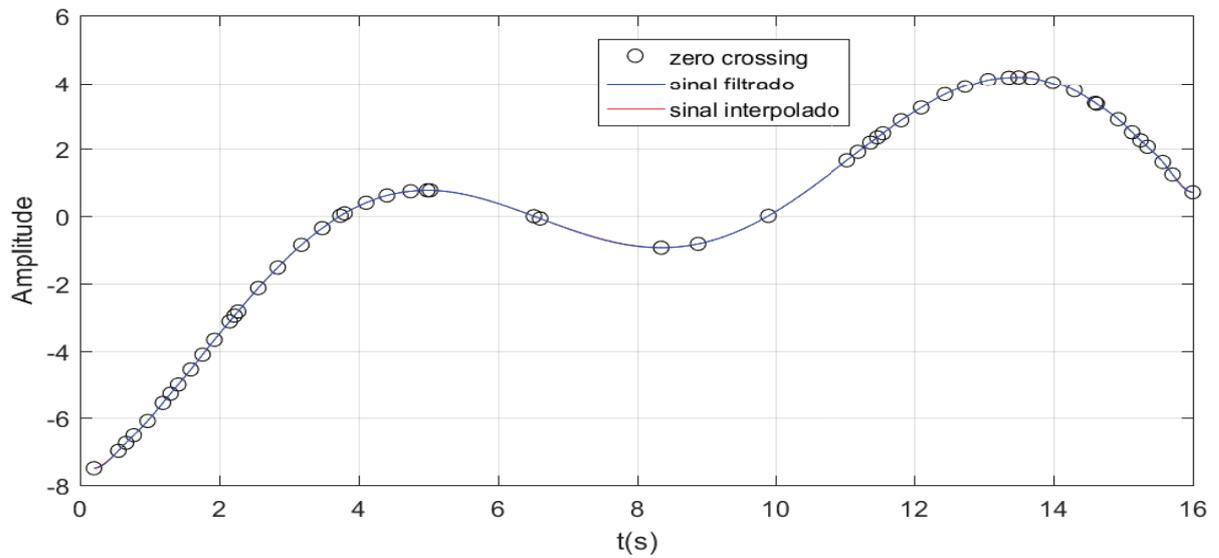


Figura 78 – Sinal 4 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas (círculos).

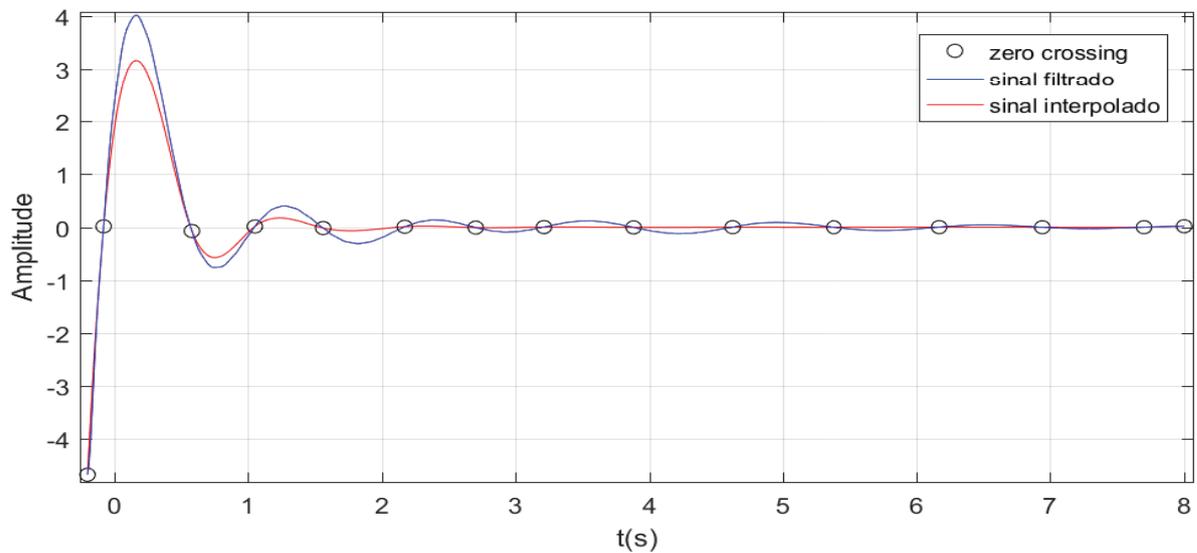


Figura 79 – Sinal 5 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais (círculos).

energético no *Sample and Hold*, aliado à uma boa qualidade da reconstrução, ao cruzar as informações das Tabelas 6 e 7, juntamente com os gráficos que foram expostos nos capítulos anteriores e neste, a relação que obteve melhor custo-benefício é a amostragem por zeros reais e as duas primeiras derivadas do sinal.

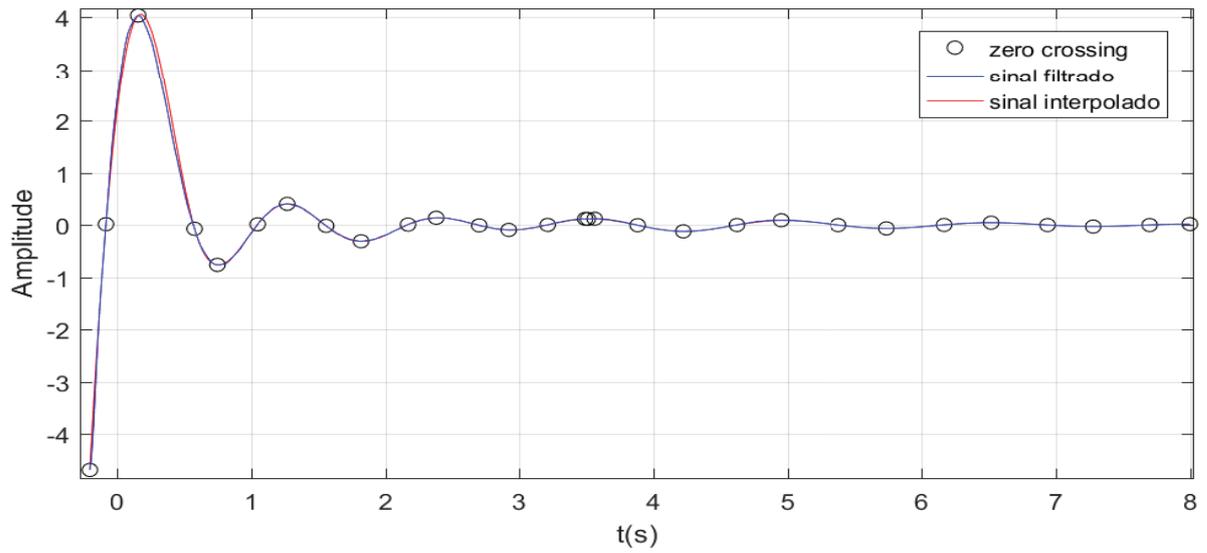


Figura 80 – Sinal 5 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e da 1ª derivada (círculos).

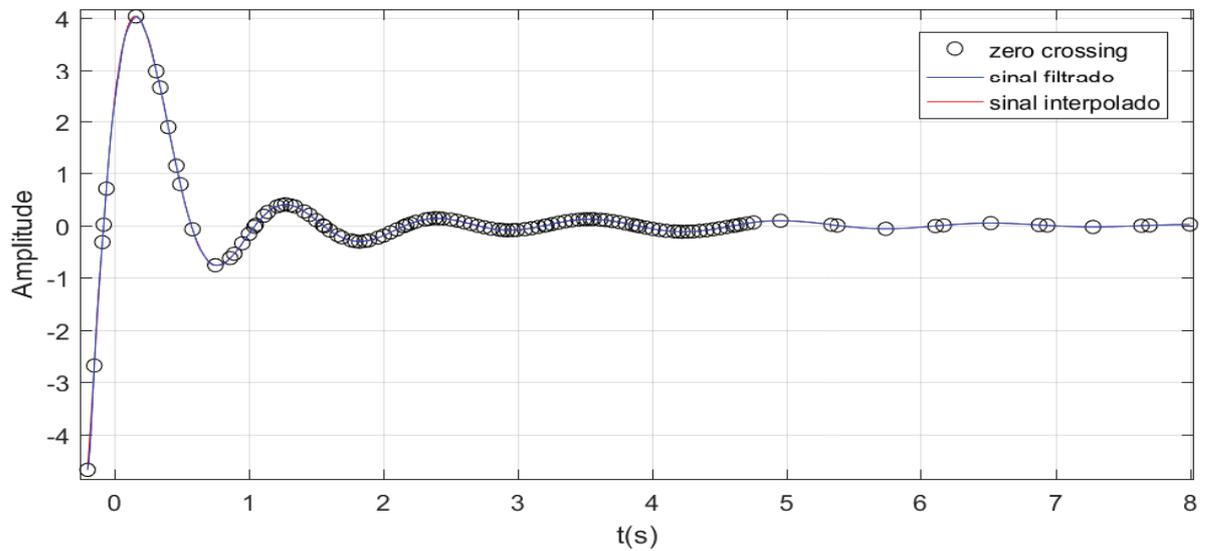


Figura 81 – Sinal 5 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 2 primeiras derivadas (círculos).

Tabela 7 – Erro Quadrático Médio dos zeros reais e até a 3ª derivada.

Sinal	zeros reais	com 1 derivada	com 2 derivadas	com 3 derivadas
1	2,5627	0,2851	0,0059	0,0043
2	3,0714	0,0061	0,0041	0,0038
3	0,0222	0,0168	0,0089	0,0078
4	2,7243	0,0618	0,0013	0,0015
5	0,0314	0,0032	$2,13 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$
Média	1,6824	0,0746	0,0041	0,0035

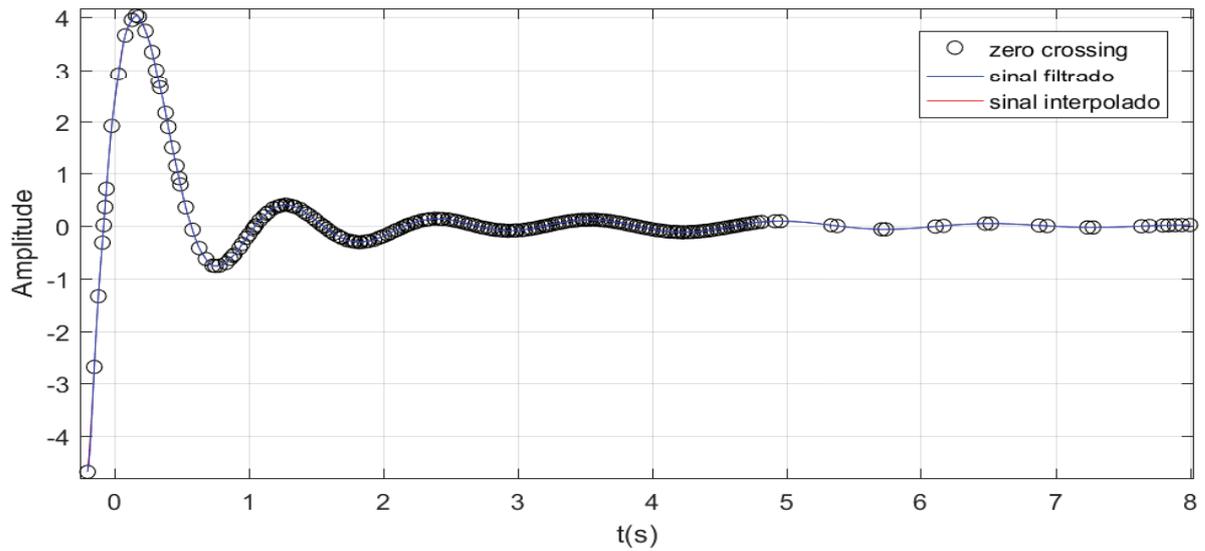


Figura 82 – Sinal 5 antes da amostragem, e interpolado depois da amostragem por zeros reais e das 3 primeiras derivadas (círculos).

Com vistas ao que foi exposto aqui, de agora em diante, o *Zero Crossing* que será utilizado para as demais análises será aquele que amostra somente os zeros reais e as duas primeiras derivadas do sinal.

Porém, esta solução não é definitiva e cada aplicação pode requerer que sejam encontrados mais zeros das derivadas, ou um EQM menor.

Como um dos objetivos deste trabalho é o fornecimento de um estudo da viabilidade de implementar um A-ADC que empregue a amostragem por *Zero Crossing*, na seção seguinte será feito um estudo da resposta dos três métodos de amostragem quando sujeitos a ruído gaussiano branco.

5.7 Amostragens com ruído aditivo

O ruído que foi adicionado nos sinais analógicos é o ruído gaussiano branco, que foi escolhido por ser o mais utilizado em modelagem de sinais interferente em sinais práticos. Foram escolhidos os sinais 1 e 5, já que pela análise da Tabela 10 eles demonstraram resultados dispares do esperado na quantidade de amostragens para os três métodos de amostragem. Para estes sinais foram analisados o Erro Quadrático Médio do sinal após a adição do ruído e a quantidade de amostragens com a variação de intensidade de ruído aditivo. A relação entre a energia do sinal puro e a energia do ruído gaussiano de média nula é a SNR.

Nas Figs. 83 e 84 foram excluídos alguns *outliers*, devido a ocorrerem muito distantes da escala de plotagem. O EQM da abordagem síncrona tem a resposta um pouco melhor que

as outras abordagens em boa parte do intervalo de SNR destes gráficos. Isto é explicado pela grande quantidade de pontos de amostragem que são fornecidos ao interpolador por esta abordagem. O método proposto demonstrou superioridade na maior parte dos gráficos EQM *vs* SNR em relação ao *Level Crossing* para os dois sinais analisados.

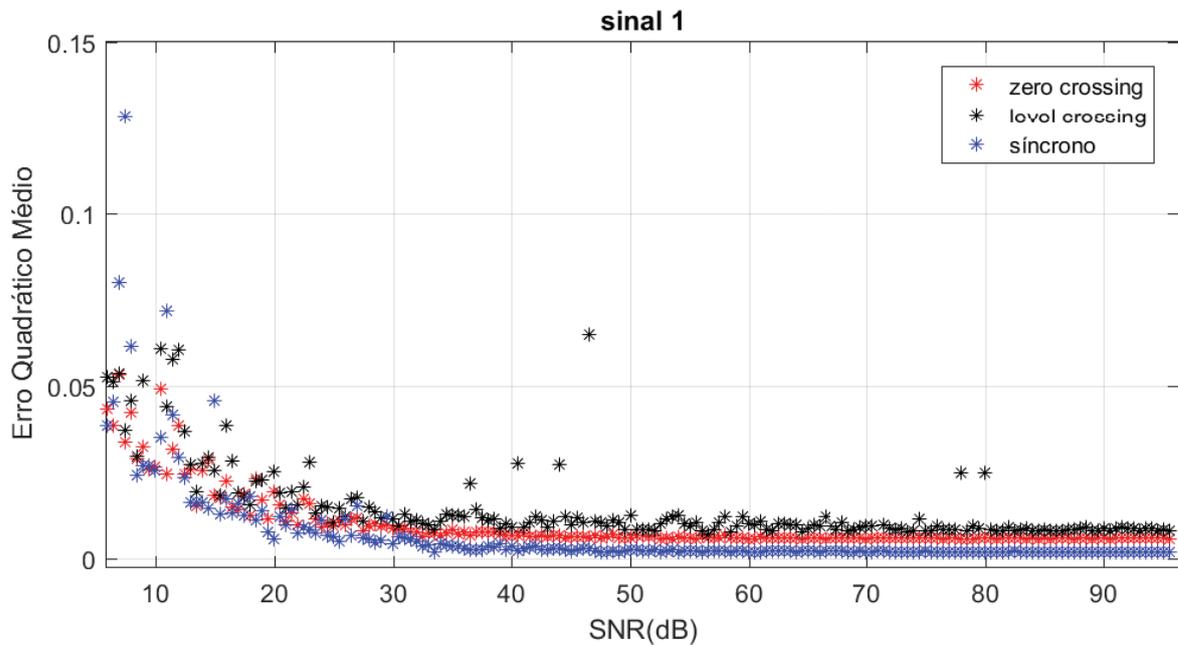


Figura 83 – Gráfico do Erro Quadrático Médio *vs* SNR do sinal 1 com ruído aditivo nas abordagens síncrona, por *Level Crossing* e *Zero Crossing*.

Analisando a Fig. 85, para o sinal 1 o *Zero Crossing* proposto amostrou em menor quantidade que as outras abordagens. Isto deve-se ao fato que para este método de amostragem para grandes variações de amplitude somente são amostrados os pontos de máximo/mínimo e inflexão, e caso ocorram, os cruzamentos por zero reais. O *Level Crossing* pode ter amostrado muito mais devido às elevadas variações de amplitude do sinal 1.

A amostragem síncrona amostrou em maior quantidade que as outras duas abordagens para o sinal 5, e permaneceu contínua com relação a variação da SNR. Isto ocorreu devido à quantidade de amostragens ser proporcional à máxima componente em frequência do sinal sem o ruído. O impacto do ruído na abordagem síncrona somente é percebido na quantização, ou no resultado da interpolação.

O sinal 5 foi bastante amostrado pela abordagem síncrona, seguido do *Zero Crossing* e *Level Crossing*, respectivamente. O *Zero Crossing* amostrou em maior quantidade que o *Level Crossing*, porém de acordo com a Fig. 84 o erro do processo de reconstrução foi menor que o *Level Crossing* em boa parte do intervalo de SNR gráfico. O *Zero Crossing* amostrou com mais intensidade para este sinal devido às variações de amplitude dele possuírem a mesma proporção do ruído aditivo. O *Level Crossing* amostrou menos devido ao fato que o

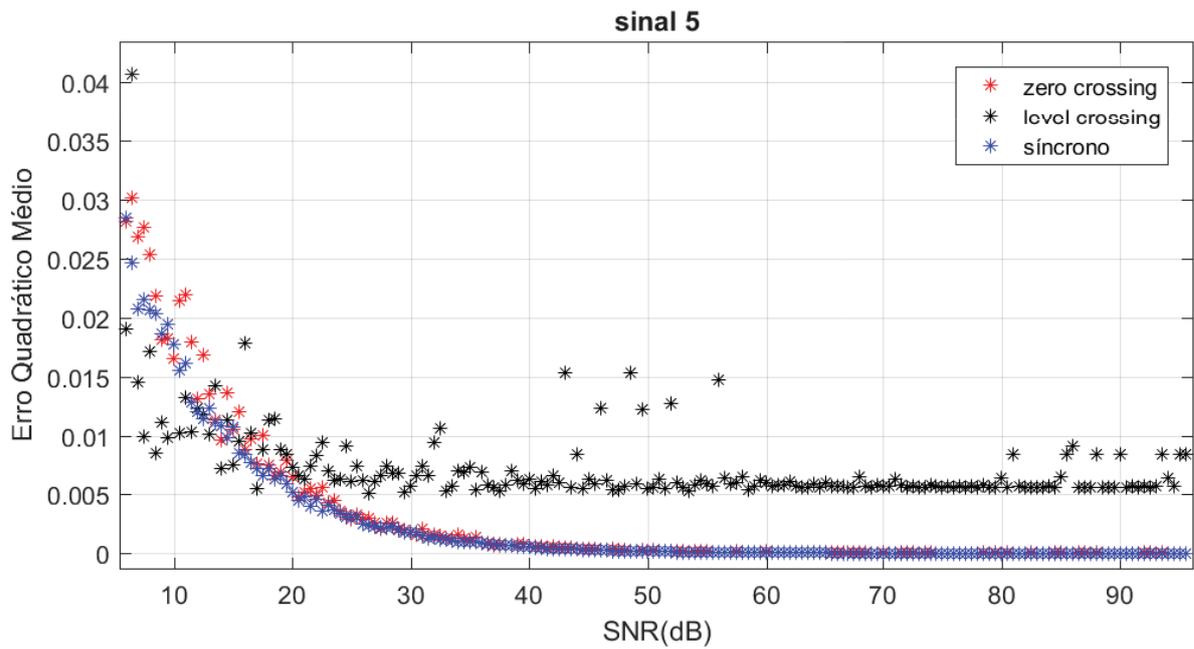


Figura 84 – Gráfico do Erro Quadrático Médio *vs* SNR do sinal 5 com ruído aditivo nas abordagens síncrona, por *Level Crossing* e *Zero Crossing*.

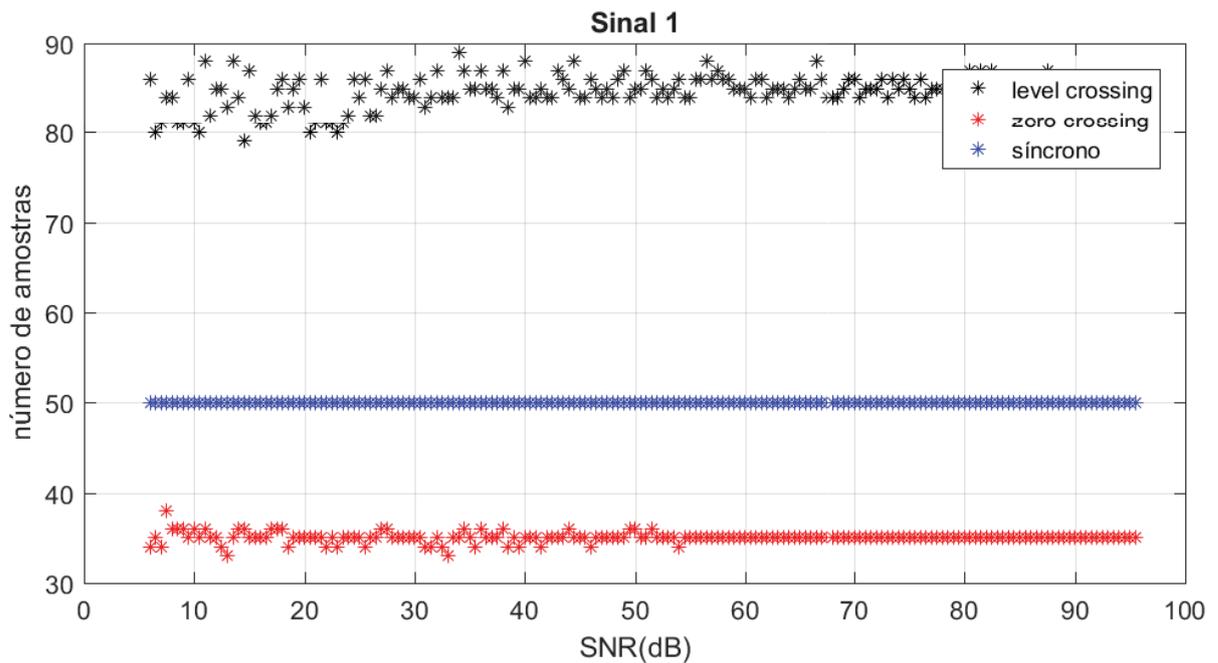


Figura 85 – Gráfico da quantidade de amostras *vs* SNR do sinal 1 com ruído aditivo nas abordagens síncrona, por *Level Crossing* e *Zero Crossing*.

ruído somente tem um forte impacto nesta abordagem se ele possuir magnitude da ordem de grandeza dos níveis de cruzamento.

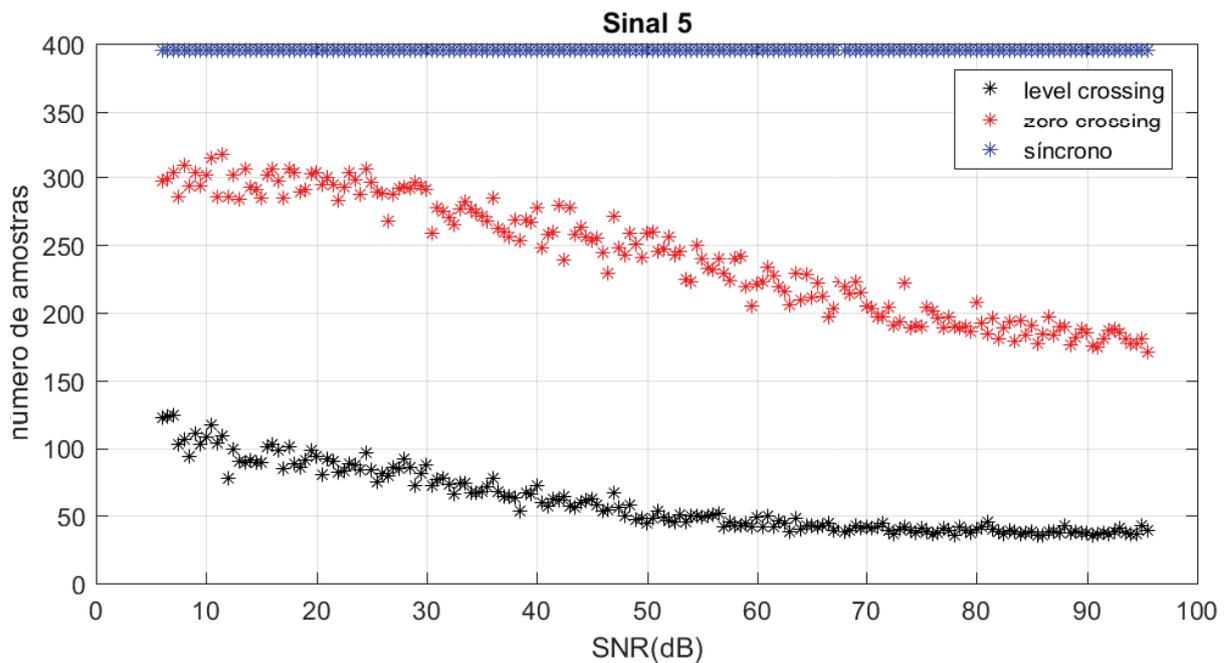


Figura 86 – Gráfico da quantidade de amostras *vs* SNR do sinal 5 com ruído aditivo nas abordagens síncrona, por *Level Crossing* e *Zero Crossing*.

Visando a constatação se o método proposto realmente funciona para aplicações específicas, como em sinais de eletrocardiograma, na seção seguinte será feito um estudo comparativo da quantidade de amostragens e qualidade da interpolação dos três métodos para o sinal de eletrocardiograma de um paciente com taquicardia, que pode ser encontrado em INSTRUMENTATION (2002).

5.8 Estudo de caso para um sinal de eletrocardiograma (ECG)

O eletrocardiograma é um método de diagnóstico responsável por detectar se há a presença de alguma enfermidade no coração. Ele é muito utilizado em serviços de urgência, e a análise é feita baseado no funcionamento elétrico do coração (VILASEÑOR, 2008).

Realizando o exame de eletrocardiograma (ECG) é possível detectar arritmias, palpitações, ou até mesmo infarto do miocárdio. Este exame deve ser realizado anualmente a partir dos 40 anos de idade (ABCMED, 2013).

Uma das enfermidades detectáveis através de eletrocardiograma *taquicardia*, que é o batimento acelerado do coração, *i.e.* acima de 100 batimentos por minuto. Ela pode ocorrer quando a pessoa faz exercícios físicos intensos, ou toma algum susto. Mas também pode estar relacionado com outras doenças pulmonares, hipertireoidismo ou hipoglicemia (PINHEIRO, 2009).

Com vistas na verificação da aplicabilidade do método proposto, em comparações às

abordagens síncrona e por *Level Crossing*, nesta seção é utilizado o sinal de ECG de um paciente com taquicardia, que pode ser encontrado em INSTRUMENTATION (2002).

De acordo com INSTRUMENTATION (2002) este sinal de eletrocardiograma foi amostrado a uma taxa de 720 Hz, com uma resolução de 12 bits, como está ilustrado na Fig. 87.

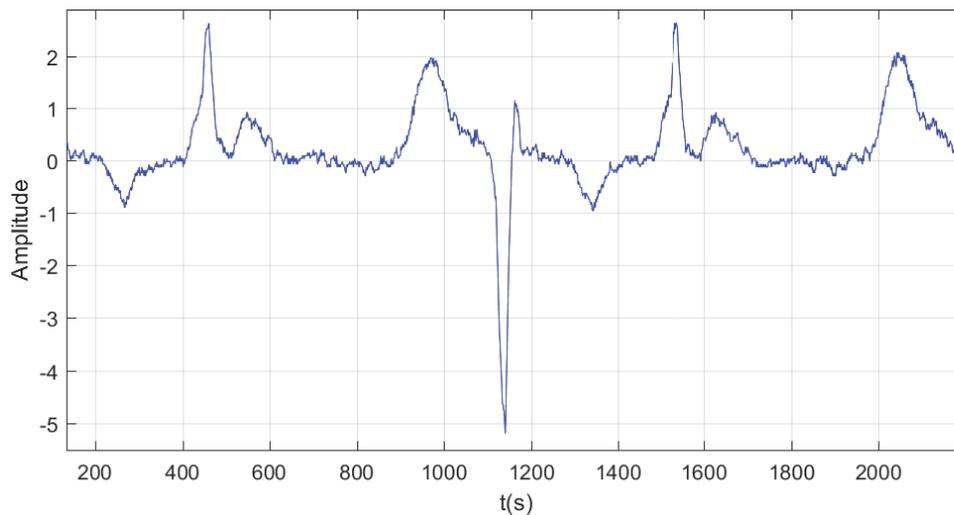


Figura 87 – Sinal original de um eletrocardiograma de uma pessoa com taquicardia.

Antes de submeter o sinal de eletrocardiograma a cada uma das abordagens estudadas neste trabalho, o sinal de ECG foi filtrado por um passa baixa passivo *sinc* truncado. Na seção seguinte são demonstradas como ocorreram as amostragens dos três métodos abordados.

5.8.1 Amostragens do ECG

A amostragem do sinal de ECG da abordagem síncrona foi bastante coerente com o sinal, ocorrendo muitas amostragens em regiões com grandes oscilações em amplitude, e com poucas aquisições onde a amplitude comporta-se de forma semelhante a uma reta.

Entretanto, uma característica marcante deste método de amostragem é a grande quantidade de amostragens periódicas do sinal no intervalo de tempo analisado.

Na abordagem por *Level Crossing* ocorreram muitas amostragens em variações de amplitude elevadas, o que possivelmente garantiria uma boa resposta a interpolação nestes instantes. Porém, ocorrem poucas aquisições nas regiões de baixa amplitude do sinal de ECG. Tal fato implicaria em uma resposta à interpolação não muito coerente com o sinal original.

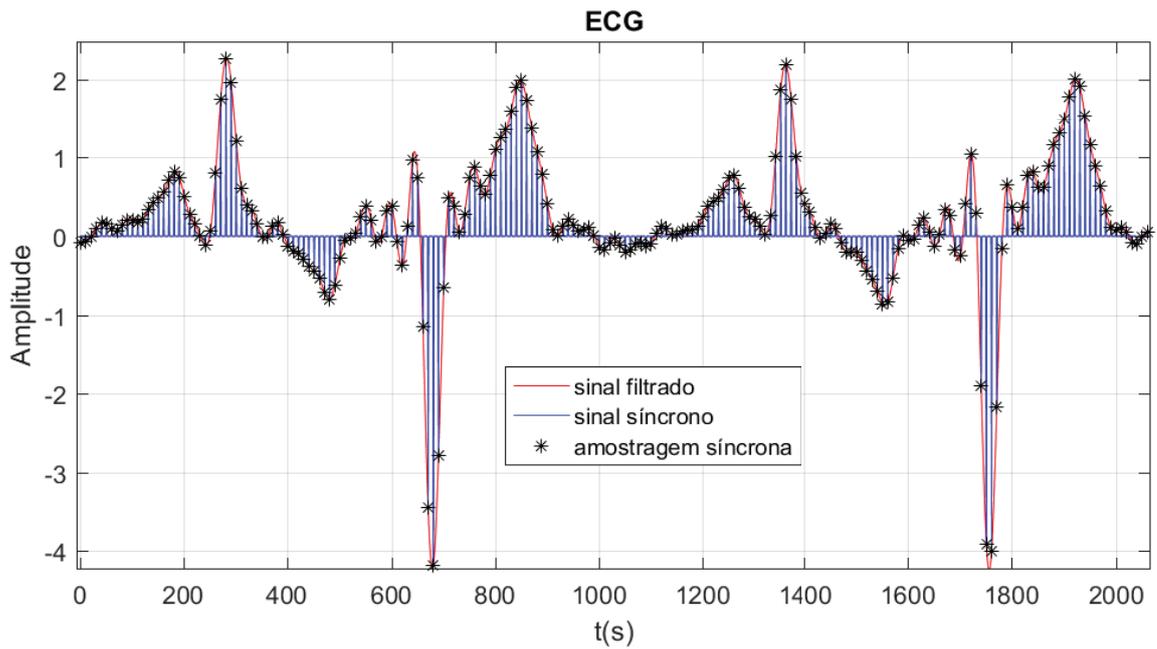


Figura 88 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia e amostrado de forma síncrona.

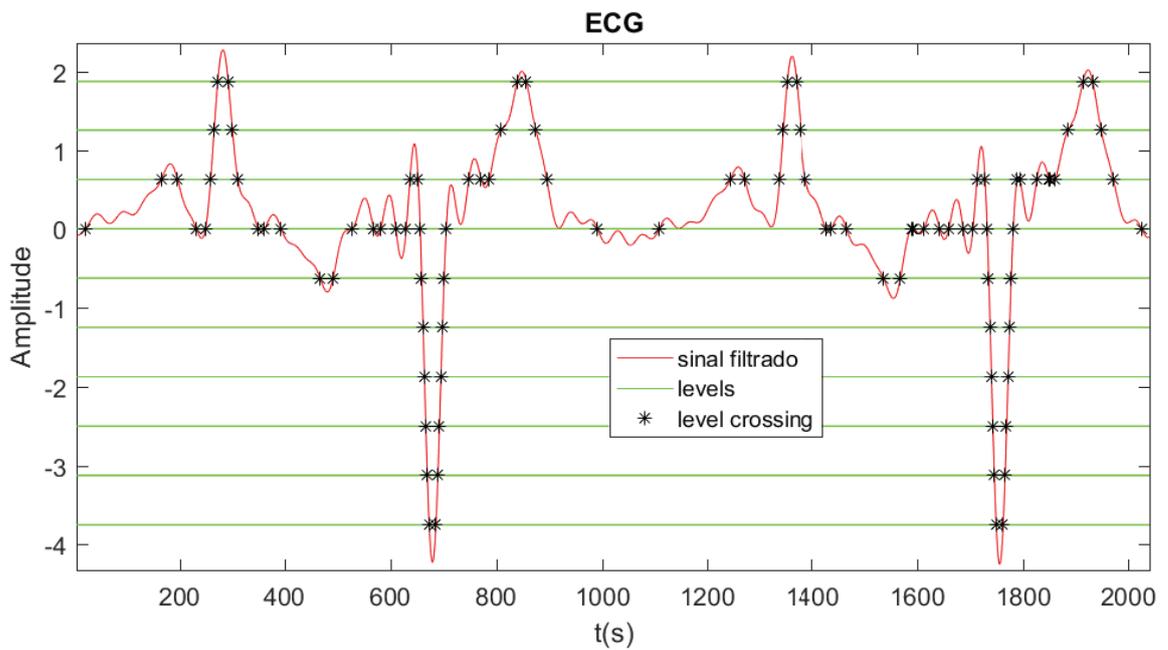


Figura 89 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia e amostrado por *Level Crossing*.

Na abordagem por *Zero Crossing*, o sinal é bastante amostrado em oscilações de baixa amplitude, visto que são as informações mais importantes do sinal de ECG, como pode

ser percebido em Fig. 87. E para variações de amplitude elevadas, somente os pontos de inflexão e de máximo/mínimo são amostrados. Os pontos de máximo são importantes no diagnóstico de enfermidades no coração (VILASEÑOR, 2008).

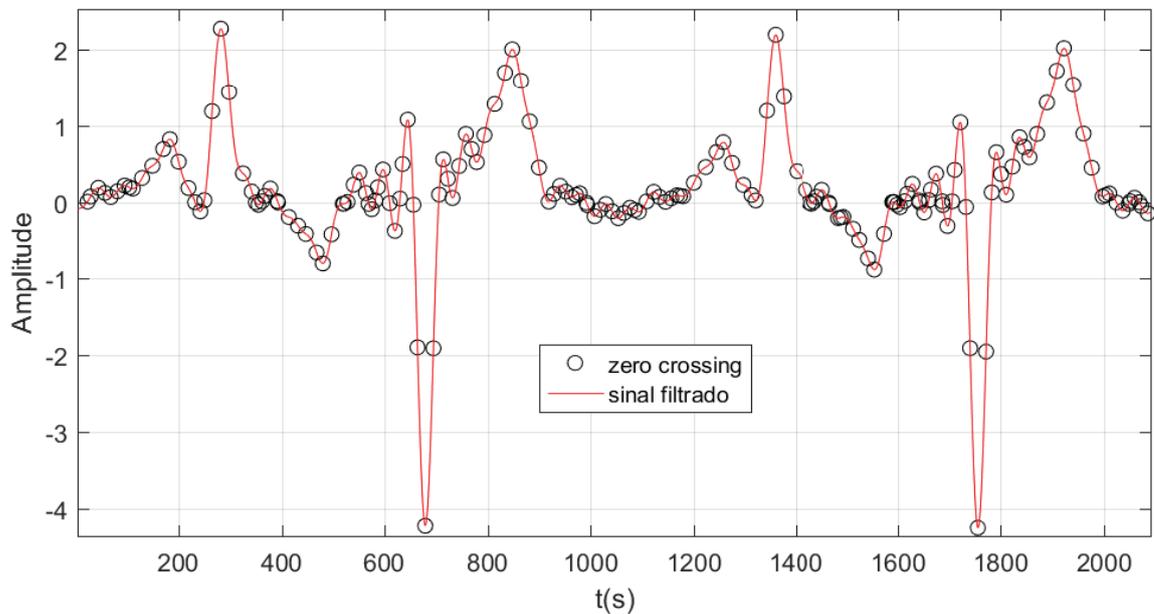


Figura 90 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia e amostrado por *Zero Crossing*.

A Tabela 8 demonstra resumidamente a quantidade de amostragens de cada um dos três métodos de amostragem abordados neste trabalho. Pode-se perceber que o *Level Crossing* amostrou em menor quantidade do que os métodos de amostragem síncrono e por *Zero Crossing*.

Tabela 8 – Quantidade de amostragens nos três métodos de amostragem abordados.

ECG	Síncrona	<i>Level Crossing</i>	<i>Zero Crossing</i>
Amostragens	720	351	635

Na seção seguinte é analisada a qualidade da resposta à interpolação por *spline* cúbica dos métodos de amostragem síncrona, por *Level Crossing* e *Zero Crossing*.

5.8.2 Erro Quadrático Médio para o sinal de ECG

A amostragem síncrona (ver Fig. 91) apresentou resposta à interpolação por *spline* cúbica para o sinal de ECG bastante satisfatória, e o sinal interpolado está quase sobreposto ao sinal original.

Na abordagem por *Level Crossing* (Fig. 92), a interpolação por *spline* cúbica apresentou boa qualidade nas regiões de amplitude em alta frequência, com o sinal interpolado

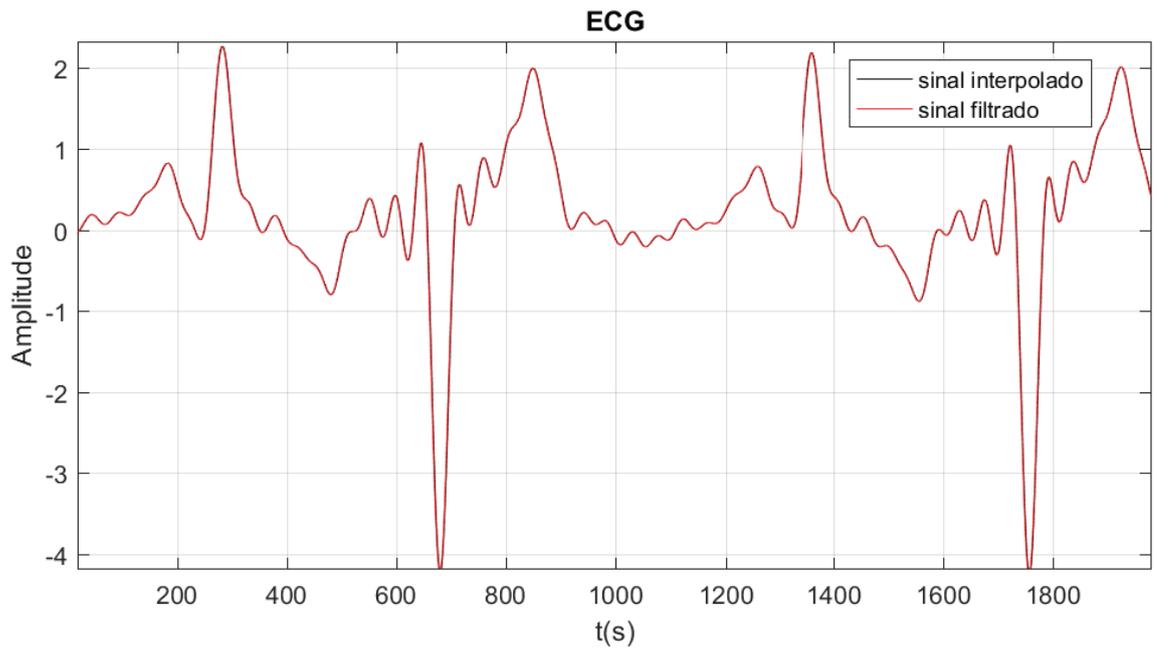


Figura 91 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia amostrado de forma síncrona e interpolado por spline.

sobreposto ao sinal de ECG filtrado. Entretanto, como característica desta abordagem, nas regiões de variação em baixas amplitudes a resposta não foi satisfatória.

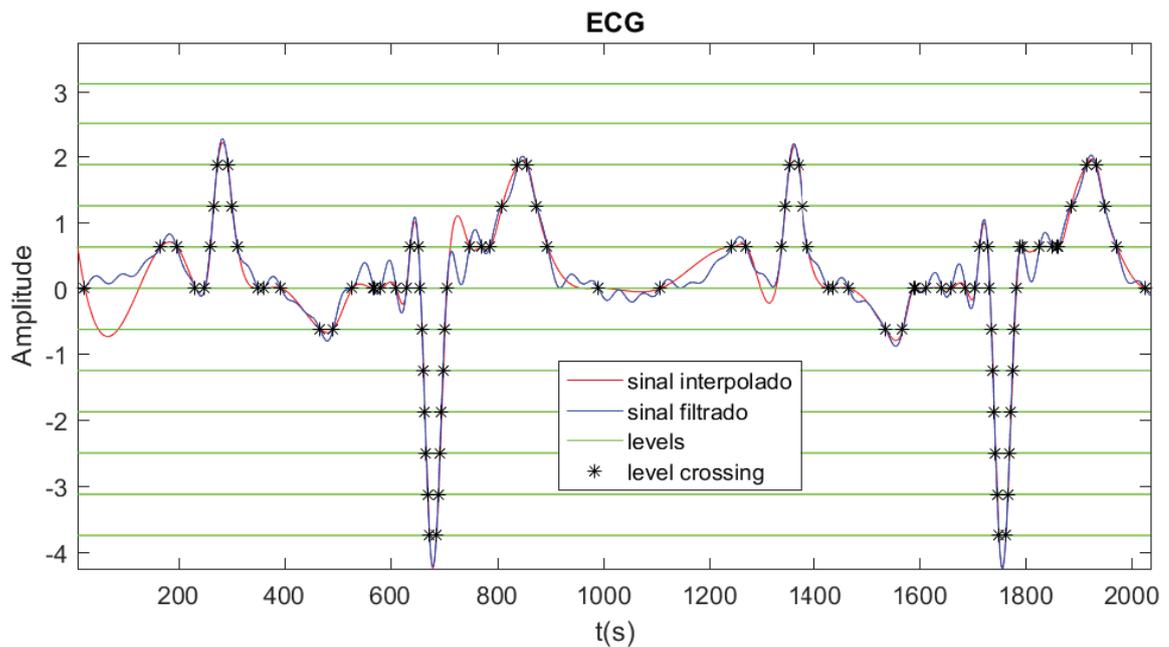


Figura 92 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia amostrado por *Level Crossing* e interpolado por spline.

Para o método de amostragem por *Zero Crossing*, o sinal interpolado por *spline* cúbica foi sobreposto ao sinal filtrado em praticamente todo o intervalo ilustrado na Fig. 93.

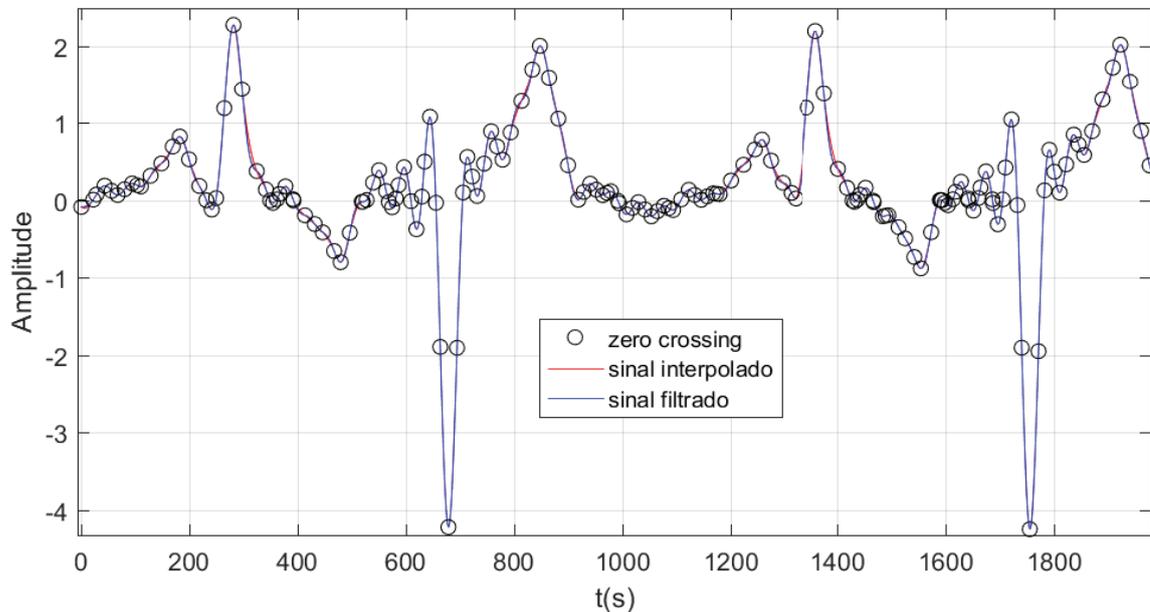


Figura 93 – Sinal filtrado de ECG de uma pessoa com taquicardia amostrado por *Zero Crossing* e interpolado por spline.

A Tabela 9 demonstra o EQM dos três métodos de amostragem abordados nesta seção. O menor valor de EQM foi da amostragem síncrona, o que era esperado visto que ele amostrou muitos pontos corretos do sinal de ECG. O *Level Crossing* amostrou em pequena quantidade para as oscilações em baixa amplitude do sinal, portanto era esperado um EQM maior. O *Zero Crossing* teve um EQM apenas um pouco maior que a amostragem síncrona, e muito menor que o *Level Crossing*.

Tabela 9 – Erro Quadrático médio para o sinal de ECG com taquicardia nos três métodos de amostragem.

ECG	Síncrona	<i>Level Crossing</i>	<i>Zero Crossing</i>
EQM	0,0025	0,0357	0,0029

Este capítulo encerra-se com a seção que faz um resumo geral dos resultados que foram gerados para as amostragens síncrona, *Level Crossing* e *Zero Crossing*.

5.9 Resultado das Comparações

Os valores das amostragens e Erro Quadrático Médio dos sinais ilustrados nas seções de 5.1 e 5.6 para as três abordagens estão expostos de forma sucinta nas Tabelas 10 e

11. Para estas análises não foi adicionado ruído, estando presente apenas o ruído inerente a erros de truncamento e arredondamento da modelagem. O *Zero Crossing* amostrou em menor quantidade que a abordagem síncrona para três dos cinco sinais analisados. E, analisando individualmente cada sinal na comparação daquele com o *Level Crossing*, o *Zero Crossing* tem a resposta um pouco mais satisfatória.

Tabela 10 – Número de amostras de cada uma das três abordagens.

Sinal	Síncrono	<i>Level Crossing</i>	<i>Zero Crossing</i>
1	50	84	35
2	54	81	36
3	35	10	15
4	114	26	24
5	395	36	118
Média	129,6	47,4	45,6

Analisando as Tabelas 8 e 10 é possível afirmar que a abordagem síncrona amostrou, na média, 284% mais que o *Zero Crossing* e 273% amostragens a mais que o *Level Crossing*. O que já era esperado de acordo com a teoria.

O Erro Quadrático Médio da abordagem síncrona foi, na média, 96% menor que o *Level Crossing*, e 37% menor que o *Zero Crossing* conforme o esperado, visto que a abordagem síncrona amostrou em maior quantidade que as amostragens por *Level Crossing* e *Zero Crossing*. O EQM do *Zero Crossing* foi inferior ao *Level Crossing*, o que evidencia a boa resposta dessa abordagem à interpolação *spline*.

Tabela 11 – Erro Quadrático Médio da reconstrução de cada uma das três abordagens.

Sinal	Síncrono	<i>Level Crossing</i>	<i>Zero Crossing</i>
1	0,002	0,0084	0,0059
2	0,0022	0,0061	0,0041
3	0,0069	0,0119	0,0089
4	$1,6542 \cdot 10^{-5}$	0,0055	0,0013
5	$3,1600 \cdot 10^{-7}$	0,0062	$2,13 \cdot 10^{-04}$
Média	0,0030	0,076	0,0041

Em relação ao sinal de ECG, o EQM da amostragem síncrona foi inferior as outras duas abordagem, porém amostrou em maior quantidade para este sinal. Relacionando os dados das Tabelas 8 e 9, é possível perceber que o *Zero Crossing*, apesar de ter amostrado em maior quantidade do que o *Level Crossing*, possui a resposta à interpolação melhor do que a amostragem por cruzamento de níveis.

Relacionando os dados das Tabelas 10 e 11 observa-se que para os sinais em que o *Zero Crossing* amostrou em maior quantidade que o *Level Crossing*, o EQM foi inferior à esta última. Isto deve-se ao fato que os pontos de inflexão e máximo/mínimo são sempre amostrados no *Zero Crossing*, e o ruído parece ter ajudado na resposta já que com a sua presença mais pontos são amostrados nesta abordagem.

Em virtude de não ter sido feito um projeto para cada sinal amostrado por *Level Crossing*, de acordo com o que foi especificado no Capítulo 2.2, pode ter acontecido que para alguns sinais modelados pela abordagem por *Level Crossing*, podem ter ocorrido amostragens em maior quantidade. O que seria uma desvantagem numérica em relação às outras abordagens, porém, seguindo esta lógica, o EQM desta abordagem deveria ter obtido um valor menor que as amostragens síncrona e por *Zero Crossing*, visto que quanto mais pontos corretos são amostrados e fornecidos a um método de interpolação, melhor é o resultado. Entretanto, não foi isto que aconteceu, como pode ser observado nas Tabelas 10 e 11 o que evidencia o caráter promissor do *Zero Crossing* sobre os outros dois métodos de amostragem analisados.

No próximo capítulo será feita a conclusão do trabalho e com sugestões de trabalhos futuros para outros pesquisadores que tenham interesse no tema desta dissertação.

6 Conclusões

No presente trabalho foi sugerido uma nova forma de amostragem assíncrona, baseada na proposta de VOELCKER (1966), o *Zero Crossing*. Foi feito um estudo comparativo entre este método de amostragem, da abordagem mais utilizada da atualidade, a amostragem síncrona, e a mais estudada das últimas décadas, o *Level Crossing*.

VOELCKER (1966) quando demonstrou o *Zero Crossing*, propôs que fossem calculadas todas as n -ésimas derivadas do sinal analógico, para amostrá-lo. Porém, de acordo com o Teorema de Gauss-Lucas, nas informações contidas em TITCHMARSH (1939), nos resultados de simulação apresentados neste trabalho, e tendo uma relação de compromisso entre qualidade da reconstrução e consumo energético, foi constatado que para os sinais analisados, no máximo somente é preciso calcular até a segunda derivada, além dos zeros reais, para obter uma resposta com boa qualidade à interpolação.

Ao comparar a interpolação por spline cúbica obtida neste trabalho com a de SOLOVJOVA (2010), percebe-se que aqui foi obtido uma melhora na resposta à interpolação para o sinal analisado. A isto atribui-se o fato de terem sido amostrados os zeros reais, além dos zeros das 1ª e 2ª derivadas, e do início e término do intervalo do sinal.

Para verificar a aplicabilidade do método proposto, foram feitas simulações para alguns sinais sintéticos e foram utilizadas as métricas de quantidade de amostragem, qualidade da interpolação (EQM) e o comportamento da SNR perante diferentes intensidades de ruído aditivo ao sinal analógico. Como critério de comparação, foi feito um estudo destas métricas para a amostragem síncrona e por *Level Crossing* e *Zero Crossing*.

Levando em consideração os resultados presentes no capítulo 5, é possível perceber que em média a amostragem síncrona amostrou em maior quantidade que o *Level Crossing* e o *Zero Crossing*. Mais ainda, o EQM daquela foi menor para todos os sinais analisados. Porém, ao relacionar a quantidade de amostragens com qualidade na interpolação o *Zero Crossing* demonstrou melhor qualidade na comparações com os outros dois métodos estudados.

Mais ainda, ao comparar os três métodos de amostragem para o sinal de eletrocardiograma de um paciente com taquicardia, que está disponível em INSTRUMENTATION (2002), o *Zero Crossing* também demonstrou uma boa resposta em comparação aos outros dois métodos.

Com relação à qualidade da resposta da interpolação por spline cúbica a diferentes intensidades de ruído, a amostragem síncrona demonstrou melhor qualidade para os dois sinais analisados. Porém, o *Zero Crossing* apresentou a resposta à interpolação um pouco melhor do que o *Level Crossing* para SNR a partir de 27 dB. Isto deveu-se ao fato das informações em pequena amplitude serem perdidas no método de amostragem por cruzamento de níveis.

Na relação entre Quantidade de amostragens *vs* SNR, para os dois sinais analisados a amostragem síncrona amostrou em maior quantidade, apresentando o mesmo número em todo o intervalo de SNR, visto que o resultado do ruído em sinais amostrados de forma síncrona somente é visto na etapa de quantização e/ou interpolação. O *Level Crossing* amostrou o sinal 5 em menor quantidade que o *Zero Crossing*, porém o EQM foi maior para a abordagem por cruzamentos de níveis.

Portanto, pelo que foi exposto até aqui o método proposto é viável para futuramente ser empregado num A-ADC que possa ser aplicado em sistemas que necessitem de um baixo consumo energético e exijam uma boa qualidade na resposta à interpolação, ao ser comparado aos métodos de amostragem síncrona e por *Level Crossing*.

E como sugestões de trabalho futuros, é proposto que seja feita uma análise do método proposto para sinais de média e alta frequência, visto que no presente trabalho somente foram utilizados sinais de baixa frequência. Também pode ser feita a análise da quantidade de derivadas proposta ao empregar o *Zero Crossing* para outros sinais diferentes dos analisados. Mais ainda, pode ser estudada a implementação de um filtro *antialiasing* sinc truncado de ordem mais elevada da que a utilizada (ordem 1001) neste trabalho, ou até mesmo outro tipo de filtragem.

Além disto, é proposto que seja feito o projeto eletrônico do A-ADC que tenha como princípio de funcionamento a amostragem assíncrona por *Zero Crossing* sugerido nesta dissertação.

Referências

- ABCMED. Como é feito o eletrocardiograma? para que serve? 2013. Disponível em: <<http://www.abc.med.br/p/exames-e-procedimentos/338024/como-e-feito-o-eletrocardiograma-para-que-serve.htm>>.
- ALINE, R. Digital image processing. 2014. Disponível em: <people.rennes.inria.fr/Aline.../14-digital_image_processing.pdf>.
- ALLIER, E. et al. A 12nm low power asynchronous adc. *ISLPED '05. Proceedings of the 2005 International Symposium on Low Power Electronics and Design*, v. 43, p. 60 – 65, 2005.
- ALLIER, E. et al. Asynchronous level crossing analog to digital converters. *8th Workshop on ADC modelling and testing*, v. 37, p. 296–309, 2005.
- ANAND, M. *Electronic Instruments and Instrumentation Technology*. PHI Learning, 2004. ISBN 9788120324541. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=jVCgti_i7Y8C>.
- ANTON I. BIVENS, S. D. H. *Cálculo*. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005. 672 p.
- AZIZ, B. A. Z. A. On gauss-lucas theorem concerning the location of the critical points of a polynomial. *Mathematica Balkanica*, v. 16, p. 305 – 314, 2002.
- BALBINOT, A. *Instrumentação e Fundamentos de Medidas*. 2. ed. Rio de Janeiro, Brasil: LTC, 2014. v. 1. 385 p.
- BOCHE, U. J. M. H. Signal reconstruction from sine wave crossings. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, p. 4196 – 4199, 2011.
- BOND, F. E.; CAHN, C. R. On sampling the zeros of bandwidth limited signals. *IRE transactions on information theory*, v. 4, p. 110–113, 1958.
- BOND, F. E.; CAHN, C. R. A relation between zero-crossings and fourier coefficients for bandwidth-limited functions. *IRE transactions on information theory*, v. 6, p. 51–52, 1960.
- CARUSONE, T. C.; JOHNS, D. A.; MARTIN, K. W. *Analog Integrated Circuit Design*. 2. ed. EUA: John Wiley, 2012. 794 p.
- CHAPARRO, L. F. et al. Asynchronous representation and processing of non-stationary signals in a time-frequency context. *IEEE Signal processing magazine*, v. 30, p. 42 – 52, 2013.
- CHAPRA, S. *Métodos Numéricos Aplicados com MATLAB para Engenheiros e Cientistas*. 3. ed. Porto Alegre: Mc Graw Hill, 2013. 655 p.
- CHENG, J. S.-C. *On the Distribution of the Critical Points of a Polynomial*. 2012.
- DEVICES, A. *The Data Conversion Handbook*. EUA: Newnes, ELSEVIER, 2005. 953 p.

- ELNADY, N. A new version of the rzi. *7th Colloque sur le traitement du signal et des images*, -, p. 1–6, 1979.
- GREITANS, R. S. M. Speech sampling by level-crossing and its reconstruction using spline-based filtering. *Signals and Image Processing Systems 2007 and 6th EURASIP Conference focused on Speech and Image Processing, 14th International Workshop on Multimedia Communications and Services.*, p. 292 – 295, 2007.
- GUIDARELLI, G. Multichannel infinite clipping as a form of sampling of speech signals. *Lettere al nuovo cimento*, v. 42, p. 97–105, 1985.
- INSTRUMENTATION, A. F. T. A. O. M. *Cardiac Monitors, Heart Rate Meters, and Alarms*. [S.l.]: American National Standard, 2002.
- JONSSON, B. E. A survey of ad-converter performance evolution. *IEEE International conference on electronics, circuits, and systems*, p. 766 – 769, 2010.
- JR., B. F. L. Information in the zero crossings of bandpass signals. *Bell Labs Technical Journal*, v. 56, p. 487–510, 1977.
- KAFASHAN, M.; BEYGI, S.; MARVASTI, F. Asynchronous analog-to-digital converter based on level-crossing sampling scheme. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, p. 296–309, 2011.
- LATHI, B. P. *Sinais e Sistemas Lineares*. 2. ed. SP, Brasil: Bookman, 2007. 856 p.
- LI, Y. et al. A 0.5v signal-specific continuous-time level-crossing adc with charge sharing. *2011 IEEE Biomedical circuits and systems conference (BioCAS)*, p. 381 – 384, 2011.
- MATIU-IOVAN, L. Some aspects of implementing a cubic spline interpolation algorithm on a dsp. *10th International Symposium on Electronics and Telecommunications*, p. 291 – 294, 2012.
- MATIU-IOVAN, L. A cubic spline interpolation algorithm implemented on a system with digital signal processor. *Signal Processing: Algorithms, Architectures, Arrangements, and Applications (SPA)*, p. 343 – 348, 2013.
- PINHEIRO, P. Palpitações, taquicardia e arritmias cardíacas. 2009. Disponível em: <<http://www.mdsauade.com/2009/06/palpitacoes-taquicardia-e-arritmias.html>>.
- REQUICHA, A. A. G. The zeros of entire functions: Theory and engineering applications. *Proceedings of the IEEE*, v. 68, p. 308 – 328, 1980.
- ROA, G. et al. Designing ultra-low power systems with non-uniform sampling and event-driven logic. *27th Symposium on integrated circuits and systems design*, p. 1–6, 2014.
- SANDOVAL, S.; DE LEON, P. L. Theory of the Hilbert Spectrum. *ArXiv e-prints*, abr. 2015.
- SAYINER, N.; SORENSEN, H. V.; VISWANATHAN, T. R. A level-crossing sampling scheme for a/d conversion. *IEEE Transactions on circuits and systems-II: Analog and digital signal processing*, v. 43, p. 335 – 339, 1966.

- SEDRA, K. C. S. A. S. *Microeletrônica*. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 848 p.
- SEKEY, A. A computer simulation study of real-zero interpolation. *IEEE transactions on audio and electroacoustics*, v. 18, p. 43–54, 1970.
- SEMMLOW, J. *Circuits, Signals, and Systems for Bioengineers: A MATLAB-Based Introduction Biomedical Engineering*. 1. ed. USA: Elsevier Science, 2005. 464 p.
- SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *The Bell system technical journal*, v. 27, p. 379 – 423, 1948.
- SILVA, V. *Conversor A/D com amostragem não uniforme e passo de quantização adaptativo*. 106 f. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014.
- SLEPIAN, D. On bandwidth. *Proceedings of the IEEE*, v. 64, p. 292 – 300, 1976.
- SOLOVJOVA, V. A modified spline interpolation method for function reconstruction from its zero-crossings. *Scientific papers University of Latvia*, v. 756, p. 207 – 220, 2010.
- SRIVASTAVA, A.; SRINIVASAN, K. Clock-less positioning of sampling pulse for extraction of critical information adding advantage on fixed rate and level based sampling. *Fourth international conference on advances in computing and communications*, p. 56–59, 2014.
- TITCHMARSH. *The Theory of Functions*. 2. ed. Londres: Oxford University Press, 1939. 454 p.
- TOCCI, R. J.; WIDMER, N. S.; MOSS, G. L. *Sistemas Digitais Princípios e Aplicações*. 10. ed. SP Brasil: Pearson Prentice Hall, 2007. 804 p.
- UNSER, M. Splines: a perfect fit for signal and image processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 16, p. 22 – 38, 1999.
- VILASEÑOR, J. *Arritmias e o Seu Diagnóstico Utilizando Microeletrônica*. 2008. Saber Eletrônica.
- VOELCKER, H. B. Toward a unified theory of modulation part i: Phase-envelope relationships. *IEEE transactions on communication technology*, v. 54, p. 330–353, 1966.