UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA

ALINE ALVES COSTA

ESTRATÉGIAS ADOTADAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS: O CASO DOS ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL DE ARACAJU-SE

SÃO CRISTÓVÃO – SERGIPE
2014

ALINE ALVES COSTA

ESTRATÉGIAS ADOTADAS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS: O CASO DOS ALUNOS DOS ANO FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL DE ARACAJU-SE

Dissertação de Mestrado submetida ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, da Universidade Federal de Sergipe, como parte integrante dos requisitos para a obtenção de título de Mestre, sob a orientação da Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos.

SÃO CRISTÓVÃO - SE
2014

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

C837

Costa, Aline Alves

Estratégias adotadas para a resolução de problemas geométricos : o caso dos alunos dos anos finais do ensino fundamental da rede municipal de Aracaju ; orientadora Ivanete Batista dos Santos. – São Cristóvão, 2014.

132 f. : il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática)– Universidade Federal de Sergipe, 2015.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática (Ensino fundamental). 3. Geometria – Problemas, questões, exercícios. 4. Ensino fundamental Aracaju. I. Santos, Batista dos, orient. II. Título.

CDU 514:373.3

FOLHA DE APROVAÇÃO

ESTRATÉGIAS ADOTADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS: O CASO DOS ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL DA REDE MUNICIPAL DE ARACAJU-SE

Dissertação de Mestrado submetida ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática- NPGECIMA, da Universidade Federal de Sergipe, como parte integrante dos requisitos para a obtenção de título de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Linha de pesquisa: Currículo, didáticas e métodos de ensino das ciências naturais e matemática. Sob a orientação da Profª Drª Ivanete Batista dos Santos.

BANCA DE DEFESA

Profª Drª Ivanete Batista dos Santos (Orientadora- NPGECIMA/UFS)

Profª Drª Rita de Cássia Pistóia Mariani (Examinadora- NPGECIMA/UFS)

Prof. Dr. Paulo de Souza Rabelo (Examinador- DMA/UFS)

São Cristóvão- SE, 26 de Maio de 2014

AGRADECIMENTOS

O percurso para atingir o objetivo na conquista de uma formação continuada, através do mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, constituiu-se pela complexidade de ações e sentimentos que brotaram no intervalo de pouco mais de dois anos de aprendizado. E nos momentos de satisfação, motivação, incertezas e desafios recebi o amparo de muitas pessoas afáveis, e aqui dedico a elas minha sincera gratidão.

À Deus, pela capacidade, iluminação, proteção e amor;

À Profª Drª Ivanete Batista dos Santos pelo acolhimento, por acreditar na minha condição e capacidade, pela orientação e também pelo carinho, proporcionando um ambiente aconchegante para o desenvolvimento desta investigação.

Aos meus professores do NPGECIMA, em especial as Profª Drª Rita de Cássia Pistóia Mariani, Maria Batista Lima e Carmen Regina Parisotto Guimarães.

Aos meus pais, Eurides, Mary e José Valdeci pelo apoio, compreensão e por me trazerem a lembrança de que preciso ter força e determinação mas também que sou humana e posso descansar em seus colos para recuperar minha energia.

Aos meus irmãos, Tamyles, Jaqueline e Gustavo, meu cunhado Danielmo, meu sobrinho Daniel, meus primos Queila, Nilton, Flávia, Danilo, Eula, Nélia, Cristina, Gorete, Norma, Gabriel, Itamar, Ieda, Andréia, meus tios e tias Malvina, Moisés, Eduardo e Raimundo (in memória) pela torcida e pelas tentativas de compreender minhas ausências e meus curtos momentos de felicidade em família.

À Ronaldo, por acompanhar desde o início todos os passos dessa caminhada, sempre com significantes contribuições. À sua irmã Adriana e cunhado Paulo.

Aos amigos e amigas de longa data pelo incentivo e generosidade, desses destaco alguns: Maria, Luis, Alex, Manú, Cinthia, Taila, Ariany, Reuben, Marcos, Danilo, Tom, Sabrina, Cales, Wedeson, Ligia, Sheila, Paty, Ellen, Adilson, Cristiano, Gilmara, Genilton, Guinha, Dan, Dulce e Fabrício.

Aos meus professores da graduação por me darem a coragem de seguir o caminho da formação continuada: Flávia Cristina, Andréia Oliveira, Marcelo Leon, Celina Bacellar, Hildete, Maik Sandra, André Mattedi, Marcos Grilo, Jean, Sonia Marlene, Vânia e Cristiano Mascarenhas. Da educação básica, Lucilene, Thadeu, Raline, Paulo e Denise.

Aos meus amores Ritinha, Thaise, Sissi, Sirleidinha, Isabel Cris, Ocaristo, Dany, Jane, Gina, Iago, Serginho, Carla, Maiara e Thiago Santos. Pessoas que recuperam minha alegria, transmitem paz e fazem minha vida virar carnaval todos os dias.

Aos verdadeiros amigos que fiz no mestrado, Mirleide, Marcos, Sarah, Edvaldo, Jones, Leonel, Viviane, Tatiane, Isabela, Luciano, Flávio e também a Reynaldo desde minhas primeiras investidas na pesquisa durante a graduação foi um verdadeiro anjo da guarda.

Aos gestores, funcionários e estudantes das escolas participantes da pesquisa, pela paciência e parceira no alcance desse objetivo.

Aos membros da banca examinadora, Profª Drª Rita de Cássia Pistóia Mariani e Profº Drº Paulo de Souza Rabelo, os quais tenho grande admiração pelo profissionalismo e amor dedicado ao ofício de educar, pelas contribuições na qualificação e nessa reta final de avaliação dos resultados e do percurso desenvolvido.

RESUMO

O presente trabalho apresenta os resultados de uma investigação que teve como objetivo analisar as estratégias adotadas pelos alunos aracajuanos dos anos finais do ensino fundamental para resolução de problemas geométricos. Para isso, recorremos à problemas retirados dos livros da "*Coleção A Conquista da Matemática*" de autoria de Giovanni Jr e Castrucci (2009) para elaborar o instrumento que foi aplicado inicialmente aos alunos de 7º ao 9º anos de quatro escolas municipais. Após um exame das respostas apresentadas, foi elaborado um roteiro para realizar entrevistas semiestruturadas com os sujeitos que apresentaram estratégias diferenciadas por meio do primeiro instrumento de coleta. Os pressupostos teóricos foram tomados basicamente de Polya (1978) para o entendimento sobre problema matemático geométrico, sua tipologia e os possíveis procedimentos de resolução. De acordo com o exame de Polya (1978), um problema geométrico caracteriza-se por requisitar conteúdo da Geometria para resolvê-lo. Os tipos de problemas matemáticos, de acordo com o referido autor podem ser classificados a partir do enunciado como rotineiro, prático, enigma e heurístico, e também pela sua solução que são das formas determinação e demonstração. As estratégias para resolver problemas geométricos evidenciadas na obra "A Arte de Resolver Problemas" são uso de notação e de fórmulas, como também idealização ou confecção de figuras. Os resultados da pesquisa indicam que os alunos apresentam respostas aos problemas geométricos, de todos os três tipos, por meio de figuras e em seguida por meio de estratégia aritmética. Os registros e estratégias algébricas não ocorrem aos alunos de 7º ano, se expressam timidamente pelos alunos do ano sucessivo e começam a ganhar destaque nas turmas de 9º ano. Alunos de diferentes anos do ensino fundamental ao resolverem problema rotineiro similar sobre geometria de posição, em geral, não obtêm o mesmo sucesso na resolução, sendo que as turmas de 9º ano utilizam com garantia a estratégia geométrica, enquanto as turmas do 7º ano, ainda que disponham de notações auxiliares, demonstram não se sentir seguros sobre sua solução, pois apresentam até cálculos para justificar suas respostas. Os problemas práticos, aplicados a alunos de 7º ano, relacionados a área foram solucionados através da noção de perímetro, já os alunos de 8º ano, apresentam boa compreensão dos conceitos relacionados a ângulos. Em ambos os casos há forte presença de estratégias aritméticas e geométricas. Em suma as figuras constituem um importante recurso para esses alunos desenvolverem suas estratégias com maior liberdade de exposição, pois através delas, se dá o estímulo para a criatividade e o exercício para o estabelecimento de planos de solução.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de problemas. Problemas geométricos. Estratégias de resolução de problemas.

ABSTRACT

This paper presents the results of an investigation that aimed to analyze the strategies adopted by Aracajunian students of final year of elementary school to solving geometric problems. For this, we turn to problems taken from the books of "The Conquest Collection of Mathematics" authored by Giovanni Jr and Castrucci (2009) to develop an instrument that was initially applied to the students of 7th to 9th grades four municipal schools. After an examination of the responses submitted, a script was prepared to conduct semi-structured interviews with individuals who had different strategies through the first instrument collection. The theoretical assumptions were taken primarily from Polya (1978) for the understanding of mathematical problem geometric, their typology and possible resolution procedures. According to the examination of Polya (1978), a geometric problem characterized by ordering the contents geometry to solve it. The types of mathematical problems, according to the author can be classified from the utterance as routine, practical, and puzzle heuristic, and also for its solution are forms of determination and demonstration. Strategies to solve geometric problems highlighted in the book "The Art of Problem Solving" are using notation and formulas, as well as idealization or making figures. The results indicate that students have to geometrical problems responses, all three types by means of figures and then through arithmetic strategy. Records and algebraic strategies do not occur to students of Year 7, students are tentatively expressed by the following year and begin to gain prominence in the 9th grade classes. Students of years the different elementary school to solve routine problems similar to position geometry, in general, do not get the same success in the resolution, and the classes of 9th grade using guaranteed geometric strategy, while classes of Year 7, even if they have auxiliary notations demonstrate not feel secure about your solution, because their calculations up to justify their answers. Practical issues, applied to students in Year 7, related to the area have been resolved through the notion of perimeter, since the 8th grade students had good understanding of the concepts related to angles. In both cases there is a strong presence of geometric and arithmetic strategies. In short the figures are an important resource for these students develop their strategies with greater freedom of exposition, because through them, takes the stimulus to creativity and exercise for the establishment of solution plans.

KEY WORDS: Solving problems. Geometric problems. Strategies to solve geometric problems.

ÍNDICE DE QUADROS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE APÊNDICES

ABREVIATURAS E SIGLAS

EMEF- Escola Municipal de Ensino Fundamental

CONSEPE - Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão

SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

LDBEN - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

NPGECIMA - Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática

PCN- Parâmetros Curriculares Nacionais

SEMED- Secretaria Municipal de Educação de Aracaju

UFS- Universidade Federal de Sergipe

UEFS - Universidade Estadual de Feira de Santana

UNICAMP- Universidade Estadual de Campinas

UNESP- Universidade Estadual Paulista

EM- Educação Matemática

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem como tema estratégias[1] adotadas pelos alunos aracajuanos dos anos finais do ensino fundamental para resolução de problemas matemáticos geométricos. Para justificar a escolha dessa temática, primeiramente exponho informações referentes ao percurso das formações acadêmica e profissional, as quais constroem um enredo para esse fim.

Para situar o leitor, na produção deste texto utilizo a narrativa em primeira pessoa do singular quando retrato situações exclusivamente por mim vivenciadas, como por exemplo, a descrição das minhas formações em diferentes esferas e o contato com o campo e sujeitos da pesquisa. Mas também, é realizada a referência a primeira pessoa do plural no sentido de esclarecer que os entendimentos são compartilhados pelas autoras da presente investigação.

O caminhar até a definição do tema

A opção por cursar Matemática Licenciatura surgiu quando estudava em cursinhos preparatórios para o vestibular, e me destacava como uma estudante dotada de afinidade e habilidade com a disciplina Matemática. Isso porque compreendia e executava as resoluções dos exercícios, e ainda, auxiliava meus colegas. Assim, fui convidada para atuar como monitora em um cursinho. Na atividade de monitoria realizava a resolução dos exercícios e sanava dúvidas da turma.

E mesmo já exercendo o papel de monitora/professora prestei vestibular para cursos da área de saúde, como Medicina e Nutrição. E não obtive êxito em nenhum exame. Mas, continuei a ministrar aulas de reforço para alunos de Ensino Médio em suas residências e nos cursinhos. E foi dessa forma que um professor de Matemática, do cursinho em que atuei enquanto monitora, sugeriu que eu optasse pela carreira docente. Depois de refletir um pouco sobre minha atuação como monitora, professora de reforço

[1] A expressão *estratégia é* adotada neste trabalho para denominar a atividade do aluno ao recorrer a conteúdos matemáticos e a recursos gráficos para resolver problemas geométricos.

e meu gosto pela Matemática que optei por abandonar minhas opções de cursos anteriores e ingressei na licenciatura em Matemática.

A graduação (2006.1- 2010.1) foi realizada na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), localizada no município baiano de Feira de Santana. E durante o curso tive a oportunidade de estudar disciplinas destinadas à formação e atuação do futuro professor. Os componentes curriculares do referido curso eram voltados à educação (ensino) e a pesquisa. Pois, eram quatro disciplinas de estágio curricular supervisionado, oito disciplinas de nomenclatura Instrumentalização para o Ensino de Matemática (INEMs), outras seis disciplinas de pesquisa (orientações específicas para a construção do trabalho de conclusão de curso), isso sem deixar de mencionar as disciplinas de Psicologia, Didática e Políticas Educacionais.

Um aspecto que deve ser destacado do curso de licenciatura na UEFS é o tratamento dado a Geometria, abordada em seis disciplinas: Sistema Geométrico de Representação, Geometria Analítica e Álgebra Linear I e II, Geometria Euclidiana I e II e INEM V (específico em Geometria). Outro destaque é que a partir do 3º semestre inicia a matrícula nas disciplinas de pesquisa. Na ocasião a coordenadora do curso[2] recomendou que a gente conversasse informalmente com os docentes que ofertavam a referida disciplina a fim de obtermos uma noção dos temas que eles sugeriam para serem pesquisados.

No processo da busca por orientações para a pesquisa identifiquei algumas temáticas que não me interessaram como as de Matemática Pura e Matemática Aplicada; as que disponibilizavam poucas vagas, caso do tema Modelagem Matemática, pois muitos discentes percebiam a numerosa quantidade de pesquisas em âmbito internacional e inclusive a oportunidade de desenvolver trabalhos ao lado de um pesquisador de referência nessa vertente, Jonei Cerqueira Barbosa[3]; e também conheci o tema Formação de Professores de Matemática, no qual vi a possibilidade de refletir a respeito da formação sem me afastar do ramo da Educação Matemática (EM).

Por isso, optei pelo tema formação de professores de Matemática e dei sequência durante todo o curso, pois a cada leitura realizada sentia-me estimulada a refletir sobre

---

[2] Prof.ª Maria Hildete de Magalhães França

[3] Investiga e propõe uma Modelagem Matemática sócio crítica. À época o professor integrava o corpo docente da UEFS, atualmente conserva o vínculo com a instituição pelo Grupo Colaborativo em Modelagem Matemática.

os dilemas e conquistas da carreira do profissional docente. Foram quatro disciplinas de orientação à pesquisa em que prossegui com o tema escolhido e nos estudos desenvolvidos realizei leituras sobre formação inicial e continuada, saberes docentes, pesquisa qualitativa e professor-pesquisador, sempre imbricados nas questões do ensino de Matemática, em geral, as discussões foram norteadas por Tardif (2010), Fiorentini (2003), Lüdke e André (1986), Bogdan e Biklen (1994) e, Fiorentini e Lorenzato (2009).

Após um embasamento teórico proporcionado pela literatura estudada junto a docente responsável pela disciplina[4], cada um dos discentes recebia orientação para pensar num tema de estudo, daí procurei unir a formação de professores de Matemática e o ensino de geometria. Justifico o foco no ensino pelo interesse na EM e em particular a geometria, pela sua constante presença em bom número de disciplinas acadêmicas no curso.

Na fase de construção do objeto de estudo para a futura pesquisa, o 'Trabalho de Conclusão de Curso', realizei leituras sobre a Formação e a Geometria, esse período foi composto por outras duas disciplinas, Projeto I e II. Uma dessas leituras fugiu da interseção entre os dois temas, foi a dissertação de Rocha (2000), sob minha escolha particular, nela a autora desenvolveu um estudo sobre egressos ou recém-formados em licenciatura em Matemática, no qual os professores investigados destacaram que a formação acadêmica recebida tem sido fundamental e constitui um diferencial no processo de constituição profissional.

As leituras que abordavam as duas temáticas do meu interesse, Formação de professores e Geometria, foram em sua maioria artigos publicados em revistas científicas e eventos. Uma exceção foi o trabalho de Pavanello (1993) que contribuiu para a definição do objeto de pesquisa já que apresenta um histórico sobre o ensino de Geometria no Brasil.

O resultado dessa empreitada foi a produção de uma investigação intitulada *O egresso da UEFS e o ensino de Geometria: algumas reflexões sobre a prática pedagógica.* E foi a partir dessa produção que em parceria com colegas produzi relatos de experiência e mini-cursos, que renderam publicações e apresentações em eventos, voltados ora a Geometria ora a prática docente (estágio e formação inicial).

---

[4] Prof.ª Mr.ª Flávia Cristina Macedo Santana.

Também exerci a atividade docente, além dos estágios obrigatórios, em duas unidades de ensino estaduais, localizadas no município da universidade em que estudava. Lecionei a disciplina Matemática em turmas de Ensino Fundamental e Médio, sendo um ano letivo em cada instituição. Considero importante a experiência obtida nesses espaços de ensino e aprendizagem, pois é no contato com o chão da sala de aula que

> [...] os professores mobilizam e produzem saberes e, nesse processo, constituem-se profissionais. Isso significa que o professor, sua prática e seus saberes formam uma tríade de entidades que "interdependem" e "co-pertencem" a uma situação e trabalho na qual "co-evoluem" continuamente se transformam. (FIORENTINI, 2000, p. 187).

Tal aproximação com o trabalho docente contribuiu para a aquisição da certeza de que estava na direção da profissão adequada ao meu perfil. Conhecer a realidade da escola, dos alunos, lidar com os saberes acadêmicos, curriculares e profissionais, não fez com que eu desistisse de projetar um futuro em que atuarei como um agente mobilizador para a formação de sujeitos críticos e conscientes. E dessa forma superar, as dificuldades e os prazeres advindos da profissão docente.

E foi com esse entendimento que após concluir a graduação, em setembro de 2010, retornei à minha cidade natal, a capital baiana, e realizei tentativas de inserir-me nas equipes de professores de escolas da rede particular. No ano seguinte fui convidada a lecionar numa escola da rede estadual em turmas de Ensino Médio, com as disciplinas Matemática e Matemática Financeira, num regime de prestação de serviço temporário. E mais uma vez, a experiência docente contribuiu para a minha formação por constatar a necessidade de domínio dos conteúdos, conhecimento curricular (compreensão das relações existentes no âmbito escolar, desde o planejamento aos processos de implementação e reformulação das atividades de ensino e aprendizagem), do pensar pedagogicamente, do trato didático e da questão da pesquisa.

Nesse percurso escrevi trabalhos acadêmicos para apresentação e publicação em eventos e investi na seleção para mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática na Universidade Federal de Sergipe (UFS), por considerar o momento apropriado a busca de formação continuada. Temia adotar o percurso que a maioria de meus colegas de curso tomou, a "acomodação"[5] na educação básica. Sei que alguns

---

[5] Digo isso por perceber nas falas de muitos colegas que não estariam mais disponíveis para passar mais anos estudando e considerarem muito difícil receber a aprovação numa seleção dessa espécie.

deles realmente estavam realizados nesse espaço, mas também tive relatos de muitos que não pretendiam buscar a formação continuada por não se sentirem entusiasmados e pensarem ser ‘incapazes’ de obter êxito. Mas não posso omitir que alguns colegas estavam sim dispostos a buscar essa formação e persistir na caminhada do conhecimento acadêmico, e foi isso que me impulsionou a lutar pelo meu anseio de crescer na área profissional.

Para o processo de seleção analisei algumas questões propostas no meu TCC da graduação e as ampliei de maneira que comportassem na linha de pesquisa[6] de um processo seletivo *strictu sensu* eleita por mim como adequada ao estudo a ser realizado. Desse modo elaborei um projeto de pesquisa intitulado “A formação do professor de matemática que ensina geometria: refletindo o currículo e os saberes docentes”, participei das etapas da seleção, e obtive aprovação.

E a partir desse momento começaram as mudanças. Primeiro de cidade/ estado e depois de projeto. Desde o primeiro contato com a orientadora[7], fui convidada a praticar o desapego ao tema e a fazer novas leituras comuns aos membros do Núcleo de Investigação sobre História e Perspectivas Atuais da Educação Matemática - NIHPEMAT[8].

Os membros do referido grupo desenvolvem estudos com o intuito de compreender o processo de constituição da Matemática como uma disciplina escolar em Sergipe, levando em consideração a legislação, a prática docente, formação de professores e os livros didáticos. Como as pesquisas já desenvolvidas pelos membros desse grupo tomaram como temáticas a história da matemática e a resolução de problemas[9] na tentativa de compreender se e como os professores aracajuanos as utilizam para abordar conteúdos matemáticos, fui provocada a investigar também sobre resolução de problemas, mas tomando como sujeito de pesquisa alunos. Dito de outra forma o foco das dissertações defendidas no início de 2012 a 2013 tomava como sujeito,

---

[6] Existem duas linhas de pesquisas do NPGECIMA e a que elegi foi a linha de pesquisa: Currículo, didáticas e métodos de ensino de Ciências Naturais e Matemática.

[7] Prof.ª Dr.ª Ivanete Batista dos Santos.

[8] Grupo de pesquisa do qual sou integrante, formado em 2010, compreendido na área de Ciências Exatas e da Terra e Matemática, da instituição Universidade Federal de Sergipe e liderado pela Profa. Dra. Ivanete Batista dos Santos.

[9] Dentre as dissertações defendidas nesse âmbito destaco as de Trindade (2012) relacionada a resolução de problemas e a de Guimarães (2012) com abordagem em história da matemática.

os docentes e no meu caso priorizo os alunos. Dessa forma, trabalhamos com um dos aspectos relacionados aos conteúdos matemáticos tomando como elemento norteador os problemas matemáticos do tipo geométrico.

E foi a partir das leituras efetuadas que voltei a ler sobre Educação Matemática. Com a ressalva que durante a formação inicial para atuar como professora de Matemática, já havia tido conhecimento sobre a Matemática e a Educação Matemática (EM). E aqui saliento que desde uma das primeiras leituras sobre a Educação Matemática fui motivada a refletir e ficar mais atenta às discussões relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Para isso foi fundamental os argumentos apontados por FIORENTINI e LORENZATO (2009, p. 5) que definem a EM como “uma área do conhecimento das ciências sociais e humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática”. Os mesmos autores afirmam que a EM caracteriza-se, entre outros elementos, por investigar metodologias de ensino e aprendizagem com o objetivo de contribuir para uma formação mais integral, humana e crítica do aluno e do professor.

O entendimento apresentado pelos autores citados está exposto também nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998). E desse documento oficial destaco, a resolução de problemas, apontada como “ponto de partida para a atividade matemática”[10].

A proposta colocada nos PCN de Matemática de 5ª a 8ª séries advoga a favor que os alunos sejam motivados com situações desafiadoras para desenvolverem estratégias de resolução, enfatiza também que se o aluno é estimulado a questionar sobre a

> [...] própria resposta, o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, [...], evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 42).

Para essa compreensão de ensino e aprendizagem, os problemas matemáticos devem ser entendidos como situações nas quais se torna necessário montar uma sequência de ações para obtenção de um resultado. E destacam que “os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via

[10] Nos PCN (1998) há referências também a história da matemática, jogos, TIC (tecnologias de informação e comunicação) e modelagem matemática.

de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução” (BRASIL, 1998, p. 41).

E aos poucos, a partir das leituras e orientação para definição do tema de pesquisa de mestrado, identifiquei e fui me identificando com a resolução de problemas. Várias passagens sobre resolução de problemas funcionaram como indicativos para a minha opção, ressalto, por exemplo, a retirada de FIORENTINI e LORENZATO (2009)

> [...] verificamos recentemente a emergência de estudos [...] que procuram investigar o modo como os alunos percebem e relatam seu processo de resolução de problemas ou de aprendizagem de algum conteúdo matemático. Essas pesquisas têm frequentemente utilizado, como recurso de coleta de dados, mapas conceituais elaborados pelos próprios alunos. (p. 43).

E foi dessa forma que fiz a escolha do tema da pesquisa aqui apresentada: “estratégias adotadas por alunos dos anos finais do ensino fundamental da rede municipal de Aracaju- SE para a resolução de problemas geométricos”.

Para a construção do objeto foi tomada como questão norteadora: quais as estratégias adotadas por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental para resolver problemas geométricos?

Para responder a essa indagação defini como objetivo geral analisar a(s) estratégia(s) adotada(s) pelos alunos aracajuanos dos anos finais do ensino fundamental para resolução de problemas geométricos. Assim, procurei identificar as estratégias adotadas pelos alunos ao resolverem problemas matemáticos de conteúdos geométricos; classificar as estratégias evidenciadas nos registros dos alunos e relacionar a compreensão dos alunos sobre os conteúdos geométricos a partir das estratégias adotadas nas atividades com problemas matemáticos.

A pesquisa será executada através da investigação qualitativa com o auxílio do estudo de caso. Bogdan, (1994) utiliza a expressão investigação qualitativa como termo que une várias estratégias de investigação nas quais os dados obtidos são designados por qualitativos, ou seja, ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico.

> O estudo qualitativo é o que se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada (LÜDKE e ANDRÉ, p. 18, 1986).

O estudo de caso foi selecionado por enfatizar a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais. Além disso, o estudo de caso desloca-se da amplitude dos dados às especificações, isto é, induz ao afunilamento das informações.

LÜDKE e ANDRÉ (1986, p. 37) defendem que o estudo de caso permite "compreender melhor a manifestação geral de um problema, as ações, as percepções, os comportamentos e as interações das pessoas [...] relacionadas à situação específica onde ocorrem ou à problemática determinada à que está ligada*"*.

As fontes utilizadas para obtenção de dados foram dois instrumentos: um questionário e uma entrevista semiestruturada realizada em coletivo; e os diários de campo, produzidos a cada visita nas unidades de ensino.

Por tudo que foi posto até aqui, justifico a pesquisa, cujo resultado ora apresento, como um investimento que dá continuidade ao trabalho dos membros do NIHPEMAT, ao tomar uma temática ainda não investigada, relacionada aos conteúdos geométricos e que para esse fim, toma o aluno como parceiro de pesquisa diante da tarefa de resolver problemas geométricos.

ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

No primeiro capítulo apresento o tema de investigação, o problema geométrico, pois a partir dele todo o sujeito desenvolve estratégia para obter uma solução. A primeira seção contém um levantamento, e a respectiva análise, de pesquisas brasileiras relacionadas ao tema. Já nas duas seções posteriores, estávamos interessadas em compreender a natureza do problema matemático geométrico e as estratégias adotadas para a solução do mesmo. Dessa forma, examinamos[11] a obra de George Polya (1978) intitulada *Arte de Resolver Problemas* para as discussões a serem apresentadas.

O segundo capitulo é intitulado *A utilização do livro didático para a eleição dos problemas geométricos e dos sujeitos da pesquisa* e nele é apresentado o processo para elaboração dos instrumentos de pesquisa. O primeiro instrumento, um questionário, foi construído a partir do livro didático de Matemática adotado nas unidades de ensino da rede municipal de Aracaju- SE. E escolhemos os livros da coleção a "Coleção A Conquista da Matemática" de autoria de Giovanni Jr e Castrucci (2009), por existir,

[11] Em alguns momentos do texto a primeira pessoa do plural por serem atividades que foram desenvolvidas em parceria com outros integrantes do grupo NIHPEMAT, principalmente com Mirleide Andrade Silva que a mesma época investigou sobre problemas algébricos.

segundo Trindade (2012) uma uniformidade na adoção do mesmo em quase todas as escolas.

Ainda neste capítulo foi realizada uma explanação para delimitar a amostra, ou seja, os sujeitos da pesquisa, origem, perfil e opiniões. E por último, a idealização de um roteiro de entrevistas com os alunos que apresentaram diferentes estratégias de resolução durante a confecção de respostas ao questionário aplicado nas unidades de ensino municipais.

O terceiro capítulo é constituído pela análise dos registros de respostas ao primeiro instrumento de coleta de dados e dos argumentos apresentados pelos sujeitos participantes das entrevistas em coletivo. No último capítulo pretende-se a condução das considerações.

CAPÍTULO I- O PROBLEMA GEOMÉTRICO: EM BUSCA DE ELEMENTOS PARA UMA POSSÍVEL DEFINIÇÃO

Nesse capítulo o foco é o tema de investigação, o problema matemático geométrico. É evidente que possíveis estratégias de resolução surgem a partir de problemas propostos a um indivíduo. Inicialmente fiz um levantamento na tentativa de identificar pesquisas já efetuadas sobre resolução de problemas e estratégias de resolução. E foi depois desse investimento que optamos por adotar como referência a obra de George Polya (1978) intitulada *Arte de Resolver Problemas* para estabelecer um entendimento sobre problema matemático geométrico. Dito de outra forma, a partir de uma releitura do livro de Polya (1978) foi possível identificar elementos para uma compreensão sobre problemas matemáticos geométricos e não somente para as possíveis maneiras de resolvê-los, como sugere o seu título.

1.1 As pesquisas nacionais sobre as estratégias utilizadas na resolução de problemas geométricos

Em âmbito nacional existem trabalhos das espécies dissertação e teses relacionadas ao tema de estudo e ao realizar um mapeamento desses, utilizei as palavras-chave: resolução de problemas; estratégias dos alunos; problemas geométricos (às vezes alterada pela palavra geometria quando não havia ocorrência de pesquisas). Com isso, foi possível realizar buscas em bases de dados (CAPES, BDTD e outros bancos digitais de produções acadêmicas das instituições UNESP, UNICAMP, PUCRS e UFPA) de forma mais dinâmica e objetiva.

Ao inserir as três palavras-chave no campo de busca por pesquisas da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), apenas um trabalho foi encontrado, a tese de Rodrigues (2008) intitulada “O ensino de Geometria com base na exploração de jogos e desafios: um experimento com alunos de *design*”. No resumo do trabalho identifica-se que houve aplicação de jogos e problemas para alunos do curso de graduação em Design, os objetivos não agregam informações relevantes para o tema desta pesquisa. As tentativas de uso de duas a duas palavras-chave também não promoveram sucesso na identificação de pesquisas.

Vale ressaltar que também foi efetuada a busca de dissertações e teses em páginas especificas de programas de pós- graduação tais como, NPGED- UFS, PPGE-UFAL e PPGEFHC- UFBA. E mesmo assim não foi possível identificar a ocorrência, ou seja, não foram encontrados registros de trabalhos. Tal atividade serviu para reforçar o que está posto em Trindade (2012), quando buscou localizar trabalhos sobre indícios da resolução de problemas matemáticos como metodologia e concluiu a possibilidade de está inaugurando uma pesquisa sobre essa temática em terras sergipanas.

Depois de algumas tentativas em outras páginas específicas dos programas de pós-graduação de educação, educação matemática ou ensino de ciências e matemática de universidades brasileiras, optei por cruzar dois a dois os termos e na Universidade do Estadual Paulista, campus Rio Claro e Bauru, foram localizadas sete dissertações distribuídas no quadro a seguir:

Quadro 1: Dissertações defendidas na UNESP sobre o tema da pesquisa

Termos utilizados	Titulo	Autor	Ano
Resolução de problemas e estratégias dos alunos	Refletir o silêncio: um estudo das aprendizagens na Resolução de Problemas aditivos com alunos	Sales	2008
	A produção de significados durante o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de equações polinomiais	Puti	2011
	Estratégias utilizadas por crianças, adolescentes e adultos na Resolução de problemas cognitivos: um estudo da EJA	Farinaccio	2006
Resolução de problemas e problemas geométricos	Um estudo dos fractais geométricos através de caleidoscópios e softwares de geometria dinâmica	Gouvea	2005
	O uso do caleidoscópio no ensino de grupos de simetria e transformações geométricas	Neves	2011
	Ensino-aprendizagem de geometria: uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais	Martins	2003
Resolução de problemas geométricos	Relações entre os conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de licenciatura em Matemática em resolução de problemas geométricos	Nascimento	2008

Fonte: quadro elaborado a partir do levantamento de trabalhos da UNESP sobre estratégias utilizadas na resolução de problemas geométricos

Observa-se tanto pelos títulos quanto pelos exames internos dos trabalhos de Gouvea (2005) e Neves (2011) que os autores estavam interessados em investigar “Que contribuições pode trazer, para o ensino-aprendizagem de Geometria, um estudo de *Fractais Geométricos* através de *caleidoscópios* e *softwares de Geometria Dinâmica*?" (GOUVEA, 2005, p. 11) e "Este trabalho teve o objetivo de produzir um conjunto de atividades para analisar como o uso do caleidoscópio associado ao estudo dos ornamentos planos pode contribuir no ensino de grupos de simetria e transformações geométricas em um curso de graduação em Matemática" (NEVES, 2011, p. 5).

Em ambos os casos foram elaboradas atividades e aplicadas a alunos da Licenciatura em Matemática o que não corresponde ao nível de ensino da nossa pesquisa, além disso, a atenção nos dois trabalhos está voltada para perceber o desempenho de estratégias de ensino por meio de recursos manipuláveis ou *softwares*.

A pesquisa de Martins (2003) segue no mesmo âmbito de apresentar uma proposta alternativa para o ensino-aprendizagem de Geometria, usando os mesmos recursos e até mesmo jogos, porém para um público alvo distinto, 8ª serie do Ensino Fundamental, atualmente 9º ano desse nível de ensino.

O acesso ao trabalho de Sales (2008) não foi possível em texto completo, por isso examinamos apenas o resumo que se encontrava disponível, entretanto pelo breve exame verificamos que apesar de conter no seu texto os registros e os argumentos dos alunos de ensino fundamental, os conteúdos envolvidos não correspondem ao campo da Geometria.

A seguir apresentamos um quadro para relacionar algumas informações dos demais trabalhos encontrados nesta instituição.

Quadro 2: Exame dos elementos de alguns trabalhos da UNESP

(continua)

Autor/ ano	Fundamentação teórica	Fontes	Público	Conteúdo matemático
Farinaccio (2006)	Piaget (1983)	Provas piagetianas; problemas relativos a leitura de imagem, cálculo de distância e interpretação de fábulas	Crianças; adolescentes; adultos pouco escolarizados (EJA)	Operações com medidas
Puti (2011)	Polya (1962) PCN (1998) D'Ambrosio (2008) Onuchic (1999) Schroeder & Lester	Observação participante; notas de campo; registros dos trabalhos dos alunos; vídeos de	8ª série (9º ano)	Polinômios do 2º grau

	(1989) Lins; Gimenez (1997-2001) D'Amore (2007)	aulas		
Nascimento (2008)	Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (BRASIL, 1998); PCN (1998)	3 provas de conhecimentos em Geometria Plana; 3 testes de confiança; questionário informativo	Superior (Licenciatura em Matemática)	Geometria Plana

Fonte: quadro elaborado a partir das leituras dos trabalhos localizados na UNESP

Nesses trabalhos a única aproximação estabelecida está nas fontes com a utilização de registros de resoluções de problemas pelos sujeitos. Tanto os conteúdos trabalhados quanto o público alvo de cada pesquisa são distintos. Farinaccio (2006) conduz uma investigação a partir da teoria cognitiva piagetiana, a qual nesse momento não produz contribuições ao nosso trabalho, além disso, nos problemas para os sujeitos tem como objetivo verificar a interpretação de imagens e textos.

O objetivo de Nascimento (2008) foi investigar as relações entre os conhecimentos geométricos, as atitudes em relação à geometria e a confiança dos graduandos de um curso de licenciatura em matemática. Entretanto, a análise foi desenvolvida por meio de respaldos da Psicologia da Educação, mesmo fazendo uso de registros sobre demonstrações e problemas geométricos, as conclusões produzidas foram a respeito do comportamento, segurança no argumento, habilidade e interferências no trabalho do futuro professor de Matemática. Logo, o interesse durante a pesquisa não foi no sentido de analisar as estratégias dos sujeitos.

O entendimento para problema matemático é adotado conforme as orientações dos PCN nos trabalhos de Puti (2011) e Nascimento (2008). A primeira autora acrescenta a obra de Polya (1962) no âmbito da caracterização de um problema dessa natureza. Polya (1962 apud PUTI, 2011, p. 94) concluiu "Assim, ter um problema significa: *procurar conscienciosamente alguma ação apropriada para atingir um fim claramente concebido, mas não imediatamente atingível*. Resolver um problema significa achar tal ação".

De posse desse entendimento podemos conceber um problema matemático como aquele que requer um plano de ação para chegar a sua solução, ainda que não seja algo tão engenhoso deve-se analisar os elementos de seu enunciado e estabelecer possíveis estratégias que conduzirão ao encontro de resultados.

Puti (2011) demonstra um ponto de vista diferente do adotado em algumas pesquisas quando relativiza a proposta da *A arte de resolver problemas* (1978) observando o objetivo intrínseco a obra.

> Para Polya, o professor deveria ilustrar as técnicas de resolução de problemas, discutir com os alunos a prática de uma maneira compreensiva e não mecanizada. Infelizmente, os livros didáticos incluíram o trabalho de Polya como um procedimento de passos: compreender o problema, desenvolver um plano, executar o plano e avaliar a solução. Mas, ao se trabalhar com as ideias de Polya de uma maneira mecanizada perde-se a essência do seu trabalho (PUTI, 2011, p. 92).

Ainda pelo exame dessa pesquisa podemos encontrar três concepções de resolução de problemas (Schroeder & Lester, 1989) em que o ensino de Matemática pode ser sobre, para ou via resolução de problemas. No primeiro caso tem-se a teorização do tema amparada por Polya, enquanto que o segundo aspecto é típico da utilização de problemas posterior ao conhecimento de conteúdos matemáticos e na última situação trata-se de uma abordagem metodológica de ensino.

Essa distinção colabora para validar o objetivo desta pesquisa, pois de posse da teoria de Polya para fundamentar os entendimentos sobre problema matemático, sua tipologia e estratégias de resolução, aplicamos problemas geométricos na expectativa de que os sujeitos já estudaram, nos anos anteriores do nível de ensino fundamental, os conteúdos utilizados a fim de compreender as estratégias adotadas e perceber se as mesmas encontram familiaridade com as indicadas pelo teórico.

E para analisar os registros dos alunos, Puti (2011) fez uso da *Produção de Significados*, ou ainda, expor o argumento sobre algum objeto, e declara "Dessa forma, para que os professores possam entender o que dizem seus alunos, é preciso que eles entendam como seus alunos constroem suas ideias" (PUTI, 2011, p. 76).

Não adotamos explicitamente essa concepção sobre as estratégias dos alunos, mas nosso trabalho a todo instante faz referência a força da voz dos sujeitos no esclarecimento das suas ideias desenvolvidas quando efetuaram os registros nos instrumentos com problemas geométricos e durante os diálogos beneficiados pelas entrevistas em coletivo.

Outra busca de pesquisas aconteceu na página da Faculdade de Educação da UNICAMP. A primeira tentativa com o uso das três palavras-chave novamente não resultou em sucesso. Já no cruzamento dos termos resolução de problemas e estratégias dos alunos verificavam-se dez trabalhos. Desses apenas quatro estavam relacionados ao tema da pesquisa, os demais tratavam de intervenção psicopedagógica, estratégia de ensino, praticas educativas, relação entre a matemática escolar e as atividades cotidianas, ensino de física a alunos cegos e até embriologia. Assim as dissertações adequadas à temática em questão, estratégias dos alunos na resolução de problemas geométricos, apesar de tais pesquisas serem apresentadas sem o uso da palavra- chave problema geométrico, são:

Quadro 3: Exame de alguns elementos de trabalhos da UNICAMP

Autor/ Ano	Titulo	Conteúdo matemático	Público	Fontes
Morgado Silva (2007)	Estratégias de utilização de registros de representação semiótica na resolução de problemas matemáticos	Diverso	3º ano Ensino Médio	Registros de resoluções de quatro problemas matemáticos
Taxa (1996)	Estudo sobre a resolução de problemas verbais aritméticos nas series iniciais	Aritmético (Multiplicação)	Séries iniciais	Problemas verbais
Bertonha (1989)	O ensino de geometria e o dia-a-dia na sala de aula	Geometria	5ª série (6º ano)	Registros nos diários de atividades; verificação da aprendizagem
Silva (2008)	As estratégias no jogo quarto e suas relações com a resolução de problemas matemáticos	Diverso	Ensino Médio	Registros de: provas de conhecimento; prova de permutações; reaplicação de prova de conhecimento

Fonte: quadro elaborado a partir da leitura dos trabalhos localizados na UNICAMP

Silva (2008) nos apresenta seu objetivo de pesquisa “investigou se a promoção de sessões de intervenção com a utilização do jogo de regras “Quarto” poderia ser favorável às atividades de resolução de problemas de conteúdo matemático” (SILVA, 2008, RESUMO) e de antemão a autora expõe que utilizou basicamente a fundamentação no construtivismo de Piaget.

Assim, seu trabalho foi pautado nos conhecidos pré e pós- testes, no qual realiza um diagnóstico sobre os conhecimentos dos sujeitos, em seguida desenvolve uma intervenção e por fim valida ou não o procedimento adotado para produzir melhorias nos resultados através de um novo teste de conhecimento. A autora que utilizou questões do ENEM para os dois testes percebe que recorrer a uma intervenção como o jogo adotado contribui na obtenção de melhores desempenhos dos sujeitos investigados.

A pesquisa produzida por Taxa (1996) foi também fundamentada pela teoria do construtivismo de Piaget e não contribui diretamente com a presente investigação por tratar somente de problemas do campo multiplicativo associados ao uso de material concreto e com crianças das séries iniciais.

Pelo exame interno do trabalho de Bertonha (1989) diante do contexto temporal em que foi escrito se estabelecia o momento de atenção e preocupação com o abandono do ensino de geometria, também refletido por Pavanello (1989) que desenvolveu uma abordagem histórica, daí justifica-se a implantação de um mini- curso com estratégias de ensino dos conteúdos geométricos.

Tal percepção exposta pelas autoras, conduziram políticas de adequação dos conteúdos da Geometria a todos os anos da Educação Básica, tanto é que mais tarde os PCN (Brasil, 1998), documento emitido pelos Ministérios de Educação, separa em blocos os conteúdos matemáticos e um deles contempla especificamente a Geometria, o Espaço e Forma, e tal documento recomenda inclusive seu ensino associado aos demais conteúdos matemáticos.

Diferentemente das demais autoras, Silva (2007) referencia sua pesquisa nos fundamentos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1993), e seu objetivo é “analisar o uso que estudantes do nível médio de ensino fazem de registros de representação semiótica para resolver problemas matemáticos” (SILVA, 2007, RESUMO).

Outras referências examinadas no seu trabalho são de Mayer (1977) para definir um problema e Klausmeier (1977) o qual explica que sobre solução de um problema acontece pela recorrência a conceitos anteriormente aprendidos no âmbito da elaboração de estratégias para encontrar a resposta adequada.

A autora ainda nos convida a refletir sobre a diferença existente entre exercício e problema, para isso traz um exemplo do último e conclui que nele se exige reflexão sobre a estratégia.

> A situação seguinte é um exemplo de problema porque deixa evidente que o sujeito que irá resolvê-lo precisa buscar uma estratégia não

> evidente: Uma empresa quer economizar papel e acondicionar a maior quantidade possível do produto que vai exportar. Para isto, dispõe de um retângulo de papelão, de dimensão 20 cm x 30 cm. Ela deseja construir uma embalagem na forma de um prisma reto de base quadrada. Determine as dimensões do prisma considerando o gasto mínimo de papel e o maior volume possível (SILVA, 2007, p. 11).

De acordo com os resultados apresentados pela autora aos quatro problemas de matemática, os sujeitos constroem o registro em linguagem natural para explicar sua ideia no início ou no concluir da resolução, constituindo-se em uma conversão. E as estratégias mais presentes entre os sujeitos foram por meio de linguagem natural e aritmética.

Destarte, o exame desses trabalhos produzidos em outras instituições acadêmicas do país colaborou à medida que ofereceu outros pontos de vista em termos de fundamentação teórica, mas em geral validaram um tema de pesquisa que pode ser considerado clássico e atual ao mesmo tempo.

Não utilizamos a Teoria de Representação Semiótica, a opção aqui adotada foi tomar Polya (POLYA, 1978) como referência, já que esse autor propõe durante as discussões de diversos problemas matemáticos na obra, em sua maioria geométricos, os possíveis registros desenvolvidos por alunos, os desenhos e os cálculos como também as estratégias advindas e recomendadas em cada tipo de problema.

1.2 A construção de uma base teórica para o problema matemático e sua tipologia

Através de um levantamento bibliográfico de dissertações a respeito do tema da presente pesquisa foi possível identificar uma constante referência à obra *Arte de Resolver Problemas* da autoria de George Polya[12] (1978). A partir daí optamos por uma releitura da mesma com o intuito de ultrapassar os desdobramentos sugeridos pelo título e identificar elementos para a configuração de um problema matemático geométrico, ou seja, buscar possíveis características, conceitos e definições.

Antes mesmo de analisar a obra para identificar o entendimento do autor sobre o que seja um problema matemático geométrico, notamos por muitas vezes o uso da expressão “problema matemático”. E constatamos no processo de exame que em Polya

---

[12] Segundo Ramos, Mateus, Matias e Carneiro (2001, p. 10-11), George Polya (1897 – 1985) foi um húngaro que pesquisou em vário ramos da matemática e sua maior contribuição está relacionada a heurística da resolução de problemas matemáticos, publicou vários trabalhos em especial o livro: *How to Solve It* em português *A Arte de Resolver Problemas*, é referência para estudos indicativos à resolução de problemas.

(1978) não há uma definição explícita sobre o que é o referido problema. Possivelmente, o autor considerava que o entendimento já era claro, assim não se fazia necessária tal exposição, pois ao que tudo indica, para ele como matemático, já estava claro, conforme está posto na citação a seguir.

> O autor de um dicionário interessa-se pelo significado corrente das palavras. Ele aceita, evidentemente, esse sentido corrente e o enuncia, com toda a clareza que lhe for possível, sob a forma de uma definição. O matemático não se preocupa com o sentido corrente dos seus termos técnicos, pelo menos ele não está interessado nisso. O que "círculo", "parábola" ou outros termos técnicos dessa espécie possam ou não significar na linguagem corrente, pouco lhe importa. A definição matemática cria o significado matemático (POLYA, 1978, p. 48).

Entretanto, alguns recortes retirados da obra de Polya (1978) auxiliam no estabelecimento de um conjunto de entendimentos referentes a tal problema. Dessa forma, ao longo do livro são identificados usos de expressões para problema matemático, mas sem a apresentação de maiores esclarecimentos por parte do autor. A seguir são apresentadas algumas sentenças para ilustrar essa conclusão[13].

- "Os materiais indispensáveis à resolução de um problema matemático são certos itens relevantes do conhecimento matemático já adquirido" (POLYA, 1978, p. 6).
- "Um dos primeiros deveres do professor é não dar aos seus alunos a impressão de que os problemas matemáticos têm pouca relação uns com os outros "(POLYA, 1978, p. 10).
- "Ao resolver um problema matemático, partimos de conceitos muito claros, que estão razoavelmente ordenados em nossa mente" (POLYA, 1978, p. 128).
- "Num problema matemático perfeitamente formulado, todos os dados e todas as cláusulas da condicionante são essenciais e têm de ser levadas em conta" (POLYA, 1978, p. 128).

---

[13]As impressões e reflexões oriundas do exame da referida obra rendeu um artigo sob o título *Uma releitura do livro "A arte de resolver problemas" de George Polya (1978)*, apresentado e publicado nos anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), realizado na PUCPR em julho de 2013, em parceria com Mirleide Andrade Silva.

- “De fato, ao resolvermos um problema, sempre aproveitamos algum problema anteriormente resolvido, usando seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo” (POLYA, 1978, p. 36).

É possível, a partir dos fragmentos apresentados, identificar uma compreensão de Polya (1978) sobre o problema matemático como algo a ser trabalhado de forma hierarquizada, ou seja, do mais simples para o mais complexo. Ainda é possível inferir que para o autor a existência de um problema matemático deve-se ao fato de estar munido de conhecimentos prévios sobre um conteúdo relacionado. Outra constatação é uma concepção do problema matemático ser bem formulado apenas quando todos os dados forem úteis para a sua resolução.

O autor ainda provoca que se o problema for matemático, temos que recordar de problemas já resolvidos, de teoremas ou de definições. Na sua concepção, diante de um problema dessa espécie é necessário obter uma boa ideia e ela certamente contêm a noção de quais materiais serão úteis, nesse caso, teoremas ou problemas anteriormente resolvidos. Essa afirmação de Polya (1978) nos remete a um questionamento: e se o aluno ao ler o problema não conseguir relacioná-lo com outro ou se não conseguir fazer uso de nenhum teorema ou definição, o problema deixará de ser matemático?

A respeito de problemas não matemáticos, o autor em seu livro apresenta alguns exemplos como o jogo de palavras cruzadas enigma: “Num certo jogo de palavras cruzadas, precisamos procurar uma palavra de sete letras, cuja chave é: Num sentido ou noutro, é existir de novo” (POLYA, 1978, p. 79); e o problema da travessia do riacho - “Um homem primitivo deseja atravessar um riacho, mas não pode fazê-lo da maneira habitual porque o nível da água subiu desde a véspera. Por isso, a travessia tornou-se o objeto de um problema: “a travessia do riacho” é o x deste problema primário” (POLYA, 1978, p. 106).

A partir desses exemplos e dos recortes destacados da obra é possível identificar uma diferenciação entre problemas matemáticos e não matemáticos: um problema será matemático quando for necessária uma mobilização de conhecimentos matemáticos já adquiridos para solucioná-lo, como também, deve-se fazer uso de todos os dados presentes no problema e todas as condicionantes que farão parte do seu contexto. Enquanto que para a solução do problema não-matemático pode dispensar o ato em mobilizar conhecimentos exclusivamente matemáticos.

Outras passagens expostas na obra possibilitam um esclarecimento condizente com o fato da mobilização de conhecimentos matemáticos prévios no processo de resolução e inclusive são capazes de provocar outras reflexões relacionadas a tal entendimento.

> Se tivermos alguma experiência no trato de problemas matemáticos elementares, lembramos prontamente algum problema simples e conhecido ou, então, problemas que tenham a mesma incógnita. Se o problema proposto não for um daqueles simples problemas conhecidos, tentaremos naturalmente utilizar aquilo que nos for conhecido e aproveitar o resultado daqueles problemas simples. Tentaremos introduzir alguma coisa bem conhecida no problema e, assim fazendo, começaremos bem (POLYA, 1978, p. 38).

O recorte anterior expõe novamente esse apelo à busca pelo conhecimento prévio, seja de um conteúdo apropriado, de problema similar, de um teorema ou até mesmo de um exemplo. Por isso, na discussão dos problemas exibidos na obra, muitas vezes há sugestões tais como: considere a incógnita ou considere a conclusão. Segundo Polya (1978), estas formas de recomendar foram designadamente adaptadas aos problemas matemáticos, de determinação e de demonstração, respectivamente.

Nesse momento, é possível determinar o que autor estabelece como tipos de problemas matemáticos. Isso é mais um componente para caracterizá-los e construir nosso entendimento. A seguir apresento alguns recortes para o trato de uma tipologia do problema matemático.

- “Destacamos que todos os tipos de problemas, especialmente problemas práticos e, até mesmo, enigmas situam-se no campo da Heurística” (POLYA, 1978, p. 88).
- “O nosso problema pode ser algébrico ou geométrico, matemático ou não, um problema científico importante ou um mero enigma’ (POLYA, 1978, POLYA, 1978, p. 2).
- “O problema auxiliar é o meio pelo qual tentamos chegar ao nosso objetivo” (POLYA, 1978, p. 119).
- “Um problema será rotineiro se ele puder ser solucionado pela substituição de dados específicos no problema genérico resolvido antes, ou pelo seguimento, passo a passo, de algum exemplo muito batido” (POLYA, 1978, p. 124).
- “O objetivo de um problema de determinação é encontrar um certo objeto, a incógnita do problema” (POLYA, 1978, p. 124).

- ‘Os problemas de determinação podem ser teóricos ou práticos, abstratos ou concretos, problemas sérios ou simples enigmas” (POLYA, 1978, p. 124).
- “O objetivo de um problema de demonstração é mostrar conclusivamente que certa afirmativa, claramente enunciada, é verdadeira ou, então, que é falsa” (POLYA, 1978, p. 124).
- “Problemas práticos são diferentes, em muitos aspectos, dos problemas puramente matemáticos, muito embora os principais motivos e processos sejam essencialmente os mesmo em ambos os casos” (POLYA, 1978, p. 126).
- “Nos problemas práticos, temos uma grande multiplicidade de dados e de condicionantes” (POLYA, 1978, p. 128).
- “Ao estabelecermos e ao resolvermos problemas matemáticos derivados de problemas práticos, geralmente contentamo-nos com uma aproximação” (POLYA, 1978, p. 129).
- “Em problemas de todos os tipos, mas principalmente nos problemas matemáticos que não sejam simples demais, a notação adequada e as figuras geométricas constituem grandes e indispensáveis auxílios” (POLYA, 1978, p. 88).
- “As incógnitas, os dados e as condicionantes são mais complexos e menos nitidamente definidos num problema prático do que num problema matemático” (POLYA, 1978, p 127).

A primeira sentença expõe que em Polya (1978) não existia um problema denominado por heurístico, e sim o campo ou área do conhecimento chamada Heurística, a qual buscava compreender os diferentes procedimentos, raciocínios e soluções de um problema matemático. Por isso, compreendemos que estratégias diversificadas podem ser concebidas em vários tipos de problemas, não sendo necessário existir um problema especificamente heurístico.

Diante do exposto, também é possível verificar que o autor denomina por problema auxiliar como uma situação menos complexa que contenha elementos úteis ao problema inicial. Em outras palavras, o problema auxiliar se torna uma ponte até a solução do original. Por isso, diferentemente de classificá-lo como um tipo de problema matemático, direciona-se para considerar esse problema como uma estratégia a ser utilizada durante o processo de resolução.

Em se tratando da complexidade de um problema é possível verificar nos fragmentos, o de menor grau ou mais simplório o qual será denominado de rotineiro. O mesmo pode ser solucionado por meio de exemplos típicos, resolver um algoritmo, por exemplo, e não exige um raciocínio rebuscado. O contrário disso seria o chamado problema prático, pelo autor, onde requer um conhecimento mais abrangente, por vezes há uma diversidade de conteúdos nele contidos.

Esse tipo de problema é mais complexo e sofisticado, tanto é que Polya (1978) chega a tratá-lo em alguns momentos como não pertencente à categoria de problemas matemáticos; isso porque os dados, condicionantes e até as incógnitas nem sempre são definidas. Um exemplo claro exibido na obra é o problema da construção de uma barragem sobre um rio. Evidentemente possui uma variedade de conhecimentos e questões relacionadas no problema. A sua localização, dimensões, materiais, se atende às condições econômicas, se o resultado vai proporcionar energia elétrica ou irrigação, o prejuízo às navegações, os custos, entre outros.

Percebe-se que os problemas destacados por Polya (1978) são caracterizados através do seu enunciado e, por isso, consideramos o problema rotineiro quando para respondê-lo basta recorrer ou lembrar-se de exemplos apresentados, em alguns casos os dados contém a solução ou ainda o trabalho necessário é apenas a passagem da linguagem cotidiana para a linguagem matemática. E tomamos o problema prático como aquele que envolve além de conteúdos matemáticos na sua resolução outros conhecimentos de diferentes áreas da atividade humana.

Mas, independentemente da riqueza e complexidade de detalhes num problema prático, ele se aproxima e se torna matemático através da motivação e dos processos solucionadores frente ao problema. Isso porque “há uma impressão muito difundida de que os problemas práticos exigem maior experiência do que os problemas matemáticos. É possível, mas é muito provável que a diferença esteja na natureza do conhecimento necessário e não na nossa atitude para com o problema” (POLYA, 1978, p. 128).

Detectamos também as possibilidades de solução nos problemas matemáticos. Conhecendo-se a hipótese e a conclusão é possível responder um problema de demonstração. Polya (1978) nos esclarece que os mesmos são mais utilizados no ensino superior, enquanto que os problemas de determinação têm grande importância na Matemática elementar.

Esses últimos expõem dados e condições para encontrar a incógnita solicitada que pode variar a depender da situação envolvida. Numa novela policial é preciso encontrar o assassino, em problemas da álgebra elementar, um número é a incógnita, já num problema de traçado geométrico solicita-se a figura, esses são argumentos do autor para a compreensão de um problema de determinação.

Aqui vale destacar que existem outras classificações para os problemas matemáticos, como a apresentada por Dante (2005), pois em trabalhos como o de Trindade (2012) recorre-se a classificação por ele apresentada, enquanto que Polya (1978) é utilizado, em geral, para as discussões dos quatro passos: compreender o problema, em seguida elaborar um plano ou estratégia, na sequência executar o que foi planejado até obter a solução e por fim ainda indica um retrospecto, ou seja, uma revisão do que foi executado a fim de perceber algum equívoco e trazer segurança ao solucionador para a resolução de um problema. Para DANTE (2005) os problemas matemáticos podem ser classificados em seis tipos, conforme apresentado a seguir:

- Exercício de reconhecimento (objetiva o reconhecimento pelo aluno de algum conceito, definição ou propriedade);

- Exercícios de algoritmos (pretende-se a partir deles treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos prévios);

- Problemas-padrão (o enunciado contém sua solução e busca-se a transformação da linguagem comum em linguagem matemática por meio da identificação das operações e algoritmos essenciais para a resolução);

- Problemas- processo ou heurístico (geralmente a tradução para a linguagem matemática não é possível, nem se resolvem pela aplicação imediata de algoritmos, já que demandam disponibilidade de tempo para desenvolver uma estratégia para resolvê-lo);

- Problemas de aplicação (objetiva-se matematizar uma situação real através da organização dos dados em tabelas, traçando gráficos, realizando operações, entre outros, exigindo pesquisa e levantamento de dados);

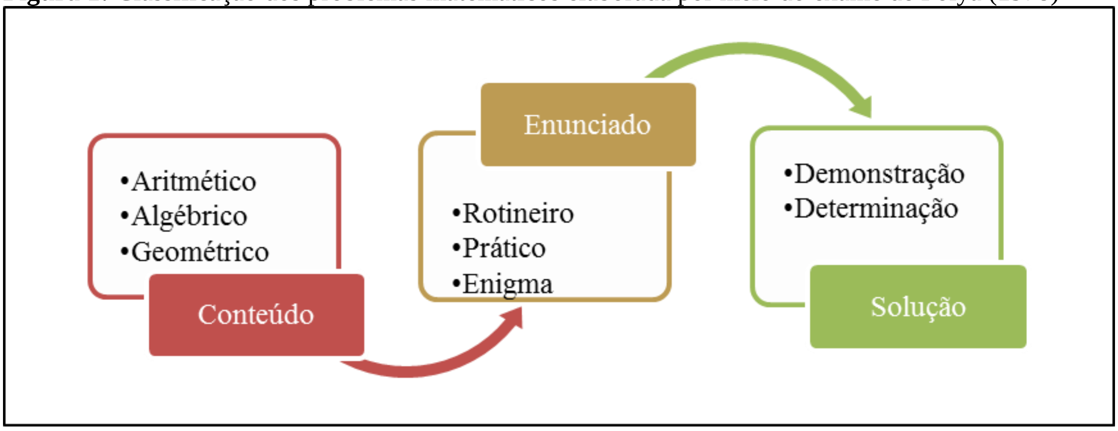
- Problemas de quebra-cabeça (em geral depende de um *golpe de sorte* ou da percepção de algum *truque* para a resolução).

É possível identificar uma proximidade e semelhança entre a tipologia de problemas matemáticos apresentados por Dante (2005) e a examinada na obra de Polya (1978). Certamente o primeiro autor, apropriou-se dos tipos de problemas anteriormente observados por Polya (1978), há cerca de seis décadas, pois a primeira tiragem da obra *A Arte de Resolver Problemas* ocorreu em primeiro de agosto de 1944, e sintetizou-os na classificação exposta nas sentenças anteriores.

Desse modo, considerando os problemas rotineiro e prático para Polya (1978) encontramos suas correspondências no que Dante (2005) chama de problema- padrão e problema de aplicação, respectivamente. Os conhecidos enigmas passam a ter a nomenclatura de problemas de quebra-cabeça em Dante (2005).

Para a tipologia adotada para análise dos dados, optamos por identificar a partir do conteúdo, enunciado e solução. Por isso, interligamos cada tipo de problema matemático com o conteúdo a ele intrínseco, e a partir do entendimento nas expressões e situações ilustradas por Polya (1978), foi construído a classificação apresentada a seguir.

Figura 1: Classificação dos problemas matemáticos elaborada por meio do exame de Polya (1978)



Fonte: elaborada a partir de informações postas em Polya (1978).

Utilizamos essa classificação em nosso trabalho para investigarmos as estratégias através de problemas com conteúdo geométricos, dotados de enunciado rotineiro, prático e enigma e que requisita solução por determinação. A remoção de problemas de demonstração ocorreu porque os mesmos são usualmente do ensino superior, além de, em geral, não serem encontrados nos livros didáticos adotados na educação básica.

Outra constatação, também posta na figura 1, é que Polya (1978) atrela um problema a um conteúdo matemático. E a partir do exame efetuado na obra do autor, é possível contabilizar os tipos de problemas a partir dos conteúdos.

Tabela 1: Quantificação dos problemas matemáticos por conteúdo em Polya (1978)

Conteúdo imbricado	Aritmético ou outro	Algébrico	Geométrico
Quantidade de problemas	02	05	16

Fonte: elaborada a partir de informações postas em Polya (1978).

A título de exemplo como problemas associados a um conteúdo matemático ilustrados na obra de Polya (1978), tem-se o aritmético, no qual solicita "Escrever números usando cada um dos dez algarismos de uma vez, de tal modo que a soma desses números seja exatamente igual a 100" (POLYA, 1978, p. 53). O algébrico, que almeja "Encontrar dois números cuja soma é 78 e cujo produto é 1296" (POLYA, 1978, p. 74) e também o geométrico, nesse pede-se para "Calcular a largura e a altura de um prisma reto, de base quadrada, sendo dados o volume, 63 cm^3, e a área da superfície, 102 cm^2" (POLYA, 1978, p. 75).

A seguir apresento exemplos retirados de *A Arte de Resolver Problemas* dos problemas geométricos a partir da tipologia de cada enunciado que é adotada na presente pesquisa.

Quadro 4: problemas geométricos que Polya (1978) classifica por meio do enunciado relacionado.

Exemplo	Enunciado	Página
No centro da cobertura retangular de um edifício, que tem 21 metros de comprimento e 16 metros de largura, instala-se um mastro de 8 metros de altura. Para amarrar o mastro, precisamos de quatro cabos iguais. Estes partem do mesmo ponto, 2 metros abaixo do topo do mastro, e são fixados nos quatro cantos da cobertura do edifício. Qual será o comprimento de cada cabo?	Prático	13
Calcular a área S da superfície lateral de um tronco de cone circular reto, sendo dados o raio da base inferior R, o raio da base superior r e a altura h.	Rotineiro	60
Inscrever um quadrado num triângulo dado. Dois vértices do quadrado devem situar-se sobre a base do triângulo e os dois outros sobre os dois lados do triângulo, um em cada.	Enigma	15

Fonte: elaborada a partir de informações postas em Polya (1978).

A maioria dos problemas abordam no enunciado os conteúdos geométricos, inclusive neles, o autor afirma constantemente o tipo de problema apresentado. Polya (1978) utiliza termos como problema geométrico, problema da Geometria Plana, Espacial, Analítica e de traçado geométrico. Compreendemos que a ênfase dada a tal conteúdo em detrimento aos demais, pode ser pelo fato da possibilidade de explorar visualmente alguns conteúdos por meio da Geometria favorecendo o entendimento do leitor.

A percepção de constante referência aos conteúdos geométricos na obra produziu desdobramentos no sentido de estabelecer o entendimento sobre como se caracteriza o problema do tipo geométrico. Isso será útil na presente pesquisa e era nosso objetivo inicial nessa seção. Por isso, a seguir constam alguns recortes expostos na obra de Polya (1978).

- Ao resolvermos um problema geométrico, podemos acrescentar novas linhas a figura, linhas auxiliares (POLYA, 1978, p. 69).

- Figuras são, não apenas o objeto dos problemas geométricos, como também um importante auxílio para problemas de todos os tipos, que nada apresentam de geométrico na sua origem (POLYA, 1978, p. 82).

- Se o nosso for um problema geométrico, teremos de considerar uma figura, que pode estar em nossa imaginação ou ser desenhada no papel (POLYA, 1978, p. 82).

- Figuras traçadas no papel são fáceis de preparar, de reconhecer e de lembrar. As figuras planas nos são particularmente familiares, os problemas de Geometria Plana, especialmente acessíveis (POLYA, 1978, p. 85).

- Com o auxílio de representações geométricas apropriadas, procuramos tudo expressar em linguagem gráfica, tentamos reduzir problemas de qualquer tipo a problemas geométricos (p. 85).

É possível inferir pela última sentença que, de fato, o autor utiliza, em maior parte, os conteúdos geométricos nos problemas contidos na sua obra, justamente por considerar o favorecimento da interpretação e compreensão de um problema, muitas vezes, quando o mesmo recebe um tratamento geométrico. Pois, é natural que um indivíduo procure esquematizar graficamente seu raciocínio.

Assim, problemas de conteúdos geométricos ou simplesmente, problemas geométricos, são aqueles que contribuem no desenvolver de um entendimento privado para compreender, descrever, argumentar e demonstrar a sua possível estratégia de solução. A conclusão apresentada foi baseada em Polya (1978) e retomada atualmente nos PCN (Brasil, 1998).

Não se torna enfadonho relembrar que o tema dessa dissertação refere-se às estratégias de resolução de problemas geométricos. Por isso, com o suporte encontrado na *Arte de Resolver Problemas* e as reflexões dela trazidas sobre esse tipo de problema, consideramos a necessidade da seção seguinte destacar aspectos relacionados as estratégias.

1.3 As estratégias de resolução de problemas geométricos.

Mais uma vez, amparada pela obra de Polya (1978), procurei identificar estratégias possíveis para a resolução de problemas matemáticos geométricos. E incialmente coloco a pergunta: o que move um sujeito a buscar a resolução de um problema?

> O espaço dedicado pelos jornais e revistas populares a palavras cruzadas e a outros enigmas parece revelar que as pessoas passam algum tempo resolvendo problemas sem aplicação prática. Por trás do desejo de resolver este ou aquele problema que não resulta em nenhuma vantagem material, pode haver uma curiosidade mais profunda, um desejo de compreender os meios e as maneiras, as motivações e os procedimentos da resolução (POLYA, 1978, p. VI)

Segundo Polya (1978), pelo que está posto na citação anterior, há uma predisposição natural do ser humano para resolver problemas sem grandes expressões e repercussões imediatas na sua vida cotidiana. Como já apresentado anteriormente, os problemas podem ser de diversas naturezas, enigmas, práticos e rotineiros. O caso exposto no recorte refere-se aos enigmas inclusos em publicações impressas diariamente com caráter jornalístico para a população. O conhecimento de possibilidades, caminhos, estratégias e truques para solucionar problemas talvez seja o combustível para motivar o indivíduo, isto é, a recompensa se resume ao domínio de técnicas ou estratégias de solução e isso se torna tão suficiente ao ponto de se transformar numa espécie de estímulo.

Problemas com tais características foram usados por nós na construção do instrumento preliminar para a coleta de dados junto aos protagonistas da pesquisa: alunos de ensino fundamental.

Apesar dos quatro passos indicados na *Arte de Resolver Problemas*, a saber: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, sua execução e o retrospecto, nota-se que a montagem de uma estratégia de resolução acontece exatamente na idealização do plano. E esse somente existe quando se conhece, no mínimo, os cálculos ou desenhos necessários para obter a solução. Mas Polya (1978) insiste em revelar a possível condição labiríntica do encaminhamento de um plano de resolução.

A primeira recomendação em Polya (1978) que pode ser caracterizada como uma possível estratégia de resolução de problema geométrico é referente à construção de figuras compostas de dados e incógnitas. E em seguida, o autor sugere que pode ser útil concretizar o problema apresentado, como por exemplo, associar a área de um paralelepípedo qualquer à área de uma sala de aula, a qual denota a mesma forma geométrica, em geral, e contém os mesmo elementos, comprimento, largura, altura e diagonais.

Mas essa sugestão de concretizar um problema matemático geométrico, nem sempre ocorre ao próprio estudante, o qual necessita de um plano para execução. Por isso o autor recomenda que o professor propicie de maneira discreta, por meio de indagações e sugestões, a tão almejada ideia luminosa.

"Além disso, quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos" (POLYA, 1978, p. 3). Por consequência, Polya (1978) acredita no surgimento, por parte dos alunos, de algum interesse pelo problema, mesmo que a prática seja por imitação. Essa ação recomendada, expressa que a resolução de problemas idealizada pelo autor tende a um recurso didático, pois nas exposições em salas de aula, comuns e reais, onde o professor resolve exemplos e indica exercícios de nível similar, bastará ao aluno imitar e seguir o modelo anteriormente explanado.

Em outras passagens do texto o autor reafirma tal ponto de vista:

- "Se a mesma indagação for proveitosamente repetida, dificilmente o estudante deixará de notá-la e será induzido a formular, ele próprio, essa indagação em situação semelhante" (POLYA, 1978, p. 3).

- “A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática” (POLYA, 1978, p. 3).
- “O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e praticar” (p. 3).
- “Se o leitor ficar suficientemente familiarizado com essa lista e conseguir perceber, por detrás da sugestão, a ação sugerida, ele verá que a lista enumera, indiretamente, operações mentais típicas, úteis para a resolução de problemas” (POLYA, 1978, p. 1).
- “Examine o método que o levou a resolução, para caracterizá-lo e utilizá-lo em outros problemas” (POLYA, 1978, p. 27).
- “De fato, ao resolver um problema, sempre aproveitamos algum problema anteriormente resolvido, usando o seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo” (POLYA, 1978, p. 36).
- “Vantagem dessa natureza não haverá se não houver um problema, já anteriormente resolvido, que tenha a mesma incógnita do problema proposto. Em casos tais, torna-se muito mais difícil enfrentar este problema” (POLYA, 1978, p. 39).
- “A tentativa de relembrar problemas que tenham a mesma incógnita constitui um recurso óbvio e sensato” (POLYA, 1978, p. 40).
- “O futuro matemático aprende, como todos, pela imitação e pela prática. Ele deverá procurar, para imitar, o modelo certo. Deverá observar o professor que o estimula a competir com um colega capaz” (POLYA, 1978, p. 102).

A partir dos recortes expostos, é possível afirmar que para Polya (1978) as ações diante de um problema matemático devem ser pautadas nos modelos internalizados anteriormente pelo indivíduo. Sempre que são conhecidos alguns elementos relacionados ao problema, sua solução é possível.

Aqui vale destacar que em alguns momentos do texto de Polya (1978) há uma insistência, em muitos dos fragmentos acima, pelo ato de imitar. E isso pode ser um indicativo que talvez o aluno fique condicionado somente a decorar e armazenar em sua mente os passos desenvolvidos pelo professor diante de um determinado problema matemático.

Já em relação a resolver um problema pela tentativa de associá-lo a algum semelhante ser um recurso óbvio e sensato, optei por examinar o termo recurso. O qual consiste numa "ação ou efeito de recorrer, meio, expediente (para superar dificuldade, resolver problema, etc.)" (XIMENES, 2000, p. 639). Assim, quando se lança mão ou utiliza-se de algo, por exemplo, um problema já resolvido, e o mesmo facilita ou auxilia uma solução, estamos lidando com um recurso.

Em se tratando de problema matemático de uma maneira geral, Polya (1978) nos orienta a, se preciso, reformar o problema. Essa estratégia está acompanhada de atitudes tais como: torná-lo genérico, particular, análogo e até mesmo abandonar uma parte da condição existente, entre outras.

Quando Polya (p. 41) utiliza a metáfora "É bom lembrar do homem que não podia ver a floresta por causa das árvores", ele assume a necessidade de um cuidado quando for particularizar um problema, já que os detalhes em demasia podem nos fazer perder de vista o objetivo principal.

Há recomendações bem claras e específicas para resolver um problema geométrico na obra *A Arte de Resolver Problemas,* numa delas é observado que

> [...] se o nosso for um problema geométrico, teremos de considerar uma figura, que pode estar em nossa imaginação ou ser desenhada num papel. [...] Um detalhe visualizado em nossa imaginação pode ser esquecido, mas o mesmo detalhe desenhado no papel ali permanece, de tal maneira que, quando a ele voltamos, relembramos as observações anteriores, com isto nos poupamos tempo e trabalho (POLYA, 1978, p. 82).

O autor preza muito pelas ilustrações como estratégia para solucionar problemas geométricos. Uma figura quando construída e/ou bem compreendida, funciona como um conjunto de informações que podem ser acessadas e produzir significados em problemas matemáticos. E por isso mesmo, as figuras são compostas por elementos, os quais requerem ocasionalmente notações.

> Um passo importante na resolução de um problema é a escolha da notação. Ela deve ser feita cuidadosamente. O tempo inicialmente dispensado em escolher a notação pode muito bem ser compensado mais tarde, pois evitamos com isto hesitações e confusões. Além do mais, ao escolhermos cuidadosamente a notação, teremos de pensar detidamente nos elementos que precisam ser denotados. (p. 98).

Claro que, no fragmento anterior as notações são recomendadas em problemas dotados de outros conteúdos também, principalmente algébricos. Mas sabemos da importância de estabelecer os símbolos adequados em cada componente de uma figura, deste modo, tornam-se as suas características. Daí incorporar notações nas figuras passa a ser uma estratégia num problema geométrico.

Resumidamente, os problemas geométricos oriundos do livro *A Arte de Resolver Problemas* recebem recomendações bem semelhantes, em relação as estratégias sempre no sentido de confeccionar uma figura, utilizar as notações adequadas, comparar a situação presente com alguma vista anteriormente e se possível associá-la a um esquema da realidade, objetos manipuláveis.

CAPÍTULO II- A UTILIZAÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO PARA A ELEIÇÃO DOS PROBLEMAS GEOMÉTRICOS E DOS SUJEITOS DA PESQUISA.

Neste capítulo é apresentado o processo para elaboração dos instrumentos e os sujeitos da pesquisa. O primeiro instrumento, um questionário, foi construído a partir do livro didático de Matemática adotado nas unidades de ensino da rede municipal de Aracaju-SE. Por existir, segundo Trindade (2012), uma uniformidade dos livros da "Coleção A Conquista da Matemática" de autoria de Giovanni Jr e Castrucci (2009), em quase todas as escolas, foi assumido o entendimento que dessa forma haveria por parte dos alunos, sujeitos da pesquisa, uma provável familiarização com os livros, os conteúdos e os problemas contidos nele. Consequentemente, não haveria uma reação de estranhamento por parte dos alunos, ainda que eles não gostassem de sua utilização, certamente a crítica sobre o distanciamento da sua realidade escolar seria, em geral, nula.

Desta forma, o livro didático tornou-se elemento favorável na escolha dos sujeitos da pesquisa, ou seja, as escolas da rede municipal são o universo da pesquisa, bem como potencializou a construção do instrumento preliminar, os questionários com problemas geométricos para os estudantes, no âmbito do conhecimento das estratégias adotadas.

A explanação é iniciada com a delimitação da amostra, ou seja, os sujeitos da pesquisa, origem, perfil e opiniões. Em seguida, conduziremos o percurso na obtenção de um instrumento para aplicação de problemas matemáticos geométricos aos sujeitos. E por último a idealização de um roteiro de entrevistas com os alunos que apresentaram diferentes estratégias de resolução. O mesmo está disponível nos apêndices deste trabalho.

2.1 Os sujeitos da pesquisa: a formação do elenco de protagonistas das estratégias de resolução

Conforme exposto anteriormente, uma das motivações dessa pesquisa é proveniente da sua vinculação ao Núcleo de Investigação sobre História e Perspectivas Atuais da Educação Matemática- NIHPEMAT, cujo objetivo é compreender o processo de constituição da Matemática como uma disciplina escolar em Sergipe, levando em consideração a legislação, a prática docente, formação de professores e os livros didáticos. Por isso, a conveniência em tomar como universo as escolas da rede municipal de Aracaju, capital do estado sergipano.

A fim de conhecer o quantitativo dessas instituições e suas localizações na cidade, solicitamos junto a Secretaria Municipal de Educação (SEMED) esses dados para os fins da pesquisa. Após tal obtenção, observamos a inviabilidade em desenvolver nossa pesquisa no total de vinte e quatro unidades de ensino[14], já que o período dedicado à pós-graduação na modalidade mestrado tem duração de dois anos (2012.1 a 2013.2) e o fechamento da proposta final de pesquisa ocorreu no segundo semestre de 2012. Outro agravante foi o regime de greve estabelecido pela categoria dos docentes da rede municipal.

Ocasionalmente, esse momento também nos levou a refletir sobre a aplicação do instrumento em todos os anos do Ensino Fundamental maior, ou seja, do 6º ao 9º anos. Nossa consideração foi no sentido de remover o 6º ano da amostra de sujeitos, já que, estaríamos passíveis de turmas sem nenhum contato com os conteúdos de geometria contidos no livro didático ou no programa de curso.

Justificamos tal fato ainda, pela ausência de acesso ao plano de unidade ou curso de cada turma e sendo o 6º ano, aquele no qual se iniciam os trabalhos desse nível de ensino, haveria alto risco de nos depararmos com situações de rejeição ao instrumento pela não abordagem, ainda, de conteúdos necessários a esse fim.

Sobre a impossibilidade de uso das 24 escolas, refletimos sobre um razoável critério para eleger as possíveis participantes da investigação e a decisão tomada foi considerar as quatro regiões geográficas da grande Aracaju: Norte, Sul, Leste e Oeste, e tornar uma escola, em cada uma dessas regiões, parceiras da pesquisa.

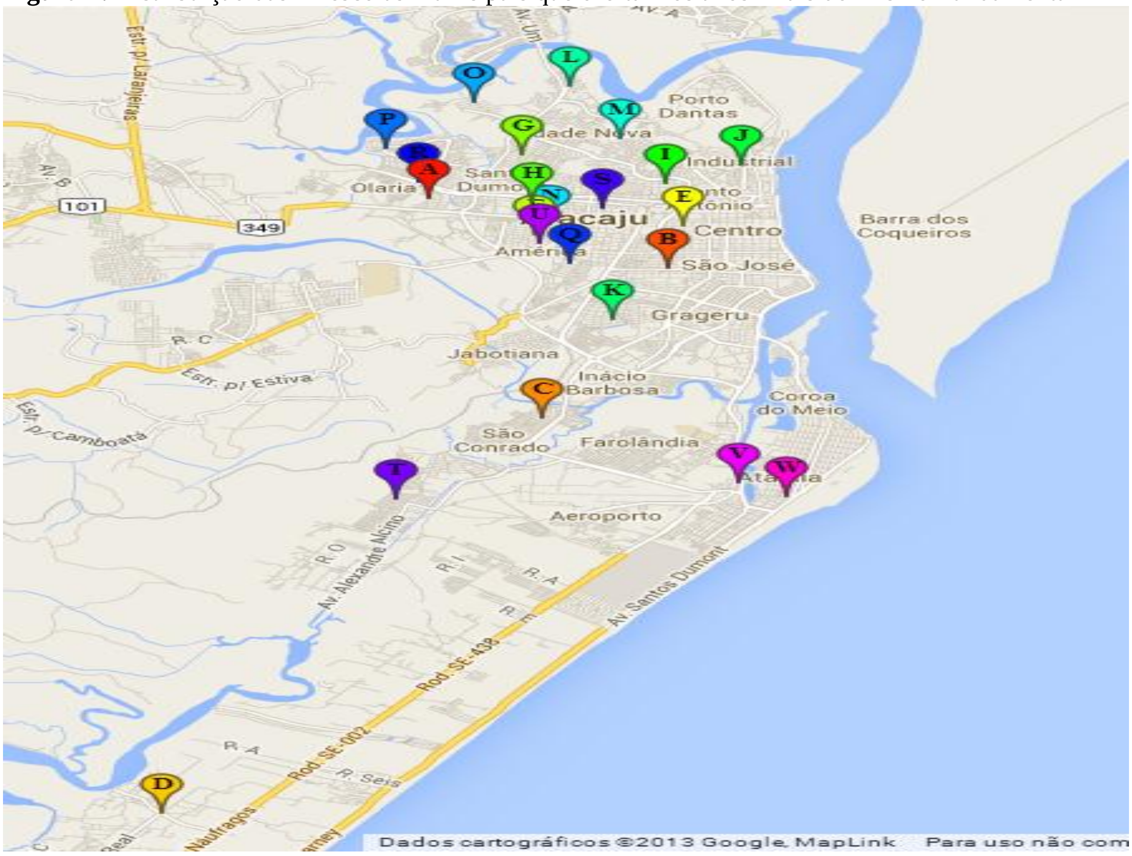
Pensar em contemplar o município da melhor maneira possível e viável tornou-se nosso objetivo; para tanto, recorremos ao mecanismo da localização geográfica[15] através da lista de endereços das unidades fornecida pela SEMED com o auxílio da ferramenta da web Google Maps.

---

[14] As escolas que ofertam o Ensino Fundamental I e II no município aracajuano correspondem à somatória de quarenta e duas unidades, das quais a quantidade exibida e utilizada nos dados exclui as ofertantes apenas de Ensino Fundamental I.

[15] No mapa confeccionado não estão contidas todas as unidades de ensino da lista obtida pela SEMED, já que dezoito delas ofertam apenas o Ensino Fundamental I (também recebe a nomenclatura de anos iniciais do Ensino Fundamental, corresponde ao período compreendido do 1º ano ao 5º ano pela última Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional sob nº 9394/96).

Figura 2: Distribuição das 24 escolas municipais que ofertam os anos finais do Ensino Fundamental



A partir da figura percebe-se uma concentração de unidades de ensino no trecho entre as regiões Leste e Oeste da capital sergipana, mais precisamente no intervalo centro-oeste. Entretanto, a tentativa foi dividir o município de maneira a obter as quatro regiões necessárias. Com isso, tomamos as escolas G, L, M e O como situadas no Norte. As escolas C, D, T, W e V como localizadas no Sul do município. Já a região Leste comporta as unidades B, E, I e J. Enquanto as unidades A, P e R pertencem a região Oeste.

Entretanto apareceu outra inquietação: como escolher as quatro escolas (uma por região) para a pesquisa? Surgem algumas possibilidades, e dentre elas a mais criteriosa é levar em conta o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) das unidades e considerar a escola dotada de menor índice por região na grande Aracaju.

O IDEB foi criado pelo Inep em 2007, em uma escala de zero a dez. Sintetiza dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: aprovação e média de desempenho dos estudantes em língua portuguesa e matemática. O indicador é calculado a partir dos dados sobre aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar e médias de desempenho nas avaliações do Inep, o Saeb e a Prova Brasil. (BRASIL, 2013).

Vale ressaltar que ao conduzir a busca pelos IDEB no *site* do Ministério da Educação, conferimos, mais uma vez, a não oferta em algumas escolas da rede municipal dos anos finais do ensino fundamental, público alvo da nossa pesquisa. Desse modo eliminamos as mesmas da seleção da amostra. Por isso, o quantitativo expresso na Figura 2 e na Tabela 2 é inferior ao disponível na lista emitida pela SEMED a respeito da totalidade de unidades de ensino.

Tabela 2: IDEB (8º e 9º anos) das escolas municipais do Ensino Fundamental de Aracaju-SE em 2011

ESCOLA	IDEB OBSERVADO
ESC MUN DE ENS FUND JORNALISTA ORLANDO DANTAS	3,4
ESC MUN DE ENS FUND PROFª MARIA THETIS NUNES	3,1
ESC MUN DE ENS FUN JUSCELINO KUBITSCHEK	3,2
ESC MUN DE ENS FUND ANISIO TEIXEIRA	3,0
ESC MUN DE ENS FUND GEN FREITAS BRANDAO	***
ESC MUN DE ENS FUND JOSE CONRADO DE ARAUJO	1,7
ESC MUN DE ENS FUND PROFº FLORENTINO MENEZES	2,9
ESC MUN DE ENS FUND PROF JOSE ANTONIO DA COSTA MELO	3,0
ESC MUN DE ENS FUND PROFº JOSÉ ARAUJO SANTOS	***
ESC MUN DE ENS FUND SANTA RITA DE CASSIA	2,9
ESC MUN DE ENS FUND OLGA BENARIO	2,6
ESC MUN DE ENS FUND ALENCAR CARDOSO	***
ESC MUN DE ENS FUND SABINO RIBEIRO	*
ESC MUN ENS FUN PROF ALCEBIADES MELO VILAS BOAS	***
ESC MUN ENS FUND PRES TANCREDO NEVES	***
ESC MUN ENS FUND SERGIO FRANCISCO DA SILVA	***
ESC MUN ENS FUND JOAO TELES MENEZES	3,1
ESC MUN DE ENS FUND CARVALHO NETO	2,0
ESC MUN DE ENS FUND DEPUTADO JAIME ARAUJO	2,4
ESC MUN DE ENS FUND MANOEL BOMFIM	3,4
ESC MUN DE ENS FUND MAL HENRIQUE TEIXEIRA LOTT	***
ESC MUN DE ENS FUND OVIEDO TEIXEIRA	3,8
ESC MUN DE ENS FUND PRESIDENTE VARGAS	3,5
ESC MUN DE ENS FUND PROFESSOR LAONTE GAMA DA SILVA	3,3

Fonte: dados copiados de uma tabela obtida na página do Inep (BRASIL, 2013)

OBS.:
* Número de participantes na Prova Brasil insuficiente para que os resultados sejam divulgados.
** Solicitação de não divulgação conforme Portaria Inep nº 410.
*** Sem média na Prova Brasil 2011.

De posse das notas do IDEB DE 2011 e conhecendo as localizações das escolas foi possível delimitar a amostra em quatro unidades.

Quadro 5: As unidades para a coleta de dados das estratégias de resolução de problemas geométricos

Região	Ideb	Unidade
Sul	2,9	Esc Mun de Ens Fund Prof. Florentino Menezes
Norte	2,4	Esc Mun de Ens Fund Dep Jaime Araujo

Leste	3,0	Esc Mun de Ens Fund José Antonio da Costa Melo
Oeste	3,4	Esc Mun de Ens Fund Jorn Orlando Dantas

Fonte: quadro elaborado após delimitar amostra de sujeitos para a pesquisa

Para iniciarmos as visitas as unidades de ensino, confeccionamos os instrumentos de coleta de dados (ver apêndice 3) que será apresentado na próxima seção do capítulo. O primeiro contato presencial com as escolas ocorreu e foi possível após a apresentação de um documento[16] destinado a cada unidade escolar, e emitido pelos gestores da secretária municipal de educação, autorizando nosso acesso a cada instituição para o desenvolvimento da pesquisa.

Não houve recusa em nenhuma escola para colaboração à pesquisa, mesmo assim ocorreram imprevistos que causaram prejuízo temporal na coleta de dados. A título de exemplo, temos a distorção entre os calendários escolares. Enquanto algumas estavam no período de aulas, outra finalizava a segunda unidade letiva e, além disso, uma delas não estava funcionando no endereço informado pela SEMED, pois o local encontrava-se em reforma. E ao localizarmos e visitarmos a mesma, provisoriamente instalada em outro bairro, fomos surpreendidas com a notícia que entrariam em período de férias com retorno em setembro de 2013.

Esses contratempos talvez encontre justificativa na autonomia em cada gestão e comunidade escolar ou pelas consequências do intervalo grevista, mas, salvo o caso da escola que passava por um período de reforma estrutural, teria sido melhor se os calendários estivessem uniformizados.

A unidade da zona Norte que fora transferida temporariamente para outra localidade no centro da capital, informou a previsão de retorno das férias em 17 de setembro. Contrariamente a isso, nas várias tentativas[17] de contato com a gestão da mesma, fomos notificadas sobre o não imediato retorno do período letivo por estarem aguardando a burocracia do poder executivo em liberar as aulas na unidade já reformada. Pela ausência de uma precisão temporal, decidimos escolher outra unidade da região com nota do IDEB também inferior, a fim de não prejudicar o andamento da

[16] O documento emitido pela SEMED e que expressa um convite às escolas selecionadas de rede municipal para uma parceria na pesquisa não se encontra nos apêndices por ser única via entregue pela SEMED. A primeira visita, para solicitar participação na pesquisa, ocorreu no dia 29 de julho de 2013.

[17] O período de tentativas em desenvolver a investigação na referida escola durou, após informada data de retorno, cerca de três semanas. Isso porque, éramos encorajadas e incentivadas a aguardar o retorno do funcionamento da escola pelos próprios gestores. Mas, ao nos dar conta da realidade do período letivo nas outras unidades, optamos por não adiar mais a coleta de dados pela exclusividade de uma escola.

pesquisa. A escola eleita pelos critérios já destacados, foi a EMEF João Teles Meneses com nota 3,1 no IDEB do ano de 2011, e claro localizada na região Norte da capital sergipana.

A partir desse momento, apresento de forma resumida e individualmente cada uma das quatro unidades onde foi desenvolvida a pesquisa. Para descrevê-las e montar um perfil em cada turma participante, utilizamos algumas anotações a respeito das visitas de campo, uma espécie de diário de bordo sem a construção da narrativa, e os dados obtidos numa caixa de identificação. Os dados apresentados foram sexo, idade, repetência, gosto pela Matemática e o entendimento sobre problema matemático.

A primeira escola de aplicação do instrumento foi Escola Municipal de Ensino Fundamental Jornalista Orlando Dantas, localizada na região Oeste, na proximidade da BR 349 com acesso a BR 101, rota que permite o deslocamento a outras cidades e estados. As visitas ao bairro Veneza onde situa-se a escola, ocorreram nas datas cinco e seis de agosto de 2013.

A unidade contém três pavimentos, sendo um deles para os setores administrativo, coordenação, corpo docente e biblioteca. As salas de aula possuem boa iluminação e arejamento, carteiras em relativo bom estado de conservação e utilizam-se tanto quadro branco, para uso de pincéis atômicos, quanto quadro negro, para uso de giz. As turmas de 7º ano a 9º ano têm suas aulas no turno vespertino sendo que o primeiro horário tem início às 13h.

A Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor José Antônio da Costa Melo foi a segunda unidade da coleta de dados. Está localizada ao bairro Getúlio Vargas na região Leste, muito próxima ao centro da cidade, onde se desenvolvem as atividades comerciais. As coletas de dados com a aplicação do instrumento foram agendadas e ocorreram nas datas seis e nove de agosto de 2013.

Entretanto, durante a aplicação na turma B do sétimo ano, alguns se recusaram adentrar na sala para participar, preferiram permanecer na quadra de esportes, já que era momento pós-intervalo (4º e 5º horários) e estavam sem aula efetivamente. Aqueles alunos que aceitaram o convite deixaram todo o instrumento em branco, sob a influência inicial de um deles, o qual alegou não ser capaz de responder o questionário por falta de conhecimento dos conteúdos. Assim que tal aluno expressou sua decisão e devolveu o instrumento, todos os outros alunos fizeram o mesmo. Por isso, foi necessário agendar outra data para aplicar na outra turma de sétimo ano, concretizando-se no dia quinze de agosto de 2013.

As instalações da unidade comporta um prédio de dois pisos, sendo os setores administrativos, ambiente para corpo docente, refeitório com espaço físico superior aos padrões das demais unidades, biblioteca e algumas salas de aula situadas no primeiro piso, enquanto que as demais salas e coordenação pedagógica encontram-se no segundo piso. Contém também um pavimento desmembrado no térreo para Educação Infantil (series iniciais) e uma excelente quadra de esportes com arquibancada e cobertura.

Uma característica que determina um diferencial nessa unidade escolar é o sistema implantado da mobilidade durante os horários de aulas. Espécie de adaptação de um modelo americano no qual cada docente situa-se e permanece numa sala de aula e os alunos, durante os cinco horários de aulas, é que se deslocam até o local onde está instalado o docente da disciplina. Esse formato segundo a coordenação foi sugerido no intuito de criar autonomia e responsabilidade aos estudantes, mas entramos em concordância ao verificar a circulação em massa dos alunos a cada cinquenta minutos como prejudicial em alguns aspectos, dentre eles, o grande ruído produzido nos corredores e consequentemente os atrasos as chegadas às aulas, já que os mesmos se distraem durante o deslocamento.

As salas de aula são bem iluminadas e arejadas, carteiras em bom estado de conservação e utilizam-se tanto quadro branco, para uso de pincéis atômicos, como também quadro negro, para uso de giz. As turmas de 7º ano a 9º ano têm suas aulas no turno matutino sendo que o primeiro horário tem início às 7h.

A terceira escola de aplicação do instrumento foi Escola Municipal de Ensino Fundamental Florentino Menezes, localizada na região Sul, na qual se encontra a zona litorânea cercada por praias e a presença do setor pesqueiro, principalmente o desenvolvimento da captura de mariscos. Nas datas vinte e oito de agosto e onze de setembro de 2013 ocorreram as visitas ao bairro Mosqueiro (endereço na lista de unidades fornecida pela SEMED, mas segundo os moradores a tal localidade é conhecida como bairro ou povoado Areia Branca).

Vale ressaltar que as datas foram em períodos afastados para as visitas pelo desenvolvimento de algumas atividades na unidade tais como gincana e provas.

A unidade é constituída por quatro pavilhões, sendo um deles para o setor administrativo, coordenação, corpo docente e biblioteca. Possui uma quadra poliesportiva e um anexo para refeitório. As características das salas de aula são: boa iluminação e arejamento, carteiras em relativo estado de conservação, dotadas de data-show e utilizam-se de quadro branco para uso de pincéis atômicos. As turmas de 7º ano a 9º ano têm suas aulas no turno vespertino sendo que o primeiro horário tem início às 13h.

A Escola Municipal João Teles Menezes como já esclarecido anteriormente, foi a substituta de outra unidade da região Norte, na qual não foi possível desenvolver a pesquisa por questões de viabilidade temporal. Por tal motivo, o trabalho nesta escola aconteceu já muito depois das demais unidades. O primeiro contato para entrega de documento solicitando a participação na pesquisa ocorreu no dia sete de outubro de 2013 e para evitar maiores prejuízos no atraso da coleta de dados, insistimos para que o período a ser liberado pela escola fosse o mais breve possível em caráter de urgência.

O dia seguinte já havia liberação para aplicar os instrumentos, no entanto ao chegar à unidade fomos notificadas sobre a liberação dos alunos por causa do curso, ofertado pela SEMED, que docentes estavam participando numa instituição em outra localidade. A orientação foi no sentido da possibilidade de retornar no dia posterior.

Desse modo fizemos e, no entanto, neste dia nove de outubro de 2013 também suspenderam as aulas com o argumento de que os alunos participariam de um torneio. Ao questionarmos a falta de coerência com as informações e liberações as nossas ídas inúteis à escola e sobre o período para real possibilidade de aplicação do instrumento, a secretaria destacou que os dias nove e dez haveria torneio, dia onze seria data comemorativa para dia dos professores com festividades na escola e na semana seguinte não haveria aulas nos dias quatorze e quinze de outubro em decorrência de período para feriado letivo do dia dos professores. A sugestão foi que entrássemos em contato na quarta-feira dia 16 de outubro.

Na referida data o contato foi estabelecido e finalmente nos dias dezessete e dezoito de outubro aplicamos o instrumento de coleta de dados nas turmas. A escola situada na região Norte é próxima ao Hospital Universitário e por estar numa zona periférica apresenta infraestrutura carente. Mas de certa forma há arborização, contém três pavilhões, dois deles localizam-se as salas de aula e o outro contempla a secretaria, sala administrativa, sala de docentes e biblioteca.

As salas de aula são ventiladas e possuem iluminação regular, além disso, as carteiras estão em bom estado de conservação e nas salas há quadros brancos para uso de piloto atômico. As turmas de 7º ao 9º anos de Ensino Fundamental funcionam no turno matutino e as aulas iniciam-se às 13h.

Foi aplicado um total de 263 instrumentos com problemas geométricos nas quatro escolas, e desses apenas nove alunos retornaram em branco, ou seja, sem nenhum tipo de resposta e de registro.

Tabela 3: Quantitativo de questionários aplicados nas unidades de ensino

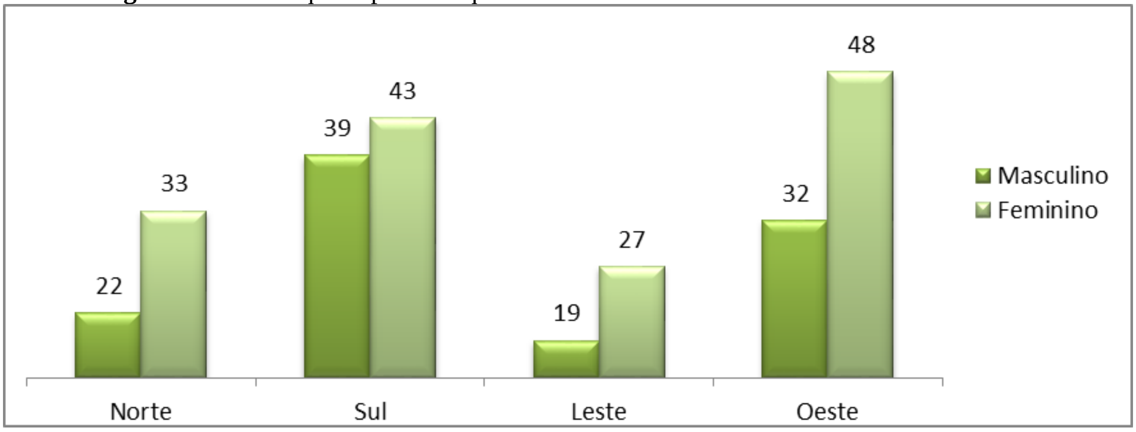
Ano	EMEF Norte	EMEF Sul	EMEF Leste	EMEF Oeste
7º	23	28	13	30
8º	23	16	16	28
9º	09	38	17	22
Subtotais	55	82	46	80

Fonte: elaborada a partir de informações coletadas junto aos sujeitos da pesquisa.

Em relação à faixa etária dos alunos de 7º ano das unidades de ensino, observa-se o intervalo de 11 (onze) a 15 (quinze) anos de idade, entretanto na EMEF Oeste a turma participante limita-se aos 13 (treze) anos de idade. Situação semelhante acontece nas turmas de 9º ano pesquisadas, em geral, as idades variam de 13 (treze) a 17 (dezessete) anos, enquanto que na mesma escola da região Oeste a faixa etária é abaixo em relação às demais, compreendendo até os 15 (quinze) anos de idade.

Já nas turmas de 8º ano que participaram da pesquisa nota-se uma considerável diferença na faixa etária dos alunos, pois a sua grande maioria apresentam episódios de repetência. Há casos de intervalo de dois anos, por exemplo, na unidade EMEF Leste a variação está entre 12 (doze) e (14) catorze anos de idade, mas também existem situações como a da unidade EMEF Sul na qual as idades compreendem de 13 (treze) a 19 (dezenove) anos.

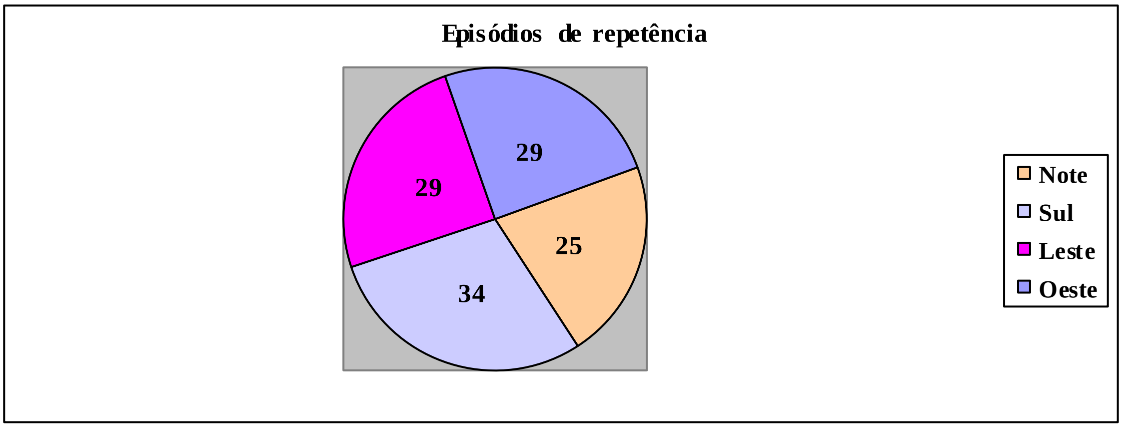
Figura 3: Gráfico que expressa o quantitativo de cada sexo das unidades de ensino



Nas quatro unidades observa-se que o número de meninas se sobrepõe ao de meninos, esse fato se repete em cada turma pesquisada por escola, sendo que o único caso onde ocorreu um equilíbrio entre o quantitativo dos dois sexos foi no 8º ano da EMEF Leste com 8 (oito) estudantes para cada um dos sexos.

No que diz respeito às repetências dos alunos, as turmas de 7º ano das unidades EMEF Leste e EMEF Norte apresentam em torno de 47% cada uma desses episódios. Já nas turmas de 8º ano das escolas ocorrem que mais da metade dos alunos são repetentes, os índices com maior proximidade sendo 62,5% e 68,7% nas unidades do Leste e do Sul, respectivamente. Para o 9º ano apenas a EMEF Leste confere um quantitativo significativo de repetentes, cerca de 76,5%, enquanto que as unidades do Oeste e do Norte equiparam-se em pequenos índices em média 20% cada uma delas.

Figura 4: Gráfico correspondente ao número de repetentes em cada unidade de ensino



Fonte: **gráfico elaborado pelos dados obtidos dos alunos provenientes da caixa de identificação nos instrumentos**

As informações anteriormente discutidas foram geradas pela análise de respostas ao quadro de identificação dos questionários, o qual além de solicitar tais dados, contém outros campos, por exemplo, gostar de Matemática. A respeito desse gosto, os alunos responderam de maneiras distintas, tanto quando a resposta era positiva quanto negativa. As expressões[18] utilizadas pelas turmas de 7º ano para justificar o gosto pela disciplina, em geral, foram sintetizadas como útil posteriormente: "ajuda meu futuro pela frente", "vamos usar isso no futuro", "quando eu ficar maior, eu vou usar muito", "porque eu aprendo mais e tudo precisa da Matemática", "muito legal, muito importante para nosso futuro", "eu preciso quando eu crescer", "porque ajuda no nosso dia-a-dia", "é boa e ajuda a gente" e "porque é uma matéria muito importante".

Mas também surgiram considerações de outra ordem, tais como: "porque a pessoa desenvolve mais em números", "eu aprendo a pensar Matemática", "porque eu gosto de números", "faz a gente pensar mais", "porque exercita a memória", "porque eu gosto de fazer cálculos", "porque eu gosto de resolver contas" e "deixa mais inteligente e melhora a minha mente".

Pelo visto, os alunos associam à Matemática a função de desenvolver um raciocínio mais hábil e preciso. Quando esboçam o interesse pela disciplina por sua utilidade no futuro, nota-se uma espécie de preocupação com os âmbitos profissionais e acadêmicos a serem seguidos pelos estudantes. Certamente os mesmos observam a utilização das ferramentas matemáticas no seu cotidiano e também na posterior vida adulta.

Já quando o assunto é não gostar da disciplina Matemática, as respostas estão associadas ao quão difícil consideram aprendê-la, com isso os alunos de 7º ano concluíram que "tenho muita dificuldade para aprender", "porque é muito complexo", "muito chato e complicado", "eu não entendo muito", "porque ela é chata e exaustiva para nossas cabeças". Outras respostas para não gostar de Matemática foram: "muitos problemas", "tem muito cálculo", "porque é de contas", "quebra muito a cabeça" e "porque eu não sou bom em Matemática".

Esses argumentos nos revelam algumas possibilidades para uma aversão a disciplina. Podem existir dificuldade e ausência de afinidade com a característica exata da Matemática, podemos inclusive pensar que as aulas de Matemática têm sido essencialmente focadas em cálculos, sem utilização de metodologias de ensino no

---

[18] Justifico a ausência de identificações dos sujeitos nos recortes por se tratar de usos de expressões comuns a vários alunos, ou seja, a maioria das opiniões se repetia tanto para alunos de mesma escola quanto para aqueles de unidades de ensino distintas. Por isso, ao observar tal fato, realizei uma lista dos argumentos apresentados de maneira geral entre os sujeitos.

favorecimento do estímulo de interesse e do consequente aprendizado, como também a não construção de uma ponte com a realidade do aluno.

As expressões do gosto, simpatia e interesse dos alunos de 8º ano, participantes da pesquisa, pela Matemática foram bem diversificadas, mas novamente surgiu a questão da sua importância para a vida futura: “porque a Matemática ajuda”, “é muito importante pra mim”, “me ajuda no dia-a-dia”, “porque é importante na vida”. Demonstrando assim, a contribuição de uma disciplina escolar nas ações e relações em sociedade.

Outras afirmações de alunos do referido ano para exibir o gostar da Matemática foram as seguintes: “porque eu adoro contas”, “dar um pouco de dor de cabeça e é divertido”, “eu aprendo coisas novas”, “porque é uma aula interessante”, “porque contém muito cálculo”, “porque eu me identifico com essa matéria” e “porque eu entendo o que o professor explica e sei fazer algumas coisas”.

Parece-nos que em turmas de 8º ano existe não apenas uma afinidade com a disciplina, pois quando consideram a Matemática divertida e interessante, possivelmente têm acesso a mecanismos para tornar a Matemática mais agradável aos alunos, seja uma aula diferenciada, seja uma exposição e explicação mais atenta à compreensão, dentre outros.

No oitavo ano das unidades escolares, novamente o não gostar de Matemática está atrelado ao fracasso na aprendizagem da disciplina. Os alunos destacam que “tenho dificuldade”, “acho chato e difícil”, “porque não gosto de contas”, “porque eu me complico muito”, “porque é meio difícil de entender”, “não tenho um bom desempenho” e “porque não sou boa em fazer contas”.

Mas uma opinião sobre não gostar de Matemática nos surpreendeu pela percepção exclusiva de um aluno quando diz: “porque não se evolui muito” (8º Leste-M7). Tal afirmação apresenta uma denúncia de que muitos alunos podem esta vendo em sala de aula, muitas repetições de conteúdos sem avançar a conhecimentos mais complexos, e pode nos conduzir a reflexão de qual ensino está sendo desenvolvido nas salas de aula? Será a Matemática tida como ultrapassada por alguns alunos? Mas não estamos nesse momento, interessadas em sanar tais inquietações, podemos enquanto pesquisadores e professores questionar diariamente nossas ações e suas contribuições para a tão almejada aprendizagem significativa.

Fica claro que alunos de 7º e 8º anos defendem a disciplina Matemática pela sua utilidade nas atividades diárias e futuras. Já outros alunos das mesmas turmas de ensino fundamental, também compartilham de mesmo ponto de vista ao admitirem uma rejeição à disciplina, caracterizando-a como chata, difícil e exaustiva. Os conteúdos matemáticos abordados nestes dois anos são, em geral, distintos e na evolução para o ano seguinte, ocorre uma espécie de maturidade dos sujeitos, tornando-se inclusive, capazes de perceber diferenças entre métodos de ensino.

As justificativas para gostar de Matemática nas turmas de 9º ano seguem, em geral, no mesmo âmbito dos demais anos finais do ensino fundamental, sempre atrelando a disciplina a sua importância no futuro ou na vida cotidiana: “muito fundamental”, “porque tem coisas que queremos aprender mais no dia-a-dia”, “porque tem muita coisa interessante e a gente vê muito no nosso dia-a-dia”, “estarei preparando o meu futuro”, “gosto de cálculos, aliás, da Matemática que está na nossa vida” e “a Matemática é boa e sem ela não conseguimos aprender nada”.

Verifica-se mais uma vez o valor atribuído ao papel da Matemática enquanto disciplina para contribuir na formação cidadã. Existiram poucos relatos envolvendo o sucesso na Matemática como motivo para gostar da mesma: “porque eu tenho bom desempenho” e “é a única matéria que tiro nota dez”. Logo, independentemente dos resultados quantitativos com a disciplina, o aluno consegue visualizá-la como favorável, útil e importante na sua vida, nas atividades desenvolvidas e nas relações estabelecidas na sociedade.

Em relação ao motivo para não gostar de Matemática, nas turmas de 9º ano são reveladas respostas sobre a dificuldade intrínseca à disciplina e o constante uso e abuso de cálculos para aparentemente desenvolver apenas objetivos procedimentais. Os alunos dizem que: “não entendo”, “é muito complicado” e “porque as questões são muito complexas”, e também relatam que: “porque eu tenho que prestar atenção várias vezes”, “é muito número”, “porque tem muito cálculo”, “porque é chato”, “porque o conteúdo é só cálculo” e “porque não gosto de fazer contas”.

Também no quadro de identificação constava um pergunta referente ao que se entende por problema matemático. E as respostas obtidas são de duas ordens, específica a disciplina e voltada à aplicabilidade no cotidiano.

Exemplos da primeira percepção são as seguintes: “algo que devemos calcular para achar o resultado”, “conta que utiliza todas as unidades matemáticas, adição, subtração, multiplicação e divisão”, “são conjuntos de números que formam problemas e conjuntos”, “cálculos para serem resolvidos com bastante atenção”, “equações, frações”, “são difíceis porque têm letras, números e tudo mais”, “calcular contas, expressões matemáticas”, “é fácil praticar na hora, agora é muito difícil pra memorizar”, “eu entendo que tem que armar contas para dar o resultado exato”, “que é alguma coisa para resolver”, “quando tem algumas questões com probleminhas” e “um cálculo ou uma fórmula a ser resolvida”.

Os argumentos anteriores mostram que os alunos dos anos finais do ensino fundamental da rede municipal de Aracaju- SE, em geral, compreendem o problema matemático como aquele que requer as operações matemáticas e todos os conteúdos relacionados à disciplina.

Por outro lado, formaram-se opiniões mais genéricas sobre o que se trata um problema matemático, a saber: “temos que prestar atenção para poder aprender o problema”, “que são um jeito de melhorar a nossa vida no dia-a-dia”, “a vida é uma Matemática, tudo que fazemos é uma Matemática”, “é um problema que qualquer pessoa pode responder, mas não são todos que entendem”, “que são apenas treinamentos para aprimorar os nossos conhecimentos”, “uma conta do dia-a-dia”, “tudo que é da Matemática”, “eles são bons para a mente”, “importante para nosso futuro emprego” e “entendo que são questões que envolvem vários assuntos matemáticos de uma vez só”.

Não fica claro o real sentido que atribuem ao problema matemático nessas falas, entretanto nota-se a relevância cedida a ele, já que os alunos o consideram necessários para lidar com diversas situações e novamente reconhecem a disciplina Matemática como importante nas atuais e futuras atividades a serem desenvolvidas por eles na vida adulta.

2.2 Os problemas geométricos a partir do livro didático e a entrevista coletiva

Com a decisão tomada sobre analisar as estratégias de resolução dos problemas geométricos dos alunos de 7º ao 9º anos da rede municipal de Aracaju- SE, tornava-se necessário elaborar um instrumento para coletar os registros dos alunos. Esse instrumento, ou ainda questionário, deveria conter problemas de conteúdos geométricos para cada ano do nível de ensino eleito na pesquisa.

Nesse momento o livro didático, na verdade mais precisamente a "Coleção A Conquista da Matemática" de 6º ao 9º anos dos autores Giovanni Jr e Castrucci (2009), contribuiu para a identificação do universo de sujeitos, todos os alunos da rede municipal de Aracaju, bem como para a eleição dos problemas a serem aplicados com os alunos.

A última publicação da coleção de Giovanni Jr. e Castrucci (2009) faz parte do PNLD- Plano Nacional do Livro Didático dos anos 2011, 2012 e 2013. Logo, foi realmente adotada por escolas brasileiras, inclusive as municipais de Aracaju.

No início desse capítulo destacamos o fato da adoção, na maioria das escolas, de tal coleção de livros na disciplina Matemática. Trindade (2012) já sinalizava essa constatação, a qual recebeu recente confirmação numa pesquisa intitulada *Continuidade(s) e ruptura(s) nos livros didáticos "A conquista da Matemática": como ensinar a partir de orientações metodológicas da Educação Matemática*, tal investigação é derivada também do grupo de pesquisa NIHPEMAT.

Pelo exame de Moreira (2013), os autores da "Coleção A conquista da Matemática" não obedecem integralmente às recomendações dos PCN a respeito da organização dos conteúdos em blocos. Assim, referindo-se aos blocos como campos, a autora expõe que "é possível entender que a distribuição linear dos conteúdos não favorece a articulação entre os campos temáticos" (MOREIRA, 2013, p. 52).

Essa forma de organização dos conteúdos pode indicar um prejuízo ao aprendizado que segundo os documentos deveriam, em geral, estabelecer conexões entre si, porém tal fato não interferiu diretamente na seleção dos problemas para a presente investigação. Assim, vislumbramos a possibilidade de extrair os problemas matemáticos geométricos dessa coleção no intuito de criar uma aproximação da pesquisa à realidade escolar dos sujeitos.

Reaproveitando o exposto na segunda seção do capítulo anterior, Dante (2005) aborda seis tipos de problemas matemáticos e alguns deles são encontrados na coleção de livros didáticos usados nas escolas. Tal observação foi realizada tanto por Trindade (2012) como por Moreira (2013). Entretanto, diferentemente das duas pesquisas, durante a escolha dos problemas para a confecção dos instrumentos, fui à busca inicialmente de um quantitativo de dez para cada um deles, mediante a classificação sugerida por Polya (1978).

No intuito de confeccionar instrumentos contendo uma variedade de problemas, chegamos as quantidades de nove, oito e dez problemas para os instrumentos de 7º, 8º e 9º anos, respectivamente. Outro motivo para estabelecer esses quantitativos foi a tentativa de resultar no mínimo número possível de instrumentos em branco. Todos os três instrumentos ou questionários constam no apêndice 3 e recebe tratamento analítico e qualitativo dos dados obtidos por eles no capítulo seguinte.

Os anos do Ensino Fundamental para aplicação do questionário são os sétimo, oitavo e nono, porém utilizei os livros didáticos correspondentes ao ano anterior a cada um deles. E os conteúdos geométricos, presentes segundo Moreira (2013) na coleção, mais precisamente nos livros de 6º ao 8º anos, não sofreram grandes alterações desde a primeira edição publicada. As geometrias plana e espacial são abordadas em todas as edições. Além disso, a autora identificou que conteúdos como polinômios, equação de 2º grau e teorema de Pitágoras são apresentados por meio de estratégias geométricas.

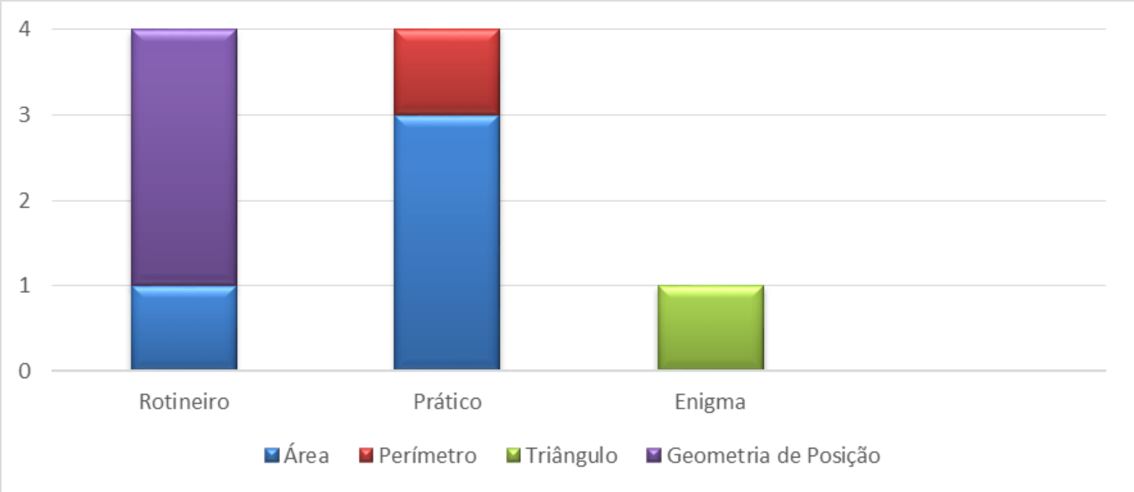
Para a eleição dos problemas nos livros didáticos levamos em conta também o que trata o capítulo intitulado "Conteúdos da Matemática para o ensino fundamental" dos PCN de 5ª a 8ª séries (BRASIL, 1998), onde adotamos o bloco de conteúdos Espaço e Forma para nortear a escolha dos problemas dos instrumentos de coleta.

Todas essas informações e análises construíram uma base segura para a seleção dos problemas matemáticos geométricos na coleção de Giovanni Jr. e Castrucci (2009). E novamente recorri a Polya (1978), no sentido de realizar cada escolha lembrando a quem seria direcionado os instrumentos, ou seja, o aluno, pois as respostas trazidas pelo mesmo podem estar relacionadas aos estímulos que recebe na apresentação dos problemas.

Por isso, "O problema deve ser bem escolhido, nem muito fácil nem muito difícil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado a sua apresentação natural e interessante" (POLYA, 1978, p. 4) para possivelmente obtermos uma boa resposta dos sujeitos aos instrumentos.

Considerando os conteúdos do bloco Espaço e Forma (BRASIL, 1998) e os tipos de problema matemático geométricos em Polya (1978) iniciamos a seleção dos problemas. No livro didático de Giovanni Jr e Castrucci (2009) do 6º ano tomamos nove problemas para construir o instrumento para o sétimo ano do Ensino Fundamental.

Figura 5: Gráfico dos nove problemas geométricos aplicados em turmas de 7º ano



Fonte: elaborada a partir da análise do instrumento de 7º ano

De acordo com o bloco de conteúdos Espaço e Forma (BRASIL, 1998), o livro didático do 6º ano contém geometria plana com estudo das figuras, suas áreas e perímetros, retas, semirretas e posições relativas. Além disso, levamos em conta os tipos de problemas geométricos segundo (Polya, 1978), em sua maioria, os rotineiros encontram espaço no livro didático utilizado para construção do instrumento.

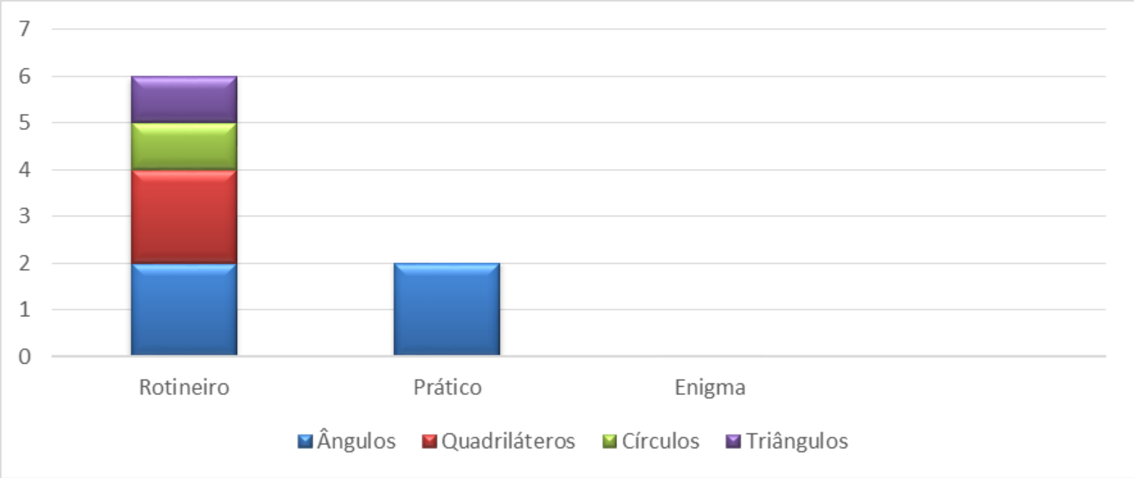
Entretanto, na seleção dos problemas não houve o prevalecimento desse único tipo de enunciado, contrariamente a isto, o instrumento ficou composto pela mesma quantidade de problemas rotineiros e práticos, quatro de cada tipo. Além disso, encontramos o único caso de tipologia enigma para todos os instrumentos, por meio da noção de triângulo.

Os três problemas práticos sobre área abordam situações envolvendo atividades tais como: a pintura de uma parede, a confecção de uma cruz de madeira e a construção de uma quadra de esportes num pátio escolar. Outro problema com o mesmo tipo de enunciado trata do conteúdo específico perímetro, à medida que se dá voltas numa praça quadrada.

Os problemas que tratam da geometria de posição são todos rotineiros e contêm a condição de existência de uma reta, segmentos e semirretas. E assim, foi formado o questionário com nove problemas para as turmas de 7º ano das quatro escolas da rede municipal aracajuana.

Para a aplicação de instrumento nas turmas de oitavo ano, utilizamos o livro didático do 7º ano (GIOVANNI JR e CASTRUCCI, 2009) e dele extraímos os oito seguintes problemas.

Figura 6: Gráfico dos oito problemas geométricos utilizados no instrumento para as turmas de 8º ano



Fonte: elaborado através da análise dos problemas do instrumento para turmas de 8º ano

Para construir esse questionário, observamos os conteúdos geométricos específicos contidos num dos livros da “Coleção A Conquista da Matemática”, o de 7º ano, são eles: ângulos, quadriláteros, triângulos e círculos. Pelo exame do conteúdo e dos problemas referidos do livro, em geral, o bloco Grandezas e Medidas, organizado nos PCN, tem maior notoriedade nesse ano de ensino fundamental.

Na busca por problemas para compor o instrumento, utilizamos, em superioridade, aqueles de enunciado rotineiro, isto porque, os problemas práticos localizados no livro são relacionados ao bloco de conteúdos mencionado anteriormente, com situações relacionadas a, por exemplo: medidas usadas numa receita de bolo, medida de capacidade através da quantidade de copos num litro de suco, dentre outros.

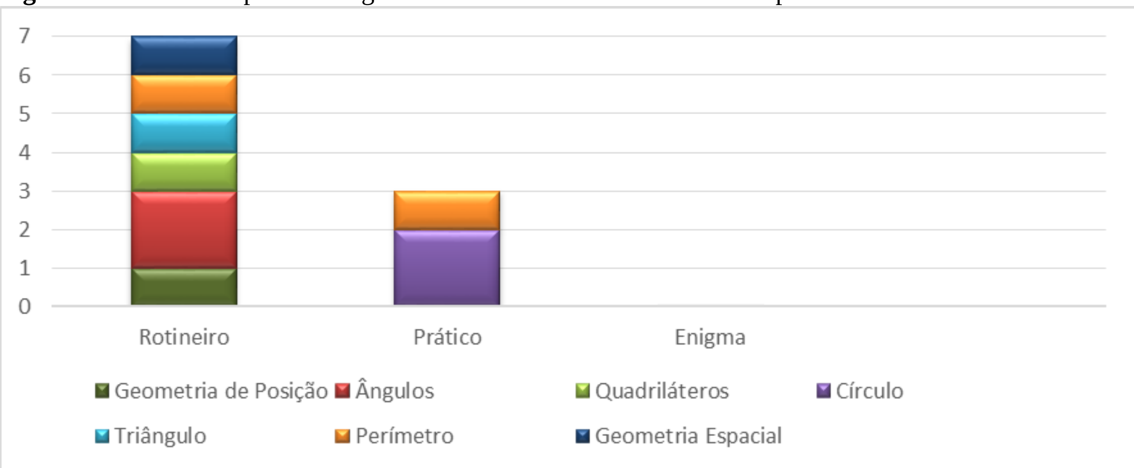
Desse modo, os únicos problemas práticos no instrumento para turmas de 8º ano foi referente ao deslocamento dos ponteiros de um relógio e outro as medidas solicitadas num transferidor de 180°, ambos agregando o conteúdo geométrico ângulos.

Já os problemas rotineiros, um quantitativo de sete, expõem suas diversidades pelos conteúdos abordados. No tratamento de ângulos se questionava sobre as medidas de complemento, suplemento e bissetriz. Para a abordagem relacionada aos quadriláteros era necessário identificar os nomes por meio das características exibidas nas figuras e num outro problema, para alcançar a figura solicitada era preciso conhecer as propriedades dos quadriláteros.

Outros dois problemas rotineiros tratam do número de dobras de um círculo para obter certa quantidade de partes e da possibilidade de existência de um triângulo com dois ângulos retos. Nesse âmbito, se desenvolveu um instrumento para alunos de 8º ano através do livro didático do ano anterior de ensino fundamental.

O último instrumento para coletar as estratégias desenvolvidas pelos alunos foi montado pela utilização do livro didático do 8º ano, mas para a aplicação aos alunos de 9º ano do ensino fundamental. Os conteúdos geométricos mais presentes explicitamente são círculo e circunferência, quadriláteros, triângulos, área e volume dos sólidos.

Figura 7: Gráfico dos problemas geométricos utilizados no instrumento para turmas de 9º ano



Fonte: elaborado através da análise dos problemas do instrumento de 8º ano

Nesse instrumento, assim como ocorreu no caso anterior, houve a ausência de problema de enunciado enigma, pois não conseguimos localizar no livro didático de 8º ano nenhum problema desse tipo imbricado aos conteúdos geométricos.

Dos três problemas práticos, dois abordam sobre círculo com situações da aplicação e atividade humana, a medida da capa de um CD (círculo inscrito num quadrado) e a distância entre um ponto na extremidade de uma praça circular para chegar ao centro. O terceiro problema prático retrata o perímetro do tampo de uma mesa octogonal. A respeito desse conteúdo geométrico específico tem-se outro problema, porém com enunciado rotineiro, no qual a referência é um retângulo.

Dos problemas rotineiros, pode-se notar os tratamentos de geometria de posição e espacial, ângulos, triângulos e quadriláteros. Para esse instrumento, de 9º ano, foi possível verificar uma maior diversidade de conteúdos geométricos, o que resultou num questionário com boa distribuição de tópicos a serem trabalhados com alunos de 8º ano do ensino fundamental.

Podemos observar a presença dos problemas geométricos específicos sobre triângulos nos três anos pesquisados, entretanto em termos de outros conteúdos geométricos existe uma relativa distância de um ano para o outro do ensino fundamental maior. O trabalho com área, por exemplo, aparece apenas no instrumento de 7º ano. Já para a abordagem da geometria espacial o único quesito utilizado consta exclusivamente no questionário de 9º ano.

Os instrumentos de coleta de dados, ou seja, os questionários com problemas geométricos foram aplicados em quatro unidades de ensino da rede municipal aracajuana no período mencionado na seção anterior deste capítulo. Posteriormente a aplicação dos mesmos, desenvolvemos uma análise quantitativa e examinamos os registros a fim de identificar as primeiras estratégias adotadas pelos participantes.

Após aplicação e análise dos instrumentos de cada participante da pesquisa, estabelecemos a reunião dos questionários dotados de registros com estratégias relativamente diferenciadas. A escolha não observou apenas os casos em que as respostas estavam corretas, levei em conta as ideias claras ou curiosas desenvolvidas durante a construção do registro.

Tabela 4: Quantitativo de participantes da entrevista em coletivo em cada unidade de ensino

Ano	EMEF Norte	EMEF Sul	EMEF Leste	EMEF Oeste
7º	02	03	02	03
8º	02	02	02	03
9º	02	03	02	02
Subtotais	06	08	06	08

Com isso, a tentativa foi agrupar em média 10% dos alunos em cada turma para participar das entrevistas em coletivo. A referida entrevista possui a característica de ser semiestruturada, isto é, no seu desenvolvimento podem ocorrer improvisos ainda que se porte um roteiro[19] estruturado de perguntas. Assim, quando uma questão era lançada o protagonista poderia apresentar uma resposta capaz de sanar as dúvidas de outra questão.

Outro comportamento desse tipo de entrevista está na sua possibilidade em coletivo, isso ocorreu por meio da análise dos registros e das evidências de situações semelhantes e também por oportunizar aos alunos que pensaram diferente, defender seu argumento perante outro colega. Esse fator talvez tenha contribuído inclusive para

[19] O roteiro para a realização das entrevistas semiestruturadas pode ser localizado nos anexos desse trabalho.

otimizar o tempo de permanência nas unidades, já que muitas vezes os alunos eram liberados pelos seus professores durante as aulas ou ainda os mesmos precisavam aguardar finalizar as avaliações nas disciplinas.

Ao iniciar cada entrevista, os participantes foram inteirados do nosso objetivo em conhecer as ideias, conclusões e argumentos deles para confeccionar os registros e também informei sobre a futura exposição de suas falas transcritas na pesquisa. Nesse momento do convite, foi entregue a cada participante uma carta de cessão para que seus responsáveis autorizassem a utilização da entrevista para os fins da investigação acadêmica.

Vale destacar que apenas um responsável se recusou a liberar a participação do aluno e do uso de sua entrevista, portanto as falas do mesmo foram descartadas durante a transcrição e conservamos somente a de sua colega de turma, pois ambos foram entrevistados em coletivo.

CAPÍTULO III – ESTRATÉGIAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS: UMA ANÁLISE A PARTIR DOS REGISTROS E DA ENTREVISTA COLETIVA

Após coletar os dados por meio da aplicação do primeiro instrumento, o questionário, foi realizada uma análise quantitativa com intuito de traçar um quadro geral sobre as estratégias utilizadas pelos alunos. Nesse momento estava interessada em identificar os tipos de respostas e de registros, pois esses últimos, já estabelecem estratégias executadas pelos alunos.

Em seguida, classifiquei diferentes estratégias diante dos problemas. E a partir daí selecionei os sujeitos que foram convidados a compor o grupo de participantes para a entrevista, que foi realizada de forma coletiva.

Foram observados alguns aspectos que demonstraram notoriedade nos registros dos alunos, tais como: únicos casos de respostas finais corretas em turmas que predominantemente ocorreram equívocos, recurso a ilustrações por meio de figuras, cálculos com utilização dos valores dados no problema, mas não havia clareza nos critérios para realizar o procedimento aritmético, as escritas, uso da linguagem natural, com argumentos dotados de curiosos conhecimentos prévios e experiência cotidiana, dentre outros.

Tais características em alguns instrumentos de coleta chamaram a atenção a ponto de conduzir a seleção dos sujeitos que os produziram para o convite nas entrevistas em coletivo por ano nas unidades de ensino.

A partir das entrevistas tornou-se possível esclarecer situações em que o registro não era suficiente para a compreensão de cada estratégia. Os diálogos produziram argumentos claros e, em outras, os alunos diziam não lembrar como produziram suas respostas, e inclusive houve relatos de terem copiado os registros de algum colega.

Vale destacar que os sujeitos receberam codificações para preservar suas identidades da seguinte maneira: Ano- Região geográfica em que a escola está inserida - Sexo- Nº de ordem na análise do questionário. Então, por exemplo, se o aluno receber a nomenclatura 9SulF4, significa que corresponde à estudante do 9º ano da região sul aracajuana do sexo feminino e que foi numerada na ocasião da análise dos dados do primeiro instrumento, como número quatro.

Nesse capítulo irei me ater aos problemas em que foram possíveis tecer maiores análises ou verificar estratégias diferenciadas na resolução, apesar de conter nos apêndices os três instrumentos na íntegra com todos os problemas aplicados aos alunos.

Optamos por uma apreciação preliminar aos vinte e nove problemas utilizados na pesquisa ao notarmos aproximações entre alguns deles, seja por instrumento a cada ano ou em instrumentos distintos. Assim foi possível estabelecer uma análise mais fluida das compreensões e estratégias dos sujeitos que cursavam o mesmo ano e ainda uma fusão entre as considerações de alunos dos anos dos anos finais do ensino fundamental.

A seguir são apresentadas duas seções para um exame dos dados coletados, com destaque para as respostas dos sujeitos diante dos problemas geométricos e seus argumentos para construir as soluções. No primeiro momento a análise foi desenvolvida observando, separadamente, cada um dos três anos do ensino fundamental e na seção posterior tem-se uma articulação entre os problemas dos instrumentos e as estratégias advindas para estabelecer as compreensões e argumentos dos alunos nas suas particularidades e generalizações.

3.1 Estratégias em cada ano: relações entre tipo de problema geométrico e respostas apresentadas

No intuito de compreender as estratégias foi necessário considerar primeiramente as respostas contidas nos registros dos questionários para os alunos. E para caracterizar as respostas obtidas levei em consideração o que expõe Polya (1978) sobre as resoluções de problemas geométricos.

Mas antes disso, tratei como resposta final os casos em que constam somente quantidades escritas por extenso ou na forma de algarismo. E tomei como resolução as situações conduzidas pela exposição da ideia desenvolvida para o alcance da solução. Os registros foram classificados através da maneira de expressar a ideia do sujeito, seja por cálculo (aritmético), desenho, álgebra (inserção de incógnitas) e outros casos, como escrita por exemplo.

Já na caracterização com caráter avaliativo, observamos o que está posto em *A Arte de resolver Problemas* durante os procedimentos realizados nos exemplos da obra.

As soluções dos problemas geométricos rotineiros através de determinação eram corretas quando utilizava-se as diferentes e adequadas ferramentas matemáticas (operações, propriedades, dentre outras) e os resultados então adquiridos eram convenientes como também passíveis de verificação, e assim por diante.

Vale ressaltar que nessa seção além de um destaque para a classificação das respostas dadas pelos alunos a cada ano pesquisado, analisamos as estratégias diante de alguns problemas isolados por ano, sendo os mesmos sem familiaridades com outros quaisquer e àqueles com características comuns por instrumento. Então segue uma análise quantitativa dessas respostas para cada problema geométrico, o tratamento dos registros para os mesmo e os argumentos defendidos pelos estudantes.

O primeiro caso a receber o trato analítico é o 7º ano das EMEF. A seguir verificamos os tipos de respostas para cada problema no instrumento dessas turmas.

Tabela 5: análise quantitativa dos registros nos problemas geométricos no instrumento de 7º ano

Nº da questão	Em branco	Resposta final			Resolução						
		Correta	Inadequada	Parcial	Correta	Inadequada	Parcial	Desenho	Cálculo	Álgebra	Outro
1	12	0	40	0	0	42	0	04	38	0	0
2	19	11	20	0	07	30	06	39	04	0	0
3	20	0	01	0	18	55	0	69	04	0	0
4	21	0	34	16	0	18	05	23	0	0	0
5	12	0	25	0	0	25	31	04	52	0	0
6	51	0	15	01	0	21	06	05	21	0	01
7	32	03	40	09	0	09	0	10	0	0	0
8	33	01	39	0	0	17	0	02	17	0	01
9	54	0	18	0	0	20	02	01	21	0	0

Fonte: tabela elaborada a partir dos dados quantitativos obtidos nos registros de alunos de 7º ano

Pela leitura da Tabela 5, observamos que nenhum sujeito utilizou o registro algébrico em qualquer problema do instrumento, entretanto, dentre os noventa e quatro alunos pesquisados, observa-se o mesmo quantitativo de registros em forma de desenho e cálculo, já que foi expresso igualmente o número de 157 ocorrências de tais estratégias para resolver problemas de 6º ano em turmas do ano subsequente.

Os extremos de aceitação e recusa, ou seja, menor e maior quantitativos de campos de resposta em branco foram os problemas de número 1 e 5 e os de número 6 e

9, respectivamente. Não somente por essa constatação, mas também pela aproximação existente entre alguns desses problemas, priorizamos destacar algumas análises em torno deste instrumento.

Os problemas numerados por 1, 8 e 9 possuem características comuns e foram classificados como práticos, pois seus enunciados contêm uma articulação de um profissional ou atividades quotidianas, nesses casos fictícios, que busca encontrar, por exemplo, na primeira questão, a medida do lado de uma parede quadrada. Tal situação apesar de não envolver uma variedade de conteúdos e conhecimentos, assemelha-se a muitas encontradas no quotidiano e são facilmente encontradas nos livros didáticos.

Os PCN defendem a utilização de problemas envolvendo situação contextualizada com uma semirrealidade de atividades profissionais. “Situações quotidianas e o exercício de diversas profissões, como a engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica etc., demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente” (BRASIL, 1998, p. 122).

Claro que para o nono problema geométrico do instrumento para as turmas de 7º ano, também dotado de características do contexto real, o ideal seria utilizar medidas verídicas do pátio e quadra de uma escola, mas o período para desenvolvimento da pesquisa não comportaria momentos longos com cada turma fazendo pesquisas, medições, dentre outros.

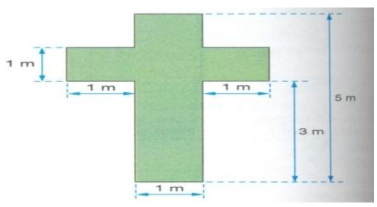
Para tanto, o livro didático utilizado pelas escolas municipais de Aracaju contém exemplos adequados para aplicar os conceitos geométricos, como é o caso dos problemas referidos.

Figura 8: problemas numerados por um, oito e nove do instrumento de 7º ano

Antonio é um pintor experiente.

Qual é a medida, em metros, do lado desse quadrado?

Um marceneiro deve fazer uma cruz como a da figura. Quantos metros quadrados de madeira serão necessários para realizar o trabalho?



As medidas oficiais de uma quadra de basquete são 20m por 12m. O pátio de uma escola tem a forma retangular e suas dimensões são 40m por 32m. Nesse pátio, foi construída uma quadra de basquete seguindo os padrões oficiais. Qual a área livre que restou nesse pátio?

Fonte: problemas retirados dos instrumentos de 7º ano das unidades de ensino

Além do enquadramento desses problemas como práticos, eles envolvem o conteúdo geométrico área de figuras planas, sempre fornecendo as medidas dos lados ou com procedimento inverso, cedia a medida da área e solicitava o lado.

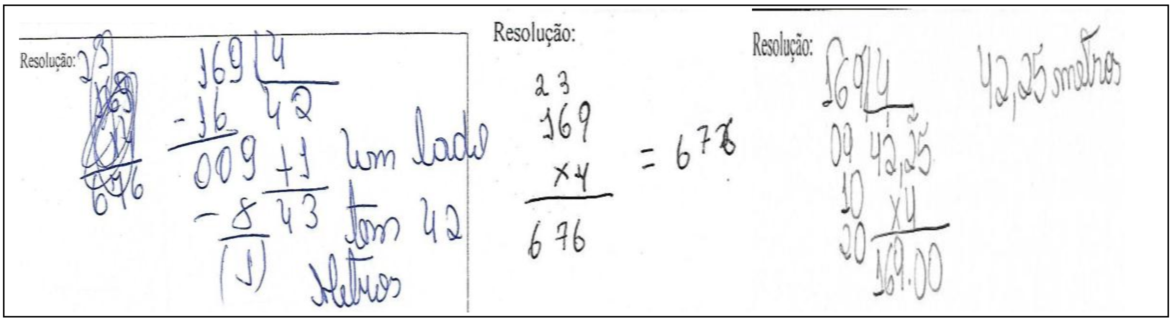
Nos registros que seguem constam as principais ideias e estratégias utilizadas pelos alunos participantes da entrevista, o segundo momento de coleta de dados. No contato que tiveram com o instrumento respondido os argumentos desses alunos demonstram que idealizaram a área de um quadrado (caso da primeira questão) como a medida a ser dividida pela quantidade de lados da figura. Enquanto no problema da cruz, novamente os alunos desprezam ou não se atentam ao que é solicitado (quantos metros quadrados, ou seja, a área) e confundem o procedimento, utilizando a noção de perímetro ao invés de área da figura.

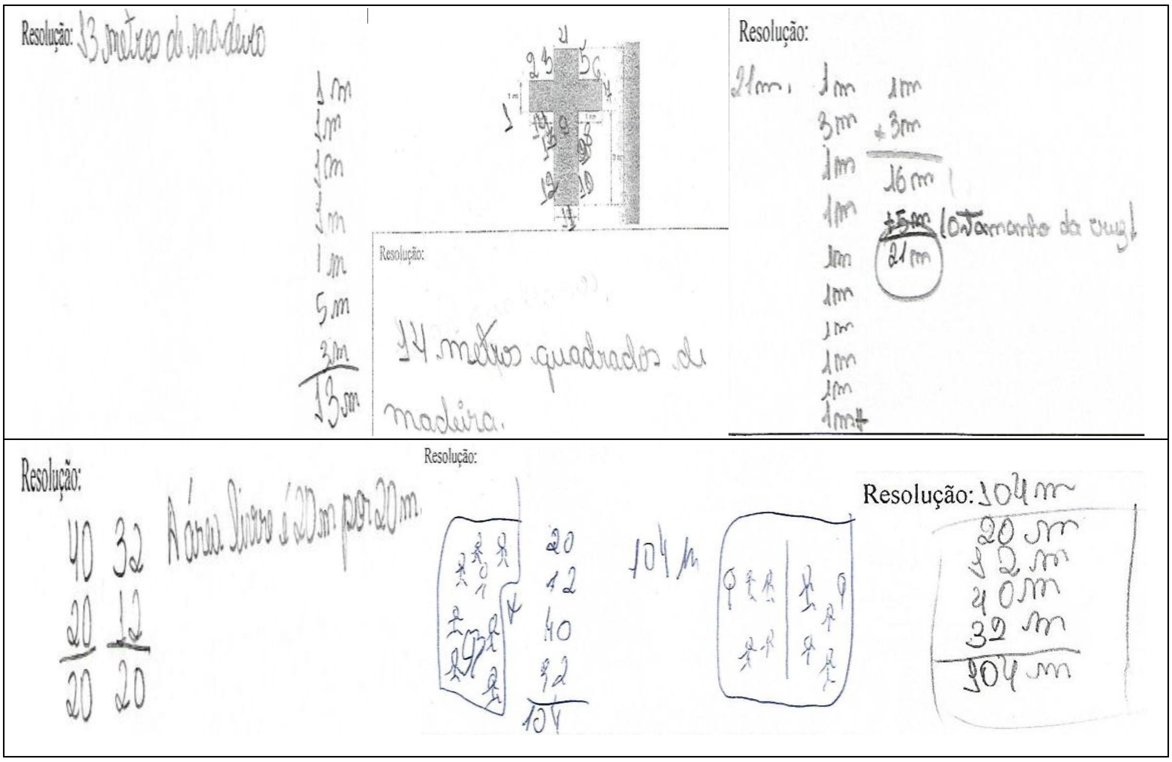
Polya (1978) durante a apresentação de um problema dessa natureza expõe que “A área de um retângulo cujos lados adjacentes são a e b é ab. O seu perímetro é 2a + 2b” (POLYA, 1978, p. 78). Muitos alunos ao se depararem com as medidas informadas nas figuras foram de imediato calcular cada perímetro e não estavam atentos a solicitação do problema em determinar as áreas das figuras planas.

Vale ressaltar que se os dois problemas abordassem a medida de perímetro, os raciocínios empregados por esses sujeitos seriam adequados. Assim, observamos a existência de domínio do assunto geométrico em questão.

No problema de número nove, o da área restante do pátio, alguns alunos demonstraram noção da subtração entre as áreas do pátio e da quadra, mas deixaram de usar as medidas dadas no cálculo de cada área e partiram na direção de remover a área menor (quadra) efetuando a subtração de cada lado correspondente ao lado da área maior (pátio). Todos os procedimentos dos sujeitos para ambas as questões de problemas práticos sobre área resumem-se em estratégias aritméticas, ou ainda, efetuando um algoritmo, com auxílio da construção de figuras.

Figura 9: registros de alunos para os problemas numerados por um, oito e nove de 7º ano





Fonte: imagens extraídas dos registros dos alunos de 7º ano que participaram da entrevista semiestruturada

Pelos argumentos apresentados validamos as conclusões mencionadas anteriormente. Pois sobre o primeiro problema 7NorteM2 afirma que “eu coloquei 169 em cada lado e depois eu fui multiplicando por quatro” enquanto que 7NorteM1 explica outro procedimento: “eu peguei 169 e a parede tinha quatro lados, não é? Porque a parede é um quadrado, tem quatro lados, eu dividi e deu 42”. Ou seja, os entrevistados apesar de utilizarem operações distintas, compartilham de mesma certeza de que a medida da área corresponde à multiplicação da quantidade de lados pela sua medida.

Outra entrevistada 7OesteF1 defende que “como era metros quadrados, eu dividi por quatro... quatro paredes... quatro partes... ai eu dividi e acrescentei a vírgula porque teve resto um, acrescentei o zero e fiz de novo”. Mesmo explicando sua ideia e essa sendo um pouco diferente a princípio, a tentativa recorrente pela participante é dividir pelo número de lados da figura informada na questão, usando assim a informação solicitada, a área, como se fosse o perímetro.

No oitavo problema há diferença nos resultados e essa está diretamente ligada ao desprezo que muitos alunos deram aos lados da cruz que não constavam medidas explícitas na figura. Pois outros alunos, mesmo não obtendo sucesso na resolução já que usaram a noção de perímetro, fizeram isso da maneira adequada, levando em conta a existência de medidas para os lados em que a informação estava oculta.

Houve quem percebeu o equívoco na ocasião da entrevista, 7Oeste F12 declara: “eu errei aqui porque era 3 metros de cada lado e eu esqueci de acrescentar o outro 3, então a minha está errada deu 21, na questão diz que essa reta mede 1 metro, então eu fui fazendo, 1 metro mais 1 metro mais 1 metro e por ai foi, e o 3 desse lado daqui eu esqueci, porque aqui só indica uma parte da figura, não indica todas as partes”.

Ficou constatado que no problema da cruz a compreensão dos alunos durante a resolução era a necessidade de efetuar o somatório de todas as medidas do contorno da imagem, configurando assim o cálculo do perímetro.

Os registros, em geral, para esses problemas contém o algoritmo executado pelos alunos e alguma figura para organizar as possíveis ideias. A única figura que foi construída para a nona questão não deixa clara a ideia de área, mas mostra que o aluno concebe um pátio pela arborização e na outra figura denota uma quadra pela divisão do espaço para duas equipes.

O nono problema foi solucionado, como dito anteriormente, pela subtração de cada lado correspondente entre as áreas, sempre tomam o lado maior de uma para operar com o lado maior da outra e o mesmo ocorre para a outra medida menor em cada área. Outro procedimento adotado, por muitos sujeitos selecionados para a entrevista, trata-se da soma de todas as medidas informadas no problema.

Alguns argumentos de resolução desse problema do pátio são o de 7OesteF6 a qual conclui “então, ai aqui dizia que era 20 por 12 metros, ai o pátio da escola iam regular pra 40 por 32, ai eu diminui o 40 por 20 e 32 por 12 e ficaria a área livre de 20 por 20” e outra aluna apresenta solução semelhante porém com uma curiosidade na montagem da estratégia, ela nos relata que “foi praticamente a mesma coisa que ela, porque a quadra de basquete tinha 20 por 12 e ela precisava ficar 40 por 32, e a área livre que restou do pátio, eu peguei 40 vírgula 32 vírgula 12 diminui, subtraí que deu o valor de 20 por 20 metros” 7OesteF1.

Já quem realizou outro procedimento afirma que “eu fiz a conta, fui usando as medidas que tinham ai, 40, 20, 32 e 12 e juntei tudo e deu 104 metros de área livre” 7LesteF4.

Uma aluna de fato detém o domínio do conteúdo geométrico de área de figura plana e isso fica evidente quando narra seu percurso na solução do problema da área livre da quadra. “Primeiro eu fiz da quadra de basquete 20 vezes 12 deu 240, ai como a gente quis saber como era a do pátio eu fiz 40 vezes 32, ai essa parte aqui (referindo-se a área livre na figura que ela construiu) eu tinha que ver, como que é mesmo que faz? (alguns segundos de silêncio e ansiedade da participante), ai subtrai esse daqui (1280) por esse (240) e deu o resultado, me esqueci de anotar que fiz essa conta” (7SulF11).

Vale destacar que no instrumento da participante anteriormente entrevistada constavam no registro para esse problema somente os resultados das duas multiplicações por ela mencionadas, portanto na ocasião foi classificado como resolução parcial.

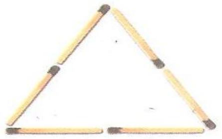
Para estes três problemas um número ínfimo de estudantes recorreu ao desenho, sendo que no caso do oitavo problema esse não era claramente útil na resolução, não houve episódio de divisão da figura em outras menores mais fáceis de trabalhar como recomenda Polya (1978), pois o autor de uma maneira geral, orienta-nos a se preciso reformar o problema. Essa estratégia está acompanhada de atitudes tais como: torná-lo genérico, particular, análogo e até mesmo abandonar uma parte da condição existente, entre outros.

Dos sujeitos que optaram pela resolução dos três problemas, a grande maioria, cerca de 94%, adotou a aritmética como estratégia para a solução dos problemas, outros tantos apenas apresentaram respostas finais, geralmente inadequadas. Curiosamente apenas um sujeito respondeu o oitavo problema com um algarismo correto para a resposta, mas o registro por si só não foi suficiente para argumentar a favor dessa conclusão.

Uma outra análise das estratégias especificamente para o instrumento de 7º ano, corresponde ao terceiro problema geométrico, no qual a expectativa foi realmente no sentido que propõe o tipo de problema, um enigma. Pois tal problema exigia um truque de sorte, ou seja, uma percepção não diretamente ligada aos conhecimentos matemáticos geométricos.

Figura 10: Terceiro problema no instrumento para as turmas de 7º ano

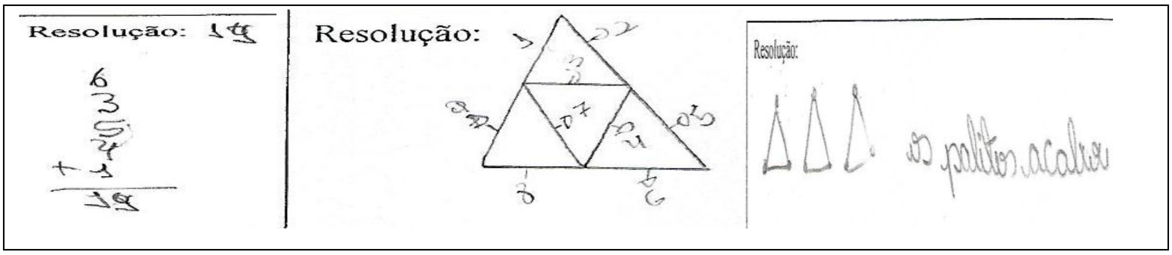
Com 6 palitos de fósforo formei um triângulo equilátero. Acrescente 3 palitos iguais a estes, de modo que fiquem 5 triângulos equiláteros, sendo 4 pequenos e 1 grande.



Fonte: figuras extraidas de alguns registros de alunos de 7º ano das unidades municipais de ensino

A grande maioria como era de se esperar, optou por desenhar como estratégia para resolver o problema. Os registros foram bem variados, construíram vários triângulos com os palitos dados, tentaram confeccionar um triângulo maior comportando todos os palitos informados no problema e claro também ocorreram situações em que os alunos perceberam a possibilidade de encaixar os três palitos solicitados dentro da figura existente e tiveram sucesso na resolução. Até mesmo a estratégia de desenvolver cálculos foi manifestada por alguns participantes.

Figura 11: alguns registros de alunos de 7º ano para o problema numerado por 3



Fonte: figuras copiadas de registros de alguns alunos de 7º ano das unidades de ensino municipais

Um quantitativo de estudantes recorreu ao desenho para confeccionar seu registro no intuito de adquirir segurança ao que estava a compreender. Nesse caso parece que é adequado recorrer ao que está posto nos PCN "[...] o estudo do espaço e das formas privilegiará a observação e a compreensão de relações e a utilização das noções geométricas para resolver problemas, em detrimento da simples memorização de fatos e de um vocabulário específico" (BRASIL, 1997, p. 68).

A próxima análise está relacionada a problemas geométricos para o 8º ano do ensino fundamental de escolas municipais aracajuanas.

Tabela 6: Análise quantitativa dos problemas geométricos nos registros do instrumento de 8º ano

Nº da questão	Em branco	Resposta final			Resolução						
		Correta	Inadequada	Parcial	Correta	Inadequada	Parcial	Desenho	Cálculo	Álgebra	Outro
1	42	0	06	0	0	14	23	32	0	04	01
2	33	02	25	0	0	21	02	22	01	0	0
3	39	0	07	33	0	03	01	03	0	0	01
4	44	02	17	03	08	06	03	07	08	0	02
5	30	02	09	13	0	18	11	26	01	0	01
6	49	0	08	23	0	02	01	03	0	0	0
7	64	01	04	0	0	13	01	14	0	0	0
8	45	07	09	11	01	07	04	07	0	0	04

Fonte: tabela elaborada a partir dos registros dos alunos nos instrumentos de 8º ano

É possível observar que somente quatro estudantes produziram seus registros por meio de estratégias algébricas nos problemas aplicados nas turmas de 8º ano. Já os cálculos, enquanto maneiras de registrar a estratégia aritmética, ocorreram apenas dez vezes, aproximando-se ao número de situações tratadas como outro, nesse foram sistematizados nove registros, em geral, pela escrita natural.

Diferentemente das turmas de 7º ano, nos questionários para o 8º ano foi preponderante o registro em forma de desenho, a opção por construções geométricas entre quem promoveu a resolução dos oito problemas, chegou a 82% dos alunos. Ainda assim, é válido ressaltar que, em média mais da metade dos sujeitos, 52,1%, deixou em branco os campos de respostas.

Para análise das estratégias por meio exclusivamente desse instrumento, considerei as questões enumeradas por segunda e oitava, classificadas como problemas rotineiro e prático, respectivamente. No problema de número dois é emitida uma situação que poderia ilustrar um contexto manipulável e prático, mas não contém no enunciado nenhuma referência a alguma atividade ou objeto real, como por exemplo fatias de uma pizza, logo nesse problema a classificação cedida é rotineiro.

E o outro problema, de número oito, envolve um contexto proveniente do dia-a-dia de qualquer sujeito, a relação entre as marcações dos ponteiros de um relógio e o ângulo formado por eles. Novamente realçamos que embora não seja necessário um leque de variados conhecimentos, estamos considerando o problema no sentido da sua praticidade direta no quotidiano.

Figura 12: Segundo e oitavo problemas do instrumento para as turmas de 8º ano

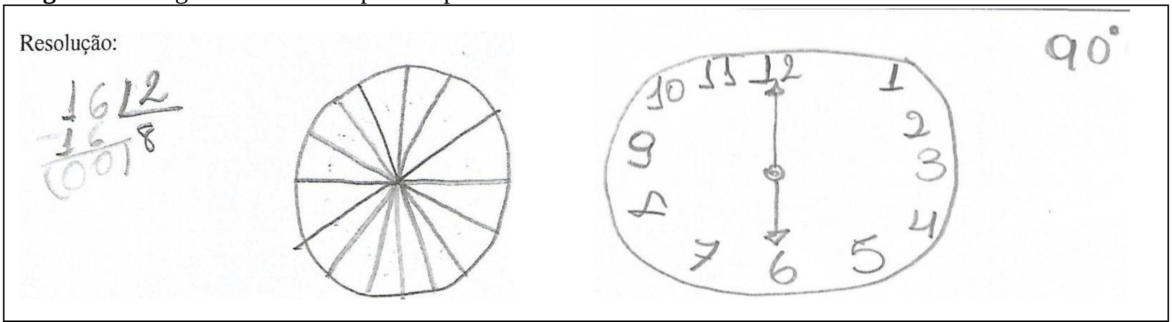
Quantas dobras, no mínimo, serão necessárias para dividir um círculo em 16 partes iguais?
Um relógio parou marcando 5h. Os ponteiros formaram, então, o ângulo destacado ao lado. Após “dar corda”, o relógio voltou a funcionar. Ao chegar às 6h, o ângulo formado pelos ponteiros nessa nova posição aumentou ou diminui? Quantos graus mede o novo ângulo? 

No bloco Espaço e Forma dos PCN (BRASIL, 1998, p. 73), ao discutir os conceitos e procedimentos necessários para o terceiro ciclo do nível de ensino fundamental, recomenda-se a “Construção da noção de ângulo associada à ideia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas”, validando desse modo a aplicação de problemas desta natureza.

A maioria construiu uma figura para auxiliar a visualização no problema das dobras em um círculo, constituindo assim uma estratégia para o problema geométrico. O único caso de estratégia aritmética, recurso ao cálculo, foi acompanhada de construção de figura. Parece que os alunos sentem-se seguros para argumentar diante da construção por eles feita através de figuras. Os registros expõem a tentativa de realizar divisões das partes de um círculo à medida que idealiza uma dobra e, em alguns casos, os alunos tomaram as linhas que formam as frações do círculo como a quantidade de dobras realizadas.

Percebe-se o pequeno número de estudantes que conseguiu solucionar adequadamente o oitavo problema, somente oito alunos. Mesmo quem optou por utilizar alguma estratégia como o desenho dos ângulos num relógio, por exemplo, ao invés de validar um raciocínio conveniente, distorcia o resultado encontrado.

Figura 13: Registros de alunos para os problemas dois e oito do instrumento de 8º ano



Fonte: figuras copiadas de alguns instrumentos de alunos de 8º ano de unidades escolares municipais

O primeiro registro exposto anteriormente corresponde a resolução de um estudante, 8Oeste M16, que nos explica seu raciocínio no sentido de “é como se fosse uma conta de dividir, se eu dobrasse duas vezes o mesmo quadradinho por oito vezes ai vai dar igual o 16, as partes iguais”. Quando questionado sobre qual significado da expressão, o mesmo nos esclarece “é pegar um papel e dobrar oito vezes e depois novamente mais oito vezes”.

Um outro estudante produz outra resposta para o mesmo problema; “eu multipliquei! Eu também pensei no papel, eu multipliquei quatro vezes quatro pra dar dezesseis. Fiz (mentalmente) quatro dobras em cada uma e cortei por duas partes” 8Oeste M4. De fato, esse estudante registrou o algarismo 4 como resposta final correta, entretanto, ainda expondo seus argumentos não fica clara a recorrência a uma estratégia bem definida, ora o sujeito relata ter realizado uma operação ora destaca uma outra forma de pensar o problema, utilizando, não concretamente, as dobras de um papel de maneira abstrata.

O mesmo estudante também discorre sobre seu entendimento para resolver a oitava questão, "eu botei que diminuiu, porque quando marcava cinco horas, daqui até aqui (mostrando na figura do relógio o intervalo entre cinco e doze horas) ia dar 175°. Quando ele foi mais pra cá (apontando o deslocamento do ponteiro até o número seis), ele cresceu, então foi, essa parte aqui diminuiu, ficou só 20° aqui" 8Oeste M4. Ao ser solicitado um esclarecimento maior sobre o que acontece quando o relógio passa a atingir 6h, ele explica "parou em cinco horas depois foi pra seis, ai ficava a metade aqui do círculo, então diminuiu esse lado aqui, ele era mais e agora ficou igualada, seria a metade de 12, seis horas e antes era cinco".

Num debate posterior com outra colega de turma sobre esse problema, uma estudante não consegue explicar porque escreveu que o novo grau será 90°, nesse momento, 8Oeste M4 novamente demonstra sua percepção e dessa vez apresenta domínio no conteúdo geométrico de ângulos, complementos e suplementos, ao destacar que "eu acho que o novo ângulo é 180°. Quando bate seis horas cada lado fica 180° e o completo é 360°, os valores todos dá 360°".

Este último problema geométrico, ainda que seja dotado de pequeno grau de complexidade, sendo até mesmo tomado como simplório, pode apresentar na sua solução, por parte dos alunos, indícios e elementos para visualizar o entendimento a ele cedido, como também direciona uma identificação de aprendizagem adequada e significativa ou somente o aluno esteve em contato com o conteúdo mas não atingiu os objetivos conceituais e atitudinais esperados.

A análise seguinte corresponde a registros e estratégias para problemas geométricos nas turmas de 9º ano do ensino fundamental de escolas municipais de Aracaju.

Tabela 7: Análise quantitativa dos problemas geométricos nos registros do instrumento de 9º ano

Nº da questão	Em branco	Resposta final			Resolução						
		Correta	Inadequada	Parcial	Correta	Inadequada	Parcial	Desenho	Cálculo	Álgebra	Outro
1	11	09	06	0	37	13	10	59	01	0	0
2	15	12	44	12	0	02	01	03	0	0	0

3	19	03	15	0	07	34	08	37	03	07	01
4	17	04	23	26	0	07	09	08	0	0	08
5	31	04	34	0	03	13	01	04	05	08	0
6	47	0	17	0	0	21	01	13	04	05	0
7	27	0	27	0	0	32	0	28	02	02	0
8	29	0	22	0	02	27	06	03	29	0	03
9	37	06	17	03	09	12	02	02	19	01	01
10	30	01	12	0	11	25	07	12	28	0	03

Os registros obtidos para os problemas geométricos desse instrumento foram, em geral, da forma exibida anteriormente nos casos dos anos já analisados. Pois a quantidade de vezes que a estratégia aritmética foi apresentada é bastante significativa, sendo 91 registros com cálculos. Vale destacar que em muitos dos casos esses registros eram acompanhados de outra espécie de estratégia, a geométrica.

Os registros geométricos também aparecem de maneira expressiva nas respostas dos instrumentos para turmas de 9º ano, com aproximadamente 57% de ocorrências dos mesmos, dado referente aos sujeitos que desenvolveram a solução dos problemas. Ao compararmos, os quantitativos de alunos pesquisados por ano e suas correspondências com o número de registros por meio de desenhos, é possível observar que os alunos de 9º ano, quase o menor número de participantes pois supera o 8º ano apenas em três sujeitos, são quem mais promovem estratégias geométricas.

Com isso, podemos pensar que esses alunos já se sentem mais confiantes e seguros nos argumentos expressos, pois os registros por meio de desenhos não são utilizados sem validar suas ideias, em muitos casos, associam com determinada estratégia seja ela aritmética, algébrica ou outra. Por falar nisso, houve um crescimento do número de episódios de recorrência a estratégia algébrica, pois no 7° ano nenhum registro aconteceu, no 8° ano surgiram 4 situações e no 9° ano o somatório chegou a 23 recursos aos registro dessa natureza.

Sendo assim, nota-se uma ênfase na álgebra em estratégias adotadas por alunos de 9º ano ao resolverem problemas geométricos do livro didático de 8º ano.

Nesse momento, tomamos para análise as terceira e quarta questões, as quais solicitam a medida da capa de um CD, objeto ainda usual no quotidiano de diversos sujeitos e a distância entre região periférica de uma praça circular até o seu centro, respectivamente. Ambos classificam-se como problema prático por conter a simulação de uma situação típica da realidade.

O quarto problema não requer um raciocínio rebuscado, qualquer indivíduo com o mínimo de conhecimento lógico é capaz de solucionar o problema que nada tem de matemático geométrico aparentemente de início.

Pensando em oportunizar o aprendizado de conteúdos geométricos envolvendo problemas com formas circulares, Polya (1978) reflete que

> Voltando às definições, teremos uma outra oportunidade de introduzir elementos auxiliares. Por exemplo, para explicar a definição de círculo devemos não só mencionar o centro e o raio, como também introduzir esses elementos geométricos na figura. Sem isto, não poderemos fazer qualquer uso concreto da definição. Não basta o enunciado da definição, é preciso desenhar as coisas definidas (p. 70).

Através do recorte exposto pelo autor, verifica-se uma recomendação do procedimento de utilizar a definição de círculo de maneira concreta, configurando assim a validade do uso de uma situação prática e estabelecendo uma estratégia geométrica de resolução com recurso ao desenho.

Figura 14: terceiro e quarto problemas do instrumento de 9º ano

<table>
<tr>
<td>Todo CD tem forma circular e sua capa tem forma retangular. Se um CD tiver 6cm de raio, qual deverá ser a medida mínima do menor lado da capa?</td>
<td>Gérson, Grace, Gílson e Glória estão passeando em uma praça circular conhecida como Círculo da Paz. Bem no meio dessa praça há um bebedouro.


a) Qual o menor caminho que cada um deles deve fazer para alcançar o bebedouro?
b) Considerando o menor caminho para cada um, qual deles vai andar mais? Qual vai andar menos? Justifique.</td>
</tr>
</table>

Fonte: problemas retirados dos instrumentos de 9º anos aplicados nas unidades de ensino

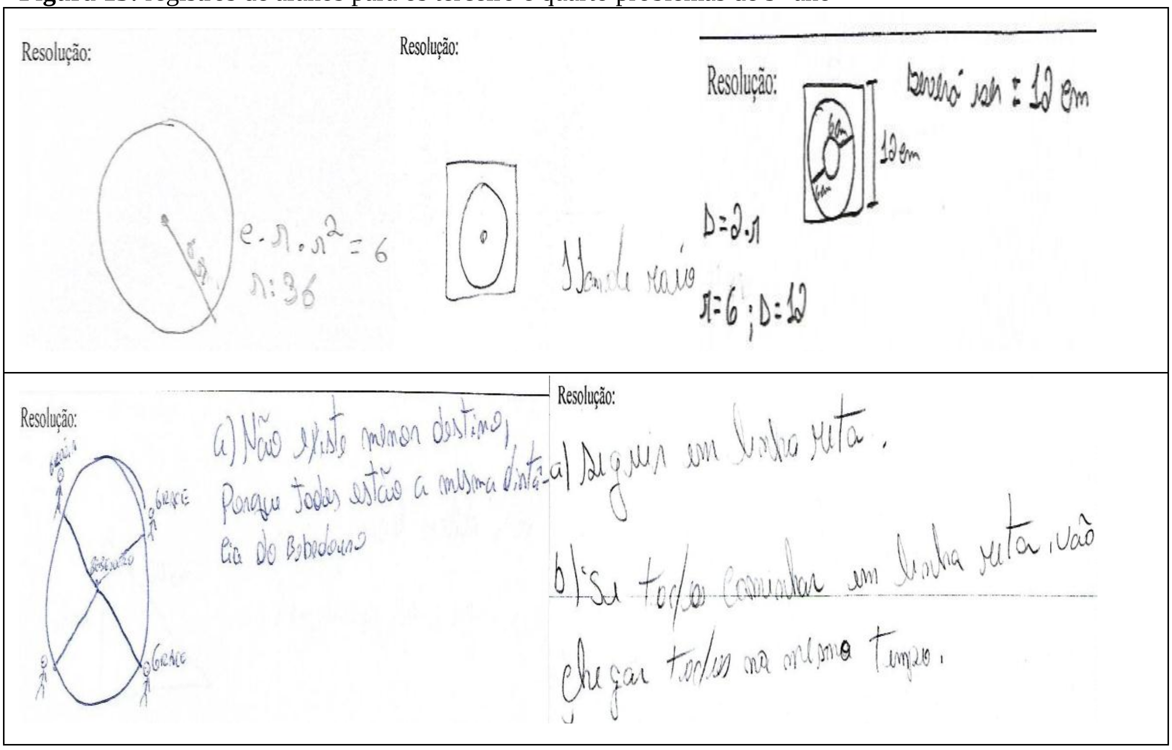
Os registros para a terceira questão dos alunos que decidiram por desenvolver resolução foram preponderantes nos desenhos, mas alguns optaram pelas estratégias aritmética e algébrica. Entretanto, por distintas tentativas e estratégias, apenas dez alunos alcançaram a resposta adequada, a qual seria no mínimo 12 centímetros para o lado da capa.

Alguns utilizaram a definição de circunferência ao conceber o diâmetro por meio do raio dado, esse entendimento ficou explícito ora pela formalização algébrica ora pela dupla entrada da escrita da medida do raio na elaboração de uma figura de CD. Houve também conflito ao considerar que o diâmetro equivale ao raio ao quadrado, ao invés de ser o dobro da medida do raio.

À título de exemplo Polya (1978, p. 43) explica que “Se o nosso problema for o traçado de um círculo, temos de determinar duas coisas: o centro e o raio; podemos dizer que o problema tem duas partes. Em certos casos, uma parte é mais acessível do que a outra e, portanto, em qualquer caso, podemos razoavelmente considerar por um momento essa possibilidade: É possível resolver uma parte do problema?”. Dessa forma podemos aproximar a situação exposta pelo autor com a estratégia adequada para resolver o problema do instrumento, onde as duas partes do problema serão o diâmetro do CD e a medida do lado da capa retangular.

Já no problema da praça, grande parte compreendeu que se o bebedouro estava centralizado numa praça circular e as pessoas se encontravam nas bordas ou zona periférica, então todos percorriam a mesma distância até chegar ao bebedouro. Mas somente alguns denominaram essa distância por raio do círculo, não podemos concluir se usaram a expressão raio por conta do problema anterior, o do CD, que claramente realiza tal atribuição, ou por conhecimentos prévios desses alunos, ou por recordações do conteúdo quando estudado anteriormente.

Figura 15: registros de alunos para os terceiro e quarto problemas de 9º ano



Fonte: imagens extraidas dos registros dos alunos de 9º ano que participaram da entrevista semiestruturada

Alguns argumentos sobre o terceiro problema são apresentados a seguir: “Se o CD tem 11, como a capa do CD é apropriada pra o CD, exatamente o tamanho do CD. Eu pensei 6 sem o CD, se eu acrescentar mais alguns centímetros, fui contando e deu 11” (9LesteF6). Outra entrevistada reflete que “O raio é vezes dois. O ponto do centro até o contorno, na questão disse que o raio mede 6. O seis eu usei do centro até a extremidade, e multipliquei por 2 que deu 12 cm, porque o diâmetro é 2 vezes o raio e aqui ele está pedindo o diâmetro” (9OesteF8).

No problema da distância percorrida na praça ao alcance do bebedouro os participantes discorrem que “cada um num canto, possa ser que aqui onde está o bebedouro, possa ser o raio, cada um na mesma distância, eu pensei assim. Então ele deve estar no centro ou deve ter o mesmo raio para cada um na mesma direção chega os 4 juntos” (9LesteF5), enquanto isso em outra unidade escolar ouvimos o seguinte depoimento: “porque o bebedouro está no centro, se eles forem dar a volta eu acho que ia ficar muito distante, porque é um círculo”. Quando questionamos o que representa esse caminho da extremidade até chegar ao centro do círculo, ela prontamente responde “a do raio”.

O que chama atenção no problema quatro é que poucos alunos denominam a medida do centro da praça circular até a sua borda como raio, sendo que resolveram a questão imediatamente anterior com o conceito bem definido de raio, pois garantiram ser essa medida equivalente à metade do diâmetro. Diferentemente de dar a nomenclatura técnica para tal distância, utilizaram expressões como “seguir em linha reta”, “caminhar reto”, “ir direto ao bebedouro”, entre outras.

Diante do exposto nesta seção, podemos concluir alguns aspectos e características para cada ano de ensino fundamental através das estratégias desenvolvidas por alunos participantes da pesquisa.

As turmas de 7º ano aracajuanas utilizam como estratégia o desenho para resolver problemas do tipo enigma, já para os problemas práticos adotam, além das figuras, a estratégia aritmética, ou seja, realizam cálculos e as quatro operações.

Outra constatação refere-se aos problemas geométricos envolvendo área de figuras planas, dos quatro problemas do questionário com esse conteúdo, três foram resolvidos por meio de perímetro. Entretanto, não podemos garantir que tal dificuldade ocorra nos outros anos de ensino fundamental, pois não constam problemas envolvendo a medida de área nos demais questionários.

Logo, verifiquei que existe uma confusão entre tais conteúdos para os alunos. Apenas um dos quatro problemas que tratam de área recebeu diferenciação na solução, mesmo assim com uma ideia equivocada tomando os pares de lados de cada figura retangular e subtraindo-os, pois no problema foi solicitada a área restante após a construção de uma quadra num pátio de escola.

Já, por meio da análise dos registros nos instrumentos das turmas de 8º ano e suas argumentações durante as entrevistas, podemos perceber a preponderante utilização do desenho como estratégia na resolução de problemas do tipo práticos e rotineiros.

Nos parece que, ao serem estimulados a registrarem suas ideias e entendimentos para solucionar um problema geométrico, os alunos tomam a iniciativa em confeccionar desenhos pelo poder de visualização oferecido, favorecendo a segurança do argumento do mesmo. Mas Polya (1978) nos esclarece que nem sempre a construção de uma figura é o melhor procedimento a ser adotado, pois não é recomendável atirar-se a construir figuras sem ter a real noção do que está sendo solicitado e se estão sendo cumpridas as condições do problema.

E pela análise dos registros e entrevistas dos alunos de 9º ano, diante de problemas geométricos práticos, que tratam de círculo, os mesmos adotam a estratégia aritmética, ou seja, de imediato resolvem a situação exposta por meio de cálculo, às vezes ocorre a alguns o recurso à estratégia algébrica no intuito somente de formalizar o cálculo que efetuarão posteriormente.

Por fim, essa seção buscou analisar as respostas dos alunos aos instrumentos aplicados, identificar familiaridades em problemas geométricos pertencentes a cada ano do ensino fundamental e compreender, através de algumas entrevistas, como se processam as estratégias.

Na seção seguinte é apresentada uma análise das estratégias frente a diferentes questões dos três instrumentos aplicados, levando em conta as proximidades existentes, tais como, tipologia e conteúdo envolvido.

3.2 As estratégias diagnosticadas: particularidades e generalizações

Nesse momento, a fim de tornar a leitura mais precisa, optamos pelo cruzamento de alguns problemas mesclados de dois ou mais questionários distintos. Isso foi possível pela familiaridade da tipologia existente entre alguns problemas geométricos utilizados nos instrumentos de coleta de dados, como também pelo conteúdo geométrico específico abordado, são eles: ângulos, área, perímetro e geometria de posição, plana e espacial, dentre outros.

É preciso informar que, a opção em utilizar, nesse espaço, a exposição das estratégias consequentemente geradas por alguns problemas geométricos, não implica na inexistência da análise dos demais. Os casos de características comuns a problemas de mesmo ano, já foram discutidos na seção anterior. E alguns cruzamentos realizados pela fusão de diferentes instrumentos que aqui não trataremos em profundidade, remetem a situações de repetição e discreto poder de desenvolvimento de estratégias.

Para situar o leitor, os casos acima mencionados são: questão seis do 7º ano relacionada com questão cinco do 9º ano (problemas rotineiros que abordam área e perímetro) e a combinação entre as questões quatro e sete do 7º ano; questões três e seis do 8º ano e questão dois do 9º ano (problemas rotineiros com tratamento de segmentos, semirretas, ângulos, figuras planas, geometria espacial). O único caso de problema de enunciado prático foi o quesito três do instrumento de 8º ano sobre um transferidor.

Na primeira situação, percebemos uma repetição, a qual não favorece a fluidez do texto, pois, mais adiante, já são apresentadas análises a respeito de estratégias envolvendo estes conteúdos geométricos. E na última relação, ainda que se observe um leque de conteúdos geométricos, todos estes cinco problemas solicitam basicamente a identificação ou reconhecimento de algum elemento através de figuras disponibilizadas. Inclusive, os mesmos foram utilizados no intuito de criar um ambiente de estímulo para a tentativa de convidar a resolver cada instrumento.

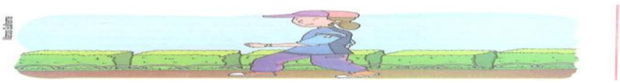
Após tal justificativa, tem-se a condução da análise dos cruzamentos de problemas com maiores possibilidades para tecer considerações não superficiais.

As questões a seguir foram extraídas dos instrumentos para as turmas de 7º e 9º anos. Primeiramente verificamos a familiaridade dos problemas de número 5 e 8 dos instrumentos. Ambos são práticos, por contextualizar o conteúdo geométrico perímetro através de situações corriqueiras. A diferença entre as questões refere-se somente as formas de cada polígono, no primeiro caso é um quadrado e no segundo é um octógono e também pelo enunciado da questão 5 não se contentar somente com o cálculo do perímetro, mas utilizar o contexto de número de voltas e passos.

Uma aluna ao discorrer sobre problema matemático expõe que “ele é outra coisa, eles não dão exatamente a resposta. Pra você entender um problema matemático tem que ler e depois sair arrumando as operações, aí por isso que é diferente de outro problema” (9SulF8). Logo, sua ideia verifica o que Polya (1978) recomenda como passos, mas o importante está na atitude preliminar ao desenvolvimento de uma estratégia para solução, a leitura e interpretação do problema.

E no caso de problemas aqui tomados como práticos, é imprescindível a atenção com a linguagem vernácula no enunciado. Essa linguagem contém os códigos, às vezes simples outras vezes complexos, para resolver o problema, quando inclusive oferece toda a ideia de solução, bastando apenas armar a operação de um algoritmo.

Figura 16: quinto problema do instrumento de 7º ano e oitavo problema do instrumento de 9º ano

Ana está passeando em uma praça quadrada que tem 24,5m de lado. Ela deu 4 voltas completas no contorno dessa praça.  a) Quantos metros Ana andou? b) Em média, cada passo de Ana mede 0,8m, quantos passos ela terá dado ao completar as 4 voltas?	Uma mesa tem seu tampo na forma octogonal; os lados maiores têm 62cm e os menores, 40cm. Qual é o perímetro, em metros, do tampo dessa mesa? 

Fonte: problemas retirados dos instrumentos de 7º e 9º anos aplicados nas unidades de ensino

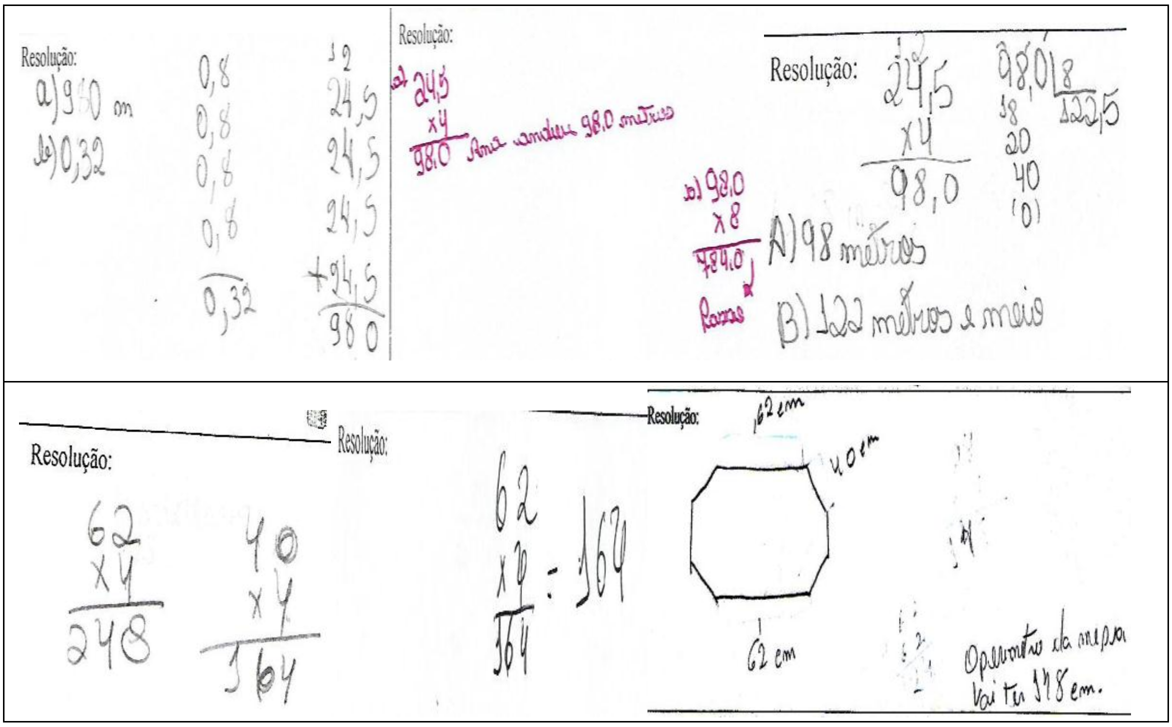
Os PCN ilustram possíveis contextos de situações-problema para trabalhar os conteúdos por conexões, um deles é a “construção de uma horta (planejamento de canteiros, obtenção das medidas de um canteiro retangular de maior área entre vários de mesmo perímetro)” (BRASIL, 1998, p. 140). Logo, a recomendação do documento vai no sentido de incentivar situações e problemas dotados de comportamento prático, em que ocorra a utilização de elementos e atividades ligadas a realidade ou com proximidades a mesma.

Nas turmas de 7º ano, 81 estudantes de um total de 94 deles, realizou tentativas de resolução para o problema cinco. Em geral a opção adotada como estratégia para obtenção do resultado foi a aritmética, ou seja, o uso de cálculos, entretanto quatro sujeitos confeccionaram desenhos como auxílio ou primeira estratégia de solução, já que esses mesmos também recorreram ao cálculo para dar sequência aos procedimentos por eles escolhidos.

No oitavo problema de 9º ano, de fato a maioria compreendeu a necessidade de somar todos os lados. A opção em reproduzir o desenho da tampa da mesa foi adotada por alguns que desenvolveram resolução, sendo que vinte e nove alunos de um total de oitenta e seis desenvolveram cálculos, ou seja, recorreram à estratégia aritmética. A falta de atenção ao que solicita o problema, calcular o perímetro utilizando metros como unidade de medida e não centímetros, rendeu o grande quantitativo de respostas inadequadas.

Os registros confeccionados pelos participantes da entrevista coletiva evidenciam que os alunos de fato entendem o que significa a expressão perímetro, ainda que pela fala de alguns não fique claro seu entendimento, ele apresenta-se com segurança nas respostas cedidas aos problemas que solicitam tal medida nas figuras planas.

Figura 17: registros de alunos para os problemas cinco de 7º ano e oito de 9º ano



Fonte: imagens extraidas dos registros dos alunos de 7º ano que participaram da entrevista semiestruturada

Os estudantes entrevistados das turmas de 7º ano, em geral, realizaram o cálculo do perímetro com êxito, mas houve um desprezo, ou ainda, falta de atenção pela informação pedida, a quantidade de voltas. Podemos refletir também no sentido de uma confusão ou ainda uma espécie de fusão entre os quatro lados da praça corresponderem as quatro voltas completas. Mas não se pode negar que os alunos desse ano de ensino fundamental atribuem significado ao conceito de perímetro.

Para evidenciar tal confusão de ideias temos o esclarecimento do participante 7OesteF11 ao expor que “Eu multipliquei o 24,5 por quatro, porque ela deu quatro voltas completas no contorno da praça, se eu fosse fazer de novo eu acho que eu fazia com o quatro de novo” e sobre a quantidade de passos ela continua “foi igual a da letra a, eu fiz de novo outra multiplicação”.

Compartilhando de mesma opinião, outra participante de distinta região aracajuana discorre que “Ana deu 4 voltas então eu vou multiplicar por quatro pra dar o valor exato” é o que compreende 7SulF3. A sua colega de turma explica sua resolução dizendo “bom eu fiz assim, a praça é quadrada, ai tem quatro lados, eu dividi por quatro” e “como o passo de Ana mede 0,80 foi justamente o passo que ela deu” (7SulF11).

Entretanto, uma estudante, 7OesteF1, chega muito próximo da ideia de encontrar a quantidade de passos, ela explica que “eu peguei os 98 metros que ela andou na praça e dividi por 8 (referindo-se a medida de cada passo 0,8 metro), que é a medida que ela foi caminhando e deu 122,5 metros”, se a mesma aluna tivesse calculado as quatro voltas teria total sucesso no procedimento de resolução do problema.

Mas no outro problema sobre perímetro de uma mesa, 9LesteF2 esclarece que “a forma da mesa, eu imaginei que ela tem o perímetro . Eu fiz o desenho, baseado na mesa, e com a medida que ele deu, ai fui calculando. Se tem 6 pequenos e 2 lados. Eu somei os menores e os maiores, e ai dei o resultado”. Mas mesmo assim, elas conseguem desenvolver respostas que garantem que ambas tem noção de perímetro.

A opção dessa protagonista em novamente construir uma figura talvez tenha relação com o que Polya (1978) nos esclarece. “Figuras traçadas no papel são fáceis de preparar, de reconhecer e de lembrar. As figuras planas nos são particularmente familiares, os problemas de Geometria Plana, especialmente acessíveis” (p. 82).

Outra participante ao ser questionada sobre ter escrito os valores de medidas na figura que consta no problema explica que “porque está pedindo o perímetro, a soma dos lados, porque está na forma octogonal, e coloquei 62 nos lados maiores, e 40 nos lados menores e o perímetro deu 452 m” (9OesteF8).

Um novo questionamento surge durante a entrevista em coletivo com essa aluna e um colega da turma de 9º ano, o qual os responsáveis não cederam liberação dos direitos a utilização das falas na pesquisa, portanto suas ideias não aparecem em nenhum momento das falas dos sujeitos na pesquisa, pergunto-lhe: E os dados lá na questão estão em que unidade de medida, metro ou centímetro? Eis que surge uma evidência na resposta final dada por essa participante, o argumento direciona-se assim "está em centímetro, mas está pedindo o perímetro em metros, ai eu coloquei metros".

Percebe-se que a aluna ao ler o problema identifica a unidade de medida solicitada e a que acompanha os dados, ambas diferentes, mas a única atitude perante essa observação foi remover a antiga unidade, centímetros, e substituí-la gratuitamente sem nenhuma perda de valor, por metro.

Os problemas que seguem configuram-se enquanto rotineiros, pois não existe nenhuma conexão explícita com o contexto real, ambos assemelham-se pelo enunciado, aproximam-se pela tipologia rotineiro e contêm uma pequena diferença: as turmas de 7º ano depararam-se com um problema que exibe a notação, nomes para os pontos, enquanto que as de 9º ano não visualizam esse fato no instrumento recebido, cabendo aos alunos desse último ano encontrar uma notação adequada ou resolver o problema sem tal acessório.

Nos enunciados desses problemas rotineiros cabe apenas a execução de um procedimento oriundo do conteúdo de geometria de posição: a condição de existência de uma reta ou a recordação de um dos postulados de Euclides[20], dentre eles, o que se destaca nessa ocasião é: Pode-se traçar uma única reta ligando quaisquer dois pontos.

Figura 18: segundo problema do instrumento de 7º ano, primeiro problema do instrumento de 9º ano

São dados dois pontos distintos, P e Q. Quantas retas podem passar pelo ponto P e também pelo ponto Q?	Pense e responda: Quantas retas você pode traçar passando por dois pontos distintos de um plano?

Fonte: problemas retirados dos instrumentos de 7º e 9º anos aplicados nas unidades de ensino

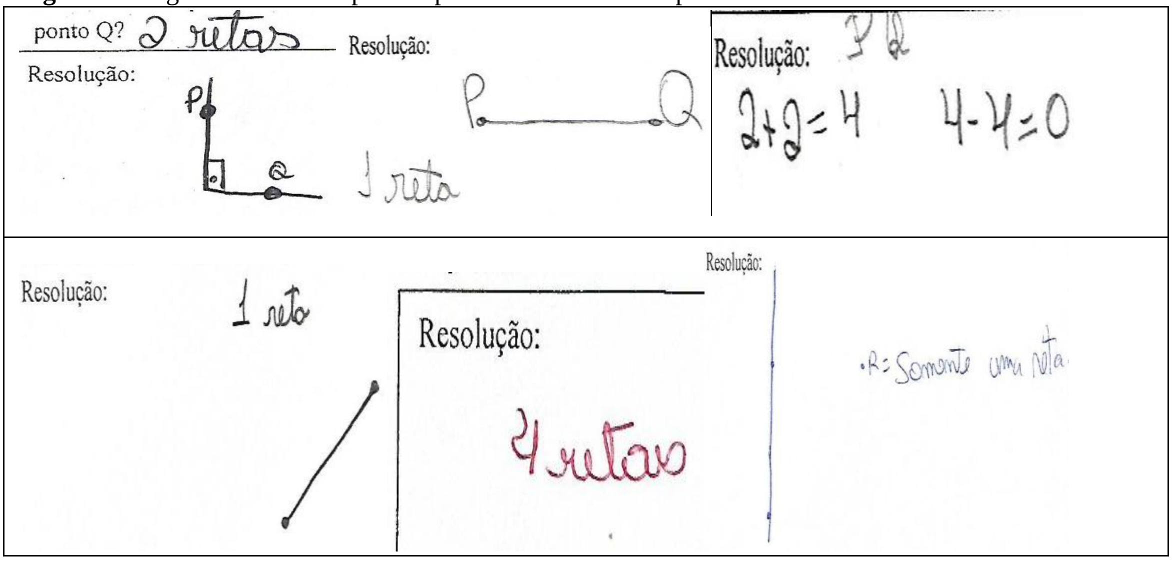
A grande maioria dos alunos de 7º ano utilizou-se dos dados, a notaçao dada pelos pontos P e Q, e em seguida confeccionou uma figura para demonstrar sua resposta. Houve ainda, quem optasse por promover apenas a resposta final, entretanto desses, mais da metade acabou por responder de maneira inadequada. Entretanto, para desenvolver tais registros esses alunos utilizaram estratégias as quais merecem observaçao e análise.

[20] Responsável por sintetizar descobertas e teoremas formulados por matemáticos gregos em "Os elementos" com treze volumes, com primeira edição impressa em Veneza em 1482.

Somente 18 alunos responderam adequadamente e a justificativa para tal fato talvez se deva a uma dificuldade anterior ao problema geométrico propriamente dito, a leitura e interpretaçao de texto. Durante as sessões de entrevista os participantes foram questionados se e como entenderam o referente problema e, as respotas de alguns foram que não entenderam a linguagem da pergunta. Observa-se que não existe um alto rigor na linguagem presente nesse problema e sim ao que tudo indica há pouca atenção em relação ao que é solicitado na questão.

As resoluções explicitadas nos registros foram classificadas como parciais, quando havia a construção de um desenho que deixava claro a existência de apenas uma reta, mas ainda continha escritas informando outra quantidade de retas. Foi possível observar que tanto a maioria dos que optaram por apresentar uma resposta final ou decidiram por construir uma resolução, demonstrou ter a noção adequada sobre a condição de existência de uma reta e por isso responderam corretamente.

Figura 19: registros de alunos para os problemas numerados por dois de 7º ano e um de 9º ano



Fonte: imagens extraidas dos registros dos alunos de 7º e 9º anos que participaram da entrevista semiestruturada

É fácil notar que a similaridade dos problemas produzem respostas também semelhantes, tanto alunos de 7º ano quanto alunos de 9º ano desenvolveram estratégia geométrica, fazendo uso de figura para expor e validar seu raciocínio na resolução. O distanciamento entre os anos de ensino fundamental acontece quando alguns alunos de 7º ano realizam cálculos, ou seja, eles executam a estratégia aritmética, sem muita consciência, esses alunos atribuem valores aos pontos dados e ainda por cima efetuam o algoritmo da soma.

Além disso, em alguns registros os alunos construíram um ângulo reto composto por duas retas nas quais se localizavam os pontos P e Q dados. O que não deixa de ser uma estratégia geométrica com o recurso do conteúdo ângulos. Os desenhos de retas foram diferenciados, em posições inclinada, horizontal e vertical.

Os argumentos para justificar a unicidade na quantidade de retas pode ser exposto na fala de 7OesteF2 "eu achei que era uma reta porque vamos dizer que tem 1 reta aí o P está no começo e o Q no final, quantas retas passam? Na mesma. Uma linha só". Quem utilizou ângulos no procedimento explica o seguinte: "eu só coloquei um ângulo de 90º e botei um ponto de um lado e o outro no outro lado, em cada ponto eu fiz uma reta, aí deu 2 retas" (7NorteM1). O aluno idealizou que cada ponto deveria pertencer a uma reta distinta e ambas formavam um ângulo reto.

Os entrevistados de 9º ano também expõem seus pontos de vista em relação ao problema de geometria de posição, 9LesteF5 esclarece que "Dois pontos extensos (quis dizer distintos) é um no canto e outro no outro. Então vai ser uma reta só, não tem curva, não tem nada. De um pra o outro vai ser uma reta só". Outra participante explica o seguinte "porque tem dois pontos, eles são distintos, ou seja, um aqui outro lá, por esses pontos só pode passar uma reta e fiz o desenho pra poder visualizar melhor!" (9SulF6).

O próximo cruzamento une quatro problemas todos eles rotineiros, compostos por conteúdos geométricos de ângulos, particularmente as noções de complementos, suplementos e bissetriz. Aproximam-se pela classificação, são eles, questões 1 e 4 do 8º ano e questões 6 e 9 do 9º ano.

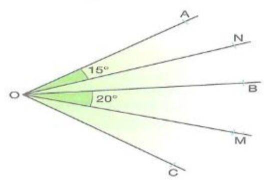
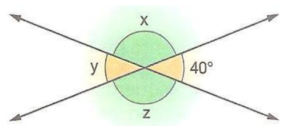
Os quesitos primeiro e quarto no instrumento para as turmas de 8º ano, tratam-se de problemas rotineiros, uma vez que, por exemplo, seus enunciados apenas solicitam, respectivamente: a passagem da linguagem corrente, no sentido formal da escrita, para a linguagem matemática, nesse caso, algébrica, pelo uso de um valor desconhecido e a identificação das bissetrizes através das medidas dos ângulos dados e a aplicação de um algoritmo.

Há familiaridade nos conteúdos requisitados pelos quatro problemas, pois para responde-los, é preciso de conhecimentos sobre complemento e suplemento, além disso, em dois casos é necessário dominar a transformação da linguagem vernácula para a linguagem matemática. Já o problema de número quatro para o 8º ano requer o conceito de bissetriz somente.

Assim, estes problemas são geométricos pelo seu conteúdo sobre ângulos e sua resolução pode acontecer com um procedimento algébrico, pois para POLYA (1978, p. 74) “em casos simples, o enunciado verbal divide-se, quase automaticamente, em partes sucessivas, cada uma das quais pode ser escrita em símbolos matemáticos”.

Em particular, na quarta questão, metade dos alunos não respondeu a esse problema e dez alunos apresentaram respostas adequadas, mesmo quem não construiu um registro com o argumento ou a ideia para encontrar a solução, obteve claramente a resposta, já que de posse da noção de bissetriz bastava calcular a somatória dos ângulos.

Figura 20: primeiro e quarto problemas do instrumento de 8º ano e sexto e nono problemas do instrumento de 9º ano

Se um ângulo mede x graus, que expressão você usará para representar: a) O complemento desse ângulo? b) O suplemento desse ângulo? c) A metade do suplemento desse ângulo? O quíntuplo do suplemento desse ângulo?	Na figura abaixo, quanto mede o ângulo AÔC, sabendo que se ON e OM são bissetrizes de AÔB e BÔC, respectivamente? 
O triplo da medida de um ângulo é igual ao dobro da medida do seu suplemento. Qual é a medida desse ângulo?	Na figura ao lado, calcule as medidas x, y e z indicadas. 

Fonte: problemas retirados dos instrumentos de 8º e 9º anos aplicados nas unidades de ensino

Sobre os registros para o quarto problema de 8º ano, alguns alunos decidiram pela estratégia geométrica, ilustrando os ângulos por meio de figura semelhante a que constava no problema. A opção por calcular as medidas ocorreu a poucos alunos de maneira explícita, mas é fácil perceber que a operação da soma foi devidamente realizada pela maioria.

Por mais que fossem estimulados a registrar como pensaram para executar a resposta, muitas vezes os alunos defendiam não considerar necessário, pois já era fácil perceber a soma a ser realizada e os valores utilizados eram acessíveis para o cálculo mental. “Também neste quarto ciclo, os problemas de Geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria” (BRASIL, 1997, p. 86).

Mais da metade dos alunos não responderam ao sexto problema de 9º ano alegando na ocasião de aplicação do instrumento ter dificuldade de compreensão da linguagem do seu enunciado. As estratégias em que criamos expectativa de promoção foram a algébrica seguida da aritmética, entretanto somente um aluno da EMEF Orlando Dantas fez uso de mais de uma delas simultaneamente para solucionar, os demais optaram por apenas uma estratégia.

Aqueles que realizaram cálculo no problema numerado por nove levaram em consideração o valor de uma volta completa do círculo, igual a 360º, ou da sua metade, igual a 180º, e promoveram subtrações adequadas. O número de participantes que acertaram resolver na íntegra o problema foi igual a quinze. As respostas consideradas como parciais são aquelas que correspondem à obtenção de uma das três medidas solicitadas.

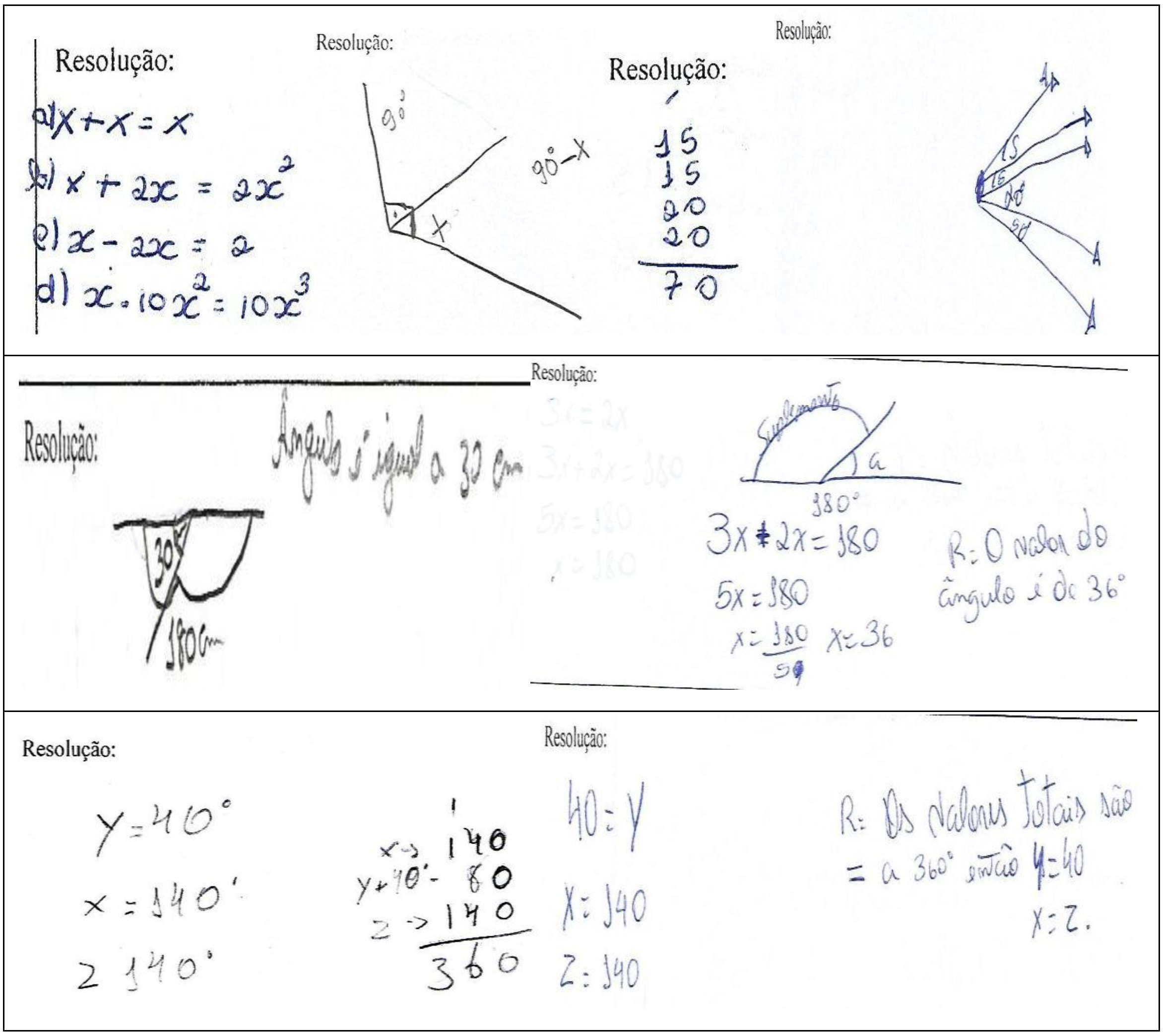
A única estratégia algébrica para esse mesmo problema, foi apresentada como uma equação do tipo $x + 40º = 180º$ e na sequência foi resolvida para obter a medida x, mas outros alunos que responderam a questão não consideraram necessário montar uma equação, pois já julgavam compreender o problema com clareza e afirmavam ser fácil perceber cada ângulo solicitado no problema.

Os registros dos alunos que formaram a amostra dos entrevistados expõem que alguns notaram que devem encontrar suplemento ou complemento em função de um ângulo desconhecido o qual foi denominado em geral pela letra x. Mas existe muita confusão na hora de escrever as notações, acreditamos que isso se deva pelo não conhecimento do conteúdo integralmente, pois muitos destacavam que complemento tratava-se do ângulo de 90º e suplemento do ângulo de 180º e não o valor restante para completar esses ângulos reto e raso.

A estratégia geométrica foi bem aceita pelos estudantes, muitos deles fizeram uso de figuras para ilustrar sua ideia na resolução. Sempre separando um ângulo qualquer e o que falta para atingir as formas complementar e suplementar. No problema que contém uma estrutura a ser montada com base na passagem da linguagem comum para a linguagem matemática, ficou provado que alguns estudantes realizaram a leitura e interpretação do problema, mas não souberam organizar os dados de maneira satisfatória.

No único problema sobre bissetrizes as estratégias foram da forma aritmética já com uma operação da soma armada, suprimindo o caminho que fez notar os valores não expostos e também houve quem confeccionasse uma nova figura reproduzindo a do problema para manipular com mais confiança as ideias lançadas.

Figura 21: registros de alunos para os primeiro e quarto problemas de 8º ano e sexto e nono problemas de 9º ano



Fonte: imagens extraidas dos registros dos alunos de 8º e 9º ano que participaram da entrevista semiestruturada

Os alunos explicam que para resolver as questões fizeram o seguinte: “Eu acho que um ângulo é igual a 90 graus tem o símbolo lá 90. Esse suplemento eu coloquei 30 porque a metade do círculo todo é 180 cm, o seu suplemento, não sei, coloquei aqui 30” e continua “Eu acho que aqui era 150, e pra dar 180, faltava 30”. Essa estudante, 9OesteF8, atribui um valor fixo para o ângulo desconhecido e desenvolveu o raciocínio provocado na questão a partir do valor de 30º. Essa narrativa refere-se ao problema enumerado por seis do instrumento do 9º ano.

Ainda sobre a questão 6 do mesmo ano letivo, 9LesteF6 expõe sua interpretação “o triplo da medida de um ângulo é igual a 3x mais, o dobro da medida é 2x mais e o suplemento é alguma coisa que falta para completar”. Sua colega de turma entrevista juntamente na abordagem coletiva complementa “é para completar 180º, é meia volta” (9OesteF5).

Já quando se trata da questão de número 9 a qual denota os conteúdos geométricos complemento, suplemento e ângulos opostos pelo vértice, tivemos esses argumentos “ele todo ia ser 360º porque a volta tem 360, o círculo inteiro tem 360, eu não conheço nenhum círculo que mede menos que isso. Ai pronto, aqui já tem um grau que é 40, aí o y que está aqui na mesma distância, aí eu pensei deve ser o mesmo grau e os outros estão pouquinho maior, eu fiz essas contas aqui e botei, fui somando e subtraindo ao mesmo tempo. Depois cheguei a essa conclusão que o x e z seria 140º. Pois 140 com 80, que seria esses dois ângulos de 40, mais o outro 140 ia dar 360º” (9OesteF5).

Uma participante, 8NorteF3, explica o porquê da sua utilização de desenho do ângulo no primeiro problema do 8º ano, “com a figura me ajuda a entender, daí eu deixei uma parte mais fechada e outra mais aberta (apontando os graus x e o seu complemento)”. No quarto problema desse instrumento foi desenvolvida uma solução da seguinte maneira “eu peguei o 15º e o 20º e somei deu 35º, daí eu somei mais 15º e mais o outro 20º” (8NorteM4).

O penúltimo cruzamento que efetuamos foi referente aos problemas 5 do 8º ano e 10 do 9º ano. Ambos abordam os conhecimentos sobre ângulos internos em figuras planas, sendo que o conteúdo geométrico já é informado claramente no enunciado, sem nenhuma contextualização da realidade. Por isso, estes problemas são classificados como rotineiros de acordo com exame em Polya (1978).

Para responder o quinto quesito é necessário conhecer sobre propriedades de triângulo e soma de ângulos internos, sem essas noções não haverá êxito na solução. Ao tratar dos conceitos e procedimentos no ensino-aprendizagem de Matemática os PCN (BRASIL, 1998) advogam a favor, dentre outros coisas, da verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° e essa questão oportuniza a tal percepção.

Figura 22: quinto problema do instrumento de 8º ano e décimo problema do instrumento de 9º ano

É possível construir um triângulo com dois ângulos retos? Justifique sua resposta.	Três ângulos de um quadrilátero medem 73°, 102° e 98°. Calcule a medida do quarto ângulo desse quadrilátero.

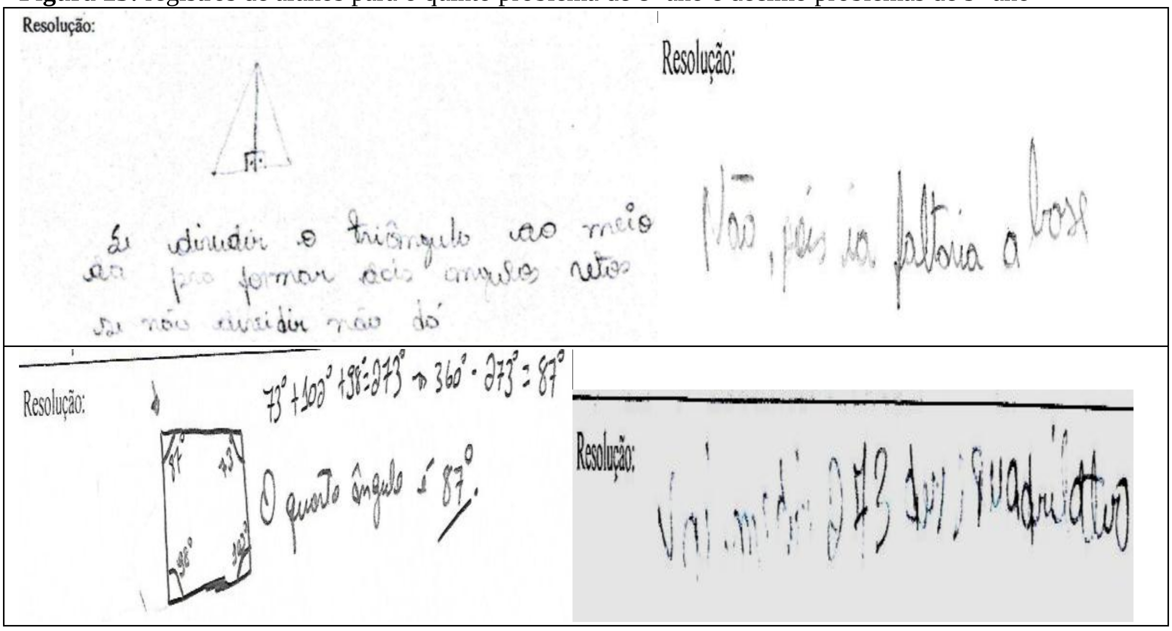
Fonte: problemas retirados dos instrumentos de 8º e 9º anos aplicados nas unidades de ensino

Alguns alunos construíram uma figura do quadrilátero mencionado pelo décimo problema, mas a maioria optou somente pela efetuação do cálculo da soma dos ângulos dados e depois subtraindo o resultado pelo valor 360º, isso porque estavam certos de que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero correspondia a essa medida.

Perante o quinto problema sobre a existência de um triângulo nas condições dadas, houve muitos alunos que garantiram ser possível a construção com dois ângulos retos. Os registros denotam ideias distintas, entretanto com a mesma força, ou seja, tanto quem concordou com a possibilidade de construção do triângulo como quem foi antagônico discute com total certeza e convicção da validade de suas ideias. A segunda opinião, por exemplo, quando investigada esclarece que o aluno construiu dois ângulos retos formando três lados de uma figura, logo o triangulo não pode existir se já se formou um desenho convexo com três lados.

Enquanto isso a respeito do problema do 9º ano os alunos que de fato responderam utilizaram estratégias geométricas, com a idealização da figura proposta no problema e estratégia aritmética. Alguns alunos lembraram que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero equivale a 360º e daí foram procurando compor a quarta medida.

Figura 23: registros de alunos para o quinto problema de 8º ano e décimo problemas de 9º ano



Fonte: imagens extraidas dos registros dos alunos de 8º e 9º ano que participaram da entrevista semiestruturada

Uma participante explicou que no problema 10 do 9º ano "eu calculei os três aí pronto deu 273º" (9OesteF6). A estudante realizou a soma dos ângulos e estava no caminho adequado, mas sem nenhum critério, isso porque depois dessa informação ela não sabia que era necessário subtrair tal valor encontrado por 360º, que é a soma dos ângulos internos de um quadrilátero, assim encontraria a quarta medida solicitada.

Um argumento que causou curiosidade, durante as entrevistas, e se repetiu em algumas escolas sobre o problema 5 do 8º ano foi o seguinte “é possível, é só construir um triângulo e repartir ele no meio e botar um ângulo de 90º de um lado e do outro” (8NorteF3). Essa criatividade não permitiu uma resposta adequada, mas rendeu uma valiosa observação de que o aluno ainda que não tenha estudado algum conteúdo especifico, ele é capaz de buscar uma solução certamente pelo intermédio de seus conhecimentos prévios.

Apesar de nenhum sujeito demonstrar claramente ter conhecimento sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo equivaler 180º, de fato tinham noção da medida de um ângulo reto.

> Por outro lado, antes de termos resolvido o problema, permanece a dúvida se aquela figura pode ser desenhada. É possível satisfazer toda a condicionante imposta pelo problema? Não podemos dizer sim, antes de chegarmos à solução definitiva. Não obstante, começamos por presumir uma figura na qual a incógnita esteja ligada aos dados da maneira prescrita pela condicionante. Pode parecer que traçando a figura, fazemos uma suposição injustificada. (POLYA, 1978, p. 83)

Pelo fragmento o autor valida a observação preliminar da condicionante, no nosso caso, o triângulo deve ter dois ângulos retos, e em seguida avaliar se a figura pode ser construída, pois fazendo isso se tem certeza de que a solução será adequada, diferentemente de partir para uma iniciativa de resolução produzindo desenhos sem nenhuma obediência a condição estabelecida o que muitas vezes forçará uma espécie de improviso para obter a resposta que considera correta, como aconteceu, por exemplo, no argumento de existir dois ângulos retos por meio do traço da sua altura, que na realidade correspondem a um ângulo de 90º para cada novo triângulo formado com divisão do inicial pela altura.

O último cruzamento de problemas corresponde ao sétimo do 8º ano juntamente com sétimo do 9º ano. Esses também, tomamos como rotineiros e são abordadas no enunciado questões relativas às propriedades de triângulos, porém no problema para as turmas do 8º ano os alunos precisavam ter conhecimento sobre as características de outras figuras planas como paralelogramo, losango e retângulo.

Resumidamente, para responder ao sétimo problema de 9º ano, deve-se saber que o maior lado de um triângulo qualquer, nesse caso 10 centímetros, será sempre menor que a soma dos outros dois lados, desse modo, as medidas só poderão ser oito ou nove, utilizando a estratégia algébrica isso é facilmente comprovado.

Requisitam-se no sétimo problema de 8º ano, somente os conhecimentos sobre as definições de losango, retângulo e triângulo. Adotando a estratégia geométrica, ou seja, construção de desenho, basta seguir os passos evidenciados pelas condicionantes e chega-se ao resultado, um triângulo isósceles, já que terá dois lados iguais, e também retângulo por um dos seus ângulos ser reto.

Por isso nos PCN ao tratar sobre os conhecimentos geométricos para o terceiro ciclo, que corresponde aos 6º e 7º anos do ensino fundamental, e esse instrumento é constituído por problemas do livro didático do sétimo ano, explicam que

> Ainda neste ciclo, as atividades geométricas centram-se em procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras. Desse modo, o estudo do espaço e das formas privilegiará a observação e a compreensão de relações e a utilização das noções geométricas para resolver problemas, em detrimento da simples memorização de fatos e de um vocabulário específico (BRASIL, 1997, 68).

Grande parcela dos alunos deixou o campo para resposta totalmente em branco no problema do tipo de triângulo a ser obtido pela manipulação de quadriláteros dados, ou seja, dos oitenta e três participantes apenas dezenove tentaram solucionar o problema. Muitos alunos que confeccionaram desenhos perderam-se nos passos ou nos procedimentos a serem levados em consideração, chegando a uma solução inadequada. Um único aluno apresentou a resposta correta, ao registrar somente com a escrita que o triângulo seria retângulo, o que consideramos como solução adequada, talvez o mesmo não estivesse atento à classificação quanto aos lados e observou o ângulo de 90º contido nessa figura.

Figura 24: sétimo problema dos instrumentos de 8º e 9º ano

Considere um paralelogramo que é losango e também retângulo. Traçando uma de suas diagonais, esse paralelogramo fica dividido em dois triângulos de que tipo?	Em um triângulo, o maior lado tem 10cm, e um dos outros lados mede 3cm. Quais as possíveis medidas inteiras do terceiro lado do triângulo?

Fonte: problemas retirados dos instrumentos de 8º e 9º anos aplicados nas unidades de ensino

Maior parte dos alunos ao apresentarem solução para o problema de 9º ano, optou por registros com a promoção de um desenho e estratégias aritmética (cálculo). Os desenhos de triângulos correspondiam ao entendimento individual de cada um, alguns entendiam que o maior lado deveria ser repetido, outros conjecturavam que o menor lado se repetia, e assim obtinham os três lados de um triângulo.

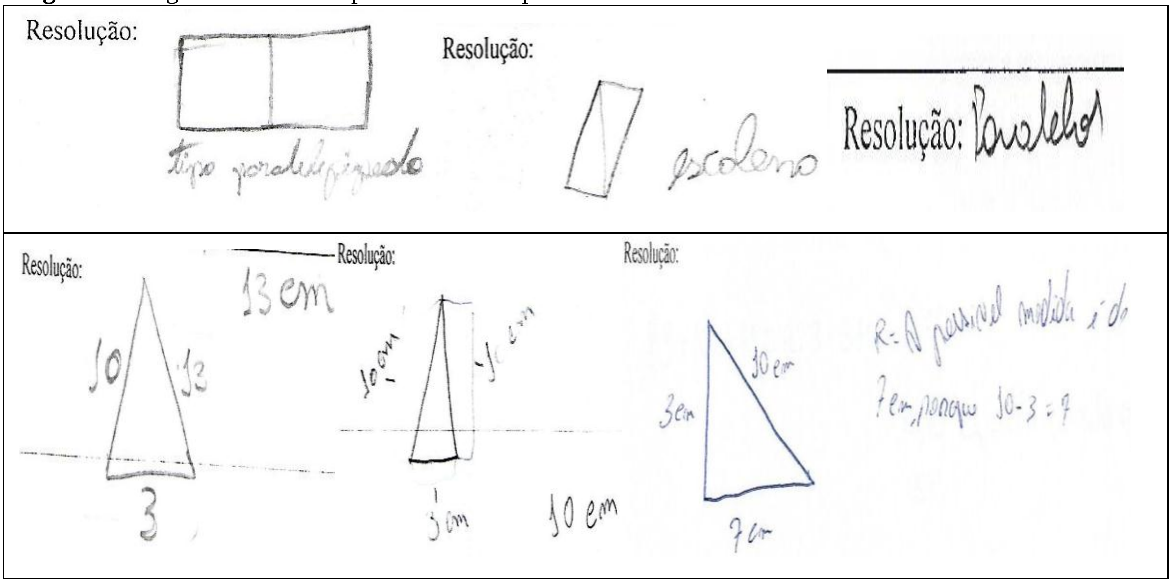
As construções de desenhos para ilustrar a percepção do problema e inserir as condicionantes é um mecanismo que deve ser efetuado segundo Polya (1978). Mas infelizmente, apesar de explicitação de distintas estratégias, essas não podem ser validadas enquanto respostas adequadas já que contrariam as medidas possíveis pela condição de existência de um triangulo qualquer.

As respostas apresentadas para a questão do 8º ano sobre o tipo de triângulo foram em pequena proporção, os alunos que se habilitaram a responder utilizaram preponderantemente a estratégia geométrica, construindo uma figura na tentativa de ir manipulando o enunciado do problema. Entretanto, os passos seguidos por meio do roteiro recomendado no enunciado foram produzindo resultados distintos, isso porque cada desenho foi tomando a forma correspondente ao entendimento individual de cada sujeito.

É possível afirmar que não há um cuidado com algumas das características citadas no problema. Por exemplo, o primeiro registro não levou em conta o fato de o paralelogramo ser losango, ter os quatro lados iguais, já o segundo registro desprezou a informação desse paralelogramo ser retângulo, com os quatro ângulos retos. Por isso, algum descuido, falta de atenção com todo o texto do problema ou a interpretação dele ou ainda o não conhecimento das propriedades de alguma dessas figuras planas acarretou no prejuízo para a resposta final a qual acabou, em todos os casos, sendo equivocadas.

Para o problema das turmas de 9º ano foram dados dois lados e solicitavam-se os possíveis valores para o terceiro lado, a estratégia que também se sobressaiu foi a geométrica com recurso a confecção de figuras, na qual os alunos defendiam que o terceiro lado teria o mesmo valor de um dos outros dados, aliás já construíam uma figura que favorecia essa compreensão. Mas observamos outra estratégia que pode ser considerada como o que Polya (1978) chama de estabelecimento de um plano, pois foi a partir da compreensão particular de cada sujeito que o terceiro lado solicitado foi encontrado por meio de operações tais como adição e subtração, essa estratégia foi aritmética.

Figura 25: registros de alunos para os sétimos problemas de 8º ano e 9º ano



Fonte: imagens extraidas dos registros dos alunos de 8º e 9º ano que participaram da entrevista semiestruturada

Os argumentos para o problema apresentado nas turmas de 9º ano foram validando os registros como, por exemplo, quando 9OesteF5 explica "porque pra poder fazer um triângulo tem que ter os três lados, não é? Dois lados tem que ser basicamente iguais e o terceiro não tem problema ser maior ou ser menor. Bom se esse lado daqui é 10 cm, eu também calculei que aqui seria 10 cm".

A participante após ser questionada sobre a necessidade de dois lados de um triângulo ser sempre iguais admite que possam existir sim triângulos com três medidas diferentes nos lados, mas explica que foi a estratégia encontrada no momento da resolução do instrumento.

Já sobre a questão 7 do 8º ano, 8NorteM4 explica como desenvolveu sua estratégia totalmente geométrica "o paralelogramo, o tamanho dele, ele é quadrado, porque é losango com quatro lados iguais e se torar ao meio fica dois triângulos, ai juntei os dois ficou um paralelogramo". Tal argumento demonstra que o estudante apresenta certo domínio de algumas características de tais figuras, mas não seguiu todos os passos sugeridos por isso não obteve êxito na solução final.

A realização de um cruzar de problemas pelos critérios da tipologia e dos conteúdos geométricos imbricados favoreceu a percepção de que tanto nos problemas geométricos rotineiros e práticos os alunos dos anos finais do ensino fundamental apresentam estratégias geométricas e aritméticas na sua maioria.

A construção de figuras é vista como um recurso para ilustrar a ideia e assegurar que o entendimento do aluno está no caminho que ele idealizou na resolução. Já a estratégia aritmética aparece em todos os casos que contém valores numéricos e as generalizações, por meio de estratégia algébrica apenas é observada em situações que podem claramente ser associadas a alguma lei ou fórmula ou ainda nos casos em que existe um valor desconhecido e as soluções são a ele associadas.

Uma constatação importante é que se alunos se sentem motivados a resolver um problema, seja por estímulo externo, de um professor, por exemplo, ou pelo interesse despertado com a leitura do enunciado do problema, serão desenvolvidas diferentes estratégias na busca de chegar à solução, alguns casos são bem curiosos e revelam a criatividade e o rico conhecimento prévio dos alunos.

Alguns conhecimentos geométricos foram apresentados adequadamente tais como geometria de posição, circunferência, perímetro, bissetriz e ângulos internos de figuras planas. Mas houve uma forte presença de entendimento truncado sobre a noção de área de figuras planas, muitas vezes sendo confundidas com o conceito de perímetro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na tentativa de analisar as possíveis estratégias que alunos de Aracaju- SE adotam para resolver problemas geométricos, foram coletados dados por meio da aplicação de questionários com problemas geométricos e entrevistas semiestruturadas realizadas em formato coletivo por turma em quatro unidades de ensino municipais.

Os três questionários elaborados a partir da "Coleção a Conquista da Matemática" de Giovanni Jr e Castrucci (2009) dos 6º, 7º e 8º ano e aplicados a alunos de cada ano escolar sucessivo. O número de problemas em cada questionário chegou a produzir reações de desinteresse, pois muitos alunos consideraram curto o prazo que disponibilizariam para desenvolver soluções. Mas ainda assim, contamos com a colaboração de expressiva quantidade de estudantes que dedicaram algum tempo à compreensão e resolução dos problemas geométricos.

No âmbito das soluções e estratégias eleitas, percebe-se que os alunos fazem uso recorrente das figuras enquanto suprimento para apresentar suas ideias e organizar seu pensamento matemático, o que de acordo com Polya (1978) isso acontece porque "Figuras são, não apenas objetos dos problemas geométricos, como também um importante auxílio aos problemas de todos os tipos, que nada apresentam de geométrico na sua origem" (POLYA, 1978, p. 82).

É possível perceber que para problemas associados a conteúdos geométricos específicos, tais como: geometria de posição, geometria espacial, triângulos e perímetros, certamente os alunos adicionam a construção de uma figura para identificar os elementos e dados do problema.

Um problema similar apresentado a alunos de diferentes anos do ensino fundamental foi pontual na verificação do amadurecimento das compreensões dos alunos. Já que, diante do questionamento sobre a possibilidade de existência e quantidade de retas a partir de dois pontos dados, o comportamento de alunos mais novos, turmas de 7º ano, está claramente condicionado a recorrência à cálculos, ainda que desnecessários e à dúvidas sobre as evidências que encontravam sobre a unicidade de reta. Enquanto isso, os alunos um pouco mais avançados, turmas de 9º ano, registram e argumentar com segurança a existência de um única reta, apenas com uma afirmativa ou ainda justificando por meio de estratégia geométrica.

Os problemas práticos expõem ligações com as atividades humanas e proporcionam um ambiente quase que investigativo, pois os alunos organizam os dados do enunciado através de figuras e montam o plano para proceder a resolução com a inserção de estratégia aritmética.

Já nos casos de problemas geométricos rotineiros relacionados a ângulos existem duas atitudes que são adotadas pelos participantes, caso haja uma figura, em geral, partem para a utilização do cálculo, estratégia aritmética, e quando a questão apenas apresenta a escrita sem ilustrações, muitos alunos decidem inicialmente confeccionar uma figura, estratégia geométrica, para então seguir aos recorrentes cálculos.

A constituição da pesquisa em quatro regiões geográficas da capital sergipana serviu para estabelecer as possíveis estratégias durante a resolução de problemas geométricos por diferentes idades, sexo e localidades. Pois muitos episódios se repetiam nas unidades participantes. Entretanto, casos isolados, ou seja, particularizações, também aconteceram e estas não são da espécie estratégia, contrariamente a isso, denotaram entendimentos mais claros e coerentes sobre o que solicita o enunciado e qual a forma de resolver um dado problema.

Em alguns casos a estratégia adotada não ocorreu tão espontaneamente aos estudantes, eles afirmam recordar dos momentos de aula que julgaram convenientes e repetiram as ações executadas pelo professor durante a resolução de um problema qualquer. Podemos considerar esse mecanismo por imitação?

Polya (1978) nos esclarece que “O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e praticar” (POLYA, 1978, p. 3). Talvez esse estímulo esteja acontecendo nas salas de aula, mas o problema está na adequação da imitação do procedimento a qualquer situação, sem nenhum critério. Vale destacar que não cabe aqui discutir se é ou não apropriada essa atitude, outras pesquisas podem se ocupar das suas implicações.

Os desdobramentos dessa pesquisa indicam ainda outros questionamentos: será que há regularidade entre os alunos da rede estadual e particular, eles também priorizaram a estratégia geométrica seguida da aritmética na resolução de problemas geométricos? Há indícios do pensamento geométrico, através do uso de ilustrações pelos alunos, em problemas envolvendo outros conteúdos? E ao deslocar-se do aprendizado dos alunos para as questões relacionadas ao ensino, como as estratégias promovidas por meio dos enunciados rotineiro, prático e enigma podem contribuir na percepção de equívocos e procedimentos adequados na resolução de problemas?

Por tudo que foi exposto até aqui, é possível afirmar que no caso dos alunos aracajuanos da rede municipal dos anos finais do ensino fundamental quando se deparam com problemas geométricos, os mesmos adotam estratégias aritméticas e geométricas. Os registros e argumentos algébricos ocorrem em poucas situações. E essa investigação é primogênita para estados como Sergipe e Bahia, constituindo assim um olhar inicial a respeito das estratégias dos alunos frente a problemas geométricos e suas repercussões em termos de entendimentos e mitos adquiridos durante sua vivência escolar.

REFERÊNCIAS

BERTONHA, R. A. **O ensino de geometria e o dia-a-dia na sala de aula**. Campinas: Faculdade de Educação. UNICAMP. 1989. (Dissertação de Mestrado).

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação (uma introdução à teoria e aos métodos)**. Portugal: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. /Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf acessado em: 12/09/2012.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática: 1ª a 5ª série.** São Paulo: Editora Ática. 2005.

FARINACCIO, M. **Estratégias utilizadas por crianças, adolescentes e adultos na resolução de problemas cognitivos**: um estudo da EJA. Bauru: Faculdade de Ciências. UNESP. 2006. (Dissertação de Mestrado).

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3 ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

GOUVEA. **Estudo dos fractais geométricos por meio de caleidoscópios e softwares no ensino-aprendizagem de Geometria**. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas. UNESP. 2005. (Dissertação de Mestrado).

GIOVANNI JR; CASTRUCCI, B. **Coleção A conquista da Matemática.** Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS. **Construções geométricas gráficas no computador**: uma proposta para o ensino-aprendizagem de Geometria. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas. UNESP. 2003. (Dissertação de Mestrado).

MOREIRA, N. J. S. **Continuidade(s) e ruptura(s) nos livros didáticos "a conquista da matemática":** como ensinar a partir de orientações metodológicos da educação matemática (1982 – 2009). São Cristóvão: Ensino de Ciências Naturais e Matemática. UFS. 2013. (Dissertação de Mestrado).

NASCIMENTO, A. A. S. B. **Relações entre os conhecimentos, as atitudes e a confiança dos alunos do curso de licenciatura em Matemática em resolução de problemas geométricos.** Bauru: Faculdade de Ciências. UNESP. 2008. (Dissertação de Mestrado).

NEVES. **O Uso da metodologia resolução de problemas para um grupo de professores do curso de graduação em Matemática**. Bauru: Faculdade de Ciências. UNESP. 2011. (Dissertação de Mestrado).

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria:** uma visão histórica. Campinas: Faculdade de Educação. UNICAMP. 1989. (Dissertação de Mestrado).

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.

PUTI, T. C. **A produção de significados durante o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de equações polinomiais**. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas. UNESP. 2011. (Dissertação de Mestrado).

ROCHA, L. P. **(Re)constituição dos saberes de professores de matemática nos primeiros anos de docência**. 2000. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Campinas, São Paulo, 2000.

RODRIGUES, D. W. L. **O ensino de Geometria com base na exploração de jogos e desafios: um experimento com alunos de design.** Rio de Janeiro. PUC/RJ. 2008. (Tese de Doutorado).

SALES. **Refletir no silêncio**: um estudo das aprendizagens na resolução de problemas aditivos com alunos. Bauru: Faculdade de Ciências. UNESP. 2008. (Dissertação de Mestrado).

SILVA, L. M. **Estratégias de utilização de registros de representação semiótica na resolução de problemas matemáticos**. Campinas: Faculdade de Educação. UNICAMP. 2007. (Dissertação de Mestrado).

SILVA, M. J. C. **As estratégias no jogo quarto e suas relações com a resolução de problemas matemáticos**. Campinas: Faculdade de Educação. UNICAMP. 2008. (Tese de Doutorado).

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

TAXA, F. O. S. **Estudo sobre a resolução de problemas verbais aritméticos nas séries iniciais.** Campinas: Faculdade de Educação. UNICAMP. 1996. (Dissertação de Mestrado).

TRINDADE, D. A. **Entendimento(s) sobre o uso da resolução de problemas matemáticos:** O caso de professores de Matemática do 6º ao 9º ano da rede municipal de Aracaju– SE. São Cristovão: Ensino de Ciências Naturais e Matemática. UFS. 2012. (Dissertação de Mestrado).

APÊNDICE

Apêndice 1- Carta de cessão das entrevistas

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

NATURAIS E MATEMÁTICA – NPGECIMA

CARTA DE CESSÃO

Aracaju, ___ de ___________ de 2013.

Ao Núcleo de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – NPGECIMA

Eu, ____, estado civil: ________ documento de identidade nº. ___________________SSP/__, pai, mãe ou responsável pelo(a) estudante ____ declaro para os devidos fins que cedo os direitos da entrevista gravada em ____/_____/______e transcrita em ______/______/_______ para ser utilizada como fonte para a pesquisa que está sendo desenvolvida por Aline Alves Costa, aluna do Mestrado em Ensino e Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Sergipe. As informações coletadas poderão ser utilizadas integralmente, sem restrições de prazos e citações, inclusive com referência ao nome do(a) estudante, desde a presente data. A pesquisa referida, ainda em andamento, está provisoriamente intitulada como "**As estratégias utilizadas pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de Aracaju-SE para resolução de problemas geométricos**". E mesmo ciente que os dados foram coletados para essas investigações autorizo a sua audição e o uso das citações a terceiros, abdicando de direitos meus e de meus descendentes.

Sem mais para o momento, subscrevo-me.

____

Pai, mãe ou responsável pelo(a) estudante menor

Apêndice 2- Roteiro das entrevistas semiestruturadas para os 7º, 8º e 9º anos das unidades de ensino participantes da pesquisa

ROTEIRO 7º ANO

Perguntas para questão 1	Sul	Norte	Leste	Oeste
O que significa 169 m^2 de um quadrado?	X	X		
O que está sendo solicitado?	X	X		
Como usar a informação dada para encontrar o que está sendo pedido?	X	X	x	
Essa forma que você escolheu é a mais simples ou poderia pensar numa outra maneira de resolver o problema?	X			
Ficou satisfeito com a resposta obtida? Ela atende o que se pede?	x			
Porque você dividiu 169 por 4?		X		
Porque você multiplicou 169 por 4?		X		
Porque você marcou nos lados da figura que construiu o valor 169? ele corresponde ao lado?		X		
Porque você realizou o cálculo, obteve 68 e afirmou ter 84 quadrados?			x	
Porque você afirmou ter 169m?			x	

Perguntas para questão 2	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque os pontos dados ficaram localizados nessa posição?	x			
Porque existe essa quantidade de retas?	x			
Porque você afirmou que P vale 130 e Q 30?		X		
Porque você construiu 2 retas que se cortam e passam cada uma pelos pontos P e Q?		X		
Porque você formou um ângulo de 90° com 2 retas passando por P e Q?		X		
Você entendeu o que foi solicitado?				
Porque fez os cálculos?				

Perguntas para questão 3	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque desenhou esses triângulos separadamente?		X		
Encontrou o que foi solicitado? Por quê?		x		
Sua resposta final foi 19, por quê?			X	
Como usou o cálculo para obter 19?			X	
Explique seu desenho			X	

Perguntas para questão 4	Sul	Norte	Leste	Oeste
O que você entende por segmento?	x	x	x	
Mostre na figura segmentos paralelos.	x	x	x	
Onde estão as extremidades?	x		X	
Pelas suas figuras construídas não fica claro a resposta. Explique.		X		
Você considera que A é paralelo a B?		x		
Perguntas para questão 5	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
Quando Ana deu 1 volta, ela andou por quantos lados da praça quadrada?	x		X	
E quando deu 4 voltas?	x		x	
Ela andou a mesma quantidade de metros ao dar 1 volta e ao dar 4 voltas?	x			
Quando você somou 4 vezes o valor 24,5m encontrou o valor 98m que	x			

corresponde a que medida?				
Como você calculou a quantidade de passos?	x			
Porque não respondeu?		x		
Como encontrou 98 m de distância e 8 passos?		x		
Porque multiplicou 24,5 por 4?		X		
O que fez no cálculo seguinte?		x		
Porque somou 24,5 por ele mesmo 4 vezes e encontrou 950? Isso está correto?			X	
Como calcular a quantidade de passos?			X	

Perguntas para questão 6	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
Porque você multiplicou os lados?	x			
O que é área de uma figura?	x	x	x	
Porque não respondeu?		X		
Como calculamos a área?	x	x	x	
Porque você somou as medidas dadas?		x		
Porque realizou o cálculo? Ele é adequado na resolução?			x	
Porque afirmou esses valores para cada item pedido?			x	

Perguntas para questão 7	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
O que você entende por semirreta?	x	x	x	
Quando se diz é dado o ponto de origem, o que isso significa?	x			
Porque você diz ter 5 semirretas?			X	
Porque você diz ter 2 semirretas?			x	
Porque você diz ter 4 semirretas e escreve C, D, B, E, F?		x		
Essas letras representam retas, semirretas, pontos ou o que?		X		

Perguntas para questão 8	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
Se pede a quantidade de metros quadrados, o que isso quer dizer?	x			
Como você encontrou esse valor?	x			
Porque você diz que o total é $6m^2$?		x		
Porque você afirma ter 7m de madeira?		X		
Porque você somou 4 vezes 1cm? A resposta obtida é o que se pede?		X		
Porque você diz ser 4m e 3m de centímetro?		x		
Porque você diz ter 10 cm? Como obteve?			x	
Como realizou o cálculo e obteve 13m? Porque pensou assim?			X	

Perguntas para questão 9	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
As medidas dadas (quadra e pátio) correspondem a algo que você conhece?	x			
Porque sua resposta final foi esse valor?	x		x	
Você respondeu o que foi solicitado na questão?	x			
Porque somou os 4 valores dados?		x	x	
O que obteve, 104m, com a soma, é a resposta correta?		x	x	
Porque você subtraiu cada medida?		x		
E depois somou os resultados? Esse valor será de fato o que se pede?		x		
Porque afirmar ter 34m de área livre? Como chegou a esse valor?		X		

ROTEIRO 8º ANO

Perguntas para questão 1	Sul	Norte	Leste	Oeste
Foi solicitado para encontrar a alternativa correta?	x			
porque não respondeu?		x	X	
Você entendeu o que foi pedido em cada item? Explique.		x	x	
Porque realizou os cálculos algébricos?			x	
Você obteve as respostas adequadas com o auxílio dos cálculos?			x	
O que significa o desenho de ângulo que você construiu?		X		
O que você entende por complemento e suplemento de ângulo?	x	x	x	

Perguntas para questão 2	Sul	Norte	Leste	Oeste
Você realmente construiu 16 partes num círculo e como obteve as 9 dobras?	x			
O que acontece a medida que varia a quantidade de dobras?	x			
Como encontrou 6 dobras?		X		
Explique porque para você 3 dobras são 8 partes e então 6 dobras tem 16 partes?		X		
Porque você diz que são 5 dobras?			X	
Você realmente construiu 16 partes num círculo e esse desenho auxiliou a resposta solicitada?			X	
Porque você diz ter no mínimo 16 dobras?			X	

Perguntas para questão 3	Sul	Norte	Leste	Oeste
Cada item da questão pede o que?				
No transferidor você localizou as letras e marcou valores, porque esses valores?	x	X	x	

Perguntas para questão 4	Sul	Norte	Leste	Oeste
O que foi solicitado na questão?	x			
O que significa a informação “ON e OM são bissetrizes de AOB e BOC”?	x	x	x	
Como encontrar o que se pede?	x		x	
Explique como pensou que AOB= 30, BOC= 40 e AOC= 65.		x		
Sua resposta ao que se pede está correta?		x	x	
Porque não respondeu?			x	

Perguntas para questão 5	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque você acha que não?	x	x	X	
O que é ângulo reto? Quanto ele mede?	x	x		
Porque você diz que a medida de 2 ângulos é 90°?	x			
Porque faltaria a base? Explique sua ideia.			X	
Porque você afirmou que sim?		x	X	
Explique sua ideia sobre ângulos e lados?			X	
Explique porque dividiu o triangulo que construiu.		x		

Perguntas para questão 6	Sul	Norte	Leste	Oeste

Porque não respondeu?	x			
Fale sobre cada figura pedida. Porque as localizou em cada item?	x	x	X	
O que quis dizer com sempre será a soma das letras?	x			
Você conseguiu localizar cada figura pedida?		x		
O que caracteriza um trapézio?		x	X	
E do tipo retângulo?		x	X	

Perguntas para questão 7	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque não respondeu?	x	x		
Porque construiu essa figura? O que ela representa?	x	x	x	
Como auxiliou na resolução?	x	x	x	
Porque afirmou ser escaleno?			x	
Explique sua ideia.			x	

Perguntas para questão 8	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque não respondeu?	x		x	
Porque você diz que diminuiu os graus?	x			
Porque mede 50°?	x			
Quando o ponteiro chega às 6h, que ângulo será?	x	x		
Pede a medida em horas ou graus?	x			
Cada hora mede quantos graus?	x			
Porque você diz que aumentou?		x	x	
Porque formou 180°?			x	
Qual era o ângulo formado pelos ponteiros anteriormente (5h)?		X	x	

ROTEIRO 9º ANO

Perguntas para questão 1	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque não respondeu?		x		
Porque você fez uma figura?	x		X	
Porque existe apenas uma reta?	x			
Porque 2 retas?	x			
Porque sua resposta final foi 1 reta?			X	
Explique como pensou.	x		X	

Perguntas para questão 2	Sul	Norte	Leste	Oeste
O que é uma aresta? Localize na figura.	x		X	
Você informou a quantidade correta?	x	x	X	
Porque disse ter 3 em cada lado? Refere-se a que figura?			X	
Você respondeu adequadamente ao problema? Faltou algo?			X	
Como encontrou 20 arestas para a 1ª figura e 9 para a 2ª?		x		
Os desenhos construídos por você auxiliaram a resolver o problema de maneira adequada?		X		

Perguntas para questão 3	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque você confeccionou uma figura?	x	X	X	
De que maneira a mesma auxiliou a resolução?	x	X	X	

O que você entende por raio?	x	X	X	
Porque você somou e obteve 12?	x			
Porque sua figura contem 2cm a partir do CD até a capa?	x			
Porque afirmou ser 3 a medida solicitada?		x	X	
Porque afirma ter 11cm de raio?			X	

Perguntas para questão 4	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
A distância que cada um deve andar, segundo você, em linha reta pra frente, corresponde a que num círculo?	x		X	
Porque todos vão andar a mesma distância/medida?	x			
Porque você disse que o caminho de cima era o menor?		X		
Porque disse que quem está embaixo andara mais?		X		
Porque diz para seguir em frente ou ir direto?			X	
O que pensou para afirmar que vão chegar todos no mesmo tempo?			X	
Porque afirma que Gloria está mais perto e por isso andara menos?			X	

Perguntas para questão 5	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
Como você realizou o cálculo?	x			
O que você entende por perímetro?	x	x	X	
Você realmente encontrou o valor de cada lado da figura? Se sim, quanto vale?	x			
Porque você marcou uma alternativa sem revelar o que pensou?		x		
O que deveria ser feito para resolver o problema?		x	X	
Porque não respondeu?			X	

Perguntas para questão 6	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
Você considerou que o ângulo desconhecido vale x, o que significa suplemento desse ângulo?	x			
É suficiente dizer que 2 vezes 180 equivale ao dobro do suplemento de x?	x			
Porque não respondeu?			X	
O que significa suplemento de um ângulo?		x	X	
Porque você escreveu 3=2?		X		
Porque você multiplicou 180 por 5? Explique seu cálculo?		x		

Perguntas para questão 7	**Sul**	**Norte**	**Leste**	**Oeste**
Porque você construiu um triangulo com os 2 lados dados na questão, 3cm e 10 cm, e um outro lado que você considerou valer 10cm?	x			
Qual artifício ou ideia você usou para encontrar o valor 3cm para o 3º lado? Isto está correto?	x	x		
Porque não respondeu?			X	
Porque fez uma figura?			x	
Porque você construiu um triangulo com os 2 lados dados na questão, 3cm e 10 cm, e um outro lado que você considerou valer 10cm?			x	
Porque você construiu um triangulo com os 2 lados dados na questão, 3cm e 10 cm, e um outro lado que você considerou valer 13cm?		X		

Perguntas para questão 8	Sul	Norte	Leste	Oeste
Você realizou o cálculo do perímetro?	x	x		
Porque você fez as multiplicações 62x4 e 40x4?		X		
Você encontrou o que foi solicitado?	x	x	x	
O que você pensou para afirmar que o perímetro vale 5?			x	
Porque confeccionou uma figura? Auxiliou de que maneira?			x	
Como realizou os cálculos?				
Você obteve a resposta em cm e a questão solicita em m, como você realizou a transformação?	X			

Perguntas para questão 9	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque você diz que em cima e embaixo mede 180°?	X			
E lados direito e esquerdo mede 80°?	X			
Como você reconheceu o valor de y?	X			
o que pensou para encontrar x e z?	X		x	
Porque afirmou que y=40°?			x	
Porque não respondeu?			x	
Explique o cálculo efetuado por você (40 x3)?		x		
Ele auxiliou na obtenção da resposta?		X		

Perguntas para questão 10	Sul	Norte	Leste	Oeste
Porque você multiplicou cada medida por 4? Encontrou o 4º lado?	x			
Você construiu uma figura, somou os lados dados e porque o resultado foi subtraído de 360?	x			
Explique como pensou e fez esse cálculo?	x			
Porque você desenhou 3 quadriláteros?		x		
Esse recurso auxiliou a resposta?		X		
Porque não respondeu?			x	
O que você quis dizer com vai medir 273 desse quadrilátero?			X	
Como encontrou esse valor?			x	

Apêndice 3- Instrumentos de coleta com problemas geométricos

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezado(a) estudante!
Este instrumento tem por finalidade identificar as estratégias que serão utilizadas na resolução de problemas geométricos para uma dissertação intitulada "as estratégias adotadas por alunos aracajuanos dos anos finais do ensino fundamental para a resolução de problemas geométricos". Diante disso, firmamos o compromisso em respeito aos princípios éticos e garantimos que sua identidade será mantida em absoluto anonimato.
Contando com a sua valiosa participação, agradecemos pela colaboração e nos colocamos à disposição para qualquer esclarecimento.

Nome: ____

Idade: ___________ Você já repetiu de ano? Sim ( ) Não ( ) Qual? ________________

Você gosta de Matemática? Sim ( ) Não ( ) Por quê?______________________________

O que você entende por problema matemático?_____________________________________

____

1) Antonio é um pintor experiente.

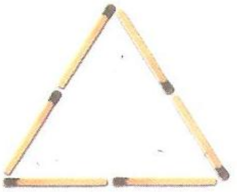
Qual é a medida, em metros, do lado desse quadrado?

Resolução:

2) São dados dois pontos distintos, P e Q. Quantas retas podem passar pelo ponto P e também pelo ponto Q?

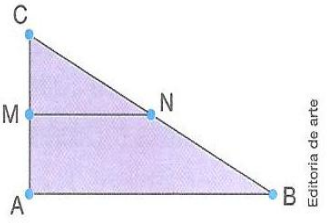
Resolução:

3) Com 6 palitos de fósforo formei um triângulo equilátero. Acrescente 3 palitos iguais a estes, de modo que fiquem 5 triângulos equiláteros, sendo 4 pequenos e 1 grande.



Resolução:

4) Observe a figura.



a) Escreva dois segmentos que estão em retas paralelas.
b) Escreva um segmento que esteja contido em BC.
c) Escreva dois segmentos que tenham como extremidade comum o ponto A.

Resolução:

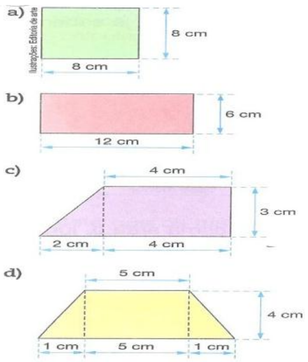
5) Ana está passeando em uma praça quadrada que tem 24,5m de lado. Ela deu 4 voltas completas no contorno dessa praça.

a) Quantos metros Ana andou?

b) Em média, cada passo de Ana mede 0,8m, quantos passos ela terá dado ao completar as 4 voltas?

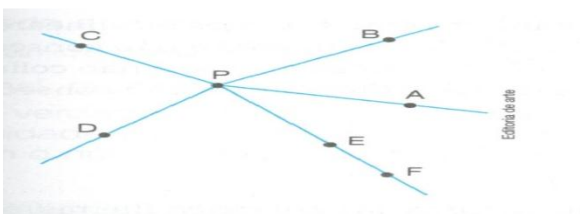
Resolução:

6) Determine a área de cada figura geométrica:



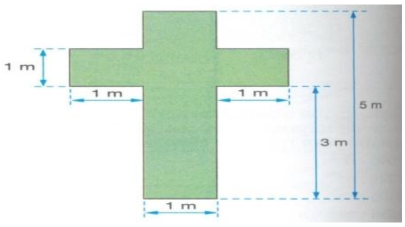
Resolução:

7) Quantas e quais são as semirretas com origem no ponto P que estão representadas na figura?



Resolução:

8) Um marceneiro deve fazer uma cruz como a da figura. Quantos metros quadrados de madeira serão necessários para realizar o trabalho?



Resolução:

9) As medidas oficiais de uma quadra de basquete são 20m por 12m. O pátio de uma escola tem a forma retangular e suas dimensões são 40m por 32m. Nesse pátio, foi construída uma quadra de basquete seguindo os padrões oficiais. Qual a área livre que restou nesse pátio?

Resolução:

Fonte: GIOVANNI JUNIOR, Jose Ruy. CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática**. 6º ano. Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 2009. (Coleção a conquista da matemática).

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezado(a) estudante!
Este instrumento tem por finalidade identificar as estratégias que serão utilizadas na resolução de problemas geométricos para uma dissertação intitulada "as estratégias adotadas por alunos aracajuanos dos anos finais do ensino fundamental para a resolução de problemas geométricos". Diante disso, firmamos o compromisso em respeito aos princípios éticos e garantimos que sua identidade será mantida em absoluto anonimato.
Contamos com a sua valiosa participação, agradecemos pela colaboração e nos colocamos à disposição para qualquer esclarecimento.

Nome: ____

Idade: __________ Você já repetiu de ano? Sim (   ) Não (   ) Qual? ______________

Você gosta de Matemática? Sim (   ) Não (   ) Por quê?__________________________

O que você entende por problema matemático?_________________________________

____

1) Se um ângulo mede x graus, que expressão você usará para representar:

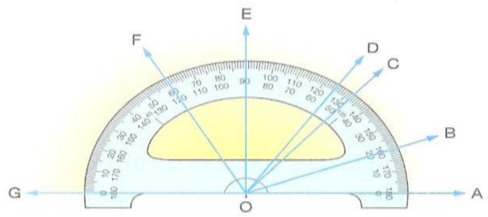
a) O complemento desse ângulo?
b) O suplemento desse ângulo?
c) A metade do suplemento desse ângulo?
d)O quintuplo do suplemento desse ângulo?

Resolução:

2) Quantas dobras, no mínimo, serão necessárias para dividir um círculo em 16 partes iguais?

Resolução:

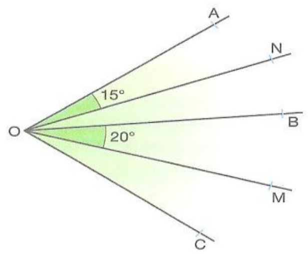
3) Dê as medidas dos ângulos indicados:



a) med (AÔB)
b) med (AÔC)
c) med (AÔD)
d) med (AÔE)
e) med (AÔF)
f) med (AÔG)
g) med (BÔE)
h) med (EÔF)

Resolução:

4) Na figura abaixo, quanto mede o ângulo AÔC, sabendo que se ON e OM são bissetrizes de AÔB e BÔC, respectivamente?

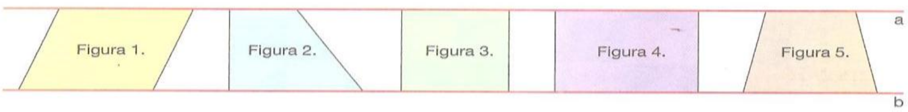


Resolução:

5) É possível construir um triângulo com dois ângulos retos? Justifique sua resposta.

Resolução:

6) As retas *a* e *b* são paralelas. Helena desenhou alguns quadriláteros na região entre as retas *a* e *b*.



Observe atentamente os desenhos de Helena e responda:

a) Quais dessas figuras são paralelogramos?
b) Dentre os quadriláteros, qual figura é:
   - Um retângulo?
   - Um quadrado?
c) Quais desses quadriláteros desenhados são trapézios?
d) Dentre os trapézios, qual deles é um trapézio retângulo?

Resolução:

7) Considere um paralelogramo que é losango e também retângulo. Traçando uma de suas diagonais, esse paralelogramo fica dividido em dois triângulos de que tipo?

Resolução:

8) Um relógio parou marcando 5h. Os ponteiros formaram, então, o ângulo destacado ao lado. Após “dar corda”, o relógio voltou a funcionar. Ao chegar às 6h, o ângulo formado pelos ponteiros nessa nova posição aumentou ou diminui? Quantos graus mede o novo ângulo?

Resolução:

Fonte: GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática**. 7º ano. Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 2009.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA
NÚCLEO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Prezado(a) estudante!
Este instrumento tem por finalidade identificar as estratégias que serão utilizadas na resolução de problemas geométricos para uma dissertação intitulada "as estratégias adotadas por alunos aracajuanos dos anos finais do ensino fundamental para a resolução de problemas geométricos". Diante disso, firmamos o compromisso em respeito aos princípios éticos e garantimos que sua identidade será mantida em absoluto anonimato.
Contando com a sua valiosa participação, agradecemos pela colaboração e nos colocamos à disposição para quaisquer esclarecimentos.

Nome: ____

Idade: __________ **Você já repetiu de ano? Sim ( ) Não ( ) Qual?** ______________

Você gosta de Matemática? Sim ( ) Não ( ) Por quê?___________________________

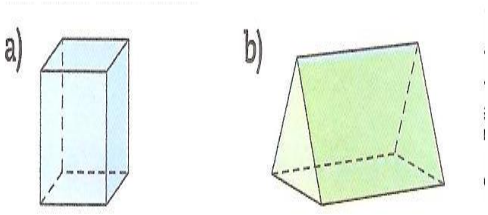
O que você entende por problema matemático?_________________________________

____

1) Pense e responda: Quantas retas você pode traçar passando por dois pontos distintos de um plano?

Resolução:

2) Cada segmento representado nos sólidos abaixo chama-se aresta. Quantas arestas há em cada um deles?

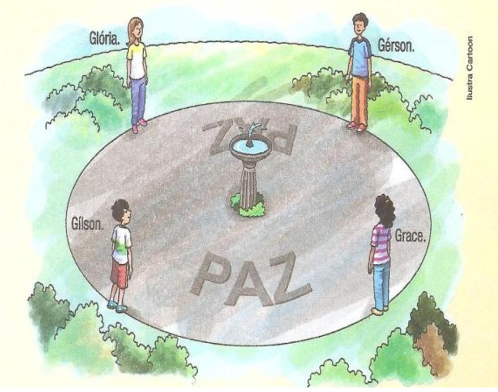


Resolução:

3) Todo CD tem forma circular e sua capa tem forma retangular. Se um CD tiver 6cm de raio, qual deverá ser a medida mínima do menor lado da capa? Qual o menor caminho que cada um deles deve fazer para alcançar o bebedouro?

Resolução:

4) Gérson, Grace, Gílson e Glória estão passeando em uma praça circular conhecida como Círculo da Paz. Bem no meio dessa praça há um bebedouro.



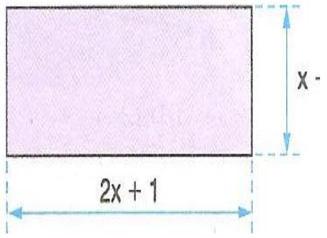
a) Qual o menor caminho que cada um deles deve fazer par alcançar o bebedouro?

b) Considerando o menor caminho para cada um, qual deles vai andar mais? Qual vai andar menos? Justifique.

Resolução:

5) Observando a figura abaixo, a expressão algébrica mais simples que determina o perímetro desse retângulo é:

a) $6x - 4$
b) $4x - 6$
c) $-4x^2 + x - 3$
d) $x + 4$



Resolução:

6) O triplo da medida de um ângulo é igual ao dobro da medida do seu suplemento. Qual é a medida desse ângulo?

Resolução:

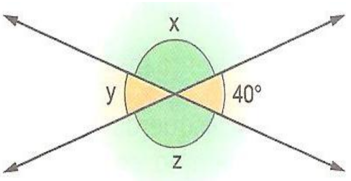
7) Em um triângulo, o maior lado tem 10cm, e um dos outros lados mede 3cm. Quais as possíveis medidas inteiras do terceiro lado do triângulo?

Resolução:

8) Uma mesa tem seu tampo na forma octogonal; os lados maiores têm 62cm e os menores, 40cm. Qual é o perímetro, em metros, do tampo dessa mesa?

Resolução:

9) Na figura ao lado, calcule as medidas x, y e z indicadas.



Resolução:

10) Três ângulos de um quadrilátero medem 73°, 102° e 98°. Calcule a medida do quarto ângulo desse quadrilátero.

Resolução:

Fonte: GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática**. 8ºano. Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 2009.