UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

SUZANA GAMA DOS SANTOS MELO

A INTERPRETAÇÃO DE ENUNCIADOS EM PROBLEMAS DE ARITMÉTICA: UM ESTUDO DAS DIFICULDADES DOS ALUNOS DOS SEXTOS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UMA ESCOLA ESTADUAL DE ARACAJU

SÃO CRISTÓVÃO (SE)

2015

SUZANA GAMA DOS SANTOS MELO

A INTERPRETAÇÃO DE ENUNCIADOS EM PROBLEMAS DE ARITMÉTICA: UM ESTUDO DAS DIFICULDADES DOS ALUNOS DOS SEXTOS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UMA ESCOLA ESTADUAL DE ARACAJU

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Profa. Dra. Veleida Anahí da Silva

SÃO CRISTÓVÃO (SE)

2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS
E MATEMÁTICA - NPGECIMA

“A INTERPRETAÇÃO DE ENUNCIADOS EM PROBLEMAS DE ARITMÉTICA: UM ESTUDO DAS DIFICULDADES DOS ALUNOS DOS SEXTOS ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UMA ESCOLA ESTADUAL DE ARACAJU.”

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM
06 DE MARÇO DE 2015

PROFª. DRª. VELEIDA ANAHI DA SILVA

Marlene Alves Dias
PROFª. DRª. MARLENE ALVES DIAS

Divanizia N. Souza
PROFª. DRª. DIVANIZIA DO NASCIMENTO SOUZA

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Melo, Suzana Gama dos Santos

M528i A interpretação de enunciados em problemas de aritmética: um estudo das dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em uma escola estadual de Aracaju / Suzana Gama dos Santos Melo; orientadora Veleida Anahí da Silva. – São Cristóvão, 2015.
64 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) –Universidade Federal de Sergipe, 2015.

1. Engenharia didática. 2. Teoria das situações didáticas. 3. Sequência didática. 4. Resolução de problemas. I. Silva, Veleida Anahí da, orient. II. Título.

CDU: 37.02:51

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por conduzir meu caminho, proporcionando saúde para correr atrás de meus objetivos.

Em especial os meus Pais, Eraldo e Necy (minha base). Essa estrutura familiar que me fortalece e me fez chegar onde estou. Eles dedicaram a vida em função dos meus estudos e também dos meus irmãos.

Agradeço também a meu especial fiel companheiro, meu esposo Emanuel, que acompanhou essa fase do mestrado e muito torceu por mim, principalmente pelo apoio, companheirismo, compreensão e muito amor.

Aos meus irmãos, Sanadia e Fábio, pela torcida desde as primeiras conquistas e o apoio constante nos desafios da vida.

Aos meus amores (meus bichinhos), que me trazem tranquilidade com seu amor inocente, em especial ao meu eterno Lolão (*in memorian*).

Agradecer aos queridos professores do tempo da graduação, aos do mestrado, aos colegas que estiveram juntos nessa jornada.

Aos amigos do mestrado, Aline, Hérica e Jailson, por todo apoio e amizade nessa árdua jornada.

Agradecer também a minha querida orientadora Prof. Dra. Veleida Anahi, que me ajudou com sua orientação sábia na construção dessa dissertação. A minha inspiração na teoria dos franceses se deve ao Prof. Dr. Bernard Charlot, pelas gloriosas indicações de grandes autores.

Aos professores que compuseram a banca da minha defesa, Prof. Dra. Divanizia do Nascimento Souza e Prof. Dra. Marlene Alves Dias.

Agradecer também ao apoio da Prof.Msc. Laceni Miranda.

A Prof. Dra. Ester *Fraga* Vilas-Bôas Carvalho do Nascimento pelo incentivo desde os primeiros passos na pesquisa.

A Professora Dra. Denize da Silva Souza por todo apoio e incentivo nessa jornada desde os estudos no grupo de pesquisa Educon.

A todos que contribuíram direta ou indiretamente na realização dessa conquista.

Cada problema que resolvi tornou-se uma regra, que serviu depois
para resolver outros problemas.
René Descartes

RESUMO

A presente pesquisa enfatizou a metodologia da engenharia didática difundida por Michele Artigue, procurando fazer um estudo das dificuldades apresentadas em relação à interpretação de problemas de aritmética em uma turma de sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública de Aracaju. Para isto, aplicamos uma sequência didática, seguida por seis atividades baseadas na formulação e resolução de problemas no livro de Dante (2010), e inspirada na teoria das situações didáticas de Brousseau. Para análise da sequência, foram utilizados os esquemas de Polya (2007) para responder os questionamentos ao final dessa análise. Os resultados encontrados refletem que no universo da resolução de uma situação problema envolvendo aritmética, além da compreensão do enunciado das questões, faz-se necessário entender conceitos e possuir habilidades capazes de desenvolver os algoritmos apropriados para cada tipo de situação, como também possuir disposição e aspiração para resolver o problema proposto.

Palavras-chave: Engenharia didática; teoria das situações didáticas; sequência didática; resolução de problemas.

ABSTRACT

This research emphasized the didactic engineering methodology developed by Michele Artigue to try to identify the difficulties students, who are in the sixth grade of the elementary school of a public school in Aracaju, have regarding the interpretation of arithmetic problems. We applied a didactic sequence composed by six activities based on Dante’s book (Problem formulation and solving) and inspired by Brousseau’s didactic situations theory. The sequence was analysed according to the Polya schemes. At the end of this analysis we were able to answer the questions of our research. Based on the results, we concluded that, to solve an arithmetic problem situation, it is necessary that the students understand not only the questions proposed, but the students also have to understand the concepts, and they have to be able to develop appropriate algorithms according to each situation and also to want to solve the proposed problem.

Keywords: Didactic engineering; didactic situations theory; teaching sequence; troubleshooting

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

No ano de 2006, ainda na graduação, iniciei minha atuação profissional como professora de matemática, lecionando em turmas do sexto ao nono ano do ensino fundamental. Apesar da pouca experiência, percebia a dificuldade dos alunos frente às operações com números naturais. Isso aumentava quando partíamos para questões de problemas com aritmética. Nesta concepção, acreditava-se que o problema desses alunos estava relacionado com alguma deficiência ligada a procedimentos com algoritmos. Em conversas com outros colegas que também lecionavam essa disciplina, a situação ocorria da mesma forma, constatando, assim, o maior índice do problema em turmas de ensino fundamental.

Decorrido alguns anos, comecei a pesquisar sobre as causas dessas dificuldades e encontrei trabalhos nessa linha de pesquisa que me instigaram a aprofundar melhor sobre essas situações. Quando ingressei no mestrado, decidi levar essa ideia adiante e realizar um estudo a respeito dessa temática.

Para essa investigação, buscou-se como metodologia a engenharia didática de Artigue (1988), que se baseia em quatro fases: análises prévias, concepção e análise a priori das situações didáticas, a experimentação e, por fim, a análise a posteriori. Particularmente na fase de experimentação, aplicamos uma sequência didática na turma de sexto ano do ensino fundamental de uma escola pública localizada no município de Aracaju, em um grupo de 12 alunos. Essa sequência foi aplicada em 5 sessões de 2h/aula, totalizando cinco encontros.

Percebemos com nossas experiências enquanto docente que os alunos, diante de determinada situação, precisam sentir-se motivados a resolver um problema proposto. Por isso, o professor deve encontrar alguma forma de estimular o aluno a reagir diante daquela situação, seja na elaboração do problema, bem como, na apresentação dele, para que se torne atrativo e acessível ao nível do aluno. Existem várias possibilidades que geram essas dificuldades na questão dos alunos diante de problemas que envolvem enunciados de aritmética. Precisamos investigar as dificuldades encontradas pelos alunos quando propomos a eles enunciados com problemas de aritmética e como eles tentam enfrentar essas dificuldades.

Diante de nossas inquietações, surgiram alguns questionamentos em nossa pesquisa:

- De que forma podemos identificar as dificuldades desses alunos da escola X[1], em relação à interpretação de enunciados com problemas envolvendo aritmética?
- Quais os procedimentos que os estudantes utilizam para a aquisição dessa aprendizagem?
- Qual a relação dos alunos da escola estadual X com o sab6er na matemática?

Para responder aos nossos questionamentos recorremos a algumas teorias importantes de franceses como: Brousseau (teoria das situações didáticas e o contrato didático), Charlot (a relação com o saber), e Vergnaud (teoria dos campos conceituais)

Sendo assim, consideramos o estudo de caráter relevante, pois pode contribuir para ajudar aos professores a compreender melhor as dificuldades trazidas pelos alunos em resolver problemas que envolvem operações aritméticas, já que diante de nossas experiências enquanto docente existe uma dúvida entre nossos colegas que relacionam o problema à falta de habilidades matemáticas, ou a questões que envolvem deficiência na interpretação de enunciados.

O nosso estudo ficou dividido da seguinte forma:

Capítulo I

Fundamentamos a pesquisa a partir das teorias de Brousseau (1986), Vergnaud (1996) e Charlot (2000), a fim de compreender melhor as fases como os alunos resolvem determinadas situações.

Capítulo II

Abordamos a resolução de problemas trazendo estratégias de aprendizagem, bem como a resolução de problemas como tarefa escolar dando ênfase aos autores Dante, Polya e Charnay.

Capítulo III

Discutimos sobre nossa metodologia de pesquisa, a engenharia didática. Dessa maneira, detalhamos cada uma das quatro fases que formam essa metodologia, descrevendo os procedimentos didáticos para realização dessa pesquisa, a preparação da sequência didática e as aplicações dessas sessões.

Capítulo IV

É dedicado aos resultados da pesquisa, onde apresentamos as análises dos testes aplicados aos alunos, os questionamentos de nossa pesquisa, como também situações específicas referentes às fases da engenharia didática, a análise prévia, a análise posteriori e a validação.

[1] Referimo-nos ao nome da escola como sendo X para preservar o verdadeiro nome da instituição.

OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

Analisar as dificuldades dos alunos dos sextos anos do ensino fundamental em interpretar enunciados de problemas envolvendo aritmética.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar através das sessões de sequência didática se a dificuldade apresentada está relacionada à interpretação do enunciado ou isto remete apenas ao desenvolvimento do cálculo nas operações aritméticas.
- Observar as possíveis dificuldades encontradas através da leitura dos procedimentos escritos pelos alunos na resolução do problema proposto.
- Analisar a relação com o saber dos alunos participantes da pesquisa.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir, serão apresentadas as teorias que inspiraram o presente trabalho.

1.1 O CONTRATO DIDÁTICO

Em uma sala de aula, o professor almeja determinado comportamento dos seus alunos em relação à aprendizagem, e para conseguir alcançar o tipo de comportamento, é necessária uma conversa inicial com seus discentes dentro da situação didática em que se encontram. O professor estabelece um contrato didático que na visão de Brousseau ocorre da seguinte maneira:

> Em uma situação de ensino, preparada e realizada por um professor, o aluno normalmente tem como tarefa resolver o problema (matemático) que lhe é apresentado, mas o acesso a essa tarefa é feito por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das obrigações impostas que são constantes no modo de ensinar do professor. Esses hábitos (específicos) do professor esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente constituem o contrato didático. (D'AMORE in BROUSSEAU, 1980a, p.127)

No contrato didático se o professor impõe a tarefa ao aluno, ele deve fornecer subsídios a eles para que consigam realizar a tarefa, de modo que esse jogo pedagógico seja respeitado por ambas as partes, ou seja, se o professor quer êxito dos alunos então ele deve ser coerente nas questões propostas, de modo que as informações presentes sejam claras e de acordo com o exposto nas aulas. Dessa maneira, os comportamentos esperados são mútuos, pois tanto o professor como o aluno devem seguir as regras do jogo, que, em geral, são implícitas. Embora, não precisem estar todas explícitas nessa relação pedagógica, mas que ao serem compreendidas pelo aluno facilitam o processo de ensino e aprendizagem.

Tudo o que aplicamos em uma turma, esperamos gerar um efeito e o mesmo ocorre com o contrato didático. Amouloud (2007) comenta os efeitos do contrato didático de Brousseau:

- O efeito "*Pigmaleão*" é um deles, onde o professor limita suas expectativas e cobranças em relação aos alunos pela imagem que cria sobre eles, ou seja, não avança com a turma ou com um determinado aluno.
- Quando o professor institui circunstâncias para o aluno superar dificuldades, porém sem seu genuíno engajamento pessoal, tem-se o efeito "*Topaze*". Aqui o professor seleciona questões que tenham respostas "prontas", ou então questões que incitam respostas esperadas. Isso pode guiar para o desaparecimento do conhecimento visado.
- O efeito *"Jordain"* acontece quando o professor utiliza conhecimentos dos alunos (que não são os conhecimentos corretos, porém que cheguem às respostas) para apresentar e desenvolver com os alunos o conhecimento de fato visado.
- O *deslize metacognitivo* acontece quando o professor faz uso de técnicas úteis para solucionar determinados problemas e não prioriza o legítimo saber a desenvolver.

- A utilização constante de *analogia* também mostra um novo saber análogo a outro pode ter seu lado positivo, porém pode descaracterizar esse novo saber. Com isso, o professor deve mediar quando utilizar tais analogias.

Para o professor é uma tarefa complexa, pois a todo o momento nos deparamos com um desses efeitos gerados pelo contrato didático. Há uma sugestão proposta por Amouloud (2007) para não nos depararmos com esses efeitos: modelar sob a forma de jogos formais as condições de funcionamento, tendo como objetivo dessa modelagem a construção de uma engenharia didática ou, ainda, a explicação dos comportamentos dos alunos.

1.2 A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A teoria das situações didáticas edificada por Brousseau é citada em diversas pesquisas referente à didática da matemática, tendo como base o princípio de que "cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação", entendida como uma ação entre duas ou mais pessoas. Para que a situação seja solucionada, é preciso que os alunos mobilizem o conhecimento correspondente. O saber é institucional e o conhecimento é individual.

Pais (2005) traz uma noção de situação didática como sendo:

> Uma situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico. Esses três elementos componentes de uma situação didática (professor, aluno, saber) constituem a parte necessária para caracterizar o espaço vivo de uma sala de aula. Caso contrário, sem a presença de um professor, pode até ocorrer uma situação de estudo, envolvendo somente alunos e o saber ou, ainda, sem a valorização de um conteúdo podemos ter uma reunião entre professor e alunos, mas não o que estamos denominando de situação didática~~.~~ (PAIS, 2005, p.66).

O autor afirma que para haver uma situação didática é necessária a presença desses três elementos: professor, saber e aluno, porém pensamos que o professor deve estimular o aluno a desenvolver o saber, através de questões desafiadoras e contextualizadas trazendo o desejo para que ele se sinta mobilizado em encontrar a solução para a atividade proposta. Dentro das situações didáticas, Brousseau desenvolveu uma tipologia de diversas situações como: situação de ação, formulação, validação e institucionalização. Pais (2005) resume a definição de cada uma dessas da seguinte maneira:

> Uma situação de ação é aquela em que o aluno realiza procedimentos mais imediatos para a resolução de um problema, resultando na produção de um conhecimento de natureza mais experimental e intuitiva do que teórica. [...] A situação de formulação é aquela em que aluno passa a utilizar, na resolução de um problema, algum esquema de natureza teórica, contendo um raciocínio mais elaborado do que um procedimento experimental e, para isso, torna-se necessário aplicar informações anteriores [...] As situações de validação são aquelas em que o aluno já utiliza mecanismos de provas e o saber já elaborado por ele passa a ser usado como uma finalidade de natureza essencialmente teórica [...] As situações de institucionalização tem a finalidade de buscar o caráter objetivo e universal do conhecimento estudado pelo aluno [...] PAIS (2005, p.73-74)

Na primeira situação nos deparamos com o caso em que o aluno dispensa a teoria e utiliza-se de conhecimentos próprios, de uma forma mecânica, para resolver e encontrar a solução correta de certo problema, porém ele mesmo não sabe explicar como encontrou determinada resposta. No segundo caso ele utiliza conhecimentos adquiridos, passando a utilizar as teorias aprendidas anteriormente, desenvolvendo um raciocínio mais organizado dos procedimentos para encontrar a solução solicitada. Na terceira situação o saber já está mais bem elaborado e o aluno o utiliza de maneira teórica. No caso da última situação ela se dá sob o controle do professor. De acordo com Brousseau (2007), a institucionalização se realiza tanto sobre uma situação de ação como de formulação e o papel do professor também consiste em institucionalizar. O autor expõe como exemplo de situação de institucionalização o que ocorre no ensino tradicional.

1.3 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Apesar de ser iniciada para explicar processos de conceitualização das estruturas aditivas, multiplicativas e outras relações de número e álgebra, essa teoria não é especifica da matemática. Segundo Pais, *apud* Astolfi (1990), envolve outros campos como o ensino de ciências. Porém, aqui nosso interesse esta voltado para o ensino de matemática.

De acordo com Pais (2012):

> A teoria dos campos conceituais foi desenvolvida para estudar as condições de compreensão do significado do saber escolar pelo aluno. Trata-se de buscar as possibilidades de filiações e rupturas entre as ideias iniciais da matemática, levando em consideração as ações realizadas e compreendidas pelo aluno. (PAIS, 2012, pag. 52).

Essa compreensão do saber escolar pode ser entendida através de situações-problemas, sendo refletida pela resposta dos alunos frente a uma determinada situação que envolve procedimentos com operações matemáticas. Segundo Vergnaud (1996, pág. 162, tradução: Maria José Figueiredo) esses espaços de situações-problemas possibilitam para o aluno um entendimento maior dos conceitos, em especial a operacionalidade entre eles. Nesse caso, diante da situação de um problema enfrentado pelo aluno, o sentido de um determinado conceito se destaca nesse momento. Para essa teoria, Vergnaud (1996) comenta:

> O conceito é uma tríade que envolve um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito e um conjunto de significantes que podem representar os conceitos e as situações que permitem aprendê-los. VERGNAUD (1996)

Através dessas situações do aprender diante de um problema, durante a sua resolução, o aluno vai percebendo o sentido do conceito. Entendemos que neste conjunto de significantes estão envolvidos situações-problemas matemáticas para estimular uma compreensão mais coerente acerca do conceito estudado. A organização desse conjunto de invariantes operatórios dentro de uma classe de situações é denominado de esquema. É nos esquemas que se deve procurar os elementos cognitivos que permitem a ação do sujeito ser operatória. Ainda no tocante ao conjunto de situações, o autor cita o exemplo dentro do campo conceitual das estruturas aditivas como sendo referente a situação que exige adição ou subtração, e as estruturas multiplicativas como sendo situações que exigem multiplicação ou divisão. Segundo (VERGNAUD, 1996 pag.181, tradução: Maria José Figueiredo) “a primeira vantagem desta abordagem pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas.”

Vergnaud (1996, p. 173) identifica 4 ingredientes de um esquema, que são:

- Metas (objetivos) e antecipações, pois um esquema está orientado sempre à resolução de uma determinada classe de situações.

- Regras de ação, busca por informações e controle, que são os elementos que dirigem a sequência de ações do sujeito;
- Invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) que dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação e, portanto, guiam a construção dos modelos mentais;
- Possibilidades de inferência (ou raciocínios) que permitem determinar as regras e antecipações a partir das informações e dos invariantes operatórios dos quais dispõe o sujeito.

1.4 TEORIA DA RELAÇÃO COM O SABER

Uma das teorias mais discutidas no campo científico relacionado ao ensino de ciências e matemática tem como fundamentação as ideias apresentadas por Charlot. Um dos tópicos questionados em nossa pesquisa emerge nos estudos relacionados às dificuldades de analisar a relação dos alunos com o saber. Na visão de Charlot (2000), analisar a relação com o saber é estudar o sujeito confrontado à obrigação de aprender, em um mundo que ele partilha com outro. Esta relação traz diversos conceitos, destacamos: “A relação com o saber é a relação de um sujeito com o mundo, com ele mesmo e com os outros. É a relação com o mundo como conjunto de significados, mas, também, como espaço de atividades, e se inscreve no tempo.” (CHARLOT, 2000, p.78). Notamos que esse processo da relação com o saber pode ocorrer em vários ambientes e não se dá exclusivamente em sala de aula. Silva (2009) comenta que o aluno constrói também sua representação da matemática e sua relação com ela fora da escola. Na questão do foco da relação com o saber na matemática podemos citar um exemplo cotidiano em que a pessoa não utiliza seu conhecimento escolar, o caso do feirante, quando não teve acesso aos estudos, consegue passar o troco facilmente, porém se ele precisar resolver o problema do troco através dos algoritmos matemáticos, ele teria dificuldades para encontrar a solução do problema.

Quando apresentamos uma situação-problema para o aluno na escola, inserimos atividades que geram para ele, muitas vezes, a obrigação de resolver determinado problema. Esse sentimento de ter um bom desempenho nas atividades propostas pelo professor é também um tipo de relação com o saber. Charlot (2000) afirma: “... toda relação com o saber é também uma relação com o outro. Esse outro é aquele que me ajuda a aprender a matemática, aquele que me mostra como desmontar um motor, aquele que eu admiro ou detesto". Então, mesmo a aprendizagem do aluno está ligada à relação que este tem com o outro (nesse caso o professor), muitas vezes nos deparamos com situações em que o aluno consegue um bom desempenho em determinada disciplina pelo fato de gostar do professor, essa relação com o outro ajuda na motivação do aprender.

E a relação do aluno com a matemática? Uma relação positiva depende da maneira como o professor ensina, da relação do professor com o aluno, do conhecimento que cada aluno traz consigo, depende de vários fatores complexos.

Essa relação com o saber na matemática, segundo Pais (2012) se constitui de noções objetivas, abstratas e gerais. Essas questões abstratas do nosso entendimento estão ligadas às formas como o aluno desenvolve um problema, as gerais seriam a maneira como apresenta em suas respostas a sua relação com o mundo matemático, o desenvolvimento frente a uma situação cotidiana que dispensaria o saber escolar e as questões objetivas mais relacionadas a elaboração de conceitos.

Quanto à caracterização do saber matemático, Pais (2012) traz:

> A caracterização do saber matemático é, na realidade, do resultado tipo de trabalho desenvolvido pelo matemático diante de seu objeto de pesquisa. Esse objeto que é constituído pelas noções matemáticas, inter-relaciona os trabalhos do matemático, do professor de matemática e do aluno. (PAIS, 2012, pag. 24).

Essa caracterização advém desse trabalho produzido pelo matemático: criação de conceitos, validação de teoremas, entre outros que são aplicados pelo professor em sala de aula para o público-alvo (os alunos) e assim os alunos apropriam-se de um saber (relação com o mundo). No caso da nossa pesquisa essa relação seria mais especificamente com a matemática.

2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

2.1 ESTRATÉGIAS DE APRENDIZAGEM NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Polya (2006), Dante (2010), Charnay (2001) discorrem sobre a aprendizagem na resolução de problemas. Polya traz as estratégias de como resolver problemas utilizando etapas que seguem 4 passos: Compreensão, estabelecimento de um plano, execução e retrospecto. Na primeira etapa o aluno deve identificar os dados do problema, considerando as partes principais. Na segunda etapa o aluno deve reunir as ideias dentro do assunto contido na questão e para isso ele pode utilizar sua experiência em assuntos anteriores ou alguma situação parecida com a que ele agora se depara. É nessa fase que estabelece quais operações irá utilizar para resolver o problema. Na terceira etapa ele põe em prática o plano, operações que vai usar para a resolução daquele algoritmo, ou qualquer outro assunto que irá trabalhar. Na quarta etapa é o momento do aluno rever a sua resolução a fim de comprovar a veracidade da sua solução, ele precisa verificar com atenção se há algum erro em sua resposta ou na passagem dos seus procedimentos.

Quando falamos nessas etapas não podemos deixar de citar Vergnaud (1996) que enfatiza:

> Na resolução de problemas de aritmética dita elementar, as crianças deparam com numerosas dificuldades conceituais. É em termos de esquemas que devemos analisar a escolha das operações e dos dados adequados á resolução de um problema para o qual existem diversas possibilidades de escolha. A recolha de informação na leitura do enunciado, a recolha de informações físicas (medidas, por exemplo), a procura de informações em documentação (num livro escolar, em quadros estatísticos, etc.), a combinação adequada destas informações através das operações de adição, de subtração, de multiplicação e de divisão, obedecem em geral a esquemas, nomeadamente entre os alunos que dominam estas situações. (VERGNAUD, 1996, pag. 162).

Essas dificuldades conceituais com as quais os alunos se deparam em geral os induzem ao erro. Por exemplo, em nossa sequencia didática em um dos enunciados da questão há uma pergunta solicitando o valor do lucro obtido. Para saber como resolver, o aluno deve ter o conhecimento do conceito de lucro para então desenvolver o plano que irá utilizar a partir disso, e dessa forma entender com qual algoritmo irá efetuar a resolução desse problema. Essa questão trouxe um expressivo número de erros pela falta de conhecimento do conceito de lucro.

Ainda sobre isso, Dante (2010) traz ideias para formulação e resolução de problemas inspirados nas 4 etapas de Polya, deixando claro que tais etapas não são infalíveis, pois os processos de resolução de problemas não se limitam a seguir nenhum tipo de instrução fixa, pois é algo muito complexo. Dante traz os seguintes objetivos da formulação e resolução de problemas: fazer o aluno pensar produtivamente, desenvolver o raciocínio do aluno, ensinar o aluno a enfrentar situações novas, dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da matemática, equipar o aluno com estratégias para resolver problemas, tornar as aulas de matemáticas mais interessantes e desafiadoras, dar uma boa base matemática ás pessoas e liberar a criatividade do aluno. Todos esses objetivos são construídos aos poucos, depende de cada aluno, do modo como o professor desenvolve essas ações, de acordo com seu alunado.

Charnay (2001), em seu trabalho aprendendo com a resolução de problemas, traz as características do triângulo professor-aluno-problema dentro do contexto de uma aprendizagem que se apoia em resolução de problemas. As características são descritas a seguir:

1. Relação entre a situação-problema e os alunos:
   A atividade deve ser compreendida por todos os alunos, permitindo que utilizem conhecimentos anteriores, e espera-se que a validação não venha do professor, mas da própria situação.
2. Relação professor-aluno:
   Os alunos devem ter autonomia diante da validação de suas resoluções sem precisar solicitar provas às outras pessoas.
3. Relação professor-situação:
   O conhecimento considerado deve ser o mais adequado para resolver o problema proposto do ponto de vista do aluno. O que nos leva a relacionar com a teoria das situações didáticas de Brousseau.

Todas essas propostas estão relacionadas com os processos de aprendizagem na resolução de problemas abordados por esses três autores (Dante, Polya e Charnay).

Entres os objetivos das atividades de resolução de problemas há dois tipos de ordem, de acordo com Charnay (2001): Objetivos de ordem metodológica, que dizem respeito a aprender a resolver o problema, e os objetivos de ordem cognitiva, que se dirigem a um conhecimento, uma noção de determinado algoritmo.

Dos autores citados acima, o que mais contribuiu para a elaboração da nossa sequencia didática foi Dante, visto que nossa sequência foi inspirada nas atividades do seu livro, com título Formulação e resolução de problemas de matemática.

2.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO TAREFA ESCOLAR

As atividades envolvendo problemas de matemática são vistas sempre como complexas por grande parte dos alunos, isso porque a disciplina matemática já é historicamente dita como difícil, de acesso limitado a poucos. Charlot (1986 a) [2] comenta acerca da atividade matemática como sendo um problema, o ponto inicial de uma atividade dessa disciplina, e não as definições enfatizando que os alunos estão acostumados com a pedagogia do professor que os levam a seguir procedimentos mecânicos e com isso diante de situações problemas resolvem as atividades mecanicamente e o problema deixa de fazer sentido para o aluno. É notório a presença dessas práticas na condução do processo de resolução de problemas por parte dos docentes, fazendo com que o aluno não seja levado a pensar e a construir soluções.

Outra questão discutida por Charlot (1986 b) é a da atividade de resolução de problemas como tarefa escolar. O professor para atingir seus objetivos em relação à aprendizagem dos seus alunos deverá fazer com que os problemas estejam voltados para a realidade do aluno, no sentido de colocá-lo diante de situações reais inseridas em seu universo.

Podemos entender que essas tarefas se tornam difíceis quando o professor coloca o aluno diante de uma situação inteiramente escolar, ou seja, aquelas situações que não priorizam questões que envolvem o cotidiano do aluno.

---

[2] La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Conferencia dictada en Cannes, marzo 1986.

3. METODOLOGIA DA PESQUISA

3.1 A ENGENHARIA DIDÁTICA

A engenharia didática é uma metodologia de pesquisa que emergiu em didática da matemática no início da década de 80 do século XX, comparando ao trabalho de um engenheiro. Artigue traz algumas características gerais dessa metodologia:

> A engenharia didática, vista como uma metodologia de investigação, caracteriza-se por um esquema experimental baseado em <<realizações didáticas>> na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequencias de ensino. Aí se distinguem, classicamente, dois níveis, o do micro engenharia e o do macro engenharia, conforme a importância da realização didática implicada na investigação [...](ARTIGUE[3],1996p.196)

A engenharia didática caracteriza-se por uma sequência de aulas planejadas partindo de 04 fases: Análise preliminar, Concepção e análise a priori das situações didáticas, Experimentação e análise a posteriori e Validação. Todas as fases são de suma importância para a eficácia da investigação. Amouloud in Artigue (2012 p.25), expões as fases da engenharia didática:

1. *Análises preliminares*: considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.
2. *Concepção e análise a priori das situações didáticas*: o pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar, chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou

[3] Tradução de Maria José Figueiredo in Didáctica das matemáticas, Jean Brun.

macrodidáticas). Na análise a priori devem ser levados em consideração os seguintes pontos:

- Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação adidática desenvolvida;
- Analisar o que poderia estar em jogo nesta situação para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação que o aluno terá durante a experimentação.
- Prever campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, que se tais comportamentos esperados ocorreram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem.

3. *Experimentação*: consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação.

4. *Análise a posteriori e validação*: A análise a posteriori consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise a priori para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação.

Na segunda fase da pesquisa construímos a sequência dos problemas que seriam aplicados aos alunos diante de uma análise da maneira como os alunos poderiam resolver essas atividades, bem como os possíveis procedimentos que eles poderão utilizar para desenvolver determinadas situações.

Na terceira fase aplicamos a sequência didática[4] em uma turma de sexto ano do ensino fundamental com o objetivo de estudar as dificuldades em relação a problemas de interpretação de enunciados que envolvem aritmética dentro do contexto verificar se essas dificuldades estão relacionadas com problemas de interpretação ou remete a aplicação de algoritmos.

[4] No Capitulo três item 3.4 falamos detalhadamente sobre a sequência didática

3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa foi realizada em uma Escola Pública Estadual de Aracaju em uma turma de sexto ano. No primeiro momento conversamos com a turma para que ficasse claro que essa atividade ajudaria em uma pesquisa e os alunos eram livres para optar em participar desse experimento. Com uma sequência didática planejada e inspirada na teoria das situações didáticas de Brousseau, nosso objetivo inicial era que houvessem sessões onde os alunos resolvessem as questões sem a intervenção do professor e que utilizassem conhecimentos anteriores, mas em casos extremos tivemos que intervir auxiliando em algumas perguntas para estimular a capacidade dos discentes em encontrar a resposta por ele mesmo. Baseamos-nos também nas etapas de resolução citados por Polya (2007), porém deixamos claro que esses esquemas são apenas um auxílio que pode ser falho, no sentido de que essas etapas não são receitas mágicas, pode-se seguir cada uma delas e não obter a solução correta a depender da maneira como o aluno irá desenvolver cada etapa.

Nosso planejamento foi desenvolvido conforme tabela abaixo que nos mostra um resumo da aplicação da sequência didática que será detalhada na seção 3.4.2

Tabela 1 - Aplicação da Sequência Didática

AULA 1 (2h/aula)	Análise e resolução conjunta da sequência proposta
AULA 2 (2h/aula)	Análise e resolução conjunta da sequência proposta
AULA 3 (2h/aula)	Aplicação da sequência didática
AULA 4 (2h/aula)	Aplicação da sequência didática
AULA 5 (2h/aula)	Aplicação da sequência didática

Fonte: pesquisa da autora, 2014.

3.3 A ESCOLHA DA ESCOLA E DAS TURMAS

A escolha da Escola deu-se pelo fato de ser uma unidade pública e por conhecermos o professor de matemática dessas turmas de sexto ano, com isso nosso acesso à escola se tornou possível. A escola está localizada em um bairro popular da zona oeste de Aracaju. As turmas para a aplicação da sequência didática foram escolhidas aleatoriamente. A turma do sexto ano em que foi desenvolvido o pré-teste era composta por 18 alunos com idades entre 11 e 13 anos, tendo participado da nossa pesquisa 12 alunos pelo fato de no primeiro dia da aplicação os outros alunos não estarem presentes. Essa turma tinha aulas no turno da manhã. Aplicamos a pesquisa no mesmo turno de funcionamento em 10h/aula, sendo 2h por dia. Nossa sequência foi apresentada primeiramente ao professor da turma. Durante uma breve reunião expomos nossa proposta e com aprovação do docente iniciamos a execução das sessões.

3.4 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

3.4.1 A proposta da sequência didática

A sequência didática nos motiva a trazer problemas que desafiam os alunos a resolver problemas com aritmética. Para realizar essa proposta percorremos os seguintes caminhos:

- Planejamento de aulas com resolução de problemas de aritmética e resolução conjunta de algumas atividades, no intuito de investigar os procedimentos do aluno diante do desenvolvimento da questão proposta**.**
- Fornecer subsídios que levem o aluno a resolver os problemas solicitados
- Após as aulas aplicaram-se as sessões da sequência didática no intuito de analisar as dificuldades e os procedimentos demonstrados pelos alunos. Essa sequência didática está inserida em nossa metodologia de pesquisa, que propõe uma sequência de aulas planejadas e estruturadas comparadas ao trabalho de um engenheiro.

Nossa sequência é composta por oito atividades aplicadas em cinco sessões, também chamadas experimentos. Essas atividades foram executadas em duas horas aulas a cada encontro, perfazendo um total de cinco encontros. Em cada um desses encontros eram aplicadas atividades contextualizadas, trazendo situações cotidianas baseadas no livro do Dante (2010) para estimular os alunos a resolver as atividades. Antes dos encontros referentes às aplicações individuais das sessões fizemos uma breve introdução relembrando procedimentos para solucionar problemas com algoritmos e realizamos dois encontros para resolver e discutir problemas de aritmética. Deixamos claro para os alunos que esses procedimentos não são únicos e podem haver outros criados por cada aluno. Boa parte dos participantes da pesquisa demonstrava não gostar de matemática, porém aceitaram contribuir com nosso trabalho.

3.4.2 A distribuição das sessões

Aqui falaremos sobre a distribuição da sequência didática detalhando as atividades no capítulo seguinte.

- **SESSÃO 1**

Apresentamos aos alunos nossa proposta e estabelecemos um contrato didático no qual os alunos deveriam espontaneamente participar das sessões de aplicação da nossa pesquisa. Sendo que durante as aplicações das atividades, a partir da sessão 3, eles deveriam resolver os problemas sem a nossa intervenção.

Fizemos uma breve introdução sobre como resolver problemas de aritmética a partir de alguns procedimentos (que estão detalhados no próximo capítulo), deixando claro que poderia haver outras maneiras para resolver as situações apresentadas.

Levamos cinco situações problemas extraídas do livro do Dante (2010) e resolvemos essas questões juntamente com eles.

- **SESSÃO 2**

Nesta sessão, concluímos as atividades de situação-problema da sessão anterior, esclarecendo as dúvidas que surgissem, e deixamos claro que a partir das próximas sessões eles fariam as atividades sozinhos, sem consulta e sem intervenção da pesquisadora.

- **SESSÃO 3**

Aqui iniciamos a aplicação da sequência didática individual, conforme estabelecemos no contrato didático. Aplicamos uma atividade com texto sobre receita de bem-casado e quatro questões a serem resolvidas acerca do texto. Antes da aplicação fizemos uma análise a priori identificando as possíveis soluções que eles poderiam encontrar nas questões, inclusive os possíveis erros. Essas atividades tiveram a duração de 2 horas aula.

- **SESSÃO 4**

Aqui aplicamos uma atividade que remete a ideia de fazer compras no supermercado. A ideia seria estimular os alunos a sentirem vontade de resolver o problema já que se trata de uma situação cotidiana. Essa atividade teve a duração de 2 horas aula.

- **SESSÃO 5**

Nesta sessão aplicamos atividades que envolviam a ideia de capacidade em resolver questões cotidianas e a outra um pouco de história do Brasil. Esse tipo de atividade costuma ser praticado por alunos de quarto ano. Essa atividade teve a duração de 2 horas aula.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 ANÁLISES DOS TESTES APLICADOS AOS ALUNOS

ANÁLISE A PRIORI

Nessa fase determinamos as variáveis macrodidáticas que permitiram a caracterização e concepção da sequência didática envolvendo o conteúdo da aritmética, a saber: a adoção de alguns aspectos da teoria das Situações Didáticas de Brousseau, a escolha de situações-problema contextualizadas, a realização das atividades das sessões 1 e 2 coletivas, que gerou um leque de discussões entre aluno e professor para a descoberta de diferentes caminhos para resolver as questões. As variáveis micro didáticas situam o trabalho de resolver coletivamente, gerando a socialização de resultados em cada situação problema, com o intuito de buscar possíveis soluções para o problema proposto.

A análise a priori deve prever e descrever as diferentes estratégias que os alunos podem utilizar para resolver o problema proposto, inclusive as estrerradas que podem ser previstas em função de diferentes aspectos como: vivência enquanto docente, estudos de trabalhos existentes, dentre outros.

Utilizaremos 3 fases para discutirmos a resolução de problemas descritas por Polya (2006):

- Compreensão do problema

De acordo com Polya, nesta fase o enunciado verbal do problema precisa ficar claro para o aluno ter condições de identificar os dados da questão. Nesta primeira etapa explicamos aos alunos como eles deveriam proceder para encontrar os dados de uma questão.

- Estabelecimento de um plano

Há um caminho desde a compreensão do problema ao estabelecimento de um plano, que pode ser muito difícil, Polya comenta que nessa fase o professor deve se colocar no lugar do aluno e pensar na dificuldade e sucesso que encontra ao resolver essa situação. Nessa fase o aluno vai formulando a maneira como pode trabalhar a resolução do problema, quais algoritmos utilizar, de que modo proceder para encontrar a solução.

- Execução de um plano:

De acordo com Polya, essa é a parte mais fácil, apesar de exigir paciência por parte do aluno. Se ele consegue descobrir os procedimentos então coloca em prática o plano podendo demonstrar seu entendimento frente a situação.

Acerca dessa análise, também utilizaremos a teoria das situações didáticas de Brousseau (1986), nesses tipos de questões que envolvem essa teoria mais precisamente trabalharemos com as seguintes situações que de certa forma se relacionam com os procedimentos de Polya.

Ação:

São aquelas em que o aluno, que se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, realiza determinadas ações mais imediatas, que resultam na produção de um conhecimento de natureza mais operacional. Corresponde a compreensão do problema, conforme esquema de Polya.

Formulação:

São aquelas em que aluno já utiliza, na solução do problema estudado, alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos além de mostrar um evidente trabalho com informações teóricas de uma forma bem mais elaborada, podendo ainda utilizar uma linguagem mais apropriada para viabilizar esse uso da teoria. Corresponde ao estabelecimento de um plano conforme as etapas propostas por Polya.

Validação:

São aquelas em que o aluno já utiliza mecanismos de prova e onde o saber é usado com esta finalidade. Quanto ao esquema de prova, demonstração, os alunos envolvidos em nossa pesquisa não conseguiram obter qualquer tipo de demonstração.

<u>SESSÃO 1</u>

O objetivo das sessões 1 e 2 foi realizar um diagnóstico diante dos conhecimentos dos alunos para a partir das soluções encontradas e discutidas elaborar as sessões 3, 4 e 5 de acordo com a realidade dessa turma e trabalhar nossa investigação individualmente, colocando o aluno diante de situações onde precisem utilizar os conhecimentos adquiridos, sem a nossa intervenção, nas sessões posteriores. Na aplicação das sessões 1 e 2 fizemos uma aula expositiva resolvendo as atividades coletivamente: com a participação dos alunos resolvemos juntos os problemas. Nestas duas sessões não verificamos os procedimentos dos alunos através da resolução, pois trabalhamos discutindo as atividades e quais as formas que eles resolveriam com a finalidade de construir as outras 3 sessões de acordo com o nível dos alunos.

SITUAÇÕES-PROBLEMAS

<u>ATIVIDADE 1</u>*:* Foram convidadas 38 crianças para o aniversário de Paulinho. O pai dele precisa alugar mesas quadradas para fazer uma longa fila, colocando as mesas lado a lado, uma encostada na outra. Ele quer que cada lado disponível da mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número possível de mesas que ele deverá alugar?

- As variáveis didáticas presentes nessa atividade são:

- A relação entre o número de crianças e o número de mesas disponíveis: partindo do enunciado facilita localizar as quantidades solicitadas.
- Ocupação de cada lado disponível da mesa por uma única criança: Esse dado pode se tornar dificultoso a depender da capacidade de compreensão do aluno.
- O número de soluções previstas: 3.

O número de soluções contribui para a realização dessa atividade, já que encontramos três maneiras de realizar essa resolução.

- ✓ **SOLUÇÃO 1**

  Aplicando as etapas de Polya a seguir temos:

I. Compreendendo o problema

Dados:

Número de crianças: 38 (esse dado está claro no enunciado, espera-se que o aluno visualize este dado);

Longa fila de mesas encostadas uma na outra (o próprio enunciado traz explicitamente essa informação);

Ocupação de cada lado disponível da mesa por uma única criança (o aluno poderá chegar a essa conclusão ao ler o enunciado);

Número inteiro de mesas, pois não há meia mesa. (É possível que o aluno possa imaginar a existência de meia mesa).

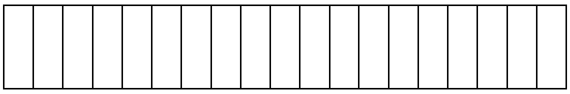
Com os dados acima partiremos para a segunda etapa:

II. Estabelecendo um plano

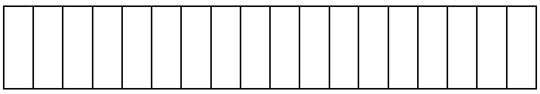
Transformar o problema em desenho, no qual os dados possam ser contados.

III. Executando o plano

Fazemos o desenho das mesas.



Nesse caso, precisaríamos de 19 mesas. Mas suponhamos que não há ninguém sentado nas pontas. Então, podemos diminuir uma mesa, ficando com 18. Assim:



Daí o número mínimo de mesas a serem alugadas é 18.

Essa primeira solução na etapa 1 os dados estão explícitos no enunciado da questão. Na etapa 2 o aluno pode desenhar a maneira como as mesas serão distribuídas e se colocarmos em cada mesa uma criança sentada de frente para a outra utilizaríamos 19 mesas restando lugares nas pontas, seja qual for a distribuição das 38 crianças.

- ✓ **SOLUÇÃO 2:**

I. Os dados são os mesmos em todas as soluções;

II. Dividir 38 por 2, porque cabem 2 crianças em cada mesa. Depois subtrair 1, porque as duas crianças da última mesa podem se sentar nas pontas da fila.

III. Execução do plano:

Aplicando o algoritmo da divisão 38/2 = 19

Aplicando o algoritmo da subtração 19 – 1 = 18

✓ **SOLUÇÃO 3**

I. Compreendendo o problema: os dados são os mesmos em todas as soluções.

II. Subtrair 6 de 38, porque nas duas mesas das pontas, juntas, cabem 6 crianças. Dividir o resultado por 2, porque nas demais mesas cabem 2 crianças. A este último resultado acrescentar 2, porque são duas as mesas retiradas das pontas.

III. Execução do plano

Aplicando o algoritmo da subtração 38 – 6 = 32

Aplicando o algoritmo da divisão 32/2 = 16

Aplicando o algoritmo da adição 16 + 2 = 18

Portanto, o número mínimo de mesas a serem alugadas é 18.

- **POSSÍVEIS ERROS**

❖ O aluno poderá desenhar as mesas, porém há a possibilidade dele não levar em consideração a retirada da mesa e assim tomar como resposta as 19 mesas.

❖ O aluno poderá resolver a questão diretamente sem utilizar procedimentos vistos nas soluções expostas acima. Ele poderá mentalmente distribuir 38 crianças por n números de mesas. Se ele distribuir as 38 crianças partindo da compreensão do enunciado ele poderá dividir essas 38 crianças uma de frente pra outra e obter 38/2=19, porém poderá cair no erro de esquecer a exclusão de uma das mesas.

❖ Na solução 2 se o aluno tiver dificuldades com o algoritmo da divisão poderá errar no cálculo da divisão.

❖ A solução 3 é mais complexa, porém há alunos que podem conseguir desenvolver a questão por esse caminho e a depender dos conhecimentos em operar com algoritmos pode haver o erro no sentido da aplicação do algoritmo e também na organização das ideias.

- ❖ A possível deficiência na interpretação do enunciado quando na questão traz: qual é o menor número possível de mesas que ele poderá alugar? Depende da compreensão do aluno, o erro pode ser constante quando não conseguimos interpretar uma pergunta.

ATIVIDADE 2: Na classe de Pedrinho há 37 alunos. Como choveu, faltaram 5 dos seus colegas. A professora pediu que os alunos formassem equipes de 4 alunos para resolver problemas. Quantos problemas a professora precisa ter de modo que cada equipe resolva apenas um?

- o As variáveis didáticas presentes nessa atividade são:

- Número total de alunos na classe em relação à quantidade de equipes- o que facilita a solução do problema, pois o enunciado da questão expõe claramente essas quantidades.
- A formação de equipes em função dos alunos presentes em sala de aula- pode haver dificuldade por parte de alguns alunos na hora de fazer a distribuição, pois aqui deve haver o conhecimento básico do algoritmo da divisão.
- Número de soluções previstas: 3.

- ✓ **SOLUÇÃO 1**

I. Compreendendo o problema

Dados:

Número de alunos: 37

Número de alunos que faltaram: 5

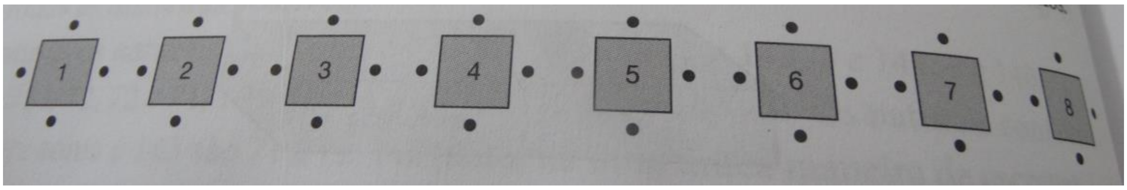
Formação de equipes: 4 alunos

II. Estabelecendo um plano

Transformar o problema em desenho, no qual os dados possam ser contados, lembrando que 05 alunos faltaram e na sala estão presentes 32 alunos.

III. Executando o plano

Se a equipe deve ser composta por 4 alunos e temos 32 alunos na sala de aula, imaginemos em cada mesa escolar 4 alunos:



Assim, serão necessários 8 problemas.

✓ **SOLUÇÃO 2**

Partindo dos dados da questão, podemos subtrair o número de alunos que faltaram pela quantidade de alunos que estavam presentes na aula e assim distribuir através do algoritmo da divisão:

37 – 5 = 32 alunos presentes

Aplicando o algoritmo da divisão: 32/4 = 8 problemas

✓ **SOLUÇÃO 3**

Essa questão pode ser resolvida mentalmente pelo mesmo procedimento da solução 2, sem a necessidade de expor os cálculos.

- **POSSÌVEIS ERROS**

❖ Na solução 1 apesar dos dados estarem explícitos, há a possibilidade do aluno não visualizar o fato de 5 alunos não estarem presentes e dessa forma calcular com o número total de alunos expostos no enunciado, o que seria uma deficiência na compreensão do problema e o levaria ao erro. Se o aluno optar por desenhar e assim distribuir a quantidade de alunos por equipe utilizando dados equivocados, não conseguirá distribuir igualmente essas equipes, levando ao erro.

- ❖ Na solução 2 o aluno que não compreender novamente o fato de que se faltaram 5 alunos a quantidade que irá ser trabalhada para resolver a questão deve ser subtraída da quantidade de alunos que faltaram, ele será levado ao erro. Novamente aqui há a possibilidade da falta de interpretação do enunciado. Outro problema que pode ser apresentado é o aluno compreender os dados, coletar corretamente, porém na hora de fazer a distribuição das equipes não conseguir utilizar o algoritmo da divisão corretamente, gerando o erro.

- ❖ Na solução 3 possivelmente o aluno que tentar resolver a questão mentalmente e não ter essa habilidade na compreensão do enunciado bem como em operar mentalmente com os algoritmos necessários está passível de cometer o erro.

ATIVIDADE 3: Felipe e Josué estão colecionando o mesmo tipo de figurinhas. Felipe já tem 190 figurinhas coladas no álbum e Josué tem 178. Se Felipe conseguir 28 figurinhas fazendo trocas com seus colegas de escola e Josué conseguir 37:

a) Qual dos dois ficará com mais figurinhas no álbum?
b) Quantas ele terá a mais que o outro?
c) Quantas faltarão ainda para Felipe e Josué se o total de figurinhas do álbum for 300?
d) Quantos pacotes Felipe ainda precisará comprar, se em cada um vêm 2 figurinhas, mas uma é sempre repetida?
e) Quanto Felipe gastará se cada pacote custa RS 0,20?

- o As variáveis didáticas presentes nessa atividade são:

- Número de figurinhas que cada um deles dispõe no álbum: facilita o desenvolvimento da resolução do problema já que o enunciado é bastante claro.
- Quantidade de figurinhas adquiridas através da troca entre os colegas: torna a questão fácil no sentido do aluno acrescentar o número de figurinhas, quesito que poderá tornar acessível a compreensão do enunciado.
- Valor do custo total em relação a cada pacote de figurinhas: poderá representar um pequeno grau de dificuldade principalmente no caso do aluno que apresenta uma expressiva dificuldade em relação a interpretar enunciados.
- Número de soluções previstas: 1.

✓ **SOLUÇÃO 1**

I. Compreendendo o problema

Dados:

Número de figurinhas que Felipe tem no álbum: 190

Número de figurinhas que Josué tem no álbum: 178

Aquisição de Felipe: 28 figurinhas

Aquisição de Josué: 37 figurinhas

Total de figurinhas do álbum: 300

Em cada pacote vêm 2 figurinhas, mas uma é sempre repetida

Preço de cada pacote: R$ 0,20

II. Estabelecendo um plano

a) Somar a quantidade de figurinhas que Felipe tem com as 28 figurinhas adquiridas.

Somar a quantidade de figurinhas que Josué tem com as 37 figurinhas adquiridas

b) Subtrair o menor desses resultados do maior

c e d) Subtrair de 300 os resultados encontrados nas adições

e) Multiplicar a diferença entre 300 e a soma de 190 com 28 por R$0,20

III. Executando o plano

a) 190+28= 218; 178+37= 215

b) 218 – 215 = 3

c) 300 – 218 = 82;   300 – 215 = 85

d) Como vem apenas uma figurinha repetida e outra não repetida em cada pacote, Felipe precisará comprar 82 e Josué,85.

e) 0,20 x 82 = R$ 16,40

▪ **POSSÍVEIS ERROS**

❖ Quanto ao exposto no enunciado da questão o aluno poderá interpretar de maneira equivocada levando em consideração que a troca feita envolve a figurinha que ele já possui, dessa forma ele pode não compreender que essa troca não envolve a quantidade de figurinhas expostas no enunciado e assim não conseguir desenvolver a resolução.

- No item "a" existe a possibilidade do aluno aplicar o algoritmo da subtração, pois ele pode não ter a habilidade de compreender qual operação aritmética é utilizada nesse tipo de questão.
- No item b se o aluno tiver deficiência em compreender a operação que irá utilizar nesse quesito, não conseguirá obter a solução adequada.
- Nos itens C e d o aluno que não souber utilizar o algoritmo da subtração poderá resolver incorretamente e, além disso, tem interpretar de forma equivocada qual algoritmo correto para aplicar nesse problema
- O aluno poderá não entender que a unidade custa R$0,20 centavos e consequentemente desenvolver a questão incorretamente

  \- O aluno poderá não ter habilidade na multiplicação de números decimais e sentir dificuldade na realização do cálculo encontrando resultados errados.

SESSÃO 2

SITUAÇÕES-PROBLEMAS

ATIVIDADE 1*: As idades*

a) O Brasil foi descoberto em 1500. Quantos anos de descobrimento do Brasil se comemoraram em 2007?
b) Tiradentes nasceu em 1746 e morreu enforcado em 1792. Quantos anos ele viveu?
c) Se Jesus Cristo estivesse vivo, quantos anos ele teria em 2014?
d) Machado de Assis nasceu em 1839 e morreu em 1908. Se ele estivesse vivo em 2009, quantos anos teria?
e) Vinicius de Moraes morreu em 1980, com 67 anos. Em que ano ele nasceu?
f) Quando Felipe nasceu seu pai tinha 31 anos. Hoje Felipe tem 13 anos. Qual é a idade do pai de Felipe hoje?

- As variáveis didáticas dessa questão são:

- A situação hipotética em imaginar coisas que seriam impossíveis de acontecer, como no exemplo do item C, que traz a hipótese de Jesus Cristo estar vivo, gerando a capacidade de abrir um leque de discussões na turma: O aluno pode sentir dificuldade em resolver esse tipo de questão se levar muito a sério histórias impossíveis de acontecer.

- A escolha de situações-problemas que remetem a conhecimentos históricos gerando novas informações para os alunos: Estimula a curiosidade levando o aluno a querer desenvolver a solução do problema proposto.

- A ideia da cronologia de tempo em função dos anos e idades expostas nas questões: Facilita a solução do problema, pois há a possibilidade do aluno sentir curiosidade em resolver esse tipo de questão em seu cotidiano, como calcular a idade de um colega ou parente a partir do ano de nascimento.

- Número de soluções previstas: 1.

✓ **SOLUÇÃO 1**

I. Compreendendo o problema

Dados:

De cada item remete diretamente a um determinado valor.

II. Elaborando um plano

Nesse caso devemos identificar qual algoritmo iremos trabalhar.

III. Executando o plano

a) 2007 – 1500 = 507 anos
b) 1792 – 1746 = 46 anos
c) Ele teria 2014 anos
d) 2009 – 1839 = 170 anos
e) 1980 – 67 = 1913
f) 31 + 13 = 44 anos

- **POSSÍVEIS ERROS:**

- O aluno poderá falhar ao interpretar os dados na questão em descobrir qual algoritmo poderá utilizar para solucionar essa atividade.
- O aluno poderá interpretar o dado corretamente, porém pode falhar na operação do algoritmo da subtração.
- O erro surgirá a partir do momento que o aluno levar a sério esse tipo de questão fictícia, pois este poderá indagar que não sabe em que ano Jesus Cristo nasceu e assim poderá não resolverá a questão.
- É possível que diante das possíveis dificuldades expostas nos itens a e b os alunos utilizem os 3 valores da questão e aplique o algoritmo da soma.

.

<u>ATIVIDADE 2</u>*: Pontos perdidos no trânsito*

De acordo com o código de trânsito Brasileiro, um motorista que tem 20 ou mais pontos negativos em sua carteira nacional de Habilitação perde o direito de dirigir por um período. A tabela abaixo apresenta os pontos perdidos quando um motorista comete uma infração, de acordo com sua gravidade.

TIPOS DE INFRAÇÃO	**PONTOS PERDIDOS**
LEVE	3
MÉDIA	4
GRAVE	5
GRAVÍSSIMA	7

a) Calcule quantos pontos um motorista perde se cometer as infrações indicadas nos casos abaixo:

I. Duas infrações médias e duas graves

II. Três infrações leves e uma gravíssima

III. quatro infrações médias

b) Complete a afirmação seguinte: O número de pontos correspondente a uma infração gravíssima e duas infrações médias é igual ao número de pontos correspondente a ____________ infrações leves.

- As variáveis didáticas nessa questão são:

- Número de pontos perdidos em relação a infração cometida: Facilita o desenvolvimento da questão pois traz informações cotidianas para o aluno.

- A situação-problema que traz informações acerca do código de trânsito brasileiro: Facilita a resolução, pois pode motivar o aluno a aprender a partir de algumas informações ligadas ao código de trânsito brasileiro.

- Número de soluções previstas: 1.

✓ **SOLUÇÃO 1**

I. Compreendendo o problema:

Dados:

Leve: 3 pontos

Média: 4 pontos

Grave: 5 pontos

Gravíssima: 7 pontos

II. Elaborando um plano

1. Duas médias e duas graves: algoritmo da multiplicação seguido da adição ou poderá aplicar somente a adição
2. Três leves e uma gravíssima: algoritmo da multiplicação seguido da adição ou poderá aplicar somente a adição
3. 4 médias: algoritmo da multiplicação ou da adição

III. Executando o plano

a) i. 2 x 4 = 8; 2 x 5 = 10; 8 + 10 = 18 pontos

ii. 3 x 3 = 9; 9 + 7 = 16 pontos

iii. 4 x 4 = 16 pontos

b) 2 x 4 = 8; 7 + 8 = 15; 15/3 = 5 infrações leves.

- **POSSÍVEIS ERROS**

- ❖ No item a o aluno poderia interpretar a seguinte situação: como o enunciado traz pontos perdidos, ele pode pensar que o algoritmo a ser aplicado seria o da subtração. Há também a chance do aluno cometer um equívoco por falta de compreensão do enunciado e somar os valores propostos; dessa forma: I. Duas infrações médias e duas graves- 2+2=4, não consultando a tabela exposta.
- ❖ No item b o aluno também poderá analisar de forma equivocada sem consultar a tabela fazendo o seguinte: uma infração gravíssima e duas infrações médias- 1+2=3 infrações leves. Também pode ocorrer de consultar a tabela, encontrar a solução 15 pontos, porém há a possibilidade de distribuir de forma incorreta no momento de relacionar esse valor com o número de pontos perdidos por infração leve.

SESSÃO 3

O objetivo das sessões 3,4 e 5 é aplicar a atividade sem a intervenção do professor, colocá-los diante do problema para que individualmente eles tentem resolver as questões por meio dos conhecimentos adquiridos em assuntos anteriores para que assim consigamos investigar com mais consistência nossa proposta de pesquisa. Nossa proposta tem inspiração na teoria das situações didáticas de BROUSSEAU.

SITUAÇÕES-PROBLEMAS

ATIVIDADE 1- ***Receita de bem-casado***

Dona Angélica é doceira, ela resolveu fazer bem-casados para vender. Assim decidiu pesquisar na internet uma receita especial de bem-casados e encontrou a seguinte receita:

Massa

- 4 ovos
- 4 colheres (sopa) de açúcar de confeiteiro (200g)
- 1 colher (chá) de fermento em pó
- 10 colheres (sopa) de farinha de trigo (1/2 kg)

Recheio

- 1 lata de **Leite** condensado
- 2 xícaras (chá) de açúcar de confeiteiro(300g)

Calda

- 2 xícaras (chá) de açúcar de confeiteiro(300g)

Massa:

Em uma batedeira, bata os ovos e o açúcar de confeiteiro por cerca de 10 minutos, até obter uma massa de consistência leve e fofa. Junte o fermento em pó e desligue a batedeira. Acrescente a farinha de trigo aos poucos, mexendo levemente com um batedor de arame até ficar homogênea. Coloque a massa em um saco de confeitar e pingue porções da massa em uma assadeira untada com manteiga e polvilhada com farinha de trigo, deixando espaço entre elas. Leve ao forno médio-alto (200° C), pré aquecido, por cerca de 8 minutos ou até ficar firme e levemente dourado. Retire da assadeira ainda quente e reserve.

Recheio:

Em uma panela de pressão, coloque a lata fechada de Leite MOÇA e água suficiente para cobrir toda a lata. Tampe a panela de pressão, leve ao fogo médio e deixe cozinhar por 30 minutos (contados após início da fervura). Espere sair toda a pressão, abra a panela, retire a lata com cuidado e deixe-a esfriar completamente antes de abri-la. Transfira o conteúdo para um recipiente e misture para ficar homogêneo. Com auxílio de uma espátula, espalhe cerca de 1 colher (chá) do doce de leite sobre um disco de massa reservado e cubra com outro disco, formando um sanduíche. Reserve-os.

Calda:

Dissolva o açúcar de confeiteiro em 4 colheres (sopa) de água morna e mexa até obter uma calda grossa. Apoie cada doce reservado em um garfo e, com o auxílio de uma colher, banhe-o com a calda. Deixe secar sobre uma grelha, em lugar arejado, até formar uma casquinha branca de açúcar de confeiteiro.

Para embalar:

Antes de embalar, prepare o papel, cortando papel celofane e papel crepom em quadrados de 20 cm. Depois de secos, embrulhe os doces primeiro com celofane, depois com o crepom. Arremate com um laço de fita.

Observações:

Rendimento: 35 unidades

- **Categoria da Receita:** Festas/Coquetéis
- **Tipo de Prato:** Massas Doces
- **Tempo Total de Preparo:** 90 min.
- **Nível de Dificuldade:** Fácil
- **Custo total das 35 unidades:** R$ 32,00
- **Preço para venda:** R$ 3,00 a unidade

Com base na receita acima, vamos ajudar Dona Angélica nos cálculos.

a) Qual é o tempo total de preparo dos bem casados?

b) Se dona Angélica vender 250 bem-casados a alguém, quanto o comprador vai pagar?

c) Qual será o lucro de dona Angélica se ela vender todos os 35 bem-casados?

d) Dona Angélica precisa verificar se os ingredientes que tem em casa são suficientes para fazer 140 bem casados. Vamos ajudá-la? Ela tem 1kg de farinha de trigo, um pacote de açúcar de confeiteiro com 500g e ½ dúzia de ovos. Ela precisa comprar mais algum ingrediente? Explique por quê.

- As variáveis didáticas nessa questão são:

-O tempo total gasto em relação ao preparo do bem casado: a exposição do tempo destacado nas observações da receita em questão, facilita a solução da atividade dispensando operações com algoritmos.

- O lucro obtido em função de determinada quantia de bem casados vendidos: pode facilitar ou não o desenvolvimento da solução dessa questão, para isso o aluno deverá ter o conhecimento do conceito de lucro.

- Noções de quantidades a partir de ingredientes necessários para se obter determinado produto: essa noção de quantidade trazida para o cotidiano de uma situação comum, facilita o desenvolvimento do problema.
- Número de soluções previstas: 2.

Partindo das etapas descritas nas sessões anteriores temos:

I. Compreendendo o problema:

Dados:

Tempo total de preparo do bem-casado: 90 min

Preço para venda do bem casado: R$ 3,00 a unidade

Conceito de lucro: valor vendido - custo total

Ingredientes disponíveis: 1kg farinha de trigo, 1 pacote de açúcar de confeiteiro(500g), meia dúzia de ovos.

Ingredientes necessários para fazer 35 bem casados: 4 ovos, 800g de açúcar de confeiteiro, 1 colher de fermento em pó, 1/2kg farinha de trigo, 1 lata de leite condensado.

II. Elaborando um plano/ **III.** Executando o plano

✓ **SOLUÇÃO 1**

a) O tempo total de preparo do bem casado encontra-se explicito na receita: 90 minutos
b) Se o preço de venda do bem-casado custa R$ 3,00 e o comprador quer a quantidade de 250 unidades, então aplicaria o algoritmo da multiplicação, Assim: 250 x 3 = 750; o comprador irá pagar R$ 750,00
c) Diante do conhecimento do conceito de lucro, se Dona Angélica vender todos os 35 bem-casados no preço de venda: R$ 3,00, então obteria 35 x 3 = R$ 105,00 pela venda, porém seu lucro seria: R$105,00 - R$32,00(custo total do preparo) = R$ 73,00.
d) Para fazer 35 bem casados são necessários: 4 ovos, 800g de açúcar de confeiteiro, 1 colher de fermento em pó, 1/2kg farinha de trigo, 1 lata de leite condensado. Para fazer 140 bem casados ela vai precisar de 140/35 = 4 vezes os ingredientes que utilizou para 35 bem casados.

4 x 4 = 16 ovos; 800 x 4 = 3200g de açúcar de confeiteiro; 4 colheres de fermento em pó; 0,5 x 4 = 2kg farinha de trigo; 4 latas de leite condensado. Então ela precisará de mais 1kg de farinha de trigo, 3200 – 500 = 2700g de açúcar de confeiteiro; 10 ovos; 4 latas de leite condensado e 4 colheres de fermento em pó.

✓ **SOLUÇÃO 2**

a) O aluno poderá aplicar o algoritmo da adição: 250 + 250 + 250 = R$ 750,00
b) O aluno também poderá aplicar o algoritmo da adição: 35 + 35 + 35 = R$105,00 e em seguida para obter o lucro utilizará o algoritmo da diferença: 105 - 32 =R$ 73,00
c) O aluno poderá resolver diretamente essa questão sem aplicar os algoritmos necessários: pela quantidade de ingredientes que D. Angélica possui já é possível saber que ela vai precisar de mais ingredientes e também é justificável quando o aluno responde que os ingredientes são insuficientes pois o leite condensado e o fermento em pó não são listados na questão proposta.

- **POSSÍVEIS ERROS**

❖ O aluno que não verificar as observações expostas na receita com o tempo total de preparo, poderá fazer o seguinte procedimento: Somar os tempos expostos na receita: 10 min (massa)+ 8 min (forno pré aquecido) + 30min (recheio) encontrando 48 minutos, pois a receita não expõe o tempo que se gasta para fazer a calda.

❖ O aluno pode imaginar que o preço para a venda seja adicionado às 250 unidades vendidas: 250 + 3 = 253 e assim obter resultado equivocado.

❖ O aluno poderá interpretar de forma equivocada as observações contidas na receita e pensar que o lucro é o valor do custo das unidades neste caso R$32,00. Para resolver esse tipo de questão se o aluno não tiver um simples conhecimento do conceito de lucro, ele não obterá a resposta correta.

❖ Se o aluno separar as quantidades que Angélica dispõe e as que ela precisa, deverá trabalhar com algoritmos adequadamente e o aluno que tem dificuldade em comparar quantidades poderá errar a questão.

<u>SESSÃO 4</u>

<u>ATIVIDADE 1</u>*: Compras no supermercado*

Dona Maria consultou dois folhetos de supermercados diferentes conforme tabela abaixo:

ALIMENTOS	SUPERMERCADO ALFA PREÇO EM (R$)	SUPERMERCADO BETA PREÇO EM (R$)
OVOS	4,10	3,50
LEITE	2,68	3,05
ÓLEO	3,30	3,64
DETERGENTE	1,35	1,04

Dona Maria pretende comprar 2,5 dúzias de ovos, 10 litros de leite, 2 latas de óleo e 5 detergentes.

a) Se comprar tudo (2,5 dúzias de ovos, 10 litros de leite, 2 latas de óleo e 5 detergentes) em um mesmo supermercado, em qual deles gastará menos?

b) De quanto seria a economia se ela comprar no supermercado mais barato?

c) Quanto ela gastaria se fosse aos dois supermercados e comprasse os produtos mais baratos?

- As variáveis didáticas dessa questão são:

- O valor de cada produto em relação a economia que poderá ser feita: Facilita a situação cotidiana para estimular o aluno a realizar os procedimentos necessários para resolver a questão proposta.

- A análise que deverá ser feita entre os supermercados na pesquisa do melhor preço: Estimula o aluno a pesquisar os melhores preços em mais de um supermercado e diante da questão exposta, o aluno desenvolverá motivação para resolver a questão solicitada.

- Número de soluções previstas: 1

I. Compreendendo o problema

Dados:

Supermercado Alfa: Ovos (R$ 4,10), leite (R$2,68), óleo (R$3,30), detergente (R$1,35)

Supermercado Beta: Ovos (R$3,50), leite (R$3,05), óleo (R$3,64), detergente (R$1,04)

II. Estabelecendo um plano/**III.** Executando o plano

✓ **SOLUÇÃO 1**

a) O aluno deverá separar as quantidades que pretende comprar no supermercado e em seguida calcular essas quantidades de produtos em relação a cada um dos estabelecimentos, dessa forma estabelecer o algoritmo a ser utilizado:

ALFA

Ovos(R$): 2,5 x 4,10 = 10,25

Leite(R$): 10 x 2,68 = 26,80

Óleo (R$): 2 x 3,30 = 6,60

Detergente(R$): 5 x 1,35 = 6,75

Total: 10,25 + 26,80 + 6,60 + 6,75 = R$50,40

BETA

Ovos(R$): 2,5 x 3,50 = 8,75

Leite(R$): 10 x 3,05 = 30,50

Óleo (R$): 2 x 3,64 = 7,28

Detergente(R$): 5 x 1,04 = 5,20

Total: 8,75 + 30,50 + 7,28 + 5,20 = 51,73

Dessa forma, gastará menos se comprar tudo no supermercado Alfa.

b) O aluno poderá através do conhecimento do conceito de economia aplicar o algoritmo da diferença entre o maior e menor valor. Assim, 51,73 - 50,40 = R$ 1,33. A economia será de R$1,35.

c) Produtos mais baratos: Ovos(beta), leite(alfa), óleo(alfa), detergente(beta)

8,75 + 26,80 + 6,60 + 5,20 = R$47,35.

- **POSSÍVEIS ERROS**

- O aluno poderá encontrar dificuldade na aplicação do algoritmo adequado para calcular a solução correta. Há também a possibilidade de ter um conhecimento precário em trabalhar com números decimais e um outro problema que também pode ocorrer é o aluno que não compreende a questão e tenta resolver no "chute". O aluno também poderá somar os preços da tabela sem relacionar com as quantidades ocorrendo assim o erro.
- De acordo com os procedimentos necessários para obter os resultados corretos na questão anterior, o aluno poderá em seu desenvolvimento calcular incorretamente e assim obter valores equivocados que podem gerar uma resposta errada. Há também a possibilidade do aluno não entender o conceito de economia e assim não utilizar o algoritmo correto para a solução do problema proposto.
- O aluno poderá interpretar errado no sentido de somar as quantidades dos produtos nos dois supermercados sem levar em consideração a organização dos mais baratos.

SESSÃO 5

ATIVIDADE 1*: A vida de D.Pedro II*

Quando D.Pedro I voltou para Portugal, seu filho, Pedro, tinha 6 anos de idade. Nove anos depois, este foi coroado imperador com o título de D. Pedro II, permanecendo nesse cargo durante 49 anos. Passou os últimos 3 anos de sua vida destronado e faleceu em Paris, em 1892.

Responda:

a) Em que ano D.Pedro II nasceu?
b) Em que ano seu pai voltou para Portugal?
c) Em que ano ele foi coroado?
d) Em que ano foi destronado?

- As variáveis didáticas são:

- O conhecimento envolvendo a vida de D. Pedro II relacionando a aplicação de algoritmos para resolução do problema proposto: Facilita a resolução do problema se o aluno sentir interesse pelas informações que estão ligados a outros conteúdos contidos em História.
- Número de soluções previstas: 1

- ✓ **SOLUÇÃO 1**

I. Compreendendo o problema

Dados: D Pedro I voltou para Portugal quando seu filho, Pedro, tinha 6 anos.
9 anos depois, Pedro foi coroado D.Pedro II.
D. Pedro II passou 49 anos nesse cargo
Foi destronado nos últimos três anos de sua vida
Faleceu em Paris, em 1892.

II. Estabelecendo um plano

Se Pedro tinha seis anos quando seu pai voltou para Portugal e após 9 anos foi coroado D. Pedro II, quando isso aconteceu ele tinha 15 anos.
D. Pedro II passou 49 anos nesse cargo, então como foi coroado com 15 anos (49 + 15) é a idade que ele foi destronado.
Três anos antes de morrer foi destronado

III. Executando o plano

a) D.Pedro II foi destronado com 49 + 15 = 64 anos de idade; 3 anos depois faleceu; aos 67 anos de idade no ano de 1892. Então ele nasceu em: 1892 – 67 = 1825. Ano de 1825 nasceu D. Pedro II.
b) Seu Pai voltou para Portugal quando Pedro II tinha 06 anos. Se o menino nasceu em 1825 e seu pai voltou quando o filho tinha 06 anos, então 1825 + 6 = 1831.
c) D.Pedro II foi coroado aos 15 anos. Este ano foi: 1825+15 = 1840
d) Foi destronado com 49 + 15 = 64 anos de idade no ano de 1825 + 64 =1889

- **POSSÍVEIS ERROS**

- O aluno que apresenta dificuldades em interpretar enunciados poderá organizar incorretamente os dados.
- Em todos os itens propostos pode haver erro em relação ao algoritmo que irá aplicar em determinada questão.
- O aluno que não compreender nenhum dos dados poderá deixar a questão em branco.

4.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS DOS ALUNOS

ANÁLISE A POSTERIORI[5]

SESSÃO 3

ATIVIDADE 1. ***Receita de bem casado***.

a) Qual é o tempo total de preparo do bem casado?

Tabela 2 - Análise das Dificuldades dos Alunos, Sessão 3, Atividade 1, Item A

ATIVIDADE 1, ITEM A	**H1, H5, H6, H8, M2**	**H2, H7 e H9**	**H3, H4, H10 e M1**
COMPREENDENDO O PROBLEMA	Compreenderam corretamente	Utilizaram os tempos expostos na receita, o que significa que esses alunos compreenderam o enunciado, porém não visualizaram o resultado exposto na	Não entenderam o enunciado da questão

[5] Para preservarmos as identidades dos alunos utilizamos as iniciais H1, H2, H3,H4,H5,H6,H7,H8,H9,H10,M1,M2

		própria receita.	
PROCEDIMENTOS	Seguiram as observações expostas nas receitas	Adicionaram os tempos (min): 10 +8+30= 48, porém não observaram que a receita não tinha os tempos completos.	—

Fonte: pesquisa da autora, 2014.

De acordo com nossa análise a priori, esperávamos que os alunos percebessem na observação da receita que ali estava a solução do problema. Ocorreu que 42% dos alunos **(H1, H5, H6, H8, M2),** responderam diretamente ao problema utilizando um dos dados que o texto traz: Tempo total de preparo: 90 minutos. Ficando claro que estes alunos interpretaram corretamente o enunciado dessa questão.

Conforme previsto nos possíveis erros os alunos (**H2, H7 e H9),** somaram os tempos encontrados no texto da receita passando despercebidos da resposta direta, sendo assim, (33%) utilizaram como procedimentos as operações aritméticas adicionando os tempos descritos no texto, porém essa informação estava incompleta no texto, já que em alguns preparos da receita havia a omissão do tempo.

Observou-se que 25% dos alunos (**H3, H4, H10 e M1)** não entenderam o enunciado da questão.

b) Se dona Angélica vender 250 bem-casados a alguém, quanto o comprador vai pagar?

Tabela 3 - Análise das Respostas dos Alunos, Sessão 3, Atividade 1, Item B

ATIVIDADE 1, ITEM B	**H2, H3, H4, H6**	**M2**	**H1, H9, H5, H7, H11, H12, M1**
COMPREENDENDO O PROBLEMA	Identificaram os dados da questão	Identificou os dados da questão	Não entenderam o enunciado da questão.
PROCEDIMENTOS	Utilizou o algoritmo da multiplicação 250 x 3 = 750	Utilizou o algoritmo da adição 250 + 250 + 250 =750	—

Fonte: pesquisa da autora, 2014.

Conforme previsto em nossa análise prévia os dois tipos de procedimentos para resolver essa questão foi aplicado por alguns alunos nessa atividade. Os alunos H2, H3, H4, H6 e M2 (42%) solucionaram corretamente o item solicitado, utilizando os dois tipos de procedimentos: O algoritmo da adição e o da multiplicação.

Ao analisar as respostas dos alunos **H1, H9, H5, H7, H11, H12 e M1,** é possível observar com clareza a falta de compreensão do enunciado, visto que solicitamos a eles que quando não compreendessem o enunciado da questão, escrevessem na folha de respostas para ficarmos cientes do ocorrido. Há um expressivo número de alunos que não entenderam o enunciado dessa questão (58%).

c) Quanto será o lucro de Dona Angélica se ela vender todos os 35 bem-casados?

Tabela 4 - Análise das Respostas dos Alunos, Sessão 3, Atividade 1, Item C

ATIVIDADE 1, ITEM C	M2, H1, H2, H3, H4, H5, H6	H2, H7, H10, M1	H8
COMPREENDENDO O PROBLEMA	Provavelmente fizeram uma análise desconsiderando o lucro	Não entenderam o problema	Confundiu o preço da unidade como o lucro.
PROCEDIMENTOS	35x3=105	—	Preço para venda: R$ 3,00

Fonte: pesquisa da autora, 2014.

A partir da análise desse item, podemos concluir que 58% dos alunos iniciaram a resolução desse problema parcialmente corretos. Compreenderam que para solucionar tal quesito precisariam do rendimento para multiplicar pelo valor que seria vendido, porém o desconhecimento do conceito de lucro os levou ao erro. Após calcularem o rendimento pelo valor vendido, eles deveriam calcular o lucro fazendo a diferença entre o valor total da venda pelo lucro. Conforme prevíamos, o aluno que não tivesse compreensão acerca do conceito de lucro não conseguiria resolver corretamente.

O aluno **H9** confundiu o preço da unidade como o lucro, ou seja, houve aqui uma interpretação equivocada, pois este já colocou como resposta o valor de R$ 3,00 que o texto trazia como preço para a venda.

Os que não compreenderam o enunciado da questão em nenhum sentido foram 33%.

Concluímos, portanto, que neste item nenhum aluno conseguiu responder corretamente, porém 58% ainda que parcialmente soubessem utilizar os algoritmos para a resolução, desconheciam o conceito de lucro.

d) Dona Angélica precisa verificar se os ingredientes que tem em casa são suficientes para fazer 140 bem casados. Vamos ajudá-la? Ela tem 1kg de farinha de trigo, um pacote de açúcar de confeiteiro com 500g e ½ dúzia de ovos. Ela precisa comprar mais algum ingrediente? Explique por que?

Esse tipo de questão o aluno deverá ter o conhecimento de quantidades, compreender que meia dúzia é igual a 6 unidades, entender as medidas em símbolos. Também precisará operar com algoritmos e compreender o enunciado da questão

Tabela 5 - Análise das Respostas dos Alunos, Sessão 3, Atividade 1, Item D

ATIVIDADE 1, ITEM D	**M1, M2, H1, H3, H4, H5, H7, H10,**	**H2, H6, H8, H9**
COMPREENDENDO O PROBLEMA	O aluno identifica os dados (quantidade)	Resposta em branco
PROCEDIMENTOS	Justificam o problema	__

Fonte: pesquisa da autora, 2014.

Conforme previsto em nossa análise prévia, o aluno não precisou utilizar algoritmos para justificar a solução dessa atividade. Neste item, 67% dos alunos compreenderam através da noção de quantidade que os ingredientes seriam insuficientes para fazer a quantidade proposta utilizando a receita exposta. Esses alunos justificaram com as seguintes respostas:

M1: ***“Ela precisa de mais ingredientes: 1º farinha de trigo, 2º ovos, açúcar, leite condensado”***

M2: “***Sim, porque faltam muitas coisas leite condensado e fermento em pó”***

H1: "Porque sem o resto dos ingredientes não dá pra fazer 140 bem-casados"
H3: "Ela precisa de mais quatro ingredientes pra ficar bom"
H4: "Porque são 140 bem casados, não vai dar para fazer tudo isso com o que ela tem"
H5: "Sim porque esta faltando o leite condensado e o fermento em pó"
H7: "Porque não vai dar pra ela fazer 140."
H10: SIM

Embora a justificativa esteja correta, os alunos não detalham as quantidades precisas dos ingredientes que ainda faltam, porém a lógica do conhecimento de quantidades é suficiente para acertarem a questão.

Ainda assim 33% dos alunos não souberam responder a pergunta e deixaram a resposta em branco.

SESSÃO 4:

ATIVIDADE 1*: Compras no supermercado*

Dona Maria consultou dois folhetos de supermercados diferentes conforme tabela abaixo:

ALIMENTOS	SUPERMERCADO ALFA PREÇO EM (R$)	SUPERMERCADO BETA PREÇO EM (R$)
OVOS	4,10	3,50
LEITE	2,68	3,05
ÓLEO	3,30	3,64
DETERGENTE	1,35	1,04

Dona Maria pretende comprar 2,5 dúzias de ovos, 10 litros de leite, 2 latas de óleo e 5 detergentes.

a) Se comprar tudo em um mesmo supermercado, em qual deles gastará menos?
b) De quanto seria a economia se ela comprar no supermercado mais barato?
c) Quanto ela gastaria se fosse aos dois supermercados e comprasse os produtos mais baratos?

Tabela 6 - Análise das Respostas dos Alunos, Sessão 4, Atividade 1, Item A

ATIVIDADE 1, ITEM A	H1, H3, H4, H5, M2	H2, H6, M1	H7, H8,H9,H10,
COMPREENDENDO O PROBLEMA	Dados da questão separados para análise	Utilização do raciocínio lógico equivocado	Não compreenderam o problema
PROCEDIMENTOS	Somaram os valores dos produtos (R$) dos supermercados: Alfa: 4,10+2,68+3,30+1,35= R$11,43; BETA- 3,50+3,05+3,64+1,04=R$ 11,23	Interpretação através dos valores: os supermercados betas contem produtos mais baratos.	—

Fonte: pesquisa da autora, 2014.

De acordo com nossa análise prévia, ocorreu a soma dos preços sem relacionar com as quantidades solucionadas. Nessa atividade, 42% dos alunos compreenderam o problema parcialmente, separaram os dados aplicando o algoritmo da soma, porém não consideravam as quantidades dos produtos solicitados na questão. Já 25% dos alunos fizeram a questão através do raciocínio lógico, eles analisaram os valores sem efetuar cálculos e observaram equivocadamente que no supermercado Beta gastariam menos. Desses 25% apenas um aluno deduziu por meio do “chute” corretamente que o supermercado seria o Alfa. Os demais (33%) não souberam responder ao item, pois não compreenderam a questão.

Tabela 7 - Análise das Respostas dos Alunos, Sessão 4, Atividade 1, Item B

ATIVIDADE 1, ITEM B	H3, H4, H5	H1, M2	H2, H6, H7, H8, H9, H10, M1
COMPREENDENDO O PROBLEMA	Dados do supermercado mais barato	Dados do supermercado mais barato	Não entenderam a questão
PROCEDIMENTOS	Algoritmo da diferença 11,43 - 11,23 = 0,20 centavos.	11,23-11,43=0,82 11,43-11,23=1,20	—

Fonte: pesquisa da autora, 2014.

No item B, 25% dos alunos compreenderam o enunciado da questão, bem como souberam relacionar o conceito de economia na hora da utilização do algoritmo para encontrar o valor correto, porém como na questão anterior não relacionaram os produtos com suas quantidades consequentemente não obtiveram êxito em sua solução. Notamos que 17% dos alunos embora consigam compreender parcialmente o enunciado da questão, bem como o conceito de economia, não souberam operar com o algoritmo da diferença, efetuando cálculos incorretos. Um número expressivo de alunos 58% não entendeu o enunciado da questão, sendo que colocaram respostas sem sentido, dentre esses alunos, apenas 1 deixou a questão em branco.

Tabela 8 - Análise das Resposta dos Alunos, Sessão 4, Atividade 1, Item C

ATIVIDADE 1, ITEM C	H4, H5	H3	M2	H1, H2, H6, H7, H8, H9, H10, M1
COMPREENDENDO O PROBLEMA	Dados: produtos mais baratos	Dados: produtos mais baratos	Dados: Todos os produtos	Não entendeu a questão

PROCEDIMENTOS	2,68 + 3,30 + 3,50 + 1,04 = R$10,52	2,68 + 3,64 + 3,50 + 1,04 = R$10,86	11,43 + 11,23 = R$ 22,66	—

Fonte: pesquisa da autora, 2014.

Em nossa análise, notamos que 17% dos alunos utilizaram corretamente o algoritmo da adição relacionando os produtos mais baratos, conforme solicitado no item. Demonstraram ter compreendido parcialmente o enunciado da questão, porém o equívoco ocorrido pela falta de relação entre a quantidade de produtos e o preço, os levou ao erro. Uma expressiva parte dos alunos (67%) não conseguiu entender como proceder diante dessa questão.

O aluno **H3**, apesar de compreender os dados da questão, se atrapalhou na hora de separar os produtos mais baratos e colocou um dos produtos que pertencia ao supermercado mais caro, errando assim a questão. O aluno **M2** não conseguiu entender o enunciado da questão, pois somou todos os produtos dos supermercados Alfa e Beta sem distinguir os produtos mais baratos como solicitava a questão.

Desses alunos que não entenderam o quesito, colocaram como respostas valores aleatórios para não deixar a questão em branco. Um dos alunos justificou a resposta através da seguinte dedução: "***não ia dar ela, não é mutante***". Esse estudante, interpretou a pergunta como se Dona Maria tivesse que estar nos dois supermercados ao mesmo tempo.

SESSÃO 5

ATIVIDADE 1: *A vida de D.Pedro II*

Quando D.Pedro I voltou para Portugal, seu filho, Pedro, tinha 6 anos de idade. Nove anos depois, este foi coroado imperador com o título de D. Pedro II, permanecendo nesse cargo durante 49 anos. Passou os últimos 3 anos de sua vida destronado e faleceu em Paris, em 1892.

Responda:

a) Em que ano D.Pedro II nasceu?
b) Em que ano seu pai voltou para Portugal?
c) Em que ano ele foi coroado?

d) Em que ano foi destronado?

Tabela 9 - Análise das Respostas dos Alunos, Sessão 5, Atividade 1

ATIVIDADE 1	H4	M1, M2, H1, H2, H3 H5, H6, H7, H8, H9, H10
COMPREENDENDO O PROBLEMA	Compreensão apenas no item D	Não compreenderam o problema
PROCEDIMENTOS	Algoritmo da subtração 1892-3=1889	—

Fonte: pesquisa da autora, 2014

Vimos que 92% dos alunos não entenderam o enunciado da questão, sendo que apenas 8% conseguiu compreender o item d. A partir das respostas conseguimos perceber que eles estavam utilizando diretamente como solução os dados apresentados no texto. Desse modo, não conseguiram interpretar corretamente os dados expostos na atividade. O que é notório é como uma expressiva quantidade de alunos procuram os dados lendo a questão e apenas um aluno procurou interpretar a partir das informações contidas no texto.

Apenas 1 aluno aplicou a operação com algoritmo da subtração no item D. As demais respostas foram retiradas a partir do texto eram interpretações equivocadas. Então, 92% dos alunos não conseguiram estabelecer um plano para operar com o algoritmo corretamente. No caso do desenvolvimento desta questão mesmo com nossa orientação os alunos não tiveram êxito na resolução das questões. Apenas um aluno obteve um item corretamente após várias intervenções de leitura nossa. Nesse item o aluno precisaria ter o máximo de atenção para compreender os dados do problema para assim formular adequadamente como calcular o resultado.

CONSIDERAÇÕES ACERCA DAS ANÁLISES FEITAS NAS SESSÕES

Na análise a priori, esperávamos que os alunos percebessem a existência de uma das soluções apresentadas. Os alunos que conseguiram êxito na resolução da atividade demonstraram atenção na leitura das informações contidas nas atividades. Uma das regras do contrato didático que estabelecemos antes da aplicação das sessões foi que os alunos, a partir da leitura de cada questão, resolvessem as atividades individualmente, sem a intervenção do professor. Para isso, eles precisariam colaborar escrevendo os procedimentos que utilizariam em suas soluções, quando não entendessem a questão escrevessem "não entendi" para facilitar nossa análise. De acordo com Brousseau (1980), na situação de ensino preparada pelo professor a tarefa do aluno é resolver o problema proposto por meio da interpretação daquela atividade. Dessa forma, explicamos as regras do nosso contrato estabelecido. Muitos alunos resolveram as atividades solicitadas, porém claramente vimos a dificuldade que alguns apresentavam na interpretação do enunciado, na operação aritmética a ser utilizada e até mesmo na compreensão de conceitos como o lucro. Diante da situação colocada para o aluno, esperávamos que eles mobilizassem os conhecimentos correspondentes.

Na sessão 3 apresentamos um item cuja a resposta estava diretamente no texto, selecionamos a questão com uma resposta "pronta" o que é traduzido como um dos efeitos do contrato didático: o efeito "topaze", que no caso do nosso interesse, foi direcionado para investigação da compreensão do entendimento dos alunos relacionado ao enunciado do problema. Na elaboração das nossas atividades priorizamos os objetivos da nossa pesquisa.

Utilizamos situações-problemas desenvolvidas para o aluno se sentir familiarizado e motivado para resolver a partir dos seus conhecimentos. Deparamo-nos na resolução das sessões 3 e 4 com alunos que realizaram procedimentos justificados pela teoria das situações didáticas de Brousseau (1986). Como exemplo, citamos aqui situações de Formulação onde os alunos organizam procedimentos coerentes para encontrar a solução daquele problema.

Na sessão 5 aplicamos uma atividade que traz um pouco da história de D. Pedro II. Pensamos que os alunos conseguiriam encontrar as soluções diante de um problema que envolve outra disciplina, a história do Brasil, porém o índice de dificuldade foi muito alto no sentido em que apenas um aluno acertou um único item. O nosso interesse não está relacionado diretamente ao erro, e sim em investigar os procedimentos que levaram o aluno a não resolver a questão, especialmente no fator interpretação do enunciado. A não organização dos dados coletados pelos alunos nessa questão e a dificuldade em interpretar o enunciado foi decisivo para o fracasso da resolução desse problema.

Esses problemas de dificuldades apresentadas estão relacionados com o saber, segundo Charlot (2000) a relação com o saber de uma forma mais intuitiva é o conjunto das relações que uns sujeitos mantem como um objeto, um "conteúdo de pensamento", uma atividade, uma relação interpessoal, um lugar, uma pessoa, uma situação, uma ocasião, uma obrigação, etc. Como o próprio autor diz: obrigação; o aluno diante de algumas situações como no caso da sessão 2, atividade 1, em que nos deparamos com perguntas fictícias em que o aluno pode levar muito a sério a questão e não resolver por pensar que é impossível acontecer tal fato como relatamos na análise a priori.

Alguns alunos pelo fato de não terem o conhecimento de determinados conceitos não conseguiram êxito na questão proposta, como o caso do item presente na sequência didática em que era solicitado o lucro. Para isso o aluno deveria ter o conhecimento desse conceito. De acordo com Vergnaud (1996) "O conceito é uma tríade que envolve um conjunto de situações que dão sentido ao conceito." Essa afirmação se faz presente nas atitudes de alguns alunos que a partir da situação colocada associaram o sentido da pergunta ao conceito e conseguiram desenvolver a questão.

O papel da sequência didática foi nos ajudar a investigar através dessas atividades os procedimentos que esses alunos fizeram para resolver os problemas propostos, e a partir disso analisar se a dificuldade encontrada por eles está ligada à deficiência na interpretação dos enunciados ou se é apenas relacionada à aplicação dos algoritmos. Percebemos ao analisar os procedimentos que parte expressiva desses alunos apresenta dificuldade em entender qual operação aritmética pode ser utilizada em determinadas atividades, também notamos que mesmo entre aqueles alunos que organizaram corretamente os dados das questões, elaboraram o procedimento adequado para resolver o algoritmo, ainda houve aqueles que não souberam efetuar o cálculo corretamente, como no caso da atividade "compras no supermercado" em que foi preciso trabalhar com números decimais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa pesquisa procurou investigar as dificuldades dos alunos do sexto ano do ensino fundamental em interpretar problemas com enunciados de aritmética através da análise dos procedimentos escritos por eles em suas resoluções. A metodologia que abordamos muito contribuiu para o desenvolvimento do nosso trabalho. Com a sequência didática elaborada pelo livro de Dante (2010) e inspirada na teoria das situações didáticas de Brousseau (1986) construímos uma sequência com situações problemas que deixassem essa pesquisa mais consistente.

De acordo com as análises feitas a partir dos procedimentos realizados pelos alunos para responder as questões propostas na sequência didática que aplicamos, podemos perceber que essas dificuldades dos alunos em resolver problemas de aritmética vão muito além da compreensão do enunciado da questão e não se restringe apenas a forma como opera com os algoritmos. Notamos também que esses problemas estão ligados à relação com o saber. Então diversos fatores influenciam essas dificuldades. Um problema que nos chamou atenção está ligado a resolução da atividade proposta na sessão 4 em que a pergunta era a seguinte: "Quanto ela gastaria se fosse aos dois supermercados e comprasse os produtos mais baratos "? O aluno respondeu: "não ia dar ela não é mutante", aqui claramente o aluno interpretou como se a pessoa tivesse que ir aos dois supermercados ao mesmo tempo. A lógica desse aluno o faz deduzir dessa forma, esse fato é justificado pela teoria da relação com o saber (CHARLOT).

Nessa pesquisa ficou claro que as dificuldades, além de estarem ligadas à compreensão do problema e à operação com números naturais, também envolve conhecimento de conceitos, atenção na leitura e a busca pelos dados coerentes que estão na questão. WEBER (2012) comenta em sua dissertação que o aprendizado dos conceitos matemáticos ultrapassa os limites da simples aplicação e resolução de operações e cálculos e se estende à capacidade de reconhecer e interpretar esta linguagem nas situações cotidianas de forma a atingir um nível de plena alfabetização funcional.

Em nossa pesquisa notamos que muitos alunos têm uma dependência significativa quanto à necessidade da intervenção do professor diante da busca pela compreensão da resolução dos problemas.

Através da resolução dos procedimentos dos alunos diante das análises feitas concluímos que eles têm uma expressiva dificuldade na escolha do algoritmo a ser utilizado nos problemas que propomos, visto que surgiram perguntas como: é para somar ou diminuir? Essa dúvida está relacionada à interpretação do enunciado. Ainda em relação aos procedimentos nos deparamos com alunos que sabem escolher o algoritmo adequado, porém não sabem utilizar corretamente. Diante de operações como subtração, divisão e multiplicação ocorreram erros durante a aplicação desses cálculos. Dessa forma no tocante a esses procedimentos o grande desafio não está somente em operar com os algoritmos, mas também entender qual operação utilizar naquele determinado problema.

Na aplicação das atividades notamos a precariedade da relação desses alunos com o saber na matemática manifestado em situações como ideia de quantidade: nem sempre utilizavam símbolos corretamente (litros, kg), unidade de tempo (horas, min) há um conhecimento em relação ao tempo. Utilizam corretamente o $ ao colocar valores em reais R$, a sua forma de organizar e operar com algoritmos demonstra a falta de conhecimento por parte dos alunos.

É preciso fazer novos trabalhos em sala de aula que auxiliem os alunos na compreensão frente a situações problemas, faz-se necessário trabalhar conceitos inseridos na matemática e estimular o aluno a prática de leitura, interpretando dados para que este não encontre tantas dificuldades em resolver problemas com enunciados, sejam pequenos ou grandes, desde que adequados a série dos alunos. Também devemos apresentar questões que despertem o interesse e os estimulem na busca das soluções.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃ O BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**: informação e documentação – referências – elaboração. Rio de Janeiro, 2002.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. 1. ed. Curitiba: Editora UFPR, 2007. v. 1. 218 p.

______.; SILVA, M. J. F. **Engenharia didática: evolução e diversidade**. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 7, p. 22-52, 2012.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didáctica**. In: BRUM, Jean (Direção) Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Horizontes Pedagógicos. Instituto Piaget, 1996, p.193-217.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor.** In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org). Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas, Porto Alegre: Artmed, 2001.

______. **Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática**. In:. BRUN, Jean (Org.). Didática das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35- 113.

BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

CARNEIRO, V. C. G. (2005). Engenharia didática: **Um referencial para ação investigativa e para a formação de professores de matemática.** Revista Zetetike, 13 (23), 85-118.

CHARNAY, R. **Aprendendo (com) a resolução de problemas.** In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org). Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas, Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

______. **La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas.** Conferencia dictada en Cannes, marzo 1986.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Tradução de: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

CONNE, F. Saber e conhecimento na perspectiva da transposição didática In: BRUM, Jean (Direção) **Didáctica das Matemáticas.** Lisboa: Horizontes Pedagógicos. Instituto Piaget, 1996, p.259-261.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo, 2007.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**. Teoria e prática. São Paulo, 2010.

GOMES, M. G. **Solução de problemas de matemática: procedimentos utilizados por sujeitos com graus de escolaridade diferentes.** 1998. Dissertação de Mestrado (Mestrado em educação). Faculdade Estadual de Campinas.

MACHADO, S.D.A. (Org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. São Paulo: EDUC, 2012.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa.** Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte/MG: Autêntica, 2012.

PARRA, Cecília e SAIZ, Irma (Org.). **Didática da Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de janeiro, 2006.

POMMER, W. M. **A engenharia didática em sala de aula: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as equações diofantinas lineares.** Dissertação de mestrado, São Paulo, 2013.

SILVA, VELEIDA ANAHI DA. **Relação com o saber na aprendizagem matemática: uma contribuição para a reflexão didática sobre as práticas educativas.** Revista Brasileira de Educação v. 13 n. 37 jan./abr. 2008.

______. **Porque e para que aprender a matemática**? A relação com a matemática dos alunos de séries iniciais. São Paulo, 2001.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceptuais. . In: BRUM, Jean (Direção) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos. Instituto Piaget, 1996, p.155-189.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** Edição eletrônica: Ed Ridendo Castigat Mores. Disponível em: <http://www.jahr.org>. Acesso em: 11 nov. 2014.

WEBER, R.G. **Estudo das dificuldades de leitura e interpretação de textos matemáticos em enunciados de problemas por alunos do Ensino Médio**. 2012. 70f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia. Universidade Estadual Paulista. Presidente Prudente.

UN IVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE. **Manual de Normas para elaboração de dissertações e teses.** Núcleo de Pós- Graduação em Educação**.** São Cristóvão: Editora UFS, 2012.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.