



## A PRESENÇA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM DOIS LIVROS DIDÁTICOS APROVADOS NO PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO 2012: UM ESTUDO COMPARATIVO

Jéssica Cravo Santos[i]

Eixo Temático 20: Educação e Ensino de Matemática, Ciências Exatas e Ciências da Natureza

### Resumo

Neste artigo são apresentados os resultados de uma pesquisa que procurou identificar a presença da história da matemática nos livros didáticos "Matemática Contexto e Aplicações" de autoria de Dante (2010) e "Matemática Ciência e Aplicações" de Iezzi *et al* (2010), aprovados no Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio, em 2012. Para se atingir tal propósito, foram adotados autores como: Marc Bloch (1995) para entendimento do método comparativo; Souto (2010) e Miguel e Miorim (2008) para embasamento da história da matemática e suas potencialidades pedagógicas; e Vianna (1995) para análise em categorias da história da matemática. Como resultados, constata-se que os livros didáticos estão permeados de história informativa no decorrer de todas as obras, e que a história da matemática ganha destaque como papel motivador na obra de Dante (2010).

**Palavras-chave:** História da Matemática. Livro Didático de Matemática. Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio.

### Abstract

This article presents the results of a survey that sought to identify the presence of history of mathematics in the textbooks "Context Mathematics and Applications" written by Dante (2010) and "Mathematics Science and Applications" from Iezzi *et al* (2010), approved in the National Textbook Program of High School in 2012. To achieve this purpose, the authors have been adopted as Marc Bloch (1995) for understanding the comparative method; Souto (2010) and Miguel and Miorim (2008) for grounding in the history of mathematics and its teaching potential; and Vianna (1995) categories for analysis in the history of mathematics. As a result, it appears that textbooks are permeated with informative history throughout all the works, and the history of mathematics is highlighted as a motivating role in the work of Dante (2010).

**Keywords:** History of Mathematics. Textbook of Mathematics. National Textbook Program of High School.

### Introdução

Neste trabalho são apresentados os resultados de uma pesquisa[ii] que procurou identificar a presença da

história da matemática[iiii] no primeiro volume de duas coleções didáticas aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio 2012, são elas: “Matemática Contexto e Aplicações” de autoria de Dante (2010) e “Matemática Ciência e Aplicações” de Iezzi *et al* (2010).

A opção por investigar a história da matemática pode ser justificada por conta de nos últimos cinco anos, ser pouco expressivo o número de trabalhos sobre a História na Educação Matemática[iv], pois, segundo Souto (2010), a defesa das potencialidades didáticas da história da matemática, “muito veiculada pelos discursos de professores, autores de livros didáticos e gestores da educação pública, ainda não se materializou em experiências ou investigações que promovam efetivamente essa articulação”, e que um dos possíveis motivos que explique essa pequena quantidade de trabalhos, são as queixas de muitos professores “a respeito da escassez de material acessível para ensinar Matemática com uma abordagem histórica” (SOUTO 2010, p. 515).

Dentre essas potencialidades pedagógicas da história da matemática, é possível destacar, de acordo com Miguel e Miorim (2008):

- A história é uma fonte de motivação para o ensino e aprendizagem da Matemática.
- A história constitui-se numa fonte de objetivos e métodos adequados para o ensino da Matemática.
- A história é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de Matemática.
- A história é um instrumento que possibilita a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino.
- A história constitui-se num instrumento de formalização de conceitos matemáticos.
- A história é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico.
- A história é um instrumento unificador dos vários campos da Matemática.
- A história é um instrumento promotor de atitudes e valores.
- A história constitui-se num instrumento de conscientização epistemológica.
- A história é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática.
- A história é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

Para os autores, a busca pelas questões históricas relativas à Matemática e à Educação Matemática, “tanto no mundo quanto em nosso país, ocorreu e vem ocorrendo, sobretudo, de forma organicamente ligada ao movimento mais amplo em torno da Educação Matemática” (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 11).

Porém, no que diz respeito à presença do discurso histórico em produções brasileiras destinadas à Matemática escolar, segundo os autores, esta vem sendo evidenciada através de livros didáticos, paradidáticos, por meio das propostas elaboradas por professores individualmente ou em parcerias, além de congressos, seminários, pesquisas e grupos de estudos.

Além disso, conforme Baroni, Teixeira e Nobre (2005), nos últimos 20 anos, “observa-se que são vários os argumentos a favor de incluir a História da Matemática no ensino da Matemática” (BARONI; TEIXEIRA; NOBRE, 2005, p. 165).

Dessa maneira o presente estudo busca analisar dois livros didáticos destinados ao primeiro ano do ensino médio, que segundo o Guia do Programa Nacional de Livros Didáticos 2012, são dois dos que apresentam a história da matemática em sua contextualização.

Para tal análise, fez-se uso do método comparativo, pois de acordo com Bloch (1995), “praticar o método comparativo é para as ciências humanas pesquisar, a fim de explica-las, as semelhanças e contrastes que têm séries de natureza análoga, tomadas de meios sociais diferentes” (BLOCH *apud* VALENTE, 2013, p. 21). Tendo em vista, que o tema da comparação acabou se transformando, de certo modo, no embrião da Educação Matemática enquanto campo de pesquisa.

## Um Estudo Comparado: a história, a matemática, a educação

De acordo com o Guia do Programa Nacional de Livros Didáticos do Ensino Médio 2012, o recurso à História da Matemática[v] é uma forma de contextualização considerada nas coleções didáticas aprovadas (BRASIL, 2012, p.11).

Desse modo, ao analisar o primeiro volume da coleção “Matemática Contexto e Aplicações”, e comparando-o ao da “Matemática Ciência e Aplicações”, pode-se destacar que os campos nos quais as obras abordam os conteúdos são basicamente os mesmos: o de *números e operações*, o de *funções* e o de *geometria*.

Tomando ainda como referência o Guia do PNLD 2012, o campo de *números e operações* inclui os tópicos: conjuntos; conjuntos numéricos; números reais; e números e grandezas. Em *funções* consideramos: o conceito de função; sequências; funções afins e afins por partes; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; e matemática financeira. Já em *geometria*, os tópicos são: geometria plana (incluindo trigonometria); e as grandezas geométricas.

Assim, a comparação ocorreu, levando-se em conta os campos nos quais à Matemática estava presente, corroborando esses campos às informações históricas presentes nos livros didáticos, e atentas sobre uma possível diferenciação de objetivos explícitos a depender dos locais em que essas informações eram encontradas.

Pois, segundo Viana (1995), em sua totalidade, as aparições históricas presentes nos livros didáticos, tanto nos textos quanto nos exercícios, podem ser agrupadas em categorias de análise, a saber:

- história da matemática como motivação – quando aparece como uma anedota, uma lenda ou um breve texto introdutório a alguns capítulos do livro, ou seja, são textos que estão presentes no início da unidade didática;
- história da matemática como informação – “inclui as notas históricas que frequentemente aparecem depois de concluído o capítulo de conteúdo matemático. Essas notas históricas são usadas como dados adicionais ao que foi tratado no texto, são informações extras” (VIANNA, 1995, p.69). Nessa mesma categoria, também se inserem eventuais quadros informativos que aparecem no meio do livro, às vezes entre os exercícios;
- história da matemática como estratégia didática – são “as intervenções de conhecimentos históricos que são direcionadas para conduzir o aluno a um determinado tipo de procedimento que encontra alguma relação com o desenvolvimento do conteúdo” (VIANNA, 1995, p.70);
- história da matemática como parte integrante do desenvolvimento do conteúdo (uso imbricado) – aqui a presença da história é implícita, “não se fala nela nem se fala em nomes de matemáticos: a história fornece (ou deveria ter fornecido) o conhecimento que permite estruturar o desenvolvimento do conteúdo de uma determinada forma em detrimento de outras formas possíveis” (VIANNA, 1995, p. 71).

Após ter conhecimento sobre as especificidades de análise à aparição da história da matemática, é possível afirmar, que no campo de *números e operações*, a história aparece no início do capítulo “Conjuntos e Conjuntos Numéricos” do livro didático “Matemática Contexto e Aplicações”, conforme destacado no Quadro 1[vi].

Os gregos, na Antiguidade, só trabalhavam com os números naturais (os inteiros positivos) e as razões entre eles (os racionais). Até o século V a.C. acreditavam que esses números fossem suficientes para comparar duas grandezas quaisquer de mesma espécie – segmentos de reta, áreas, volumes, etc.

A primeira grande crise no desenvolvimento da Matemática ocorreu quando se percebeu que havia segmentos de reta cuja medida não correspondia a nenhuma razão entre dois números naturais, o que significava que a reta numerada continha pontos que não correspondiam a nenhum número conhecido. E esses novos números foram chamados de irracionais. Assim, a construção dos conjuntos numéricos permaneceu por séculos como uma grande questão entre os matemáticos, sendo amplamente pesquisada, culminando no século XIX, com a teoria dos conjuntos de Georg Cantor (1845 – 1918).

O “número de ouro” dos gregos, símbolo da harmonia e da beleza, é um dos mais famosos exemplares desse novo tipo de número. Representado por  $(1 + \sqrt{5})/2$ , corresponde, na forma decimal, ao número 1,61803398... Está presente em diversos elementos da Natureza – forma de crescimento das plantas e dos demais seres vivos, presas dos elefantes, escamas dos peixes, cauda do pavão, corpo humano – e em vários campos do conhecimento – Arte, Arquitetura, Música, Literatura. Podemos citar alguns exemplos:

A fachada do templo grego Partenon é toda organizada segundo a razão áurea;

Na grande pirâmide de Gizé, no Egito, o quociente entre a altura de uma face e a metade do lado da base vale quase 1,618;

A obra *Mona Lisa*, de Leonardo da Vinci, apresenta a razão áurea em várias partes;

A proporção entre fêmeas e machos na população das abelhas, em qualquer colmeia é áurea;

O pentagrama – estrela regular de cinco pontas – contém uma inumerável quantidade de relações douradas;

O caramujo *Nautilus marinho* apresenta a razão áurea em seu corpo segmentado em forma de espiral, chamada *espiral de ouro*. Pode-se construí-la a partir de retângulos cujos lados estão na razão áurea.

**Quadro 1:** Introdução do Capítulo “Conjuntos e Conjuntos Numéricos”.

**Fonte:** Recorte do texto presente nas páginas 18 e 19 do Livro “Matemática Contexto e Aplicações”.

Pelo exposto, nota-se que o texto traz informações sobre o surgimento dos números irracionais, devido a não correspondência desses números, a uma razão entre dois números naturais. Apresenta também, aplicações de um número irracional, conhecido por “número de ouro”, correlacionando-o aos elementos da Natureza e a outros campos de conhecimento.

Ainda no mesmo capítulo, há uma curiosidade histórica sobre “Os diagramas de Venn”, no entanto ela se apresenta de modo bastante resumida, e ao fim da primeira parte do capítulo, em que é enfatizado o estudo de “Conjuntos”, aparecendo, dessa maneira no meio do capítulo, antes de se estudar os “Conjuntos Numéricos”, com após este último, ser posto um tópico de “Leituras” em que é contada “A crise dos irracionais”, finalizando o capítulo em análise.

Já no livro didático “Matemática Ciência e Aplicações”, o campo de *números e operações* engloba dois capítulos. Em “Teoria dos conjuntos” a história é trazida de modo bem simplório, em apêndice ao final do capítulo, em que é destacado o surgimento do estudo da Lógica, contendo após a leitura “noções de Lógica”, um breve estudo do conteúdo lógico completado por exemplos. Já no capítulo seguinte, sobre os “Conjuntos numéricos” o contexto histórico é trazido ao final do capítulo, especificadamente no tópico “Um pouco de História”, cuja ênfase recai sobre “O número de ouro”, semelhante ao discutido no livro anterior, ilustrado no Quadro 2.

Um número irracional bem conhecido por suas inúmeras aplicações e curiosidades é o número de ouro, frequentemente representado por uma letra grega que lê-se:  $\phi$ , cujo valor é 1,61803...

Na escola pitagórica grega (século V a.C.), era bastante difundida a ideia de dividir um segmento em **média extrema razão**. Basicamente, era preciso dividir um segmento em duas partes, tais que a razão entre as medidas da parte menor e da parte maior fosse igual à razão entre as medidas da maior parte e o segmento total.

[...]

Provavelmente os pitagóricos usavam um método geométrico para fazer tal divisão, uma vez que não conheciam os números irracionais, pois acreditavam que a razão entre as medidas de dois segmentos quaisquer poderia ser expressa como quociente de dois números naturais.

Um **retângulo áureo** é aquele em que a razão entre as medidas de suas dimensões é 1,618... Os gregos usavam essa razão como critério estético. Até hoje acredita-se ser essa a razão mais harmoniosa entre as medidas do comprimento e da largura de um retângulo. Os cartões bancários atuais, por exemplo, são confeccionados de modo que a razão entre suas medidas seja, aproximadamente, igual a 1,6. Partenon, em Atenas, construído no século V a.C., tem o contorno imaginário de um retângulo áureo. O símbolo ( $\phi$ ) é a inicial de Fídias, escultor encarregado da construção de Partenon.

Na Idade Média, a razão áurea aparece na obra *Liber Abaci* (1202), de Fibonacci. Já na Renascença italiana, a obra *De divina proportione*, de Luca Pacioli (1509), diz respeito a essa razão. Nas artes, a famosa *Mona Lisa* (ou *La Gioconda*), de Leonardo da Vinci (1452 – 1519), utiliza o número ( $\phi$ ) nas relações entre seu tronco e cabeça e também entre os elementos do rosto. Se construirmos um retângulo em torno de seu rosto, veremos que se trata de um retângulo áureo. Não menos famosa, a obra *O homem vitruviano*, do mesmo autor, traz as proporções anatômicas de simetria e beleza do corpo humano. (Por exemplo, a razão entre a medida da altura do corpo e a medida do umbigo até o chão é, aproximadamente, igual a ( $\phi$ )).

**Quadro 2:** Um pouco de História: O número de ouro.

**Fonte:** Recorte do texto presente na página 42 do Livro “Matemática Ciência e Aplicações”.

Verifica-se, pelo Quadro 2, que apesar de os dois livros trazerem informações sobre o número de ouro, elas são abordadas de modo distinto, pois neste último, ganha-se destaque a representação desse número em termos de símbolo, a novidade do retângulo áureo e a presença da razão áurea em meio artístico. Além de nesse mesmo texto, haver imagens com informações sobre Pitágoras e o Partenon, ou

seja, “Pitágoras (570 a.C. – 497 a.C.) foi um filósofo e matemático grego e fundador da chamada escola pitagórica de pensamento” e “o Partenon, um dos monumentos mais famosos do mundo, foi construído no séc. V a.C. em homenagem à deusa Atena”.

Portanto, nesse primeiro campo de conhecimento, a história da matemática é abordada como motivação e informação no livro didático “Matemática Contexto e Aplicações”, e apenas como informação no “Matemática Ciência e Aplicações”.

Quanto ao campo de *funções*, a obra “Matemática Contexto e Aplicações” apresenta um total de oito capítulos, com cinco desses abordando algum fato histórico, ou seja, é possível perceber a história da matemática nos capítulos “Funções”, “Função quadrática”, “Logaritmo e Função Logarítmica”, “Progressões” e “Matemática Financeira”, porém nos outros três, “Função afim”, “Função Modular” e “Função exponencial”, não.

Em “Funções”, a presença da história da matemática está localizada apenas no início do capítulo e é tratada de maneira mais informativa que motivadora, pois a história é introduzida reduzidamente, dando-se ênfase ao tempo atual.

Em “Função quadrática” não é diferente quanto ao início do capítulo, mas, é encontrado até o presente momento de análise, o primeiro problema matemático histórico, visto no Quadro 3.

<p><b>42.</b> O <i>retângulo áureo</i> ou <i>de ouro</i> dos gregos é um retângulo especial em que valem as relações entre o comprimento (c) e a largura (l):</p> <p>Proporção áurea <math>c/l = l/(c-l)</math></p> <p>A proporção áurea pode ser observada na natureza, nas obras de arte e nas construções. Por exemplo, o templo grego Partenon tem suas medidas apoiadas na proporção áurea.</p> <p>Se considerarmos <math>c = 1</math>, a proporção será:</p> <p><math>1/l = l/(1-l)</math>, isto é, <math>l^2 + 1 - 1 = 0</math></p> <p>A raiz positiva dessa equação é chamada <i>número de ouro</i>. Qual é esse número?</p>
--

**Quadro 3:** Problema Matemático Histórico.

**Fonte:** Recorte da questão 42, posta na página 163 do Livro “Matemática Contexto e Aplicações”.

A partir do Quadro 3 é possível afirmar, que esse problema é na verdade, uma extensão do conhecimento obtido no início do capítulo “Conjuntos e Conjuntos Numéricos”, quando destacado o “número de ouro”, e dessa maneira, o livro correlaciona positivamente os fatos históricos discutidos em capítulos anteriores ao que é estudado.

Sobre o problema matemático histórico, destaca Miguel e Miorim (2008), que este é mais um elemento motivador para o ensino de Matemática, em virtude dos seguintes argumentos:

Possibilitam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos, propriedades e métodos matemáticos que são ensinados; constituem veículos de informação cultural e sociológica; refletem as preocupações práticas ou teóricas de diferentes culturas em diferentes momentos históricos; constituem meios de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados; permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 48-49).

Assim, o capítulo é finalizado com uma “Leitura” posta ao final do capítulo, tratando-se de “Uma propriedade notável da parábola” em que são relacionados, aspectos históricos e atuais.

O capítulo “Logaritmo e Função Logarítmica” é o que a história da matemática está mais fortemente apresentada dentre os capítulos pertencentes ao campo de *funções*, pois a história é de pronto destacada no início do capítulo e acompanhada por atividade envolvendo questões sobre o texto introdutório, com logo na página seguinte, o tópico “Um pouco de História”, retratando sobre como era um “trabalho árduo” efetuar operações matemáticas como “multiplicar, dividir, calcular potências, e extrair raízes” por volta do século XVII, cujo recorte é apresentado posterior à noção de logaritmo.

Em outro momento, é novamente abordada “Um pouco de História”, em meados do capítulo, dessa vez a importância do logaritmo ganha destaque, correlacionando “Logaritmos e funções logarítmicas”, apresentada no Quadro 4.

<p>[...] Os logaritmos foram inventados no início do século XVII a fim de simplificar as trabalhosas operações aritméticas dos astrônomos para a elaboração de tabelas de navegação.</p> <p>Com efeito, a regra <math>\log(xy) = \log(x) + \log(y)</math> e suas consequências, permitem reduzir cada operação aritmética (exceto, naturalmente, a adição e a subtração) a uma operação mais simples, efetuada com os logaritmos. Essa maravilhosa utilidade prática dos logaritmos perdurou até recentemente, quando foi vastamente superada pelo uso das calculadoras eletrônicas.</p>
--

A função logarítmica, entretanto, juntamente com sua inversa, a função exponencial, permanece como uma das mais importantes na Matemática, por uma série de razões que vão muito além da sua utilidade como instrumento de cálculo aritmético. [...]

**Resumindo:** um matemático ou astrônomo do século XVII achava os logaritmos importantes porque eles lhe permitiam efetuar cálculos com rapidez e eficiência. Um matemático de hoje acha que a função logarítmica e sua inversa, a função exponencial, ocupam uma posição central na Análise Matemática por causa de suas propriedades funcionais, especialmente a equação diferencial  $x^{39} = c.x$ , que descreve a evolução de grandezas que, em cada instante, sofrem uma variação proporcional ao valor naquele instante. Exemplos de grandezas com essa propriedade são um capital empregado a juros compostos, uma população (de animais ou bactérias), a radioatividade de uma substância, ou um capital que sofre desconto. [...]

**Quadro 4:** Um pouco de História: Logaritmos e funções logarítmicas.

**Fonte:** Recorte do texto presente na página 278 do Livro “Matemática Contexto e Aplicações”.

Já no capítulo “Progressões”, a história da matemática se encontra no início do capítulo, permeada por atividades sobre sequências, com destaque a de Fibonacci. Também há no decorrer do capítulo “Um pouco de História”, em que Gauss ganha destaque como o Príncipe da Matemática ao se estudar a soma dos termos de uma Progressão Aritmética finita. Apresentando-se também “Curiosidade” acerca de uma lenda sobre o jogo de xadrez, em que é aplicada a fórmula da soma dos  $n$  primeiros termos de uma Progressão Geométrica finita.

E em “Matemática Financeira”, o capítulo é introduzido por texto histórico, em que é caracterizado como se desenvolveu a Matemática Financeira até os dias de hoje. Apresenta-se também, um problema matemático que em sua introdução, traz informação de cunho histórico, cuja questão está localizada no fechamento do capítulo na sessão das “Atividades Adicionais”, visualizada no Quadro 5.

**17.** (UEL-PR) Um dos traços característicos dos achados arqueológicos da Mesopotâmia é a grande quantidade de textos, escritos em sua maioria sobre tabuinhas de argila crua. Em algumas dessas tabuinhas foram encontrados textos matemáticos datados de cerca de 2000 a.C. Em um desses textos, perguntava-se “por quanto tempo deve-se aplicar uma determinada quantidade de dinheiro a juros compostos de 20% ao ano para que ela dobre?”. (Adaptado de: Eves, Howard, *Introdução à História da Matemática*. Campinas: Editora Unicamp, 1995. p. 77).

Nos dias de hoje, qual equação seria utilizada para resolver tal problema?

- a.  $(1,2)^t = 2$
- b.  $2^t = 1,2$
- c.  $(1,2)t = 2$
- d.  $2t = 1,2$
- e.  $t^2 = 1,2$

**Quadro 5:** Problema Matemático com Introdução Histórica.

**Fonte:** Recorte da questão 17 posta na página 359 do Livro “Matemática Contexto e Aplicações”.

Quanto ao livro didático “Matemática Ciência e Aplicações”, apesar de também conter oito capítulos nesse campo de *funções*, apenas três apresentam “Um pouco de História”, sempre postos ao fim dos capítulos, como “Funções”, “Função logarítmica” e “Progressões”. Os capítulos “Função afim”, “Função quadrática”, “Função modular”, “Função exponencial”, e “Matemática comercial e financeira”, não apresentam informações históricas.

Assim, o Quadro 6 ilustra um dos poucos textos históricos, contido no fechamento do capítulo “Progressões”, em que é contada “Um pouco de História” sobre “A Sequência de Fibonacci”.

Uma sequência muito conhecida na Matemática é a sequência de Fibonacci, nome pelo qual ficou conhecido o italiano Leonardo de Pisa (1175-1250). Em 1202, Fibonacci apresentou em seu livro *Liber Abaci* o problema que o consagrou.

Fibonacci considerou, no período de um ano, um cenário hipotético para a reprodução de coelhos. Veja:

No início, há apenas um casal que acabou de nascer.

Os casais atingem a maturidade sexual e se reproduzem ao final de um mês.

Um mês é o período de gestação dos coelhos.

Todos os meses, cada casal maduro dá à luz um novo casal.

Os coelhos nunca morrem.

Acompanhe, a seguir, a quantidade de pares de coelhos, ao final de cada mês:

Início: um único casal.

Ao final de um mês, o casal acasala. Continuamos com um par.

Ao final de dois meses, a fêmea dá à luz um novo par. Agora são dois pares.

Ao final de três meses o “primeiro casal” dá à luz outro par, e o “segundo casal” acasala. São 3 pares.

Ao final de quatro meses, o “primeiro casal” dá à luz outro par; o “segundo casal” dá à luz pela primeira vez e o 3º par acasala. São 5 pares.

...

E assim por diante...

A sequência de pares de coelhos existentes, ao final de cada mês, evolui segundo os termos da sequência: (1,1,2,3,5,8,13,21,34,55, ...)

Note que, a partir do terceiro, cada termo dessa sequência é igual à soma dos dois termos anteriores.

Assim, essa sequência pode ser definida pela lei de recorrência:

$$f_1 = 1, f_2 = 1, \dots, f_n = f_{n-1} + f_{n-2}, \text{ para todo } n \text{ natural maior ou igual a } 3.$$

Mais de quinhentos anos mais tarde, o escocês Robert Simson provou a seguinte propriedade dessa sequência: à medida que consideramos cada vez mais termos, o quociente entre um termo qualquer e o termo antecedente aproxima-se de 1,61803398..., que é o número de ouro, introduzido no capítulo 2.

[...]

Outros estudos mostram uma ligação entre os números de Fibonacci e a natureza, como a quantidade de arranjo de folhas de algumas plantas em torno do caule, a organização das sementes na coroa de , um girassol etc.

**Quadro 6:** Um pouco de História: A sequência de Fibonacci.

**Fonte:** Recorte do texto presente nas páginas 218 e 219 do Livro “Matemática Ciência e Aplicações”.

Também neste livro, percebe-se a importância em ampliar informações históricas descritas anteriormente, pois o autor, além de apresentar a sequência de Fibonacci, se preocupa em relacioná-la ao número de ouro, e dessa maneira a exibindo eficazmente.

Portanto, no campo de funções, a história da matemática é muito pouco abordada no material didático “Matemática Ciência e Aplicações”, e como no campo de conhecimento anterior, é vista como informação. Já em “Matemática Contexto e Aplicações” além da história da matemática ter abordagem motivadora e informativa, surgem os problemas matemáticos históricos, que apesar de se enquadrar na categoria motivadora, é outra forma de estabelecer uma relação da Matemática do passado com o presente, uma vez que a partir desses problemas, conforme Miguel e Miorim (2008), temos a oportunidade de utilizar técnicas e conceitos atuais para resolver problemas que surgiram em outro momento histórico.

Por último, referente ao campo de *geometria*, o livro didático “Matemática Contexto e Aplicações” apresenta no capítulo “Trigonometria no triângulo retângulo” um texto em que é contada historicamente, a evolução dos conceitos de Trigonometria. Já na página seguinte, é possível ver no Quadro 7, que a “Introdução” do capítulo também traz aspectos históricos, referente aos vestígios rudimentares de Trigonometria.

A palavra *trigonometria* é formada por três radicais gregos: *tri* = três, *gonos* = ângulos e *metron* = medir. Daí o seu significado: medida dos triângulos. Inicialmente a Trigonometria era considerada a parte da Matemática que tinha como objetivo o cálculo das medidas dos elementos de um triângulo (lados e ângulos).

Como a Trigonometria estabelece relações entre as medidas de ângulos e de segmentos, foi também considerada originalmente como uma extensão da Geometria.

Existem vestígios de um estudo rudimentar de Trigonometria entre os babilônios, que a usavam para resolver problemas práticos de navegação, de agrimensura e de Astronomia. Hoje, sabemos que a Astronomia foi a grande impulsionadora do desenvolvimento da Trigonometria, principalmente entre os gregos e os egípcios. Aliás, foram os astrônomos que estabeleceram os fundamentos da Trigonometria.

Acredita-se que foi o astrônomo grego Hiparco (190 a.C. – 125 a.C.) quem empregou, pela primeira vez, relações entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo, por volta de 140 a.C.

Importantes trabalhos hindus foram traduzidos para o árabe, no final do século VIII, mostrando o quanto aquele povo estava familiarizado com esse ramo da Matemática, dando embasamento às notáveis descobertas feitas pelos matemáticos árabes.

O primeiro tratado de Trigonometria feita de maneira sistemática é chamado *De triangulis* ou *Tratado dos triângulos* e foi escrito pelo matemático alemão Johann Muller, chamado *Regiomontanus*.

Atualmente, a Trigonometria não se limita a estudar somente os triângulos; sua aplicação se estende a vários campos da Matemática (como a Geometria e a Análise). Encontramos, também, aplicações da Trigonometria em Eletricidade, Mecânica, Acústica, Música, Engenharia Civil, Topografia e em muitos outros campos de atividades, aplicações estas

envolvidas em conceitos que dificilmente lembram os triângulos que deram origem à Trigonometria.

**Quadro 7:** Introdução do Capítulo “Trigonometria no triângulo retângulo”.

**Fonte:** Recorte do texto presente na página 362 do Livro “Matemática Contexto e Aplicações”.

Entretanto, essas não são as únicas informações históricas presentes no capítulo, pois, após uma breve apresentação do conteúdo, há “Um pouco de História” em que é destacado “De onde vem o nome *seno*?”, além de existir também uma questão, tida na sessão “Exercícios propostos”, posta ao final do capítulo, em que a história da matemática está presente, porém de modo bastante superficial.

Quanto ao capítulo seguinte, “Geometria Plana”, em meados do capítulo, há um pequeno texto, em que é dado destaque a Euclides por ter organizado logicamente a maneira de ver a Geometria. Ainda no mesmo capítulo, quando estudado o “Comprimento da circunferência”, também há um breve texto em que é contado historicamente como surgiu o comprimento de uma circunferência. Sendo o capítulo finalizado com uma “Leitura” sobre “A Geometria e o conhecimento científico”, marcado pela evolução da Geometria ao longo de toda a sua história, essa, apresentada no Quadro 8.

A Geometria, ao longo de toda sua história, acompanhou o homem na busca pelo conhecimento da natureza que o cerca. Quando a civilização grega chegou ao ápice, os gregos assumiram o desenvolvimento da Geometria. Passaram a privilegiar o conhecimento dedutivo e não o empírico, como ocorria até então. E questões que sempre intrigaram o homem, como o tamanho do raio da Terra, a distância da Terra à Lua ou da Terra ao Sol, já estimadas em outras épocas por outros sábios, passaram a partir de então a ser tratadas com o auxílio dos conhecimentos geométricos.

Com o fim da hegemonia grega, o mundo passou por quase quinze séculos de trevas. Apenas com a queda de Constantinopla e o início do Renascimento, os clássicos gregos voltaram à Europa, trazidos pelos que fugiam da invasão turca. E, com o seu renascimento, também voltaram as contribuições da Geometria aos outros campos do conhecimento científico.

Eis alguns bons exemplos de contribuições da Geometria à ciência ao longo dos tempos.

O grego Aristarco de Samos (310 a.C. - 230 a.C.) foi brilhante em perceber como comparar as distâncias da Terra à Lua e da Terra ao Sol, usando triângulos retângulos, semelhanças de triângulos e proporções.

Erastóstenes (276 a.C. – 196 a.C.) não era grego, mas estudou em Atenas e viveu em Alexandria, importante centro cultural da época. Ficou conhecido por sua versatilidade e por uma engenhosa ideia para calcular o raio da Terra, baseado na proporcionalidade entre medida e comprimento de arcos, nos ângulos correspondentes em parcelas cortadas por transversais e na razão entre comprimento da circunferência e seu diâmetro.

O polonês Nicolau Copérnico (1473 – 1543) retomou as hipóteses heliocêntricas de Aristarco (que na época não vingaram) e elaborou toda uma teoria em que os planetas teriam órbitas circulares em torno do Sol, calculando os períodos de revolução dos planetas e suas distâncias até o Sol, baseado na proporcionalidade de arcos e semelhança de triângulos (já na forma de trigonometria).

O alemão Johannes Kepler (1571 – 1630) aperfeiçoou as ideias de Copérnico ao afirmar que as órbitas planetárias são na verdade elípticas e apresentou as três leis que hoje conhecemos como “leis de Kepler”, repletas de proporcionalidades, áreas e elipses.

A Geometria que estudamos hoje é essencialmente a mesma que serviu de alicerce para que os estudiosos do passado conseguissem cada vez mais adquirir conhecimento e entender melhor a natureza que nos cerca. Se hoje sabemos muito sobre ela e seus fenômenos, isso é esforço e dedicação de muitos sábios da Antiguidade, alguns dos quais considerados os maiores astrônomos, geômetras ou matemáticos de suas épocas.

**Quadro 8:** Leitura: A Geometria e o conhecimento científico.

**Fonte:** Recorte de texto presente na página 442 do Livro “Matemática Contexto e Aplicações”.

Já na obra “Matemática Ciência e Aplicações”, o campo da *geometria*, também apresenta dois capítulos. No capítulo “Semelhança de triângulos retângulos” a história da matemática está presente ao final do capítulo, porém, antes dos exercícios, em que é dado destaque em “Um pouco de História” à “Pitágoras de Samos”, matemático de enorme importância no desenvolvimento da Matemática, responsável por avanços na área do raciocínio lógico-dedutivo, e por suas grandes contribuições no desenvolvimento da Aritmética, ganhando-se destaque ao teorema que ficou conhecido, por “Teorema de Pitágoras”.

E no capítulo seguinte, “Trigonometria no triângulo retângulo”, a história da matemática está presente, pela primeira vez nessa obra, no início do capítulo, ganhando papel motivador em “Um pouco de história” sobre o surgimento da “Trigonometria”, como consta no Quadro 9.

O significado da palavra **trigonometria** (do grego *trigonon*, “triângulo”, e *metron*, medida) remete-nos ao estudo dos ângulos e lados dos triângulos – figuras básicas em qualquer estudo de Geometria.

Mais amplamente, usamos a trigonometria para resolver problemas geométricos que relacionam ângulos e distâncias. A origem desses problemas nos leva a civilizações antigas do Mediterrâneo e à civilização egípcia, em que eram conhecidas regras simples de mensuração e demarcação de linhas divisórias de terrenos nas margens dos rios. Há

registros de medições de ângulos e segmentos datados de 1500 a.C. no Egito, usando a razão entre a sombra de uma vara vertical (*gnomon*) sobre uma mesa graduada. Algumas dessas medições encontram-se no Museu Egípcio de Berlim.

Também teria surgido no Egito um dos primeiros instrumentos conhecidos para medir ângulos, chamado groma, que teria sido empregado na construção das grandes pirâmides.

Os teodolitos – aparelhos hoje usados por agrimensores e engenheiros – tiveram sua “primeira versão” (com esse nome) no século XVI.

Durante muito tempo, a Trigonometria esteve ligada à Astronomia, devido a dificuldade natural que ela apresenta com relação às estimativas e cálculo de distâncias impossíveis de medir diretamente. A civilização grega, dando continuidade aos trabalhos iniciados pelos babilônios, deixou contribuições importantes nesse sentido. Por exemplo, a medição das distâncias entre o Sol e a Terra e entre o Sol e a Lua, feita por Aristarco, por volta de 260 a.C. – mesmo que seus números estivessem muito longe dos valores modernos – e a medição do raio da Terra, feita por Eratóstenes, por volta de 200 a.C.

No entanto, o primeiro estudo sistemático das relações entre ângulos (ou arcos) num círculo e o comprimento da corda correspondente, que resultou na primeira tabela trigonométrica, é atribuído a Hiparco de Niceia (180 – 125 a.C.), que ficou conhecido como o “pai da trigonometria”.

Somente no século XVIII, com a invenção do cálculo infinitesimal, a Trigonometria desvinculou-se da Astronomia, passando a ser um ramo independente e em desenvolvimento da Matemática.

**Quadro 9:** Um pouco de História: Trigonometria no triângulo retângulo.

**Fonte:** Recorte do texto presente nas páginas 262 e 263 do Livro “Matemática Ciência e Aplicações”.

Pelo Quadro 9, constata-se que assim como no livro didático anterior, neste, o surgimento da Trigonometria corroborada com sua evolução a partir dos avanços e descobertas tidas pelos grandes estudiosos da época, ganha destaque em todo o texto.

Dessa maneira, referente ao campo da *geometria*, no primeiro volume da coleção didática “Matemática Ciência e Aplicações”, a história da matemática se apresenta de maneira informativa em um momento, e motivadora em outro, enquanto em “Matemática Contexto e Aplicações” a presença como motivação e informação tem maior aparição.

Em linhas gerais, cabe ressaltar, que diante da análise dos livros didáticos aqui examinados, a história da matemática como motivação, aparece constantemente, em apenas uma das obras, “Matemática Contexto e Aplicações”, já que tratam de textos históricos com informações que antecedem determinado conteúdo matemático, como discutido anteriormente. Soma-se a isso, os problemas matemáticos históricos, aguçando o raciocínio e desafiando a curiosidade do aluno diante de uma questão antiga, que possibilita o discente entender como ocorreu o processo de elaboração de um método, uma teoria, uma conceito.

Sobre isso, Vianna (1995) declara:

Pode-se buscar na história um problema que tenha um enunciado interessante para começar um capítulo. Pode-se buscar na história uma dificuldade enfrentada por algum matemático para resolver um determinado problema, do comentário dessa dificuldade pode resultar uma motivação para começar uma unidade ou apresentar um problema atual. Quanto às informações, elas podem ser usadas como curiosidade, é claro, mas devem ser melhor exploradas. Um texto deve ser utilizado em exercícios, deve ser aproveitado para colocar questionamentos não matemáticos: "E hoje ainda é assim?

"; ou mesmo matemáticos: "Você seria capaz de achar outra forma de fazer?

", "Será que esse método vale nessa outra situação?

" (e apresenta um novo problema), etc. Parecem observações triviais as que acabo de fazer, e no entanto elas raramente são utilizadas (VIANNA, 1995, p. 114-115).

De acordo com a referida citação, o autor elenca algumas possibilidades possíveis e diferenciadas de utilização de um problema histórico pelos professores de Matemática em sala de aula. Dentre as possibilidades apontadas, é possível verificar que se aplicadas nas aulas, o envolvimento dos alunos e a participação do professor acabam tornando-se significativos. Dito de outra maneira, as sugestões podem ser usadas como ponto de partida da atividade matemática e, assim, tornar seu uso como metodologia de ensino.

Já em outro quesito, isto é, aquele em que a história da matemática aparece como informação, destaca-se sua presença nos dois livros examinados, “Matemática Contexto e Aplicações” e “Matemática Ciência e Aplicações”, tendo em vista, conforme Vianna (1995) que ao fazer referência à categoria da história da matemática como informação, os textos históricos são informações que estão localizadas no interior do conteúdo, em eventuais quadros informativos e às vezes entre os exercícios, facilitando o entendimento do assunto estudado.

Esses resultados não diferem do que está posto no Manual do Professor da obra “Matemática Ciência e Aplicações”, em que o autor destaca que o objetivo da história da matemática ser apresentada em textos ou pequenas referências, ser colocar o leitor em contato com a história da criação do conhecimento da Matemática; e do Manual do livro didático “Matemática Contexto e Aplicações”, que as abordagens da história da matemática, ora são feitas como introdução de um assunto, ora como leitura para complementação, a fim de

possibilitar o aluno a comparar a Matemática de diferentes períodos da História ou de diferentes culturas. O que, por certo, condiz com o presente texto.

## Considerações

Diante do exposto é possível afirmar que este artigo, cujo objetivo consistiu em identificar a presença da história da matemática no primeiro volume de duas coleções didáticas, aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio 2012: “Matemática Contexto e Aplicações” e “Matemática Ciência e Aplicações”, apresenta como resultado da análise comparativa, que os livros didáticos estão permeados de história informativa no decorrer de todas as obras, isto é, aparece depois de concluído o capítulo do conteúdo matemático, usada como dados adicionais ao que foi abordado, são informações extras. No entanto, vale frisar, que a história da matemática ganha destaque como papel motivador no livro de autor Dante (2010), por apresentar textos introdutórios a alguns capítulos do livro, ou seja, são textos que estão presentes no início da unidade didática, pois, na obra de Iezzi (2010) *et al*, só houve uma aparição da história da matemática como ponto de partida para iniciar e formalizar um conceito, o de Trigonometria.

## Referências

- BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A Investigação Científica em História da Matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V; BORBA, M. C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2005.
- BRASIL. **Guia de Livros Didáticos**: PNLD 2012. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. 1. vol. São Paulo: Ática, 2010.
- FAUVEL, J. A Utilização da História em Educação Matemática. Traduzido por Isabel Cristina Dias, Maria João Lagarto, Paula Nunes, Paulo Oliveira e João Nunes. p. 15-20. In: VIEIRA, A; VELOSO, E. LAGARTO, M. J (Orgs.). **Relevância da história no ensino da matemática**. GTHEM/APM. Grafis, 1997.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. de. **Matemática: ciência e aplicações**. 1 vol. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- SOUTO, R. M. A. História na Educação Matemática – um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.23, n. 35B, p.515-536, abril 2010 ISSN 0103-636X.
- VALENTE, W. R. Oito temas sobre História da Educação Matemática. **REMATEC - Revista de Matemática, Ensino e Cultura**. Ano 8, n. 12. Natal, RN: EDUFRRN, 2013.
- VIANNA, C. R.. **Matemática e História: algumas reflexões e implicações pedagógicas**. Dissertação de mestrado. USP, 1995.

---

[i] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (NPGECIMA) da Universidade Federal de Sergipe. Bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, Brasil. E membro do Núcleo de Investigação sobre História e Perspectivas Atuais da Educação Matemática (NIHPEMAT), coordenado pela Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ivanete Batista dos Santos. E-mail: jessicacravo@hotmail.com

[ii] A pesquisa foi realizada sob as orientações do Prof. Dr. Celso José Viana Barbosa e da Prof.<sup>a</sup> Dra. Karly Barbosa Alvarenga.

[iii] A expressão “história da matemática”, segundo Fauvel (1997), se refere à forma como os conteúdos históricos podem ser utilizados no ensino, numa tentativa de criar condições que favoreçam a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, na busca de “explorar processos que ajudem o ensino da matemática em si, tornando-o mais rico, variado e eficaz” (FAUVEL, 1997, p. 18).

[iv] Vale ressaltar que essa expressão tem o mesmo significado de história da matemática adotado neste texto.

[v] Apesar de no Guia do Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio 2012, a história da matemática ser grafada com iniciais maiúsculas, essa expressão tem o mesmo sentido da grafia adotada aqui neste trabalho com as iniciais minúsculas, conforme esclarecimento visto anteriormente.

[vi] Vale alertar que os quadros 1, 2, 3, 4, e 6 sofreram pequenas modificações devido o sistema ao qual o trabalho foi submetido não aceitar determinados símbolos e

equações matemáticas, ou seja, nos momentos em que se haviam símbolos ou expressões, estes foram adaptados.

Recebido em: 29/06/2014

Aprovado em: 29/06/2014

Editor Responsável: Veleida Anahi / Bernard Charlort

Metodo de Avaliação: Double Blind Review

E-ISSN:1982-3657

Doi: