

Universidade Federal de Sergipe – UFS
Centro de Ciências Exatas e da Terra – CCET
Departamento de Física – DFI
Licenciatura em Física
Trabalho de Conclusão de Curso

ESPECTROS SINTÉTICOS EM RAIOS X A PARTIR DO XSPEC: CONSTRUÇÃO E ESTATÍSTICA

Discente: Davi Rocha Pereira

Professor Orientador: Dr. Raimundo Lopes de Oliveira Filho

São Cristóvão – SE
2020

ESPECTROS SINTÉTICOS EM RAIOS X A PARTIR DO XSPEC: CONSTRUÇÃO E ESTATÍSTICA

DAVI ROCHA PEREIRA

Universidade Federal de Sergipe (UFS)

<davirp@ymail.com>

Resumo. Um passo crucial na realização de observações astronômicas é a definição do intervalo de tempo que um alvo deve ser observado. Isso se dá em um compromisso entre a observação ser longa o suficiente para que o objetivo científico seja alcançado e curta o bastante para que não se tenha desperdício por uso excessivo do telescópio. Tal definição depende de características físicas da fonte a ser observada e de características técnicas do telescópio e instrumentação que serão utilizados. Este trabalho foi conduzido em torno dessa definição para o caso de espectroscopia em raios X realizada por telescópios espaciais. Em sua base estão a construção e a investigação de espectros sintéticos em raios X a partir de uma ferramenta computacional que é largamente utilizada em Astrofísica de Raios X, o XSPEC. Após uma revisão técnico-científica de aspectos relevantes para o trabalho, incluindo métodos estatísticos, é apresentado e discutido um caso concreto de definição de tempo de exposição de observações em raios X. Sem perda de generalidade, foi adotada como situação astrofísica a emissão por um gás difuso ionizado por colisão, com fótons sujeitos a absorção fotoelétrica de um meio material. Nesse contexto são explorados modelos físicos e caracterização astrofísica a partir de análise espectral de espectros sintéticos para determinar o impacto do tempo de exposição na determinação dos valores de parâmetros dos modelos, e portanto das propriedades físicas do alvo simulado. O trabalho inclui um segundo caso de estudo no qual uma fonte de raios X varia em luminosidade em 0,3–12 keV, apontando limitações na caracterização de fontes fracas. O documento é estruturado de modo a poder ser utilizado por ingressantes em Astrofísica de Raios X para fins práticos de construção de espectros sintéticos, de análise espectral, e como elemento auxiliar na preparação de pedidos de observações em raios X.

Palavras-chaves: Astrofísica de raios X, espectroscopia, ajuste espectral.

1 Introdução

A Astrofísica de Raios X demanda tecnologia espacial. Isso se deve ao fato de ser necessário interceptar os fótons de origem extraterrestre desejados antes deles ingressarem e serem destruídos por absorção fotoelétrica na atmosfera da Terra. O seu desenvolvimento se deu portanto após a Segunda Guerra Mundial, quando a tecnologia de foguetes para fins militares passou a ser empregada para fins científicos. Inicialmente, instrumentos eram postos a bordo de foguetes e suas observações eram limitadas ao tempo do movimento oblíquo até a queda na Terra – como foi o caso que resultou na primeira detecção de raios X solares (Burnight, 1949) e de raios X de origem extrassolar (Giacconi et al., 1962). Uma nova era se iniciou quando foguetes permitiram que satélites fossem postos em órbita da Terra. Assim foi iniciado um novo momento da Astrofísica Observa-

cional em Raios X, com o UHURU, lançado em 1970, sendo o primeiro satélite inteiramente dedicado a realizar observações em raios X (Giacconi et al., 1971). Uma fração muito menor de experimentos de observação em raios X seguiu e ainda segue a bordo de balões, mas com limitações científicas severas. Ainda que relativamente recente quando comparada a observações no óptico, a Astrofísica de Raios X avançou muito rapidamente, seguindo o progresso tecnológico e responde por uma fração expressiva dos artigos científicos atuais.

Praticamente todos os telescópios de raios X embarcados em satélites são de acesso público a pesquisadores de países que não participam ou participaram das missões. Dessa forma, mesmo envolvendo altos custos e tecnologia no estado-da-arte, a Astrofísica de Raios X resultou num marco de compartilhamento de esforços científicos. O uso de tal tecnologia é mediado pela avaliação de projetos em processos altamente competi-

tivos, com uma demanda que supera a oferta de modo substancial.

Uma informação crucial em projeto solicitando a realização de observações, não somente em raios X, é o tempo que se deseja ter de observação. Este é o aspecto explorado neste trabalho, mas para o caso específico de observações em raios X. O propósito deste trabalho é a construção e análise de espectros sintéticos em raios X para definição de tempos de exposição que permitam recuperar as informações que são esperadas por investigação de uma dada fonte astrofísica. Para isso foi usado como caso de estudo a câmera EPIC-pn do satélite XMM-Newton – sem perda de generalidade, pois o procedimento aqui descrito é válido para qualquer missão espectroscópica em raios X. Por fim é apresentado também um caso de estudo de uma fonte com luminosidade¹ variável.

O texto é estruturado em três blocos: (i) conceituação teórico-científica, com apresentação de aspectos instrumentais, de modelos físicos e de fundamentos estatísticos; (ii) apresentação da metodologia e dos procedimentos aplicados neste trabalho, que são essencialmente de construção e análise de espectros sintéticos explorando o programa XSPEC; e, por fim, (iii) exploração de casos de estudo.

2 Espectroscopia de raios X

Espectroscopia é uma técnica de investigação da radiação baseada na distribuição de fótons em energia (E), ou no equivalente em frequência (ν) ou em comprimento de onda (λ).² Sua implementação no final do século XIX marcou o início de uma nova era da Astronomia, por permitir investigação de características de fontes celestes como composição química, rotação, velocidade radial e campo magnético (Arnaud et al., 2011). A espectroscopia é aplicada a fótons de todo espectro eletromagnético, mas este trabalho se restringe ao caso de espectroscopia de fótons em raios X.

A espectroscopia pode ser classificada em não-dispersiva e dispersiva. Na primeira, a energia dos fótons é determinada pelo próprio detector. Na segunda, a determinação da intensidade de fótons espalhados (dispersos) em função da energia se dá com o uso de um elemento dispersor de luz, que normalmente é um prisma ou uma rede de difração, e posterior registro no detector do “arco-íris” gerado. Após a passagem pelo

elemento dispersor, os fótons incidem num detector em posições que dependem de suas energias: a energia de um dado fóton é determinada pela posição em que o fóton é detectado. O registro, a quantificação desses fótons, pode se dar através de diferentes classes de detectores, como contadores proporcionais, microcalorímetros e dispositivos de carga acoplada (CCD, acrônimo de *charge-coupled device*) (Lesser, 2015). O uso do CCD prevalece na astronomia óptica e vem ganhando espaço em observações em outras regiões espectrais, como é o caso dos raios X, alvos deste trabalho. O CCD, que é usado tanto na espectroscopia dispersiva quanto na não-dispersiva, será o detector referenciado daqui em diante. O que será exposto neste trabalho é válido para espectroscopia CCD não-dispersiva de um modo geral, e como caso de aplicação prática adota-se a câmera EPIC-pn do satélite XMM-Newton (Truemper and Aschenbach, 2000). Um dispositivo CCD é constituído por uma matriz de elementos denominados pixels, dispostos em linhas e colunas, cujo funcionamento se dá essencialmente a partir de quatro pilares (ver Bradt, 2004, para detalhes):

- o efeito fotoelétrico, a partir do qual a incidência de fótons gera cargas (elétrons) em materiais semicondutores;
- o armazenamento nos pixels das cargas que neles são geradas, em um fenômeno que se assemelha ao acúmulo de cargas em capacitores por manipulação de potencial elétrico;
- a transferência de cargas dos pixels, passando de pixel a pixel de modo coordenado até um ponto de leitura, e
- a leitura das cargas em uma etapa regida por dispositivos eletrônicos.

Um diagrama genérico de um CCD é apresentado na Fig. 1. Nele estão representados os pixels (como retângulos); o sentido de deslocamento das cargas após terem sido registradas, pixel a pixel, e que se dá ao longo de linhas; a coluna de deslocamento das cargas, apresentada na base da figura, até o ponto de leitura; e o ponto de leitura das cargas, que são representativas dos fótons que incidiram sobre o CCD durante o intervalo de tempo em que estava exposto à radiação. A Fig. 2 apresenta a câmera EPIC-pn do XMM-Newton, que é constituída por 12 CCDs.

Uma análise espectroscópica é baseada comumente na caracterização de duas componentes: contínuo espectral e linhas espectrais, sejam de emissão ou de absorção. Para tanto, uma característica instrumental rele-

¹Por vezes, nesse trabalho, se falará em luminosidade se referindo a luminosidade integrada na região de raios X entre 0,3 e 12 keV. Não confundir com luminosidade bolométrica, que diz respeito às contribuições de todas as faixas de energia

² $\nu = E/h$ e $\lambda = hc/E$, com h sendo a constante de Planck e c a velocidade de propagação da radiação.

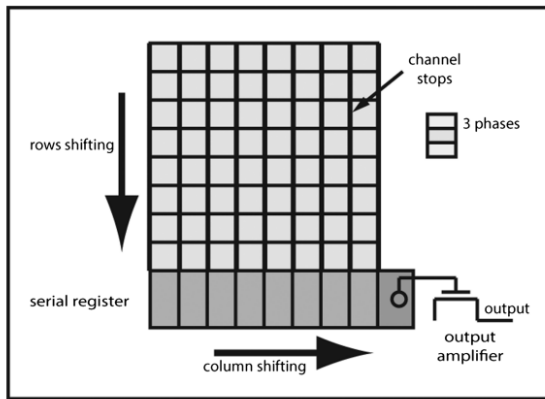


Figura 1: Esquema de um CCD típico. (Lesser, 2015).

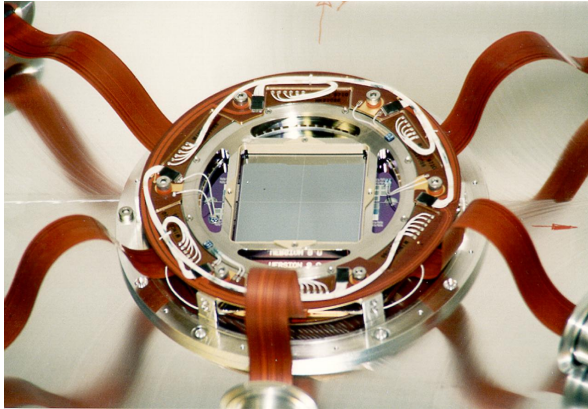


Figura 2: Câmera EPIC-pn do satélite XMM-Newton. (ESA, 2019).

vante é o poder de resolução espectral, definido como:

$$R = \frac{E}{\Delta E}, \quad (1)$$

onde ΔE é a menor variação em energia distinguível para uma determinada energia E de interesse. Em última instância, R quantifica a capacidade instrumental em distinguir linhas espectrais próximas entre si ou mesmo distingui-las da emissão no contínuo (Arnaud et al., 2011).

Missões que utilizam placas de micro-canais (MCP) combinadas com espelhos ou contadores proporcionais, como são os casos dos observatórios Einstein e ROSAT, têm poder de resolução espectral R tipicamente entre 1 e 10. Instrumentos em missões mais recentes que usam CCDs com espectroscopia não-dispersiva, como XMM-Newton e Chandra, têm R entre 10 e 50 (SOC, 2019). Os exemplos citados anteriormente classificam-se como baixa resolução. Resoluções espectrais mais altas em raios X demandam uso de elementos dispersores. Exemplos são o Espectrômetro de Rede de Refle-

xão (RGS), em duas câmeras a bordo do satélite XMM-Newton, com R de até 800, e o Espectrômetro de Rede de Transmissão de Alta Energia (HETGS) a bordo do satélite Chandra, com R de até 1000.

Quando uma investigação científica é baseada na investigação detalhada de linhas espectrais é necessário o uso de dados com alta resolução espectral. Tipicamente, a Astronomia de raios X diz respeito às transições associadas às camadas atômicas K e L (ver Tabela 1). Ferro é exceção, pois tem transições *M-shell* que produzem fótons com cerca de 0,1 keV. Há também linhas por fluorescência, cuja emissão se deve ao decaimento de um elétron ligado a um átomo para um nível que foi disponibilizado por um elétron que foi ejetado de tal átomo por incidência de um fóton.

Outro fenômeno espectral é o *edge*, que se manifesta como uma descontinuidade acentuada no espectro e está associada a limiares em energia a partir do qual a energia de fótons incidentes é suficiente para remoção de elétrons ligados a átomos (Cullerne, 2000).

2.1 Redução de dados

Redução de dados é o termo atribuído ao processo de tratamento de dados astronômicos brutos, rumo ao que será analisado cientificamente, como imagens, curvas de luz (variação do brilho em função do tempo) e espectros. Ainda que este trabalho parta de um passo posterior ao processo de redução de dados, faz-se necessário abordar alguns passos em tal processo e conceitos relevantes para a contextualização de elementos técnicos deste trabalho. Em especial, o projeto culminará na exploração de matrizes de respostas espectrais de um instrumento de raios X na construção de espectros sintéticos, que serão por fim avaliados (Seção 2.3).

2.1.1 Arquivo de eventos

Espectrógrafos e seus detectores são classicamente usados na medição de fluxo integrado associado a fótons em uma dada faixa espectral, que por sua vez são coletados em um intervalo discreto de tempo. Em se tratando de raios X, fótons são medidos individualmente pelos detectores. Isso acontece porque as energias dos fótons são relativamente altas ($> 0,1$ keV) e por causa do baixo fluxo tipicamente não mais do que algumas unidades por segundo), o que faz com que eles sejam comumente distinguíveis entre si.

Uma vez detectados, os fótons são chamados de

Tabela 1: Linhas $Ly\alpha$ e $Ly\beta$ de átomos hidrogenóides em Å e em keV (Arnaud et al., 2011).

Íon	$Ly\alpha_1/\text{Å}$	$Ly\alpha_1/\text{keV}$	$Ly\alpha_2/\text{Å}$	$Ly\alpha_2/\text{keV}$	$Ly\beta_1/\text{Å}$	$Ly\beta_1/\text{keV}$	$Ly\beta_2/\text{Å}$	$Ly\beta_2/\text{keV}$
C VI	33,734	0,3675	33,740	0,3675	28,465	0,436	28,466	0,436
N VII	24,779	0,5004	24,785	0,5002	20,909	0,593	20,911	0,593
O VIII	18,967	0,6537	18,973	0,6535	16,006	0,775	16,007	0,775
Ne X	12,132	1,0220	12,137	1,0215	10,238	1,211	10,240	1,211
Na XI	10,023	1,2370	10,029	1,2363	8,459	1,466	8,460	1,465
Mg XII	8,419	1,4726	8,425	1,4717	7,106	1,745	7,107	1,745
Al XIII	7,171	1,7290	7,176	1,7277	6,089	2,036	6,091	2,036
Si XIV	6,180	2,0061	6,186	2,0043	5,217	2,377	5,218	2,376
S XVI	4,727	2,6227	4,733	2,6197	3,991	3,107	3,992	3,106
Ar XVIII	3,731	3,3230	3,737	3,3182	3,150	3,936	3,151	3,934
Ca XX	3,018	4,1075	3,024	4,1001	2,549	4,864	2,550	4,862
Fe XXVI	1,778	6,9732	1,783	6,9520	1,502	8,252	1,504	8,246
Ni XXVIII	1,530	8,1017	1,536	8,0731	1,293	9,586	1,295	9,577

“eventos” e suas informações compõem uma lista.³ Nessa lista é feito o registro, entre outros, de três características de um dado evento: momento de detecção (tempo, no relógio do satélite), energia, e localização espacial (na câmera), como descrito nos itens a seguir:

a) Posição: a princípio, a posição associada a um evento no momento da detecção segue um sistema de referência espacial orientado segundo o próprio detector ou outra base física de referência no satélite. Esse sistema de referência espacial bidimensional tem uma correlação unívoca com coordenadas astronômicas na esfera celeste (usualmente ascensão reta e declinação) no momento da observação. O procedimento que faz a relação da posição de detecção de fótons no sistema de referência do próprio satélite com o correspondente na esfera celeste é chamado de calibração astrométrica. Tal processo, para dados obtidos por satélite, depende de diversos fatores como a posição orbital do equipamento, e é feito a partir de arquivos de calibração específicos para tal fim.

b) Energia: CCDs que realizam espectroscopia de modo não-dispersivo acumulam carga para cada fóton de raios X detectado. Essa quantidade de carga, por razões históricas, chama-se PHA (*pulse-height amplitude* ou amplitude de altura de pulso em português). A relação entre PHA e energia, e conse-

quentemente sua conversão, não é exatamente linear. Além disso, pode haver variação tanto na posição do detector como no tempo. Ambos são corrigidos e o que resulta é armazenado na forma PI (PHA invariante). A relação entre este último e a energia é codificada em matriz(es) de resposta (ver Seção 2.3).

c) Tempo: o momento de ocorrência de um evento é registrado no satélite tomando como referência seu próprio relógio. O satélite em sua órbita tem uma componente de movimento variável na direção da linha de visada em relação à fonte (ora está se aproximando, ora se afastando), o que induz uma modulação temporal na detecção dos fótons. Faz-se necessário corrigir esse efeito quando a investigação é baseada em análise temporal, em especial quando as variações da fonte são da ordem de segundos. A correção do tempo de chegada dos fótons pode ser feita tomando-os em outro sistema de referência. O sistema da Terra é uma opção, mas tem de ser levado em conta que esta também tem um movimento orbital em escala de tempo que pode induzir modulação apreciável nos dados. A opção de ter o baricentro do sistema solar como referência é comumente adotada.

A mudança do sistema de referência temporal do satélite, assim como o de referência espacial, demanda conhecimento preciso da posição do satélite ao longo da observação. E essa descrição orbital, por sua vez, resulta do acúmulo de registros durante algumas (em geral < 10) órbitas completas. Assim, a correção do sistema de referência é feita em momento posterior à observação, utilizando, na etapa de tratamento de dados, arquivos que são fornecidos pela equipe do satélite.

³As informações computacionais são armazenadas em arquivos de acordo com um padrão, conhecido como “formato”. Tem-se, por exemplo, o formato JPG para imagens e PDF para um formato dito portátil para documentos. Em Astronomia, o formato usualmente adotado para registro de dados é o *Flexible Image Transport System* (FITS), endossado pela NASA e pela União Astronômica Internacional. (https://fits.gsfc.nasa.gov/fits_standard.html).

2.1.2 Fenômenos clássicos em detectores CCDs

Somadas ao registro de informações de uma fonte de radiação em estudo, sempre haverá contribuições do que não é alvo da pesquisa em condução. Essas contribuições compõem o que chamamos de *background*, e podem ser divididas em dois grandes grupos. O primeiro grupo é o de origem astrofísica. Nele estão, em observações em raios X, partículas de origem astrofísica como fótons, prótons e núcleos energéticos de objetos dentro e de fora do campo de visão, incluindo o próprio Sol. O segundo tem origem instrumental, como pixels e colunas brilhantes, ruído de leitura e efeito térmico do CCD, que podem ser artefatos temporários (em geral quando gerados por fontes astrofísicas) ou definitivos (por exemplo, quando associados a defeitos no CCD). Há também efeitos em CCD para observações de raios X quando a fonte é muito brilhante em raios X ou mesmo no óptico, ou quando há uma ou mais fontes ópticas brilhantes no campo de visão ou próximo do campo de visão do telescópio. Fenômenos clássicos em observações em raios X são brevemente descritos a seguir.

- **Erupções solares**

Atividades solares intensas promovem aumento da ejeção de partículas, que podem atingir satélites em raios X comprometendo suas observações ao elevar o nível de contaminação de fundo ou mesmo a integridade de seus instrumentos. Similar aumento do *background* também por partículas solares ocorre quando os satélites cruzam regiões de maior concentração de linhas de campo magnético terrestre nas quais há também maior concentração de partículas carregadas. Um procedimento usual no tratamento de observações em raios X é identificar momentos durante os quais o background por partículas solares é elevado a ponto de comprometer a observação, e eliminar da análise os eventos que foram registrados durante tais intervalos de tempo. Contaminação desse tipo é tão mais danosa quanto menor for o brilho da fonte em raios X, tal que a razão sinal-ruído é desfavorecida.

- **Contaminação por raios cósmicos**

Raios cósmicos é a designação usualmente dada a partículas altamente energéticas cujas velocidades são uma fração apreciável da velocidade da luz (Cho, 2017). Para efeito de comparação, essas partículas são milhões de vezes mais energéticas do que as geradas nos maiores laboratórios terrestres, como o Large Hadron Collider. A maior parte dos

raios cósmicos é de núcleos atômicos ou prótons, e elétrons (Evans, 2007).

A interação de raios cósmicos com pixels num detector CCD promove aumento de suas contagens, comumente atingindo máximo de acúmulo de cargas e conhecido como nível de saturação. Diz-se, nessa situação, que os pixels são temporariamente quentes, durante a qual perdem a capacidade de registro de fótons e que por vezes demandam vários ciclos de leitura até que ocorra a “limpeza” de carga a níveis aceitáveis. O registro de raios cósmicos em geral difere do associado a fótons de raios X e pode ser descartado automaticamente em alguns casos, ou pelo investigador.

- **Pixels ruins**

Alguns pixels em CCDs são inoperantes, seja por problema ocorrido durante a fabricação ou durante o funcionamento, e podem inclusive comprometer colunas inteiras. Esses pixels são chamados de pixels quentes uma vez que costumam indicar indevidamente níveis altos de carga e portanto falsos eventos. Quando mapeados, é comum que sua remoção seja feita pelo próprio sistema do satélite de modo a minimizar consumo de bandas de telemetria⁴. Nos demais casos, esses eventos são excluídos na fase de processamento dos dados. Nessa etapa também são excluídas informações de pixels que por motivos diversos como variação de temperatura ou instabilidade eletrônica, tenham apresentado temporariamente os aspectos descritos anteriormente.

- **Pile-up**

Pile-up é um fenômeno que depende essencialmente de duas características: uma é técnica, o tempo de leitura do CCD, e a outra é astrofísica, o brilho da fonte em raios X. Acima de um certo valor em brilho, a chegada de fótons se dá numa taxa tão alta que o CCD, em seu tempo de leitura, não distingue fótons. Em tal situação, dois ou mais fótons que atingem um mesmo pixel ou pixels adjacentes durante um ciclo de leitura de um CCD são entendidos falsamente como um único evento mais energético, além de alterar o padrão de detecção.

Como consequência, a imagem de uma fonte brilhante pode aparecer com um “buraco” na região

⁴Telemetria, neste trabalho, é definida como etapas na comunicação entre o satélite e bases receptoras, usualmente terrestres, e se aplica, por exemplo, na transferência de dados e em ações de controle do satélite (Arnaud et al., 2011).

central (Fig. 3), espectros podem apresentar artificialmente mais fótons em altas energias e curvas de luz podem exibir menores contagens. Um recurso para minimizar seus efeitos é desconsiderar eventos acumulados nas regiões centrais da detecção, nas quais a taxa de incidência de fótons é maior.

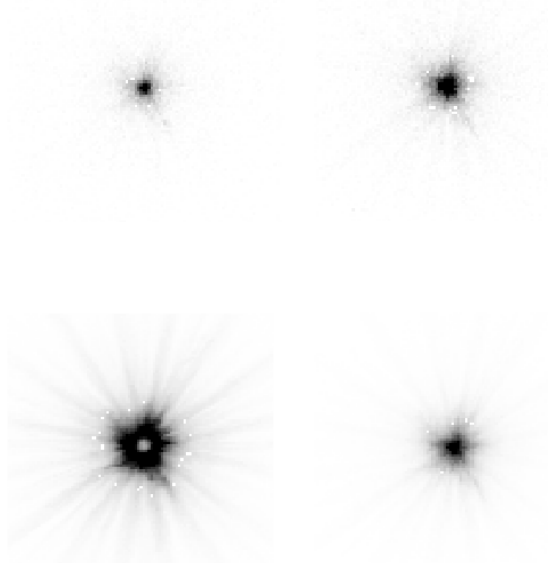


Figura 3: Observações em órbita realizadas com EPIC MOS que mostra o aumento do pileup com o aumento da taxa de contagem de fótons por quadro. Os painéis são organizados no sentido horário, com a menor taxa de contagem (e, portanto, taxa de acumulação) na parte superior esquerda e a mais alta na parte inferior esquerda. As taxas de contagem observadas são 2, 5, 12 e 16 contagens por quadro, respectivamente (SOC, 2019).

- **Sobrecarga no óptico (excesso de fótons no óptico)**

A incidência de muitos fótons ópticos por unidade de tempo pode ser interpretada indevidamente por um CCD de raios X como tendo sido a chegada de fótons em raios X. Tal fenômeno é conhecido como “sobrecarga no óptico” (tradução livre de *optical loading*). Para minimizar esse efeito, filtros de bloqueio de luz óptica são utilizados seja quando a fonte em raios X for também brilhante no óptico, seja quando houver outra(s) fonte(s) brilhantes no óptico no campo de visão ou próximo ao campo de visão do telescópio.

Uma observação em raios X é composta por informações de origem astrofísica, que podem ser da fonte

em estudo ou não, e por informações de origem instrumental (por exemplo, decorrentes de ruído térmico). Essas contribuições adicionais, tradicionalmente chamadas de *background*, devem ser abatidas de modo que a informação sob análise corresponda ao alvo em estudo. O processo de extração de contribuições de *background* em detectores de imageamento, que pode eventualmente ser desnecessário para o caso de fontes brilhantes, é feito considerando-se eventos associadas a uma livre de fontes astrofísicas. É preferível ter uma região de *background* tão grande quanto possível para se ter uma amostra com maior representatividade do *background*. Todavia, deve-se ter cuidado dessa região não ser grande a ponto de englobar fontes que não são o alvo. Além disso, deve-se priorizar que a uma área de extração no mesmo CCD em que a fonte astrofísica investigada foi observada, para que as correções associadas a calibração tanto do região assumida para a extração do *background* quanto para a fonte sejam as mesmas. É recomendável também evitar que na região de extração do *background* passem colunas que estejam associadas a fontes brilhantes, de modo a evitar que sejam contabilizados como *background* sinais que não foram devidamente eliminados no processo de limpeza de cargas do CCD sinais que eram da fonte e que ficaram no meio do caminho porque não foram limpos direito (que em alguns casos de fato não o são).

As regiões definidas no detector para a caracterização do *background* e para a caracterização da fonte tem em geral áreas diferentes. Sendo diferentes, é necessário normalizá-las para a contagem de eventos em cada uma delas seja por unidade de área, antes de ser feita subtração da contribuição do *background*. A Figura 4 mostra a região da fonte de interesse em linha contínua e a região de *background* em linha tracejada.

2.2 Seleção de eventos e produtos finais para análise científica

As informações em arquivos de eventos são selecionadas e agrupadas por localização, tempo e energia dos fótons para a construção dos seguintes produtos para investigação científica:

- **Imagem:** Distribuição espacial dos fótons, considerando os que pertencem a uma dada faixa de energia e que foram coletados durante um certo intervalo de tempo definido (ver Fig. 4).
- **Espectro:** Distribuição dos fótons em energia, ou no equivalente em frequência ou ainda em comprimento de onda da radiação, considerando os que foram detectados em uma dada região física do detector num dado intervalo de tempo (ver Fig. 5).

- **Curva de luz:** Distribuição temporal dos fótons, e portanto da variação do brilho, considerando os que foram detectados em uma dada região física do detector numa dada faixa espectral (ver Fig. 6).

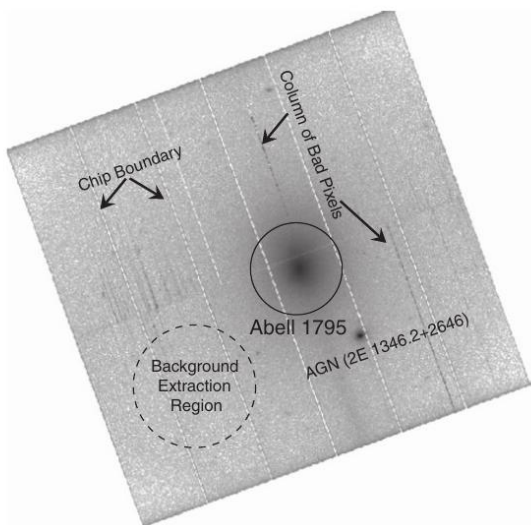


Figura 4: Exemplo de imagem. Aglomerado Abell 1795 observado com a câmera EPIC-pn do XMM-Newton, com raio da circunferência ao redor do aglomerado de 3 minutos de arco. No mesmo campo de visão, aparece um AGN (Núcleo ativo de Galáxia) brilhante. (Arnaud et al., 2011).

2.3 Resposta instrumental

Um espectrômetro quantifica a distribuição espectral da radiação que nele incide. O espectro resultante é uma convolução do que constitui as características espectrais da radiação incidente $f(E)$, com respostas do sistema coletor e do sistema de detecção, expressas em uma ou duas matrizes. Quando duas, as matrizes são a *Response Matrix File* ($RMF(PI, E)$) e a *Ancillary Response File* ($ARF(E)$). A RMF descreve a resposta do instrumento como uma função da energia dos fótons incidentes e de seus canais de energia (Arnaud et al., 2011). A ARF leva em conta arquivos de calibração para proceder com correções associadas a (i) área efetiva do telescópio (medida da degradação da resposta ao longo do campo de visão), (ii) transmissão do filtros (por exemplo, de filtros que usados para minimizar a incidência de luz óptica que em excesso pode ser confundida pelo detector como fótons em raios X, cujo uso tem o efeito colateral de alterar a resposta instrumental aos raios X), (iii) eficiência quântica (medida da fração de fótons incidentes no detector e que são registrados), artefatos do detector (como pixels ruins), (iv) depen-

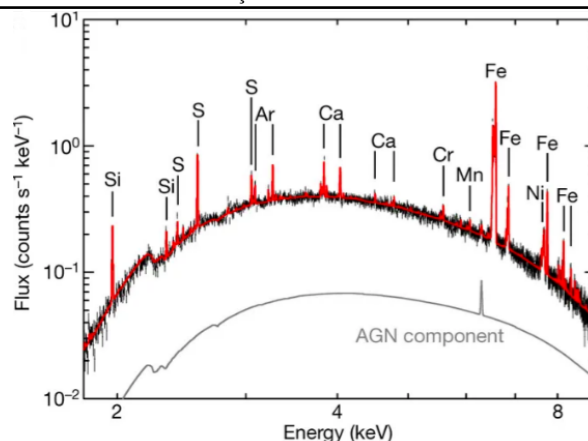


Figura 5: Exemplo de espectro. Espectro observado (em preto) e modelo (em vermelho) na faixa de energias 1,8-9,0 keV. O espectro foi descrito por um modelo de plasma térmico opticamente fino. A curva em cinza representa um espectro de emissão do AGN NGC 1275, obtida de câmera CCD do satélite MOST. Editada de Aharonian et al. (2017).

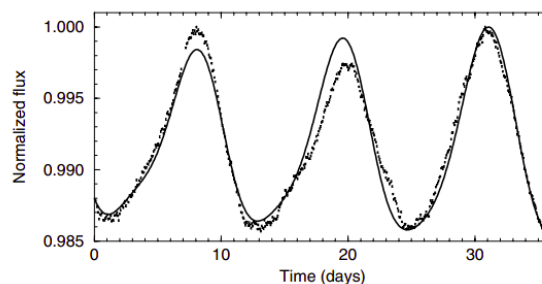


Figura 6: Exemplo de curva de luz. Curva de luz da estrela ϵ -Eri (pontos) obtida do instrumento SXS do telescópio espacial Hitomi descrita por um modelo de emissão variável (Gondoin, 2008).

dências espaciais no detector para caracterização de fótons, dentre outros aspectos técnicos (Smith, 2019).

A Figura 7 apresenta um *mapa de exposição* da câmera EPIC-pn do XMM-Newton, que é uma medida da resposta do conjunto telescópio-detector a uma iluminação uniforme. Essa figura ilustra uma característica importante: seja um feixe de fótons incidente em um telescópio; tal feixe de fótons é detectado diferentemente se a sua incidência ocorresse em diferentes regiões do detector; mas essa diferença precisa ser quantificada e corrigida de modo que o que é observado, independente de qual seja o ponto de incidência no detector, represente a radiação incidente. Em outras palavras, é necessário conhecer como o conjunto telescópio-detector degrada e detecta a radiação incidente, de modo que a partir do que se tem com a observação astronômica seja recuperada a informação original, que foi a que incidiu no telescópio. Esse é um princípio básico em Astro-

física Observacional e alvo de um processo crucial: o processo de calibração.

Em se tratando de espectro, o que se tem ao final é uma contagem, $C(PI)$, como medida da distribuição de eventos em energia. Essa contagem depende da resposta do conjunto telescópio-instrumento à radiação e está associada do seguinte modo com o espectro $f(E)$ da radiação incidente em um intervalo de tempo T :

$$C(PI) = T \int RMF(PI, E) \cdot ARF(E) \cdot f(E) \cdot dE . \quad (2)$$

Na prática, $f(E)$ é a incógnita, o que o cientista deseja saber com a espectroscopia que foi realizada. Ela pode ser estimada a partir de modelos teóricos, representados daqui em diante por $S(E)$, e a equação anterior passa a ser:

$$C(PI) = T \int RMF(PI, E) \cdot ARF(E) \cdot S(E) \cdot dE . \quad (3)$$

O $C(PI)$ é o que se tem para realizar o ajuste de $S(E)$.

O ponto de partida deste trabalho é a construção de espectros sintéticos a partir de respostas instrumentais (RMF e ARF) e posterior avaliação da recuperação dos valores assumidos inicialmente para os parâmetros do modelo, como função do tempo de exposição da observação simulada. Em outras palavras, a base deste trabalho é um ponto clássico em Astrofísica Observacional, no presente caso, em Astrofísica de raios X: definição do tempo de exposição para uma dada observação a ser executada. A abordagem é genérica para observações em raios X, mas como caso de estudo foi eleita a câmera EPIC-pn do satélite XMM-Newton. Nesse processo foi utilizado o aplicativo de ajuste XSPEC.

3 Modelos espectrais de emissão em raios X

A descrição de um espectro é feita a partir de modelos espectrais. Por limitações teóricas e técnicas, tais modelos são simplificações de uma realidade mais complexa. Ao final, um modelo é a composição de componentes aditivas e multiplicativas. As componentes aditivas representam fontes primárias de radiação – por exemplo, emissão por fenômenos térmicos do tipo corpo negro, Bremsstrahlung ou não-térmicos descritos por lei de potência. Por outro lado, as componentes multiplicativas, que estão sempre acompanhadas de pelo menos uma componente aditiva, representam fenômenos que modificam a radiação primária. Um exemplo de componente multiplicativa é uma que leva em conta o efeito fotoelétrico, efeito este que degrada fótons, como função de suas energias e do material através do qual os fótons passam até serem detectados (Os modelos adotados neste trabalho são apresentados nas

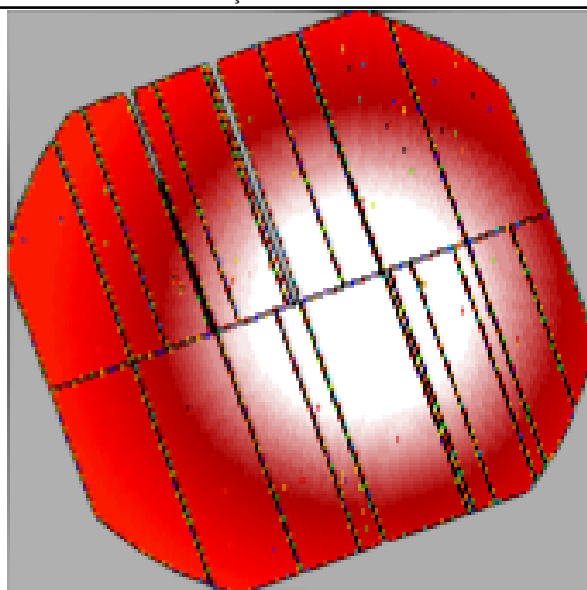


Figura 7: Exemplo de mapa de exposição em 0,2-0,5 keV da câmera EPIC-pn do satélite XMM-Newton ilustrando que a iluminação uniforme da câmera a uma radiação não gera uma imagem uniforme. Editada de SOC (2019).

seções 3.1 e 3.2). Um alvo de observação pode precisar de várias componentes para descrever a Física dos variados tipos de emissão que o compõe. Além disso, outras componentes que dizem respeito a fenômenos que modificam sua radiação primária também precisam estar presentes. Um modelo que descreve uma situação hipotética, porém realista, como essa tem a seguinte forma:

$$S = M_1 * (A_1 + A_2 + M_2 * (M_3 * A_3 + A_4)) , \quad (4)$$

em que S é o modelo composto por componentes multiplicativas M_i e aditivas A_j .

Modelos multiplicativos e aditivos estão disponíveis no XSPEC (ver Tabela 2), e são eleitos e utilizados pelo investigador de acordo com a necessidade científica. Usualmente a escolha inicial de modelos é norteada pelo que se tem de informação e o que se espera da fonte observada. Em coroas de estrelas, por exemplo, há gás em altas temperaturas e portanto uma hipótese de partida é que sejam fontes emissoras de raios X térmicos. Para um quasar, a expectativa é que processos não-térmicos dominem, e uma descrição do tipo lei de potência é comumente assumida como hipótese inicial.

3.1 Modelo PHABS

Fótons em raios X interagem com a matéria de diferentes maneiras, sendo os principais regidos pelo efeito fotoelétrico, pelo espalhamento Compton e pela produção de pares elétron-pósitron. Nesta seção será suma-

Tabela 2: Exemplos de modelos disponíveis no XSPEC (Arnaud et al., 2018).

Modelos	Processos Físicos
	Componentes aditivas
agauss, zagauss	Perfil de linha gaussiana
agnsed, qsodes	Emissão multicomponente assumida para Núcleo de Galáxia Ativo (AGN)
apec, vapec, vvapec	Emissão de plasma colisionalmente ionizado
bapec, bvapec, bvvapec	Emissão térmica ampliada por velocidade a partir de plasma colisionalmente ionizado
bbody, zbbdody	Espectro de corpo
bknpower, zbknpower	Lei de potência com quebra de perfil
bmc	Comptonização por matéria relativística
bremss, vbremss, zbremss	Bremsstrahlung térmico
carbatm	Atmosfera de carbono não magnética de uma estrela de neutrões
cflow	Fluxo de resfriamento
disk	Disco de acreção
	Componentes multiplicativas
absori	Absorvedor ionizado
cabs	Espalhamento Compton opticamente fino
cyclabs	linha de absorção cyclotron
dust	Espalhamento por poeira na linha de visada
edge, zedge	Absorção <i>edge</i>
hrefl	Reflexão
red den	Extinção interestelar
phabs, vphabs, zvphabs	Absorção fotoelétrica

rizado o caso intermediado pelo efeito fotoelétrico, que domina para fótons na região de 0,1 a 10 keV mas que não é exclusivo de raios X, através do qual fótons de um feixe de radiação ionizam átomos. Considerando-se um dado fóton e um dado elétron ligado a um átomo, o efeito exige que o fóton tenha energia superior a de ligação do elétron (E_I), com a diferença sendo convertida em energia cinética do elétron agora então livre (Seward and Charles, 2010). Como resultado, o feixe que emerge do absorvedor (F) terá menos fótons do que o feixe incidente (F_0), com decaimento típico que, para uma dada energia de fótons, depende do material do absorvedor e de sua afinidade com a radiação, e de quanto material a radiação atravessará – que pode ser expresso em função da distância que a radiação percorrerá. Para um material de espessura x e coeficiente de absorção μ , a intensidade do feixe é reduzida conforme a seguinte equação:

$$F = F_0 \cdot e^{-\mu x} . \quad (5)$$

Em Astrofísica de Raios X, o que se adota é o equivalente em coluna de Hidrogênio (n_H , em unidade de cm^{-2}) na direção da linha de visada entre o observador e a fonte de raios X, e uma seção de choque equivalente (σ_{eq}) que leva em conta efeito de outros elementos quí-

micos, de modo que:

$$F = F_0 \cdot e^{-n_H \sigma_{eq}} . \quad (6)$$

Se forem considerados fótons com energia $h\nu \gg E_I$ (energia de ionização do elétron) e $h\nu \ll m_e c^2$ (energia de repouso do elétron), a seção transversal pode ser aproximada por:

$$\sigma_k \propto AZ^5 E^{-\frac{7}{2}} , \quad (7)$$

onde Z o número atômico do material e E a energia do fóton incidente (Longair, 2011). A Figura 8 mostra a variação das seções transversais de elementos presentes no meio interestelar com número atômico até o do Ferro, em função do comprimento de onda dos fótons incidentes.

Dos modelos de absorção fotoelétrica disponíveis no XSPEC (vide Tabela 2), o PHABS, por ser o que tem a seção de choque efetiva mais atual, será o utilizado neste trabalho. Tal modelo tem apenas um parâmetro livre, n_H , medido no equivalente em coluna (cm^{-2}) de Hidrogênio.

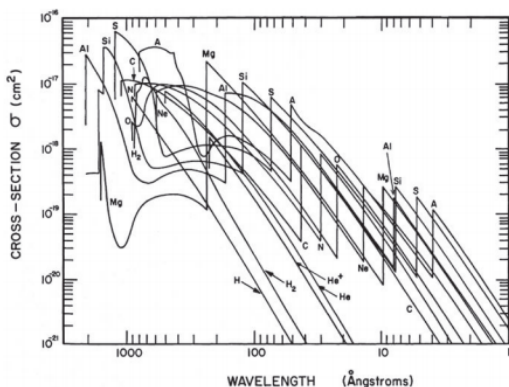


Figura 8: Seções transversais de fotoabsorção de elementos abundantes no meio interestelar como função do comprimento de onda. (Cruddace et al., 1974).

3.2 Modelo APEC

Um gás com temperatura superior a 10^5 K tende a estar ionizado e em condições de baixa densidade tende a ser transparente a própria radiação (opticamente fino). Sob tal condição, a energia térmica do gás é compartilhada entre suas partículas e é transferida rapidamente de uma para outra através de colisões. Essas colisões, cujo resultado são desvios de trajetórias, ocorrem devido a forte interação coulombiana entre elétrons e íons quando esses se aproximam. Por terem menor massa, elétrons terão maior velocidade, e a variação dessa velocidade domina a emissão por Bremsstrahlung: Bremsstrahlung térmico de elétrons.

A distribuição de fótons emitidos por Bremsstrahlung forma um espectro contínuo, ou seja, sem linhas espectrais, com características que dependem da temperatura e do material emissor, em especial a densidade eletrônica (n_e ; densidade de elétrons livres) e iônica (n_i ; densidade de íons). Caso a composição seja essencialmente de Hidrogênio, na condição de ionização total, tem-se que $n_e \sim n_i$. A emissão Bremsstrahlung em condições de temperatura superior a 10^6 K passa a ser notável em raios X, e tem intensidade:

$$I \propto n_e n_i \sqrt{kT} e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (8)$$

onde T é a temperatura do plasma e k é a constante de Boltzmann.

Além do contínuo, a emissão em linhas de raios X também é relevante, haja vista que metais não estão completamente ionizados (a menos que a temperatura exceda 10^7 K) e pode ocorrer transições envolvendo elétrons ligados. Quando um elétron com energia cinética suficiente atinge um íon que contém elétrons ligados, parte da energia do elétron livre pode ser transferida para o elétron ligado. O elétron é promovido

para um nível de energia mais alto e retorna a um de mais baixa energia com brevidade, emitindo fótons com energia determinada pela diferença entre os níveis atômicos. Essa radiação aparece como linhas espectrais, com energias específicas para diferentes transições.

A emissão primária utilizada como caso de estudo deste trabalho é a de Bremsstrahlung térmico eletrônico acrescido de linhas espectrais, com aplicação a um gás difuso que é ionizado por colisão. Para isso foi adotado o modelo aditivo APEC (Seção 3.1) disponível no XSPEC, que inclui os casos não-relativístico livre-livre (Hummer, 1988) e relativístico elétron-próton (Nozawa et al., 1998), e que tem os seguintes parâmetros:

1. **Temperatura kT :** A temperatura do plasma colisional em keV, como geralmente adotado astrofísica de raios X, sendo k a constante de Boltzmann.
2. **Abundância:** Medida da composição, ou metalicidade do plasma emissor. O XSPEC dispõe de sete opções de tabelas de abundância solar que podem ser escolhidas pelo usuário (ANGR, ASPL, FELD, ANEB, GRSA, WILM e LODD). As opções e variedades em elementos químicos são apresentados na Tabela 3. Neste trabalho foi utilizada a opção ASPL (Asplund et al., 2007), que é a mais atual – sem perda de generalidade.
3. **Redshift (z):** Medida da aproximação ou afastamento radial de uma fonte; relevante apenas para fontes extragalácticas e para fontes próximas que tenham movimento próprio apreciável na linha de visada ao observador.
4. **Normalização:** A normalização do modelo diz respeito a quantidade total de fluxo integrada e é definida em unidade de cm^{-5} por:

$$N = \frac{10^{-14}}{4\pi[D_A(1+z)]^2} \int n_e n_H dV, \quad (9)$$

onde D_A é a distância de diâmetro angular⁵ da fonte ao detector e n_e e n_H são as densidades volumétricas de elétrons e Hidrogênio do plasma emissor, respectivamente. Dessa equação é possível, tendo-se o valor de normalização a partir de um ajuste espectral, determinar o que é definido como *medida de emissão*:

$$ME = \int_V n_e n_H dV. \quad (10)$$

⁵A distância do diâmetro angular D_A é uma medida de distância usada em Astrofísica, definida como $D_A = x/\theta$, onde d é o diâmetro do objeto e θ seu tamanho angular, visto da terra.

Tabela 3: Tabelas de abundâncias disponíveis no XSPEC e os correspondentes valores solares para diferentes elementos químicos. Notar que os valores são normalizados em função da composição em Hidrogênio. (Arnaud et al., 2018).

Elemento	ANGR	ASPL	FELD	ANEB	GRSA	WILM	LODD
H	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
He	$9,77 \times 10^{-2}$	$8,51 \times 10^{-2}$	$9,77 \times 10^{-2}$	$8,01 \times 10^{-2}$	$8,51 \times 10^{-2}$	$9,77 \times 10^{-2}$	$7,92 \times 10^{-2}$
Li	$1,45 \times 10^{-11}$	$1,12 \times 10^{-11}$	$1,26 \times 10^{-11}$	$2,19 \times 10^{-9}$	$1,26 \times 10^{-11}$	0,00	$1,90 \times 10^{-9}$
Be	$1,41 \times 10^{-11}$	$2,40 \times 10^{-11}$	$2,51 \times 10^{-11}$	$2,87 \times 10^{-11}$	$2,51 \times 10^{-11}$	0,00	$2,57 \times 10^{-11}$
B	$3,98 \times 10^{-10}$	$5,01 \times 10^{-10}$	$3,55 \times 10^{-10}$	$8,82 \times 10^{-10}$	$3,55 \times 10^{-10}$	0,00	$6,03 \times 10^{-10}$
C	$3,63 \times 10^{-4}$	$2,69 \times 10^{-4}$	$3,98 \times 10^{-4}$	$4,45 \times 10^{-4}$	$3,31 \times 10^{-4}$	$2,40 \times 10^{-4}$	$2,45 \times 10^{-4}$
N	$1,12 \times 10^{-4}$	$6,76 \times 10^{-5}$	$1,00 \times 10^{-4}$	$9,12 \times 10^{-5}$	$8,32 \times 10^{-5}$	$7,59 \times 10^{-5}$	$6,76 \times 10^{-5}$
O	$8,51 \times 10^{-4}$	$4,90 \times 10^{-4}$	$8,51 \times 10^{-4}$	$7,39 \times 10^{-4}$	$6,76 \times 10^{-4}$	$4,90 \times 10^{-4}$	$4,90 \times 10^{-4}$
F	$3,63 \times 10^{-8}$	$3,63 \times 10^{-8}$	$3,63 \times 10^{-8}$	$3,10 \times 10^{-8}$	$3,63 \times 10^{-8}$	0,00	$2,88 \times 10^{-8}$
Ne	$1,23 \times 10^{-4}$	$8,51 \times 10^{-5}$	$1,29 \times 10^{-4}$	$1,38 \times 10^{-4}$	$1,20 \times 10^{-4}$	$8,71 \times 10^{-5}$	$7,41 \times 10^{-5}$
Na	$2,14 \times 10^{-6}$	$1,74 \times 10^{-6}$	$2,14 \times 10^{-6}$	$2,10 \times 10^{-6}$	$2,14 \times 10^{-6}$	$1,45 \times 10^{-6}$	$1,99 \times 10^{-6}$
Mg	$3,80 \times 10^{-5}$	$3,98 \times 10^{-5}$	$3,80 \times 10^{-5}$	$3,95 \times 10^{-5}$	$3,80 \times 10^{-5}$	$2,51 \times 10^{-5}$	$3,55 \times 10^{-5}$
Al	$2,95 \times 10^{-6}$	$2,82 \times 10^{-6}$	$2,95 \times 10^{-6}$	$3,12 \times 10^{-6}$	$2,95 \times 10^{-6}$	$2,14 \times 10^{-6}$	$2,88 \times 10^{-6}$
Si	$3,55 \times 10^{-5}$	$3,24 \times 10^{-5}$	$3,55 \times 10^{-5}$	$3,68 \times 10^{-5}$	$3,55 \times 10^{-5}$	$1,86 \times 10^{-5}$	$3,47 \times 10^{-5}$
P	$2,82 \times 10^{-7}$	$2,57 \times 10^{-7}$	$2,82 \times 10^{-7}$	$3,82 \times 10^{-7}$	$2,82 \times 10^{-7}$	$2,63 \times 10^{-7}$	$2,88 \times 10^{-7}$
S	$1,62 \times 10^{-5}$	$1,32 \times 10^{-5}$	$1,62 \times 10^{-5}$	$1,89 \times 10^{-5}$	$2,14 \times 10^{-5}$	$1,23 \times 10^{-5}$	$1,55 \times 10^{-5}$
Cl	$3,16 \times 10^{-7}$	$3,16 \times 10^{-7}$	$3,16 \times 10^{-7}$	$1,93 \times 10^{-7}$	$3,16 \times 10^{-7}$	$1,32 \times 10^{-7}$	$1,82 \times 10^{-7}$
Ar	$3,63 \times 10^{-6}$	$2,51 \times 10^{-6}$	$4,47 \times 10^{-6}$	$3,82 \times 10^{-6}$	$2,51 \times 10^{-6}$	$2,57 \times 10^{-6}$	$3,55 \times 10^{-6}$
K	$1,32 \times 10^{-7}$	$1,07 \times 10^{-7}$	$1,32 \times 10^{-7}$	$1,39 \times 10^{-7}$	$1,32 \times 10^{-7}$	0,00	$1,29 \times 10^{-7}$
Ca	$2,29 \times 10^{-6}$	$2,19 \times 10^{-6}$	$2,29 \times 10^{-6}$	$2,25 \times 10^{-6}$	$2,29 \times 10^{-6}$	$1,58 \times 10^{-6}$	$2,19 \times 10^{-6}$

Essa quantidade é uma medida do quão denso (se o volume é conhecido) ou do quão volumoso (se as densidades são conhecidas, por exemplo, pelo estudo de linhas espectrais) é o plasma emissor.

4 Estatística

⁶O ponto chave de uma análise espectroscópica é a descrição física da radiação sob investigação. Isso passa pelo lançamento de hipóteses sobre quais são os modelos mais prováveis para descrever o espectro e a verificação do acordo entre modelos e dados. Nessa verificação, sempre à luz de princípios físicos e sujeita à revisão, há dois princípios básicos e complementares: (i) análise visual e (ii) análise estatística. Ao final, espera-se ter identificado qual modelo se mostrou mais adequado na descrição dos dados e, a partir dele, quais quantidades físicas podem ser derivadas.

No contexto deste trabalho, há três pilares importantes na aplicação de métodos estatísticos: estimativa de parâmetros, limites ou região de confiança e teste de hipóteses. No primeiro, busca-se quais valores de parâmetros de um modelo previamente assumido se mostram mais adequados do ponto de vista estatístico, na descrição dos dados. A segunda diz respeito ao intervalo em que os valores ditos verdadeiros devem estar

contidos dentro de uma certa condição de probabilidade. Por fim, o teste de hipóteses permite avaliar o quão bem os dados são descritos pelo modelo ou se a escolha desse modelo foi adequada.

Dentre as possíveis interpretações para probabilidade, duas se destacam. Com maior frequência, pensa-se em probabilidade como algo que mede a fração de ocorrência de um determinado evento particular, levando em conta que foram feitas várias repetições nas medidas – por exemplo, a probabilidade de conseguir o número 1 (um) em um dado lançando-o dez vezes.

Outra forma de interpretação é a inferência *bayesiana*, segundo a qual a probabilidade é vista como a quantificação de uma hipótese: descreve-se a probabilidade de um evento baseado-se em um conhecimento *a priori*, além do conhecimento dos dados (quantificados pela *likelihood*.)

Seja x uma variável contínua e aleatória. A teoria da probabilidade (comum às duas interpretações citada acima) define uma função de densidade de probabilidade como uma função que atende os seguintes critérios:

- (a) A probabilidade de ocorrência de eventos em um intervalo (a,b) é calculada por:

$$Prob(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx ;$$

- (b) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$. A função deve estar normalizada de tal forma que a soma de todas as probabilidades seja igual a 1 (100%);

⁶Esta seção é essencialmente baseada numa releitura do conteúdo do Capítulo 7 do livro *Handbook of X-ray Astronomy*, editado por Arnaud, Smith e Siemiginowska.

(c) $f(x)$ retorna valores reais não-negativos para todo x real.

Dados em raios X em geral seguem distribuições Poisson ou Gaussiana e por isso essas são as mais utilizadas:

- Poisson:

$$P(n; \mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^n}{n!}, \quad (11)$$

- Gaussiana:

$$N(n; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \frac{-(n - \mu)^2}{2\sigma^2} q. \quad (12)$$

As duas distribuições são medidas da probabilidade de ocorrência de n eventos em um número esperado de ocorrências μ num dado intervalo de tempo. O σ no denominador, para a probabilidade normal, representa o desvio padrão e o σ^2 a variância.

Para que um modelo seja avaliado, faz-se uso de funções estatísticas. Tais funções quantificam o quão bem a descrição teórica representa os dados. A análise de tais funções rege a alteração dos valores dos parâmetros das componentes do modelo de modo sistemático, com o fim de encontrar aqueles que melhor representam a descrição dos dados. Essa análise passa pela determinação do valor mínimo da função adotada, e uma estratégia comumente usada tem por base o cálculo da derivada da função - que se anula em condição de mínimo. Esse método, no entanto, revela quaisquer mínimos que haja na função, que podem ser locais ou globais. O que se deseja é determinar mínimos globais em um dado espaço de parâmetros. Dentre os métodos utilizados nesse processo está o *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC). Eles criam amostras a partir de variáveis aleatórias, com escolha de valores iniciais distintos e de maneira arbitrária. Pode-se então utilizar esse método em uma análise multi-variacional da função, com a desvantagem de ser mais demorado que métodos de minimização local.

4.1 Estimativa de parâmetros e máximo *likelihood*

A relação entre um modelo e um conjunto de dados pode ser avaliada através de uma função chamada *likelihood*, e a determinação dos valores dos parâmetros do modelo passa pela maximização dessa função. Seja um conjunto de dados cujos elementos X_i , com i variando de 1 a N , seguem uma dada distribuição de probabilidade, sendo o conjunto descrito por um modelo M_i com parâmetros θ . A função *likelihood* é definida como:

$$\begin{aligned} L(\{X_i\}) &= L(X_1, \dots, X_N) \\ &= \text{Prob}(X_1, \dots, X_N | \Theta) \\ &= \text{Prob}(X_1 | M_1(\Theta)) \\ &\quad \dots \text{Prob}(X_N | M_N(\Theta)) \\ &= \prod_{i=1}^N \text{Prob}(X_i | M_i(\Theta)), \quad (13) \end{aligned}$$

onde o conteúdo do produtório representa a probabilidade do i -ésimo termo, que é um dos pontos do conjunto de dados, ter valor X_i , dado um valor de modelo predito M_i calculado para valores de parâmetros Θ . Encontrar o *likelihood* máximo significa obter parâmetros Θ_0 que façam com que a função L seja maximizada.

No caso dos dados genéricos X_i seguirem uma distribuição do tipo Poisson, tem-se:

$$L(\{X_i\}) = \prod_{i=1}^N P(X_i | M_i(\Theta)). \quad (14)$$

Como exemplo de *Likelihood*, sejam X_i elementos de um espectro de raios X. O valor de M_i nesse caso representa a contagem do modelo nos canais de energia do detector e pode ser avaliado pela Equação 3. Seja um modelo de tipo lei de potência $AE^{-\gamma}$, normalizado pelo fator A . E é a energia associada aos fótons, usualmente em keV, e γ é o índice de potência. Seguindo a Equação 2, o número predito de contagem em um canal de energia do detector c poderá ser calculada como segue:

$$M_i = T \int RMF(c, E) \cdot ARF(E) \cdot AE^{-\gamma} \cdot dE \quad (15)$$

A integral é resolvida no XSPEC, dados os valores de parâmetros (A, γ) . Geralmente, o modelo é avaliado para cada canal. A *likelihood* é calculada em várias configurações, de modo a maximizar L . Continuamente, métodos numéricos, como algoritmos de Monte Carlo, são desenvolvidos a fim de tornar o processo cada vez mais eficiente.

A função *likelihood* de Poisson é aproximada por (Cash, 1979):

$$L = \frac{\prod_{i=1}^N M_i^{X_i} e^{-M_i}}{X_i!}. \quad (16)$$

Muitas aplicações sugerem o uso da função logarítmica \ln para definir a estatística C . A equação anterior então se torna:

$$\ln L = \sum_i (X_i \ln M_i - M_i - \ln X_i!). \quad (17)$$

A estatística C foi definida usando a função logarítmica anterior multiplicada por -2 .

$$C = -2 \ln L = -2 \sum_i (X_i \ln M_i - M_i - \ln X_i!)$$

O terceiro termo pode ser ignorado por ser independente do modelo, sendo portanto cancelado (subtraído) durante os cálculos, tal que:

$$C = 2 \sum_i (M_i - X_i \ln M_i) . \quad (18)$$

Em alguns tratamentos, geralmente em detectores de não-imageamento, dados são gerados com variações que não obedecem a distribuições Poisson. Esses dados seguem distribuições gaussianas e o máximo *likelihood*, para esse caso, é:

$$L(\{X_i\}) = \prod_i N(X_i; M_i, \sigma_i) ,$$

e seguindo a lógica anterior:

$$-2 \ln L = \sum_i N(X_i; M_i, \sigma_i) \quad (19)$$

$$= \sum_i \frac{(X_i - M_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (20)$$

$$-2 \sum_i \ln \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} .$$

De modo análogo ao da estatística C , o segundo termo pode ser ignorado, e assim:

$$S^2 = \sum_i \frac{(X_i - M_i)^2}{\sigma_i^2} . \quad (21)$$

Com frequência nos referimos à estatística S^2 como χ^2 . Esse método estatístico geralmente é utilizado quando o σ é conhecido ou quando se tem dados que se comportam como uma distribuição gaussiana. Alguns fatores justificam seu uso, como a facilidade de modificação para inserção de *background*, o fato de dados

de raios X geralmente serem agrupados (“binados”)⁷ e por fornecer um teste de *goodness-of-fit* apropriado (ver Seção 4.3). No entanto, vale notar que o método S^2 pode não ser adequado para aplicações em dados que seguem a distribuição Poisson, em especial no caso de baixas contagens (Arnaud et al., 2011). Para esses casos, e também quando os dados não são “binados” ou com poucas contagens em “bins” de energia, a estatística C se mostra mais adequada (Arnaud et al., 2011).

4.2 Região de confiança

Emprega-se C e S^2 para avaliar a descrição de um conjunto de dados por um modelo. Por outro lado, é necessário definir a precisão dos valores obtidos para os parâmetros do modelo. Para isso, sendo Z o valor mais provável de um dado parâmetro, estima-se intervalos de confiança definidos pelos limites de confiança superior ($+Z_{\alpha/2}$) e inferior ($-Z_{\alpha/2}$), expressos em um dado nível de confiança P (medido em probabilidade) e nível de confiança α :

$$P(-Z_{\alpha/2} < Z < +Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha , \quad (22)$$

com $\alpha \in [0, 1]$. Temos, então, uma probabilidade de $1 - \alpha$ de selecionar uma amostra aleatória que produza um intervalo que contenha Z . Assim, quando, por exemplo, $\alpha = 0,05$, temos um nível de confiança de 95%. A Figura 9 ilustra, através de uma curva gaussiana, a região de confiança e o nível de significância. A área sob a curva representa uma probabilidade, e portanto é definida de modo que a área total é igual a 1 (ou, 100% de probabilidade de ocorrência do evento).

Há quatro etapas para a construção do intervalo de confiança:

- Definição da estatística que será utilizada para estimar valores de parâmetros.

⁷Os termos “bin(s)” e “binado(s)” são frequentemente usados, importados da língua inglesa para uso em comunicações científicas em Português como sinônimos de grupo ou agrupamento de informações, respectivamente. Em imagens, são atribuídos ao elemento pixel ou agrupamento de pixels adjacentes na formação de uma matriz quadrada (geralmente 2x2, 3x3 ou 4x4). Em curvas de luz, são elementos que representam contagens integradas em um dado intervalo de tempo (ou os próprios canais de energia), ou posterior associação de tais elementos primários na formação de novos elementos em intervalos de tempo maiores. Em espectroscopia, são associações de fótons em um dado intervalo de energia, ou associação desses intervalos primários na formação de um intervalo que componha informações em intervalos de energia maiores. A estratégia de agrupamento é comumente utilizada para aumentar o significado estatístico dos dados coletados – em detrimento de resolução espacial (para imagens), de resolução temporal (para curvas de luz) e de resolução espectral (para espectros). o recurso de “binagem” é utilizado também para melhorar a visualização em gráficos. Os termos “bin(s)” e “binado(s)” serão utilizados ao longo deste trabalho.

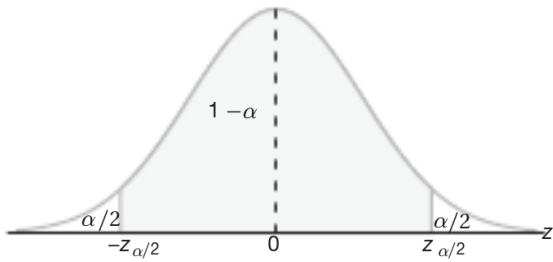


Figura 9: Distribuição de probabilidades em um nível de confiança $1 - \alpha$. Nota-se que $P(Z < -Z_{\alpha/2}) = P(Z > Z_{\alpha/2}) = \alpha/2$. (Walpole et al., 2012).

- Seleção do nível de confiança. Frequentemente, os níveis de confiança escolhidos são de 90%, 95% ou 99%, mas qualquer porcentagem pode ser usada.
- Estimativa da incerteza.
- Especificação do intervalo de confiança. A incerteza é denotada pelo nível de confiança.

4.3 Seleção de modelos

A validade de um modelo e dos valores de seus parâmetros na descrição de um conjunto de dados pode ser avaliada por um *teste de hipótese*. No teste clássico, é determinado se alguma hipótese nula H_0 (modelo proposto) é verdadeira diante do que é observado. Há dois tipos de erro que podem ser constatados nesse teste:

1. tipo I ou falso positivo: o modelo nulo é rejeitado quando é realmente verdadeiro;
2. tipo II ou falso negativo: o modelo nulo é aceito quando é falso.

A maneira padrão de avaliar se um modelo se ajusta bem aos dados é realizar um teste conhecido como *goodness-of-fit*, que verifica possível rejeição da hipótese nula. Inicialmente um método estatístico T é escolhido. Se o valor calculado de T for maior que um certo valor crítico T_{cr} pré-definido, então o modelo é rejeitado a um determinado nível de confiança que corresponde ao T_{cr} . Idealmente, esse valor independe do modelo, sendo necessária para avaliação do teste apenas uma tabela de valores dele para diferentes níveis de confiança. É o caso do χ^2 e por isso ele é bastante utilizado.

O teste χ^2 (ver Eq. 21) é utilizado quando os dados seguem uma distribuição gaussiana. Por outro lado, foi mostrado por Pearson (1900) que o teste $S_{Pearson}^2$,

originalmente criado para dados que não são agrupado e que não seguem uma distribuição gaussiana, é mais apropriado quando os dados seguem uma distribuição Poisson e não são afetados de modo apreciável por efeitos de *background*. Esse teste é conhecido como $\chi_{Pearson}^2$:

$$S_{Pearson}^2 = \sum_i^N \frac{(X_i - M_i)^2}{M_i} . \quad (23)$$

Comumente utiliza-se o χ^2 reduzido ou χ_{ν}^2 , definido como a razão entre χ^2 e o número de graus de liberdade, pela simplicidade do seu valor tender a 1 em condições ótimas (Arnaud et al., 2011).

5 Metodologia

Este trabalho foi baseado na construção e posterior investigação de espectros sintéticos em raios X, de modo a verificar se tais espectros permitem recuperar as características espectrais a partir das quais eles foram criados. Como aplicação imediata está uma etapa crucial em projetos observacionais: definição da duração (ou, tradicionalmente, do “tempo de exposição”; t_{exp}) de uma observação pretendida. A exposição tem que ser curta, de modo a não ter desperdício de uso do telescópio, mas suficientemente longa para que os objetivos científicos sejam alcançados. Essa análise demanda o lançamento de hipóteses sobre a natureza da fonte, que definem o modelo espectral a partir do qual os espectros sintéticos são construídos. Não obstante, como segunda aplicação, está a análise de uma fonte com luminosidade variável, no sentido de identificar um limite mínimo de estado de luminosidade abaixo do qual uma dada observação não seja mais suficiente para descrever as características da fonte. As duas aplicações citadas acima são exploradas neste trabalho.

Como situação astrofísica foi adotada a de emissão por um gás difuso ionizado por colisão, com fótons sujeitos a absorção fotoelétrica de um meio material (Seção 5.2), considerando-se dois casos de estudo distintos:

1. espectros com diferentes tempos de exposição, de uma fonte localizada a 1 kpc e com luminosidade em 0,3-12 keV de $10^{31} \text{ erg s}^{-1}$; e
2. espectros com mesmo tempo de exposição (50 ks), de uma fonte localizada a 1 kpc e com luminosidade em 0,3-12 keV variável.

O procedimento realizado, sumarizado para os dois casos de estudo na Fig. 10 e descrito nas seções seguintes, foi automatizado através de linguagem de programação Python.

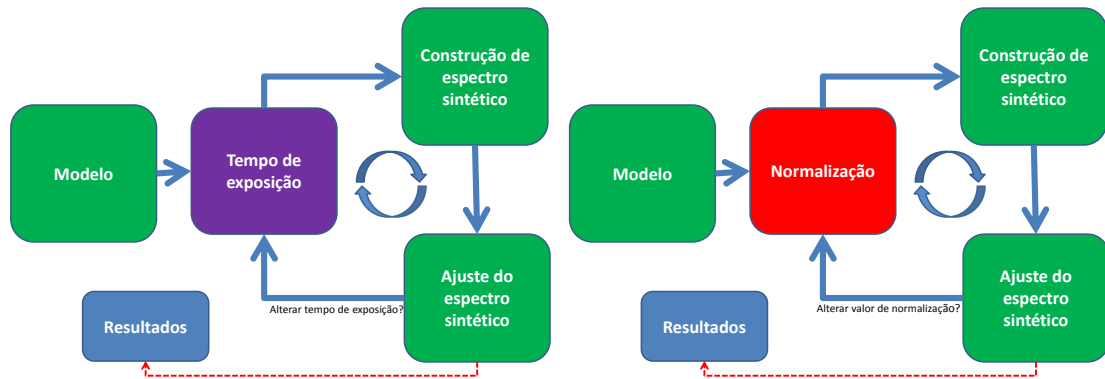


Figura 10: Diagramas de bloco resumindo os dois casos de estudo com construção e análise de espectros sintéticos explorados neste trabalho. À esquerda: variando o tempo de exposição da observação. À direita: variando a luminosidade da fonte simulada. (Vide Seção 5).

5.1 O aplicativo XSPEC

O XSPEC (Arnaud et al., 2018) é um programa de ajuste de espectros em raios X e que serve também para a construção de espectros sintéticos em raios X. Largamente utilizado em Astrofísica de Altas Energias, o XSPEC está disponível no pacote de aplicativos HEASOFT⁸ (*High Energy Astrophysics Software*), distribuído pelo HEASARC⁹ (*High Energy Astrophysics Science Archive Research Center*) da NASA. Neste trabalho foi usado o XSPEC na versão 12.10.1, instalado no sistema operacional Ubuntu de distribuição Linux. É um programa que opera independente do detector e sua interface com o usuário emprega linguagem TCL. Uma vez instalado¹⁰, o XSPEC é aberto em terminal Linux com o comando que leva o seu nome.

5.2 Seleção de modelos

O primeiro passo para a geração do espectro sintético é a definição da situação física a ser simulada, e portanto do modelo a ser adotado para sua confecção e as condições físicas que tal modelo representará. O caso aqui explorado é de um espectro de emissão por um gás difuso ionizado por colisão, submetido a uma condição de absorção fotoelétrica. Foi então adotado o modelo PHABS*APEC (ver Seção 3). Esse modelo e os valores adotados para seus parâmetros representam grosseiramente o que é observado em estrelas do tipo γ Cassiopeiae (Smith et al., 2016) – apenas a título de contextualização, e sem perda de generalidade.

Para a componente que responde pela absorção fotoelétrica, PHABS, foi considerado $n_H = 10^{22} \text{ cm}^{-2}$. Para

⁸HEASOFT: <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/software/lheasoft/>

⁹HEASARC: <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/software.html>

¹⁰Instalação do XSPEC: <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/lheasoft/download.html>.

a componente primária de emissão, APEC, foram adotados os seguintes valores: $kT = 12 \text{ keV}$, abundância de 0,3 vezes a composição química solar em elementos diferentes (ver Seção 3.2) e *redshift* igual a zero, já que as simulações foram feitas considerando uma fonte na Via Láctea e sem movimento apreciável na linha de visada. A definição do valor de normalização depende do fluxo observado pelo telescópio/instrumento, que é função da luminosidade e distância assumidas para a fonte.

Considerando que a fonte é isotrópica, tal que irradia igualmente em todas as direções, e que não há absorvedores de radiação ao longo da linha de visada ao observador, tem-se que o fluxo (F) a uma distância d da fonte está relacionado com a luminosidade (L) da seguinte forma:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} . \quad (24)$$

Neste trabalho consideramos uma fonte de luminosidade igual a $10^{31} \text{ erg s}^{-1}$ em 0,3–12 keV, com distância de 1000 pc¹¹. Assim, resulta da Eq. 24 que o equivalente em fluxo não-absorvido, a ser simulado, é de $8,36 \times 10^{-14} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$. O valor da normalização da componente APEC a ser usado deve ser tal que o modelo resulte nesse valor de fluxo, o que se deve ocorrer na condição de ausência de absorção fotoelétrica, $n_H = 0 \text{ cm}^{-2}$. Assim, essa é a condição de partida para o modelo para que seja determinado o valor da normalização da componente APEC, como descrito a seguir. Por fim, tendo-se o valor de normalização adequado, este será substituído ao modelo juntamente com a condição de n_H em investigação, e procede-se com a simulação do espectro sintético pretendido.

O modelo é “carregado” no XSPEC com o comando:

¹¹A distância de 1 kpc é arbitrária.

```
XSPEC12> model phabs*apec
```

Os valores dos parâmetros são inseridos um a um, como mostrado na Fig. 11. A normalização foi inicialmente considerada em seu valor padrão de inicialização do APEC, que é 1 – poderia ser qualquer outro valor. Como será apresentado a seguir, utiliza-se esse valor para que se defina uma relação de correção da normalização para o valor que representará o fluxo não absorvido nas condições de luminosidade e distância assumidas para a fonte.

Antes de avançar na análise do fluxo, é definida a tabela de abundâncias a ser usada no modelo. O padrão do XSPEC para abundância é ANGR (Tabela 3). No entanto, foi adotada a tabela ASPL, por ser a mais atualizada:

```
XSPEC12> abund aspl
```

Com a configuração mostrada na Figura 11, i.e. com o valor de $n_H = 0$, o valor de fluxo fornecido pelo XSPEC em 0,3-12 keV é de $2,2 \times 10^{-9} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$. Esse valor foi obtido com o comando FLUX:

```
XSPEC12> flux 0.3 12.
```

com os argumentos representando os limites inferior e superior da faixa espectral na qual o fluxo está sendo calculado – notando que utiliza-se um ponto e não uma vírgula para definir os decimais.

Daí, tem-se que a normalização igual a 1 (um) corresponde a um valor de fluxo em 0,3-12 keV de $2,2 \times 10^{-9} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$. A próxima ação passa a ser determinar qual é o valor de normalização x equivalente ao fluxo que foi calculado para a condição da fonte de estudo, que foi de $8,36 \times 10^{-14} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$, o que é feito a partir de uma regra de três simples:

Fluxo ($\text{erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$)		Normalização (cm^{-5})
$2,2 \cdot 10^{-9}$	–	1
$8,36 \cdot 10^{-14}$	–	x

Assim, o valor de normalização da componente APEC a ser usado para a construção do espectro sintético que, no caso em estudo, é $x = 4,14 \times 10^{-5}$.

Um vez concluído o passo de determinação do valor de normalização a ser usado, seu valor, assim como o valor de n_H que será considerado, são informados ao modelo através do comando NEWPAR. O primeiro argumento do comando NEWPAR é o índice do parâmetro e o segundo argumento é o valor que se quer atribuir a tal parâmetro. No caso em questão, para a normalização:

```
XSPEC12> newpar 5 4.14e-14
```

```
davi@davi-XS10UAR:~$ xspec
XSPEC version: 12.10.1
Build Date/Time: Sun Jun 23 10:40:03 2019

XSPEC12>model phabs*apec

Input parameter value, delta, min, bot, top, and max values for ...
1:phabs:nH>0      1      0.001( 0.01)      0      0      100000      1e+06
2:apec:kT>12      1      0.01( 0.01)      0.008      0.008      64      64
3:apec:Abundanc<0.3 0      -0.001( 0.01)      0      0      5      5
4:apec:Redshift>0 1      -0.01( 0.01)      -0.999      -0.999      10      10
5:apec:norm>1     1      0.01( 0.01)      0      0      1e+20      1e+24
Reading APEC data from 3.0.9

=====
Model phabs<1>*apec<2> Source No.: 1 Active/Off
Model Model Component Parameter Unit Value
par comp
1 1 phabs nH 10^22 0.0 +/- 0.0
2 2 apec kT keV 12.0000 +/- 0.0
3 2 apec Abundanc 0.300000 frozen
4 2 apec Redshift 0.0 frozen
5 2 apec norm 1.00000 +/- 0.0
=====
XSPEC12>_
```

Figura 11: Seleção de modelo no XSPEC. Na parte inferior da figura está a saída do XSPEC em forma de uma tabela com sete colunas. Cada parâmetro recebe um índice enumerado na primeira coluna. A segunda coluna exhibe o índice referente às componentes do modelo enquanto a terceira mostra seus respectivos nomes; a quarta apresenta os parâmetros; a quinta mostra as unidades dos valores de cada parâmetro; e na sexta coluna estão os valores inseridos inicialmente. Por fim, a sétima coluna exhibe valores de incerteza que por razões históricas são apresentados mas não são os que são utilizados. Os valores corretos de incerteza nos valores dos parâmetros após ajuste de um modelo a um espectro são obtidos a partir do comando ERR (ver Seção 5.4).

e para o valor de n_H :

```
XSPEC12> newpar 1 1
```

O comando SHOW pode ser usado para reapresentar na tela do XSPEC o modelo em curso:

```
XSPEC12> show
```

5.3 Definição dos métodos estatísticos

Métodos estatísticos são utilizados pelo XSPEC em dois momentos: no ajuste do modelo aos dados e na avaliação da qualidade da descrição (*goodness-of-fit*). Os métodos estatísticos podem ser selecionados antes ou depois da definição do modelo ou até mesmo depois da construção do espectro simulado, mas é imperativo que sejam definidos antes do ajuste do espectro ser iniciado.

O método estatístico de ajuste é ativado com o comando STATISTIC seguido da opção que o define (CHI, CSTAT, LSTAT, PGSTAT, PSTAT ou WHITTLE). Neste trabalho foi escolhida a estatística C já que os dados não são “binados”:

```
XSPEC12> statistic cstat
```

O teste adotado como *goodness-of-fit* foi o teste $\chi^2_{Pearson}$ (ver Seção 4.3):

```
XSPEC12> statistic test pchi
```

5.4 Geração do espectro sintético

Com o modelo configurado (Seção 5.2), o processo de criação do espectro sintético é iniciado com o comando `FAKEIT` seguido da opção `NONE` para gerar um único espectro:

```
XSPEC12> fakeit none
```

Nesse estágio são solicitadas algumas informações como mostra a Figura 13: (i) nome do arquivo *RMF*, (ii) nome do arquivo *ARF*, (iii) a definição se uma estatística de contagem deve ser usada ou não na criação dos dados simulados, (iv) o prefixo e na sequência o nome do arquivo de dados simulados (ambos podendo ser as definições padrão) e (v) definição do tempo de exposição (em segundos) a ser considerado na simulação.

Os arquivos *RMF* (pn-thin-5-ao18.rmf) e *ARF* (pn-thin-5-ao18.arf) usados neste trabalho foram obtidos no WEBSPEC.¹² Quando indicados no processo de geração via `FAKEIT`, deve-se informar todo o caminho até os arquivos de resposta a menos que estejam na pasta na qual o XSPEC está sendo executado. Para o primeiro caso explorado neste trabalho, de variação do tempo de exposição na construção dos espectros sintéticos, foram utilizados tempos de exposição entre 5 e 150 quilossegundos, em passos de 5 quilossegundos (Seção 6.1). Para o segundo caso explorado, de variação da luminosidade da fonte cujo espectro deve representar, foi considerado o tempo fixo de 50 quilossegundos (Seção 6.2).

Quando a construção de um espectro sintético é concluída, são exibidos na tela de saída: o número de *bins*, o valor de χ^2 reduzido, o valor de probabilidade de hipótese nula e mensagens de aviso sobre a adequação do método estatístico usado aos dados (ver Fig. 13). O espectro é apresentado na interface gráfica em canais de energia. Para que o eixo das abscissas seja configurado para energia, utiliza-se o comando `SETPLOT`, que contém várias opções gráficas, com o argumento `ENERGY`:

```
XSPEC12> setplot energy
```

O mesmo comando é usado para agrupar dados no gráfico a fim de melhorar a sua visualização (sem efeito para o ajuste), mas com o argumento `REBIN` seguido de outros argumentos que dizem respeito à significância dos dados. Foi usado:

```
XSPEC12> setplot rebin 3 100
```

que significa que os dados serão agrupados de modo a ter significância em 3σ , limitado a um agrupamento de 100 *bins*.

Para pré-visualizar o gráfico, está disponível no XSPEC o ambiente `CPD`, com diversas opções de dispositivos gráficos. A opção utilizada foi `/XSERVE`, abreviada por `/XS`:

```
XSPEC12> cpd /xs
```

A apresentação do espectro em tal tela é feita com o comando `PLOT`. Neste trabalho é utilizada a apresentação do espectro com eixos em escala logarítmica (argumento `LDATA`):

```
XSPEC12> plot ldata
```

A unidade em energia é dada como padrão em keV, mas pode ser alterada para GeV, MeV ou Hz. Por exemplo, para energia em MeV:

```
XSPEC12> setplot energy mev
```

seguido do comando `PLOT` para gerar um novo gráfico.

É possível também expressar o espectro em comprimento de onda, com:

```
XSPEC12> setplot wave
```

e que também deve ser seguido do comando `PLOT`.

A câmera EPIC-pn cujas funções resposta foram usadas neste trabalho cobre a região espectral entre 0,3 e 12 keV. Para restringir a análise a essa faixa, foi usado o comando `IGNORE` seguido da faixa desejada. O XSPEC retorna a quantidade de canais ignorados no espectro, com energia abaixo do limite inferior e acima do superior (ver Fig. 12):

```
XSPEC12> ignore **-0.3 12.-**
```

Nesta nomenclatura, `**-.0.3` significa que fótons com energia abaixo de 0,3 keV serão ignorados, enquanto `12.-**` exclui aqueles com energia superior a 12 keV. Notar que foi utilizado ponto depois do argumento 12. O ponto indica que o argumento diz respeito a um valor em energia; se o ponto não for usado, o argumento apresentará o número que identifica um canal, e portanto a exclusão será especificada diretamente a uma faixa de canais (o que é menos usado, já que é necessário conhecer a relação canal-energia para definir a partir de uma seleção de canais a faixa espectral que se deseja especificar). Outras restrições a faixas espectrais podem ser

¹²WEBSPEC é a versão web do XSPEC; para acesso online: <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/webspec/webspec.html>; nele são disponibilizadas matrizes de resposta para as missões em raios X. Matrizes *ARF* estão disponíveis em: <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/FTP/webspec/arfs/>. Matrizes *RMF*, ou matrizes de resposta puras para casos sem *ARF*, estão disponíveis em: <https://heasarc.gsfc.nasa.gov/FTP/webspec/rsps/>.

definidas pelo usuário, de acordo com necessidades técnicas (como excluir faixas espectrais contaminadas por *optical loading*; ver Seção 2.1.2) ou por necessidades científicas (como em análises de linhas espectrais em regiões específicas).

Quando trabalhando com dados reais, sempre é utilizado de modo complementar o comando IGNORE com o argumento BAD, que elimina canais de energia que foram classificados durante o processo de tratamento de dados como estando associados a uma condição de má qualidade de suas informações:

```
XSPEC12> ignore bad
```

```
Current data and model not fit yet.
XSPEC12>ignore **-0.3 12.0-**
 57 channels (1-57) ignored in spectrum # 1
1697 channels (2400-4096) ignored in spectrum # 1
Fit statistic : Chi-Squared = 2503.46 using 2342 PHA bins.
```

Figura 12: Tela de saída do XSPEC referente a execução do comando IGNORE.

```
XSPEC12>ls
'Documento sem titulo 1.txt' Normalizacao pn tempo
Dúvidas olds Rotetros
/btn/ls
XSPEC12>cd pn
XSPEC12>fakeit none
For fake spectrum #1 response file is needed: pn-thin-5-ao18.rmf
...and ancillary file: pn-thin-5-ao18.arf
Use counting statistics in creating fake data? (y):
Input optional fake file prefix:
Fake data file name (pn-thin-5-ao18.fak):
File pn-thin-5-ao18.fak exists - overwrite? (yy) or (nn):
Exposure time, correction norm, bkg exposure time (1.00000, 1.00000, 1.00000): 1000
No background will be applied to fake spectrum #1
1 spectrum in use
Fit statistic : Chi-Squared = 1494.25 using 4096 PHA bins.
***Warning: Chi-square may not be valid due to bins with zero variance
in spectrum number(s): 1
Test statistic : Chi-Squared = 1494.25 using 4096 PHA bins.
Reduced chi-squared = 0.365074 for 4093 degrees of freedom
Null hypothesis probability = 1.000000e+00
***Warning: Chi-square may not be valid due to bins with zero variance
in spectrum number(s): 1
Current data and model not fit yet.
XSPEC12>
```

Figura 13: Tela de saída do XSPEC referente a execução do comando FAKEIT NONE.

5.5 Ajuste Espectral

Nesse processo, só os valores de coluna de Hidrogênio, e temperatura e metalicidade do plasma, e normalização permaneceram livres durante o ajuste. Os parâmetros abundância e *redshift* foram mantidos “congelados”. Para “congelar” o parâmetro em um dado valor é utilizando o comando FREEZE seguido do número do parâmetro; por exemplo:

```
XSPEC12> freeze 5
```

```
XSPEC12>err 1. 1
Parameter Confidence Range (1)
1 16.2027 32.3458 (-5.46869,10.6744)
```

Figura 14: Tela de saída do XSPEC referente a execução do comando ERR.

Caso fosse necessário “descongelar” um parâmetro, o 5, por exemplo, deixando-o livre durante o ajuste, o comando THAW seria usado:

```
XSPEC12> thaw 5
```

Um vez criado um espectro sintético, o próximo passo neste trabalho foi ajustá-lo utilizando o mesmo modelo que aplicado na sua criação. Isso foi feito com o comando

```
XSPEC12> fit
```

Após o momento de ajuste, o comando PLOT foi novamente utilizado, mas dessa vez com o argumento CHI para geração de uma segunda figura que apresenta o resultado estatístico na análise ponto-a-ponto do espectro e do modelo que o descreve:

```
XSPEC12> plot chi
```

Os limites de confiança associados aos valores dos parâmetros, ou incertezas, são determinados com o comando ERR seguido de dois argumentos, conforme exibido na Figura 14. O primeiro argumento (1.) define a região de confiança referente a um intervalo em 1σ . O segundo argumento determina o parâmetro sobre o qual a incerteza está sendo determinada.

Os parâmetros que são avaliados neste trabalho são a temperatura, dada em kT , e o equivalente em coluna de Hidrogênio do que causa absorção fotoelétrica. Verifica-se na Figura 14 que o XSPEC retorna (da esquerda para a direita) o índice do parâmetro solicitado e os limites superior e inferior do intervalo de confiança; entre parênteses encontram-se os valores inferior e superior de incerteza. Notar que ao somar o valor do limite inferior com a incerteza inferior, o valor de kT pode ser recuperado – podendo ser também através do comando SHOW seguido do argumento FIT.

Os dados que dizem respeito a saídas de comandos na tela do XSPEC, como ERR, foram capturados na tela de trabalho (terminal Linux) através dos comandos LOG. Para início da captura, o comando deve ser sucedido do nome do arquivo no qual as informações serão armazenadas. Para finalizar a captura, o argumento utilizado é o NONE, como exibido no exemplo a seguir:

```
XSPEC12> log nomedoarquivo
XSPEC12> err 1. 1
XSPEC12> log none
```

5.6 Gráficos e figuras

A interface gráfica do XSPEC é o ambiente IPLOT, através do qual são manipuladas e geradas as figuras. O comando IPLOT acessa o ambiente gráfico, enquanto o comando QUIT retorna a ação para a tela do XSPEC. Assim, uma figura pode ser salva com:

```
XSPEC12> iplot
PLT > plot ldata chi
PLT> hardcopy nomedoarquivo.ps/cps
PLT> quit
```

com o arquivo final sendo em formato ps, e com uma figura que pode ser colorida (o que é garantido pelo CPS).

As figuras dos espectros analisados neste trabalho foram geradas através da linguagem de programação Python a partir da biblioteca Matplotlib e utilizando a interface Spyder3. Essa opção amplia as possibilidades de customização dos gráficos, que são limitadas quando feitos com o XSPEC. Para isso os arquivos contendo as informações do espectro e da análise estatística foram extraídos do XSPEC a partir do ambiente IPLOT, com o comando WD (acrônimo de *write data*, em inglês) seguido do nome do arquivo (vide abaixo) no qual os dados devem ser armazenados. O arquivo é, por padrão, escrito em formato QDP (*Quick and Dandy Plotter*) – e que pode posteriormente ser convertido para TXT para que as informações possam ser lidas por programa externo de geração de gráficos. Porém é possível salvar o arquivo diretamente em formato TXT, bastando nomeá-lo com a extensão TXT (*nomedoarquivo.txt*). Assim, a entrada no ambiente IPLOT, a apresentação da figura no ambiente do XSPEC, a escrita do arquivo desejado, o armazenamento do espectro gerado e a saída do ambiente seguem os comandos:

```
XSPEC12> iplot
PLT > plot ldata chi
PLT> wd nomedoarquivo.txt
PLT> hardcopy nomedoarquivo.ps/cps
PLT> quit
XSPEC12>
```

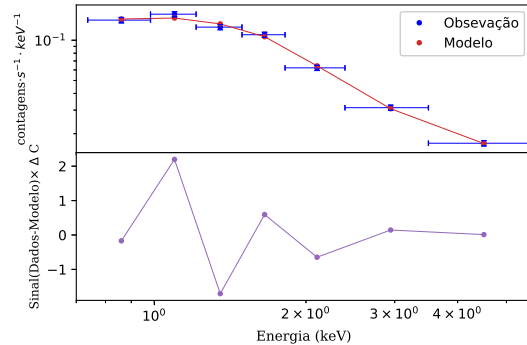


Figura 15: Espectro do caso problema da Seção 5.7. Na painel inferior estão os pontos de estatística χ^2 .

```
Model phabs<1>*apec<2> Source No.: 1 Active/On
Model Model Component Parameter Unit Value
par comp
1 1 phabs nH 10^22 0.182276 +/- 3.29076E-02
2 2 apec kT 14.6252 +/- 4.10448
3 2 apec Abundanc 1.00000 frozen
4 2 apec Redshift 0.0 frozen
5 2 apec norm 1.65588E-03 +/- 4.78738E-05

Fit statistic : Chi-Squared = 5.47 using 7 PHA bins.
Test statistic : Chi-Squared = 5.47 using 7 PHA bins.
Reduced chi-squared = 1.37 for 4 degrees of freedom
Null hypothesis probability = 2.424949e-01

!XSPEC12>plot ldata chi
XSPEC12>
```

Figura 16: Tela de saída do XSPEC após ajuste do modelo aos dados. Na parte superior da figura está apresentado o modelo. Na parte inferior são apresentados os valores estatísticos.

5.7 Um exemplo prático

O XSPEC, após a realização de um ajuste espectral, apresenta no terminal Linux informações sobre o espectro, os parâmetros do modelo usado e seus valores, e valores estatísticos. Uma vez que é importante para o usuário entender como essas informações são obtidas, será apresentado nesta seção um exemplo prático com fim didático utilizando um espectro real. Para isso foi utilizado um espectro da estrela HD 157832 obtido com a câmera EPIC-pn do satélite XMM-Newton (ObsID 0551020101; fornecido por Raimundo Lopes de Oliveira; comunicação pessoal). O espectro foi construído de modo a ter poucos bins e assim permitir a análise

Tabela 4: Dados do espectro e resultado do modelo apresentados como caso exemplo na Seção 5.7.

Energia (keV)	Observação (counts s ⁻¹ keV ⁻¹)	Modelo (counts s ⁻¹ keV ⁻¹)
0,860128045±0,122530013	0.1414227930±0,0065438510	0,1441215430
1,096634030±0,113976002	0.1566432570±0,0068199951	0,1465334590
1,351735000±0,141124964	0.1253478230±0,0055031232	0,1325339820
1,655274870±0,162414968	0.1099260750±0,0047689369	0,1062513140
2,103950020±0,286260009	0,0621396154±0,0027057500	0,0643140748
2,945105080±0,554895043	0,0312884524±0,0014095435	0,0307517927
4,510000230±1,009999990	0,0169625916±0,0007805052	0,0168792047

bin-a-bin aqui apresentada.¹³

O espectro e o resultado do ajuste do modelo estão representados nas Figuras 15 e 16, respectivamente. Foi utilizado o modelo PHABS*APEC (Seção 3), “carregado” e ajustado no XSPEC como apresentado nas seções 4.3 e 5.5, e com as seleções de faixa de energia e de eventos apresentadas na Seção 5.4. A primeira linha na Fig.15 apresenta o modelo utilizado, com suas componentes sendo designadas com “1” (para PHABS) e “2” (para APEC) na coluna “comp”, e parâmetros com identificação definida na coluna “par”. As informações de incertezas apresentadas na figura devem ser ignoradas, com as corretas sendo fornecidas com o comando ERR já apresentado anteriormente (Seção 5.5. No que tange a estatística, estão apresentadas a de ajuste e a de teste, que em ambos os casos foi a χ^2 , os valores de χ^2 e χ^2 reduzido (5,47 e 1,37, respectivamente), o número de graus de liberdade (4), a probabilidade de hipótese nula ($2,424949 \times 10^{-1}$) e a quantidade de bins do espectro (7).

Na Tabela 4 estão apresentados os valores de contagem observados em função da energia e os respectivos valores segundo o modelo assumido. Nela foram mantidos os valores tais como extraídos do XSPEC, com um excesso de casas decimais que não representam preci-

¹³O agrupamento de eventos para a construção de um espectro é feito considerando canais de energia adjacentes. Define-se um número mínimo de eventos (n_{min}) que se queira ter em cada agrupamento e inicia-se o processo de agrupamento até que a soma dos eventos alcance pelo menos o valor escolhido. Diz-se “pelo menos” porque a soma é de eventos em canais de energia, que são discretos, e portanto a soma do último deles a completar o valor mínimo desejado pode resultar em um valor que ultrapasse n_{min} (por exemplo, assumindo $n_{min} = 25$, a soma de canais adjacentes com 15, 7 e 3 eventos é suficiente e o agrupamento está completo; porém o agrupamento de canais adjacentes com 15, 7 e 10 eventos só teve satisfeita a condição de n_{min} quando atingiu um valor superior a n_{min} , de 32 eventos, e é esse o agrupamento a ser considerado). Agrupamentos nem sempre são feitos mas, quando feitos, em geral não se define $n_{min} > 25$. Isso porque tal valor é suficientemente alto para que seja usada a estatística CHI e guarda atenção ao fato de agrupamentos excessivos comprometerem a resolução espectral. No espectro em questão foi assumido um agrupamento que não é realista, com $n_{min} = 550$, para cumprir o objetivo didático proposto e que demanda ter poucos bins.

ão mas que são necessárias nos cálculos que estão detalhados logo a seguir para reprodução dos valores estatísticos apresentados pelo XSPEC. Observar que na primeira coluna da tabela, diferente da segunda, os valores após o símbolo “±” não dizem respeito à incerteza e sim aos limites (inferior para o caso do “-” e superior para o caso do “+”) após agrupamentos de canais. Os valores observados, bem como os do modelo, estão normalizados. A partir dos valores apresentados nessa tabela é possível calcular manualmente os valores estatísticos calculados pelos XSPEC e que estão apresentados na Fig. 15. Isso é feito a seguir.

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{(0,141422793 - 0,144121543)^2}{(0,006543851)^2} + \\ &\frac{(0,156643257 - 0,146533459)^2}{(0,006819995)^2} + \\ &\frac{(0,125347823 - 0,132533982)^2}{(0,005503123)^2} + \\ &\frac{(0,109926075 - 0,106251314)^2}{(0,004768937)^2} + \\ &\frac{(0,0621396154 - 0,0643140748)^2}{(0,002705750)^2} + \\ &\frac{0,0312884524 - 0,0307517927)^2}{(0,001409544)^2} + \\ &\frac{(0,0169625916 - 0,0168792047)^2}{(0,0007805052)^2} \\ &\approx 5,47 \end{aligned}$$

A componente APEC tem quatro parâmetros: kT , n_H , *redshift*, e normalização e a componente PHABS (fotoabsorção) tem apenas um parâmetro, de densidade colunar n_H . O modelo final tem então cinco parâmetros no total, dos quais dois foram mantidos constantes durante o ajuste (abundância e *redshift*). Logo, há três parâmetros livres. O número de graus de liberdade é então calculado fazendo uma subtração direta do número de *bins*, 7, pelo número de parâmetros livres, 3, resultando em 4 graus de liberdade no ajuste. Para calcular

o valor de χ^2 aplica-se a Equação 21, ponto a ponto:

Dividindo o valor de χ^2 pelo número de graus de liberdade, 4, encontra-se o valor de $\chi^2_\nu = 1,37$.

6 Resultados e Discussão

6.1 Caso 1: espectros considerando diferentes tempos de exposição

Aumentar o tempo de exposição de um detector na observação de uma fonte resulta num maior acúmulo de fótons e conseqüentemente em espectros com maior significado estatístico frente a sinais indesejáveis (*background*; vide Seção 2.1.2). Espectros mais robustos favorecem uma melhor descrição a partir de modelos teóricos. Então, espera-se que a qualidade do ajuste e portanto a recuperação de valores de parâmetros aumente com o aumento do tempo de exposição.

A Figura 17, gerada segundo procedimentos mostrados na Seção 5, concorda com a expectativa citada anteriormente. É perceptível que nos espectros apresentados a qualidade de ajuste é beneficiada com o aumento do tempo de exposição. Observar que o número de bins aumenta com o aumento do tempo, já que, como a função REBIN do XSPEC está configurada para encerrar o agrupamento de canais quando for atingida a quantidade de 1σ . Sendo assim, espectros com menos tempo de exposição e, portanto, menos contagem, tendem a ter bins maiores e em menor quantidade.

O valor de temperatura utilizado para a construção de cada espectro simulado foi recuperado através de ajuste espectral. Conforme exibido na Figura 18, há uma redução da incerteza no intervalo de confiança de 1σ nos valores de kT e n_H . Ao passo em que as incertezas diminuem com o aumento do tempo de exposição, existe uma tendência de os parâmetros assumirem simultaneamente valores estatisticamente compatíveis (em 1σ) com os valores usados inicialmente na construção dos espectros sintéticos. Essa condição ocorre com tempo de exposição a partir de aproximadamente 85 quilossegundos, que é também quando o valor de χ^2_ν tende a se estabilizar próximo ao valor desejável de 1 (um). É possível portanto decidir por um tempo de observação necessário e suficiente para que sejam recuperados os valores iniciais de maneira satisfatória.

6.2 Caso 2: espectros considerando variação de luminosidade da fonte

Estrelas apresentam flutuações em luminosidade em diferentes escalas de tempo e de intensidade, que por fim resultam em variação do brilho observado. Se o brilho da fonte diminuir ao ponto de não ser distinguível do ruído (instrumental e astrofísico), a fonte astrofísica

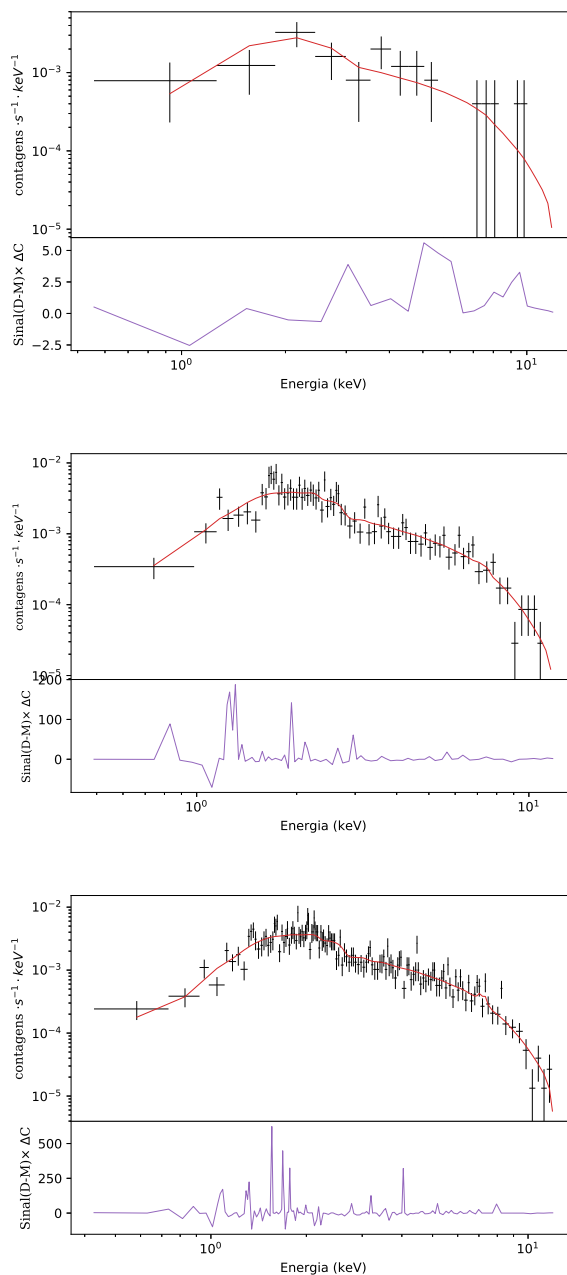


Figura 17: Espectros sintéticos construídos a partir do XSPEC com diferentes valores de tempo de exposição. Superior: 10 quilossegundos. Central: 70 quilossegundos. Inferior: 150 quilossegundos.

não será detectada. A medida em que se aproxima da condição de limite de detecção, há perda apreciável na capacidade de determinação dos valores dos parâmetros espectrais, com conseqüente aumento da incerteza nos valores inferidos.

De maneira análoga a análise feita na seção anterior

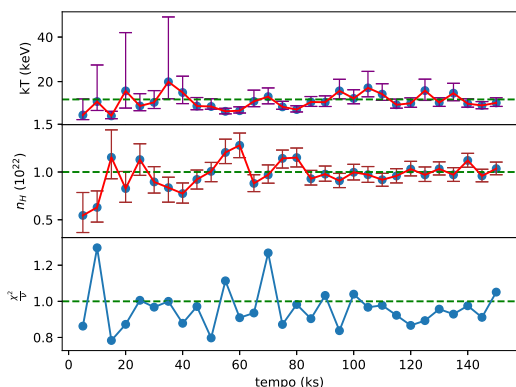


Figura 18: Valores dos parâmetros recuperados a partir da análise dos espectros sintéticos do caso de estudo de variação do tempo de exposição da observação (painel do topo para temperatura e o do meio para coluna de absorção) e o correspondente χ^2_v do ajuste, em função do tempo de exposição. As linhas tracejadas correspondem aos valores esperados ($kT = 12$ keV, $n_H = 10^{22}$ cm $^{-2}$ e $\chi^2_v = 1$).

para o caso de variação do tempo de exposição, a Figura 19 exibe resultados para o caso de variação de luminosidade. A análise do caso de limite inferior de luminosidade para determinação dos valores dos parâmetros detecção foi feita considerando-se luminosidade entre 10^{30} erg s $^{-1}$ e 10^{34} erg s $^{-1}$, em passos multiplicativos de $10^{0,5}$ erg s $^{-1}$.¹⁴ Percebe-se dos valores dos parâmetros uma evolução similar ao caso de diferentes tempos mas dessa vez para valores diferentes de luminosidade. Isto é, os parâmetros em ajuste são melhor recuperados a medida que a luminosidade da fonte aumenta: uma repercussão natural do fato de ter mais fótons acumulados em um dado tempo de exposição. Da mesma forma como foi possível na seção anterior julgar os ajustes espectrais em função do tempo de exposição da observação, pode-se fazer um julgamento para o caso de diferentes condições de luminosidade. Nesse caso, decidir-se-á acerca do valor limite de luminosidade para que os valores de kT e n_H sejam recuperados de maneira satisfatória. Da Figura 20, esse valor de luminosidade é $10^{31,5}$ erg s $^{-1} \approx 3,2 \times 10^{31}$ erg s $^{-1}$ – sendo condições ótimas para valores superiores¹⁵ a 10^{32} erg s $^{-1}$.

Para efeito de comparação em ordens de grandeza, foram gerados seis espectros com luminosidades entre 10^{30} erg s $^{-1}$ e 10^{34} erg s $^{-1}$, em passos multiplicativos de 10, compondo a Figura 21. Notar que quanto maior a luminosidade, maior a quantidade integrada de conta-

¹⁴Valores de luminosidade inferiores a 10^{30} erg s $^{-1}$ resultam em fluxos baixos e não ocorre convergência no ajuste com o XSPEC, com indefinição nos valores dos parâmetros.

¹⁵A luminosidade de uma estrela do tipo γ Cassiopeiae não ultrapassa 10^{32} erg s $^{-1}$.

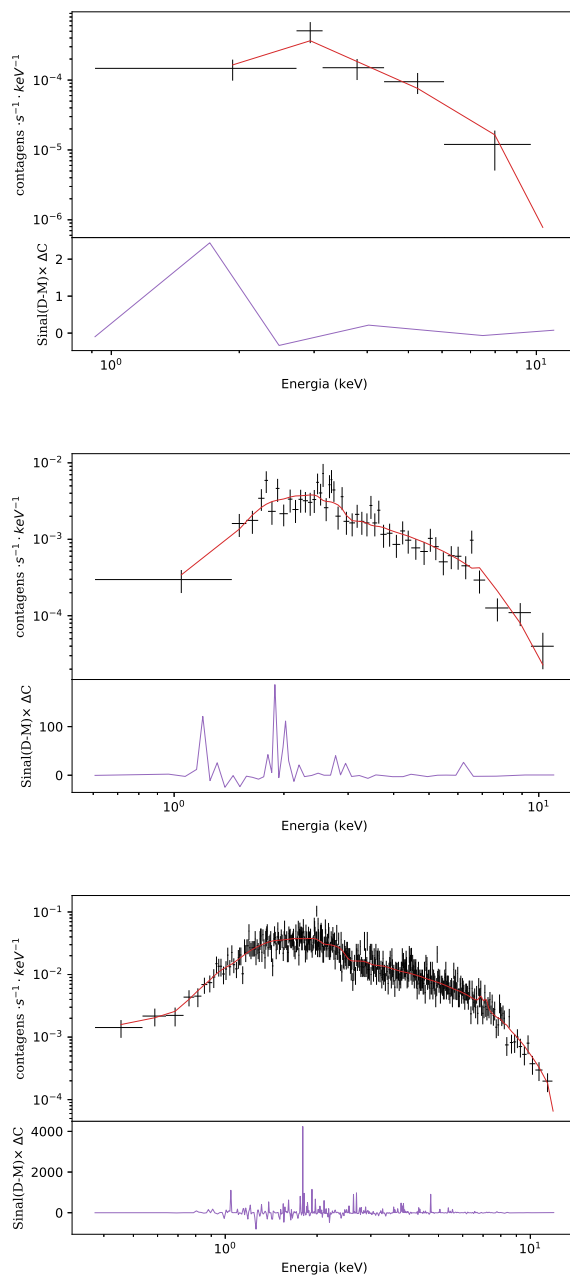


Figura 19: Espectros sintéticos construídos a partir do XSPEC com diferentes valores de luminosidade. Superior: 10^{30} ergs s $^{-1}$. Centro: 10^{31} ergs s $^{-1}$. Inferior: 10^{32} ergs s $^{-1}$.

gem, o que é esperado, já que o fluxo tem dependência direta com a luminosidade.

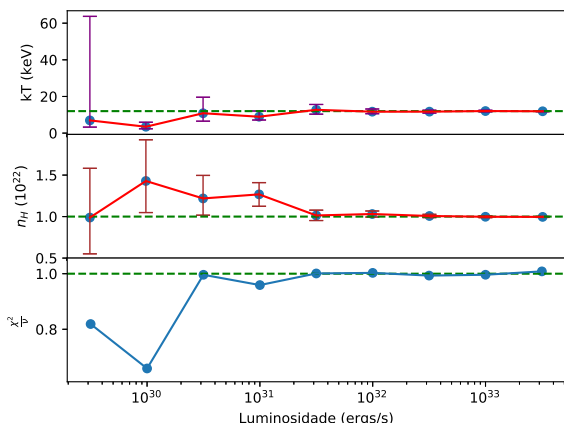


Figura 20: Valores dos parâmetros recuperados a partir da análise dos espectros sintéticos do caso de estudo de variação da luminosidade da fonte (painel do topo para temperatura e o do meio para coluna de absorção) e o correspondente χ^2_r do ajuste, em função da luminosidade. As linhas tracejadas correspondem aos valores esperados ($kT = 12$ keV, $n_H = 10^{22}$ cm $^{-2}$ e $\chi^2_r = 1$).

7 Considerações finais

Neste trabalho são apresentados elementos necessários para a construção de espectros sintéticos e análise espectroscópica em raios X a partir do programa XSPEC, e princípios estatísticos relevantes em tais processos. Partindo de uma situação astrofísica bem definida, de emissão de raios X por um gás difuso ionizado por colisão sujeitos aos efeitos de absorção fotoelétrica, foi abordada a questão de definição de tempo de exposição de uma observação espectroscópica em raios X.

Notar que os dois casos conversam e convergem entre si em seus resultados. No primeiro, percebe-se que uma luminosidade da ordem de 10^{31} ergs s $^{-1}$ (para a configuração deste trabalho) implica um tempo de 85 quilossegundos. Verificou-se, no segundo caso, que um tempo um pouco menor (em comparação com o primeiro caso) implica na necessidade de uma luminosidade um pouco maior. Isso mostra a relevância de ambos, tempo de observação e brilho da fonte, na quantidade de contagem de um espectro. Das duas grandezas, apenas o tempo de observação está sob controle humano, diferente da luminosidade, característica intrínseca às fontes emisoras.

Por via prática, está ilustrado como resultado deste trabalho a necessidade de ser determinada a duração temporal de uma observação de modo que seja suficiente para alcançar os resultados almejados sem desperdício de uso de tempo de telescópio. Esse objetivo foi cumprido, de modo que através de construção e ajuste subsequente de espectros sintéticos, foi decidido o me-

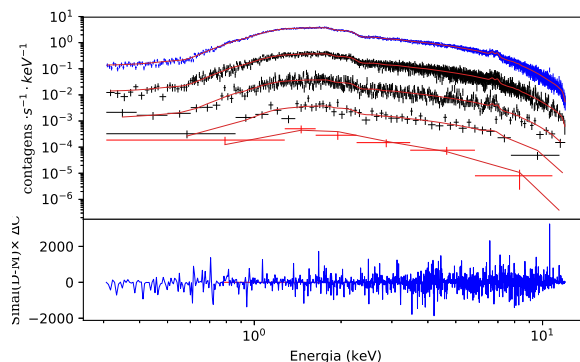


Figura 21: Composição de espectros sintéticos gerados com diferentes valores de normalização correspondentes a luminosidades entre 10^{30} erg s $^{-1}$ e 10^{34} erg s $^{-1}$, em passos multiplicativos de 10. Cada espectro posicionado mais acima tem luminosidade dez vezes maior que o seu antecessor, sendo o com mais contagem em azul e o com menos, em vermelho. Na porção inferior da Figura, está exibido apenas os valores estatísticos correspondentes ao espectro com maior luminosidade.

lhor tempo de telescópio para uma dada configuração física hipotética. Do mesmo modo que foi feito neste trabalho para o modelo escolhido, pode ser feito para qualquer modelo disponível no XSPEC e por qualquer pessoa que tenha este trabalho em mãos. Para tanto, a metodologia nele apresentada encontra-se estruturada de modo que o mesmo trabalho ou similar possa ser reproduzido por quem possa interessar – sobretudo estudantes que queiram ingressar na área de Astrofísica de Raios

REFERÊNCIAS

- aaaa.
- aaaa.
- aaaa.
- Aharonian, F. et al. (2017). Solar abundance ratios of the iron-peak elements in the perseus cluster. Nature, 551:478–480.
- Arnaud, K., Gordon, C., and Dorman, B. (2018). Xspec, An X-Ray Spectral Fitting Package: Users' Guide for version 12.10.1. Greenbelt, United Kingdom.
- Arnaud, K., Smith, R., and Siemiginowska, A. (2011). Handbook of X-ray Astronomy. Cambridge University Press, Nova Iorque - EUA.
- Asplund, M., N., G., A.J., S., and P., S. (2007). Solar the chemical composition of the sun. ARA and A, pages 481–522.
- Bradt, H. (2004). Astronomy Methods: A Physical Approach to Astronomical Observations. Cambridge University Press.
- Burnight, T. R. (1949). Physical Review Journals, 76:165.
- Cash, W. (1979). Parameter estimation in astronomy through application of the likelihood ratio. The Astrophysical Journal, 228:939–947.
- Cho, A. (2017). New evidence that the highest energy cosmic rays come from beyond our galaxy. Science.
- Cruddace, R., Paresce, F., Bowyer, S., and Lampton, M. (1974). On the opacity of the interstellar medium to ultrasoft X-rays and extreme-ultraviolet radiation. The Astrophysical Journal, 187:497–504.
- Cullerne, J. (2000). The Penguin Dictionary of Physics. Longman Group Ltd.
- ESA (2019). The European Photon Imaging Camera (EPIC) Onboard XMM-Newton.
- Evans, L. (2007). The large hadron collider. New Journal of Physics, 9(9):335–335.
- Giacconi, R., Gursky, H., Paolini, F. R., and Rossi, B. B. (1962). Evidence for x rays from sources outside the solar system. Phys. Rev. Lett., 9:439–443.
- Giacconi, R., Kellogg, E., Gorenstein, P., Gursky, H., and Tananbaum, H. (1971). An X-Ray Scan of the Galactic Plane from UHURU. The Astrophysical Journal, 165:L27.
- Gondoin, P. (2008). Contribution of sun-like faculae to the light-curve modulation of young active dwarfs. A and A, 478:883–887.
- Hummer, D. G. (1988). A Fast and Accurate Method for Evaluating the Nonrelativistic Free-free Gaunt Factor for Hydrogenic Ions. The Astrophysical Journal, 327:477.
- Lesser, M. (2015). A summary of charge-coupled devices for astronomy. Publ. Astron. Soc. Pac., 127(957):1097–1104.
- Longair, M. S. (2011). High Energy Astrophysics. Cambridge University Press, Nova Iorque.
- Nozawa, S., Itoh, N., and Kohyama, Y. (1998). Relativistic thermal bremsstrahlung gaunt factor for the intracluster plasma. The Astrophysical Journal, 507(2):530–557.
- Pearson, K. (1900). X. on the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 50(302):157–175.
- Seward, F. D. and Charles, P. A. (2010). X-ray emission and interaction with matter, page 12–17. Cambridge University Press, 2 edition.
- Smith, M. (2019). XMM-Newton Calibration Technical Note.
- Smith, M. A., Lopes de Oliveira, R., and Motch, C. (2016). The X-ray emission of the γ Cassiopeiae stars. Advances in Space Research, 58(5):782–808.
- SOC, E. X.-N. (2019). Users Guide to the XMM-Newton Science Analysis System. European Space Agency.
- Truemper, J. E. and Aschenbach, B. (2000). X-ray pn-cds on the xmm newton observatory. X-Ray Optics, Instruments, and Missions III, 4012:481–522.
- Walpole, R. E., S., R. H. M., Myers, S. L., and Ye, K. (2012). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. Pearson Educación, México.