UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE – UFS
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA – NPGECIMA

MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

WELLINGTON ALVES DE ARAÚJO

O GEOGEBRA: UMA EXPERIMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DA FUNÇÃO AFIM.

São Cristóvão – SE

Março/2014

WELLINGTON ALVES DE ARAUJO

O GEOGEBRA: UMA EXPERIMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DA FUNÇÃO AFIM.

Linha de Pesquisa: Currículo, Didáticas e Métodos de Ensino das Ciências Naturais e Matemática.

Dissertação de Mestrado submetida ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Sergipe – NPGECIMA/UFS, como parte integrante dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, sob orientação da Profa. Dra. Veleida Anahí Silva.

São Cristóvão – SE

Março/2014

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

A663g

Araújo, Wellington Alves de
O Geogebra: uma experimentação na abordagem da função afim / Wellington Alves de Araújo; orientador Veleida Anahí Silva. – São Cristóvão, 2014.
117 f.:il.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática)–Universidade Federal de Sergipe, 2014.

1. Didática. 2. Aprendizagem. 3. Polinômios. 4. Funções (Matemática). I. Silva, Veleida Anahí, orient. II. Título

CDU 371.012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS
E MATEMÁTICA - NPGECIMA

"O GEOGEBRA: UMA EXPERIMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DA FUNÇÃO AFIM."

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
31 DE MARÇO DE 2014

PROFª. DRª. VELEIDA ANAHI DA SILVA

Marlene Alves Dias

PROFª. DRª. MARLENE ALVES DIAS

KAlvarenga

PROFª. DRª. KARLY BARBOSA ALVARENGA

Grandes coisas fez o senhor por nós,

e por isso estamos alegres.

Salmos 126.

A minha família.

AGRADECIMENTOS

A DEUS.

A minha família, que teve sabedoria e compreensão ao tolerar minha ausência;

Aos Amigos e Colegas que muito torceram, acompanharam e contribuíram por mais essa conquista, em especial Péricles Souza de Carvalho, iniciou juntamente comigo este planejamento, hoje um sonho realizado;

Às coordenadoras do NPGECIMA, Profas. Dras. Veleida Anahi da Silva e Divanízia do Nascimento Souza pelo direcionamento dado ao programa;

À Profa. Dra. Veleida Anahi da Silva, orientadora deste trabalho com solidariedade, paciência e incentivo, sempre a postos para nos receber, com importantes contribuições para o amadurecimento e crescimento profissional;

À Profa. Laceni Miranda Souza dos Santos, pela orientação, intermediação no início e durante o decorrer deste projeto com contribuições inerentes a este, pela paciência e companheirismo sempre que precisei;

Ao amigo, companheiro de trabalho Manoel Messias Rodrigues Santos (Manu) pelos momentos de leitura, correção, discussão, sugestão e troca;

Às professoras e professores do NPGEGIMA, fundamentais para essa formação almejada;

Ao secretário Sr. Flávio Oimaré da Silva, pela tolerância e paciência nos atendimentos;

Aos colegas de turma, especialmente: Paula Fernanda de Carvalho, pelas leituras dos meus trabalhos e sinceridade nas considerações feitas em relação aos mesmos, também por compartilhar dos momentos difíceis de adaptação no mestrado e muitas vezes pelos desabafos;

À Banca de Qualificação, Profa. Dra. Divanízia do Nascimento Souza, Profa. Dra. Karly Barbosa Alvarenga e Dra. Marlene Alves Dias, que apontaram caminhos e sugestões muito importantes para um aprimoramento deste estudo.

À Banca de Defesa, Profa. Dra. Karly Barbosa Alvarenga e Dra. Marlene Alves Dias.

Enfim, a todos que de alguma forma torceram por mais essa vitória e que, dentro da falha humana, não nos recordamos ou mencionamos.

Muito Obrigado!

ARAÚJO, Wellington Alves. **O GEOGEBRA: UMA EXPERIMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DA FUNÇÃO AFIM.** Aracaju, 2014. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2014.

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo geral investigar possibilidades de situações de aprendizado da Matemática de conceitos relativos às funções polinomiais do 1º grau (Função Afim) com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão fazendo uso de uma Sequência Didática mediada pelo uso de um *software* de geometria dinâmica, o GeoGebra. Para tanto, foi realizado um estudo, pautado nas ideias de Machado (2008), Pais (2011) e Oliveira (2013), embasados na Engenharia Didática discutida por Artigue (1996) com duas turmas da 1ª Série do curso Técnico de Nível Médio Integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe – Campus São Cristóvão/SE, que formaram os grupos de estudo que denominamos de Grupo com o experimento (GCE) e Grupo sem o experimento (GSE). Ao término da experiência ficou constatado que o GCE apresentou melhores resultados do que o GSE. Os dados indicaram que utilizar um *software* de geometria dinâmica em um ambiente de geometria dinâmica proporciona uma grande interação entre os participantes constituindo um fator positivo ao aprendizado, uma vez que facilitam a construção de novos conceitos, proporcionam a comparação entre as diferentes formas de representação de uma função, possibilitando, assim, condições para o participante de reconhecer a representação gráfica de uma função polinomial do primeiro grau como uma reta, expressar a relação entre os coeficientes da equação da reta com sua representação gráfica e algébrica.

PALAVRAS - Chave: Função Polinomial do primeiro grau, *Software* GeoGebra, Aprendizado de Funções.

ARAÚJO, Wellington Alves. **O GEOGEBRA: UMA EXPERIMENTAÇÃO NA ABORDAGEM DA FUNÇÃO AFIM.** Aracaju, 2014. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, 2014.

ABSTRACT

This research aims to describe investigate possibilities of learning situations in mathematics concepts related to polynomial functions of the 1st degree (In order Function) with students from 1st grade of Technical Education Middle Level Integrated IFS - Campus São Cristóvão making use of a teaching sequence mediated by the use of a dynamic geometry software, Geogebra. To this purpose, a study, based on the ideas of Machado (2008), Pais (2011) and Oliveira (2013), based on the Engineering Curriculum discussed by Artigue (1996) with two classes from 1st Series Technical Course Intermediate Level Integrated was conducted Federal Institute of Education, Science and Technology of Sergipe - Campus São Cristóvão / SE, which formed study groups that we call group with the experiment and group without the experiment. At the end of the experiment it was found that the group with the experiment had better results than the group without the experiment. The data indicated that using a dynamic geometry software in a dynamic geometry environment provides a great interaction between the participants constituting a positive factor to learning, since they facilitate the construction of new concepts, provide a comparison between different forms of representation of a function, thereby enabling conditions for the participant to recognize the graphical representation of an polynomial function of the first degree as a straight, expressing the relation between the coefficients of the straight equation with its graphical and algebraic representations.

KEYWORDS: Polynomial Function of the first degree, GeoGebra *Software*, Learning Functions.

Lista de Abreviaturas e Siglas

CEDMB	Colégio Estadual Delmiro de Miranda Brito
Educom	COMputadores na EDUcação
EEX – II	Escola Estadual de Xingó II
Formar	Iniciativa dentro do Educom para formar recursos humanos para o trabalho na área de informática educativa
ProInfo	Programa Nacional de Informática na Educação
Proninfe	Programa Nacional de Informática na Educação
FURB	Universidade regional de Blumenal
IFMG	Instituto Federal de Minas Gerais
IFRJ	Instituto Federal do Rio de Janeiro
IFS	Instituto Federal de Sergipe
IFS-SC	Instituto Federal de Sergipe Campus São Cristóvão
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PUC / MG	Pontifica Universidade Católica de Minas Gerais
PUC / RIO	Pontifica Universidade Católica do Rio de Janeiro
PUC / RS	Pontifica Universidade Católica do Rio Grande do Sul
PUC / SP	Pontifica Universidade Católica de São Paulo
UEA	Universidade do estado do Amazonas
UEL	Universidade Estadual de londrina
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba
UFAL	Universidade Federal de Alagoas

UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFC	Universidade Federal do Ceará
UFG	Universidade Federal de Goiás
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UFMS	Universidade Federal do Mato Grosso do Sul
UFOP	Universidade Federal de Ouro Preto
UFPA	Universidade Federal do Pará
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UFRPE	Universidade Federal Rural de Pernambuco
UFS	Universidade Federal de Sergipe
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UFSCAR	Universidade Federal de São Carlos
ULBRA	Universidade Luterana do Brasil
UNB	Universidade de Brasília
UNEB	Universidade do Estado da Bahia
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNIBAN	Universidade Bandeirante de São Paulo
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

UNICSUL	Universidade Cruzeiro do Sul
UNIFRA	Centro Universitário Franciscano
UNIGRANRIO	Universidade do Grande Rio
UNIVATES	Centro Universitário Univates
URI	Universidade Regional Integrada
USP	Universidade de São Paulo
USS	Universidade Severino Sombra
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Recortes

Sumário

INTRODUÇÃO

Trabalhar com os computadores no processo de ensino e aprendizagem abre novas perspectivas para a profissão docente, segundo Borba e Penteado (2007),

> O computador, portanto, pode ser um problema a mais na vida já atribulada do professor, mas também pode desencadear o surgimento de novas possibilidades para o seu desenvolvimento como um profissional da educação (p. 15).

A inserção do computador na educação exige dos que estão envolvidos com a mesma, práticas inovadoras para que o educador tenha condições de atuar como mediador do processo de ensino e a aprendizagem, fazendo uso de parte desse aparato tecnológico como recurso didático, buscando atender aos educandos em função de suas necessidades individuais. Perrenoud (2000) destaca como uma das dez competências fundamentais do professor a de conhecer as possibilidades e dominar os recursos computacionais existentes, cabendo a este atualizar-se constantemente, buscando novas práticas educativas que possam contribuir para um processo educacional qualificado. Nesse sentido ele afirma que:

> Quanto mais avançamos rumo a didáticas sofisticadas, pedagogias diferenciadas e construtivistas, mais esperamos que o professor tenha domínio dos conteúdos que lhe permita não só planejar e ministrar cursos, mas também partir das perguntas dos alunos, de seus projetos e intervir na regulação de situações de ensino-aprendizagem que podem ser muito menos planejados que uma sucessão de lições. (PERRENOUD, 2001, p. 17).

Dispondo de laboratório de informática equipado, cuja utilização no processo de ensino e de aprendizagem é questionada; e conhecendo um *software* livre de matemática dinâmica, a comunidade escolar se pergunta como usar o computador na educação? Segundo Valente,

> o computador deve ser utilizado como um catalisador de uma mudança do paradigma educacional. Um novo paradigma que promove a aprendizagem ao invés do ensino, que coloca o controle do processo de aprendizagem nas mãos do aprendiz, e que auxilia o professor a entender que a educação não é somente a transferência de conhecimento, mas um processo de construção do conhecimento pelo aluno, como produto de seu próprio engajamento intelectual ou do aluno como um todo (1995, p. 21).

Nesse sentido, a exemplo da inserção das novas tecnologias em sala de aula, já disponíveis a professores e alunos de muitas escolas públicas em todo país, tem-se o GeoGebra - *software* livre de matemática dinâmica. Esse *software* permite trabalhar a geometria, álgebra e o cálculo utilizando o computador bem como diversos recursos didáticos, aliado as novas tecnologias da comunicação e informação. O mesmo precisa ser mais divulgado/popularizado entre os professores e alunos, pois assim poderá melhor contribuir na otimização do seu uso em sala.

Diante do exposto, procurando contribuir, para uma melhor divulgação, popularização e integração deste *software* ao ensino de matemática, com mais uma pesquisa na área de Educação Matemática, realizei esta proposta pedagógica no Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Sergipe/UFS, privilegiando o ensino do conteúdo de funções polinomiais do primeiro grau, utilizando como recurso a Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC) e tendo como hipótese, que o uso do *software* matemático GeoGebra favorece o aprendizado desse conteúdo. Para tal, priorizei investigar os temas relacionados com as funções polinomiais do 1º grau, explorados em um ambiente de geometria dinâmica, através do uso desse *software* numa pesquisa realizada em sala de aula com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de nível Médio Integrado do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Sergipe/IFS – CAMPUS de São Cristóvão, localizado no Povoado Quissamã da cidade de São Cristóvão/SE.

Assim, a pesquisa foi delineada para ser desenvolvida com alunos de duas turmas da 1ª série do Ensino Técnico de nível Médio Integrado do IFS, objetivando avaliar uma forma diferenciada da usual para se ensinar matemática, especificamente no conteúdo de função afim. Nesse sentido, a construção desse projeto de pesquisa se deu a partir da ênfase no benefício da utilização de um ambiente de geometria dinâmica no processo de ensino da função polinomial do 1º grau e, principalmente, buscando analisar as seguintes questões de pesquisa: Quais as contribuições o uso do *software* matemático GeoGebra poderá acrescentar ou não ao processo de ensino de função afim na 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão? Os alunos conseguem reconhecer a influência dos coeficientes de uma função afim em sua representação gráfica, seu esboço, determinar sua raiz, realizar o estudo do sinal, após a utilização da sequência didática[1] proposta com o apoio do *software* GeoGebra?

[1] Conforme discussão apresentada no capítulo III

Deste modo, o objetivo desse estudo foi o de investigar possibilidades de situações de aprendizado da Matemática com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão fazendo uso de uma sequência didática por meio do uso do *software* GeoGebra, ou seja:

- Verificar de que forma o *software* matemático GeoGebra, *software* de matemática dinâmica, que possibilita atividades didáticas com geometria, álgebra e cálculo diferencial, pode ser um aplicativo viável ou não no estudo das funções polinomiais do 1º grau com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado;
- Conferir a eficácia ou não do GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem das funções polinomiais do 1º grau com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão;
- Constatar se os alunos representam graficamente uma função polinomial do 1º grau dada algebricamente;
- Averiguar se os alunos concebem algebricamente uma função polinomial do 1º grau dada graficamente;
- Investigar se os alunos determinam as raízes das funções, estabelecem o sinal, crescimento e decrescimento de uma função polinomial do 1º grau;
- Examinar se os alunos leem e interpretam enunciados relacionando-os a utilização de função afim;
- Refletir sobre o desempenho matemático de duas turmas da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado, no estudo de funções polinomiais do 1º grau, uma turma com apoio do uso do *software* matemático GeoGebra e a outra turma sem o uso do mesmo.

Visando prover ao leitor uma visão geral da investigação, apresentamos uma breve síntese de cada um dos capítulos que compõem esta dissertação, destacando as questões teóricas relacionadas à pergunta diretriz deste trabalho e os temas que são abordados em cada um dos capítulos que o constituem.

O presente trabalho está composto por quatro capítulos, além das referências e os anexos. O primeiro traz argumentos que justificam a realização deste trabalho, bem como a trajetória pessoal, profissional do pesquisador.

O segundo capítulo é dedicado à abordagens teórico-metodológicas onde apresentamos uma breve análise do uso do computador na educação e consequentemente seu uso como ferramenta no ensino da matemática. Para tanto, apresentamos o *software* matematico GeoGebra tanto no que se refere a sua origem quanto sua estrutura e funcionalidade. Destaca-se ainda um recorte histórico sobre o conceito de funções e reflexões sobre seu ensino a partir do uso das tecnologias.

No capítulo três, apresentamos os percursos metodológicos abordados neste estudo. Para tanto, destacamos os instrumentos utilizados na coleta de dados, discutimos a sequência didática e caracterizamos a pesquisa.

No quarto capítulo, expomos os resultados e discussões. Para tanto, se desenhará o contexto da pesquisa, delineando o perfil do IFS-SC, bem como dos participantes. Em seguida, passar-se-à para a discussão das categorias que estruturam a análise realizada.

I - JUSTIFICATIVA

Buscando apresentar argumentos que justifiquem minha preferência pelo uso de Tecnologias Informáticas no processo de ensino e aprendizagem de matemática como forma de melhorar minhas ações enquanto profissional que procura uma formação continuada, faço uma retrospectiva das experiências vivenciadas ao longo de minha vida, seja esta acadêmica ou profissional, as quais revelam uma inquietação na busca do entendimento de modo aprofundado e detalhado das contribuições, desafios e possibilidades que o uso destas tecnologias, particularmente o uso do *software* matemático GeoGebra, oferece à prática pedagógica em Matemática.

Entre os anos de 1999 e 2003, enquanto acadêmico do curso de Licenciatura Plena em Ciências com Habilitação em Matemática da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), Campus VIII, localizado na cidade de Paulo Afonso - BA, não fui contemplado com a oportunidade, em minha formação inicial, de interagir com alguns recursos tecnológicos, entre eles *softwares* Educativos, Calculadoras Gráficas, cujo propósito estivesse voltado à aplicação destes no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Isso gerou, de certa forma, uma lacuna em minha formação, bem como no desenvolvimento de práticas que pudessem melhor aproveitar tais recursos, principalmente quando se pensa a inserção das tecnologias na educação contemporânea.

No tocante a formação inicial ou continuada, Ludek (2001), destaca a precariedade de instâncias formadoras para a pesquisa ao longo dos cursos de graduação, ainda enfatiza a importância dos cursos de mestrado e doutorado como as mais efetivas instâncias de formação de pesquisadores, pois é neles que o professor desenvolve sua autonomia de trabalho, com relação à atividade investigativa.

Nesse contexto, me insiro como um professor que não teve em sua formação inicial orientação e subsídios para a prática da pesquisa durante e após a graduação, com condições a fazer uso do computador como recurso didático, para tal se faz necessário uma busca por formação continuada.

Fazendo um comparativo entre a estrutura curricular da UNEB/CAMPUS VIII, que funcionou até 2004, em relação à estrutura curricular vigente, buscando entender alguns porquês dessa ausência na minha formação inicial, nota-se uma diferença significativa, no tocante as disciplinas voltadas para a formação do professor pesquisador, a exemplo da inserção das disciplinas como Metodologia da Pesquisa e Leitura e Produção Textual, bem como uma preocupação maior com a formação para a atuação do docente, com a inserção das disciplinas de Laboratório do Ensino da Matemática, *softwares* Matemáticos.

Ainda analisando a estrutura curricular da UNEB/CAMPUS VIII, percebe-se que no curso de Licenciatura plena em ciências com habilitação em Matemática (1997 a 2004), a disciplina Didática que tinha um perfil mais geral e não era trabalhada de forma direcionada a matemática, bem com as disciplinas voltadas para a formação docente tinham uma carga horária mínima em relação à carga horária total do curso. No entanto, percebe-se que a partir de 2005 o curso passou a ser, apenas, Licenciatura em Matemática, enfatizando um maior número de disciplinas voltadas para a formação pedagógica, cuja preocupação é a prática pedagógica, direcionando-a a atuação, para tal houve uma modificação, na estrutura curricular com o propósito de capacitar o futuro docente, com base teórica, a desenvolver um trabalho pedagógico que atenda aos anseios da sociedade contemporânea. Segundo Osório (2011),

> Esse trabalho sofre influência das dimensões política, econômica, histórica, geográfica e cultural, para que, na realização de suas ações, o professor tenha condições de refletir dialeticamente sobre o uso de novos saberes e sobre a maneira pela qual ocorre a construção do conhecimento (p. 90).

No ano de 2004, aprovado em concurso público das Secretarias de Estado de Educação nos Estados de Alagoas e Sergipe, passei a atuar como professor de matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio das duas maiores escolas do alto sertão alagoano e sergipano, nas cidades de Piranhas - AL e Canindé de São Francisco - SE.

Ao me inserir no corpo docente das escolas e passar a conhecer as dependências das mesmas constatei que os maiores empecilhos à utilização das tecnologias informáticas na prática docente, naquele momento, não era a ausência de computadores e infraestrutura adequada, item comum em boa parte das instituições de ensino, visto que ambas possuem laboratório de informática, mas sim que havia uma subutilização dos mesmos. Diante do exposto, passamos a nos questionar acerca dos motivos que levam a essa subutilização, quais são os conhecimentos necessários para que o professor possa fazer uso destas tecnologias em sua prática pedagógica? Teriam esses professores tais conhecimentos?

Diante dos questionamentos acima, desenvolvemos uma investigação que serviu de motivação para essa pesquisa, que foi realizada no ano de 2011 nas duas Instituições Públicas de Ensino nas quais desenvolvia minhas atividades como docente, a saber, Escola Estadual de

Xingó – II (EEX – II), localizada em Piranhas/AL e no Colégio Estadual Delmiro de Miranda Brito (CEDMB), localizado em Canindé de São Francisco/SE, intitulada Laboratório de informática: "- Não querer fazer uso desse instrumento como recurso didático ou não saber?", cujo objetivo era identificar os porquês que levavam a subutilização dos laboratórios de informática dessas instituições. A partir desta investigação averiguei que a maior parte dos profissionais que fazem o corpo docente das duas instituições não detinham conhecimentos necessários à inserção desse recurso em sua prática cotidiana, e essa carência está associada à formação desses professores, seja ela inicial ou continuada, uma vez que estes afirmam não ter conhecimentos técnicos e habilidades indispensáveis à utilização do computador como recurso didático ou não conhecer *softwares* com aplicação direcionada para a educação.

Motivado pela necessidade de uma formação continuada que me possibilitasse conhecimentos necessários à utilização dos recursos tecnológicos na prática pedagógica, passei a buscar cursos de capacitação docente em Matemática e eventos sobre Educação Matemática. A participação nestes eventos permitiu-me conhecer e investigar outros recursos e *softwares* que, de um modo geral, vêm se mostrando bastante adequados aos processos educacionais em Matemática, entre eles o *software* matemático GeoGebra, utilizado nesta pesquisa.

Nesse contexto, a participação na primeira jornada de Educação Matemática do EMFOCO realizada em Salvador/BA, 2008, foi importantíssima para a escolha do *software* matemático GeoGebra como objeto de estudo, visto que nesta adquiri as informações iniciais sobre o GeoGebra em participação num dos minicursos do evento. A partir de então, impulsionado pela necessidade de conhecê-lo e curiosidade quanto ao uso desse *software* no processo de ensino e aprendizagem, passei a pesquisar sobre o mesmo e utilizá-lo durante minhas aulas de matemática.

Nesse sentido os PCN destacam que:

> Quanto aos *softwares* educacionais é fundamental que o professor aprenda a escolhê-los em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, distinguindo os que se prestam mais a um trabalho dirigido para testar conhecimentos dos que procuram levar o aluno a interagir com o programa de forma a construir conhecimento. (BRASIL, 2001, p. 47).

O primeiro contato com o *software* matemático GeoGebra, junto às informações transmitidas no minicurso, bem como a utilização do mesmo na prática diária constituem um conjuntos de saberes docentes. Segundo Tardif (2010), o saber docente é definido como um saber plural, constituído de saberes originários da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais, para o mesmo,

> [...] os saberes profissionais é o conjunto de saberes transmitido pelas instituições de formação de professores [...]. Os saberes disciplinares são transmitidos nos cursos e departamentos universitários independente das faculdades de educação e dos cursos de formação de professores. [...], os próprios professores, no exercício de suas funções e na prática de sua profissão, desenvolvem saberes específicos, baseados em seu trabalho cotidiano e no conhecimento de seu meio. Esses saberes brotam da experiência e são por ela validados. Eles incorporam-se à experiência individual e coletiva sob a forma de *habitus* e de habilidades, de saber-fazer e de saber-ser. Podemos chamá-los de saberes experienciais ou saberes práticos. (TARDIF, 2010, p. 36 e 38).

Esses saberes, articulados com a prática docente, são necessários à existência do profissional da educação, pois segundo Tardif (2010, p. 39) essa "existência depende, em grande parte, de sua capacidade de dominar, integrar e mobilizar tais saberes enquanto condições para a sua prática".

Em resumo, apresentamos argumentos que contribuíram para a nossa opção de pesquisa, bem como apontar e esclarecer as inquietações que serviram de motivação para que desenvolvêssemos a mesma.

II – ABORDAGENS TEÓRICO-METODOLÓGICAS

Este capítulo é dedicado a uma breve análise do uso do computador na educação e consequentemente seu uso como ferramenta no ensino da matemática. Para tanto, apresentamos o *software* matemático GeoGebra tanto no que se refere a sua origem quanto sua estrutura e funcionalidade. Destaca-se ainda um recorte histórico sobre o conceito de funções e reflexões sobre seu ensino a partir do uso das tecnologias.

2.1 O COMPUTADOR NA EDUCAÇÃO

Há quase duas décadas os computadores fazem parte do ambiente escolar; *softwares* educativos, lousas digitais, estão cada vez mais comuns nas instituições públicas e privadas, além de outros recursos tecnológicos como televisores, projetores e outros, disponíveis a alunos e professores. A aplicação desses tem como objetivo a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Recentemente, o Ministério da Educação anunciou a compra de 650 mil Tablets que serão entregues a professores da educação básica das escolas públicas municipais, estaduais e federais. Contudo, disponibilizar esses insumos não assegura a melhoria do processo de ensino, visto que boa parte dos alunos já possui conhecimento acerca da utilização dos mesmos, enquanto que, a maioria dos professores não sabe o que fazer para melhorar o processo de ensino e aprendizagem com esta tecnologia.

Esta conclusão pauta-se em nossa experiência docente das redes Municipal (Piranhas/AL), Estadual (Piranhas/AL, Canindé de São Francisco/SE e Aracaju/SE) e Federal (São Cristóvão/SE) onde parece que alguns professores ainda não se apropriaram adequadamente desta tecnologia para usá-la como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem. Neste contexto, cabe uma preocupação com o trabalho de aperfeiçoamento, preparação dos professores, neste sentido Zulato (2002) afirma que essa preparação não se trata apenas de um treino técnico de conhecimento e operação de programas e equipamentos, mas sim, propostas metodológicas de aplicações na prática pedagógica que proporcione fazer com que a tecnologia que já faz parte da vida dos jovens, seja aplicada com fins educativos.

Valente (1999), Borba e Penteado (2007) ponderaram que as novas tecnologias são instrumentos valiosos no processo de ensino e aprendizagem, para tal esta precisa ser devidamente compreendida em termos das implicações do seu uso, essa compreensão fará com que o professor a integre à sua prática pedagógica. Segundo Fonseca (2011) a inserção dessa tecnologia nas salas de aula de matemática,

> [...] vem se tornando uma realidade irreversível, bastando apenas observar os benefícios que tem trazido, incluindo a investigação, a resolução de problemas, o gerenciamento de informações e, principalmente, a criação, apropriação e produção de novos saberes e práticas educativas na matemática. (FONSECA, 2011, p. 55).

Em algumas situações, essa integração se dá de forma equivocada, e a tecnologia acaba sendo inserida como uma disciplina da parte diversificada da matriz curricular. Assim os objetivos e finalidades da disciplina se perdem, uma vez que esta não é utilizada de acordo com os propósitos educacionais que visam cooperar para que o aluno transforme seus pensamentos, desenvolva atividades criativas, compreenda conceitos, reflita sobre eles e, consequentemente, crie novos significados. Destarte, se faz notório a necessidade de um modelo pedagógico interativo que possibilite a utilização de, pelo menos, parte do aparato tecnológico que já está disponível como ferramenta de auxilio no processo de ensino e aprendizagem.

Em nível nacional, existem várias ações no sentido de instigar e promover a implementação do uso de informática nas escolas brasileiras, sendo que uma das primeiras foi a realização do I Seminário Nacional de Informática Educativa em 1981 na Universidade de Brasília. A partir de então, surgiram projetos nesse sentido, como Educom (COMputadores na EDUcação), Formar (Iniciativa dentro do Educom para formar recursos humanos para o trabalho na área de informática educativa) e Proninfe (Programa Nacional de Informática na Educação).

Segundo Borba e Penteado (2007), as experiências acumuladas com o I Seminário Nacional de Informática Educativa, bem como as adquiridas com os projetos Educom, Formar e o Proninfe serviram de base para o atual programa do governo, O Programa Nacional de Informática na Educação – ProInfo, lançado em 1997 e revisado em 2007 pela Secretaria de Educação a Distância-SEED/MEC, no âmbito do Plano de Desenvolvimento da Educação-PDE.

Em sua nova versão, o Programa instituído pelo decreto nº 6.300, de 12 de dezembro de 2007, intitula-se Programa Nacional de Informática na Educação - ProInfo e postulada a integração e a articulação de três componentes: a) a instalação de ambientes tecnológicos nas escolas (laboratório de informática com computadores, impressoras e outros equipamentos, e acesso a internet – banda larga); b) a disponibilização de conteúdos e recursos educacionais multimídia e digitais, soluções e sistemas de informação disponibilizados pela SEED/MEC nos próprios computares, por meio do Portal do Professor, da TV/DVD Escola; c) a formação continuada dos professores e outros agentes educacionais para o uso pedagógico das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

Nesse contexto, surge o Programa de Formação Continuada em Tecnologia Educacional – ProInfo Integrado[2], que congrega um conjunto de processos formativos, dentre eles o curso de Introdução à Educação Digital, o curso Tecnologia na Educação: ensinando e aprendendo com as TIC e a complementação local com projetos educacionais, tendo como público alvo os professores e gestores escolares dos sistemas públicos de ensino, cujas escolas tenham sido contempladas com laboratório de informática e as máquinas estejam obrando com o sistema operacional[3] Linux Educacional.

Desde seu lançamento, o PROINFO equipou mais de 2000 escolas e formou mais de vinte mil professores por meio dos 244 Núcleos de Tecnologia Educacional que foram instalados em diversas partes do país, para tanto o MEC realizou parcerias com outros ministérios, governos estaduais, municipais, organizações não governamentais e empresas (BORBA e PENTEADO, 2007).

O envolvimento das secretarias estaduais de educação é algo imprescindível ao bom andamento das propostas de formação do Proinfo. Para essa adesão é necessário que o estado possua um Programa Estadual de Informática na Educação, cujos objetivos é disseminar a integração dos recursos informáticos às atividades pedagógicas, garantir espaço físico para a instalação dos laboratórios e suporte técnico, bem como assegurar a formação dos professores.

Com relação à formação dos professores, este programa tinha como estratégia "professor formar professor". Neste sentido, houve, num primeiro momento, a preparação de multiplicadores que seriam os responsáveis pela formação dos demais professores em suas respectivas unidades de ensino, levando-se em consideração nessas ações de formação as

[2] Convém destacar que o pesquisador participou ativamente como cursista do programa em 2008, ofertado em parceria com a Secretaria de Estado da Educação de Sergipe (SEED – SE).

[3] Neste processo investigativo utilizamos o sistema operacional Windows, pois os laboratórios de informática que utilizamos todas as máquinas operavam que este sistema.

peculiaridades regionais, cabendo a cada gestor local gerenciar da melhor forma possível condições necessárias para que a formação acontecesse.

Segundo Borba e Penteado,

> [...] é preciso enfatizar que, num país com as dimensões do Brasil, não é possível pensarmos num programa nacional de informática que seja adequado a todas as escolas. O sucesso das ações de larga escala depende, em muito, de sua articulação com ações isoladas. Será através dessa articulação que poderemos ter uma área de informática educativa em consonância com as particularidades de cada região brasileira [...] (2007, p.27).

Com referência ao uso do computador no Ensino de Matemática, encontra-se nas recomendações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, uma alusão concreta sobre a importância natural das calculadoras e computadores, que permitem a abordagem de problemas com dados reais, requerendo habilidades de seleção e análise de informações por parte do docente. Conforme os PCNEM,

> Embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala em curto prazo. Isso traz como necessidade a incorporação de estudos nessa área, tanto na formação inicial como na formação continuada do professor do ensino fundamental, seja para poder usar amplamente suas possibilidades ou para conhecer e analisar softwares educacionais (BRASIL, 2001, p. 47).

Esses estudos trarão condições à integração dos computadores no processo de ensino e aprendizagem de forma efetiva e eficaz. Segundo Borba e Penteado (2007) as atividades com calculadoras gráficas e computadores, além de proporcionarem uma multiplicidade de representações, enfatizam a experimentação como um enfoque fundamental em ressonância com a visão de conhecimento do aprendiz. Para estes, o enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido *feedback* das mídias informáticas. A esse respeito os autores dizem que

> O trabalho com a modelagem e com o enfoque experimental sugere que há pedagogias que se harmonizam com as mídias informáticas de modo a aproveitar as vantagens de suas potencialidades. Essas vantagens podem ser vistas como sendo a possibilidade de experimentar, de visualizar e de coordenar de forma dinâmica as representações algébricas, tabulares, gráficas e movimentos do próprio corpo (BORBA e PENTEADO, 2007, p.44).

Nesse contexto, faz-se necessário ter condições para que se possa tirar o maior proveito possível dessas vantagens e potencialidades. Entende-se, hipoteticamente, que a condição para uma melhor utilização dessa tecnologia como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem, está relacionada com a formação dos professores, seja esta inicial ou continuada. Nesse sentido Lorenzato (2010, p. 161) afirma que,

> Resulta daí a importância de se implantar nas universidades que trabalham com formação inicial e continuada de professores laboratórios de ensino mediados pelas TICs. Esse espaço – mais do que físico, um espaço de formação, apoiado por uma abordagem teórico-metodológica e conduzido pela mediação do professor – constitui-se em verdadeiro cenário interativo de aprendizagem colaborativa e conhecimento compartilhado.

Ações dessa natureza proporcionarão aos docentes conhecimentos e habilidades necessárias à integração dessa tecnologia a sua prática cotidiana. Em se tratando de professores que possuem certo conhecimento dos *softwares* educacionais: quais, onde e como fazer uso destes em sua prática docente, cabe aos mesmos, iniciativas para separá-los e utilizá-los de acordo com seu propósito enquanto educador. A partir de então, os docentes poderão fazer um melhor uso e consequentemente tirar um maior proveito dessa ferramenta como instrumento metodológico, possibilitando, assim, um uso efetivo dos laboratórios de informática no processo de ensino e aprendizagem.

2.2 UMA PEQUENA INTRODUÇÃO AO GeoGebra

Segundo (NÓBRIGA et *al*., 2012), O *software* matemático GeoGebra - *software* de matemática dinâmica, gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, entre outros, numa mesma aplicação, "é atualmente um dos *softwares* de matemática mais utilizados no mundo com fins educativos*"*. Os mesmos, ainda, afirmam que várias pesquisas apontam contribuições de *softwares* Educativos desse tipo para o ensino de Matemática.

Sheffer et *al*. (2010 *apud* NÓBRIGA et *al*., 2012) dizem que os recursos que o *software* matemático GeoGebra dispõe podem favorecer a valorização da capacidade argumentativa nas atividades matemáticas, tornando-se, à medida que a exploração matemática acontece, um terreno vasto para experimentação, observação, demonstração, elaboração e construção de conjecturas. Isso viabiliza aos alunos momentos de persistência, intercâmbio que despertam maior interesse, uma vez que estes passam a agir como construtores de seu próprio conhecimento.

O *software* matemático GeoGebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, professor da Universidade de Salzburg, com o intuito de dinamizar o estudo da Matemática. Atualmente, segundo o site do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo (IGISP), o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 300000 downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso, destes institutos, seis se encontram no Brasil. Organizações criadas sem fins lucrativos, os institutos surgiram devido à ampla divulgação e uso do *software* livre GeoGebra. Nestes são desenvolvidas pesquisas por professores e pesquisadores visando promover o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Composto por ferramentas tradicionais de um *software* de geometria dinâmica, o GeoGebra tem como um diferencial didático a possibilidade de representação de um mesmo objeto na forma algébrica e na forma geométrica que interagem entre si, possibilitando ao usuário condições para investigar, conjecturar, experimentar situações em um processo dinâmico.

O GeoGebra é apresentado numa planilha contendo uma Janela de Álgebra - à direita e uma Área de Trabalho – à esquerda, entre a Barra de Ferramentas e o Campo de Entrada (Figura 1), cada elemento da Área de Trabalho é descrito algebricamente na janela da Álgebra ao Lado.

As entradas dos objetos com as propriedades desejadas podem ser na forma de comandos no Campo de Entrada ou através da Barra de Ferramentas na Área de Trabalho.

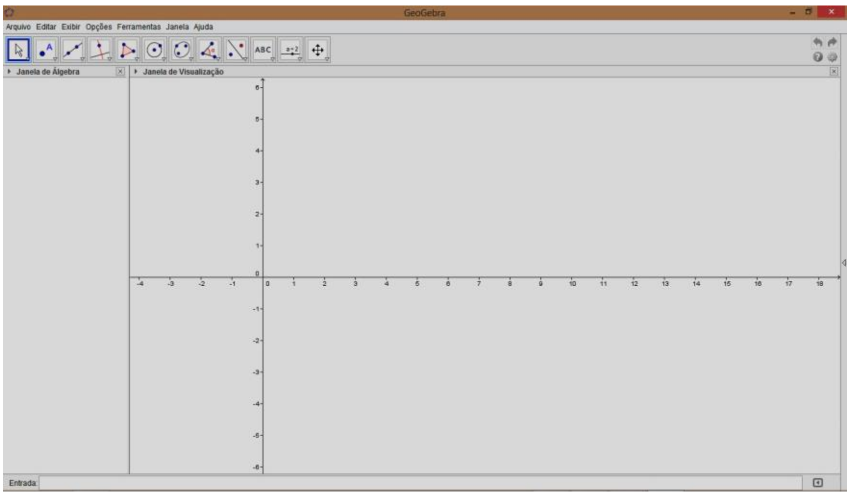


Figura 1: Tela inicial do Geogebra

Para ter acesso a uma das ferramentas (comandos/ ícones) dentro de uma caixa de ferramenta, basta clicar na seta do canto inferior direito de cada caixa de ferramenta/ícone, deslizar o botão do mouse para baixo e selecionar o ícone/ferramenta que desejar.

2.3 O CONCEITO DE FUNÇÃO – Um recorte histórico.

Considerado um dos conceitos mais importantes da matemática, o conceito de função, bem como suas atuais representações, resultou de um grande desenvolvimento do pensamento matemático. Embora não se possa afirmar quando o conceito de função foi usado pela primeira vez; autores como Boyer (1974), Caraça (2010) asseguram que a representação tabular teria sido usada pelos babilônios há cerca de 2000 a.C, visto que estes começaram a estabelecer tabelas sexagesimais de quadrados e raízes quadradas, de cubos e raízes cúbicas, dentre outras.

No tocante a representação gráfica, esta teria surgido aproximadamente em 1930, quando Nicole Oresme (1323 – 1382), bispo de Lisieux, apresentou as latitudes das formas. As variações na velocidade correspondente as latitudes eram dadas por segmentos de comprimentos distintos dispostos verticalmente em uma linha horizontal. Ainda, nesta linha encontravam-se diferentes longitudes dispostas em intervalos regulares que faziam menção a diferentes intervalos de tempo. Oresme percebeu que as extremidades dos segmentos interceptavam uma mesma reta, apontando a propriedade de inclinação constante para o gráfico por ele traçado, descrevendo, assim, um movimento uniformemente acelerado (BOYER, 1974). Essa representação, também desenvolvida no Merton College de Oxford, foi retomada por Galileu (1564 – 1642), desencadeando o formato gráfico que teria sido consagrado por Fermat (1601 – 1665) e Descartes (1596 – 1650).

Quanto ao aspecto algébrico, este tipo de representação se encontra vinculado também a Fermat e Descartes. Dispondo de novos simbolismos e processos algébricos, René Descartes apresenta ideias mais específicas de função, quando adota equações em x e em y para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis. Visando possibilitar o cálculo do valor de uma dessas quantidades variáveis por intermédio do valor da outra, apresentou ainda o método das coordenadas para a representação gráfica das relações entre variáveis, em um modo próximo ao que conhecemos na atualidade, para função.

A palavra função como nomenclatura para o processo parece ter sido inserida a partir dos trabalhos do físico e matemático inglês Isacc Newton (1642 – 1727) e do matemático alemão Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646 – 1716), visto que estes são atribuídas às primeiras contribuições efetivas para o desenvolvimento desse conceito.

Muitas outras contribuições dos matemáticos surgiram para o desenvolvimento desse conceito, aproximadamente em 1718, o matemático suíço Jean Bernoulli (1667 – 1748) chegou a considerar uma função como uma expressão qualquer, formada de uma variável e algumas constantes, usou notação diferenciada da língua materna para uma função de x, sendo *fx* a mais próxima da que usamos hoje; o suíço Leonard Euler (1707 – 1783) também trabalhou com funções e introduziu a notação *f(x)*, atualmente utilizada; posteriormente outros matemáticos viriam a contribuir significativamente com o conceito de função – Joseph-Louis de Lagrange (1736 – 1813), Jean-Baptiste Fourier (1768 – 1830) e Johann Dirichlet (1805 – 1859).

Segundo Braga (2006), em 1837, Johann Dirichlet teria construído uma definição ampla de função, onde este afirmara que se uma função y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então se diz que y é função da variável x.

A definição de Johann Dirichlet, juntamente com as modificações em torno desta, que surgiram logo após, atenderam por algum tempo as demandas do desenvolvimento da matemática. Contudo, sentia-se uma necessidade de ampliação do conceito de função que estava associado aos conjuntos numéricos para além destes. Esta ampliação surgiu com a formalização de uma nova conceituação explicitada pelo grupo Boubarki através da Teoria dos Conjuntos - Braga (2006), criada pelo matemático alemão Georg Cantor (1845 – 1918), proporcionando também a definição de função conhecida atualmente.

2.4 O USO DAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE FUNÇÕES.

Com o intuito de analisar como e onde estão sendo desenvolvidas as atuais pesquisas sobre o uso de algum *software* no processo de ensino e aprendizagem de funções no Brasil, foi realizada uma pesquisa com procedimentos usados em pesquisas do tipo estado da arte ou estado da questão ou situação do tema entre pesquisas já realizadas ou levantamento na literatura sobre o tema.

> [...]. Definidas como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. Também são reconhecidas por realizarem uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado (FERREIRA 2000, p.258).

Neste trabalho acessamos as pesquisas que já foram divulgadas no estado de Sergipe e em nível nacional através de uma busca das produções acadêmicas, dissertações e teses publicadas nas bibliotecas digitais nacionais: Portal de Periódicos da CAPES, de domínio Público. Também foi utilizada como base de pesquisas a biblioteca virtual Scielo e Google Acadêmico, porém restringindo as pesquisas com foco voltado para a educação matemática ou ensino de ciências e matemática e se dentre essas existe(m) alguma(s) que verse(m) a cerca da utilização de *softwares* no ensino de matemática. Em se tratando do estado de Sergipe, busquei junto a Biblioteca de Teses e Dissertações da Universidade Federal de Sergipe – BDTD/UFS, onde encontramos o trabalho de Fonseca (2011), no qual ele afirma que fazer inferências sobre resultados de pesquisa em Educação Matemática no Estado de Sergipe, analisando a Universidade Federal de Sergipe, pois até então era a única instituição do estado a oferecer um mestrado em Educação, é algo fácil e considera esse tipo de pesquisa ainda embrionária em função da quantidade de trabalhos defendidos em forma de dissertação de mestrado.

Segundo Fonseca (2011), desde a implantação do mestrado em Educação em 1993 a 2008 foram defendidas 167 dissertações, dentre estas apenas quatro tratam de temas relacionados à Educação Matemática. São eles: A ludicidade nas aulas de matemática por meio de atividades didáticas; A introdução da informática no currículo da rede pública como forma de melhorar o ensino de matemática; A álgebra tratada como conteúdo matemático a partir de um enfoque metodológico e curricular. E em sua própria pesquisa em 2002, cujo objeto de investigação paira sobre a aprendizagem em trigonometria.

Nos seis anos subsequentes, o próprio assegura que, não houve pesquisa voltada a Educação Matemática, apenas no ano de 2009, têm-se outras obras com foco na área citada. Esses trabalhos discutem sobre: i) O Ensino da disciplina de Cálculo do departamento de matemática da UFS, fazendo uma leitura histórica da trajetória da disciplina desde a implantação do curso de matemática na década de 1970; ii) A relação com o saber de professores de matemática do Ensino Médio, bem como suas práticas, nos centros de excelência de Sergipe; iii) A Etnomatemática, que decidiu investigar as possíveis disparidades conceituais no cálculo de área de trabalhadores rurais e também na escola; finalizando em seu próprio trabalho Fonseca (2011) investiga de que forma o uso do computador, enquanto ferramenta pedagógica é capaz de levar os alunos a superarem as dificuldades de aprendizagem das funções trigonométricas fazendo uso do *software* Graphmatica 1.6c.

Ao término desse levantamento, identificamos o registro apenas da pesquisa de Fonseca que trata da aplicação de *softwares* no ensino de matemática, talvez isso aconteça em função de não serem divulgados tais trabalhos, fato que torna esta pesquisa quase pioneira no estado no estado de Sergipe.

Em esfera nacional, ao consultar os acervos das bibliotecas virtuais das universidades que ofertam curso Stricto Sensu, na área de Educação Matemática, Ensino/Ensino de Matemática ou Ensino de Ciências e Matemática, a saber, em ordem de conceito CAPES, PUC – RIO (Conceito 6); UNESP / Rio Claro e Bauru, UFSC, PUC – SP, UFBA, UNICAMP, USP, UEL (Conceito 5); UFPA, UNIBAN, UFRPE, UNICSUL, ULBRA, UNICAMP (Conceito 4); UFRJ, UNICAMP, UFG, PUC – RS, UFMS, UFPE, IFMG, UFS, PUC – MG, UFPR (Conceito 3), bem como, os acervos das bibliotecas das universidades com os Mestrados Profissionalizantes nas mesmas áreas, todos de Conceito CAPES 3**,** sendo estes das universidades relacionadas a seguir: UFJF, UFOP, USS, PUC – MG, URI, UNIGRANRIO (RJ), UTFPR, UNB, IFRJ, UFC, UEPB, UFAL, UNIVATES, UFSCAR, UEA, UFRN, FURB, UNIFRA, UFRGS, além do acervo da CAPES, encontramos um número de trabalhos significativo, onde destacamos alguns dos trabalhos encontrados.

Em se tratando do uso de *software* no ensino de funções, encontramos o trabalho de Santos (2002) que elaborou uma sequência didática baseada em princípios da Informática na Educação e a desenvolveu com cinco duplas de estudantes, da segunda série do Ensino Médio de uma escola da rede particular de São Paulo. O objetivo do pesquisador era estudar a aquisição de saberes relacionado aos coeficientes da equação: $y = ax + b$, a partir da articulação dos registros gráficos e algébricos da função afim, proporcionado pelo uso de um *software* construído especialmente para tal finalidade. O autor evidencia que os resultados obtidos revelaram uma evolução em relação à construção de significados dos coeficientes da representação algébrica da função afim associados a sua representação gráfica, o que, para Santos, foi proporcionado pelo ambiente informático estabelecido, aliado a uma nova forma de trabalhar com os estudantes.

Outro pesquisador que também utilizou um *software* no ensino de funções, que neste caso utilizou o *software* graphmatica para ensinar funções a estudantes da primeira série do ensino médio foi Benedetti (2003), no trabalho intitulado: "Funções, *software* Gráfico e Coletivos Pensantes". Este pesquisador investigou as potencialidades do graphmatica na coordenação das múltiplas representações de funções, especialmente a gráfica, a algébrica e a tabular e percebeu que ações como a construção de conjecturas, conclusões e refutações dos estudantes foram possíveis graças ao ambiente proporcionado pelo *software*.

Maia (2007) desenvolveu uma sequência didática com a intenção de abordar construções gráficas da função quadrática utilizando o *software* winplot. Durante as observações, a pesquisadora percebeu que ocorreu maior interação entre os estudantes, ao utilizarem o winplot, além de este recurso possibilitar a visualização das mudanças que ocorriam nos gráficos quando sua escrita algébrica era alterada. Assim, segundo Maia, os resultados apontaram que houve um avanço por parte dos estudantes na apreensão do conceito de função propiciado pela compreensão e articulação entre as variáveis visuais e unidades simbólicas significativas. A sequência foi desenvolvida com estudantes da 8ª série do ensino fundamental de uma escola particular na cidade de São Bernardo do Campo - SP.

Outro projeto de pesquisa, envolvendo a tecnologia como instrumento metodológico, foi proposto por Augusto (2008), que desenvolveu uma pesquisa intitulada "Aprendizagem de função afim: uma intervenção de ensino com auxílio do *software* Graphmatica", na qual investigou a possibilidade de apropriação de conceitos relativos a função afim por estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de ensino do município de Cotia-SP. A intervenção foi subsidiada por ferramentas tecnológicas, dentre as quais está o *software* graphmatica, e ocorreu com dois grupos de estudantes chamados de grupo controle e grupo experimental. O pesquisador objetivava saber qual a contribuição que o *software* pode trazer para a aprendizagem do conceito de função afim e concluiu que este possibilitou ensaios dinâmicos e uma interação que são bastante frutíferos para a aprendizagem, principalmente da leitura, interpretação de gráficos e expressões da função afim.

Rodrigues (2011) desenvolveu uma pesquisa teve como principal objetivo, utilizar o computador em conjunto com a resolução de problemas, para explorar a seguinte questão de pesquisa “Quais as contribuições do trabalho com o *software* graphmatica, no processo de aprendizagem do conceito de função?” com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental que ainda não tivessem estudado o conteúdo de função. Segundo a autora, o uso do *software* graphmatica tornou a aula mais interessante e a aprendizagem do conceito de função mais significativa, além de servir como instrumento de validação das conjecturas dos estudantes, que sempre recorriam à representação gráfica da função desejada para analisar se suas hipóteses estavam ou não corretas, ou seja, o uso do computador favoreceu uma atitude mais exploratória por parte dos estudantes.

Em se tratando especificamente do *software* matemático GeoGebra, Scano (2009) utilizou este *software* para ensinar função afim em uma turma do 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede particular da grande São Paulo. O pesquisador utilizou o *software* como mediador no processo de iniciação ao estudo da função afim e concluiu que esta tecnologia ajudou os estudantes a reconhecerem o gráfico de uma função afim, além de relacionar os coeficientes da equação da reta com a representação gráfica da função.

Em sua pesquisa, Santos (2011) desenvolveu um trabalho cujo objetivo era o ensino da função logarítmica por meio de elaboração, aplicação e análise de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do *software* matemático GeoGebra, como estratégia pedagógica, com alunos da 3ª série do Ensino Médio de uma escola estadual em São Paulo em oito encontros presenciais. A autora afirma que, segundo relato dos participantes, o uso do *software* matemático GeoGebra contribuiu para a visualização e para a compreensão do comportamento gráfico das funções e que a aplicação da sequência didática utilizando este *software* constituiu uma estratégia eficiente para atingir os objetivos ora propostos.

A pesquisa de Oliveira (2011) tinha como objetivo analisar o uso do computador no ensino e na aprendizagem matemática, e buscava verificar que contribuições o uso do *software* matemático GeoGebra traz para a aprendizagem de funções polinomiais do 1º grau através de um estudo de caso realizado com alunos da primeira série do Ensino Médio de uma escola da rede estadual paulista. Para a construção do estudo de caso, realizou pesquisas em documentos textuais sobre os aspectos fundamentais que permeiam o uso do computador na educação, principalmente em relação ao uso de um *software* matemático com os alunos e sobre o *software* matemático GeoGebra. Em se tratando do estudo de função polinomial do primeiro grau com o uso do *software* matemático GeoGebra, a autora destaca que o uso do mesmo como auxilio no processo de ensino e aprendizagem provocou a participação interativa e colaborativa, e mostrou-se um significativo recurso na construção do conhecimento matemático dos alunos.

Moreira (2012) em sua pesquisa aborda o uso de um *software* matemático de geometria dinâmica GeoGebra para introduzir conceitos referentes ao ensino de funções trigonométricas, buscando como tornar o ensino de trigonometria mais significativo, através da visualização no computador da influência da mudança de parâmetros em gráficos das referidas funções. Para o desenvolvimento da pesquisa, elaborou atividades para serem trabalhadas em laboratório de informática, em que o debate entre os estudantes é uma das principais estratégias pedagógicas. Estas atividades foram estruturadas da seguinte forma: construção de gráficos de funções em uma mesma tela, comparação dos gráficos obtidos e conclusões por parte dos estudantes com a orientação do professor. Segundo o autor os resultados deste trabalho mostraram que o uso do computador como ferramenta nas escolas permanece como um recurso importante e como um grande desafio para professores e pesquisadores, à medida que passe a ser utilizado como fonte de estudo e de criação de estratégias pedagógicas, para as quais diversas tecnologias podem ser empregadas; destaca, ainda, a relevância o uso de *softwares* de Geometria Dinâmica no processo de ensino de funções trigonométricas.

Tendo compreendido os aportes teóricos, é chegada o momento de conhecer os aspectos pertinentes à metodologia.

III - METODOLOGIA DA PESQUISA

Utilizaremos este capítulo para apresentar os percursos metodológicos abordados neste estudo. Para tanto, destacamos os instrumentos utilizados na coleta de dados, discutimos a sequência didática e caracterizamos a pesquisa.

3. 1 Coleta de dados

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados, durante o desenvolvimento da pesquisa foram o questionário (socioeconômico e avaliativo), a prova investigativa, atividades sobre função afim e o pós-teste, onde o professor regente da turma atuou como investigador.

O questionário socioeconômico composto de 35 questões, sendo que estas eram de natureza fechada ou aberta, foi o primeiro instrumento a ser utilizado na coleta de dados. Foi aplicado aos participantes da pesquisa, tendo como ponto de partida buscar elementos que fornecessem subsídios necessários para caracterizar estes do ponto de vista socioeconômico e cultural. Assim, possibilitando conhecer o perfil dos participantes de modo a obter destes o máximo de elementos constituintes da pesquisa.

O questionário é uma técnica de investigação composta por questões que são apresentadas por escrito às pessoas (GIL, 2010), este instrumento é empregado com a finalidade de conhecer opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas, dentre outras. Além disso, deve ser registrado, dentre as vantagens de se utilizar esse instrumento, a possibilidade de atingir um número grande de pessoas a um custo mínimo, garantindo o anonimato destas.

Segundo (MATOS e VIEIRA 2001, *apud* RODRIGUES 2011), o uso do questionário como uma técnica de investigação, consiste em que o investigado responda por escrito a um formulário, com questões que devem ser claras e objetivas. Os autores enfatizam ainda que estas questões possam ser do tipo abertas – nestas o investigado expressa livremente suas opiniões; fechadas – são dadas as alternativas; ou ainda mistas – apresentam as duas possibilidades anteriores.

Em se tratando do questionário, Gil (2010) afirma que nas questões abertas solicita-se aos participantes que ofereçam suas próprias respostas, sendo que este tipo de questão possibilita ampla liberdade de resposta; quanto às questões fechadas, o mesmo assegura que estas se apresentam ao respondente junto a um conjunto de alternativas de resposta para que seja escolhida uma alternativa dentre as que são apresentadas. Finalizando, ainda Gil (2010) garante a existência de questões dependentes e define-as como sendo aquelas questões em que uma depende da resposta dada a outra questão. Logo, o questionário socioeconômico utilizado foi composto por questões na maioria fechadas e algumas abertas que se classifica entre aqueles que possuem questões mistas.

Imediatamente após o questionário socioeconômico, antes de iniciar as aulas, foi pedido aos estudantes que resolvessem a prova investigativa. Foi esclarecido que não valeria nota, mas que era para responderem com atenção e cuidado, tentando resolver o máximo possível das questões propostas, pois através desta pretendíamos detectar o que eles já tinham visto ou sabiam daqueles conceitos.

Analisado o que os estudantes tinham de conhecimentos prévios relacionados ao conteúdo a ser estudado, iniciou-se a aplicação do conteúdo relativo à função polinomial do primeiro grau. Na turma de agropecuária ministramos esse conteúdo fazendo uso de aulas expositivas, dialógicas e do livro didático e utilizamos uma sequência didática planejada, enquanto que na turma de agroindústria além dos recursos utilizados na turma de agropecuária, utilizamos para aplicação da sequência didática planejada, o *software* matemático GeoGebra. Para execução desse conteúdo, utilizamos cinco encontros com duração de duas horas cada um, em cada uma das turmas nos mesmos dias em horários distintos.

Juntamente à explicação dos conteúdos, eram aplicadas atividades complementares e feitos questionamentos sobre as mesmas, visando melhor aclaramento do estudo de funções. O conceito de função foi trabalhado em ambas as salas a partir de uma situação real, para em seguida introduzir a definição de produto cartesiano, os conceitos de imagem, domínio, contradomínio, dentre outros.

O que foi produzido pelos participantes durante a realização das atividades também veio a ser usado como fonte de dados, buscando fornecer informações indispensáveis ao desenvolvimento do trabalho. Durante esta produção algumas fotografias foram feitas, além de gravações em áudio que tinham como propósito captar as discussões feitas entre as duplas, o que complementou os dados da pesquisa, pois, foram transcritos e utilizados durante a análise.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), as fotografias servem para auxiliar na recriação do ambiente pelo observador ou mesmo pesquisador, no sentido de quando bem feitas, isolarem e congelarem relações ou comportamentos de uma forma que não pode ser recriada verbalmente. As fotografias fornecem dados descritivos e nesse sentido é utilizada para compreender o subjetivo, sendo muitas vezes analisadas indutivamente e ainda, de acordo com Bogdan e Biklen (1994) estas fotografias podem ser do tipo fotografias encontradas ou do tipo fotografias produzidas pelo investigador. Em nosso trabalho as fotografias foram produzidas no decorrer da investigação e nos fornecem imagens para uma inspeção posterior que procura pistas sobre relações e atividades como, por exemplo, a imagem das representações gráficas feitas pelos participantes com o auxílio do *software*.

Ao término desta etapa realizamos outra avaliação, chamada de pós-teste, cujo objetivo era verificar se os estudantes, organizados em dupla, conseguiam, após a intervenção, resolver os problemas propostos utilizando o *software* ou não e, de que forma o faziam, ou seja, pretendíamos verificar se houve algum ganho da prova investigativa para o pós-teste. Por fim, solicitamos, no próximo encontro, a cada participante do grupo experimental que respondesse um questionário avaliativo cujo objetivo era coletar informações sobre a opinião deles quanto à metodologia e instrumentos utilizados nas aulas, sobre as dificuldades e facilidades que encontraram neste período, bem como dessem sugestões, ou não, de mudanças nas atuais ou futuras aulas de Matemática.

Portanto, todos estes instrumentos foram utilizados visando obter o máximo possível de informações necessárias à análise das atividades desenvolvidas durante a coleta de dados.

3. 2 Sequência Didática

Embasada na engenharia didática discutida por Artigue (1996), a sequência didática utilizada ao desenvolver esta pesquisa está de acordo com as ideias de Machado (2008), Oliveira (2013) e Pais (2011) que a define como sendo:

> formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de *sessões*, tendo em vista seu caráter específico para a pesquisa (PAIS 2011, p. 102).

Segundo Machado (2008) o termo Engenharia Didática é usado desde a década de 80 do século XX em pesquisas da Didática da Matemática que incluem uma parte experimental, sendo que, segundo Pais (2011, p. 132), Yves Chevallard e a pesquisadora Michèle Artigue são considerados importantes colaboradores quanto à sistematização dessa metodologia. Para Artigue (1988 *apud* MACHADO, 2008).

> [...] este termo foi cunhado para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios de que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta (p. 234).

Assim, pelo termo Engenharia Didática entende-se, segundo Douady (1993 *apud* MACHADO, 2008) como sendo:

> [...] uma sequência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor (p. 234).

Pais (2011), afirma que a aplicação da sequência didática é uma etapa necessária para garantir a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica, para tanto se faz necessário estar atento ao maior número de informações possível e registrá-las, de modo que estas possam contribuir para o desvelamento do fenômeno investigado. O registro dessas informações pode ser feito por meio das filmagens, gravações, observações e registro, entre outras.

Enquanto uma metodologia de pesquisa, a Engenharia Didática privilegia a sequência didática como esquema experimental para analisar as diferentes etapas de ensino, diferentemente de outros tipos de pesquisa que baseados em experiências, está fundamentada em estudo de caso, cujo processo de validação acontece por meio de analises a *priori* e as analises a *posteriori* (OLIVEIRA, 2013).

A Engenharia Didática, caracterizada por Artigue (2005, *apud* CEOLIN, 2010, p.30) divide-se em quatro etapas fundamentais, sendo elas:

Análise Prévia: Seleciona-se o público-alvo e faz-se uma análise do ensino habitual, dos recursos até então utilizados, da abordagem do conteúdo nos livros didáticos e verificam-se as dificuldades dos alunos, para que se possa propor uma intervenção com atividades didáticas visando contribuir na aprendizagem.

Concepção e Análise a priori*:* Faz-se a elaboração de uma sequência de atividades que serão utilizadas com o público-alvo e subsidiadas pelo uso de recursos didáticos diferenciados, ou seja, tem-se a intenção de apresentar uma nova abordagem do conteúdo a ser trabalhado. Nessa etapa, também se elabora as hipóteses, que serão validadas ou não, na última etapa da Engenharia Didática.

Experimentação: Nessa terceira etapa, desenvolve-se juntamente com o público-alvo, a sequência didática elaborada, a qual deve apresentar objetivos claros e ter foco crítico na aprendizagem. Deve-se durante a experimentação, observar atentamente a ação do sujeito sobre os objetos de ensino e fazer registros, os quais servirão de instrumento para a análise da próxima fase.

Análise a posteriori e validação: Na quarta e última etapa, faz-se uma contemplação de todos os dados e resultados obtidos durante o processo, e dessa forma, é verificado se o aprendizado foi consolidado pelos alunos, validando ou não a experiência. Faz-se, para isso, uma confrontação entre os dados coletados inicial e posteriormente ao trabalho e também se verifica a comprovação das hipóteses.

Essa última etapa é muito importante na Engenharia Didática, pois é nesse momento que o professor tem a oportunidade de avaliar seu trabalho e refletir sobre suas ações metodológicas.

Assim, segundo Oliveira (2013) na análise preliminar o pesquisador busca relacionar a fundamentação teórica do conhecimento já existente quanto ao estudo a ser realizado; nas concepções e análises a *piori* das situações didáticas, o pesquisador deverá estabelecer as variáveis de comando que estão pautadas na macrodidática[4], compreendendo a organização geral e/ou planejamentos globais da Engenharia Didática e a microdidática[5] que se encontra pautada nos conteúdos que se planeja cada fase da sequência didática.

A realização da sequência didática constitui a experimentação, com participação ativa do professor e alunos. Nesta fase são realizadas observações, registros de cada sessão que irão contribuir na quarta e última fase da Engenharia Didática.

A análise a *posteriori* e validação se sustenta em todos os dados obtidos durante a experimentação resultante das observações realizadas durante cada sessão de ensino, além das produções dos alunos que ocorreram durante ou pós as sessões (MACHADO, 2008).

Por fim, a validação dos dados obtidos. Segundo Pais (2011), em se tratando da Engenharia Didática essa validação é obtida por meio da confrontação entre os dados obtidos na análise a *priori* e a *posteriori*, validando ou refutando as hipóteses levantadas no início da pesquisa.

Assim, o termo utilizado neste trabalho, bem como o planejamento das sessões para a coleta de dados, foram desenvolvidos na perspectiva discutida por Machado (2008), Pais (2011) e Oliveira (2013), objetivando a aprendizagem dos estudantes.

---

[4] Nessa pesquisa entendemos por variáveis macrodidáticas a mudança do ambiente de aprendizagem; modificação da metodologia de ensino; incentivo ao trabalho em equipe (dupla); valorização do método indutivo; valorização da participação oral e a criatividade; incentivo a percepção das ligações entre as representações naturais, algébricas e gráficas; incentivo a aplicação do conteúdo estudado em diferentes situações do cotidiano.

[5] Nessa pesquisa entendemos por variáveis microdidáticas a função polinomial do primeiro grau, o uso do computador, o uso do papel milimetrado.

3.3 Métodos de Pesquisa

3. 3. 1 Caracterização da pesquisa qualitativa

A investigação qualitativa recebe essa denominação em função de agrupar um conjunto de estratégias qualitativas, privilegiando a compreensão dos comportamentos a partir das perspectivas dos sujeitos pesquisados, agrupando diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são ricos em particularidades descritivas relativas a pessoas, locais e conversas, além de ter complexo tratamento estatístico. Assim, uma pesquisa qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos a partir do contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatizando mais o processo do que o produto e retratando a perspectiva dos participantes (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Ainda de acordo com esses autores, na investigação qualitativa em educação, também chamada naturalista, supõe que o investigador frequente os locais onde naturalmente se verificam os fenômenos nos quais ele está interessado, estabelecendo um contato direto e prolongado entre pesquisador e os mesmos, visto que estes fenômenos são muito influenciados pelo contexto em que ocorrem.

Outra característica da investigação qualitativa é que esta é descritiva, para Bogdan e Biklen (1994), os dados recolhidos estão geralmente na forma de palavras ou imagens. Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com bases nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação em seguida o pesquisador busca analisar minuciosamente em toda sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível, a forma com que estes foram registrados. Neste sentido, os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos e assim, as estratégias qualitativas patentearam o modo como às expectativas se traduzem nas atividades, nos procedimentos e interações diários.

Segundo (BOGDAN e BIKLEN, 1994) os investigadores qualitativos tendem a fazer a análise dos dados de forma indutiva, uma vez que as abstrações serão construídas à medida que houve o recolhimento e agrupamento dados particulares. Nesta perspectiva, o significado é de importância vital na abordagem qualitativa, pois os investigadores qualitativos estão interessados no modo como as diferentes pessoas dão sentido às suas vidas. Assim, o processo de condução de uma investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos.

3. 3. 2 Caracterização da pesquisa quantitativa

Esclarece Fonseca (2002, *apud* SILVEIRA e CÓRDOVA, 2009).

> Diferentemente da pesquisa qualitativa, os resultados da pesquisa quantitativa podem ser quantificados. Como as amostras geralmente são grandes e consideradas representativas da população, os resultados são tomados como se constituíssem um retrato real de toda a população alvo da pesquisa. A pesquisa quantitativa se centra na objetividade. Influenciada pelo positivismo, considera que a realidade só pode ser compreendida com base na análise de dados brutos, recolhidos com o auxílio de instrumentos padronizados e neutros. A pesquisa quantitativa recorre à linguagem matemática para descrever as causas de um fenômeno, as relações entre variáveis, etc. A utilização conjunta da pesquisa qualitativa e quantitativa permite recolher mais informações do que se poderia conseguir isoladamente (pág. 33).

A pesquisa quantitativa, segundo Silveira e Córdova (2009) têm suas raízes no pensamento positivista lógico, tende a enfatizar o raciocínio dedutivo, as regras da lógica e os atributos mensuráveis da experiência humana. Por outro lado, a pesquisa qualitativa tende a salientar os aspectos dinâmicos, holísticos e individuais da experiência humana. Assim, tanto a pesquisa quantitativa quanto a pesquisa qualitativa apresentam diferenças com pontos fracos e fortes. Contudo, os elementos fortes de um complementam as fraquezas do outro, fundamentais ao maior desenvolvimento da Ciência (SILVEIRA e CÓRDOVA, 2009).

Assim, podemos caracterizar nossa abordagem de investigação como quanti-qualitativa, ou seja, que faz uso de métodos de investigação mistos. Para Creswell (2010) os métodos mistos combinam os métodos qualitativos e quantitativos e podem ser usados lado a lado para reforçar um ao outro.

3. 3. 3 Caracterização da pesquisa quanti-qualitativa

A primeira visão geral abrangente dessa estratégia de investigação foi apresentada em 2003, por meio da publicação do *Handbook of Mixed Methods in the Social e Bahavior Science* (CRESWELL, 2010). Para esse autor, ao realizar uma pesquisa dessa natureza, é necessário que o pesquisador esteja familiarizado com as formas de pesquisa quantitativa e qualitativa, de modo a encarar uma extensa coleta de dados se fazendo necessário um tempo intensivo para análise dos mesmos.

IV - RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste serão apresentados os resultados e discussões. Para tanto, se desenhará o contexto da pesquisa, delineando o perfil do IFS-SC, bem como dos participantes. Em seguida, passar-se-á para a discussão das categorias que estruturam a análise realizada.

4.1 Contextos da Pesquisa

Essa pesquisa foca a sua atenção sobre o Ensino Médio, mais especificamente, com alunos da 1ª série do Ensino Médio, visto que estes estudam o conteúdo de funções polinomiais do 1º grau na referida série. Em função do assunto tratado nesta pesquisa, se tratar de um conteúdo específico da 1ª série do Ensino Médio, a mesma poderia ser desenvolvida em escolas de Ensino Médio da rede pública de Ensino ou da rede privada de Ensino, contudo optamos por realizar a investigação na Rede Pública de Ensino.

A opção pela Rede Pública de Ensino aconteceu em função de exercer a função de professor de matemática. Há mais de oito anos, na Rede Estadual de Alagoas e Sergipe. Atualmente, desempenho minhas funções laborais no Colégio Estadual José Rollemberg Leite - CEJRL, situado na cidade de Aracaju/SE e na Rede Federal de Ensino, atuando há pouco mais de um ano, no Instituto Federal de Sergipe - IFS/Campus São Cristóvão, o que favoreceu o desenvolvimento da mesma.

Diante dos dois vínculos empregatícios, e ainda ter que conciliar os estudos precisava de uma instituição que nos oferecesse as melhores condições para realização da pesquisa, e ao analisar as condições que as instituições em que trabalho oferecia, visto que pretendia aplicar a sequência didática com o auxilio do *software* matemático GeoGebra durante as aulas com minhas turmas, optei por realizar a pesquisa no Instituto Federal de Sergipe – IFS/Campus São Cristóvão. Esta escolha deu-se a partir da contemplação de alguns itens que considero importantes para a realização das sessões, a citar: infraestrutura (Laboratório de informática com capacidade de 25 lugares); suporte técnico (Responsável pela instalação do programa em uso em todas as máquinas utilizadas, bem como acompanhamento necessário ao bom andamento das atividades); sala para exibição de vídeo; público que concentra muitos alunos egressos de outras instituições públicas do Estado de Sergipe e Estados circunvizinhos, a exemplo dos Estados de Alagoas e Bahia; acessibilidade (condições em que a burocratização oferecesse menos resistência); facilidade para coleta de dados.

Referência do ensino agrícola no estado de Sergipe, no dia 31 de outubro do corrente, o campus São Cristóvão, integrante do Instituto Federal de Sergipe, completou 89 anos. Situada no km 96, da BR 101- povoado Quissamã, a instituição recebeu durante todos estes anos, ininterruptamente, estudantes oriundos de diversas regiões sergipanas e de estados vizinhos, contribuindo com a profissionalização e propagando o ensino técnico. A instituição tem características bastante peculiares. Primeiro, o fato de estar situado em zona rural, depois o sistema de Semi-Internato[6] e Internato[7]. É a única instituição em Sergipe a oferecer este serviço.

Com origem no Patronato de São Maurício, criado em 1924, sua função era oferecer curso de aprendizes artífices às crianças e adolescentes com problemas de ajustamento social e emocional, além de ter caráter assistencial destinado a abrigar e educar menores tendo com fim readaptá-los à vida em sociedade. A nomenclatura da instituição foi alterada diversas vezes e a partir de 1979, passou a denominar-se Escola Agrotécnica de São Cristóvão, com a missão de promover um processo educativo integrando todos os segmentos e a comunidade, proporcionando uma educação tecnológico-científica e profissionalizante.

A partir de 2008 passou a denominar-se Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia - Campus São Cristóvão quando se integrou à Rede Federal de Educação, a partir da fusão com os Centros Federais de Educação Tecnológica - CEFET e Escolas Técnicas Federais vinculadas às Universidades Federais.

Com a missão de contribuir com a educação do cidadão em bases científicas e ético-políticas, para que possa participar produtivamente do desenvolvimento social e tecnológico, o campus São Cristóvão atualmente disponibiliza à comunidade cursos Técnicos de Nível

[6] Aqui se entende por aluno semi-interno todo estudante que permanece os dois turnos na instituição, dispondo de alimentação, cuidados médicos e retornam todos os dias aos fins de tarde para aos seus domicílios.

[7] Aqui se entende por aluno interno todo aluno que permanece de segunda a sexta-feira em alojamentos que estão localizados no próprio campus, dispondo de alimentação, cuidados médicos, retornando as suas residências ao fim da tarde da sexta-feira.

Médio em Agropecuária, Agroindústria e Manutenção e Suporte em Informática na modalidade Integrado[8] ao Ensino Médio e os cursos de Agropecuária e Agrimensura na modalidade Subsequente[9] ao Ensino Médio, PROEJA[10]e Ensino Superior em Agroecologia e Tecnologia em Alimentos, além de manter, ainda hoje, o sistema de internato que atende aproximadamente, 150 estudantes oriundos, a maioria, do interior do estado de Sergipe, bem como de estados circunvizinhos. Em seu quadro de profissionais, composto por 72 Professores Efetivos[11], sendo a maioria em regime de trabalho de Dedicação Exclusiva, em que 13 desses profissionais são Doutores, 40 são Mestres, os 19 profissionais que restam dividem-se entre Mestrandos, Especialistas e Graduados, vale destacar que apenas 03 desses professores possuem somente a graduação.

4.2 Dos participantes da pesquisa

A amostra desse processo de investigação é composta por uma turma da 1ª Série do curso Técnico de Nível Médio Integrado em Agroindústria, composta por 32 alunos e outra turma da 1ª Série do curso Técnico de Nível Médio Integrado em Agropecuária, composta por 26 alunos.

A escolha destas turmas foi feita ao acaso, pois solicitamos à Direção de Ensino (DDE) do IFS que ao realizar a distribuição das turmas entre os professores de matemática,

[8] Cursos de nível médio que são ofertados concomitantemente aos de nível técnico. A partir das necessidades de cada curso, são direcionados os conteúdos de todas as disciplinas do núcleo comum para atender aos pré-requisitos das disciplinas voltadas ao Ensino Técnico, tendo como público alvo alunos que concluíram apenas o Ensino fundamental.

[9] Para alunos que concluíram o Ensino Médio ou que cursam o Ensino Médio paralelamente em outra instituição de ensino, estes permanecem na escola apenas um turno.

[10] É o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos que tem por objetivo oferecer oportunidade de estudos àqueles que não tiveram acesso ao ensino médio na idade regular. Funcionando no turno noturno, este programa possibilita, em uma única matrícula, reunir os conhecimentos do Ensino Médio às competências da educação profissional, tendo como pré-requisito ao ingresso ter concluído o ensino fundamental e idade mínima de 18 anos.

[11] Dados referentes ao ano de 2012.

dentre as quatro turmas da 1ª Série do curso Técnico de Nível Médio Integrado, nos concedesse ao menos duas, pois precisávamos realizar a pesquisa.

A escolha de duas turmas se justifica, pois pretendíamos ministrar as aulas fazendo uso de metodologias diferentes, em uma das turmas iríamos aplicar, além dos recursos triviais, uma sequência didática fazendo uso do *software* matemático GeoGebra como recurso didático e na outra faríamos uso de aulas utilizando apenas os recursos como livro, quadro branco, dentre outros, além desses recursos aplicaríamos a mesma sequência didática sem o uso do *software* matemático GeoGebra, seguido de uma verificação aplicada em ambas às turmas para posterior análise, a fim de constatar "Quais as contribuições o uso do *software* matemático GeoGebra poderá acrescentar ou não ao processo de ensino de função afim?". Assim, definimos a turma que não utilizaria o *software* na aplicação da sequência didática, que será chamada por Grupo Sem o Experimento (GSE) e na outra turma utilizaria o *software* na aplicação da sequência didática que será chamada por Grupo Com o Experimento (GCE). Para preservar o anonimato da pesquisa, optei por organizar os alunos em dupla e identificar cada uma das duplas por uma sigla, para representar o grupo de controle (GSE) e para representar o grupo experimental (GCE) seguida de um algarismo que representaria a dupla (GSE 01, GCE 01, GSE 02, GCE 02,...) assim, identificando a que turma a dupla pertence.

Com o intuito de facilitar e auxiliar no entendimento do processo de análise dos dados recolhidos durante a parte prática da pesquisa buscou-se caracterizar as duas turmas participantes de pesquisa.

Os participantes de ambas as turmas são, na maioria, do estado de Sergipe (Figura 2).

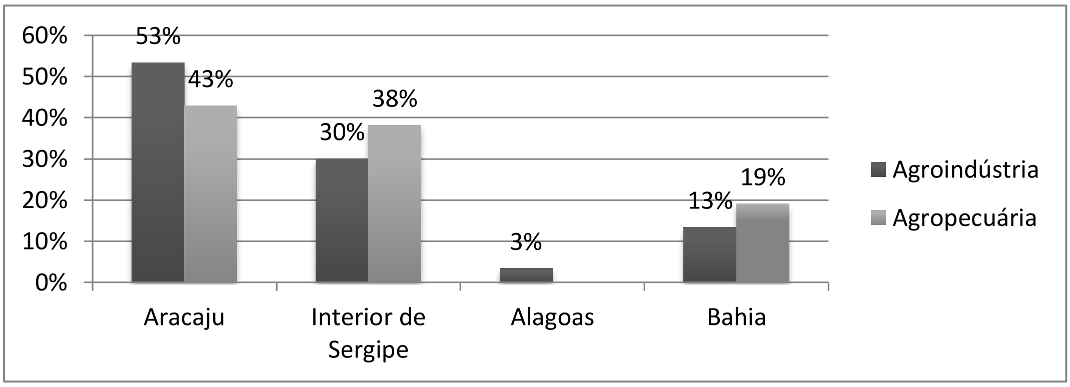


Figura 2: Naturalidade dos participantes

Apesar do predomínio de alunos oriundos da cidade de Aracaju, vale destacar a presença de alunos de outros estados, como Alagoas e Bahia, representando uma quantidade significativa de alunos.

Em se tratando do município de residência, observamos que a maioria dos alunos reside nos interiores do Estado de Sergipe, ou seja, muitos apenas nasceram em Aracaju, e para estudar fazem o percurso de sua residência à escola diariamente. Nota-se, ainda, que a frequência de alunos que residem em outros estados diminuiu; isso se deve ao fato de estarem considerando sua residência em Aracaju em função dos estudos (Figura 3).

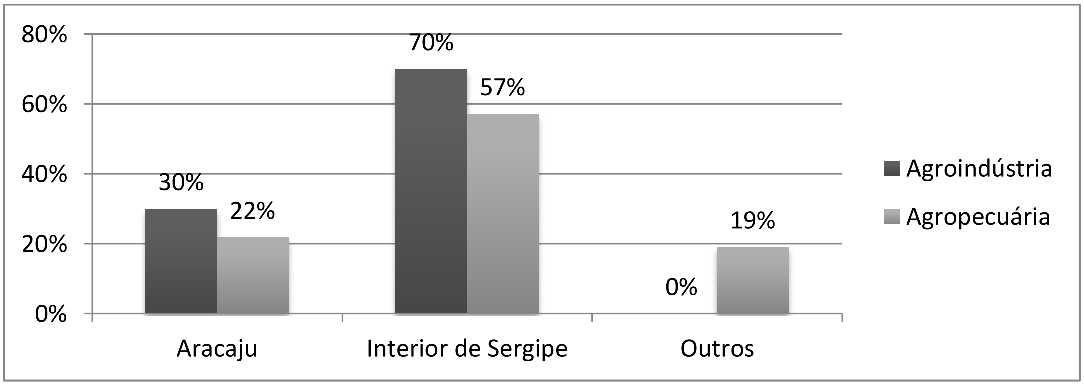


Figura 3: Local de Residência dos participantes

Em sua composição a turma de agroindústria 67% do sexo feminino e apenas 33% do sexo masculino, já na turma de agropecuária existe um equilíbrio quanto ao gênero sendo 52% dos participantes do sexo feminino e 48% do sexo masculino (Figura 4).

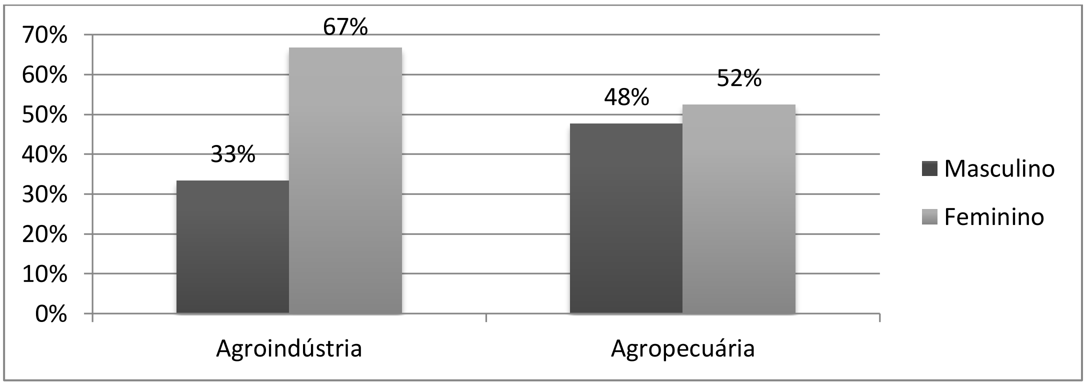


Figura 4: Gênero dos participantes da pesquisa

A idade dos participantes está compreendida entre 14 e 18 anos, em ambas as turmas, como pode ser observado na (Figura 5), existe um equilíbrio maior na turma de agroindústria em relação a distorção idade e série, o mesmo não acontece na turma de agropecuária onde percebemos uma maior distorção entre a idade e a série em que os alunos se encontram. Considerando que um aluno que estivesse cursando a 1ª série do Ensino Médio estaria numa faixa etária compreendida entre 14 e 15, relacionamos os alunos com distorção de idade e série e ao buscar as causas da mesma, a fim de perceber se esta se encontra relacionada a repetência de séries anteriores, percebemos que na turma de Agroindústria 25% dos alunos que se encontram nessa situação, afirmam que estão repetindo a 1ª série do Ensino Médio pois queriam fazer um curso técnico; 12,5% desses não tiveram acesso a escola na idade correta, em função da localidade em que residiam, na época; os 62,5% restante afirmam que repetiram alguma série anterior. Já na turma de agropecuária 33% dos alunos que se encontram com distorção idade e série afirmam que estão repetindo a 1ª série do Ensino Médio, pois queriam fazer um curso técnico; já o número de alunos que não tiveram acesso a escola na idade certa é 11%, pois residiam na época em povoados que não tinha escola; os 55% restante afirmam que repetiram alguma série anterior (Figura 5).

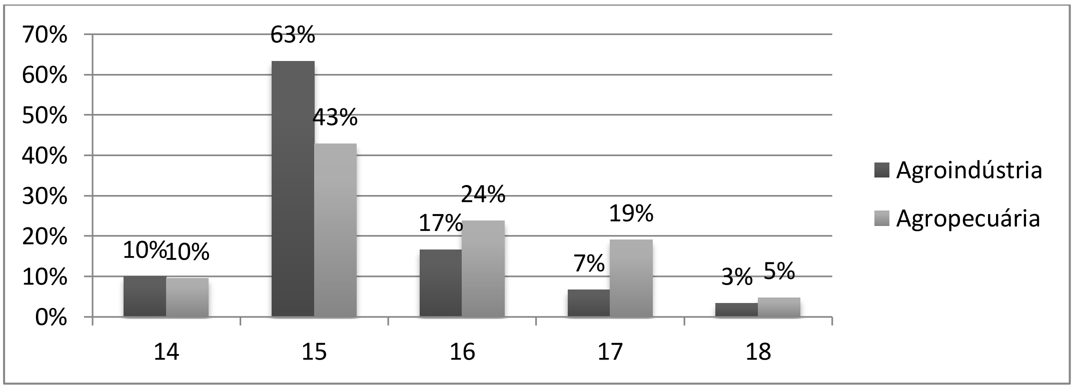


Figura 5: Idade dos participantes

Em se tratando da moradia dos estudantes (Figura 6), identificamos que a maioria destes, em ambas as turmas, reside em casa própria Na turma de Agroindústria esses alunos representam 87% dos participantes, dos 13% restante, 10% residem em imóvel alugado e 3% em imóvel financiado. Com relação a turma de Agropecuária, têm-se que 76% reside em imóvel próprio enquanto que os 24% restante reside em imóvel alugado.

Em relação ao responsável pelo estudante, percebemos que na turma de agroindústria 63% dos participantes residem com os pais, dos 37% que restam; residem com a mãe (30%), pai e outros ficam responsáveis pelos (7%) que faltam (Figura 7).

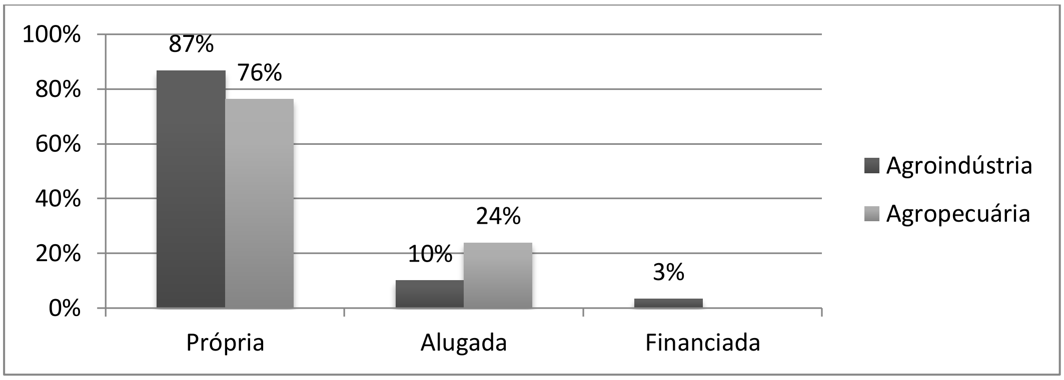


Figura 6: Moradia dos Participantes

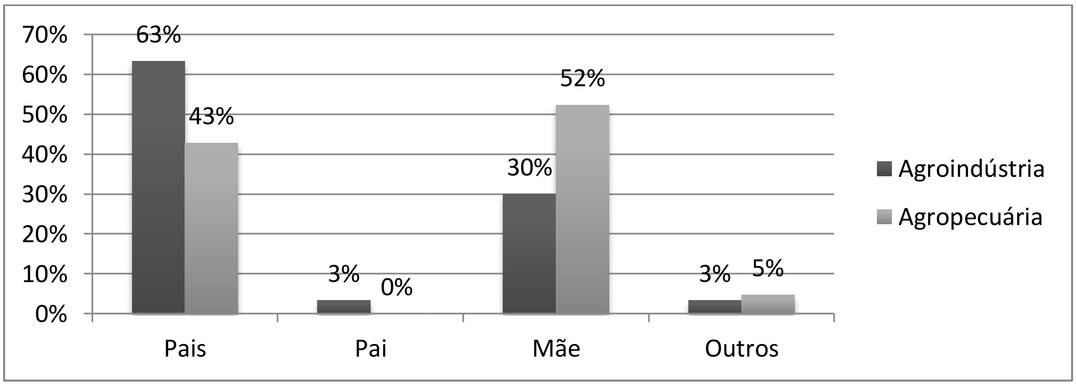


Figura 7: Responsável pelo Estudante.

A escolaridade destes responsáveis varia de Ensino Fundamental à Pós-Graduação, em ambas as turmas, conforme apresentado na (Figura 8).

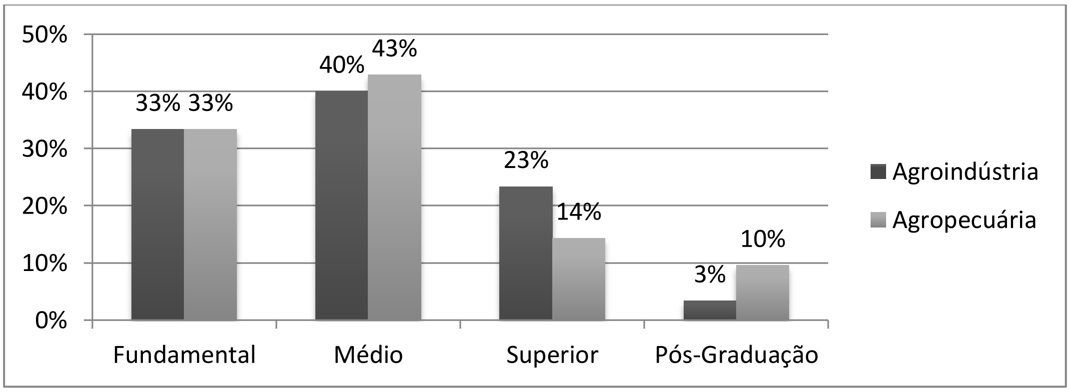


Figura 8: Escolaridade dos Responsáveis

Os percentuais distribuídos representam respectivamente em Agroindústria e Agropecuária, a maior parte destes possui nível médio (40% e 43%), outros possuem nível fundamental (33% e 33%), nível superior (24% e 14%) e os demais (3% e 10%) restantes são Pós-Graduados (possuem pós-graduação Latu-Sensu ou ditos Especialistas).

As profissões dos responsáveis são de uma diversidade considerável, dentre as ocupações de nível superior a maior parte é professor, inclusive os pós-graduados, atuando principalmente no Ensino Público, aparecendo outras profissões como designer gráfico, administrador; ainda identificamos pais que atuam como assistente de administração, técnico de enfermagem no funcionalismo público. Contudo, a maior parte trabalha no setor informal atuando como agricultor, auxiliar de serviços gerais, armador, comerciante, citricultor, doméstica, fotógrafo, vigilante e taxista.

Além disso, quando questionados acerca da sua vida escolar, observamos que ambas as turmas são compostas por alunos oriundos da Rede Pública Ensino ou Rede Privada de Ensino e ainda encontramos alunos cuja vida escolar é formada por parte na Rede Pública Ensino e parte na Rede Privada de Ensino. Destacamos que a turma de agropecuária tem em sua composição maior parte de alunos vindos da Rede Pública de Ensino enquanto que a turma de agroindústria tem um ligeiro equilíbrio entre as três categorias identificadas, conforme pode ser verificado na (Figura 9), que segue:

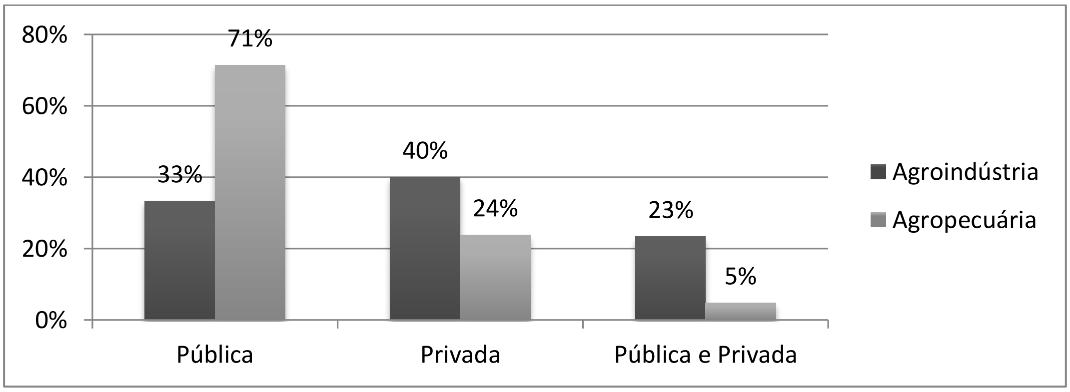


Figura 9: Vida Escolar dos participantes

Os discentes das turmas em estudo se dividem em internos e semi-internos, os internos na turma de agroindústria constituem 30% dos participantes enquanto que na turma de agropecuária esse grupo é composto por 71% dos participantes. Esses consideram as condições do colégio em que estudam variando de boa a ótima; afirmam, em sua maioria, ter um bom relacionamento tanto com o professor de matemática quanto com os colegas de sala.

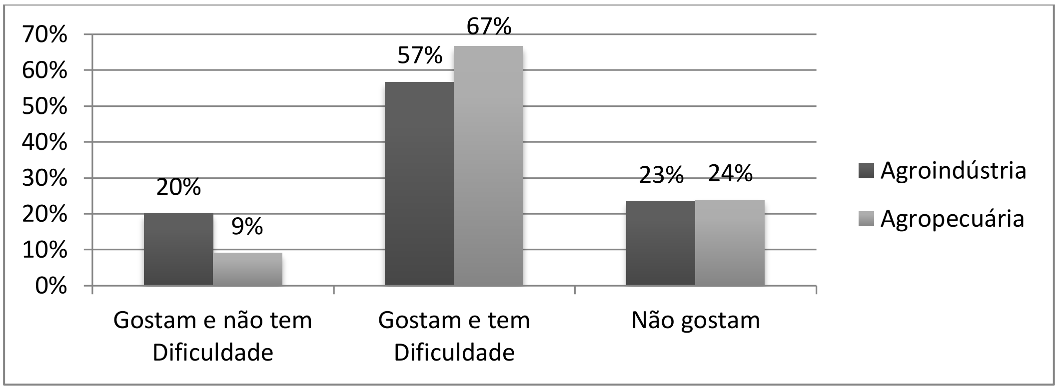


Figura 10: Gosta de Matemática

Os participantes da pesquisa (Agroindústria) que afirmam gostar de estudar matemática e têm dificuldades na aprendizagem da disciplina. Também dizem, em maioria, que estudam matemática alguns dias da semana, por um período de tempo compreendido entre uma e duas horas, apenas um afirma que estuda em véspera de prova e outro afirma que não estuda; em se tratando dos participantes que afirmam não gostar de matemática, a maior parte afirma que estuda matemática alguns dias da semana um período de tempo compreendido entre uma e duas horas, apenas dois participantes afirmam que estudam em véspera de prova.

Já os participantes da pesquisa (Agropecuária) que afirmam gostar de estudar matemática e tem dificuldades também dizem, em maioria, que estudam matemática alguns dias da semana um período de tempo compreendido entre uma e duas horas, dois afirmam que estudam alguns dias da semana num período de menos de uma hora, apenas dois dos participantes afirmam que estudam em véspera de prova; já os participantes que afirmam não gostar de matemática, a maior parte afirma que estuda matemática alguns dias da semana, por um período de tempo compreendido entre uma e duas horas, apenas um participante afirma que estudam em véspera de prova.

Em se tratando do computador, observamos que um bom número dos participantes da pesquisa possui esse recurso em suas residências. Na turma de Agroindústria 77% afirmam que possuem o computador em casa, enquanto que na turma de Agropecuária 67% garantem dispor desse instrumento em casa. No que se referem ao uso do computador, estes asseguram que o utilizam principalmente para acesso às redes sociais, jogos, trabalhos de pesquisa escolar. Apesar dos participantes de ambas as turmas acreditarem que o computador em conjunto com um *software* matemático pode facilitar a aprendizagem, conforme afirmam, seja porque "*pode aumentar o desempenho*" ou ainda porque se trata de mais um recurso direcionado para auxiliar no ensino e aprendizagem da Matemática "*porque na internet tem dicas e tal*". Estas respostas nos pareceram meio que infundadas, visto que estes foram unânimes em afirmar que nunca utilizaram o computador em atividades de matemática se nunca tiveram aulas de matemática no laboratório de informática.

A seguir, trataremos das categorias, oriundas da divisão e organização da Sequência Didática, que sustentaram as análises e que serão apresentadas neste momento.

4. 3 Observação das propriedades gráficas a partir da análise de seus coeficientes

4. 3. 1 Análises a *priori*

Nesta categoria procuramos descrever as observações feitas pelos estudantes com relação às diferenças percebidas na construção dos gráficos. A intenção era que estes percebessem o comportamento dos gráficos, coincidências e diferenças, à medida que fossem identificando os seus coeficientes ao tempo que iam construindo suas representações gráficas.

Assim, compõem essa categoria as atividades que seguem.

Atividade 01. "*Uma aplicação de R em R recebe o nome de função afim quando a cada* $x \in R$ *associa o elemento* $(ax+b) \in R$ *em que* $a \neq 0$ *e b são números reais dados. Assim, a e b são denominados de coeficiente angular e coeficiente linear, respectivamente, logo, a função f é definida por* $f(x) = ax+b$ *com* $a \neq 0$ *"*.

"*Dada à definição acima complete a tabela que segue*":

	Função	*Coeficiente Angular*	*Coeficiente linear*
1	$f(x)=1+5x$		
2	$g(x)=1-2x$		
3	$h(x)=x+1$		
4	$i(x)=-x+3$		
5	$j(x)=-x-3$		
6	$l(x)=4-x$		

Na atividade acima, espera-se que os alunos identifiquem e diferencie os coeficientes angular e linear em cada uma das funções, independente da ordem em que estes coeficientes aparecem.

Atividade 02. *"Represente as funções* $f(x)=1+5x$, $g(x)=1-2x$ e $h(x)=x+1$*num mesmo plano cartesiano"*.

Atividade 03. *"O que as funções* $f(x)=1+5x$, $g(x)=1-2x$ e $h(x)=x+1$*têm em comum? Graficamente o que isto representa"?*

Atividade 04. *"O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica das funções* $f(x)=1+5x$, $g(x)=1-2x$ e $h(x)=x+1$*"*.

Nas atividades 02, 03 e 04, espera-se que os alunos, ao representar as funções num mesmo plano cartesiano relacionem o valor do coeficiente linear ao ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo 0Y (eixo das ordenadas), concluindo que estas funções por possuírem mesmo coeficiente linear, interceptam o eixo 0Y no mesmo ponto, além de perceber que as retas possuem inclinação diferente.

Atividade 05. *"Represente as funções* $i(x)=-x+3$, $j(x)=-x-3$ *e* $l(x)=4-x$ *num mesmo plano cartesiano"*.

Atividade 06. *"O que as funções* $i(x)=-x+3$, $j(x)=-x-3$ *e* $l(x)=4-x$ *têm em comum? Graficamente, o que isto representa?"*

Atividade 07. *"O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica das funções* $i(x) = -x + 3$, $j(x) = -x - 3$ *e* $l(x) = 4 - x$ *".*

Nas atividades 05, 06 e 07, espera-se que os alunos, ao representar as funções num mesmo plano cartesiano relacionem o valor do coeficiente angular a inclinação das retas, além de perceber que as retas por possuírem mesmo coeficiente angular têm mesma inclinação o que determina o paralelismo entre essas retas, nessa representação gráfica.

4\. 3. 2 Análises a *posteriori*

A partir da análise de todos os protocolos referentes à atividade 01, que trata do preenchimento de tabela com os valores concernentes aos coeficientes (Angular e linear) das funções, observamos que tanto o GSE quanto o GCE responderam as atividades a contento, contudo identificamos alguns erros comumente cometidos pelos alunos.

Estes erros estão relacionados à inversão dos valores dos coeficientes, essa afirmação pode ser verificada no excerto abaixo (Recorte 01), nas funções *f(x), g(x), j(x) e l(x).*

	Função	Coeficiente Angular	Coeficiente linear
1	$f(x) = 1 + 5x$	1	5
2	$g(x) = 1 - 2x$	1	-2
3	$h(x) = x + 1$	1	1
4	$i(x) = -x + 3$	-1	3
5	$j(x) = -3 - x$	-3	-1
6	$l(x) = 4 - x$	4	-1

Recorte 1: Protocolo 01 – Resposta de GSE 12

Também a não observação dos sinais que acompanham os valores numéricos dos coeficientes. Este fato é demonstrado no (Recorte 02) abaixo na função *l(x)*. O leitor pode verificar nesse recorte que na função *l(x) = 4 – x* que essa dupla, apesar de destacar os coeficientes das funções acima corretamente com os respectivos sinais, não considerou o sinal dos coeficientes, acarretando nesse erro.

Para algumas duplas parecem não estar claro, ainda, o conceito de coeficiente numérico, variável ou incógnita, proporcionando alguns erros que parecem oriundos dos conhecimentos prévios, assim, fazendo uma confusão ao preencher a tabela entre o valor dos coeficientes e as variáveis, não separando coeficientes e variáveis.

	Função	Coeficiente Angular	Coeficiente linear
1	$f(x) = 1 + 5x$	5	1
2	$g(x) = 1 - 2x$	-2	1
3	$h(x) = x + 1$	1	1
4	$i(x) = -x + 3$	-1	3
5	$j(x) = -3 - x$	-1	-3
6	$l(x) = 4 - x$	1	4

Recorte 2: Protocolo 01 – Resposta de GSE10

Esses erros podem ser verificados a seguir (Recorte 03).

	Função	Coeficiente Angular	Coeficiente linear
1	$f(x) = 1 + 5x$	1	5
2	$g(x) = 1 - 2x$	1	-2
3	$h(x) = x + 1$	x	1
4	$i(x) = -x + 3$	-x	3
5	$j(x) = -3 - x$	-3	-x
6	$l(x) = 4 - x$	-4	-x

Recorte 3: Protocolo 01 – Resposta de GCE 09

Ao analisar o recorte acima, o leitor pode facilmente verificar que ao preencher a tabela nos itens que se referem às funções *h(x) = x + 1*, *i(x) = - x + 3*, *j(x) = - 3 – x* e *l(x) = - 4 – x*, essa dupla não separou os coeficientes das variáveis, nessa situação representou, ora o coeficiente angular, ora o coeficiente linear por ***x*** ou ***–x***, evidenciando que para essa dupla ainda não está claro o que é uma variável ou incógnita e coeficiente numérico o que ocasiona esses erros.

Apareceu um caso isolado, em que a dupla parece somar os coeficientes, para determinar o coeficiente angular e para determinar o coeficiente linear escreveu algo como um par ordenado, veja no (Recorte 04).

	Função	Coeficiente Angular	Coeficiente linear
1	$f(x) = 1 + 5x$	6	1 , 6
2	$g(x) = 1 - 2x$	-1	2 , -1
3	$h(x) = x + 1$	2	3 , 2
4	$i(x) = -x + 3$	4	4 , 4
5	$j(x) = -3 - x$	2	5 , 2
6	$l(x) = 4 - x$	3	6 , 3

Recorte 4: Protocolo 01 – Resposta de GSE 08

Visando elucidar o que enunciamos, o leitor pode averiguar ao analisar o preenchimento da coluna que representa o coeficiente angular, com exceção das linhas que representam as funções *i(x) = - x + 3* e *j(x) = - 3 – x*, as demais linhas têm como preenchimento valores que correspondem a soma dos coeficientes, em relação a coluna que teria em seu preenchimento os valores correspondentes ao coeficiente linear das referidas funções é possível verificar os valores foram escritos como se estivesse representando um par ordenado, onde os valores que constituem esses pares ordenados parecem, ao nosso olhar, sem sentido, pois não identificamos nenhum fundamento para os valores expressos.

Ao término da análise do protocolo 01 de todas as duplas, o leitor pode identificar, conforme (Tabela 1), um número menor de acertos nos protocolos das duplas do GSE, nessa mesma atividade é possível verificar (Tabela 1), que o GCE obteve um número de acertos bem maior se comparado ao número de acertos do GSE.

Um dado interessante que constatamos é que quatro duplas do GSE, ao preencher a tabela, determinaram de forma correta todos os coeficientes relacionados às funções que constam na tabela e também quatro duplas erraram todos os coeficientes destas, enquanto que no GCE onze duplas determinaram de forma correta todos os coeficientes relacionados às funções que constam na tabela e apenas uma dupla determinou de forma incorreta os coeficientes destas funções.

Tabela 1 - Identificando os Coeficientes

Grupo de Controle				
	Acertou		Errou	
Função	Frequência	Frequência Relativa	Frequência	Frequência Relativa
$f(x)=1+5x$	7	58%	5	42%
$g(x)=1-2x$	6	50%	6	50%
$h(x)=x+1$	7	58%	5	42%
$i(x)=-x+3$	8	67%	4	33%
$j(x)=-x-3$	8	67%	4	33%
$l(x)=4-x$	5	42%	7	58%

Fonte: O próprio autor.

Os dados dessa análise, bem como o desempenho de cada grupo em cada uma das funções estão descritas na Tabela 1 (GSE) acima e na Tabela 2 (GCE) que segue:

Tabela 2 - Identificando os Coeficientes

Grupo Experimental				
	Acertou		Errou	
Função	Frequência	Frequência Relativa	Frequência	Frequência Relativa
$f(x)=1+5x$	14	93%	1	7%
$g(x)=1-2x$	12	80%	3	20%
$h(x)=x+1$	13	87%	2	13%
$i(x)=-x+3$	13	87%	2	13%
$j(x)=-x-3$	13	87%	2	13%
$l(x)=4-x$	12	80%	3	20%

Fonte: O próprio autor.

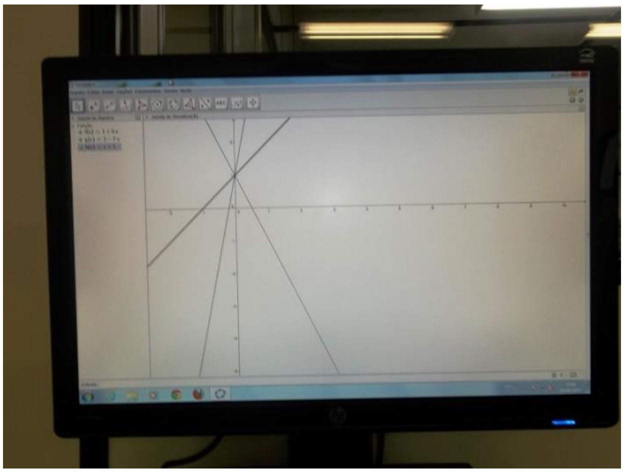


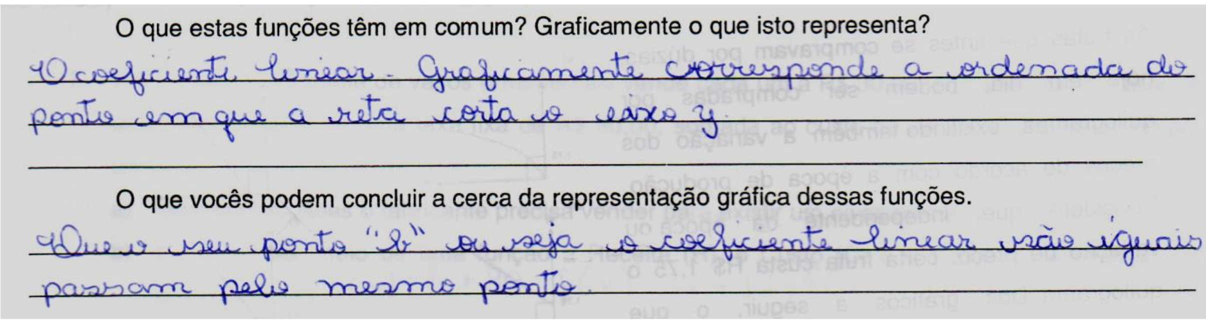
Figura 11: Plotagem das Funções f(x), g(x) e h(x) no software GeoGebra do GCE 08

Ao analisar os protocolos referentes à atividade 02, que trata da representação das funções $f(x) = 1 + 5x$, $g(x) = 1 - 2x$ e $h(x) = x + 1$ num mesmo plano cartesiano (Figura 11), percebemos como é importante o uso do *software* nesse tipo de atividade, visto que este possibilita as representações gráficas em tempo real com uma maior precisão quando comparada a representação realizada com o auxílio de lápis e papel. Segundo Duval (2011) a construção instrumental das figuras, por meio de um *software*, confere a estas uma confiabilidade e uma objetividade que permitem efetuar verificações e observações.

Avaliando os protocolos referentes às atividades 03 e 04 identificamos uma quantidade grande de respostas satisfatória no GCE (90% dos participantes) como pode ser verificado nos recortes de 05 a 09, que seguem. Contudo faremos algumas descrições acerca de nossas percepções.

Atividade 03.*"O que as funções* $f(x) = 1 + 5x$, $g(x) = 1 - 2x$ e $h(x) = x + 1$*têm em comum? Graficamente o que isto representa"?*

Atividade 04.*"O que vocês podem concluir acerca da representação gráfica das funções* $f(x) = 1 + 5x$, $g(x) = 1 - 2x$ e $h(x) = x + 1$*".*


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

O coeficiente linear. Graficamente corresponde a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo y.

O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Que o seu ponto "b" ou seja o coeficiente linear são iguais passam pelo mesmo ponto.

Recorte 5: **Protocolo 03 e 04 – Respostas de GCE 01**

O leitor pode verificar no (Recorte 5) que essa dupla identifica corretamente o coeficiente angular pelo gráfico ao tempo que faz a distinção entre este e o ponto em que a reta intercepta o eixo *y*. Além disso, distinguem de forma correta coeficiente e ponto.

Já no (Recorte 6), o leitor pode verificar que essa dupla identifica corretamente o coeficiente angular pelo gráfico, contudo fazem uma confusão entre coeficiente e ponto, o que parece-nos é que esta confusão está atrelada a forma como quiseram representar o ponto, pois quando afirmam “(y), (1) e (x), (0)” assemelhar-se a representação do ponto (0,1).

As funções possom sempre no mesmo coeficiente linear (1). Representa que as funções se cruzam no mesmo número de eixo (y), (1) e (X), (0).

Recorte 6: **Protocolo 03 – Resposta de GCE 11**

No (Recorte 7) que segue, o ledor pode averiguar que essa dupla identifica corretamente o coeficiente angular pelo gráfico, contudo parece-nos que existe problemas de formalismo em se tratando da forma como representa um ponto e a representação do coeficiente, caracterizando uma confusão entre as referidas representações.

O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

Tem em comum o coeficiente linear, que nas três funções é 1. Que todas as retas se cruzam no mesmo ponto, no ponto 1.

O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Podemos concluir que se um dos coeficientes forem iguais a de outras funções, as retas sempre se cruzaram no mesmo ponto.

Recorte 7: **Protocolo 03 e 04 – Respostas de GCE 10**

Aqui (Recorte 8) é possível o ledor perceber que essa dupla percebeu que as retas se cruzam num mesmo ponto pertencente ao eixo y, contudo não representa esse ponto da forma correta o chamando de “*ponto y*”.

O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

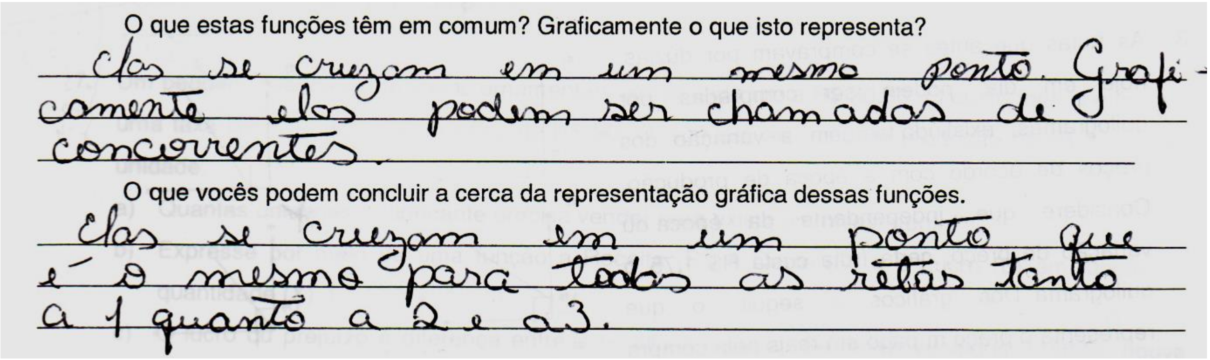
Elas cortam o eixo oy em um mesmo ponto (y). Representa o ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo oy.

O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Podemos concluir que dada as funções, elas cruzam o eixo oy em um mesmo ponto y.

Recorte 8: **Protocolo 03 e 04 – Respostas de GCE 06**

As respostas dessa dupla nos chamou atenção porque além de atingir os nossas expectativas eles perceberam as posições entre as retas, bem como as classificaram, algo que não fora trabalhado em sala, tal fato pode ser verificado no recorte (09) que segue.

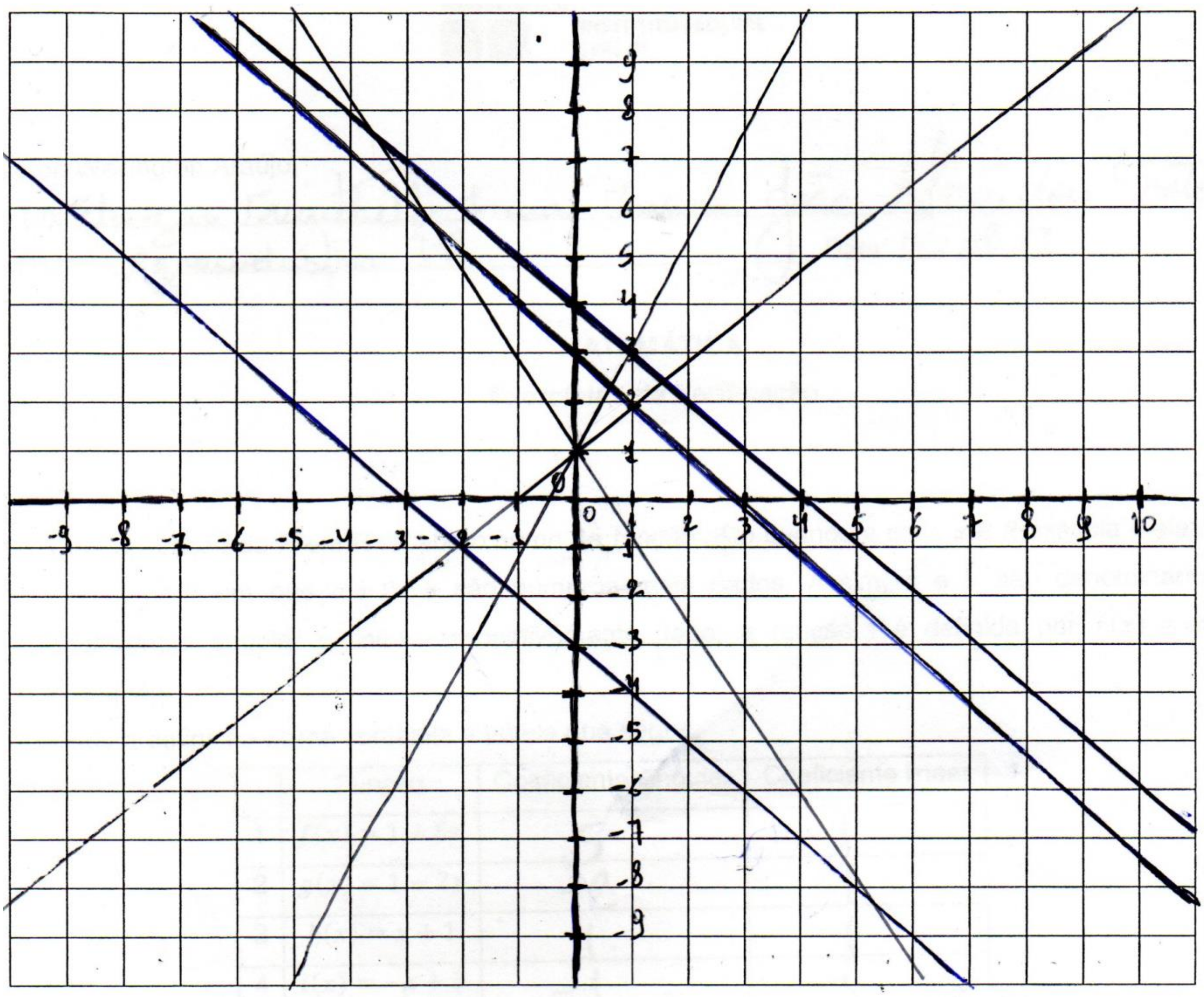

O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

Elas se cruzam em um mesmo ponto. Graficamente elas podem ser chamadas de concorrentes.

O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Elas se cruzam em um ponto que é o mesmo para todas as retas tanto a 1 quanto a 2 e a3.

Recorte 9**: Protocolo 03 e 04 – Respostas de GCE 08**



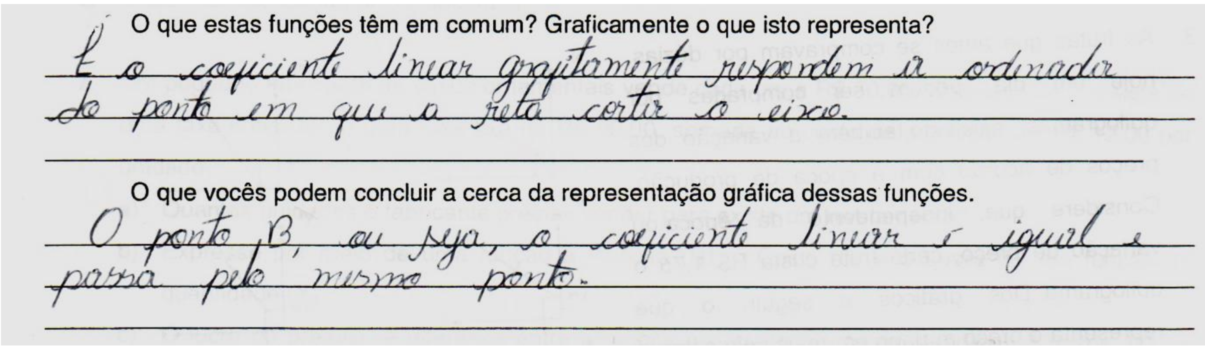
Recorte 10**: Protocolo 02 – Resposta de GSE 06**

Ao avaliar os protocolos referentes às atividades 03 e 04 do GSE identificamos uma quantidade de respostas que atendem as nossas expectativas em proporção menor se comparado ao grupo experimental, apenas 25% dos participantes.

Apesar de algumas das representações gráficas atenderem ao que esperávamos; fato que pode ser verificado no recorte (10) na página anterior, as respostas dos itens que sucederam não foram totalmente satisfatórias.

Pela representação gráfica abaixo recorte (10), apesar de não estar explícito quem é quem em se tratando da identificação das funções na representação gráfica, podemos identificar as funções *f(x), g(x) e h(x)* que passam pelo ponto (0, 1) "por possuírem mesmo coeficiente linear", bem como as funções *i(x), j(x) e l(x)* que se encontram representadas no mesmo gráfico e são paralelas por possuírem o mesmo coeficiente angular.

Verificando os protocolos referentes às questões 03 e 04 encontramos respostas que atendiam na íntegra (Recorte 11) o que esperávamos, atendiam parcialmente (Recorte 12 e 13) ou não atendiam as expectativas, neste caso os participantes não responderam aos itens.


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

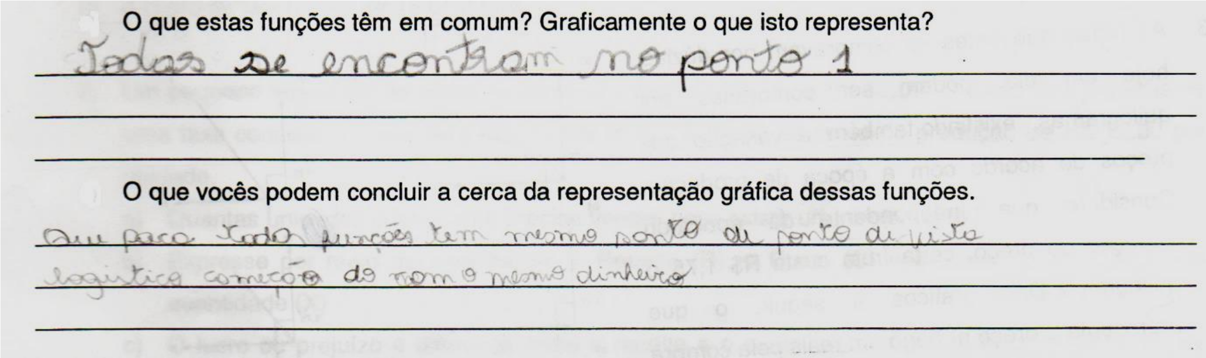
É o coeficiente linear graficamente respondem a ordenada do ponto em que a reta cortar o eixo.

O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

O ponto B, ou seja, o coeficiente linear é igual e passa pelo mesmo ponto.

Recorte 11: **Protocolo 03 e 04 – Respostas de GSE 10**

No recorte (11) acima o item correspondente ao protocolo 04 em que a dupla responde que "*O ponto B, ou seja, o coeficiente linear é igual e passa pelo mesmo ponto*", nessa resposta percebemos a falta da palavra "*reta*", dá a escrita desse item mais coerente ficaria "*O ponto B, ou seja, o coeficiente linear é igual e a* ***reta*** *passa pelo mesmo ponto*". A falta da palavra reta na justificativa dessa dupla pode estar associada ao fato dos mesmos não estarem habituados a escrever para justificar o trabalho matemático realizado.


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

Todas se encontram no ponto 1

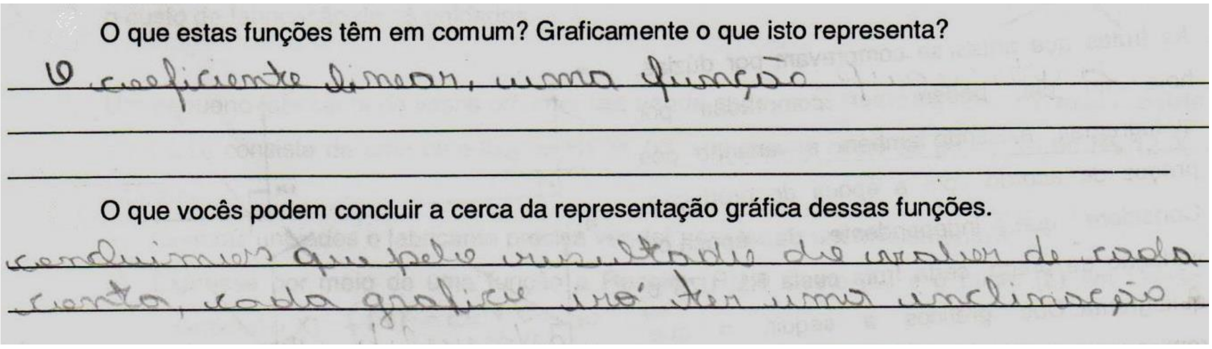
O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Que para todas funções tem mesmo ponto do ponto de vista logística começão do com o mesmo dinheiro

Recorte 12: **Protocolo 03 e 04 – Respostas de GSE 03**

No recorte (12) o ledor pode averiguar que essa dupla procura destacar o ponto de intersecção entre o gráfico das funções, contudo parece-nos que existem problemas de formalismo em se tratando do modo como representa um ponto e a representação do coeficiente, caracterizando uma confusão entre as referidas representações.

Em se tratando da resposta referente ao protocolo 04, essa dupla responde da seguinte forma: "*Que para todas as funções tem mesmo ponto do ponto de vista logístico começam com o mesmo dinheiro*", ao que nos parece a dupla fez menção a alguma situação contextualizada, o que torna o discurso interessante, pois através deste procura justificar sua resposta.


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

O coeficiente linear, uma função

O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

concluimos que pelo resultado do valor de cada ponto, cada gráfico irá ter uma inclinação

Recorte 13: **Protocolo 03 e 04 – Respostas de GSE 08**

No recorte (13) é possível o leitor verificar que essa dupla apenas observa que as funções têm coeficientes lineares iguais, contudo não fazem uma associação entre sua resposta e a representação gráfica das funções, que era o objetivo da questão. Ainda no recorte (13), no segundo item, nota-se que a apesar da dupla de estudantes mencionarem uma situação contextualizada a mesma faz referência às representações gráficas das funções, enfatizando que estas funções possuem inclinações diferentes.

Dando continuidade, ao avaliar os protocolos 05, 06 e 07 percebemos um índice de aproveitamento bem acima da média no GCE. Em se tratando das representações gráficas, o *software* possibilita as construções de figuras confiáveis (Figura 12), sem os possíveis erros cometidos por quem os constrói sem uso deste recurso, por exemplo, a construção da tabela de valores, a obtenção da sequência de pontos obtidos a partir do cálculo das abscissas e ordenadas escolhidas.

Em se tratando das conclusões pós-representações gráficas, os participantes do GCE identificaram vários pontos importantes concernentes às funções polinomial do 1º grau recortes (14), (15) e (16), como paralelismo entre as retas, mesma inclinação das retas, associaram a inclinação ao coeficiente angular, mesma medida do ângulo formado entre a reta e o eixo OX, translação das retas, fato que identificamos no GSE com menor regularidade ou não encontramos.

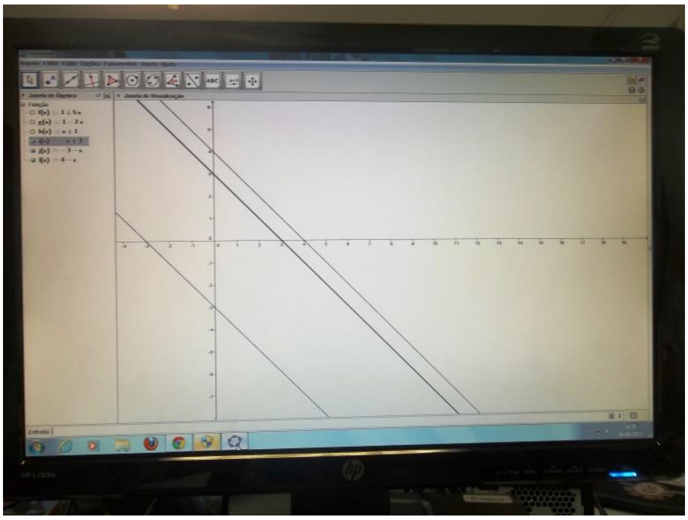
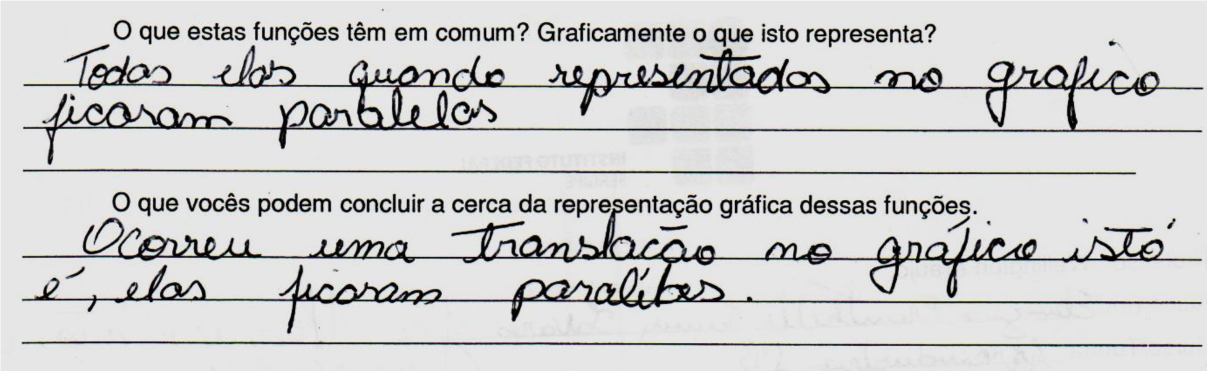


Figura 12: Plotagem das Funções i(x), j(x) e l(x) no software Geogebra do GCE 01.

No recorte (14) que segue os participantes destacaram o paralelismo entre as retas e a translação.


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

Todas elas quando representados no grafico ficaram parlelas

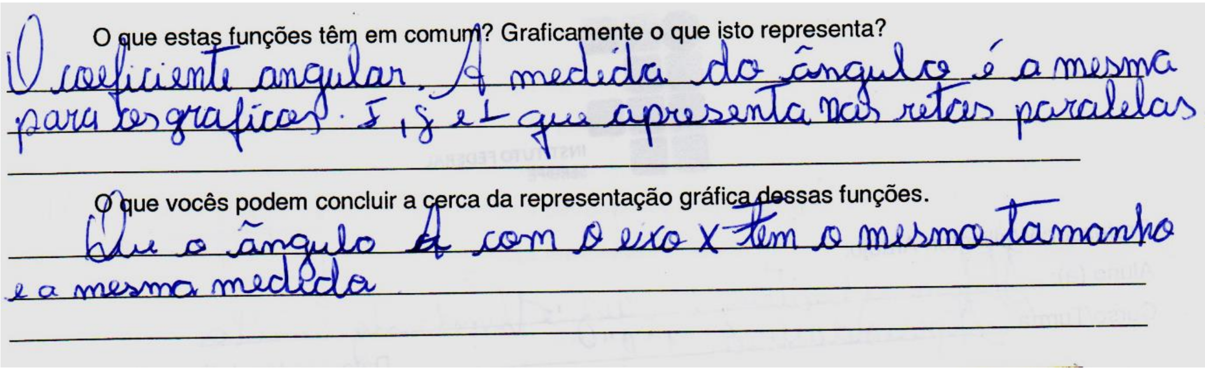
O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Ocorreu uma translação no gráfico istó é, elas ficaram paralilas.

Recorte 14: **Protocolo 06 e 07 – Respostas de GCE 08**

Neste recorte (14) a dupla participante observa e destaca as propriedades visuais indicadas no gráfico, mas não as associam ao coeficiente angular.

No recorte (15) abaixo é possível observar que os participantes do GCE destacaram o coeficiente angular, medida do ângulo igual, translação e paralelismo das retas.


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

O coeficiente angular. A medida do ângulo é a mesma para os graficos. I, II e III que apresenta nas retas paralelas.

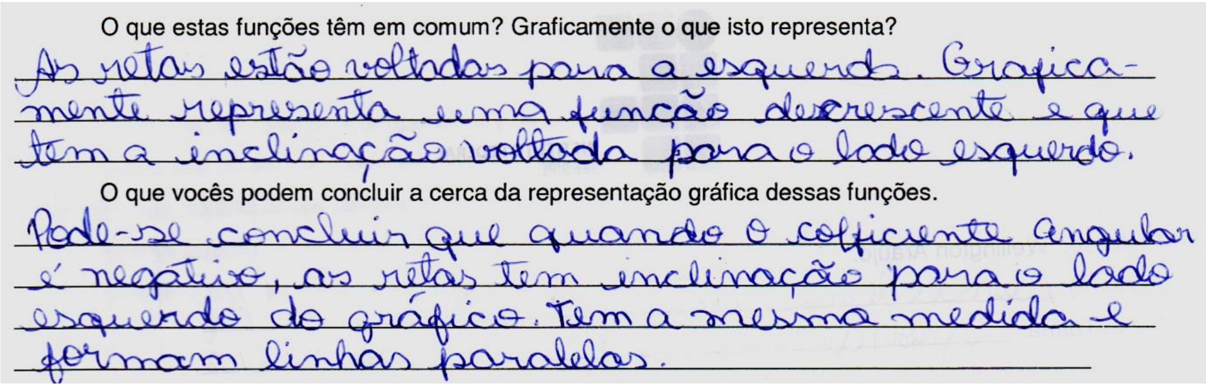
O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Que o ângulo A com o eixo x tem o mesmo tamanho e a mesma medida

Recorte 15: **Protocolo 06 e 07 – Respostas de GCE 12.**

Como mencionado anteriormente, a dupla de estudantes observa que todas as retas têm coeficientes angulares idênticos e que na representação gráfica essas retas são paralelas. Além disso, os estudantes concluem que o ângulo que as retas formam com o eixo *x* são iguais, mas parece não designar a medida do ângulo.

No recorte (16) podemos verificar que os participantes do GCE destacam a condição de uma função polinomial ser crescente ou decrescente, destacam ainda o paralelismo entre as retas bem como associam o valor do coeficiente angular a inclinação.


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

As retas estão voltadas para a esquerda. Graficamente representa uma função decrescente e que tem a inclinação voltada para o lado esquerdo.

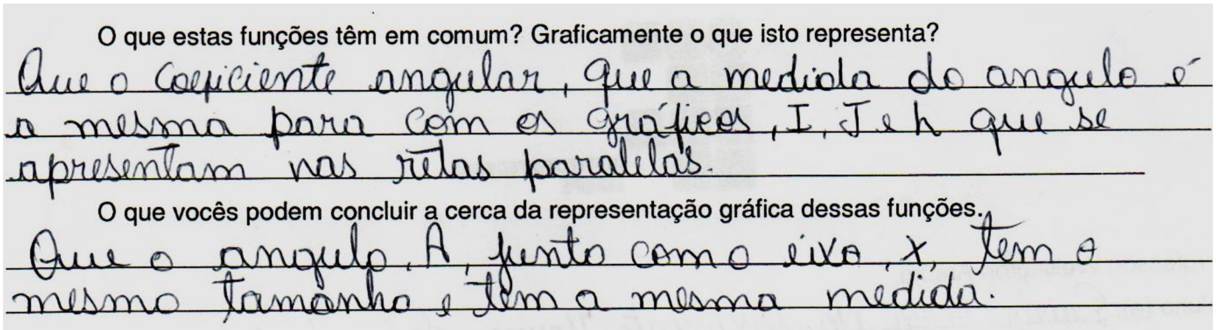
O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Pode-se concluir que quando o coficiente angular é negativo, as retas tem inclinação para o lado esquerdo do gráfico. Tem a mesma medida e formam linhas paralelas.

Recorte 16: **Protocolo 06 e 07 – Respostas de GCE 06.**

Aqui o ledor pode confirmar o que enunciamos, pois essa dupla identifica de forma razoável a propriedade de decrescimento da função, mas não a associa ao coeficiente angular, ou seja, não coordena a representação gráfica com a representação algébrica da função. Na conclusão, a dupla coordena as duas representações, mas apenas de forma visual, associando ao lado, a medida do ângulo e ao paralelismo das retas.

Vale destacar que, apesar do bom índice de aproveitamento com o GCE ainda encontramos três duplas (20% dos participantes) que não responderam as atividades referentes aos protocolos 06 e 07 de acordo com o que tínhamos estabelecido previamente e uma dupla (6,5% dos participantes) não respondeu as questões.


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

Que o coeficiente angular, que a medida do angulo é a mesma para com os gráficos, I, J e h que se apresentam nas retas paralelas.

O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

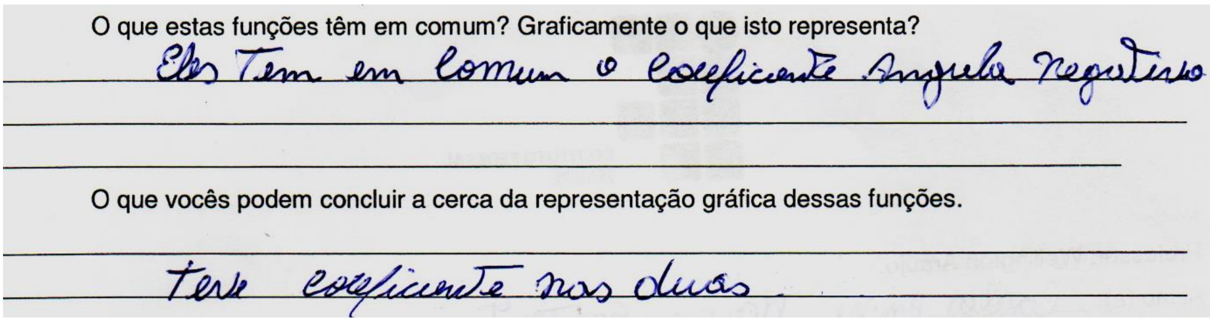
Que o angulo A, junto com o eixo x, tem o mesmo tamanho e tem a mesma medida.

Recorte 17: Protocolo 06 e 07 – Respostas de GSE 10.

Em se tratando do GSE, ao avaliar as mesmas questões, notamos que a maioria das respostas dos participantes não atingiu as nossas expectativas. Em resumo, uma dupla respondeu satisfatoriamente (8,3% dos participantes), quatro duplas responderam parcialmente (33,3% dos participantes) e sete duplas não responderam (58,4% dos participantes). Conforme o recorte (17) acima e o recorte (18) que segue.

Neste recorte, da única dupla que respondeu de forma coerente, observamos que estes destacaram os coeficientes angulares, condição de paralelismo, além da medida do ângulo formado entre a reta e o eixo *x*, contudo fazem uma pequena confusão entre tamanho do ângulo e medida do ângulo. Apesar de destacarem a igualdade entre os coeficientes angulares, o paralelismo entre as retas não associam este ao coeficiente angular, assim, não coordenam as representações algébricas e gráficas, fazem apenas menção a forma visual.

O recorte (18) ilustra algumas das respostas que consideramos parcialmente satisfatória, o leitor pode verificar, logo abaixo, que a dupla de estudantes destacou apenas que as funções possuem mesmo coeficiente angular, contudo não fez menção a itens como inclinação, paralelismo, medida do ângulo formado entre o gráfico e o eixo *x*, tão pouco buscou relacionar a influência destes na representação gráfica dessas funções. Finalizando, nas conclusões a cerca das representações a dupla responde de forma incoerente, dando uma resposta totalmente fora do que foi proposto.


O que estas funções têm em comum? Graficamente o que isto representa?

Eles Tem em comum o coeficiente Angular negativo

O que vocês podem concluir a cerca da representação gráfica dessas funções.

Tem coeficiente nas duas.

Recorte 18: **Protocolo 06 e 07 – Respostas de GSE 04.**

4. 3. 3 Comparações entre as Análises a *priori* e as Análises a *posteriori*

Na atividade 01, espera-se que os alunos identifiquem e diferenciem os coeficientes angular e linear em cada uma das funções, independentemente da ordem em que estes coeficientes aparecem e ao fazer as análises referentes aos protocolos 01 com as respostas dos participantes percebe-se que estes a fizeram a contento, sendo que o GCE obteve um resultado melhor que o GSE.

Nas atividades 02, 03 e 04, espera-se que os alunos, ao representar as funções num mesmo plano cartesiano relacionem o valor do coeficiente linear ao ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo 0Y (eixo das ordenadas), concluindo que estas funções por possuírem mesmo coeficiente linear, interceptam o eixo 0Y no mesmo ponto. Além disso, percebem que as retas possuem inclinação diferente. Ao realizar as análises dos protocolos referentes às atividades 02, 03 e 04 observamos que os participantes do GCE não só atingiram o objetivo esperado como apresentaram outros conceitos que não tínhamos estabelecido como meta em nosso planejamento. O mesmo não acontecendo com GSE onde percebemos um resultado bem menos expressivo, a margem do que foi estabelecido previamente.

Nas atividades 05, 06 e 07 espera-se que os alunos, ao representar as funções num mesmo plano cartesiano relacionem o valor do coeficiente angular a inclinação das retas, além de perceber que as retas por possuírem mesmo coeficiente angular têm mesma inclinação o que determina o paralelismo entre essas retas, nessa representação gráfica. Os participantes do GCE, mais uma vez apresentaram maior desenvoltura ao responder essas atividades, atingindo as nossas expectativas, já os participantes do GSE apresentaram uma dificuldade maior para responder as mesmas atividades proporcionando assim um desempenho abaixo do esperado.

4. 4 Crescimento e decrescimento de uma função polinomial do 1º grau a partir da análise gráfica e de seus coeficientes

4. 4. 1 Análises a *priori*

Nesta categoria procuramos apresentar as observações feitas pelos estudantes onde estes conseguiram identificar os coeficientes angular e linear na função polinomial do 1º grau, bem como perceber o crescimento e decrescimento desta, associando este ao seu coeficiente angular.

Assim, compõem essa categoria as atividades que seguem.

Atividade 08. *Dentre as funções que se encontram na tabela,*

	Função
1	$f(x)=1+5x$
2	$g(x)=1-2x$
3	$h(x)=x+1$
4	$i(x)=-x+3$
5	$j(x)=-x-3$
6	$l(x)=4-x$

Quais destas são:

- *Crescente:*
- *Decrescente:*

Atividade 09.*"Que relação há entre ser crescente ou decrescente e o sinal do parâmetro "a" coeficiente angular da função* $f(x)=ax+b$ *?"*

Nas atividades (08) e (09) espera-se que os alunos identifiquem dentre as funções, as que são crescentes e as que são decrescentes, além de relacionar as funções definidas por $f(x) = ax + b$ com $a > 0$ como função crescente e as que possuem $a < 0$ como função decrescente.

Atividade 10.*"O que vocês entendem quando se afirma que uma função afim é":*

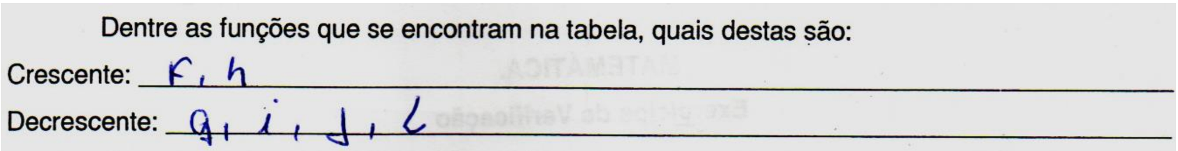
- *"Crescente"*
- *"Decrescente"*

Neste item espera-se que os alunos identifiquem que uma função $f(x) = ax + b$ com $a > 0$ como crescente, pois à medida que se aumenta o valor de *x* (abscissa), o valor de seu correspondente *y* (ordenada) também aumenta, de modo análogo, se diminui o valor de *x* (abscissa), o valor de seu correspondente *y* (ordenada) também diminui. No caso de uma função $f(x) = ax + b$ com $a < 0$, espera-se que os alunos as identifiquem como decrescente, pois à medida que se aumenta o valor de x (abscissa), o valor de seu correspondente y (ordenada) diminui, e vice-versa, à medida que se diminui o valor de x (abscissa), o valor de seu correspondente y (ordenada) aumenta.

4. 4. 2 Análises a *posteriori*

Ao analisar os protocolos referentes à atividade 08, que trata da classificação das funções em crescente ou decrescente, observamos que apenas 27% das duplas, três duplas, integrantes do GSE respondeu a essa atividade satisfatoriamente os 73% restante não conseguiram atingir o que pretendíamos na integra, conforme ilustrado no recorte 19, que segue.

Essa dupla denominou as funções *f(x)* de F, *h(x)* denominou H, e assim sucessivamente, respondendo de forma correta ao que foi solicitado. Veja o recorte (19) abaixo:


Dentre as funções que se encontram na tabela, quais destas são:
Crescente: F, h
Decrescente: g, i, j, l

Recorte 19: **Protocolo 08 – Respostas de GSE 09.**

O leitor pode averiguar, a partir do recorte (19) acima que os estudantes são capazes de associar corretamente o coeficiente angular com a propriedade de crescimento e decrescimento de uma função afim.

Algo que nos chamou atenção foi que apesar da dupla ter respondido de forma correta a questão referente ao protocolo 08, como foi visto no item anterior, de posse da questão de protocolo 09 que trata da relação entre o coeficiente angular e a função ser decrescente ou crescente a resposta, para a nossa surpresa, não satisfaz, fato que pode ser verificado no recorte (20), veja.

Que relação há entre ser crescente ou decrescente e o sinal do parâmetro "a" coeficiente angular da função $f(x) = ax + b$?

• eixo dos abisas

Recorte 20: **Protocolo 09 – Respostas de GSE 09.**

Pelo que se pode verificar no recorte (20) acima, ao ser solicitado uma resposta por escrito, acerca da atividade que a dupla fez anteriormente, esta não conseguiu expressar por escrito o que perpetraram no item precedente.

Analisando o protocolo de número 10, onde buscávamos uma compreensão propriamente dita do conceito do que é uma função crescente ou decrescente e percebemos que essa dupla respondeu aos itens desse protocolo de forma correta, levando-nos a questionar o porquê da dupla não conseguir estabelecer uma relação entre o coeficiente angular e a condição em ser crescente ou decrescente de uma função afim ao tempo que demonstram ter conhecimento dessas definições, item que pode ser verificado no próximo recorte (21) que segue.

O que vocês entendem quando se afirma que uma função afim è:

- Crescente

Quando aõ aumentarmos os valores de x pertencentes e esse intervalo, os Valores correspondentes de y Tambem aum

- Decrescente

Quando aõ aumentarmos os Valores de x pertencentes a esse intervalo os valores correspondentes de y diminuim.

Recorte 21: **Protocolo 10 – Respostas de GSE 09.**

Aqui se verifica que essa dupla repete a definição para uma função afim ser crescente ou decrescente, mas os recortes (19) e (20), da mesma dupla, deixam evidente que essa dupla ainda não está apta a coordenar as representações algébricas e gráficas.

Hipoteticamente, acreditamos que essa dupla não conseguiu a devida apropriação com compreensão da definição em questão, simplesmente a memorizou.

Analisando os protocolos de outra dupla, que teria respondido corretamente o protocolo 08, buscando fazer as ligações entre este protocolo e os sucessores (09 e 10) estabelecendo possíveis conexões entre os mesmos, percebemos que uma das duplas não só identificou e classificou as funções, como as descreveu. Veja o recorte (22).

Dentre as funções que se encontram na tabela, quais destas são:

Crescente: $j(x) = 1+5x$, $h(x) = x+1$

Decrescente: $g(x) = 1-2x$, $i(x) = -x+3$, $d(x) = 3-x$, $l(x) = 4-x$

Recorte 22: **Protocolo 08 – Respostas de GSE 10.**

Pode-se intuir, conforme recorte (22) acima, que os estudantes identificam corretamente as funções crescentes e decrescentes se referindo ao coeficiente angular como podemos verificar no recorte (23) que segue.

Além da classificação correta, estabeleceu coerentemente a relação entre o sinal do parâmetro “a” (coeficiente angular) e o ser a função crescente ou decrescente, onde pode ser verificado no recorte (23) a seguir.

Que relação há entre ser crescente ou decrescente e o sinal do parâmetro “a” coeficiente angular da função $f(x) = ax + b$?

Quando o coeficiente angular for positivo existe uma função crescente, e quando o coeficiente for negativo existe uma função decrescente

Recorte 23: **Protocolo 09 – Respostas de GSE 10.**

O que vocês entendem quando se afirma que uma função afim è:

- Crescente

Quando o coeficiente angular é positivo (+a).

- Decrescente

Quando o coeficiente angular for negativo (a).

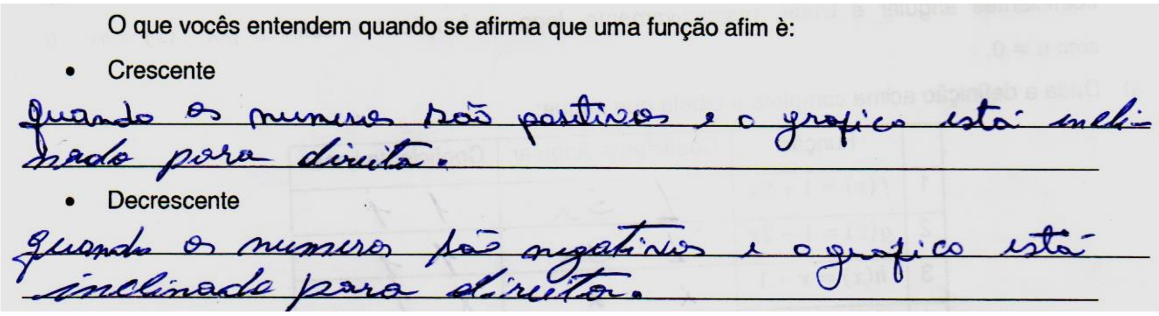
Recorte 24: **Protocolo 10 – Respostas de GSE 10.**

Apesar de identificarem as funções crescentes, as decrescentes, bem como conseguirem estabelecer uma relação entre o coeficiente angular e o crescimento ou decrescimento de uma função satisfatoriamente, ao analisar o protocolo 10, percebemos que a dupla não chegou à definição que esperávamos, limitando-se apenas ao coeficiente angular. Conforme recorte (24) acima.

No recorte (24) é possível verificar que os estudantes se referem ao sinal do coeficiente angular associando a possibilidade de crescimento ou decrescimento da função afim, mas não fazem relação com sua representação gráfica.

Dando continuidade, ao analisar os 09 e 10 das duplas que não haviam respondido satisfatoriamente o protocolo 08, identificamos algumas duplas que associaram o fato de uma função ser crescente ou decrescente a inclinação da reta em sua representação gráfica, fato descrito no recorte (25).

Contudo, ao analisar o recorte (25) é possível verificar a falta de vocabulário adequado ao expressar sua resposta, onde é possível perceber que a dupla destaca a identificação visual do crescimento e decrescimento de uma função afim por meio de sua representação gráfica. Além disso, percebe-se a falta de coordenação entre a representação algébrica e gráfica.



O que vocês entendem quando se afirma que uma função afim è:

- Crescente

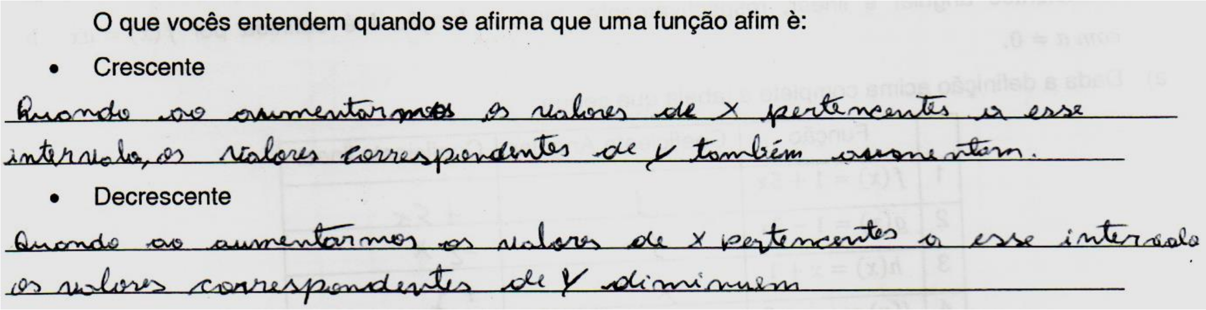
Quando os numeros são positivos e o grafico está inclinado para direita.

- Decrescente

Quando os numeros são negativos e o grafico está inclinado para direita.

Recorte 25: **Protocolo 10 – Respostas de GSE 06.**

Outras duplas estabeleceram uma relação coerente em relação a uma função ser crescente ou ser decrescente, apesar de terem respondido de modo insatisfatório o protocolo 08 e não ter respondido o protocolo 09. Veja o recorte (26).



O que vocês entendem quando se afirma que uma função afim è:

- Crescente

Quando nós aumentarmos os valores de x pertencentes a esse intervalo, os valores correspondentes de y também aumentam.

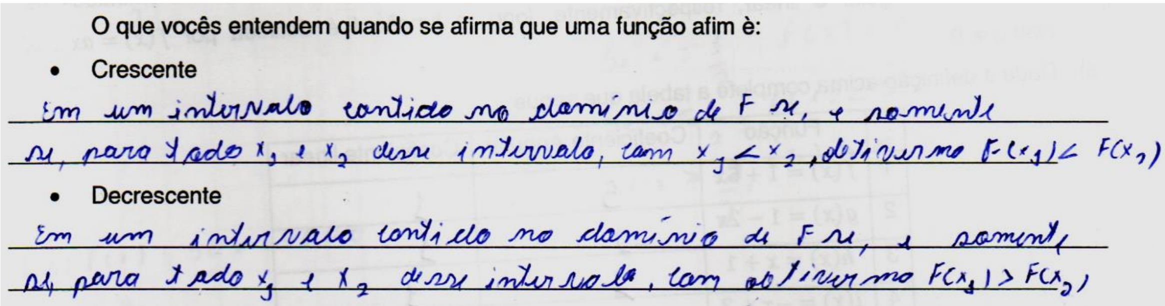
- Decrescente

Quando ao aumentarmos os valores de x pertencentes a esse intervalo os valores correspondentes de y diminuem

Recorte 26: **Protocolo 10 – Respostas de GSE 07.**

Ao avaliar o recorte (26) é possível identificar que os estudantes utilizam uma definição coerente, mas parece que ainda não perceberam sua relação com a identificação do sinal do coeficiente angular e com o fato do gráfico da função ser representado por uma reta crescente ou decrescente.

Além desses casos identificamos duplas que trouxe a definição, propriamente dita, do que vem a ser uma função crescente ou ser uma função decrescente recorte (26), contudo o fato de não conseguirem responder de forma coerente os protocolos 08 e 09, nos permite afirmar que não conseguem fazer um paralelo entre a definição e a aplicação na análise da função, portanto não fazendo sentido para estas, o que vem a ser de fato uma função crescente ou não. Veja o recorte (27).



O que vocês entendem quando se afirma que uma função afim è:

- Crescente

Em um intervalo contido no domínio de F se, e somente se, para todo x_1 e x_2 desse intervalo, com $x_1 < x_2$, obtivermos $F(x_1) < F(x_2)$

- Decrescente

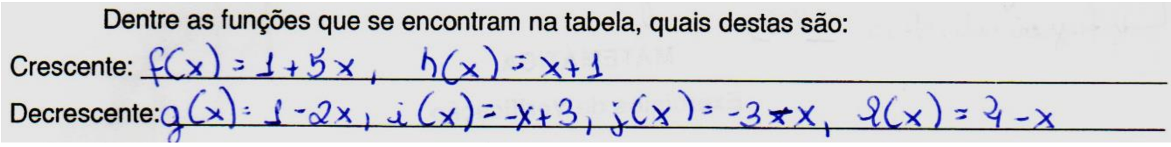
Em um intervalo contido no domínio de F se, e somente se para todo x_1 e x_2 desse intervalo, com obtivermos $F(x_1) > F(x_2)$

Recorte 27: **Protocolo 10 – Respostas de GSE 01.**

Aqui, recorte (27) o que nos parece é que a dupla relaciona a definição formal da propriedade de crescimento e decrescimento de uma função afim, mas não são capazes de associá-los ao sinal do coeficiente angular e a representação gráfica da função.

Em se tratando do GCE, identificamos uma quantidade de duplas expressivas que responderam ao protocolo 08, que trata da classificação das funções em crescente ou decrescente, de modo satisfatório. Ao todo, 80% das duplas, 12 duplas, integrantes do GCE respondeu a essa atividade satisfatoriamente os 20% restante, três duplas não conseguiram atingir o que pretendíamos na integra. Conforme ilustrado nos recortes (28), (29) e (30) que seguem.

Algumas duplas destacaram as funções como estas vieram representadas, das 12 duplas que responderam satisfatoriamente, seis representaram conforme o recorte (28) que está abaixo.


Dentre as funções que se encontram na tabela, quais destas são:

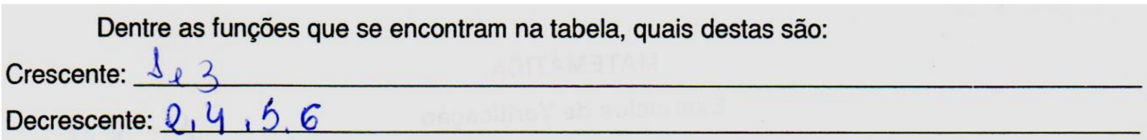
Crescente: $f(x) = 1 + 5x$, $h(x) = x + 1$

Decrescente: $g(x) = 1 - 2x$, $i(x) = -x + 3$, $j(x) = -3x$, $l(x) = 4 - x$

Recorte 28: **Protocolo 08 – Respostas de GCE 01.**

Como é possível verificar no recorte (28) essa dupla responde corretamente o solicitado, o que indica que os mesmos são capazes de identificar o coeficiente angular de uma função afim dada por sua representação algébrica.

Das seis duplas, restante, quatro usaram para representar as funções os respectivos números de ordem que as acompanhavam na tabela, recorte (29), as outras duas duplas empregaram para representar as primeiras letras das funções. Assim, representaram a função "*f(x) = F*", "*g(x) = G*", e assim sucessivamente, conforme pode ser verificado no recorte (30). a seguir.


Dentre as funções que se encontram na tabela, quais destas são:

Crescente: 1 e 3

Decrescente: 2, 4, 5, 6

Recorte 29: **Protocolo 08 – Respostas de GCE 14.**

Algo que nos chamou atenção foi o fato de que todas as duplas que responderam ao protocolo 08 de forma aceitável, não o fizeram com os protocolos 09 e 10 da mesma forma, onde buscávamos uma compreensão propriamente dita do conceito do que vem a ser uma função afim crescente ou ser uma função afim decrescente, fazendo uma associação do crescimento ou decrescimento de uma função afim ao coeficiente angular, por vezes destacaram a inclinação da reta em sua representação gráfica.

Dentre as funções que se encontram na tabela, quais destas são:

Crescente: F, H.

Decrescente: G, I, J, L.

Recorte 30: **Protocolo 08 – Respostas de GCE 10.**

Que relação há entre ser crescente ou decrescente e o sinal do parâmetro "a" coeficiente angular da função $f(x) = ax + b$?

A relação é que quando o "A" coeficiente angular for positivo a função é crescente e quando o "A" for negativo a função é decrescente.

Recorte 31: **Protocolo 09 – Respostas de GCE 10.**

Conforme é possível averiguar no recorte (31) acima, essa dupla apenas relaciona o crescimento ao valor do coeficiente angular positivo ou o decrescimento da função ao valor do coeficiente angular negativo. Os estudantes reconhecem a propriedade algébrica que permite identificar quando uma função afim é crescente ou decrescente.

Já no recorte (32), percebemos que a mesma dupla considera uma função afim como crescente quando o coeficiente angular for positivo e esta terá inclinação para direita. Em se tratando de uma função decrescente, nesta o coeficiente angular será negativo e terá inclinação para esquerda. Veja o recorte (32) abaixo.

O que vocês entendem quando se afirma que uma função afim é:

- Crescente

Entendemos que o coeficiente angular é positivo e a inclinação da reta é para direita. $(a>0)$

- Decrescente

Entendemos que o coeficiente angular é negativo e a inclinação da reta é para esquerda. $(a<0)$

Recorte 32: **Protocolo 10 – Respostas de GCE 10.**

No recorte (32) é fácil verificar que os estudantes associam o coeficiente angular a representação gráfica visual da função afim.

Nenhuma das duplas participantes do GCE nos trouxe a definição propriamente dita do que vem a ser uma função afim crescente ou de ser uma função afim decrescente, tão pouco realizou uma associação que esperávamos em relação a uma função ser crescente afirmando que à medida que se aumenta o valor de *x* (abscissa), o valor de seu correspondente *y* (ordenada) também aumenta, caso contrário, se diminui o valor de *x* (abscissa), o valor de seu correspondente *y* (ordenada) também diminui. Igualmente, dizemos que uma função afim é decrescente, alegando que ao se aumentar o valor de *x* (abscissa), o valor de seu correspondente *y* (ordenada) diminui, e vice-versa, à medida que se diminui o valor de *x* (abscissa), o valor de seu correspondente *y* (ordenada) aumenta, quando eles analisam respondem que as retas estão voltadas para esquerda e para direita o que não é mesmo que verificar que quando *x* aumenta *y* aumenta e que quando *x* diminui *y* diminui, esta análise permanece apenas na posição, por isso visual.

4. 4. 3 Comparações entre as Análises a *priori* e as Análises a *posteriori*

Nesta categoria procuramos apresentar as observações feitas pelos estudantes onde estes conseguiram identificar os coeficientes angular e linear na função polinomial do 1º grau, bem como perceber o crescimento e decrescimento desta, associando este ao seu coeficiente angular.

Assim, ao realizar as análises dos protocolos referentes à atividade (08), onde esperávamos que os alunos identificassem dentre as funções que se encontravam na tabela, as que eram crescentes e as que eram decrescentes no GSE percebemos uma quantidade pequena de respostas dentro do que imaginávamos, ou seja, um número percentual bem abaixo da média. Em se tratando do GCE identificamos um resultado bem acima da média, onde a maior parte dos participantes teria respondido de acordo com o que foi estabelecido previamente, o que nos torna possível afirmar que a aplicação do *software* nessa atividade possibilitou aos participantes GCE condições para classificar as funções polinomiais do primeiro grau em crescente ou decrescente de forma correta.

Já os protocolos referentes à atividade (09), na qual pretendíamos que os participantes relacionassem o coeficiente angular das funções definidas por $f(x) = ax + b$ com a representação de uma função crescente ou decrescente, desse modo, se $a > 0$ os partícipes catalogavam as funções como função crescente e as que possuem $a < 0$ como função decrescente.

Ao realizar as análises desses protocolos pertencentes ao GSE percebemos que o mesmo continuou respondendo fora do que esperávamos, ou seja, os participantes não identificaram os coeficientes das funções polinomiais do primeiro grau corretamente, consequentemente não conseguiram classificá-las como crescente ou decrescente, bem como não relacionaram o crescimento ou decrescimento dessas funções ao seu coeficiente angular.

Já nas análises dos protocolos que tratam da mesma questão, dessa vez no GCE, verificamos que um bom número dos participantes classificaram as funções polinomiais do primeiro grau corretamente como crescente ou decrescente, bem como estabeleceram coerentemente o crescimento ou decrescimento dessas funções ao seu coeficiente angular.

Quanto ao protocolo (10) percebemos que alguns dos participantes do GSE nos trouxeram a definição propriamente dita do que vem a ser uma função crescente ou uma função decrescente, além de destacarem a relação de proporção direta entre as coordenadas da função quando esta é crescente ou destacarem a relação de proporção inversa entre as coordenadas quando a função é decrescente, deixando as explicações bem próximas do que foi discutido e socializado em sala, deixando-nos a questionar se realmente aprenderam o conceito do que vem a ser uma função crescente ou decrescente, uma vez que responderam de forma equivocada ou não responderam os protocolos (08) e (09) que tem uma relação direta com este protocolo. Teriam estes participantes apreendido de fato esses conceitos ou os teriam simplesmente memorizado?

Ainda referente às análises do protocolo (10), agora destacamos GCE, para nossa surpresa nenhuma das duplas participantes respondeu a esta atividade de acordo com as nossas expectativas, ou seja, não definiram quando uma função polinomial do primeiro grau é crescente ou decrescente, bem como não destacaram a relação de proporção direta entre as coordenadas da função quando esta é crescente ou destacarem a relação de proporção inversa entre as coordenadas quando a função é decrescente. Assim, apesar da maior parte dos participantes do GCE ter respondido os protocolos (08) e (09) coerentemente, o mesmo não ocorreu com o protocolo (10), visto que não coordenam as representações algébricas e gráficas.

Essas respostas que não estavam em consonância com o que estabelecemos previamente seriam consequência de uma má formulação da atividade expressa no protocolo (10), não ficando claro para estes o nosso objetivo? Ou seria porque para esses estudantes o conceito de crescimento ou decrescimento de uma função polinomial do primeiro grau estaria em processo de construção?

4. 5 Determinar a raiz de uma função polinomial do 1º grau fazendo uso de processos algébricos

4. 5. 1 Análises a *priori*

A partir da representação gráfica das funções com o auxilio do *software* GeoGebra, os alunos percebiam facilmente a raiz da função, visto que além da visualização o próprio *software* dispõe de uma ferramenta que fornece a raiz da função, contudo ao buscarem determinar à raiz da função afim sem o uso do *software* surgiram os problemas, pois os participantes tinham dificuldade na passagem da representação gráfica para a representação algébrica, algo pouco trabalhado no ensino brasileiro.

Assim, nesta categoria procuramos apresentar as dificuldades ou problemas apresentados pelos alunos ao buscarem encontrar a raiz de uma função polinomial do 1º grau, estando esta categoria composta pela atividade que segue.

Atividade 11. *"Em cada uma das funções abaixo, determine o zero da função, o ponto onde intercepta o eixo das ordenadas, faça o esboço do gráfico e realize o estudo do sinal".*

a) "$f(x) = -3x + 7$"

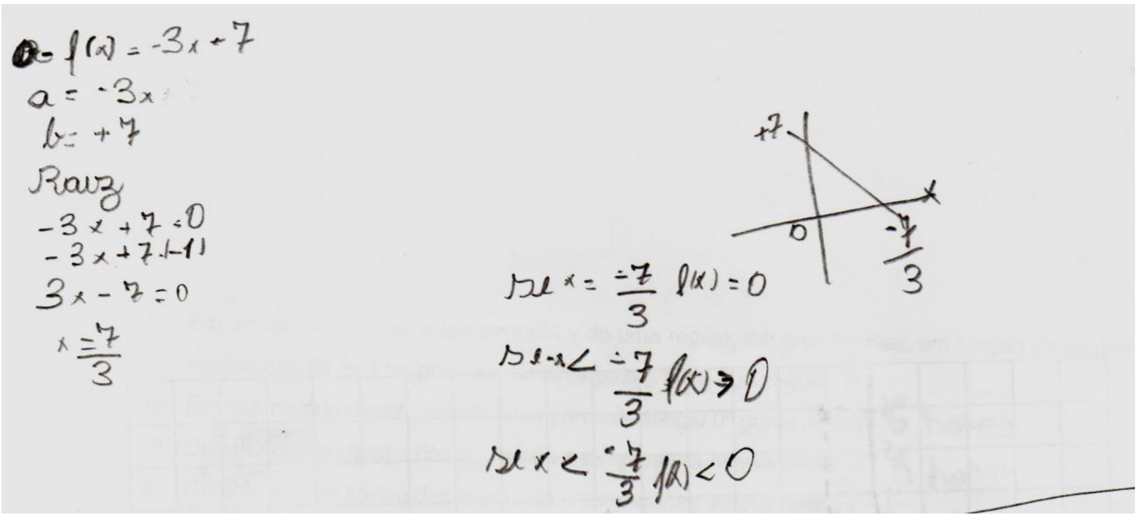
b) "$f(x) = 6x - 3$"

Nesta atividade, espera-se que os alunos determinem o que está sendo solicitado sem o auxílio do software, por meio de procedimentos algébricos, além de realizar a passagem da representação algébrica para a representação gráfica. Sendo possível uma confusão entre os coeficientes e os pontos de intersecção da reta e os eixos coordenados na sua representação gráfica.

4. 5. 2 Análises a *posteriori*

Ao analisar os protocolos referentes à atividade 11 do GSE percebemos que 25% dos participantes (três duplas) responderam satisfatoriamente, para ilustrar o que estamos falando, veja o recorte (33) abaixo.

No recorte (33) do protocolo (11) de GSE (06) podemos identificar que a dupla procurou determinar os coeficientes angular e linear, apesar de uma pequena confusão no coeficiente angular, onde escreveram o coeficiente junto com a variável; a raiz da função que determinaram um valor positivo e ao substituir no gráfico e no estudo do sinal escrevem esse valor negativo; o esboço do gráfico e o estudo do sinal de forma satisfatória apesar do erro ao escrever o sinal, deixando apenas de explicitar os pontos de intersecção do gráfico com os eixos coordenados, contudo, nos deixou claro que percebeu estes quando realizou o esboço do gráfico a contento.



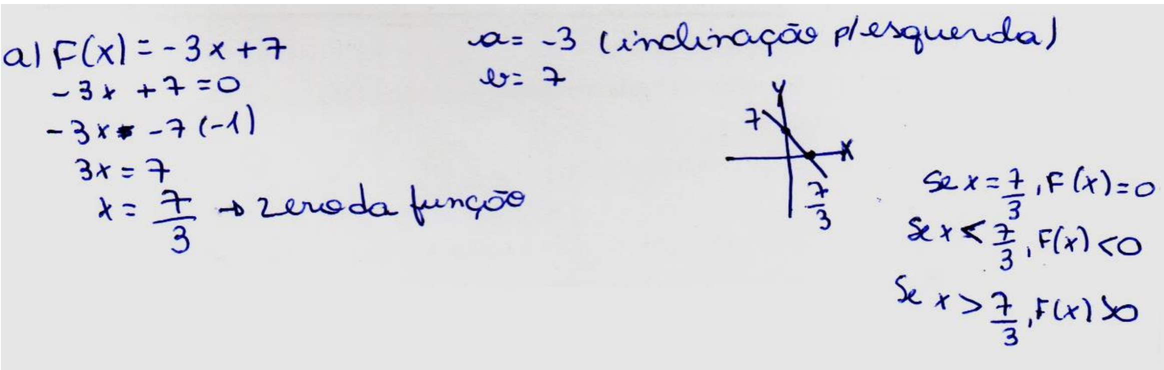
Recorte 33: **Protocolo 11 – Respostas de GSE 06.**

Os participantes dessa dupla tem dificuldades associadas a resolução de uma equação do 1º grau e representação de pontos no sistema cartesiano ortogonal. É importante observar que os estudantes esboçam o gráfico sem se preocupar com a escala, a função é dada pela representação algébrica $f(x) = -3x + 7$ e os estudantes parecem não identificar $y = f(x)$, pois na representação gráfica não é explicito o eixo y.

Ainda analisando as respostas dos participantes do GSE identificamos que 17% dessas respostas (duas duplas) satisfaziam o que pretendíamos parcialmente, como se pode verificar no recorte (34) a seguir, os 58% das duplas participantes (sete duplas) que restaram não responderam essa atividade.

No recorte (34) abaixo percebemos a dupla destacou os coeficientes angular e linear, inclinação do gráfico, a raiz da função (chamou de zero da função), o esboço do gráfico. Contudo, apesar dos itens acima estarem a contento, ao realizar o estudo do sinal, esta fez uma pequena inversão quanto aos sinais, acreditamos que houve apenas uma confusão.

Contudo, o ledor pode verificar no recorte (34) que os estudantes determinam corretamente os coeficientes angular e linear, associam *y à f(x)*, fazem um esboço do gráfico sem considerar uma escala. No estudo do sinal da função na identificação dos intervalos em que a função é positiva e os intervalos em que a função é negativa, o que pode ser uma simples confusão ou uma dificuldade associada à noção de intervalos sobre R (Números Reais).

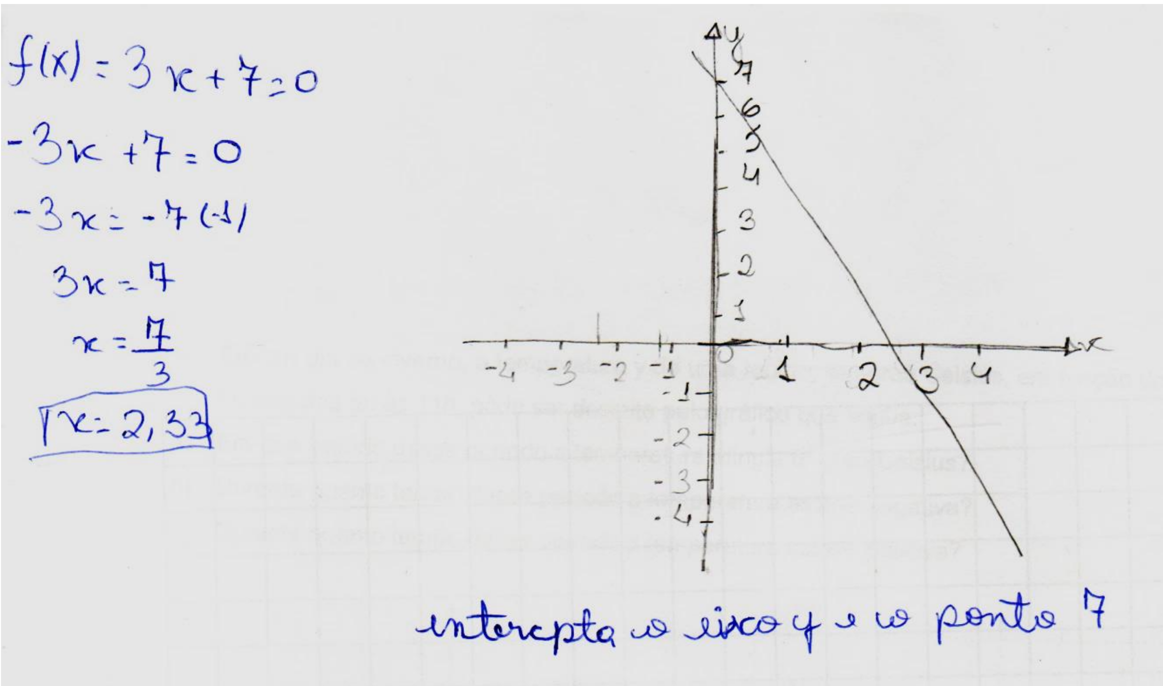


Recorte 34: **Protocolo 11 – Respostas de GSE 01.**

Neste recorte observamos que os estudantes são capazes de associar e justificar seus resultados em relação ao que é pedido, diferentemente do trabalho matemático apresentado no recorte (33).

Analisando os protocolos referentes à atividade (11) do GCE percebemos que nenhuma dupla respondeu essa atividade totalmente correta e sim maioria respondeu parcialmente correta, ou seja, 87% dos participantes (treze duplas), os 13% dos participantes (duas duplas) que restam não responderam a atividade.

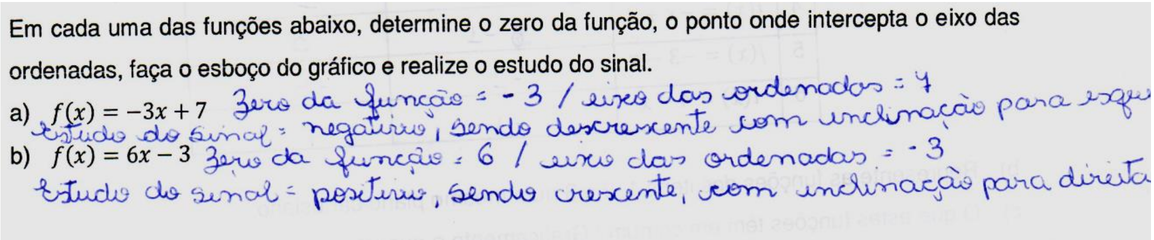
Em vários protocolos, identificamos situações em que os participantes determinaram a raiz das funções, fizeram o esboço do gráfico, determinaram o ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo das ordenadas, mas não destacaram o ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo das abscissas, embora tenham determinado a raiz da função corretamente, não conseguiram fazer essa correlação, em relação ao estudo do sinal não encontramos nenhum protocolo que fizesse menção ao mesmo. Conforme pode ser verificado no recorte (35) abaixo.



Recorte 35: **Protocolo 11 – Respostas de GCE 14.**

Neste recorte (35) o leitor pode perceber que os estudantes parecem ainda apresentar dificuldades em relação à representação matemática de um ponto, quando se referem ao ponto de intersecção entre o eixo *y* e o gráfico, chamando-o de "*ponto 7*", ao invés de ponto (0,7).

Em vários momentos do estudo, os participantes associavam o coeficiente linear ao ponto de intersecção entre a reta e o eixo OY de forma coerente e de modo intuitivo faziam a associavam o coeficiente angular das funções ao valor onde a reta interceptava o eixo OX (chamado zero ou raiz da função), de forma equivocada, visto que o ponto de intersecção entre a reta e o eixo OX é representado pela raiz da função, representando uma dificuldade na transposição desses conceitos. Veja o recorte (36).


Em cada uma das funções abaixo, determine o zero da função, o ponto onde intercepta o eixo das ordenadas, faça o esboço do gráfico e realize o estudo do sinal.

a) $f(x) = -3x + 7$ Zero da função = -3 / eixo das ordenadas = 4
Estudo do sinal = negativo, sendo decrescente com inclinação para esque

b) $f(x) = 6x - 3$ Zero da função = 6 / eixo das ordenadas = -3
Estudo do sinal = positivo, sendo crescente, com inclinação para direita

Recorte 36: **Protocolo 11 – Respostas de GCE 01.**

Essa dupla utiliza os dados aleatoriamente procurando justificar por meio de alguma definição estudado no curso.

4. 5. 3 Comparações entre as Análises a *priori* e as Análises a *posteriori*

Nesta categoria procuramos apresentar as dificuldades ou problemas apresentados pelos alunos ao buscarem encontrar a raiz de uma função polinomial do 1º grau. Ao realizar as análises do GSE percebemos um índice pequeno dos participantes respondendo a atividade totalmente em acordo com o que esperávamos, não apresentando dificuldades, contudo a maior parte dos participantes não respondeu nada, se faz necessário observar que para resolver essas questões é preciso dispor de outros conhecimentos como resolver uma equação do 1º grau, determinar os intervalos em que a função é positiva ou o intervalo em que a função é negativa.

Já no GCE tivemos a maior parte dos participantes respondendo a atividade parcialmente, pois os estudantes parecem ainda apresentar dificuldades em relação à representação matemática de um ponto outros utilizavam os dados de forma aleatória buscando chegar a alguma resposta convincente, poucos participantes não responderam a atividade,.

Em relação às dificuldades apresentadas pelos participantes ao responder essa atividade, quando avaliamos o GSE percebemos dois grupos distintos onde um grupo respondeu a atividade na íntegra e outro grupo não respondeu. Com referência ao grupo que respondeu este apresentou uma pequena confusão no momento em que estava a realizar o estudo do sinal da função, acreditamos ser a existência de uma dificuldade associada a representação de um intervalo sobre R, visto que estes responderam toda a parte que antecedia com sucesso. Aos que não responderam a atividade não tivemos elementos para buscar o porquê de não terem conseguido, uma vez que não registraram nada na atividade.

Quanto ao GCE, apesar da possibilidade da representação gráfica das funções com o auxilio do *software* GeoGebra, além de perceberem facilmente a raiz da função, visto que além da visualização o próprio *software* dispõe de uma ferramenta que fornece a raiz da função, isso não foi suficiente para que ao menos uma dupla respondesse a atividade completamente, o que é compreensível, pois existem outras noções em jogo que exige uma análise dos resultados o que o *software* não disponibiliza. Tivemos, sim, um número maior de participantes que responderam parcialmente a atividade, em contrapartida poucos participantes não responderam a atividade, o que mostra que o *software* é uma ferramenta importante para a introdução às noções em jogo, mas é preciso a mediação do professor para fazer a articulação com outros conhecimentos.

No tocante as dificuldades apresentadas pelo GCE, destacamos o fato dos participantes associarem o coeficiente linear ao ponto de intersecção entre a reta e o eixo OY de forma coerente, e de modo intuitivo faziam a associação do coeficiente angular das funções ao valor onde a reta interceptava o eixo OX (chamado zero ou raiz da função), de forma equivocada, visto que o ponto de intersecção entre a reta e o eixo OX é representado pela raiz da função, item que conseguiram determinar de forma satisfatória, assim, representando uma dificuldade na assimilação e na transposição desses conceitos, o que vem a reforçar a afirmação anterior quando dizemos que o *software* é uma ferramenta importante para a introdução às noções em jogo, mas é preciso a mediação do professor para fazer a articulação com outros conhecimentos.

Por fim, após análises dos protocolos dos GSE e GCE percebemos que houve um envolvimento maior por parte do GCE no sentido de selecionar e utilizar informações que dispunham na busca de soluções para a situação dada, o que representa um progresso do conhecimento dos participantes.

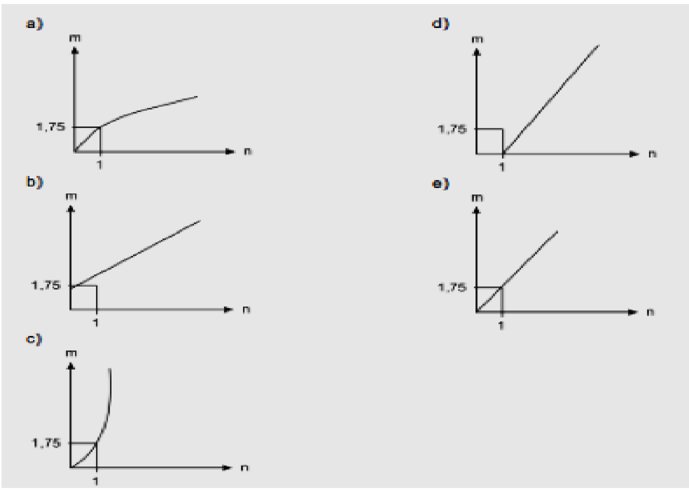
4.6 Aplicações da função afim em simulações de situações-problema reais

4. 6. 1 Análises a *priori*

Nesta categoria estão inseridos os momentos em que os participantes constroem as relações matemáticas que representam uma determinada situação-problema por uma representação gráfica ou através de uma função na sua forma algébrica.

Assim, compõem essa categoria as atividades que seguem.

Atividade 12. *"As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m; pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é"*:



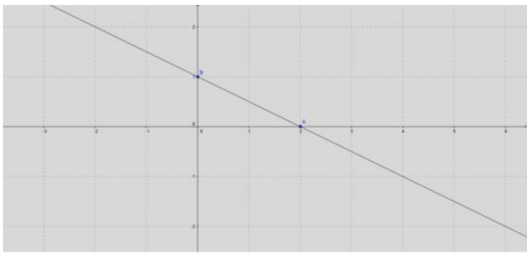
Nesta atividade espera-se que os alunos sejam capazes de expressar a representação gráfica de uma situação problema dada em linguagem natural que pode ser resolvida por uma função afim.

Atividade 13. *"Um comerciante decidiu fabricar camisetas de malha para vendê-las na praia, ao preço de R$8,00 a unidade. Investiu no negócio R$320,00. Sabendo que o lucro(y) obtido é função da quantidade de unidades vendidas(x), esboce o gráfico da função que representa essa situação".*

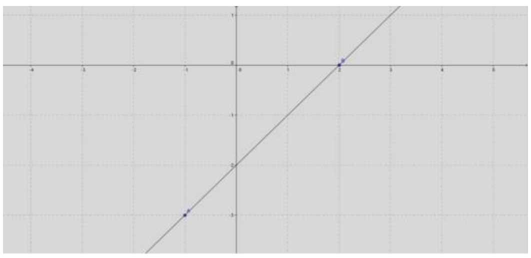
Nesta atividade espera-se que os alunos sejam capazes de representar algebricamente e graficamente situação-problema que pode ser resolvido por uma função afim.

Atividade 14. *"Determine as funções representadas no plano cartesiano na sua forma algébrica"*

a)



b)



Nesta atividade espera-se que os alunos sejam capazes de representar algebricamente a função expressa no gráfico.

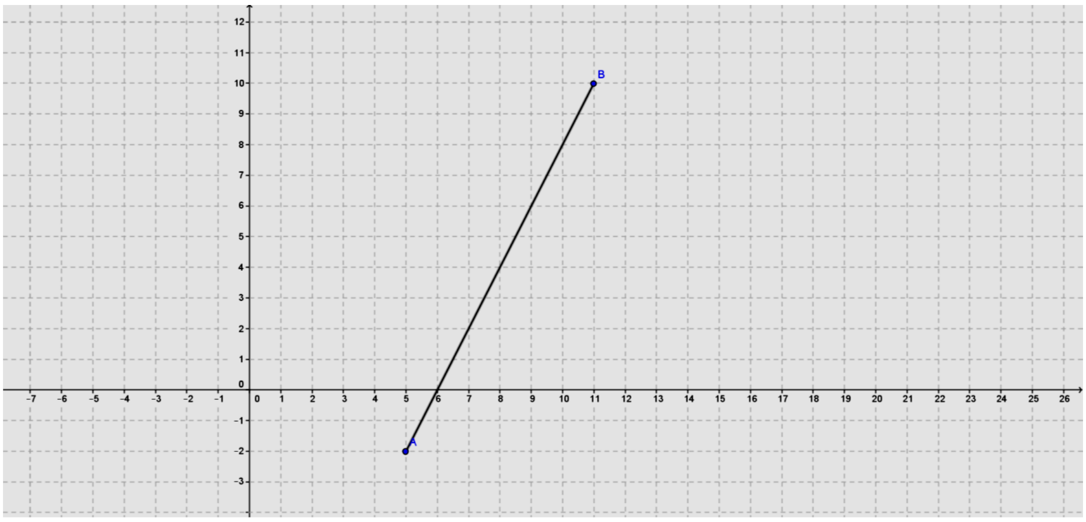
Atividade 15. *"Na fabricação de um determinado artigo, verificou-se que o custo total foi obtido através de uma taxa fixa de R$ 4000,00, adicionada ao custo de produção, que é de R$ 50,00 por unidade. Com base nessas informações, determine":*

a) *"a função que representa o custo total em relação à quantidade produzida";*
b) *"o gráfico dessa função";*
c) *"o custo de fabricação de 15 unidades".*

Na atividade 15 espera-se que os alunos sejam capazes de reconhecer e utilizar a linguagem algébrica ou gráfica relativa à função afim para modelar as situações problemas fazendo conexões entre a matemática escolar e sua aplicação no cotidiano, além de resolvê-las.

Atividade 16. *"Em um dia de inverno, a temperatura y de uma região, em grau Celsius, em função do horário x, no horário das 5h às 11h, pôde ser descrita pelo gráfico que segue":*

a) *"Em que horário desse período a temperatura atingiu 0º grau Celsius"?*
b) *"Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa"?*
c) *"Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva"?*

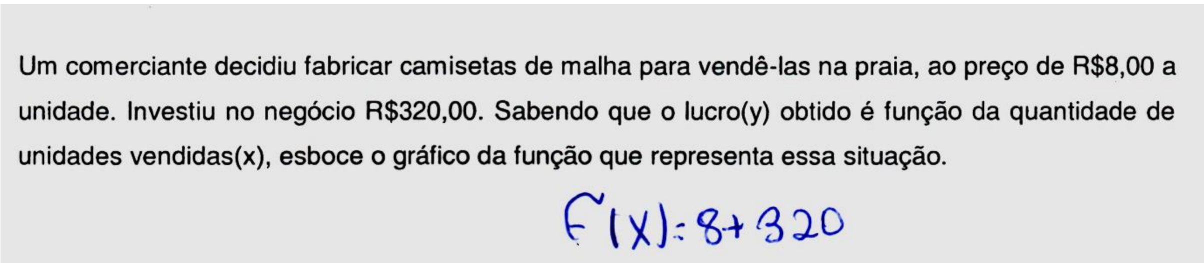


Nesta atividade, apresentada na língua natural e gráfica, espera-se que os alunos sejam capazes de interpretar uma situação-problema expressa graficamente através de uma representação de uma função polinomial do 1º grau.

4. 6. 2 Análises a *posteriori*

Analisando os protocolos referentes à atividade (12), onde se espera que os alunos sejam capazes de expressar a representação gráfica de uma situação problema dada em linguagem natural que pode ser resolvida por uma função afim, percebemos no GSE 75% dos participantes (nove duplas) responderam a alternativa correta e os 25% dos participantes que restaram (três duplas) não atingiram o esperado. Quanto ao GCE identificamos que 80% dos participantes (12 duplas) responderam a alternativa correta e os 20% dos participantes que restaram (três duplas) não atingiram o esperado.

Analisando os protocolos referentes à atividade (13), onde se espera que os alunos representem algebricamente e graficamente a situação problema que pode ser resolvido por uma função afim, verificamos, na análise dos protocolos do GSE que 58% dos participantes (sete duplas) representaram a situação por algo bem próximo da função que representa a situação, como pode ser verificado no recorte (37) a seguir.


Um comerciante decidiu fabricar camisetas de malha para vendê-las na praia, ao preço de R$8,00 a unidade. Investiu no negócio R$320,00. Sabendo que o lucro(y) obtido é função da quantidade de unidades vendidas(x), esboce o gráfico da função que representa essa situação.

F(x)=8+320

Recorte 37: **Protocolo 13 – Respostas de GSE 04.**

Como podemos verificar no (37) acima a função $f(x)$, que deveria ser expressa por $f(x) = 8x - 320$, foi representada sem a variável, fato que mostra a dificuldade da transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica, caracterizando dificuldades de interpretação e conversão.

Os estudantes associam uma função com a forma próxima a da função afim, mas não são capazes de identificar, no problema, o coeficiente angular e o coeficiente linear e tem ainda uma dificuldade de interpretação associada a situação, ou seja, o lucro representa o valor do que foi vendido menos o capital.

Outra situação que gostaríamos de enfatizar é o fato de 25% dos participantes (três duplas) terem compreendido o problema, dando uma resposta à situação-problema, contudo não representaram a função $f(x)$ por meio do esboço do gráfico, como foi solicitado no enunciado, veja como está ilustrado no recorte (38) abaixo, os 17% dos participantes (duas duplas) restantes não responderam a atividade.

Um comerciante decidiu fabricar camisetas de malha para vendê-las na praia, ao preço de R$8,00 a unidade. Investiu no negócio R$320,00. Sabendo que o lucro(y) obtido é função da quantidade de unidades vendidas(x), esboce o gráfico da função que representa essa situação.

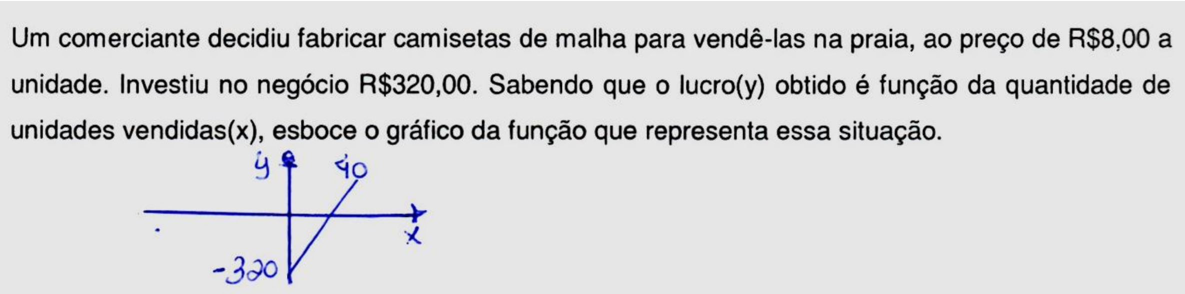
Que apartir de 40 camisetas ele tera lucro.

Recorte 38: **Protocolo 13 – Respostas de GSE 09.**

Por se tratar de uma situação que pode ser respondida utilizando apenas a aritmética é possível que os estudantes tenham raciocinado dessa forma, não sentindo a necessidade de esboçar o gráfico.

Como é possível verificar no recorte (38) acima, essa dupla entendeu a essência do problema, percebendo que o investimento inicial seria algo a ser retirado do dinheiro das vendas com as camisetas, ao tempo que demonstrou condição de análise, compreensão, interpretação e resolução do problema quando definiu a quantidade de camisetas a ser vendidas para que este comerciante comece a obter lucro, a situação para eles pode ter sido sentida como artificial. Um cuidado que devemos ter ao avaliar as respostas dos estudantes, ou seja, se a situação exige que se utilize determinada ferramenta matemática ou se este é apenas uma exigência do ensino.

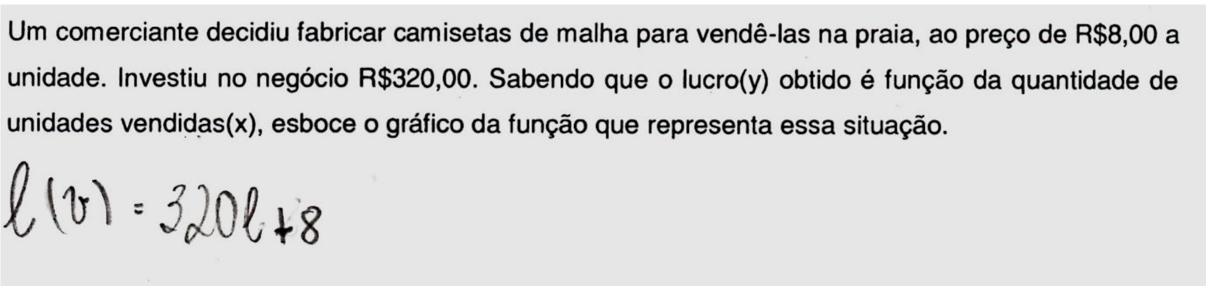
Na analise dos protocolos referentes à atividade (13) do GCE, verificamos que 40% dos participantes (seis duplas) representaram a situação por meio do esboço do gráfico com sucesso, algo ilustrado no recorte (39) que segue.


Um comerciante decidiu fabricar camisetas de malha para vendê-las na praia, ao preço de R$8,00 a unidade. Investiu no negócio R$320,00. Sabendo que o lucro(y) obtido é função da quantidade de unidades vendidas(x), esboce o gráfico da função que representa essa situação.

Recorte 39: **Protocolo 13 – Respostas de GCE 01.**

Como pode ser percebido no recorte (39) acima, essa dupla destacou -320 como ponto inicial, que representa o investimento do comerciante e o 40 que aparece nos sugere a raiz da função que representa a quantidade necessária para que o comerciante comece a ter lucro, acreditamos que essa dupla fez uso da aritmética para resolver a situação, e ainda esboçou o gráfico.

Outra dupla, 7% dos participantes, buscou representar a situação por meio da expressão que representa o lucro em função do volume recorte (40) e os demais, 53% não responderam a atividade.

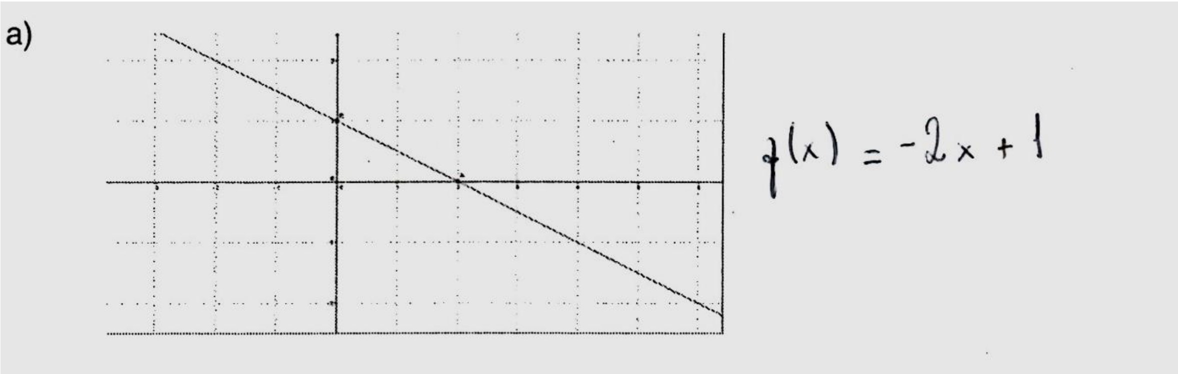

Um comerciante decidiu fabricar camisetas de malha para vendê-las na praia, ao preço de R$8,00 a unidade. Investiu no negócio R$320,00. Sabendo que o lucro(y) obtido é função da quantidade de unidades vendidas(x), esboce o gráfico da função que representa essa situação.

$l(v) = 320l + 8$

Recorte 40: **Protocolo 13 – Respostas de GCE 09.**

Analisando o recorte (40) acima, percebemos que essa dupla procurou representar a situação por meio da função $l(v) = 8v - 320$, contudo não conseguiu estabelecer com sucesso a variável e o ponto inicial representando a situação por $l(v) = 320l + 8$, assim, afirmamos que os estudantes procuraram uma situação de referência para transferir para a situação proposta, mas não foram capazes de identificar corretamente a relação.

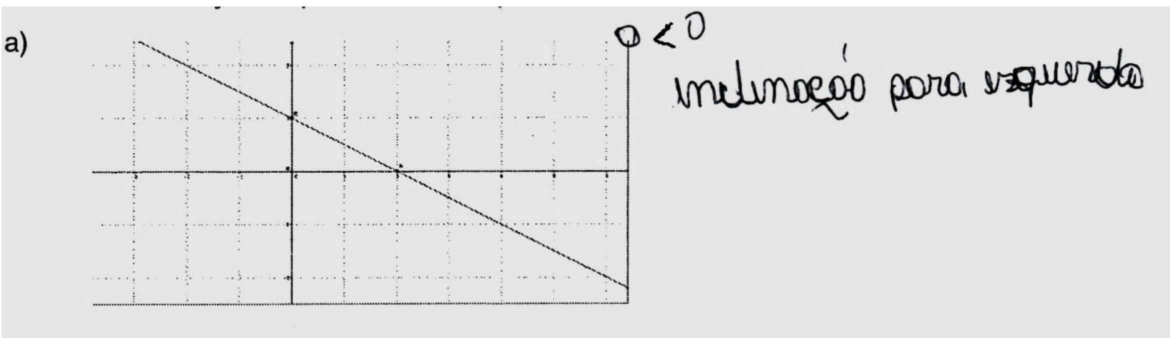
Dando continuidade, analisando os protocolos referentes à atividade (14) onde se espera que os alunos sejam capazes de representar na linguagem algébrica uma função expressa por meio da linguagem gráfica, verificamos ao analisar os protocolos do GSE que uma dupla 8% das participantes buscou representar a função dada por meio de uma linguagem algébrica, veja o recorte (41).



Recorte 41: **Protocolo 14 – Respostas de GSE 10.**

Analisando esse protocolo percebemos que a dupla associou os coeficientes aos pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados, algo que caracteriza grande dificuldade para os discentes, essa passagem da representação gráfica para a representação algébrica. Desse modo, se percebe que os estudantes leem diretamente no gráfico os coeficientes angular e linear sem considerar o ângulo que a reta forma com o eixo *x*. vários métodos podem ser utilizados para resolver essa tarefa, dependendo dos conhecimentos prévios dos estudantes.

Veja o recorte (42) a seguir:

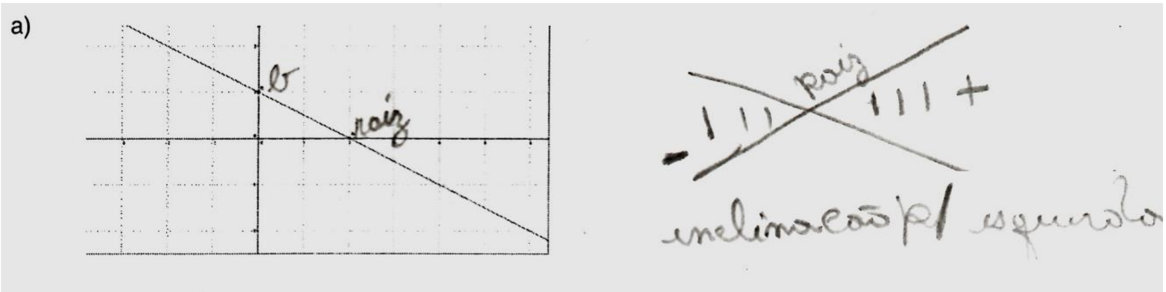


Recorte 42: **Protocolo 14 – Respostas de GSE 10.**

O recorte (42) acima representa as respostas de três duplas, 25% dos participantes, que destacaram a inclinação da reta e associaram esta ao coeficiente angular, enfatizando a condição de sendo este coeficiente menor do que zero a reta terá inclinação para esquerda, caso contrário à reta terá inclinação para a direita, levando-nos a considerar que os estudantes apresentam apenas a interpretação visual do gráfico, reconhecem a propriedade, mas não são capazes de determinar a representação algébrica.

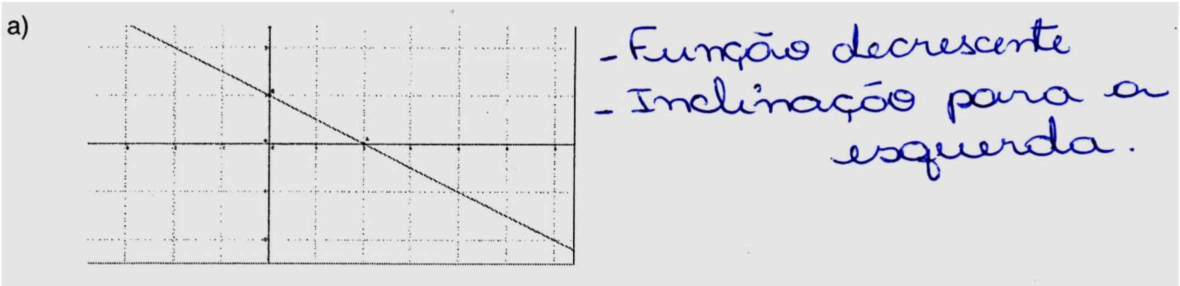
Outras três duplas, 25% dos participantes, destacaram a inclinação da reta e associaram com sucesso os pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados aos coeficientes de reta que os contém (raiz coeficiente linear), contudo não expressaram a função, além disso, visualizam a posição da reta, mas não fazem relação com o coeficiente angular, conforme ilustrado no recorte (43) a seguir.

Duas duplas, 17% dos participantes, destacaram a inclinação da reta, bem como classificaram as funções em crescente e decrescente de forma correta, porém não expressaram a função na linguagem algébrica, conforme ilustrado no recorte (44) e os 25% restante das duplas participantes não responderam a atividade, nessa situação é possível verificar que os estudantes visualizam a posição da reta e associam a propriedade da função ser decrescente, mas não identificam os coeficientes angular e linear e assim não escrevem a função na sua representação algébrica.



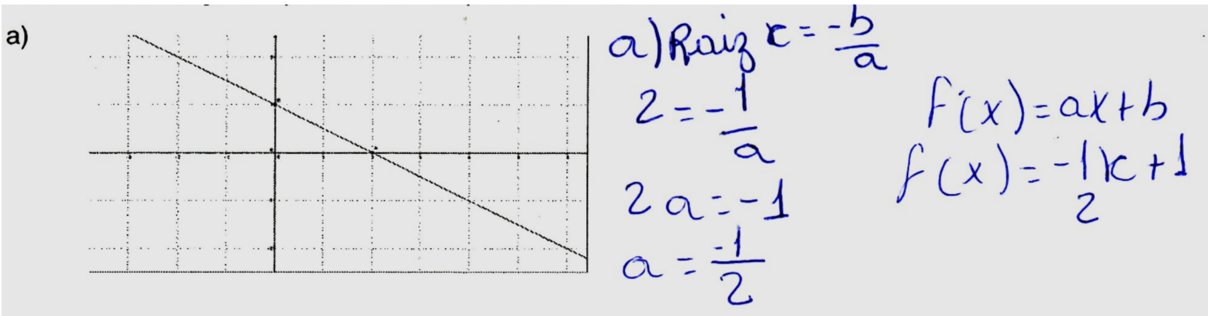
Recorte 43: **Protocolo 14 – Respostas de GSE 06.**

Apesar de vários conceitos, concernente às funções polinomiais do primeiro grau que foram trazidos à tona pelo GSE nos parece que a nossa indagação na atividade não ficou bastante clara para os participantes, uma vez que percebemos que apenas uma dupla procurou servir ao nosso propósito, respondendo a atividade de acordo com o que esperávamos, vale ressaltar que a passagem da representação gráfica para a representação algébrica é identificada por diversas pesquisas com a mais problemática.



Recorte 44: **Protocolo 14 – Respostas de GSE 01.**

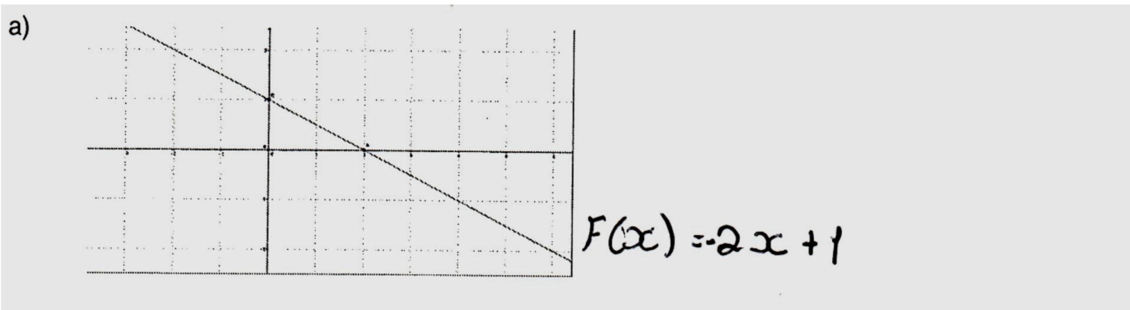
Na análise dos protocolos referentes à atividade (14) do GCE, averiguamos que 13% dos participantes (duas duplas) determinaram a forma algébrica das funções dadas com sucesso, uma dupla usou como método o sistema de equações para resolver a questão e a outra dupla fez uso da raiz da função e do coeficiente linear que podem ser obtidos no gráfico, como pode ser verificado no recorte (45) abaixo:



Recorte 45: Protocolo 14 – Respostas de GCE 07.

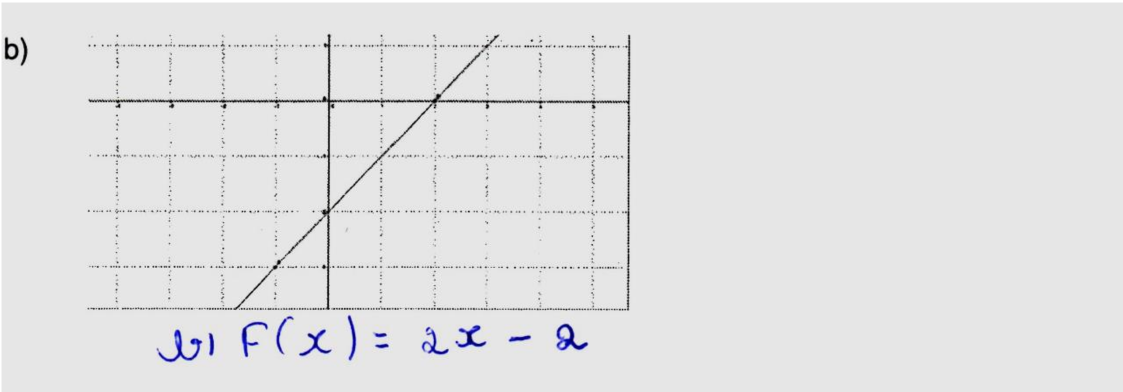
Com é possível averiguar no recorte (45) essa dupla, tomando como referência a representação gráfica, determinou o coeficiente linear e a partir da raiz da função determinou o coeficiente angular, identificaram a função e realizaram a conversão da representação gráfica para a representação algébrica de forma coerente.

Na sequência da análise dos protocolos referentes à atividade (14) do GCE, constatamos que 67% dos participantes (dez duplas) associaram os coeficientes aos pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados, assim, determinando as funções conforme ilustrado no recorte (46) e recorte (47) que seguem.



Recorte 46: **Protocolo 14 – Respostas de GCE 08.**

A partir (46) é possível afirmar que os estudantes identificam o gráfico da função afim, determinam o coeficiente linear, consideram o coeficiente angular negativo, acreditamos que em função da inclinação do gráfico, mas tem dificuldade em expressar o coeficiente angular, o que implica no erro ao realizar a passagem da representação gráfica para a representação algébrica.



Recorte 47: **Protocolo 14 – Respostas de GCE 15.**

Como para o recorte (46), os estudantes parecem não dispor de métodos para determinar o coeficiente angular dado o gráfico.

Vale destacar que, apesar da ligação entre os coeficientes e os pontos de intersecção entre a reta e os eixos coordenados, os participantes fizeram uso do coeficiente angular, que acreditavam estar correto, negativo, se a reta tinha inclinação voltada para esquerda, e positivo se a reta estava inclinada para direita.

Quanto aos 20% dos participantes (três duplas) que restaram, estes não responderam a atividade ou responderam algo distante do que esperávamos.

Analisando os protocolos do GSE referentes à atividade (15) onde se espera que os alunos sejam capazes de reconhecer e utilizar a linguagem algébrica ou gráfica relativa à função afim para modelar e resolver as situações problemas fazendo conexões entre a matemática escolar e sua aplicação no cotidiano, percebemos que 8% dos participantes (uma dupla) responderam essa atividade de modo parcialmente satisfatório, conforme pode ser verificado no recorte (48) a seguir.

Na fabricação de um determinado artigo, verificou-se que o custo total foi obtido através de uma taxa fixa de R$ 4000,00, adicionada ao custo de produção, que é de R$ 50,00 por unidade. Com base nessas informações, determine:

a) a função que representa o custo total em relação a quantidade produzida; $C = 50q + 4.000$

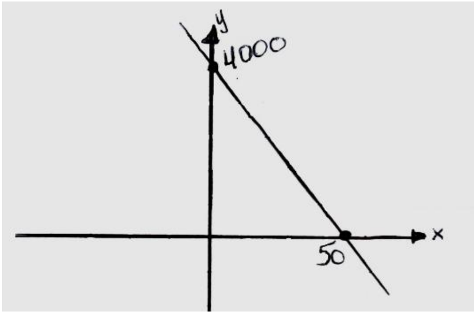
b) o gráfico dessa função;

c) o custo de fabricação de 15 unidades. R$ = 475,000

Recorte 48: **Protocolo 15 – Respostas de GSE 10.**

Como podemos observar no recorte (48) acima, essa dupla determinou a função com sucesso, representando-a por $C = 50q + 4000$, entendemos que *"C"* e *"q"* representam o custo e a quantidade, respectivamente. Em seguida determinou o custo de produção de 15 unidades, na alternativa c, com uma ressalva que é a posição da vírgula, onde acreditamos que tenha sido falta de atenção, pois a quantidade de zeros está correta. Quanto ao esboço do gráfico, essa dupla procurou fazê-lo, contudo se equivocou no mesmo, ao confundir a raiz da função com seu coeficiente angular. Veja o recorte (49) abaixo.

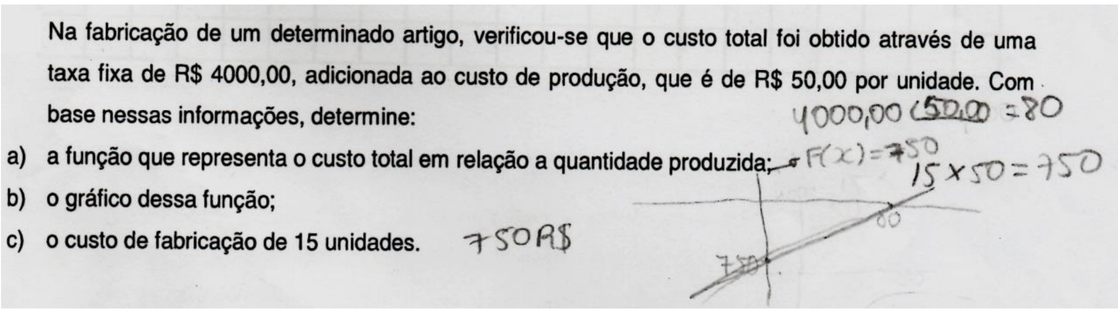
Como é possível ao leitor verificar no recorte (49), os estudantes fazem a confusão entre raiz de uma função afim com o seu coeficiente angular.



Recorte 49: **Protocolo 15 – Respostas de GSE 10.**

Ainda no GSE, tratando do protocolo (15) 25% dos participantes (três duplas), procuraram resolver o problema, ao que nos parece por não entender de forma coerente o enunciado, na resolução do item *"a"* procuraram dividir a taxa fixa inicial de R$ 4000,00 por R$ 50,00 que representava o custo de produção por unidade, no item *"b"* até esboçaram um gráfico, contudo este não serve como a solução pretendida, por fim, quanto ao item *"c"* esses participantes encontraram o custo de produção por unidade, mas não adicionaram o custo inicial. Essas afirmativas encontram-se ilustradas no recorte (50) a seguir, quanto aos 67% dos participantes restantes (oito duplas), estes não responderam a atividade ou ainda, não a fizeram coerentemente.

Na análise dos protocolos referentes à atividade (15) do GCE, percebemos que 67% dos participantes (dez duplas) responderam essa atividade de modo parcialmente satisfatório, o recorte (51) ilustra o que estamos dizendo.


Na fabricação de um determinado artigo, verificou-se que o custo total foi obtido através de uma taxa fixa de R$ 4000,00, adicionada ao custo de produção, que é de R$ 50,00 por unidade. Com base nessas informações, determine: 4000,00 ÷ 50,00 = 80

a) a função que representa o custo total em relação a quantidade produzida; F(x) = 750 15 x 50 = 750

b) o gráfico dessa função;

c) o custo de fabricação de 15 unidades. 750R$

Recorte 50: **Protocolo 15 – Respostas de GSE 07.**

Como podemos observar no recorte (51), essa dupla determinou a função com sucesso, representando-a por $f(x) = 4000 + 50x$, entendemos que *"f(x)"* e *"x"* representam o custo e a quantidade, respectivamente. Em seguida determinou o custo de produção de 15 unidades, alternativa *“c”*, fazendo uso da função que encontrou na alternativa *“a”*, mostrando compreensão do que vem a ser uma função, bem como sua aplicação. Em se tratando do esboço do gráfico, nenhuma das duplas realizou esse item da atividade. Quanto aos 33% dos participantes restantes (cinco duplas), estes não responderam a atividade ou ainda, não a fizeram coerentemente.

Na fabricação de um determinado artigo, verificou-se que o custo total foi obtido através de uma taxa fixa de R$ 4000,00, adicionada ao custo de produção, que é de R$ 50,00 por unidade. Com base nessas informações, determine:

a) a função que representa o custo total em relação a quantidade produzida; a) $f(X) = 4000 + 50X$

b) o gráfico dessa função;

c) o custo de fabricação de 15 unidades.

c) $f(x) = 4000 + 50 \cdot 15$ $f(x) = 4750$ R$ 4.750,00

$f(x) = 4000 + 750$

Recorte 51: **Protocolo 15 – Respostas de GCE 06.**

Analisando os protocolos referentes à atividade (16) do GSE, onde se espera que os alunos sejam capazes de interpretar uma situação-problema expressa graficamente através de uma representação de uma função polinomial do 1º grau, verificamos que 42% dos participantes (cinco duplas) responderam essa atividade com sucesso, mostrando condição de leitura e interpretação de uma simulação de uma situação real exposta numa linguagem gráfica. Veja o recorte (52).

Em um dia de inverno, a temperatura y de uma região, em grau Celsius, em função do horário x, no horário das 5h às 11h, pôde ser descrita pelo gráfico que segue:

a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0º grau Celsius? 6 horas

b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa? durante 1 hora

c) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva? durante 5 horas

Recorte 52: Protocolo 16 – Respostas de GSE 07.

Ao analisar o recorte (52) o leitor perceberá que os estudantes são capazes de ler e interpretar corretamente informações por meio de um gráfico.

Continuando as análises, das sete duplas participantes que restaram (58%), quatro delas (33%) não responderam a atividade, três duplas (25%) parecem não compreender o enunciado do problema. Ao responder o item: b) "*sim durante o primeiro período*" essa resposta se refere à hora em que a temperatura permanece abaixo de zero, já no item c) *"o pouco tempo 10ºC"* fazem parecer que não está claro qual eixo coordenado representa a temperatura e qual representa o tempo. Como pode ser verificado no recorte (53) a seguir.

Em um dia de inverno, a temperatura y de uma região, em grau Celsius, em função do horário x, no horário das 5h às 11h, pôde ser descrita pelo gráfico que segue:

a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0º grau Celsius? 6 horas

b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa? sim durant 1º pe[illegible]

c) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva? o pouco tempo 10ºC

Recorte 53: **Protocolo 16 – Respostas de GSE 07.**

Ao verificar o recorte (53) concluímos que os estudantes parecem ter dificuldade em determinar os intervalos pedidos.

Na análise dos protocolos referentes à atividade (16) do GCE, identificamos que 47% (sete duplas) dos participantes não respondeu essa atividade e os 53% dos participantes que restaram (oito duplas) responderam com sucesso a atividade, conforme pode ser verificado no recorte (54) a seguir.

Em um dia de inverno, a temperatura y de uma região, em grau Celsius, em função do horário x, no horário das 5h às 11h, pôde ser descrita pelo gráfico que segue:

a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0º grau Celsius? Às 6 horas

b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa? Durante 1 hora

c) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva? Durante 5 horas

Recorte 54: **Protocolo 16 – Respostas de GCE 12.**

Ao analisar o recorte (54) o leitor perceberá que os estudantes são capazes de ler e interpretar corretamente informações por meio de um gráfico.

4. 6. 3 Comparações entre as Análises a *priori* e as Análises a *posteriori*

Nesta categoria inserimos os momentos em que os participantes buscaram construir as relações matemáticas que representam uma determinada situação problema dadas por uma linguagem natural, por uma representação gráfica ou através de uma função na sua forma algébrica.

Ao analisar os protocolos referentes à atividade (12), onde se espera que os alunos sejam capazes de expressar a representação gráfica de uma situação problema dada em linguagem natural que pode ser resolvida por uma função afim, verificamos que tanto o GSE quanto o GCE foram muito bem nessa atividade obtendo uma quantidade de acertos equivalentes, com uma pequena vantagem para o GCE, contudo conseguiram relacionar o problema dado a sua representação gráfica.

Analisando os protocolos referentes à atividade (13), onde se espera que os alunos representem algebricamente e graficamente a situação problema que pode ser resolvido por uma função afim, identificamos que mais que a metade dos participantes do GSE ao procurar determinar a função que representava o problema dado chegou bem próximo de fazê-la corretamente, mesmo não sendo o objetivo da atividade, contudo achamos válida a tentativa. Os participantes do GSE não atingiram o objetivo da atividade que era esboçar a situação dada por meio de um gráfico, contudo é válido destacar o fato de 25% dos participantes do GSE terem determinado uma solução para o problema, apesar de não terem exposto a situação graficamente.

Em se tratando do GCE, verificamos que 40% dos participantes (seis duplas) representaram a situação por meio do esboço do gráfico com sucesso, atingindo o objetivo da questão, além dessas duplas tivemos outra dupla (7%) que procurou representar a situação por meio de uma função escrita na forma algébrica. Contudo, percebemos que mais da metade dos participantes não responderam essa atividade.

Dando continuidade, analisando os protocolos referentes à atividade (14) onde se espera que os alunos sejam capazes de representar na linguagem algébrica uma função expressa por meio da linguagem gráfica, verificamos ao analisar os protocolos do GSE que apenas uma dupla (8%) das participantes procurou representar a função dada por meio de uma linguagem algébrica, contudo percebemos que a dupla associou os coeficientes das funções aos pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados, algo que caracteriza grande dificuldade por parte dos discentes que é essa passagem da linguagem gráfica para a linguagem algébrica.

Outras duplas trouxeram conceitos concernentes à função afim, porém não estavam concatenados com a questão. Esses conceitos tratam: a) Da inclinação da reta, fazendo a associação desta com sucesso ao coeficiente angular; b) Do ponto de intersecção entre a reta e os eixos coordenados mencionando que estes se referem ao coeficiente linear e a raiz da função; c) Do crescimento ou decrescimento de uma função polinomial do primeiro grau, associando estes de forma satisfatória ao coeficiente angular.

Apesar de vários conceitos, concernente às funções polinomiais do primeiro grau que foram trazidos à tona pelo GSE nos parece que a nossa indagação na atividade não ficou bastante clara para os participantes, uma vez que percebemos que apenas uma dupla (8%) procurou servir ao nosso propósito, respondendo a atividade de acordo com o que esperávamos.

Na análise dos protocolos referentes à atividade (14) do GCE, verificamos que duas duplas (13%) determinaram a forma algébrica das funções dadas com sucesso, uma usou como método para determinar o solicitado, um sistema de equações que montou a partir dos pontos contidos no gráfico, a outra utilizou como método a raiz da função para determinar o coeficiente angular e o coeficiente linear obteve a partir da visualização gráfica. Além das duplas que responderam com sucesso essa atividade, percebemos que, tal qual o GSE, a grande maioria dos participantes associou os coeficientes da função aos pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados acrescentando o sinal negativo se o gráfico da função tinha inclinação para esquerda.

Analisando os protocolos do GSE referentes à atividade (15) onde se espera que os alunos sejam capazes de reconhecer e utilizar a linguagem algébrica ou gráfica relativa à função afim para modelar e resolver as situações problemas fazendo conexões entre a matemática escolar e sua aplicação no cotidiano, percebemos que uma dupla (8%) respondeu essa atividade de modo parcialmente satisfatório, isso porque dos três itens que a atividade era composta, a dupla respondeu dois. Determinou a função para representar a situação, bem como o custo de produção das unidades requeridas, contudo não conseguiu representar a situação pelo esboço de um gráfico. Os demais participantes não conseguiram responder a contento.

Na análise dos protocolos referentes à atividade (15) do GCE, percebemos dos participantes, dez duplas (67%) responderam essa atividade de modo parcialmente satisfatório. Determinaram: a) a função com sucesso, representando-a por $f(x) = 4000 + 50x$, entendemos que *"f(x)"* e *"x"* representam o custo e a quantidade, respectivamente; b) o custo de produção de 15 unidades, na alternativa "*c"*, fazendo uso da função que encontrou na alternativa *"a"*, mostrando compreensão do que vem a ser uma função, bem como sua aplicação. Contudo, nenhuma das duplas esboçou a situação por meio de uma representação gráfica, onde o gráfico fica sendo apenas uma questão escalar.

Quanto aos protocolos referentes à atividade (16), onde espera- se que os alunos sejam capazes de interpretar uma situação-problema expressa graficamente através de uma representação de uma função polinomial do 1º grau, as análises nos permitiram verificar que cinco duplas (42%), participantes de GSE, responderam essa atividade com sucesso, mostrando condição de leitura e interpretação de uma simulação de uma situação real exposta numa linguagem gráfica. As sete duplas (58%) restantes, ou não responderam a atividade ou responderam algo for do contexto proposto.

Em se tratando dos protocolos referentes à atividade (16) do GCE, identificamos que sete duplas (47%), das participantes não responderam essa atividade e as oito duplas (53%) remanentes responderam com sucesso a atividade.

Refletindo sobre as resoluções dos protocolos que compõem esse eixo, tanto do grupo sem o experimento quanto do grupo que utilizou o experimento, percebemos que em todas as resoluções o grupo com o experimento obteve uma quantidade de acertos mais satisfatórios que o grupo sem o experimento, o que nos remete afirmar que a inserção do *software* GeoGebra no processo de ensino de funções polinomiais do primeiro grau contribui para um melhor aprendizado.

Considerações

Neste momento exibimos as considerações finais desta pesquisa, as quais se baseiam na análise do processo que permeou a realização da intervenção descrita anteriormente, com ênfase na estratégia pedagógica adotada pelo professor-pesquisador.

Visando a situar as considerações aqui explicitadas, primeiramente retomamos alguns direcionamentos que o estudo realizado tomou. Esta pesquisa foi delineada para ser desenvolvida com alunos de duas turmas da 1ª série do Ensino Técnico de nível Médio Integrado do IFS, uma turma utilizando o *software* GeoGebra (GCE) e outra turma sem utilizar o *software* (GSE), objetivando avaliar uma forma diferenciada da usual para se ensinar matemática, especificamente no conteúdo de função polinomial do primeiro grau.

Desse modo, essa pesquisa teve como objetivo investigar possibilidades de situações de aprendizado da Matemática com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão fazendo uso de uma sequência didática por meio do uso do *software* Geogebra e, principalmente, buscando analisar as seguintes questões de pesquisa: Quais as contribuições o uso do *software* matemático GeoGebra poderá acrescentar ou não ao processo de ensino de função afim na 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão? Os alunos conseguem reconhecer a influência dos coeficientes de uma função afim em sua representação gráfica, seu esboço, determinar sua raiz, realizar o estudo do sinal, após a utilização da sequência didática proposta com o apoio do software Geogebra?

Para a efetivação deste trabalho construímos uma Sequência Didática que foi aplicada em ambas as turmas, uma fazendo uso do *software* matemático GeoGebra e a outra sem o uso desse recurso, e para o desenvolvimento das análises dividimos a Sequência Didática em quatro categorias.

Ao término das análises da primeira categoria, onde considerar que o aluno progrediu em relação aos conceitos relativos às funções polinomiais do primeiro grau seria necessário que os participantes identificassem e diferenciassem os coeficientes angular e linear da função afim, bem como associassem o coeficiente angular a inclinação da reta e o coeficiente linear ao ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo OY e demais aplicações. Notamos que, no geral, o GSE teve muita dificuldade de cumprir o que estava previsto para este eixo, destacando suas observações e respostas da maior parte dos participantes abaixo do esperado. No que diz respeito ao GCE, obtivemos respostas de acordo com o que esperávamos da maior parte dos participantes em todas as atividades relacionadas a esse eixo.

Na segunda categoria, finalizada as análises dos protocolos relacionados a este, que tratam: a) Do crescimento ou decrescimento de uma função polinomial do primeiro grau onde os participantes deveriam identificar quais funções eram crescentes e as que eram decrescentes, b) De relacionar o coeficiente angular das funções definidas por $f(x) = ax + b$ com a representação de uma função crescente ou decrescente, desse modo, se $a > 0$ os partícipes catalogavam as funções como função crescente e as que possuem $a < 0$ como função decrescente, c) De estabelecer a definição propriamente dita do que vem a ser uma função crescente ou uma função decrescente, além de destacarem a relação de proporção direta entre as coordenadas da função quando esta é crescente ou destacarem a relação de proporção inversa entre as coordenadas quando a função é decrescente.

Percebemos que em relação aos itens (a) e (b) houve um rendimento muito bom do GCE, quanto ao item (c) nenhuma dupla participante respondeu satisfatoriamente a esse componente, com relação ao GSE, ao analisar os protocolos referentes às mesmas questões identificamos uma quantidade pequena de respostas satisfatórias, em relação aos itens (a) e (b), em se tratando do item (c) algumas duplas atenderam na íntegra o que esperávamos estabeleceram a definição de função crescente ou decrescente, bem como a relação de proporção direta ou proporção inversa das coordenadas das mesmas, deixando as explicações bem próximas do que foi discutido e socializado em sala. Com isso, percebemos um melhor desempenho do GCE, fato que vem reforça a inserção do *software* matemático GeoGebra no processo de ensino de da função polinomial do primeiro grau como algo viável.

Na terceira categoria, procuramos apresentar as dificuldades ou problemas apresentados pelos alunos ao buscarem encontrar a raiz de uma função polinomial do 1º grau. Ao término das análises do GSE percebemos um índice pequeno dos participantes respondendo a atividade totalmente em acordo com o que esperávamos, logo conseguiram determinar a raiz das funções fazendo uso de processos algébricos e não apresentando dificuldades, contudo a maior parte dos participantes não respondeu nada, se faz necessário observar que para resolver essas questões é preciso dispor de outros conhecimentos como resolver uma equação do 1º grau, determinar os intervalos em que a função é positiva ou o intervalo em que a função é negativa.

Já no GCE tivemos a maior parte dos participantes respondendo a atividade de modo incompleto, poucos participantes não responderam a atividade. Contudo, considerando a possibilidade da representação gráfica das funções com o auxilio do *software* GeoGebra, atrelado a facilidade da identificação da raiz da função, visto que além da visualização o próprio *software* dispõe de uma ferramenta que fornece a raiz da função, isso não foi suficiente para que ao menos uma dupla respondesse a atividade completamente, o que é compreensível, pois existem outros conhecimentos em jogo que exigem uma análise dos resultados o que o *software* não disponibiliza. Assim, podemos concluir que o *software* é uma ferramenta importante para a introdução às noções matemáticas que pretendíamos inserir, mas é preciso a mediação do professor para fazer a articulação com outros conhecimentos.

Com referência ao GSE essas dificuldades estavam associadas há uma pequena confusão no momento em que estavam a realizar o estudo do sinal da função, acreditamos que essa dificuldade está associada à representação de um intervalo sobre R, visto que estes responderam toda a parte que antecedia com sucesso. Aos que não responderam a atividade não tivemos elementos para buscar o porquê de não terem conseguido, uma vez que não registraram nada na atividade.

Quanto ao GCE, as dificuldades apresentadas estavam atreladas ao fato dos participantes associarem o coeficiente linear ao ponto de intersecção entre a reta e o eixo OY de forma coerente, e de modo intuitivo faziam a associação do coeficiente angular das funções ao valor onde a reta interceptava o eixo OX (chamado zero ou raiz da função), de forma equivocada, visto que o ponto de intersecção entre a reta e o eixo OX é representado pela raiz da função, item que conseguiram determinar de forma satisfatória, assim, representando uma dificuldade na assimilação e na conversão desses conceitos.

Contudo, após as análises dos protocolos dos GSE e GCE referentes ao terceiro eixo, percebemos que houve um envolvimento maior por parte do GCE no sentido de selecionar e utilizar informações que dispunham na busca de soluções para a situação dada, o que representa um progresso do conhecimento dos participantes, onde poucos participantes não buscaram resolver a situação dada.

Na quarta categoria, inserimos os momentos em que os participantes buscaram construir as relações matemáticas onde representam uma determinada situação problema dada em linguagem natural, por uma representação gráfica ou através de uma função na sua forma algébrica.

Nos itens, onde se espera que os alunos sejam capazes de expressar a representação gráfica de uma situação problema dada em linguagem natural que pode ser resolvida por uma função afim, verificamos que tanto o GSE quanto o GCE foram muito bem nessa atividade obtendo uma quantidade de acertos equivalentes, com uma pequena vantagem para o GCE, contudo conseguiram relacionar o problema dado a sua representação gráfica.

Nas atividades, onde se espera que os alunos representem algebricamente e graficamente a situação problema que pode ser resolvido por uma função afim, identificamos que mais que a metade dos participantes do GSE ao procurar determinar a função que representava o problema dado chegou bem próximo de fazê-la corretamente, mesmo não sendo o objetivo da atividade, contudo achamos válida a tentativa. Os participantes do GSE não atingiram o objetivo da atividade que era esboçar a situação dada por meio de um gráfico, contudo é válido destacar o fato de 25% dos participantes do GSE terem determinado uma solução para o problema, apesar de não terem exposto a situação graficamente.

Em se tratando do GCE, verificamos que 40% dos participantes representaram a situação por meio do esboço do gráfico com sucesso, atingindo o objetivo da questão, os demais, procuraram representar a situação por meio de uma função escrita na forma algébrica ou não responderam essa atividade.

Nas atividades, onde se espera que os alunos sejam capazes de representar na linguagem algébrica uma função expressa por meio da linguagem gráfica, verificamos ao analisar os protocolos do GSE que apenas (8%) dos participantes procurou representar a função dada por meio de uma linguagem algébrica, contudo percebemos que a dupla associou os coeficientes das funções aos pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados, algo que caracteriza grande dificuldade por parte dos discentes que é essa passagem da linguagem gráfica para a linguagem algébrica.

Quanto ao GCE, verificamos que (13%) dos participantes determinaram a forma algébrica das funções dadas com sucesso, uma usou, como método para resolver o solicitado, um sistema de equações que montou a partir dos pontos contidos no gráfico, a outra utilizou como método a raiz da função para obter o coeficiente angular e o coeficiente linear obteve com o ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo das ordenadas. Além das duplas que responderam com sucesso essa atividade, percebemos que, tal qual o GSE, a grande maioria dos participantes associou os coeficientes da função aos pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados acrescentando o sinal negativo se o gráfico da função tinha inclinação para esquerda.

Nos itens, onde se espera que os alunos sejam capazes de reconhecer e utilizar a linguagem algébrica ou gráfica relativa à função afim para modelar e resolver as situações problemas fazendo conexões entre a matemática escolar e sua aplicação no cotidiano, percebemos que no GSE (8%) dos participantes respondeu essa atividade de modo parcialmente satisfatório. Em se tratando do GCE, percebemos que (67%) dos participantes responderam essa atividade de modo parcialmente satisfatório. Ambos os grupos, determinaram: a) a função com sucesso, representando-a por $f(x) = 4000 + 50x$, entendemos que *"f(x)"* e *"x"* representam o custo e a quantidade, respectivamente; b) o custo de produção de 15 unidades, na alternativa "*c*", fazendo uso da função que encontrou na alternativa *"a"*, mostrando compreensão do que vem a ser uma função, bem como sua aplicação. Contudo, nenhuma das duplas esboçou a situação por meio de uma representação gráfica.

Em se tratando das atividades onde se espera que os alunos sejam capazes de interpretar uma situação-problema expressa graficamente através de uma representação de uma função polinomial do 1º grau, ao término das análises verificamos que (42%) dos participantes do GSE e (53%) dos participantes do GCE responderam essa atividade com sucesso, os demais participantes, em ambos os grupos, ou não responderam a atividade ou responderam algo for do contexto proposto.

Refletindo sobre as resoluções dos protocolos que compõem todos os eixos que sustentaram essa pesquisa, tanto do grupo sem o experimento quanto do grupo que utilizou o experimento, percebemos que em todas as resoluções o grupo com o experimento obteve uma quantidade de acertos mais satisfatórios que o grupo sem o experimento, trazendo respostas mais próximas do que esperávamos, o que nos remete afirmar que a inserção do *software* matemático GeoGebra no processo de ensino de funções polinomiais do primeiro grau constitui um aplicativo viável.

Assim, verificou-se ao longo deste trabalho que o estudo desses conteúdos utilizando a Sequência Didática por meio do *software* matemático GeoGebra pode beneficiar o processo de ensino e aprendizagem, conduzindo os estudantes por caminhos investigativos. Portanto, consideramos que o computador pode viabilizar a exploração de atividades diversas que podem ser bem enriquecedoras, por oferecer condições as múltiplas representações facilitando as conversões entre essas, onde permite a interatividade entre os objetos matemáticos e a visualização dos conceitos, possibilitando, assim, a formulação de conjecturas. Além disso, a aplicação do *software* matemático Geogebra no processo de ensino da função polinomial do primeiro grau se constituiu como um item motivador para a aprendizagem, uma vez que este foi utilizado como meio para e não como fim.

Além disso, o trabalho como foi desenvolvido em ambas as turmas, influenciou o relacionamento entre os estudantes, visto que estes estavam organizados em dupla, e entre estes e o professor-pesquisador, fator este que contribuiu para uma aprendizagem mais efetiva de alguns conceitos estudados. Vale ressaltar que essa aproximação, que não existia antes desses momentos, uma vez que estamos tratando de turmas cujos integrantes são oriundos de uma grande diversidade de regiões do Estado de Sergipe e Estados circunvizinhos, favoreceu o processo de trocas entre as duplas, bem como as discussões proporcionadas no sentido de buscar a melhor solução para as atividades propostas. Outro item que merece destaque é o papel do professor nesse processo, onde o mesmo não atua mais como aquele que transmite o conteúdo, e sim destaca sua atuação com foco voltado para a construção do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de forma dinâmica e interessante, cabendo a este rever suas crenças que traz da sua formação inicial ou convicções o que possibilita condições a transformar suas práticas pedagógicas.

REFERÊNCIAS

AUGUSTO, C. R. **Aprendizagem de função afim:** uma intervenção de ensino com auxilio do software graphmatica. 2008. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/processaPesquisa.php?pesqExecutada=1&id=8812. Acesso em setembro de 2013.

BENEDETTI, F. C. **Funções, Software Gráfico e Coletivos Pensantes**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro - SP, 2003. Disponível em www.acervodigital.unesp.br/handle/123456789/49481. Acesso em setembro de 2012.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução a teoria dos métodos. Porto – PT: Porto, 1994.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 100 p.

BOYER, C. B. **História da matemática.** São Paulo: E. Blucher, 1974. 488 p.

BRAGA, C. **Função:** a alma do ensino da matemática. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006.

BRASIL/MEC/SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. 3. ed. Brasília: MEC/SEF, v. 3, 2001.

BRASIL/MEC/SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. 3. ed. Brasília: MEC/SEF, v. 3, 2001.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática.** 7. ed. Lisboa, Portugal: Gradiva, 2010.

CEOLIN, M. **Um estudo sobre números inteiros:** Investigando a resolução de situações-problema. 2010. Disponível em http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/31599. Acesso em janeiro de 2014.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa:** métodos qualitativos, quantitativo e misto. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011. 160 p.

FERREIRA, N. S. D. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, v. XXIII, n. 79, p. 257-272, Agosto 2002.

FONSECA, L. S. **A Aprendizagem das Funções Trigonométricas na Perspectiva da Teoria das Situações Didáticas**. Dissertação. Universidade Federal de Sergipe – UFS, 2011. Disponível em http://bdtd.ufs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=447. Acesso em setembro de 2012.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2010.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência:** o futuro do pensamento na era da informática. 15. reimp. Rio de Janeiro: editora 34, 2008. 208p.

LORENZATO, S. **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas, SP, 2010.

LUDEK, M. **O Professor e a Pesquisa**. 7ª. ed. Campinas, SP: Papirus, v. série Prática Pedagógica, 2001.

MAIA, D. **Função quadrática:** Um estudo didático de uma abordagem computacional. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São

Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/processaPesquisa.php?pesqExecutada=1&id=8812. Acesso em setembro de 2013.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In. Machado, S. D. A. et al. **Educação Matemática:** Uma Introdução. São Paulo: EDUC, 2008, p. 197-208.

MOREIRA, M. W. L. **A geometria dinâmica como ferramenta para o ensino de funções trigonométricas em um ambiente virtual de aprendizagem**. 2012. 125f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza - CE, 2012. Disponível em http://www.repositorio.ufc.br/displaystats?handle=riufc/3700. Acesso em setembro de 2012.

NÓBRIGA, J. C. C.; SANTOS, G. L.; ARAÚJO, L. C. L.; FEREIRA, B. S.; LIMA, R. **GGBOOK:** uma interface que integrará os ambientes de texto e gráficos no GeoGebra. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, São Paulo, v. 01, n. 01, p. 03 - 12, 2012. ISSN 2237 - 9657. Disponível em http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8369. Acesso em janeiro de 2013.

OLIVEIRA, C. M. **O ensino e a aprendizagem das funções no 1º ano do ensino médio utilizando o *software* GeoGebra**. 2011. 187f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo-SP, 2011.

OLIVEIRA, M. M. **Sequência Didática Interativa no processo de formação de professores.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

OSÓRIO, A. M. N. O (Des) Lugar da Didática em Instituíções Federais de Ensino Superior. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES(ORGS.), R. V. **Panorama da Didática:** Ensino, prática e pesquisa. Campinas/SP: Papirus, 2011. Cap. 3, p. 73 - 100.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 136p.

PAIS, L. C. **Educação escolar e as tecnologias da informática.** 1.ed., 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008a. 168p. (Coleção Trajetória).

PERRENOUD, P. **Ensinar:** agir na urgência, decidir na incerteza. 2ª Ed. Porto Alegre: Artmed, 2001.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. 192 p.

RODRIGUES, R. E. J. S. **As contribuições do *software* graphmatica na construção do conhecimento matemático de funções.** 2011. 201 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru - SP, 2011. Disponível em http://www2.fc.unesp.br/BibliotecaVirtual/DetalhaDocumentoAction.do?idDocumento=428. Acesso em setembro de 2012.

SANTOS, A. T. C. **O ensino da Função Logarítimica por meio de uma sequência didática ao expor suas representações com o uso do *software* Geogebra.** 2011. 198f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/processaPesquisa.php?pesqExecutada=1&id=8812. Acesso em setembro de 2012.

SANTOS, E. P. **Função afim y = ax + b:** a articulação entre os registros gráfico e algébrico com auxilio de um software educativo. 2002. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002. Disponível em http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/processaPesquisa.php?pesqExecutada=1&id=8812. Acesso em setembro de 2012.

SCANO, F. C. **Função afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o GeoGebra.** 2009. Dissertação (Mestrado profissional em ensino de matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/processaPesquisa.php?pesqExecutada=1&id=8812. Acesso em setembro de 2013.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. In: **Métodos de pesquisa** / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

TARDIF, M. **Saberes docentes e a formação profissional**. 10. ed. Petrópolis/RJ: Vozes, 2010. 31 - 100 p.

VALENTE, J. A. NIED - Núcleo de Informática Aplicada a Educação. **Por quê o computador na educação?** 1995. Disponivel em: <http://pan.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas.php>. Acesso em: 16 ago. 2011.

VALENTE, J. A. **Diferentes abordagens de educação à distância**. Coleção Série Informática na Educação – TV Escola, 1999. Disponível em: <http://www.proinfo.mec.gov.br/upload/biblioteca/195.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2011.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que Utilizam *softwares* de Geometria Dinâmica:** suas características e perspectivas. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista – UNESP. Disponível em http://www.rc.unesp.br/gpimem/dissertacoes.php. Acesso em setembro de 2012.