



Recebido em: 12/08/201
Aprovado em: 13/08/201
Editor Respo.: Veleida Ana
Bernard Charle
Método de Avaliação: Double Blir
Revie
E-ISSN:1982-3657
De
<http://dx.doi.org/10.29380/2018.12.20.0>

A EXPLICAÇÃO RELACIONAL COMO FERRAMENTA PARA ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO

JULIANA DE SOUZA PAULA
NAILYS DE MELO SENA SANTOS
RENATA SÁ DE JESUS BARBOSA

EIXO: 20. EDUCAÇÃO E ENSINO DE MATEMÁTICA, CIÊNCIAS EXATAS E CIÊNCIAS DA NATUREZA

Resumo

O presente trabalho é um recorte de uma pesquisa intitulada "Análise praxeológica com diagramas esquemáticos sobre os elementos intuitivos geométricos em LD 6ºEF", que faz parte do projeto maior do Programa de Iniciação Científica - PIBIC/COPEs/UFS. Objetivamos para este artigo, realizar uma comparação entre a explicação relacional que elaboramos e a explicação do livro didático Matemática Biachini do 6º ano do ensino fundamental, a fim de verificar se o livro tem uma explicação relacional ou instrumental. Fundamentamo-nos na Teoria da Compreensão Relacional de Skemp (1980) com o trabalho dos autores Abido (2015) e Fossa (2011). A partir da análise, concluímos que o autor do livro didático, ao abordar os elementos intuitivos da geometria, contribui para o aluno obter uma compreensão relacional.

Palavra Chave: Livro didático. Explicação Relacional. Ensino de Geometria.

THE RELATIONAL EXPLANATION AS A TOOL FOR DIDACTIC BOOK ANALYSIS

Abstract

The present work is a review of a research entitled "Praxeological analysis with schematic diagrams on the geometric intuitive elements in LD 6ºEF", which is part of the larger project of the Scientific Initiation Program - PIBIC / COPEs / UFS. We aim for this article to make a comparison between the relational explanation that we elaborated and the explanation of the Biachini Mathematics textbook of the 6th year of elementary school, in order to verify if the book has a relational or instrumental explanation. We are based on Skemp's Theory of Relational Understanding (1980) with the authors Abido (2015) and Fossa (2011). From the analysis, we conclude that the author of the textbook, when approaching the intuitive elements of geometry, contributes to the student to obtain a relational understanding.

Keyword: Textbook. Relational Explanation. Teaching Geometry.

EXPLICATION RELATIONNELLE COMME OUTIL D'ANALYSE DE LIVRES DIDACTIQUES

Résumé

Le présent travail est une d'une recherche intitulée "Analyse praxéologique avec diagrames schématiques des

éléments géométriques intuitifs dans LD 6^oEF", qui fait partie du projet plus vaste du Programme d'initiation scientifique - PIBIC / COPEs / UFS. Nous souhaitons que cet article fasse une comparaison entre l'explication relationnelle que nous avons élaborée et l'explication du manuel Biachini Mathématiques de la 6^{ème} année du primaire, afin de vérifier si le livre a une explication relationnelle ou instrumentale. Nous nous basons sur la théorie de la compréhension relationnelle de Skemp (1980) avec les auteurs Abido (2015) et Fossa (2011). À partir de l'analyse, nous concluons que l'auteur du manuel, lorsqu'il aborde les éléments intuitifs de la géométrie, aide l'étudiant à acquérir une compréhension relationnelle.

Mot clé: manuel. Explication relationnelle. Enseignement de la géométrie.

Introdução

O presente artigo é um recorte de uma pesquisa intitulada "*Análise praxeológica com diagramas esquemáticos sobre os elementos intuitivos geométricos em LD 6^oEF*", que faz parte do projeto maior do Programa de Iniciação Científica - PIBIC/COPEs/UFS. A pesquisa teve o objetivo de analisar o objeto de conhecimento 'Elementos Intuitivos Geométricos' no livro didático Matemática Biachini do 6^o ano do ensino fundamental para melhor entendimento das praxeologias existentes nesse livro didático, utilizando a compreensão relacional como ferramenta pedagógica, a partir da construção de diagramas esquemáticos[i]. Com o propósito de continuar o projeto anterior, intitulado "A Explicação Relacional e as Praxeologias do Ensino de geometria do 8^o ano do Ensino Fundamental Presentes nos Livros Didáticos de Matemática", buscou-se estabelecer conexões entre três aportes teóricos.

Para esta pesquisa, então, o objeto de conhecimento investigado refere-se aos conceitos elementares de geometria plana (ponto, reta e plano), observando-se serem conceitos geométricos estudados no 6^o ano do Ensino Fundamental. Inicialmente, foi programado analisar os livros didáticos de matemática aprovados pelo Plano Nacional de Livro didático – PNLD-Matemática 2017 e que fossem os mais adotados na rede estadual de ensino em Sergipe, visto que a rede municipal de Aracaju-SE (capital) adota outro sistema para apoio pedagógico ao estudante. Entretanto, esta pesquisa apresenta apenas a análise de um desses livros, como já mencionado, devido o acesso ter sido de um exemplar de cada coleção. A proposta de projeto apresenta três Planos de Trabalho, dessa forma, por conta do tempo para apresentarmos o relatório final, a coordenação determinou que cada Plano de Trabalho apresentasse apenas a análise de um dos livros, considerando isto o bastante para responder a questão central de pesquisa – como as praxeologias presentes no livro didático de Matemática (Matemática Biachini, 2015) do 6^o ano do ensino fundamental, aprovados pelo PNLD 2017 e um dos mais adotados em escolas da rede estadual de Aracaju-SE contribuem para uma compreensão relacional por parte do aluno, quanto aos elementos intuitivos da geometria

Para fundamentar nossa pesquisa foi necessária uma revisão literária sobre a importância e as problemáticas acerca do ensino de geometria, conhecendo um pouco mais sobre as questões que envolvem este ensino no Brasil, como também de que forma se constrói o conhecimento geométrico pelos alunos. Para isso, durante as reuniões de estudo com a coordenação do projeto, foram lidos e discutidos diferentes textos sobre o tema.

Também para atingir o objetivo desta nova pesquisa, ampliamos as leituras, aprofundando o estudo sobre as noções teóricas que embasaram o presente trabalho. As noções teóricas foram o modelo dos níveis de van Hiele, a teoria defendida por Skemp (1980) que aborda a explicação relacional e a teoria de Chevallard (1998; 2011 apud SOUZA e SILVA, 2015) sobre as noções de praxeologia.

Após as leituras, a escolha dos livros didáticos de matemática do 6º ano, foi realizada por um levantamento dos mais adotados na rede estadual de ensino em Sergipe, segundo o PNLD 2017. Em seguida, foi elaborada uma explicação relacional e o diagrama esquemático correspondente, como ferramenta de apoio para a análise praxeológica. A partir disso, realizamos a análise praxeológica do livro didático selecionado.

Dessa forma, nos propomos para este artigo, realizar uma comparação entre a explicação relacional que elaboramos e a explicação do livro a fim de verificar se o livro tem uma explicação relacional ou instrumental, fundamentando-se em Skemp (1980) da noção teórica Compreensão Relacional e Instrumental. Embora a pesquisa tenha fundamentação teórica em três aportes, neste artigo, daremos ênfase às ideias de Skemp, porém considerando o modelo dos níveis de van Hiele para justificar como a explicação do livro contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno.

Encaminhamentos metodológicos deste artigo

Para este artigo, foram selecionados textos do levantamento bibliográfico realizado para a pesquisa, com ênfase no modelo dos níveis de van Hiele e sobre Compreensão Relacional e Instrumental defendida por Skemp (1980). Para o modelo de van Hiele, destacam-se: Villiers (2010) e Silva e Candido (2007), apontando as principais características desses níveis. Sobre as ideias de Skemp, nos pautaremos Fossa (2011); Abido (2015) e DIAS (2011).

Após a leitura e discussão desses textos, realizamos um levantamento da distribuição dos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD 2017, com o intuito de identificar quais dos 11 livros aprovados foram os três mais adotados no ensino público de Sergipe para esse PNLD. Em seguida, elaboramos uma explicação relacional com inferências sobre níveis de van Hiele em livros didáticos de matemática do 6º ano/5º série quanto aos elementos intuitivos de geometria para construção de um diagrama esquemático de referência. A construção desse diagrama esquemático se fez necessária para termos um modelo de diagrama ideal a partir de livros diferenciados. Fizemos a leitura da organização dos livros desse nível de ensino para que pudéssemos ter um parâmetro de quais conceitos são abordados por diferentes livros reunindo todos em um só diagrama. A partir de então, analisamos a organização do livro didático Matemática Bianchini e verificamos sua explicação, a qual pretende-se apresentar neste artigo.

Porém, vale explicar que, para selecionarmos este livro didático de matemática, foi realizado um levantamento da distribuição dos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD 2017, com o intuito de identificar quais dos 11 livros aprovados são os três mais adotados no ensino público de Sergipe, em especial, na rede estadual do município de Aracaju.

Dessa forma, verificamos que dentre esses livros aprovados pelo PNLD 2017, os três livros didáticos mais adotados na rede estadual de Sergipe do 6º ano do Ensino Fundamental são: livro 01 – Matemática: Compreensão e Prática, cuja autoria é Ênio Silveira (2015, 3ª edição); livro 02 – Vontade de Saber, que tem como autores Souza e Pataro (2015, 3ª edição) e; livro 03 – Matemática Binchini, com autoria de Edwaldo Bianchini (2015, 8ª edição). Sendo o livro 03, selecionado para este trabalho, apresentamos uma síntese da fundamentação que norteou este estudo.

Fundamentação teórica

O ensino de geometria tem provocado durante décadas interesse de estudo aos pesquisadores. O problema sobre as dificuldades dos alunos, a forma como os livros didáticos abordam os conteúdos geométricos e até mesmo o pouco conhecimento que os professores informam ter, por meio dos relatos em pesquisas, ainda hoje, é pertinente. Documentos oficiais como Plano Nacional do Livro Didático e a Base Nacional Comum Curricular alertam os professores para observa e terem atenção sobre a abordagem desses conteúdos. Em nosso estudo, esta problemática é discutida considerando uma das noções teóricas que foi desenvolvida a partir de um modelo sobre níveis de aprendizagem geométrica.

Para fundamentar o nosso artigo, a primeira teoria que estudamos foi o modelo dos níveis de van Hiele, baseado nos textos de Villiers (2010) e de Silva e Candido (2007). A teoria aborda que no desenvolvimento da aprendizagem de

geometria, o aluno passa por cinco níveis de raciocínio sequenciais. Eles caracterizam quais os tipos de ideias geométricas e como pensamos, sendo a estruturação do pensamento que temos em cada conteúdo de geometria.

Os níveis são: reconhecimento, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. No reconhecimento, o aluno reconhece as figuras, baseando em suas características globais e visuais. Em análise, o estudante começa a analisar as propriedades e são capazes de entender todas as formas dentro de uma mesma classe de figuras. Na dedução informal, o aluno começa a relacionar as propriedades. Na dedução formal, o estudante já consegue distinguir teoremas e postulados, sendo capaz de realizar demonstrações simples. E, por último, o rigor, onde os alunos já são capazes de estudar axiomas e fazer demonstrações complexas.

Ao buscar fundamentos sobre a noção teórica de Skemp – a Compreensão Relacional e Instrumental – iniciamos com o estudo dos capítulos 8, 9, 10 do livro “Ensaio sobre a Educação Matemática” de John A. Fossa (2011), abordando sobre esses conceitos a partir da noção de esquemas.

Fossa (2011) conceitua compreensão relacional e instrumental a partir da noção de esquema que para Skemp (1980), “é uma estrutura de conceitos, ou seja, é a maneira em que vários conceitos são relacionados pelo sujeito epistemológico” (FOSSA, 2011, p. 109, 110). Assim, pode se dizer que a noção de esquema é um conjunto de ideias organizadas individualmente, sendo que cada pessoa tem seu próprio conceito. Quando juntamos vários conceitos, o esquema que resulta, não é apenas uma soma, mas para Skemp, “é três novas funções, a saber: integrar vários conceitos, aprender com conceitos novos e compreender conceitos” (FOSSA, 2011, p. 110).

Fossa (2011) afirma que Skemp associa a compreensão instrumental ao saber e a compreensão relacional a uma compreensão mais abstrata. Isto significa que o saber é o conhecimento de conceitos e a compreensão é o porquê desses conceitos. Dessa forma, podemos considerar que a compreensão instrumental seria a assimilação de conceitos através de alguns tipos de esquema e a compreensão relacional, a assimilação ocorre por outro tipo de esquema mais elaborado por conter conceitos contributivos já estudados anteriormente.

Portanto, a compreensão instrumental tem poucas ligações internas e externas em esquemas que impõem ao indivíduo a necessidade de adquirir regras especiais de pouco alcance. Já os esquemas com a compreensão relacional são associados à compreensão instrumental, ricos em ligações externas e internas, porque utilizam-se de conceitos já estudados e compreendidos.

Em continuidade ao estudo, as leituras tiveram foco nos textos de Abido (2015) e Dias (2011). O primeiro, o autor teve como tese principal, “que as dificuldades de ensinar Matemática residem no caráter e no conhecimento teórico da Matemática” (ABIDO, 2015, p 14). Dias (2011) teve como objetivo analisar a possibilidade de compreensão, por parte de alunos do 9º ano, a respeito da consecução das soluções de uma equação do 2º grau, utilizando técnicas geométricas.

Para Abido (2015), a compreensão instrumental é como regra sem justificativa, ou seja, é adquirida quando se considera uma determinada regra e pela habilidade de usá-la. É como se a pessoa seguisse conceitos como instrumentos para realizar a tarefa, seja logicamente ou por meio de cálculos nas formas algébricas, sem saber o porquê fazer, apenas reproduzindo. Já, a compreensão relacional se descreve como o conhecer, como fazer e motivo para fazer. Na prática, é executar, reduzindo a um contexto de uma tradição e de um entendimento tradicional e habituado, relacionando os conceitos.

Ou seja, o aluno que tem conhecimento nas técnicas de resoluções de determinado problema, consegue estabelecer relação entre esse conhecimento com o entendimento do qual já tem, para solucionar novos problemas. Já, na compreensão instrumental são apenas regras sem relacionar conceitos. Sabendo que a prática do saber resolver algum tipo de problemas não se atribui significados. “Apesar da diferença entre esses níveis de compreensões, essa diferença não é quantitativa, mas qualitativa” (DIAS, 2011, p. 3). Não são duas alternativas diferentes, mas são situações do mesmo processo. À medida que se vai evoluindo, a compreensão instrumental progride para a compreensão relacional.

Com o intuito de alcançar o objetivo, também buscamos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) identificar como orientam o ensino sobre o objeto de análise “Elementos Intuitivos” com a finalidade de verificar o que é proposto para o 6º ano do Ensino Fundamental para este objeto. Constatamos que a BNCC não apresenta tal objeto para esse nível

de ensino. Diante disso, analisamos diferentes livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental, dentre eles os que foram aprovados no PNLD 2017, para que pudéssemos verificar de que forma o objeto “Elementos intuitivos” está organizado nos livros didáticos de matemática e o que é proposto por esses livros. Com essa análise, concluímos que o objeto compreende além dos conceitos elementares de geometria plana (ponto, reta e plano), engloba também o conceito de semirreta, segmento de reta e as posições relativas de duas retas em um plano.

Dessa forma, voltamos para a BNCC e pesquisamos novamente o que a Base recomenda para o objeto de análise. Dentre os conceitos que envolvem os “Elementos Intuitivos”, a BNCC indica apenas um objeto de conhecimento relacionado com as posições relativas de duas retas em um plano, no qual indica duas habilidades, que recomendam quais as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos do 6º ano do ensino fundamental para tal objeto de conhecimento. O objeto de conhecimento e suas respectivas habilidades são apresentados no quadro a seguir.

Quadro 01. Objeto de conhecimento proposto pela BNCC

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
	(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Fonte: BRASIL (2017, p. 299).

Resultados e discussões

Para apresentação dos resultados, inicialmente, será apresentada uma explicação relacional, níveis de van Hiele e diagrama esquemático do objeto “elementos intuitivos”, em seguida, apresentaremos a explicação presente no livro didático analisado, de modo que destacaremos se o que o autor desse livro, apresenta uma organização que implica em compreensão relacional ou instrumental, por parte do aluno de 6º ano do ensino fundamental, quanto aos elementos intuitivos de geometria.

Explicação relacional do objeto geométrico em análise

Para elaborarmos uma explicação relacional, se fez necessário analisarmos também a explicação de quatro livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, também aprovados pelo PNLD, variando quanto ao ano de sua edição. São eles: Bianchini (2011), Giovanni e Giovanni Júnior (2012), Gay (2014) e Bianchini (2015). O objeto geométrico analisado foi diluído da seguinte forma:

- Ideia de ponto, reta e plano
- Representação de ponto, reta e plano
- Postulados Básicos
- Semirreta
- Segmento de reta
 - Segmentos consecutivos
 - Segmentos colineares
 - Medida de um segmento de reta
 - Segmentos conqruentes

- Posições relativas de duas retas em um plano
 - Retas paralelas
 - Retas concorrentes
 - Retas coincidentes

Ideia de ponto, reta e plano

Neste tópico, são trabalhados os conceitos intuitivos (noções intuitivas ou conceitos primitivos) da geometria, ou seja, noções que são aceitas sem definição, podendo apenas imaginá-los: o ponto, a reta e o plano. A partir dos exemplos do mundo físico e também da própria geometria, são dadas as ideias desses elementos. As estrelas e os vértices de um poliedro (vértices de um prisma, por exemplo) são ilustrados para dar a ideia de ponto, uma corda de violão ou um raio de luz, como também as arestas de um poliedro são exemplos de reta. Enquanto que um piso de uma quadra de esporte, a superfície de um espelho e as faces de um poliedro sugerem a ideia de plano. É válido lembrar que nesses exemplos de reta e de plano no mundo físico são representações de parte da reta e do plano, uma vez que esses elementos são infinitos, ou seja, não possuem nem início nem fim.

Para esse tópico, exige-se do aluno observar os elementos intuitivos e a partir da aparência possa reconhecer e nomear cada um desses elementos. Com isso, este tópico se encontra no nível 0 de van Hiele, pois é exigido apenas a visualização e reconhecimento das figuras baseado em suas características gerais e visuais.

Representação de ponto, reta e plano

Neste tópico, mais do que reconhecer, o aluno verá a representação de ponto, reta e plano. Com isso, aprenderá as principais características desses elementos, como por exemplo, o ponto que não possui dimensões e é indicado por letras maiúsculas do nosso alfabeto. Quando existe um ou mais pontos, temos a ideia de uma figura.

A reta também é um elemento com infinitos pontos consecutivos em uma mesma direção, sem espessura e não tem começo nem fim, ou seja, é infinita. Para indicar uma reta usamos letras minúsculas do nosso alfabeto, ao representá-las, desenhamos apenas parte delas. Quando três ou mais pontos pertencem a uma mesma reta, dizemos que são colineares.

O plano também não tem espessura e é ilimitado em todas as direções, representamos apenas uma parte do plano e o indicamos com letras minúsculas do alfabeto grego. Quando três ou mais pontos pertencem ao mesmo plano dizemos que são coplanares, da mesma forma quando retas estão no mesmo plano também são chamadas de coplanares. Em um plano existem infinitos pontos e infinitas retas.

Em relação à articulação entre os principais campos matemáticos (aritmética, álgebra e geometria), se faz necessária uma representação simbólica, com o uso de letras tanto do nosso alfabeto quanto do alfabeto grego para indicar o ponto, a reta e o plano. Dessa forma, temos apenas a articulação entre geometria e álgebra[ⁱⁱ].

Postulados Básicos

Neste conteúdo, serão abordados dois postulados básicos da geometria, apresentados a seguir:

- Por um ponto P qualquer de um plano α passam infinitas retas
- Por dois pontos distintos A e B , de um único plano α , passa uma única reta.

Para estes postulados, o aluno precisará ter compreendido os elementos primitivos vistos nos tópicos anteriores, pois nesse momento, ele poderá compreender como esses conceitos são interligados. Assim, estará no nível 1 do modelo van Hiele, visto que requer uma análise a partir do conhecimento sobre ponto, reta e plano. Mais uma vez mostra-se necessário fazer a representação simbólica, articulando geometria e álgebra.

Semirreta

Neste tópico, é definido o conceito de semirreta a partir de uma reta r e um ponto A pertencente a ela, em que é possível verificar que a reta r fica dividida em duas partes que tem o ponto A em comum.

Cada uma dessas partes da reta, incluindo o ponto A , é chamada de semirreta e o ponto A é chamado de origem de cada semirreta. A semirreta é toda parte da reta que tem origem em um de seus pontos e é infinita em um dos sentidos da reta, ou seja, a semirreta tem início, mas não tem fim, podendo ser representada como:

Tomando novamente a reta r e considerarmos três pontos distintos A , B e C pertencentes a essa reta. A semirreta que tem origem em B e passa pelo ponto A é indicada por \overrightarrow{BA} . Se considerarmos a semirreta que tem origem em B e passa pelo ponto C , teremos \overrightarrow{BC} . As semirretas \overrightarrow{BA} e \overrightarrow{BC} são chamadas de semirretas opostas.

Como podemos observar, para compreensão de semirreta, se faz necessário que o aluno tenha entendido os conceitos de ponto e reta, estando no nível 0, segundo o modelo de van Hiele. Quanto à articulação entre os campos matemáticos, temos apenas a articulação entre geometria e álgebra com o uso da representação simbólica para indicar os pontos, a reta e as semirretas.

Segmento de reta

Considere uma reta t e dois pontos distintos M e N pertencentes a ela, chamamos segmento de reta a parte da reta que contém os pontos M e N e todos os pontos entre eles, sendo indicado por \overline{MN} . Dessa forma, um segmento de reta é uma parte da reta limitada por dois pontos distintos, chamados de extremos. Na reta t dada, os pontos M e N são os extremos e a reta t é a reta-suporte. Dois segmentos de retas são consecutivos quando têm um extremo em comum. Quando estão sobre a mesma reta são ditos colineares.

Ainda em continuidade ao estudo dos elementos intuitivos, convém abordar a medida de um segmento de reta, sendo um número obtido ao compararmos um segmento com outro tomado como unidade de medida. Quando dois segmentos têm medidas iguais, segundo uma mesma unidade de medida, esses segmentos são congruentes. Por exemplo, Seja o segmento de medida igual a 3cm, tomado como referência de medida. Quaisquer outros segmentos (\overline{AB} ; \overline{CD}) que também apresentem medida igual a 3cm, podem ser representados com a seguinte equivalência: $\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{MN}$.

Assim como no tópico anterior, apenas exige-se o nível 1 quanto ao desenvolvimento do pensamento geométrico, uma vez que o aluno visualizará e reconhecerá a partir das suas características da relação de unidade de medida, comparando dois ou mais segmentos de reta. Em relação à articulação entre os campos matemáticos, mais uma vez temos a articulação entre álgebra e geometria com o uso da representação simbólica para indicar os pontos, a reta e os segmentos de reta. Quando trabalhada a medida de um segmento, vemos a articulação entre geometria e aritmética, pois utilizamos medidas de comprimento e o campo numérico dos racionais.

Posições relativas de duas retas em um plano

Quando duas retas contidas em um mesmo plano não tem pontos em comum, elas são chamadas paralelas. Quando têm um único ponto em comum, elas são denominadas retas concorrentes. Quando duas retas ocupam a mesma posição no plano, ou seja, têm todos os seus pontos em comum são ditas coincidentes.

O aluno necessitará dos conhecimentos prévios de ponto, reta e plano, acontecendo também o mesmo tipo de articulação entre os campos geométrico e algébrico, e o nível de aprendizagem geométrica, também é o nível 1.

Com base na nossa explicação relacional, como dito anteriormente, construímos o diagrama esquemático (apêndice 01) referente ao objeto “Elementos intuitivos”. Para melhor entendimento, neste artigo também transformamos o diagrama em um quadro, no qual as linhas destacam-se em hierarquia, do maior ao menor exigência quantos aos níveis de van Hiele. Ou seja, as linhas inferiores representam conceitos contributivos (ou conhecimento prévio) para aprendizagem subsequente. As colunas representam a articulação entre os campos matemáticos e as unidades temáticas, conforme estabelecidas pela BNCC.

Como sequência do estudo, após o diagrama esquemático geral, representado no quadro, apresentaremos a explicação do objeto analisado no livro selecionado para esta pesquisa a fim de compararmos com nossa explicação relacional e com o nosso diagrama esquemático.

Quadro 02. Organização matemática do objeto “Elementos intuitivos”[iii]

TOS INTUITIVOS DA GEOMETRIA				
ICA	GEOMETRIA		ÁLGEBRA	
	Grandeza e Medidas	Geometria	Probabilidade e Estatística	Álgebra
Numéricos e Racionais)	Sistema métrico	Ponto	0	Representação simbólica (Alfabeto alfabético)
	Medidas de Segmento	Reta (segmento de reta (congruentes, consecutivos e colineares (pontos colineares)), semirreta, posições relativas entre retas (paralela, concorrente e coincidente)).	0	0
	0	Plano	0	0
	0	Postulados	0	0

Fonte: As autoras (2018)

Como síntese, consideramos nesta explicação que elaboramos uma alternativa para desenvolver o pensamento geométrico dos alunos de 6º ano, nos níveis 0 e 1 do modelo de van Hiele, visto que como o próprio objeto de conhecimento é denominado, são elementos intuitivos. a exigência é mínima, mas é possível estabelecer conexões entre os campos matemáticos, como também fazer relações a cada tópico sobre conhecimentos anteriormente estudados. Essas relações contribuem para fixar e desenvolver nos alunos as habilidades de visualizar, reconhecer e interpretar as relações geométricas. Como são elementos primitivos, a análise acontece de forma muito simples, mas se esses conceitos forem bem explorados, a compreensão do aluno será do tipo relacional.

Após a elaboração de uma explicação relacional, seguida da sistematização anterior (Quadro 02), buscamos analisar a organização do referido objeto de conhecimento no livro selecionado para análise, com o objetivo de verificar se a explicação presente contribui para uma compreensão relacional ou instrumental por parte do aluno de 6º ano.

Explicação do objeto geométrico presente no livro didático analisado

Para apresentar a explicação, inicialmente abordamos uma descrição sobre o livro didático Matemática Bianchini do 6º ano do Ensino Fundamental. Em seguida, a explicação elaborada pelo autor e um terceiro quadro ilustrativo representando o diagrama esquemático que elaboramos a partir da explicação identificada.

Os conteúdos são distribuídos em onze capítulos, sendo cinco capítulos de geometria. O capítulo 3 aborda as figuras geométricas partindo das figuras planas e não planas adentrando nos sólidos geométricos e finalizando com: ponto, reta e plano. O capítulo 5 apresenta as retas, as posições relativas entre duas retas, semirreta, segmento de reta e ângulos. No capítulo 9 são estudados os polígonos e poliedros, no capítulo 10, comprimento e áreas. E no capítulo 11, unidades de medida de tempo, volume, relação entre volume e capacidade e, medindo a massa de um corpo.

Como podemos verificar, os conteúdos geométricos estão bem distribuídos no livro didático, sendo apresentado tanto nos primeiros capítulos quanto nos últimos, oportunizando aos alunos a vivência dos conteúdos geométricos durante todo o ano letivo. Os capítulos iniciam com o tema sendo introduzido por meio de alguns recursos, como textos com situações do dia a dia, imagens do cotidiano, história da matemática, etc. Os conceitos geométricos vêm subdivididos em tópicos e subtópicos, apresentando exemplos e ilustrações.

O manual do professor apresentado no livro didático, segundo o próprio autor, é um material de apoio para a prática pedagógica dos professores apresentando orientações e sugestões para o uso do livro do aluno, auxiliando no aproveitamento e compreensão das diretrizes pedagógicas (BIANCHINI, 2015). O manual é dividido em duas partes, sendo a primeira denominada Parte geral, com os seguintes tópicos: Apresentação; A coleção; A importância de aprender Matemática; A Matemática como disciplina do currículo escolar do Ensino Fundamental; O papel do livro didático; Temas transversais; Propostas didáticas; A avaliação e as práticas avaliativas; Formação continuada e desenvolvimento profissional docente; Algumas associações e centros de Educação Matemática; Sugestões de leituras para o professor; Bibliografia consultada. A segunda parte, Parte específica, apresenta orientações gerais para o desenvolvimento dos capítulos.

Na parte geral do manual não existe nada direcionado ao ensino de geometria, nas orientações gerais da parte específica, o autor fornece indicações de como trabalhar os conteúdos geométricos de cada capítulo. Por exemplo, para o capítulo 3, no qual se trabalha as figuras geométricas, o autor salienta a importância de se trabalhar este conteúdo com a manipulação de objetos, com o intuito de promover a percepção dos objetos geométricos abordados.

Neste livro, o objeto Elementos Intuitivos, não é apresentado em um capítulo específico, contudo é dividido em dois capítulos distintos. As noções de ponto, reta e plano são abordadas no último tópico do capítulo 3. Já no capítulo 5 são estudados as posições relativas de duas retas em um plano, semirreta e segmento de reta. No manual, o autor sugere ideias e questionamentos para melhor desenvolver exercícios contidos nestes capítulos. Como por exemplo, exercício 15 do capítulo 3, que recomenda ao professor desenhar na lousa o paralelepípedo reto-retângulo proposto na atividade presente na página 89 do livro-texto do aluno, para melhor identificação dos pontos coplanares e não coplanares.

Dessa forma, apresentaremos a seguir a explicação deste objeto analisado fazendo a inferência dos níveis de van Hiele de acordo com o livro Matemática Bianchini (BIANCHINI, 2015) e um quadro que representa o diagrama esquemático 2 (anexo).

Ideia de ponto, reta e plano

Assim como esperado, neste tópico, inicialmente são trabalhados os conceitos intuitivos da geometria (ponto, reta e plano), a partir dos exemplos do mundo físico que dão a ideia de cada um desses conceitos. O autor ilustra as estrelas que são observadas no céu, para dar a ideia de ponto, um raio de luz, para dar a ideia de reta e o espelho de água de um lago, para a ideia de plano. Com isso, este tópico se encontra no nível 0 de van Hiele, pois é exigido apenas a visualização e reconhecimento das figuras baseada em suas características gerais e visuais.

Representação de ponto, reta e plano

Neste tópico, é abordada a representação de ponto, reta e plano, a partir de figuras geométricas. O autor mostra como o ponto é representado, que é indicado por letras maiúsculas do nosso alfabeto, e que quando existe um ou mais pontos, temos uma figura. A reta também é uma figura com infinitos pontos, sem espessura e não tem começo nem fim. Para indicar uma reta usamos letras minúsculas do nosso alfabeto, ao representá-las, desenhamos apenas parte delas. Quando três ou mais pontos pertencem a uma mesma reta, dizemos que são colineares. O plano também não tem espessura e é ilimitado em todas as direções, representamos apenas uma parte do plano e o indicamos com letras minúsculas do alfabeto grego. Quando três ou mais pontos pertencem ao mesmo plano dizemos que são coplanares, da mesma forma quando retas estão no mesmo plano também são chamadas de coplanares. Em um plano existem infinitos pontos e infinitas retas.

Como apenas é exigida a visualização e reconhecimento das figuras, este tópico também se encontra no nível 0 de van Hiele. Em relação à articulação com os campos algébricos e aritméticos, há representação simbólica com o uso de letras tanto do nosso alfabeto quanto do alfabeto grego para indicar o ponto, a reta e o plano.

Posições relativas de duas retas em um plano

O livro inicialmente ilustra dois exemplos reais de posições relativas de duas retas. No primeiro para ilustrar a ideia de

retas paralelas, o autor apresenta as cordas de um piano e no segundo exemplo mostra os detalhes da rede usada no jogo de tênis que lembram retas concorrentes. Em seguida, o autor define esses conceitos formalmente. Quando duas retas contidas em um mesmo plano não têm pontos em comum, elas são chamadas paralelas. Quando têm um único ponto em comum, elas são denominadas retas concorrentes. O aluno necessitará dos conhecimentos prévios dos conceitos de reta e plano, dos quais a representação simbólica significa uma articulação entre geometria e álgebra. Esse nível de aprendizagem geométrica corresponde ao nível 1.

Semirreta

Antes de abordar a semirreta, o livro apresenta uma imagem em que o aluno pergunta à professora quantas retas passam por dois pontos, em que a professora responde que na matemática, sem demonstrar, por dois pontos distintos passa uma única reta. A resposta da professora é um dos postulados básicos da geometria. A partir dessa imagem, o autor mostra que a existência de semirreta e como é indicada, definindo em seguida o que é uma semirreta, a origem de uma semirreta e semirretas opostas.

Ao mostrar como a semirreta é indicada temos a articulação entre geometria e álgebra com o uso da representação simbólica. Para compreensão de semirreta, se faz necessário que o aluno tenha entendido os conceitos de ponto e reta, estando no nível 0 de van Hiele.

Segmento de reta

Neste tópico, o autor introduz o conceito de segmento de reta a partir de uma reta t e dois pontos distintos M e H pertencentes a essa reta, chamando segmento de reta a parte da reta que contém os pontos M , H e todos os pontos entre eles, sendo indicado por \overline{MH} . Em seguida, o autor formaliza o conceito dizendo que um segmento de reta é uma parte da reta limitada por dois pontos distintos, chamados de extremos. Por fim, mostra o que são segmentos de reta consecutivos e colineares, exemplificando através de ilustrações.

Posteriormente, o livro apresenta exercícios sobre esses conceitos e ainda no tópico de segmento de reta, após os exercícios propostos, o autor aborda a medida de um segmento de reta, comparando seu comprimento com o comprimento de outro segmento, que foi tomado como unidade de medida. Depois de apresentar três exemplos de medida de segmentos, o autor ainda aborda o conceito de segmentos são congruentes, sendo dois segmentos que têm medidas iguais segundo uma mesma unidade de medida.

Mais uma vez temos a articulação entre álgebra e geometria com o uso da representação simbólica para indicar os pontos, a reta e os segmentos de reta. Quando trabalhada a medida de um segmento, vemos a articulação entre geometria e aritmética, pois utilizamos medidas de comprimento e os números racionais. É exigido apenas o nível 1 de van Hiele, uma vez que o aluno visualizará e reconhecerá a partir das características da representação que lhe foi proposta, considerando as unidades de medidas como referência.

Com base na explicação do livro didático Matemática Bianchini, construímos o diagrama esquemático (apêndice 02) referente ao objeto “Elementos intuitivos”, mas para este artigo, ele encontra-se representado no Quadro 03.

Quadro 03. Organização matemática do objeto “Elementos intuitivos” no livro Matemática Bianchini[iv]

ELEMENTOS INTUITIVOS DA GEOMETRIA

MÉTICA		GEOMETRIA		ÁLGEBRA
ros	Grandeza e Medidas	Geometria	Probabilidade e Estatística	Álgebra
ntos Numéricos (Naturais ionais)	Sistema métrico	Ponto	0	Representação simbólica (Alfabe alfabeto grego)

ções	Medida de segmento	Reta (segmento de reta (congruentes, consecutivos e colineares (pontos colineares)), semirreta, posições relativas entre retas (paralela e concorrente)).	0	0
	0	Plano	0	0
	0	Postulados	0	0

Fonte: As autoras (2018)

A partir da análise do objeto “Elementos intuitivos” no livro didático Matemática Bianchini, verificamos que o objeto não é apresentado em um único capítulo, diferente do que esperávamos. Em relação ao que está proposto na BNCC para o conteúdo Posições relativas de duas retas em um plano, verificamos que, enquanto a BNCC indica como posições relativas, o paralelismo e o perpendicularismo, o livro didático analisado aborda as retas paralelas e as concorrentes, não tratando das retas perpendiculares como um tipo de reta concorrente. As retas perpendiculares são apresentadas no conteúdo de ângulos, ao se estudar os tipos de ângulos, mais especificamente ângulo reto, abordando a construção dessas retas. Essa diferença talvez seja pelo fato da edição do livro analisado ser anterior à publicação da BNCC.

Ainda sobre a BNCC, é recomendado que nos alunos do 6º ano possam desenvolver a habilidade de construção de retas paralelas e perpendiculares, como dito anteriormente, a construção das retas perpendiculares é abordada no conteúdo de ângulos, porém o livro não trabalha a construção de retas paralelas no tópico das posições relativas, apenas define o que são essas retas. Dessa forma, consideramos que pode ser explorada em sala de aula a construção das retas paralelas pelos alunos, para uma melhor compreensão por parte deles. Nesse momento, o professor estará fazendo uma explicação relacional para o aluno melhor compreender os conceitos geométricos, podendo ampliar o nível desse pensamento.

Em relação ao conteúdo e sua distribuição, notamos que apesar do livro distribuir o conteúdo de forma diferente, com um tópico a menos, aparentando ter uma quantidade menor de conteúdo, o livro aborda quase todos os conceitos que consideramos pertinentes ao objeto “Elementos intuitivos”, só deixando de apresentar um dos postulados básicos (Por um ponto qualquer de um plano passam infinitas retas) e as retas coincidentes no tópico de posições relativas entre duas retas. O que resultou uma pequena diferença entre o diagrama do livro e o nosso diagrama geral. A partir disso, consideramos a explicação proposta pelo autor do livro é uma explicação que remete ao aluno obter compreensão relacional, mesmo não apresentando um postulado básico e a reta coincidente.

Conclusão

Este artigo teve como objetivo realizar uma comparação entre a explicação relacional que elaboramos e a explicação do livro a fim de verificar se o livro tem uma explicação relacional ou instrumental, fundamentando na teoria dos níveis de van Hiele e na teoria Compreensão Relacional e Instrumental de Skemp (1980).

O estudo sobre as teorias contribuiu para entender a compreensão dos alunos em relação aos conteúdos geométricos e o melhor modo de explicar de forma que o estudante entenda relacionalmente, ajudando realizarmos uma análise detalhada do livro.

Assim, entendemos que o autor do livro didático Matemática Bianchini do 6º ano, ao abordar os elementos intuitivos da geometria, contribui para o aluno obter uma compreensão relacional, mesmo não apresentando um postulado

básico e a reta coincidente.

[i] Entenda-se como praxeologia, um princípio da Teoria Antropológica do Didático, que organiza atividades matemáticas por um conjunto de quatro elementos que a compõe (tarefa, técnica, tecnologia e teoria). Isto é, uma tarefa vem acompanhada por um verbo de ação, como por exemplo, “identifique os pontos e retas pertencentes ao plano Beta”. Essa ação é a tarefa que o aluno deverá resolver, mas para isso precisará associá-la a uma técnica apropriada. Ou seja, é preciso saber conhecimento de uma ou mais técnicas apropriadas, que por sua vez, são justificadas por uma tecnologia (propriedades ou teoremas) a partir do estudo sobre elementos intuitivos da geometria (a teoria). Além das atividades propostas, as praxeologias também se apresentam pela organização como os autores dos livros didáticos, por exemplo, escolhem para abordar a teoria. A organização dos capítulos, seções acompanhadas de ilustrações constituem um conjunto de praxeologias. A compreensão relacional é o que se espera que nessas organizações, o aluno ao manusear e ler o seu livro didático de matemática, possa ter habilidades de compreender os conceitos e conteúdos apresentados, sabendo fazer relações com seus conhecimentos prévios, com o seu cotidiano, ou mesmo com outras áreas do conhecimento. Diagrama esquemático refere-se aos conceitos contributivos necessários para o aluno obter uma compreensão relacional.

[ii] Kaput (1999 apud WALLE, 2009, p. 288) descreve cinco formas diferentes de pensar algebricamente, uma dessas formas é o “uso significativo de simbolismo”. Ressalta-se ainda ao que Walle (ibidem) afirma que existem vários autores e pesquisadores abordando sobre o pensamento algébrico, mas é Kaput, o pesquisador mais completo. Isto nos respalda a considerar que as representações ilustradas neste trabalho configuram-se com articulação entre álgebra e geometria. “O pensamento algébrico não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão do simbolismo” (WALLE, 2009, p. 288).

[iii] O conteúdo do Quadro 02 é apresentado em forma de diagrama, conforme a pesquisa original. A estrutura das colunas refere-se à articulação das unidades temáticas com os diferentes campos da matemática.

[iv] Conforme, explicitado no Quadro 02, a formatação do Quadro 03 refere-se a um diagrama na pesquisa original.

REFERÊNCIAS

ABIDO, Alexandre Silva. A MATEMÁTICA EXPLICA ALGUMA COISA **Caminhos da Educação Matemática** em Revista/On line - v. 3, n. 1, 2015 - ISSN 2358-4750.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini**, 8º ano. Editora Moderna. 2015.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL, Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro Didático 2017**. Matemática- anos finais do ensino fundamental. Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2016.

DIAS, Graciana Ferreira Alves. **A utilização de processos geométricos no ensino de equações quadráticas**. Universidade do Estado do Rio Grande do Norte-UERN. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

FOSSA, J. A. **Ensaio sobre a educação matemática**. 2ª ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

SANTOS, M. C. dos. MENEZES, M. B. de. A teoria antropológica do didático: uma releitura sobre a teoria. **Perspectiva da Educação Matemática** – UFMS, volume 8, número temático, 2015, ISSN:2359-2842.

SILVA, L. CANDIDO, C. C. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal van Hiele**. Universidade de São Paulo, Brasil, 2007.

SKEMP, R. **Psicología del aprendizaje de las matemáticas**. Trad. Gonzalo Gonzalvo Mainar. Madrid: Ediciones Morata, S. A. 1980.

VAN DE WALLE, J. A. **matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula.

Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. In: **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v.12, n.3, pp.400-431, 2010.

[1] Entenda-se como praxeologia, um princípio da Teoria Antropológica do Didático, que organiza atividades matemáticas por um conjunto de quatro elementos que a compõe (tarefa, técnica, tecnologia e teoria). Isto é, uma tarefa vem acompanhada por um verbo de ação, como por exemplo, “identifique os pontos e retas pertencentes ao plano Beta”. Essa ação é a tarefa que o aluno deverá resolver, mas para isso precisará associá-la a uma técnica apropriada. Ou seja, é preciso saber conhecimento de uma ou mais técnicas apropriadas, que por sua vez, são justificadas por uma tecnologia (propriedades ou teoremas) a partir do estudo sobre elementos intuitivos da geometria (a teoria). Além das atividades propostas, as praxeologias também se apresentam pela organização como os autores dos livros didáticos, por exemplo, escolhem para abordar a teoria. A organização dos capítulos, seções acompanhadas de ilustrações constituem um conjunto de praxeologias. A compreensão relacional é o que se espera que nessas organizações, o aluno ao manusear e ler o seu livro didático de matemática, possa ter habilidades de compreender os conceitos e conteúdos apresentados, sabendo fazer relações com seus conhecimentos prévios, com o seu cotidiano, ou mesmo com outras áreas do conhecimento. Diagrama esquemático refere-se aos conceitos contributivos necessários para o aluno obter uma compreensão relacional.

[1] Kaput (1999 apud WALLE, 2009, p. 288) descreve cinco formas diferentes de pensar algebricamente, uma dessas formas é o “uso significativo de simbolismo”. Ressalta-se ainda ao que Walle (ibidem) afirma que existem vários autores e pesquisadores abordando sobre o pensamento algébrico, mas é Kaput, o pesquisador mais completo. Isto nos respalda a considerar que as representações ilustradas neste trabalho configuram-se com articulação entre álgebra e geometria. “O pensamento algébrico não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão do simbolismo” (WALLE, 2009, p. 288).

[1] O conteúdo do Quadro 02 é apresentado em forma de diagrama, conforme a pesquisa original. A estrutura das colunas refere-se à articulação das unidades temáticas com os diferentes campos da matemática.

[1] Conforme, explicitado no Quadro 02, a formatação do Quadro 03 refere-se a um diagrama na pesquisa original.

[1] Entenda-se como praxeologia, um princípio da Teoria Antropológica do Didático, que organiza atividades matemáticas por um conjunto de quatro elementos que a compõe (tarefa, técnica, tecnologia e teoria). Isto é, uma tarefa vem acompanhada por um verbo de ação, como por exemplo, “identifique os pontos e retas pertencentes ao plano Beta”. Essa ação é a tarefa que o aluno deverá resolver, mas para isso precisará associá-la a uma técnica apropriada. Ou seja, é preciso saber conhecimento de uma ou mais técnicas apropriadas, que por sua vez, são justificadas por uma tecnologia (propriedades ou teoremas) a partir do estudo sobre elementos intuitivos da geometria (a teoria). Além das atividades propostas, as praxeologias também se apresentam pela organização como os autores dos livros didáticos, por exemplo, escolhem para abordar a teoria. A organização dos capítulos, seções acompanhadas de ilustrações constituem um conjunto de praxeologias. A compreensão relacional é o que se espera que nessas organizações, o aluno ao manusear e ler o seu livro didático de matemática, possa ter habilidades de compreender os conceitos e conteúdos apresentados, sabendo fazer relações com seus conhecimentos prévios, com o seu cotidiano, ou mesmo com outras áreas do conhecimento. Diagrama esquemático refere-se aos conceitos contributivos necessários para o aluno obter uma compreensão relacional.

[1] Kaput (1999 apud WALLE, 2009, p. 288) descreve cinco formas diferentes de pensar algebricamente, uma dessas formas é o “uso significativo de simbolismo”. Ressalta-se ainda ao que Walle (ibidem) afirma que existem vários autores e pesquisadores abordando sobre o pensamento algébrico, mas é Kaput, o pesquisador mais completo. Isto nos respalda a considerar que as representações ilustradas neste trabalho configuram-se com articulação entre álgebra e geometria. “O pensamento algébrico não é uma ideia singular, mas é composto de diferentes formas de pensamento e de compreensão do simbolismo” (WALLE, 2009, p. 288).

[1] O conteúdo do Quadro 02 é apresentado em forma de diagrama, conforme a pesquisa original. A estrutura das colunas refere-se à articulação das unidades temáticas com os diferentes campos da matemática.

[1] Conforme, explicitado no Quadro 02, a formatação do Quadro 03 refere-se a um diagrama na pesquisa original.